АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

СЕРИЯ "НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА"

Серия основана в 1959 году

М.М.Рожанская

Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Хазини

XII век

Ответственный редактор
член-корреспондент АН УзССР
Г.П. МАТВИЕВСКАЯ

МОСКВА "НАУКА"
1991

ББК 20 г
Р 62
УДК 50(092)

Рецензенты

доктор физико-математических наук *Б.А. Розенфельд*,
кандидат физико-математических наук *Э.Г. Цыганкова*

Рожанская М.М.
Р 62 Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Хазини. XII в./Отв. ред. Г.П. Матвиевская. — М.: Наука, 1991. — 190 с., ил. (Научно-биографическая литература).
ISBN 5-02-003507-6

Книга посвящена жизни и деятельности одного из крупнейших ученых-энциклопедистов мусульманского средневековья Абд ар-Рахмана ал-Хазини (XII в.) Анализ его научного творчества автор строит на основе изучения подлинных средневековых источников на арабском языке: трактатов по механике, астрономии, конструкции астрономических инструментов. В центре книги — описание главного трактата ал-Хазини "Книги весов мудрости", включающей практически все проблемы античной и средневековой механики и ставшей подлинно научной энциклопедией.

Для историков науки, механиков, астрономов, востоковедов и читателей, интересующихся историей науки.

Р $\frac{1401020000-187}{054(02)-91}$ 40—91 НПЛ ББК 20г

ISBN 5-02-003507-6

От автора

История науки средневекового Среднего и Ближнего Востока, в особенности ее проблемы, входящие в сферу физико-математических наук, до недавнего времени относилась к одной из наименее изученных областей истории мировой культуры. Причин этому по крайней мере две.

Во-первых, практическое отсутствие в течение долгого времени источников. Значительная часть их была утрачена за многие столетия, изобиловавшие большими войнами, завоевательными походами и набегами, ведущими к политическому краху, экономическому разорению, разрушению исторической и научной традиции. Были забыты и названия трактатов, и имена крупнейших ученых. Те же немногие произведения, которые уцелели, во многих случаях оказывались труднодоступными для изучения не только в переносном, но и в буквальном смысле: это были рукописные тексты, иногда фрагменты рукописей, находящихся в самых неожиданных и часто закрытых хранилищах.

Во-вторых, изучение требовало, кроме основательного знания восточных языков, досконального знания и самого предмета, и научных концепций того времени, и специфических приемов их изложения, и особенностей творческого облика ученых восточного средневековья. Все это вело к своеобразному противоречию. Одни ученые, зная язык и историю, не знали предмета исследования, другие, владевшие им, не знали языка, истории и специфических особенностей источников. Их изучение могло быть плодотворным только при объединении усилий лингвистов, философов, историков, математиков и астрономов. Такое объединение должно происходить, как теперь принято говорить, на стыке дисциплин, т.е. при участии специалистов именно в области истории физико-математических наук, опирающихся на знание языка и всего комплекса соответствующих гуманитарных дисциплин.

В настоящее время это направление истории науки успешно развивается. Многое сделано за последние годы и советскими, и зарубежными учеными, изучающими первоисточники как на восточных языках (применительно к предмету нашего исследования — на арабском и персидском), так и на латинском (средневековые переводы не дошедших до нас трактатов).

При изучении науки восточного средневековья в первую очередь, естественно, встает вопрос о степени самостоятельности сочинений восточных авторов. Являются ли они только переводами и комментариями античных авторов и ценность их лишь в том, что они сохранили и передали в Западную Европу греческое и отчасти индийское научное наследие, или эти сочинения имеют самостоятельное научное значение? Была ли эта наука сугубо прикладной или ученые средневекового Востока ставили и решали и существенные вопросы теории? Если же их труды, хотя бы в известной степени, составляют промежуточное звено в непрерывной цепи развития мировой науки, то какова его специфика: в какой мере были известны в Западной Европе работы ученых средневекового Востока, как они сказались на развитии европейской науки и каков "механизм" передачи? Возможность поставить эти вопросы появилась лишь в XIX в., когда оказались доступными подлинные рукописи ученых восточного средневековья, хранящиеся во многих библиотеках Европы, Азии и Африки. Попытаться же ответить на них, хотя бы в небольшой степени, стало возможным лишь теперь, после основательного их изучения.

Это изучение позволяет утверждать, что ученые средневекового Востока не только решали целый ряд практических вопросов, не только проявляли интерес к фундаментальным вопросам теории, но и получили результаты, имеющие серьезное теоретическое значение, оказавшее в ряде случаев существенное влияние на европейскую науку XIII—XVIII вв. Анализ источников дал обширный материал для создания научных биографий ученых этого периода. За последние годы проделана такая работа применительно к творчеству ал-Хорезми, ал-Бируни, Омара Хайяма и др.

Одна из замечательных фигур среди ученых мусульманского средневековья — крупнейший ученый и образованнейший человек XII в. математик, механик и астроном Абд ар-Рахман ал-Хазини, которому посвящена предлагаемая книга. Это очерк его жизни и научной деятельности, основанный на изучении как опубликованных, так и еще не опубликованных его сочинений. Наиболее важный из его трудов "Книга весов мудрости" издана на русском языке в переводе и с комментариями автора исследования. В изложении материала автор стремился рассматривать творчество ал-Хазини в связи с деятельностью крупнейших ученых его эпохи на фоне общей картины развития физико-математических наук на средневековом Ближнем и Среднем Востоке. В какой мере это удалось — судить читателю.

Автор считает приятным долгом выразить сердечную благодарность профессору Б.А. Розенфельду, члену-корреспонденту АН УзССР Г.П. Матвиевской, профессору, И.Г. Башмаковой, доктору исторических наук А.Б. Халидову, профессорам Э.Кеннеди и Д. Кингу (США), профессору Р.Лорху (ФРГ), а также всем, кто советами и критическими замечаниями способствовал работе над книгой.

Хорасан в IX—XII вв.

Исторические сведения

Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Хазини жил и работал в первой половине XII в. в Мерве (близ современного, города Мары, областного центра Туркменской ССР). В эпоху ал-Хазини Мерв находился на территории Хорасана.

В настоящее время Хорасаном называется небольшая область на северо-востоке современного Ирана, примыкающая с севера к Копетдагу, с главным городом Мешхедом. В эпоху же ал-Хазини и ранее, в XI—XII вв., Хорасан как географическое понятие обозначал совершенно иное. Хорасаном называлась область, охватывавшая бóльшую часть современной Туркмении, значительную часть современного Южного Узбекистана и Таджикистана, Северного Ирака и Афганистана. В исторической литературе эту территорию часто именуют Большим или Великим Хорасаном. Крупнейшие города средневекового Хорасана Рей (близ нынешнего Тегерана), Тус, (близ Мешхеда), Нишапур, Исфахан, Ниса (близ нынешнего Ашхабада), Мерв, Герат, Балх (на территории современного Афганистана).

В древности Хорасан составлял ядро Парфянского царства, входившего в состав древнеперсидского государства Ахеменидов. В 330 г. до н.э. вместе со всем государством Ахеменидов оно было покорено Александром Македонским. После распада империи Александра Парфия вошла в состав государства Селевкидов. В середине III в. до н.э. она становится независимым государством во главе с Аршаком, основателем династии Аршакидов (256—226 до н.э.). Парфянское царство со столицей в Нисе, простирающееся от Кавказа до берегов Инда, становится одним из самых могущественных азиатских государств. Расцвету Парфии в значительной степени способствовало ее географическое положение на "великом шелковом пути".

В I в. н.э. началась многолетняя борьба Парфии с Римом, которая долго продолжалась с переменным успехом. В 226 г. Парфия, обессиленная войнами с Римом, была покорена и вошла в состав государства Сасанидов.

В VII в. в политической жизни стран Ближнего и Среднего Востока произошли важные изменения, связанные с завоевательными походами арабов, которые завершились созданием арабского халифата. Ослабление экономической и военной мощи Византийской империи и сасанидского Ирана в результате резкого обострения внутренних социально-экономических противоречий и затяжных войн позволило арабам в чрезвычайно короткий срок захватить огромные территории, принадлежащие этим государствам. К концу 30-х годов VIII в. в состав арабского халифата кроме Аравии вошли территории Ирана, азиатские провинции Византии (Сирия, Палестина), Египет, Северная Африка, Пиренейский полуостров, Сицилия и Южная Италия (т.е. значительная часть бывшей Римской империи), Армения, большая часть территории Средней Азии, Северо-Западная Индия. В 636 г. Хорасан, как и все государство Сасанидов, был покорен арабами и вошел в состав арабского халифата.

В 705—715 гг. арабы завоевывают междуречье Амударьи и Сырдарьи с двумя крупнейшими центрами Средней Азии — Самаркандом и Бухарой. Эта область, в состав которой входили древняя Согдиана и Бактрия, получила название Мавераннахр (по-арабски "ма вараа´-н-нахар", буквально "то, что за рекой", т.е. за Амударьей). Хорасан и Мавераннахр были объединены в единое наместничество с центром в Мерве. Тем самым было положено начало сложению основной культурной общности средневековой Средней Азии, которая сыграла огромную роль в истории культуры и науки не только этого региона, но и всего Среднего и Ближнего Востока.

В начале IX в. наместником Хорасана стал Мамун, сын халифа Харуна ар-Рашида. Вскоре Мамун одержал победу в междоусобной войне за престол со своим братом Амином. В 813 г. полководец Мамуна Тахир ибн Хусейн (775—822), взяв Багдад, возвел его на престол, а в 821 г. Мамун назначает Тахира наместником Хорасана. Тахир, приняв титул эмира, фактически превратил Хорасан в самостоятельное государство. Столицей эмирата стал Нишапур. Потомки Тахира — Тахириды — управляли Хорасаном вплоть до 874 г., когда его захватил Якуб ибн Лейс, основатель династии Саффаридов (от прозвища Якуба ибн Лейса Саффар — медник). Саффариды правили в Хорасане до 900 г.

В 945 г., после захвата Багдада Фаннахосровом, представителем иранской династии Буидов (Бувейхидов), халифы окончательно теряют светскую власть. За ними сохраняется только духовное руководство религиозной жизнью мусульман.

В Мавераннахре в конце IX в. возникает феодальное государство Саманидов. Основатель его, Исмаил Самани, который в 874 г. стал правителем Бухары, в 888 г. захватил весь Мавераннахр, а в 900 г. и Хорасан. Столицей государства Саманидов стала Бухара, которая оставалась ею вплоть до 999 г.

В конце IX—X вв. государство Саманидов непрерывно подвергается набегам тюркских кочевых племен, концентрировавшихся на его границах. Саманиды пытались бороться с ними с помощью специально набранной ими тюркской же гвардии — гулямов. Так, одним из главных полководцев Саманидов становится тюркский гулям Сабуктегин, которому саманидский эмир даже пожаловал титул Насир ад-дин ва-д-даула (помощник веры и государства). Его сын Махмуд, будущий знаменитый Махмуд Газнийский, становится наместником Хорасана.

В 90-х годах X в. под ударами кочевых племен, возглавлявшихся Караханидами, государство Саманидов рухнуло. В 992 г. последний из Саманидов, потеряв свою столицу Бухару, бежал в Амуль (современный Чарджоу, областной центр Туркменской ССР), откуда безуспешно пытался вести борьбу с завоевателями. Территория государства Саманидов стала ареной борьбы тюркских племен. В 999 г. Караханиды захватывают Мавераннахр. Столицей Караханидов, принявших титул хаканов, сначала стала Бухара, а впоследствии Самарканд. В 1042—1067 гг. хаканом был Ибрахим Тамгач-хан, в 1067—1079 гг. — его сын, Шамс ал-Мулук Наср. В этот же период Махмуд завоевывает территорию от Хорезма до Афганистана и основывает огромную империю — султанат со столицей в Газне, включающей Хорасан. Он получает от халифа Кадира (991—1031) титул Йамин ад-даула ва Амин ал-милла (десница государства и хранитель веры). По договору между Махмудом и Караханидами Амударья стала границей между их владениями. Султан Махмуд стал родоначальником династии Газневидов, к которой принадлежали его сын Масуд и внук Маудуд.

Но правление Газневидов было недолгим. В конце X — начале XI в. на территорию Хорасана вторгаются тюркские племена сельджуков. В 1040 г. под Мервом предводитель сельджуков Тогрул-бек разбил войска султана Масуда. Сам Масуд был взят в плен и погиб. Империя Газневидов распалась. Тогрул-бек был провозглашен эмиром Хорасана. Сын же Масуда — Маудуд — стал правителем небольшого владения, оставшегося от огромной империи Газневидов.

Вскоре после завоевания Хорасана сельджуки захватывают Хорезм, Северный и Западный Иран и Азербайджан. В 1055 г. они завоевывают столицу халифата Багдад. Тогрул-бек присваивает себе титул султана.

Государство сельджуков просуществовало более 100 лет (с 1038 по 1157 г.). Наивысшего расцвета и наибольшего политического могущества оно достигло при племяннике Тогрул-бека Алп-Арслане (годы правления 1063—1072) и сыне Алп-Арслана Джалал ад-Дине Малик-шахе (годы правления 1072—1092). В этот период власть сельджукских султанов распространилась на огромную территорию от Средиземного моря до Китая с запада на восток и от Кавказа до Йемена с севера на юг. Столицей государства сельджуков при Алп-Арслане был Мерв. Малик-шах перенес ее в Исфахан.

При жизни султана Алп-Арслана Караханиды находились в состоянии непрерывной борьбы с сельджуками. Она затихала во время победоносных походов Алп-Арслана на Западе и снова разгоралась, когда он возвращался на восток. В 1072 г. Алп-Арслан во главе своей армии переправился через Амударью и погиб в сражении с Шамс ал-Мулуком. Но вскоре Шамс ал-Мулук был вынужден признать себя вассалом нового султана, Малик-шаха. В 1079 г., после смерти Шамс ал-Мулука, хаканом стал его брат Хизр-хан, а затем его сын Ахмед-хан, который вновь пытался добиться независимости. В борьбе с Малик-шахом он был захвачен в плен и казнен. Его преемником стал покорный сельджукам сын Шамс ал-Мулука Махмуд. Таким образом, Мавераннахр в этот период политически продолжал составлять единое целое с Хорасаном.

В 1118 г. государство Сельджукидов было разделено между сыновьями Малик-шаха. Один из них, султан Санджар (годы правления 1118—1157), который до 1118 г. был наместником Хорасана, получил восточные области со столицей в Мерве. Он был последним представителем сильной власти. Именно он перенес столицу государства из Исфахана в Мерв, центр своего наместничества. Но в 1141 г., потерпев поражение от каракитаев, нашествие которых в начале XII в. испытала Средняя Азия, Санджар утратил верховную власть над ней. В 1153 г. государство Сельджукидов подверглось нашествию новой волны кочевников — огузов, которые разграбили крупнейшие города Хорасана — Мерв, Нишапур, Тус и другие. После смерти Санджара государство Сельджукидов перестало существовать. От него осталось несколько небольших эмиратов.

Помимо письменных источников, достаточно широко освещающих эпоху Сельджукидов, в Средней Азии и Иране на территории средневекового Большого Хорасана сохранились многочисленные археологические памятники, исследование которых позволяет подкрепить литературную традицию богатым дополнительным материалом. Особенно эффективно в этом смысле исследование городских и сельских поселений, как домонгольских (IX—XII в.), так и более ранних, на основе культурных традиций которых складывались культура этой эпохи. В частности, на территории средневекового Мерва (ныне городище Султан-кала) сохранился частично разрушенный мавзолей султана Санджара, воздвигнутый еще при его жизни в 40—50-х годах XII в. Мавзолей входил в ансамбль царских сооружений в центре города, где кроме него располагались дворец Сельджукидов и большая соборная мечеть, к которой он примыкал одним из своих фасадов [36].

Ал-Хазини жил во время правления султана Санджара, и не только во время его царствования, но и непосредственно при его дворе.

Хорасан – центр культуры и науки

История Хорасана свидетельствует о том, что это один из крупнейших центров культуры Среднего и Ближнего Востока. Это был центр, в котором смешались и влияли друг на друга многие и разные культурные традиции: древневавилонская и индийская, парфянская и иранская, эллинистическая и римская, арабская и тюркская.

Население Хорасана, как вообще областей, ставших территорией единого государства — Халифата, было далеко не однородно и по этническому составу, и по уровню социального и культурного развития. В состав Халифата вошли как территории широкого распространения эллинистической культуры, так и государств, культурные традиции которых восходили в основном к древневосточным цивилизациям.

Античное наследие в наиболее чистом виде сохранилось в Египте, Сирии, Малой Азии. В первые века нашей эры большой известностью на эллинистическом Востоке пользовались две научные школы: В Александрии и в Эдессе, в которых были собраны огромные библиотеки и работали крупные ученые. Однако в связи с гонениями на "языческую" науку и литературу в христианской Византии в IV в. александрийская школа была разгромлена. А вслед за этим, когда несторианство было объявлено еретическим учением (431 г.), перестала существовать и школа в Эдессе. Многие ученые-несториане бежали на восток, в Иран и Среднюю Азию. Они создали научную школу в Нисибине, в которой значительное внимание уделялось изучению естественных наук. В сасанидском Иране, в г. Джундишапуре, куда переехали ученые Афинской академии, закрытой в 529 г., возникла другая крупная научная школа, организованная по образцу александрийской. Расцвету этих школ и других научных центров Ирана в период, предшествовавший его завоеванию арабами, способствовал и общий подъем экономики и культуры государства Сасанидов. Именно в это время были сделаны многочисленные переводы греческих научных сочинений на сирийский и персидский языки.

Что же касается древней культурной традиции Средней Азии и Ирана, то к моменту арабского завоевания она насчитывала не одну сотню лет. Существует предположение, что математическая и астрономическая культура Средней Азии IX—XV вв. имеет основой эту местную научную традицию, сложившуюся в районах ирригационного земледелия в Хорезме, Согде, Маргиане, Бактрии и других районах Средней Азии, которые в античный период их истории были областями высокоразвитой цивилизации. Письменные источники, на основании которых можно было бы судить об этом более определенно, не сохранились. До нас дошли, однако, сообщения ал-Бируни о домусульманских календарях Древнего Хорезма и Древнего Согда [5]. Среди согдийских документов, обнаруженных на горе Муг в Таджикистане, найден документ VIII в., который также содержит сведения о древнесогдийском календаре [46, с. 48]. Можно предположить, что астрономическая наука в Средней Азии до арабского завоевания сложилась под существенным влиянием древневавилонских астрономических методов, проникавших туда через ахеменидский и сасанидский Иран, и греческой астрономии, знакомство с которой, как и вообще усвоение многих достижений греческой науки, началось после походов Александра Македонского. Археологические материалы позволяют судить об этом более определенно. Некоторые данные об уровне развития астрономии в Средней Азии в древности получены в итоге раскопок древнехорезмийского храма Кой-крылган-кала (IV в. до н.э. — IV в. н.э.) [19,20]. Определение ориентировки памятника показало, что это культовое сооружение было заложено и могло использоваться, подобно вавилонским зиккуратам, для астрономических наблюдений. Среди находок были обнаружены фрагменты дисков и уплощенных колец, комбинация которых напоминает реконструкцию греческой астролябии с круглой алидадой, сделанную О. Ширмером по описанию ал-Бируни [101, с. 251—258; 19, с. 61].

Арабские завоеватели, особенно на первой стадии завоевательных походов, проявляли известную терпимость к вере и обычаям покоренных народов. Лишь там, где они встречали решительное сопротивление, их походы сопровождались жестокими расправами с населением и уничтожением его культурного достояния. Так было в Хорезме и Согде. Письменных источников научного содержания на древнехорезмийском и согдийском языках не сохранилось, так как вместе с культурными ценностями, связанными с доисламскими религиями (зороастризм, буддизм, манихейство, христианство несторианского толка, культы местных божеств), уничтожались и памятники науки. Сообщая о правлении арабского наместника в Средней Азии Кутейбы ибн Муслима, ал-Бируни писал: "И уничтожил Кутейба людей, которые хорошо знали хорезмийскую письменность, ведали их предания и обучали [наукам], существовашим у хорезмийцев, и подверг их всяким терзаниям... погубил хорезмийских писцов, убил священнослужителей и сжег их книги и свитки" [5, с. 48].

Постепенно на всей территории арабского халифата под совместным влиянием поощрения и принуждения большинство населения приняло ислам. Этому способствовал эклектический характер ислама, влючающего элементы христианства, иудаизма, политеизма. Возникновение централизованного государства, объединение ранее разрозненных областей в единую систему на новой феодальной основе и быстрый рост экономики создали благоприятные условия для развития культуры и науки. Объединенные политически и экономически, связанные единством религии и языка (арабский язык стал не только государственным языком, но и языком науки и культуры), народы стран Ближнего и Среднего Востока получили возможность свободного обмена духовными ценностями. Арабский язык, оставаясь единственным литературным языком и языком науки всех исламизированных народов, способствовал их сближению и возникновению комплекса своеобразных родственных культур, который принято называть мусульманской культурой, а период ее расцвета — мусульманским ренессансом. Для этого имелась благоприятная почва, подготовленная эллинизмом. Новое культурное единство в какой-то мере продолжило в совершенно новых условиях традиции эллинизма, а арабский язык в значительной степени сыграл ту же роль, что некогда греческий.

Это единство не распалось с расколом Халифата на множество враждовавших государств и появлением нового литературного языка (фарси-дари) в Иране и Средней Азии. Арабский язык был принят в сфере науки, светской и религиозной.

Особенно большое значение имели в сфере мусульманской культуры научные достижения. Ученые Халифата соединяли в своих трудах, с одной стороны, научное наследие эллинизма и местную научную традицию, а с другой — достижения индийской науки, прежде недоступные большинству из них.

Существует проблема разграничения этой мусульманской культуры с одновременной с ней иранской и среднеазиатской. И здесь такой критерий, как язык, теряет смысл, так как именно арабский (и в значительно меньшей степени фарси) оставался языком науки для всех народов, принявших ислам. Поэтому труды среднеазиатских ученых, написанные по-арабски, бесспорно являются достоянием соответствующих национальных культур. Особенно трудно провести такое разграничение в естественных науках, исследующих объективные явления, не зависящие от языковой среды и этнического самосознания [14, с. 6].

(Подобное явление возникло и в средневековой Европе, но там было проще, латынь была этнически нейтральна).

За короткий промежуток времени на территории Халифата возникло большое число научных центров. В городах строились обсерватории, при дворцах, мечетях, и медресе создавались библиотеки. Важную роль в процессе передачи научных знаний играла торговля, как внутренняя, в пределах Халифата, так и международная. Арабы торговали с Индией и Китаем, Византией и Русью, со всеми территориями бассейна Средиземного моря, поднимались вверх по Волге, достигали побережья Балтийского моря, проникали, в Центральную Африку, совершали плавания вдоль западного побережья Африки, на Мадагаскар. Посольства халифов были и при дворе китайских императоров, и при дворе Карла Великого.

Первым научным центром Халифата стал Багдад. В конце VIII — начале IX в. в Багдад стекались не только огромные материальные ценности в виде денежных и натуральных податей, взимавшихся с подчиненных земель, но и ценности духовного характера — прежде всего памятники древней и раннесредневековой письменности, ставшие объектом изучения, перевода и комментирования. В Багдад съезжались и ученые из разных областей Халифата, ибо судьба ученого в феодальную эпоху всегда была связана с двором правителя: только там он мог получить и материалы, и необходимые инструменты, и другие условия для работы, не говоря уже о средствах к существованию.

В Багдаде было сосредоточено большое число ученых, переводчиков и переписчиков из разных стран, многие из которых были уроженцами Средней Азии и Ирана. Так, Ю. Рушка отмечал, что все ученые, вошедшие в список математиков и астрономов, составленный Г. Зутером [107], "почти исключительно уроженцы Хорасана, Трансоксании (междуречья Амударьи и Сырдарьи), Бактрии и Ферганы" [97, с. 127]. В городе была создана большая библиотека, которая непрерывно пополнялась рукописями научных трудов, главным образом, на греческом языке и преимущественно естественнонаучного и философского содержания. Некоторые рукописи были получены из враждебной Халифату Византии, частично в виде военных трофеев. Под покровительством халифа ал-Мамуна в Багдаде работала своеобразная академия — Дом мудрости (бейт ал-хикма), объединявшая целую группу ученых, в основном среднеазиатского происхождения.

То, что среднеазиатские ученые оказались сосредоточенными в эту эпоху в Багдаде, не случайность. В 809 г. будущий халиф ал-Мамун стал наместником своего брата халифа ал-Амина в Мерве. С 809 по 818 г. он привлек к своему двору ведущих среднеазиатских ученых, которые впоследствии переехали с ним в Багдад. Прибыв в Багдад, ал-Мамун начал с активизации и расширения деятельности Дома мудрости. Существует мнение, что этот центр научной (в том числе и переводческой) деятельности основал ал-Мамун. Но это мнение ошибочно. Дом мудрости был создан еще при Харуне ар-Рашиде, но спорадическое появление арабских переводов и обработок отдельных памятников греческой, иранской и индийской науки характерно и для более раннего периода [17, с. 28]. Так, уже к середине VIII в. ат-Тамими перевел с пехлеви на арабский "Шахский зидж", составленный при последнем сасанидском царе Иездигерде III (632—651). К середине VIII в. восходит самая ранняя арабская обработка астрономических таблиц индийского астронома Брахмагупты — "Зидж ал-Арканд", а при халифе ал-Мансуре в 70-х годах VIII в. появился перевод всего астрономического свода Брахмагупты, выполненный Ибрахимом ал-Фазари, и трактат Якуба ибн Тарика. Ко времени ал-Мансура относится и деятельность знаменитого переводчика и алхимика Джабира ибн-Хайяна (ок. 721 — ок. 815), автора комментариев к "Началам" Евклида и "Алмагесту"[1] Птолемея [104, т. 5, с. 105; т. 6, с. 90, 134].

После создания Дома мудрости переводчики были объединены и административно.

При ал-Мамуне деятельность Дома мудрости, заглохшая почти при ал-Амине, получила огромный размах, став по тому значению, которое ей придавалось, делом государственной важности. В огромном количестве доставлялись книги из Византии, которые в мирное время получали путем обмена, а во время войны захватывали в качестве трофеев. Рос штат переводчиков и повышалось их мастерство. Но самое главное — произошел переход от простого перевода к научной обработке и комменти-

---

[1] "Альмагест" — средневековое европейское искажение арабского слова "ал-маджисти", в свою очередь, искажения греческого названия труда Птоломея "Megiste syntaxis" — "Величайшая система".

рованию античных авторов, а затем к следующему этапу — созданию оригинальных научных трудов. Дом мудрости стал своеобразным центром научных исследований в области естественных наук во главе с великим среднеазиатским ученым-энциклопедистом ал-Хорезми.

В IX в. при Доме мудрости трудились переводчики разных поколений. Старейший из них — ал-Хаджадж — дважды перевел "Начала" Евклида ("Харунов" и Мамунов" переводы). Ему же принадлежит перевод непосредственно с греческого "Альмагеста" Птолемея. Крупнейший переводчик Хунайн ибн Исхак (ок. 808 — ок. 873) перевел более ста сочинений, в том числе "Тимея" Платона, "Метафизику" Аристотеля, "Сферики" Менелая и Феодосия. Известен он и как автор оригинальных сочинений по медицине.

К эпохе Мамуна относится начало переводческой деятельности крупнейших ученых средневекового Востока Косты ибн Луки ал-Ба'албакки (820—912) и Сабита ибн Корры (ок. 836—901). Об их оригинальных сочинениях мы упомянем ниже. Что же касается их переводческой деятельности, то Коста ибн Лука прославился как переводчик "Начал" Евклида, "Арифметики" Диофанта, "Механики" Герона, "Сферики" Феодосия, комментариев Александра Афродисийского и Филопона к "Физике" Аристотеля, трудов Аристарха, Автолика и др. Сабиту ибн Корре принадлежат переводы целого ряда классическийх сочинений античных авторов, в частности некоторых трактатов Архимеда, и "Конических сечений" Аполлония, которые сохранились только в его переводах на арабский язык.

При Доме мудрости сложилась большая группа астрономов, многие из которых прибыли с ал-Мамуном из Мерва. В ее состав вошли такие крупные астрономы, как упомянутый выше ал-Хорезми, Яхья ибн Аби Мансур, Синд ибн Али, Хабаш ал-Хасиб ал-Марвази, Халид ибн Абд ал-Малик ал-Мерверруди, Абу-л Аббас ал-Джухари, Ахмад ибн Муххамед ибн Касир ал-Фаргани, Али ибн Иса ал-Астурлаби. Они основали, а затем возглавили стационарные обсерватории на мусульманском Востоке. Первая из них была открыта в Багдаде в квартале аш-Шаммасийа не позднее 828 г. Ее организацию и руководство ал-Мамун поручил уроженцу Мерва Яхье ибн Аби Мансуру (ум. в 830 г.), участнику кружка Мамуна в Мерве. На этой обсерватории, по сообщению ал-Бируни, был проведен целый ряд наблюдений, связанных с вычислением наклона эклиптики (Яхья получил значение $\varepsilon = 23°33'$), предпринятых впервые после Птолемея.

Вторая обсерватория была построена около 831 г. на горе Касийун близ монастыря Дайр Мурран в окрестностях Дамаска. Она подчинялась обсерватории в аш-Шаммасийи. После смерти Яхьи обе обсерватории возглавил еще один участник мервского кружка — ал-Мерверруди, который получил в Касийунской обсерватории значение наклона эклиптики $\varepsilon = 23°33'57''$ [7, с. 125]. В числе ближайших сотрудников Яхьи источники упоминают Синда ибн Али и ал-Астурлаби, которым было поручено изготовление инструментов для обеих обсерваторий. Эта группа ученых возглавила экспедицию в пустыню близ Синджара (Ирак) для определения величины градуса меридиана [7, с. 211—213].

Мервские астрономы не только занимались исследовательской деятельностью, но и, если пользоваться современной терминологией, готовили научные кадры. Ал-Мерверруди, например, воспитал нескольких астрономов и среди них своих сына и внука. Учеником Хабаша ал-Хасиба был Мухаммад ибн Абд-аллах ибн Омар ибн ал-Вазийар, автор нескольких астрономических сочинений.

Известные ученые IX в., братья Бану Муса, речь о которых неоднократно пойдет ниже, были обязаны своим образованием хорасанским ученым. После смерти их отца Мусы ибн Шакира халиф ал-Мамун прикрепил его малолетних сыновей к Дому мудрости и поручил их обучение наукам Яхье ибн Аби Мансуру.

В процессе последующего освобождения отдельных областей Средней Азии от власти Халифата, начавшемся с середины IX в., в столицах новых государств формируются новые самостоятельные культурные и научные центры. Это прежде всего центры хорезмшахов в Кяте и Ургенче, Тахиридов и Сельджукидов в Мерве, Саманидов в Бухаре, Тимуридов в Самарканде, хорасанские научные центры в Нишапуре, Рее, Исфахане и др. В Рее, Исфахане и Газне работал известный математик и астроном ан-Насави (ум. ок. 1030 г), уроженец хорасанского города Нисы, в Рее — один крупнейших математиков и астрономов мусульманского средневековья ал-Худжанди (ум. ок. 1000 г.). На территории Хорасана родились и работали Кушьяр ибн Лаббан ал-Джили (ок. 971—1024) и Абу-л-Вафа ал-Бузджани (940—998), авторы фундаментальных трудов по математике и астрономии, о которых речь пойдет ниже. В Гургане и

Газне трудился один из крупнейших ученых-энциклопедистов средневекового Востока ал-Бируни (973—1051). В начале XI в. в Бухаре и Рее работал другой великий ученый восточного средневековья Абу Али ибн Сина (980—1037). Все они были ближайшими предшественниками Омара Хайяма, деятельность которого протекала в основном при дворе сельджукских султанов.

В 1074 г. по распоряжению Малик-Шаха в Исфахане была построена обсерватория, куда для руководства работой по реформе календаря был приглашен Омар Хайям. Вместе с Хайямом здесь трудились астрономы Абу-л-Музаффар ал-Исфизари, Маймун ибн Наджиб ал-Васити и другие. Обсерватория в Исфахане существовала до смерти Малик-шаха в 1092 г. Хайям и его ученик Абу-л-Хашим Музаффар ал-Исфизари, сын астронома, работавшего вместе с Хайямом на Исфаханской обсерватории, были непосредственными учителями ал-Хазини.

Физико-математические науки в Хорасане

Классический период развития науки в странах ислама в средние века (IX—XV вв.) был ознаменован расцветом физико-математических наук, и в первую очередь математики, механики и астрономии.

Это в значительной степени объясняется тем, что существование непрочных государственных образований, возникавших на всей территории от Пиренейского полуострова до Индии, обеспечивалось созданием, системы искусственного орошения, включающего строительство каналов, ирригационных сооружений, дворцов и храмов, международной торговлей, дорожным строительством, развитием ремесел и т.д. Экономическая ситуация способствовала развитию математики, в особенности вычислительной, механики как основы строительной техники в широком смысле, теории взвешивания, теории плавания тел и др., астрономии как теоретической основы для предсказания и объяснения небесных явлений, составления календаря. Эти и другие задачи требовали сложных расчетов. Естественно поэтому, что на первый план выступили проблемы вычислительного характера. Самых значительных успехов средневековые восточные ученые достигли именно в этой области. Однако существенные результаты были получены и в чисто теоретических разделах этих дисциплин.

Математика этого периода сложилась на основе синтеза достижений греческой и индийской науки с местной традицией, уходившей корнями в древневавилонскую научную традицию.

В античной математике были осуществлены систематизация и абстрагирование геометрических понятий, положено начало аксиоматическим построениям. В трудах греческих математиков получили развитие наука о числе, теория иррациональностей и теория отношений, создана геометрическая алгебра и на ее основе учение об уравнениях второй степени. При помощи теории конических сечений решались отдельные виды уравнений третьей степени, был выделен класс инфинитезимальных проблем, для решения которых разрабатывались методы изучения бесконечных процессов, непрерывности, предельных переходов. В позднеэллинистическую эпоху начинается развитие числовой алгебры, вычислительной геометрии и, что очень существенно, сферической тригонометрии. К этому же времени относится появление первых тригонометрических таблиц.

Индийская математика достигла значительного уровня прежде всего в области арифметики. Была создана десятичная позиционная система счисления с применением нуля. В индийской алгебре (в отличие от греческой) на равных правах с рациональными применялись иррациональные величины и отрицательные числа.

Однако, возникнув на этой основе, и математика, и механика, и астрономия развивались принципиально иным образом, обусловленным, как уже говорилось, требованиями иной эпохи, которые вызвали разработку совершенно новых областей. В математике, например, это возникновение тригонометрии как самостоятельной науки, вычислительно-алгоритмические методы, в механике, — теория удельного веса, весов и взвешивания, в астрономии — новые принципы моделирования движений небесных тел и изящные вычислительные методы для получения параметров этих движений. Развитие вычислительно-алгоритмического направления в характерном для него практическом аспекте сочеталось со стремлением к логической завершенности в духе греческих дедуктивных методов. Этим объясняется усиленное внимание к переводу и комментированию греческих сочинений по математике, механике и астрономии. Почти все крупнейшие ученые указанного периода были переводчиками, комментаторами и "обработчиками" сочинений Евклида, Архимеда, Аполлония, Птолемея, Герона. Освоение античного наследия позволило значительно поднять теоретический уровень разработки вычислительно-алгоритмических проблем. Там, где индийские ученые формулировали конкретное расчетное правило, ученые стран ислама создавали строгие теории. Греческое влияние сказалось и на стиле сочинений, в которых существенное внимание уделялось строгости доказательства и полноте изложения.

Математики этого периода внесли существенный вклад в развитие арифметики в широком смысле слова, практической и теоретической, от задач коммерческого характера до разработки теории отношений и теории иррациональностей, приведшей к расширению понятия числа.

Труды математиков сыграли важную роль в распространении индийской десятичной и создании единой шестидесятиричной системы счисления для целых и дробей ("счета астрономов"), разработке арифметики дробей и методов извлечения корней с любым натуральным показателем. Комментирование "Начал" Евклида послужило поводом к обсуждению основ математики, а попытки доказательства пятого постулата — к разработке теории параллельных. Значительное развитие получили теория конических сечений и теория геометрических преобразований в ее теоретическом и практическом аспектах. Стереографическая и другие проекции, например, широко использовались при изготовлении астролябий.

Чрезвычайно велика роль математиков указанного периода в создании алгебры как самостоятельной научной дисциплины, в классификации и разработке приемов решения уравнений второй степени (ал-Хорезми). На основе античной теории конических сечений была создана геометрическая теория уравнений третьей степени (Хайям). И, наконец, самостоятельной научной дисциплиной стала плоская и сферическая тригонометрия.

Были введены все шесть тригонометрических линий в круге: синус и "стрела", или "обращенный синус". (Косинус самостоятельного значения не имел. Он рассматривался как функция, точнее линия для дополнения данной дуги до 90°.). Уже в IX в. были введены тангенс и котангенс ("обращенная и плоская тени"). Это название связано с тем, что первоначально котангенс был линией не в круге, а в "треугольнике тени". Это тень от установленного на земле вертикального шеста—гномона, а тангенс — тень от горизонтального шеста на вертикальной стене. Как линии в тригонометрическом круге они были истолкованы позже, и тогда их стали называть первой и второй "тенями". Секанс и косеканс тоже первоначально рассматривались как линии в "треугольнике тени", а именно как диагонали прямоугольников, построенных на "тенях", и лишь затем были истолкованы как отрезки диаметра тригонометрического круга и стали называться первым и вторым диаметрами. В X—XI вв. ал-Бируни и Абу-л-Вафа уже рассматривали все шесть тригонометрических линий единообразно в круге единичного радиуса, так, как это принято в настоящее время.

В трактатах IX—XI вв. были установлены основные зависимости между тригонометрическими функциями и даны решения плоских и сферических треугольников. Сферическая теорема синусов $\sin a / \sin A = \sin b / \sin B = \sin c / \sin C$ в общем виде была доказана одновременно двумя учеными: Ибн Ираком и Абу-л-Вафой, ал-Бируни доказал в общем виде плоскую теорему синусов $\sin A / a = \sin B / b = \sin C / c$.

Иначе обстояло дело с теоремой косинусов сферической тригонометрии $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. В общем виде этой теоремы математики средневекового Востока не знали. Для нахождения угла треугольника по трем сторонам или стороны по двум другим и углу между ними они пользовались правилами, сводящимися к этому соотношению. Эти правила встречаются уже в IX в. у Сабита ибн Корры при определении высоты Солнца по его склонению, часовому углу и широте местности. В X—XI вв. они широко применяются в разнообразных задачах сферической астрономии и математической географии. Путь, который приводил к этим правилам, либо сводился к методам ортогонального проектирования сферы на плоскость, либо к разбиению произвольного сферического треугольника на два прямоугольных, решение которых было известно еще Птолемею. В общем виде теорема косинусов была сформулирована и доказана только в XV в. Региомонтаном, который пришел к этому после изучения трудов ал-Баттани, в связи с чем назвал ее "теоремой Албатегния".

Наконец, в XIII в. ат-Туси дал классификацию прямоугольных и косоугольных сферических треугольников и алгоритмы решений всех типовых задач. Тем самым тригонометрия стала наукой о решении треугольников.

Очень важный итог деятельности ученых IX—XV вв. — разработка приемов вычисления тригонометрических функций, обеспечивающих высокую степень точности при составлении тригонометрических таблиц.

Ученые средневекового Востока отправлялись от "таблицы хорд" Птолемея. Метод составления таблиц синусов основан на определении значений хорды и синуса 1°, которые можно было получить несколькими способами: либо последовательно вычисляя хорды 90°, 60°, 45°, 30° и т.д. как стороны вписанных в круг правильных многоугольников, либо интерполяционными и итерационными приемами, либо с помощью трисекции угла и других методов, сводящихся к решению кубических уравнений. Таблица синусов Абу-л-Вафы и ал-Бируни составлена через 15' аргумента с четырьмя шестидесятиричными знаками, таблица "теней" — через 1° аргумента. Они снабжены правилами "определения" и "уточнения определения" с помощью "разностей" и "поправок", т.е. нахождения табличного значения искомой функции с помощью интерполяции. Наиболее точные тригонометрические таблицы составлены в XV в. учеными Самаркандской обсерватории.

IX—XV вв. были и периодом расцвета механики, на которой еще больше, чем на математике, сказалось влияние античного научного наследия. В механике этого периода можно выделить три основные ее области, имеющие аналоги в современной механике: статику, динамику и кинематику.

Статика складывалась из двух первоначально мало связанных друг с другом направлений, восходящих к античной науке. С одной стороны, это "илм ал-хийал", "наука об искусных устройствах" или приспособлениях, буквальный перевод античного термина μηχανίκη' (искусный). Под этим понималось, во-первых, "искусство" изготовления простых машин и механизмов, позволяющих посредством сравнительно небольшой силы перемещать значительные тяжести, в том числе и механизмов для поднятия воды в ирригационных сооружениях, и, во-вторых, вообще "искусство" изготовления "хитроумных" устройств типа автоматов, фонтанов и других "чудес". С другой стороны, к статике можно отнести "искусство взвешивания", т.е. учение о весах и взвешивании, которое вместе с арифметикой ("искусством счета") восходит к античной традиции. "Наука взвешивать" положила начало теоретической статике средневекового Востока. Ее предметом были понятия центра тяжести, основной закон рычага, проблемы гидростатики. Это направление восходит к архимедовской традиции. В основе трактатов авторов этого направления — глубокое знакомство с сочинениями Архимеда.

Что касается "илм ал-хийал", т.е. технической или практической механики того времени, то она опиралась на сочинения Герона и "Механические проблемы" псевдо-Аристотеля, "Пневматику" Филона Византийского и ремесленную традицию позднеэллинистического периода.

В VIII—IX вв. в Багдаде и других научных центрах халифата активно переводились и комментировались труды античных авторов по механике. Переводчиком Архимеда был Сабит ибн Корра. Именно в его переводе дошли до нас сочинения Архимеда, не сохранившиеся в греческом оригинале. Только в арабском переводе сирийца Косты ибн Луки (IX в.) сохранилась "Механика" Герона, только в арабском переводе известна "Пневматика" Филона.

Переводы и комментирование Архимеда и Герона послужили начальным этапом сложения средневековой статики. "Механические проблемы" и "Механика" Герона лежат в основе механических глав "Книги знания" Ибн Сины и его трактата о простых машинах, "Книги о механике" братьев Бану Муса (IX в.). Эллинистическая традиция продолжается в цикле трактатов о карастуне — неравноплечих весах. Наиболее известный из них — "Книга о карастуне" Сабита ибн Корры, переведенная впоследствии на латинский язык и широко известная в средневековой Европе. Комментирование трудов Архимеда по гидростатике послужило отправным пунктом развития теории весов и взвешивания, а также разработки методов определения удельного веса. Раздел о механике в смысле "илм ал-хийал" входил в состав большинства средневековых научных энциклопедий. В статике и гидростатике в связи с развитием теории весов и взвешивания большое значение приобрели вычислительные методы.

То, что мы называем динамикой этого периода, представляло собой, особенно на первом этапе, дальнейшее развитие чисто теоретической, общефилософской античной традиции — учения о пространстве и времени, материи и ее структуре, движении и его источнике, основой которого было комментирование и обработка сочинений античных авторов, главным образом Аристотеля. В центре внимания ученых были категории "рода", "вида", "места" как элемента объемлющей тело материальной среды (в том числе и "естественного места", которым для тяжелых тел считается центр Земли, а для легких — самая легкая из четырех "стихий" — огонь, т.е. окружающая Землю огненная сфера). К античной традиции восходит и представление о "стремлении" тел к "месту", "естественном" и "насильственном", а также о "естественном" и "насильственном" движении, источник которого в первом случае предполагался внутри самого тела, а во втором — вне его. Важное значение в этом комментировании придавалось проблеме "передачи движения".

Эта "подготовительная деятельность" породила целую серию оригинальных трактатов, посвященных вопросам причины и сущности движения, а также специальных разделов в сочинениях философского характера. Впрочем, эти проблемы затрагивались и в сочинениях собственно механического характера, чаще всего в трактатах по статике.

Обращаясь к анализу источников, можно выделить несколько узловых вопросов динамики того времени. Это проблема существования пустоты и возможности движения в пустоте, характера движения в "наполненных" средах с учетом их сопротивления, источника и механизма передачи движения, свободного падения и движения тел, брошенных под углом к горизонту. Это понятия силы и тяжести и т.д. Комментирование и обработка античных авторов явились тем фундаментом, на котором сложилась впоследствии в Западной Европе теория импетуса.

Зачатки этой теории в виде представления о "движущей силе", сообщаемой телу независимо от среды, в которой оно движется, и поддерживающей движение, когда оно отделено от источника движения, были еще у александрийского ученого VI в. Иоанна Филопона, а затем развиты багдадским ученым Яхьей ибн ал-Ади (X в.). Влияние теории "движущей силы" сказалось на многочисленных сочинениях, посвященных различным разделам механики (Ибн Сины, ал-Багдади, ал-Битруджи, Ибн Баджжи и др.). Она оказала существенное влияние на формирование соответствующих понятий в механике средневековой Европы. В числе комментаторов Аристотеля были и такие крупнейшие ученые, как ал-Бируни и Ибн Сина, а из более поздних комментаторов широко известен продолжатель традиции Ибн Сины испано-арабский ученый Ибн Рушд (Аверроэс), наиболее ортодоксальный сторонник аристотелевской теории. Существенное влияние на формирование этих представлений в Западной Европе оказала продолжительная дискуссия между Аверроэсом и другим испано-арабским ученым XII в. — Ибн Баджжи (Авемпасом), отправной точкой которой также было комментирование "Физики" Аристотеля. Большое значение в истории средневековой механики имела и научная переписка ал-Бируни и Ибн Сины.

Особое развитие в этот период получила астрономия, которая была наиболее развитой физико-математической дисциплиной в странах Ближнего и Среднего Востока. Центральное место в астрономических исследованиях занимали теория и практика календарных расчетов, определение времени, астрономического и гражданского, в частности времени молитв, дат постов, праздников и т.д., а также описание движений небесных тел (то, что сейчас в значительной степени условно называют "небесной кинематикой"). В основе большинства астрономичеких трактатов изучаемого периода лежат данные наблюдений движений небесных тел с помощью конструкций, авторами которых во многих случаях были сами астрономы-наблюдатели, и разработка кинематико-геометрических моделей их движений в значительной степени по образцу "Алмагеста". В некоторых сочинениях трактовались и "физические" предпосылки этого движения. Не менее важной была и проблема составления звездных каталогов. На данных астрономических наблюдений были основаны методы определения географических координат пунктов "обитаемой четверти Земли" (термин, принятый в географических сочинениях средневекового Востока), стран света и весьма важного для любого мусульманина (в частности, при строительстве мечетей), определения направления на Мекку (так называемого азимута кыблы). Не последнюю роль в развитии астрономии играло использование астрономических наблюдений и вычислительных методов для астрологических предсказаний.

В описании движений небесных тел астрономы исходили главным образом из кинематико-геометрических моделей Гиппарха—Птолемея, в основе которых лежит гипотеза эксцентра — эпицикла.

Еще древние астрономы обнаружили неравномерность движения светил на небесной сфере. Но эту видимую неравномерность надо было согласовать с основным принципом античной натурфилософии: в "надлунном" мире возможны только "совершенные" движения: равномерные и круговые. Еще греческий математик Аполлоний (III—II вв. до н.э.) объяснил видимую неравномерность этих движений, не вступая в противоречие с этим принципом. Аполлоний предположил, что светила совершают равномерные круговые движения не вокруг центра Мира— центра Земли, где предполагается наблюдатель, а вокруг некоторой смещенной относительно него точки (центра эксцентра). Поэтому для наблюдателя такое движение будет казаться быстрее на отрезке эксцентрической орбиты более близком к нему, и медленнее на противоположном ему отрезке.

Эта гипотеза лежит в основе эксцентрической модели движения Солнца, восходящей к Гиппарху (II в. до н.э.). Согласно Гиппарху, неравномерность движения Солнца M по эклиптике с центром в точке O объясняется тем, что оно движется равномерно по эксцентру с центром в O_1, а наблюдается из точки O. "Истинное движение", т.е. истинная долгота Солнца λ, отсчитываемая от апогея A складывается из его "среднего" (равномерного) движения по эксцентру (средней долготы $\bar{\lambda}$) и поправки (неравенства) θ, которая в средневековых таблицах называется "уравнением центра": $\lambda = \bar{\lambda} \pm \theta\ (t)$.

Для объяснения неравномерного движения Луны была разработана эквивалентная эксцентрической эпициклическая модель, согласно которой светило M движется по малому кругу — эпициклу с центром C, который, в свою очередь, равномерно перемещается по большому кругу — деференту — с центром O_1. В этом простейшем случае деферент совпадает с орбитой видимого движения светила. Центр эпицикла и Луна по эпициклу движутся в противоположных направлениях. Результирующее движение складывается, таким образом, из двух круговых: Луны по эпициклу и эпицикла по деференту. Неравномерность движения Луны следует из ее различных положений на эпицикле при движении его по деференту. Теория Гиппарха дошла до нас только в изложении Птолемея, в его "Альмагесте". Теория движения планет и сложная модель движения Луны, очевидно, принадлежат самому Птолемею.

Но если движение Солнца можно было достаточно удовлетворительно объяснить с помощью одной из этих простых моделей, то с Луной дело обстояло сложнее. С помощью этих моделей можно было объяснить только одно неравенство Луны, если считать диаметр ее эпицикла неизменным, в то время как согласно данным наблюдений надо было предположить, что его величина изменяется. Для устранения этого противоречия Птолемей предложил "сложную" модель: сочетание "подвижного эксцентра" с усложненной эпициклической схемой.

Он предположил, что центр деферента Луны не неподвижен, а совершает движение по некоему малому кругу, вследствие чего его плоскость непрерывно меняет свое положение в пространстве. Поэтому центр эпицикла все время оказывается на разных расстояниях от центра деферента. В соответствии с этой моделью неравенство Луны уже рассматривалось как функция двух аргументов.

Птолемеевская теория движения планет исходит из той же гипотезы эксцентра — эпицикла, но содержит некоторые дополнительные предположения и построения. Согласно этой модели центр эпицикла планеты движется равномерно, но не вокруг центра деферента, а вокруг точки, расположенной на диаметре AP посредине между точкой наблюдения O и центром эксцентра O_1, называемой эквантом. Эта гипотеза получила название теории биссекции или равного деления эксцентриситета OO_1. Такая модель исходит из наличия трех орбит: эксцентра, связанного с движением самой планеты, экванта — круга равномерного движения и эклиптики — деферента, по которому отсчитывается долгота планеты. Движение планеты по эксцентру для наблюдателя в O неравномерно, так как с постоянной угловой скоростью вращается не радиус эксцентра O_1M, а прямая, соединяющая центр эпицикла с эквантом. Истинная долгота планеты λ в этой схеме также функция двух аргументов.

Характерная особенность геоцентрической системы Птолемея состоит в том, что ее легко представить в виде обращения гелиоцентрической, если предположить, что все планеты движутся по круговым орбитам с общим центром в Солнце и все планетные орбиты лежат в одной плоскости. Таким образом, вопрос сводится к удобству вычислительных операций — вычислять ли сразу гелиоцентрические координаты или сначала провести это обращение, а затем действовать в геоцентрической системе, пользуясь "численным скелетом" древней теории.

Моделирование движений светил в средневековой астрономии Ближнего и Среднего Востока ведет свое начало от перевода, комментирования и обработок "Альмагеста", пяти индийских классических астрономических сочинений (сиддхант и трудов ученых V—VII вв. — Ариабхаты, Брахмагупты, Бхаскары I и др.), а также (на территории Средней Азии, Ирана и прилегающих к ним областей) местной астрономической традиции доисламского периода. Наиболее ранние трактаты (VIII—IX вв.) следуют главным образом индийской традиции, более поздние (X в.) — преимущественно греческой, а с XI—XII вв. представляют собой самостоятельные исследования, основной задачей которых на первом этапе было уточнение параметров "Альмагеста" и попытки устранения противоречий в моделях Птолемея, а затем и построение новых моделей и теорий.

Основная масса астрономические источников рассматриваемого периода — зиджи, собрания тригонометрических и астрономических таблиц, а также решения задач практической астрономии, которым обычно предшествует более или менее краткое теоретическое введение, содержащее описание картины Мира и необходимые сведения из математики, главным образом тригонометрии, и сферической астрономии. Основное содержание зиджей составляли календарные, тригонометрические, сферико-астрономические и географические таблицы, а также таблицы движения Солнца, Луны и планет. Функциональные зависимости в зиджах обычно заданы в табличной и словесной форме. Словесные правила часто сопровождают и поясняют таблицы, но встречаются и сами по себе, так как число таблиц в зиджах обычно много меньше числа вводимых функций. Правила часто сопровождаются геометрическими доказательствами. Таблицы вычислены в шестидесятиричной системе.

Все вводимые в зиджах функции можно разбить на три основные группы: тригонометрические, сферической астрономии, описывающие движение светил на небесной сфере. Наиболее важные из них табулированы. Из первой группы функций обычно табулировались синус и котангенс (буквально — "вторая тень", или "плоская тень"[2]). Иногда таблица синусов сопровождается таблицей "обращенного синуса". В состав зиджей обязательно входит " уравнение дня" — разность восхождений Солнца на данной широте и на экваторе и "уравнение времени", т.е. разность между средним и истинным солнечным временем. Из функций третьей группы всегда табулируются солнечное неравенство (уравнение центра), средняя и истинная долгота Солнца, долгота солнечного апогея. Почти все зиджи содержат таблицы широт и долгот Луны и пяти планет, таблицы параллакса Луны по долготе и широте, а для солнечных и лунных затмений таблицы скоростей Солнца и Луны в сизигиях. Кроме этого, иногда табулируются величины затемненной части диска светила и время его погружения в темноту.

Далеко не всегда зиджи содержат теоретические положения и доказательства, но во всех случаях сами таблицы как результат наблюдений и теоретической обработки данных этих наблюдений позволяют реконструировать и геометрическую модель движения, и математические приемы, применявшиеся при получении числового выражения для параметров этих моделей.

Значительная часть зиджей составлена по образцу или под непосредственным влиянием "Альмагеста", который был переведен на арабский язык в IX в. (первые переводы были сделаны Сахлем ат-Табари (IX в.) и ал-Хаджжаджем (VIII—IX в.). К этому же времени относится появление первых комментариев к "Альмагесту".

Но еще раньше, в VIII в., появились переводы индийских сиддхант. Первый из них под названием "Большой Синдхинд"[3], принадлежит Ибрагиму ал-Фазари (ум. ок. 800 г.), сыну Ибрагима ал-Фазари (ум. ок. 777 г.) — одного из известных астрономов и конструкторов астрономических инструментов, работавших в багдадском "Доме мудрости" при халифе ал-Мамуне. Поэтому большая группа зиджей,

---

[2] В отличие от первой, или "обращенной", тени, т.е. тангенса. В терминах для тангенса и котангенса четко прослеживается их связь с понятиями гномоники.

[3] "Синдхинд" — искаженное "сиддханта" под влиянием арабского названия Индии — Хинд. Методы, применявшиеся в сиддхантах, арабские астрономы называли "приемом Синдхинд".

особенно наиболее ранних по времени, несет на себе непосредственные следы индийского влияния.

Но кроме индийского влияния на многих из этих сочинений, также преимущественно ранних по времени, сказалось влияние домусульманских астрономических и астрологических сочинений сасанидского Ирана. В пользу этого говорят многочисленные константы и методы вычислений в трактатах арабоязычных авторов, а также непосредственные ссылки на них, встречающиеся у ал-Хорезми и Абу-Машара (IX в.), христианского астронома ранних Аббасидов Ибн Хибинты (X в.). На так называемый Шах-и-зидж, наиболее крупное сочинение такого рода, составленное при сасанидском правителе Хосрове I (VI в.) и написанное на пахлави (среднеперсидском), часто ссылается ал-Бируни. На этих сочинениях существенно сказалось и обратное индийское влияние, и, кроме того, отчасти с запада в них проникли и греческие допто-лемеевские методы.

Кроме этого, известно большое количество так называемых малых трактатов, посвященных отдельным проблемам астрономии этого периода, и значительное число сочинений об астрономических инструментах.

Ал-Хазини не был автором специальных трудов по математике. (Возможно, они просто не сохранились, во всяком случае, они не упоминаются в биобиблиографических словарях средневековых авторов.) Но о глубоком знакомстве с предметом и его актуальными проблемами можно судить по тем сочинениям, которые до нас дошли. Он — автор двух астрономических сочинений: зиджа и специального трактата об астрономических инструментах, а кроме того, отдельных астрономических таблиц. В механике же ему принадлежит фундаментальное сочинение, обобщившее, по сути дела, всю совокупность результатов античных и средневековых ученых в этой области, полученных вплоть до XII в.

Жизнь и творчество ал-Хазини

Биографические сведения

Бóльшую часть своей жизни ал-Хазини жил и работал при дворе султана Санджара. Период его творческой деятельности невелик: он охватывает около пятнадцати лет (1115—1131). Биографические сведения о нем весьма скудны. Отрывочные данные сообщают автор средневекового биобиблиографического словаря ученых, известный историк XII в. Байхаки [88, 116], историк конца XII в. Шахразури [70, с. 350], автор знаменитой космографии XIII в. ал-Казвини [93], который воспроизвел в этой космографии одну из таблиц, вычисленных и составленных ал-Хазини (см. с. 39). Упоминает его автор более позднего (XVI в.) и широко известного биобиблиографического словаря ученых Хаджжи Халифа [69 т. 3, с. 564]. Некоторые сведения (впрочем, не слишком правдоподобные) приводит известный астроном XIII в. аш-Ширази, хорасанец, работавший в Марагинской обсерватории Насир ад-Дина ат-Туси [99 с. 177]. Наиболее достоверны сведения Байхаки — современника (ум. 1169) ал-Хазини, который, возможно, был лично с ним знаком.

Даты жизни ал-Хазини точно неизвестны. Согласно источникам, он по происхождению византийский грек, принявший ислам. Ал-Хазини был рабом, а затем вольноотпущенником некоего Абу-л-Хусайна Али ибн Мухаммада ибн Исы ал-Хазина ал-Марвази (т.е. уроженца Мерва). Имя хозяина — ал-Хазин (казначей) — указывает на то, что деятельность его, вероятно, протекала при дворе правителя Мерва, сначала наместника, а потом султана. (Впрочем, переводчик Байхаки М. Мейергоф считает имя ал-Хазин производным от слова кази — духовный судья.) Само имя ал-Хазини указывает на связь с именем его патрона ал-Хазина.

Ал-Хазин дал своему рабу блестящее по тому времени философское и физико-математическое образование (видимо, он недолго оставался рабом). После этого ал-Хазини "достиг совершенства в науке геометрии". В дальнейшем он был математиком и астрономом при дворе Санджара.

Очевидно, деятельность ал-Хазини при дворе Санджара началась раньше, чем тот стал правителем сельджуков, еще тогда, когда он был наместником султана в Мерве. Над одним из основных своих трудов, посвященных Санджару — зиджем — ал-Хазини начал работать в 1115 г., а Санджар стал султаном в 1118 г., после раздела государства Сельджукидов. Вместе с тем вряд ли эта деятельность могла начаться много ранее. Дело в том что один из небольших трактатов, датированных 1115 г., ал-Хазини посвятил своему патрону. Это вряд ли было бы возможно, если он уже работал при дворе султана. Стало быть, 1115 г. можно считать началом его работы при дворе. Вероятно, ал-Хазини к этому времени успел завершить образование, написал трактат в честь своего патрона, а затем начал работать при дворе Санджара, куда его ввел патрон — казначей ал-Хазин. Все остальные его произведения посвящены Санджару. Для Санджара он составил и ему посвятил два своих фундаментальных сочинения: "Санджарский зидж", материалом для которого в значительной степени послужили его собственные наблюдения на обсерватории в Мерве, и "Книгу весов мудрости". Свои знаменитые "весы мудрости", теория, конструкция и описание которых послужили основой второго трактата, он изготовил для сокровищницы султана.

С того момента, как ал-Хазини попал в Мерв, он вряд ли выезжал оттуда и, вероятно, всю жизнь прожил в Мерве.

Источники рисуют его как аскета, который скромно одевался, скудно питался и вообще в быту довольствовался очень немногим. От всех подарков и вознаграждений ал-Хазини отказывался. Однажды он отослал назад присланную ему в дар тысячу динаров — огромную по тому времени сумму золотом. В другой раз он отказался от такого же вознаграждения, которое послал ему султан Санджар по случаю окончания посвященного ему зиджа. Ал-Хазини ответил, что десять динаров у него есть, а на жизнь ему достаточно трех динаров в год. Семьи у него нет, домашней живности — всего одна кошка. Поэтому в деньгах он не нуждается.

Все это время ал-Хазини, как уже говорилось, жил и работал в Мерве и, очевидно, вел свои астрономические наблюдения на созданной там обсерватории. Впрочем, прямых сведений об обсерватории в Мерве источники не содержат. Более того, Кутб ад-Дин аш-Ширази (1236—1311), знаменитый ученик Насир ад-Дина ат-Туси, утверждает, что ал-Хазини измерял наклон эклиптики в Исфахане, на обсерватории Омара Хайяма [100, с. 177]. Однако детальное изучение рукописи трактата аш-Ширази, в которой содержатся эти сведения, показало, что слово Исфахан добавлено при ее переписке. Исфаханская обсерватория и ее история были хорошо известны средневековым астрономам стран ислама в значительной степени благодаря календарной реформе Хайяма. Но зидж ал-Хазини содержит координаты нескольких десятков звезд для эпохи 530 г. хиджры (1135—1136 гг.) для широты Мерва. А это говорит в пользу стационарных наблюдений в Мерве (а не в Исфахане). Кроме того, как следует из материала зиджа, ал-Хазини сравнивал вычисленные и наблюдаемые значения параметров движения Солнца, Луны и планет, их положения во время соединений, противостояний, затмений и т.д. А для этого тоже были необходимы наблюдения в стационарных условиях. Поэтому мы имеем полное основание принять точку зрения известного историка астрономии Э.С. Кеннеди, что такая обсерватория существовала [73, с. 173] и, очевидно, была создана при непосредственном участии ал-Хазини, тем более что он был не только знатоком, но и конструктором превосходных для своего времени астрономических инструментов, о которых речь пойдет ниже.

Работал ал-Хазини, судя по косвенным данным источников, очень интенсивно. Ведь за "отпущенные" ему на научную деятельность 15—16 лет он написал несколько весьма трудоемких и насыщенных собственными результатами небольших трактатов и два фундаментальных сочинения — подлинные научные монографии.

Авторы, писавшие об ал-Хазини в разное время, неоднократно путали его с другими учеными: каирским астрономом и математиком X в. Ибн ал-Хайсамом, известным в Западной Европе под именем Алгазен (ниже мы еще один раз его упомянем), знаменитым математиком, астрономом и конструктором астрономических инструментов Абу Джафаром ал-Хазином (не путать с патроном ал-Хазини), багдадским астрономом XII в. Абу-л-Фатхом ал-Хазими [72, с. 75; 98, с. 178].

Аш-Ширази приводит весьма сомнительные сведения о том, что ал-Хазини проводил свои астрономические наблюдения в Исфахане под руководством Омара Хайяма как член коллектива Исфаханской обсерватории. Однако это плохо согласуется хронологически, хотя в своей научной деятельности он, безусловно, был продолжателем Хайяма.

Известно, что Хайям некоторое время жил и работал в Мерве. Возможно, что именно в период пребывания в Мерве он работал над своей конструкцией водных весов ("весами мудростей"). В это время могли состояться их научные контакты. Ал-Хазини упоминает об этой его работе: "[. . . В дни правления] победоносной династии, да укрепит ее Аллах Всевышний, проводил наблюдения имам Абу Хафс Омар ал-Хайями, который уточнил сказанное [о водных весах] и доказал истинность наблюдений [с их помощью] и действий с ними" [44, с. 20].

К этому же времени, очевидно, относится совместная работа с ближайшим учеником Хайяма, ал-Исфизари-младшим, автором первой конструкции универсальных водных весов, которую впоследствии усовершенствовал ал-Хазини.

Во что сообщает об этом сам ал-Хазини:

"Он добавил к ним две подвижные чаши, чтобы различать на [этих весах] две субстанции в сплаве и отметил на коромысле места, где находятся центры этих металлов для [их] изучения и исследования при определенной воде. Однако он не указал ни расстояний [этих центров] от оси . . . ни действий с весами, за исключением того, что привел их изображение и назвал их "весами мудрости" и ушел от нас . . . не успев усовершенствовать их и описать это" [44, с. 20].

В смысле деятельности в области конструирования водных весов ал-Асфизари можно считать непосредственным предшественником и учителем ал-Хазини. У самого ал-Хазини, по свидетельству Байхаки, было много учеников, но называет он только одного — ал-Хусайна ас-Самарканди.

Труды ал-Хазини

До недавнего времени ал-Хазини был известен как автор трех сочинений: астрономического трактата "Санджарский зидж" ("аз-зидж ас-Санджари"), "Трактата об астрономических инструментах" ("Рисала фи-л-алат") и трактата по механике "Книга весов мудрости" ("Китаб мизан ал-хикма").

В 80-х годах XX в. изыскания западно-германского историка астрономии Р. Лорха позволили обнаружить еще две его работы: небольшую астрономическую таблицу, которую поместил в своей космографии ал-Казвини [84] и трактат о вращающейся сфере, посвященной одному из специальных астрономических инструментов — сочетания модификации небесного глобуса с песочными часами [85]. Заметим, что и трактат об инструментах обнаружен тоже сравнительно недавно, только в 60-е годы.

Исследование их показало, что малые трактаты написаны раньше фундаментальных сочинений: трактат о вращающейся сфере — не позже 1115 г., к тому же времени предположительно относится составление указанной таблицы. Тактат об инструментах — тоже, очевидно, написан не позже, чем был составлен зидж.

Зидж был создан, по предположению исследователей, между 1115 и 1120 гг. Относительно "Книги весов мудрости" существует более точная дата: 515 год хиджры (1120—1121 гг.). На это указывает сам ал-Хазини: "Выполнил все и описал в этой книге в соответствии с тем, на что указывали древние . . . и излагали последующие в месяцы пятьсот пятнадцатого года хиджры почтенный шейх Саид Абд ар-Рахман ал-Хазини" [44, с. 15]. Оба сочинения посвящены султану Санджару.

Таким образом, фундаментальным сочинениям ал-Хазини предшествовал цикл исследований и публикации по отдельным проблемам, обобщенных затем в специальных монографиях.

Итак, от научного наследия ал-Хазини сохранилось немного: всего пять сочинений. Правда, три из них обнаружены совсем недавно, и можно предполагать, что это еще не все. Следует иметь в виду, что в настоящее время изучена лишь небольшая часть рукописей физико-математического содержания, хранящихся в библиотеках разных стран мира. Доступ к ним и их дальнейшее изучение могут привести к самым неожиданным результатам. Наследие небольшое, однако значение его в истории науки трудно переоценить.

Ал-Хазини был очень крупным и квалифицированным астрономом, одним из немногих авторов зиджей, основанных на результатах собственных наблюдений, полученных на обсерватории в Мерве. Его зидж по своему значению в истории астрономии занимает достойное место между "Каноном Масуда" ал-Бируни и таблицами Хайяма, с одной стороны, и трудами сотрудников Марагинской (Насир ад-Дина и его учеников) и Самаркандской (ал-Каши, Улугбек и др.) обсерваторий — с другой [73, с. 169]. Это систематическое изложение проблем астрономии и примыкающих к ней вопросов математики с доказательствами, описанием методики наблюдений и проверки данных.

"Книга весов мудрости" имеет особое положение в истории науки вообще и в истории механики в особенности. Это самое значительное произведение по механике не только на средневековом Востоке, но и в средневековой Европе. Европейской науке она стала известна немногим более 100 лет назад благодаря деятельности известного русского востоковеда и этнографа Н.В. Ханыкова. В течение своей многолетней дипломатической деятельности в Иране Ханыков собрал богатую коллекцию восточных рукописей, которую впоследствии передал в Петербург. В настоящее время она составляет "фонд Ханыкова" отдела рукописей Государственной Публичной библиотеки им. М.Е. Салтыкова-Щедрина в Ленинграде. Под номером 117 в этом фонде числится "Книга весов мудрости".

"Трактат об астрономических инструментах" только описан, но по существу еще не исследован. Но его "вращающаяся сфера", "весы мудрости" и весы как астрономические и геодезические инструменты в сочетании с тем набором чисто астрономических инструментов, которые он описал, позволяют утверждать, что ал-Хазини не только активно их применял, но и был создателем приборов чрезвычайно высокого класса и широкого диапазона.

Обратимся теперь к анализу его сочинений, который мы предпримем в хронологическом порядке — порядке их создания: сначала малые трактаты, затем "Санджарский зидж" и, наконец, "Книга весов мудрости" — наиболее важное его произведение, которое будет в центре нашего повествования.

Малые трактаты

Речь пойдет о трех перечисленных выше трактатах, написанных раньше "Санджарского зиджа" и "Книги весов мудрости". Их следовало бы рассматривать в хронологическом порядке — по времени их написания. И это было бы логично. Но тогда возникли бы затруднения в понимании материала этих сочинений. Многое из того, что изложено в первом по времени трактате ("О сфере, которая движется сама по себе") нельзя понять без обзора конструкций астрономических инструментов и изучения методов определения об азимуте кыблы, изложенных в остальных двух трактатах.

Поэтому предпочтительнее другой порядок изложения, когда содержание предыдущего трактата принимается за основу для понимания сути следующего трактата. Отсюда вытекает последовательность анализа этих сочинений: вначале таблицы азимута кыблы — наиболее поздние по времени, затем трактат об инструментах, его исследование позволяет понять и оценить трактат о вращающейся сфере — наиболее ранний по времени и, очевидно, вообще первое из научных произведений ал-Хазини.

Таблица азимута кыблы

Первое сочинение, которое будет рассмотрено в этой главе, весьма условно можно назвать трактатом. Это таблица азимута кыблы, т.е. направления на Мекку, составленная ал-Хазини, которая сохранилась в передаче известного географа XIV в. Хамдаллаха Мустафы ал-Казвини [93, с. 27—31]. Ал-Казвини включил ее в свой трактат "Услада сердец" ("Нузхат ал-кулуб"), заметив, что таблица "составлена в честь сельджука султана Санджара благочестивым шейхом Абд ар-Рахманом ал-Хазини" [84, с. 27]. Таблица, как уже говорилось, появилась позже, чем написан трактат "О сфере . . .". В пользу этого предположения, помимо других соображений, говорит и то, что в тексте трактата "О сфере . . ." приведено значение азимута кыблы для широты Мерва, полученное самим ал-Хазини и, очевидно, помещенное им впоследствии в таблицу.

Однако, прежде чем обратиться к анализу самой таблицы ал-Хазини, рассмотрим, что же такое азимут кыблы и почему его определение было одной из фундаментальных проблем астрономии средневекового Востока.

Согласно исламу каждый правоверный мусульманин, где бы он ни находился, должен пять раз в день молиться, обратившись лицом к Мекке. Точнее, не к Мекке, а к Каабе, большому черному камню, священному для мусульман[1] и

---

[1] Культ Каабы в действительности гораздо старше ислама. Известно, что Кааба — камень, очевидно, метеоритного происхождения — был предметом поклонения народов Аравийского полуострова задолго до утверждения там ислама.

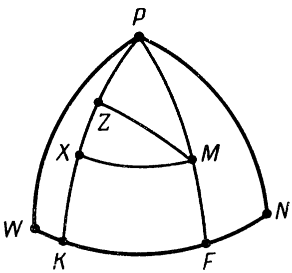


Рис. 1

находящемуся в Мекке. Поэтому каждый правоверный мусульманин пять раз в день должен был хорошо знать или уметь определить направление на Мекку в любой точке "обитаемой четверти Земли", как называли ойкумену арабские средневековые географы.Слово "кыбла" по-арабски означает "направление". Поэтому "азимут кыблы" означает буквально "азимут направления (на Мекку)". Вместе с тем само слово "азимут" происходит от "ас-сумут" — множественного числа арабского слова "самт", буквально "направление". Таким образом, выражение "азимут кыблы" для современного читателя — тавтология, буквально "направление направления". В действительности азимут некоторой точки на земном шаре есть угол между меридианом, проходящим через эту точку, и направлением на заданную точку (в случае кыблы — на Мекку).

Таким образом, задача определения азимута кыблы сводилась к определению этого угла, если известны географические координаты Мекки и данной местности, соответственно широты φ_M и φ_X и долготы α_M .и α_X.

Эта задача, чрезвычайно важная для мира ислама, представляет собой частный случай более общей и актуальной геодезической проблемы: определения азимута любого географического пункта в любом другом, если известны географические координаты обоих. В свою очередь, эта задача сводится к еще более общей задаче сферической астрономии: определению азимута A точки на небесной сфере по широте места наблюдения φ и склонению δ и высоте h Солнца, т.е. функции $A = f(\delta, \varphi, h)$, и обратной задаче — определению функций $\delta = f(\varphi, h, A)$ и $h = f(\varphi, \delta, A)$.

Решению как общей задачи, так и в особенности собственно определению азимута кыблы отдало дань большинство крупнейших астрономов стран ислама в IX—XV вв. Среди них ал-Хорезми и Хабаш ал-Хасиб (IX в.), Ибн ал-Хайсам и ал-Баттани (X в.), Ибн Юнис и ал-Бируни (X—XI вв.), Улугбек (XV в.) и др. Занимался ею и ал-Хазини.

Математически суть этой задачи состоит в следующем. Пусть на рис. 1 P — северный полюс; $WKFN$ — земной экватор; M — Мекка; X — географический пункт северо-западнее Мекки, из которого требуется определить направление на Мекку; PXK и PMF — меридианы пункта X и Мекки; $MF = \varphi_M$, $XK = \varphi_X$ соответственно их географические широты; XM — расстояние между пунктом X и Меккой по большому кругу земного шара. Угол PXM и есть искомый "локальный азимут кыблы", направление на Мекку из данного географического пункта. Перед молитвой мусульманин, находящийся в X, должен встать на линии XP лицом к северу, а затем повернуться вправо на угол PXM. Аналогичным образом обстоит дело, если пункт X расположен северо-восточнее, юго-восточнее и юго-западнее Мекки.

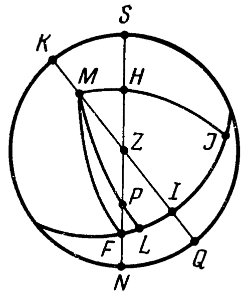


Рис. 2

Задача, таким образом, сводится к решению косоугольного сферического треугольника PXM, в котором известны две стороны $PX = 90° — \varphi$ и $PM = 90° — \varphi_M$ и угол между ними $PM = \Delta\lambda$ $(\Delta\lambda = \pm\ |\lambda_M — \lambda_X|)$ — разность географических долгот Мекки и данного географического пункта. Этого, вообще говоря, достаточно для решения сферического треугольника. Однако решить его с помощью однократного применения сферической теоремы синусов нельзя, так как для этого надо знать хотя бы одну сторону и один противолежащий ей угол. У нас же известны две стороны, но противолежащие им углы не известны. В таком случае в сферической астрономии обычно применяют сферическую теорему косинусов. Но ученые стран ислама этой теоремы не знали. Для случая, подобного нашему, они пользовались правилами, которые получали либо с помощью метода ортогонального проектирования сферы на одну из трех основных координатных плоскостей (метод "Аналеммы", см. с. 23), либо с помощью разбиения косоугольного сферического треугольника на два прямоугольных, либо многократным применением сферической теоремы синусов к таким прямоугольным треугольникам, либо, наконец, применяя приближенные методы [35, 77, 60]. Вот как, например, определял азимут кыблы ал-Бируни, который пользовался методами сферической тригонометрии. Пусть на рис. 2, представляющем собой стереографическую проекцию небесной сферы из зенита Z данной местности на плоскость ее горизонта, SN — линия север—юг, M — зенит Мекки, GFL — ее горизонт, NZS — меридиан местности, MHJ — горизонт местности F, где F — точка пересечения локального меридиана SFN с горизонтом Мекки GFN. Искомая величина — дуга KS, равная углу Z.

Ал-Бируни последовательно рассматривает прямоугольные сферические треугольники.

1) ΔMPH, в котором $\measuredangle FHM = 90°$, $FH = 90°$, $\angle MPH = \Delta\lambda$, $PL = \varphi_M$, таким образом, $MP = 90° — \varphi_M$. По теореме синусов для треугольника MPH

$$\frac{\sin MP}{\sin MH} = \frac{\sin FHM}{\sin MPH} \text{ или } \frac{\cos \varphi_M}{\cos HJ} = \frac{1}{\sin \Delta\lambda}.$$

Отсюда определяется угол $F = HJ$ и соответственно дуга $MH = 90° — HJ$.

2) Затем теорема синусов применяется к прямоугольному сферическому треугольнику PLF с прямым углом $\mathscr{L}$:

$$\frac{\sin F}{\sin \mathscr{L}} = \frac{\sin PL}{\sin PF} \text{ или } \frac{\sin F}{1} = \frac{\sin \varphi_M}{\sin PF}.$$

Отсюда вычисляется дуга PF и $FN = \varphi — PF$, и, следовательно, дуга FZ известна как дополнение FN до 90°.

3) Далее ал-Бируни применяет к треугольникам FZJ и FHJ правило четырех величин:

$$\frac{\sin FZ}{\sin ZJ} = \frac{\sin FH}{\sin HG} \text{ или } \frac{\sin FZ}{\sin ZJ} = \frac{\sin 90°}{\sin HJ},$$

откуда определяется ZJ и угол $G = JQ$, так как G — полюс дуги $KMZJQ$ круга высоты для Мекки.

4) Наконец, теорема синусов применяется к треугольнику GFN, в котором $\sin G/\sin F = \sin FN/\sin GN$, откуда определяется дуга GN и дуга $NQ = GQ — GN = 90° — GN = KS$, а дуга KS и есть азимут кыблы [58, с. 185, 75].

Таким образом, метод ал-Бируни как раз состоит в последовательном применении теоремы синусов к прямоугольным и косоугольным сферическим треугольникам. Это один из его методов. Другой, графический метод (метод "Аналеммы") он излагает в своей "Геодезии" вместе с методом Ибн ал-Хайсама [7, с. 253—255].

Ал-Бируни приводит и приближенный метод, согласно которому

$$\sin A = \frac{\sin\Delta\lambda}{\sqrt{\sin^2\Delta\lambda + \sin^2\Delta\varphi}} \qquad [7, \text{ с. } 227]$$

Это правило, достаточно удовлетворительное при небольших значениях разностей $\Delta\lambda$ и $\Delta\varphi$ (т.е. когда рассматривается плоская задача, и дуги соответственно заменяются линиями синусов), часто использовалось на средневековом Востоке. Его приводят и ал-Баттани [90], и Ибн Юнис [66,. 79], и Улугбек [28, с. 194—195].

В средневековой астрономии стран ислама широко применялись и более грубые приближения, равносильные формулам

$$\operatorname{tg}A = \frac{\sin\Delta\lambda}{\sin\Delta\varphi} \quad (1) \qquad \text{и } \operatorname{tg}A = \frac{\sin\Delta\lambda}{\sin\Delta\varphi}\cos\varphi_M \quad (2)$$

Обратимся теперь к приближенным методам, которые лежат в основе составления таблиц средневековых астрономов. Одна из наиболее ранних таблиц азимута кыблы обнаружена в ташкентской рукописи астрономического трактата ал-Хорезми [78]. Ал-Хорезми вначале рассматривает два простейших случая, когда широты или долготы Мекки и данного пункта X равны. В этих случаях азимут кыблы совпадает с направлениями север—юг или восток—запад. В общем случае принцип его приближенного метода состоит в том, что, как и в методе ал-Бируни, часть поверхности земного шара, где расположены Мекка и пункт X, предполагается плоской, вследствие чего стороны треугольников представляют собой не дуги, а тригонометрические линии. Азимут кыблы, т.е. угол NXM, определяется в сферическом треугольнике MXN. Вначале рассматривается вспомогательный прямоугольный треугольник MXY с прямым углом Y, в котором катет $XY = \sin(\varphi_X - \varphi_M)$, катет XY есть "исправленный синус":

$$\sin\eta = \sin\left[(\lambda_x - \lambda_m)\cos\varphi_M\right] / R, \text{ а гипотенуза}$$

$$MX = \sqrt{\sin^2(\varphi_x - \varphi_m) + \sin^2\eta}\,. \qquad (3)$$

Таблица ал-Хорезми составлена в соответствии с этой формулой. По горизонтали в ней стоят значения $\Delta\varphi$, а по вертикали — $\Delta\lambda$ от 1° до 20° через 1° аргумента. На пересечении расположены значения угла A, т.е. азимута кыблы, соответствующие указанным значениям $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ [84, с. 264].

Рассмотрим теперь таблицу самого ал-Хазини. В его таблице, как и у ал-Хорезми, по горизонтали стоят значения $\Delta\varphi$, а по вертикали — $\Delta\lambda$, вычисленные для 20 географических пунктов через 1° аргумента. Значения азимута кыблы помещены на пересечении горизонтальных и вертикальных столбцов и рядов.

По какому же правилу составлена его таблица?

Естественно предположить, что ал-Хазини следовал наиболее широко распространенному методу, равносильному правилу (2). Однако анализ таблицы показывает, что это не так. Если бы он пользовался этой формулой, то значения, стоящие по диагонали таблицы, были бы равны (на диагонали $\Delta\lambda = \Delta\varphi$, и, следовательно, в обоих случаях $\operatorname{tg} A = \mathrm{const}$, так как $\cos \varphi_M$ также есть величина постоянная). В таблице же эти значения возрастают от 41°18' до 44°50', образуя арифметические прогрессии с разностями, последовательно равными 20', 10', 5' и 2'. Стало быть, формула (2) не подходит.

Второй вопрос, который возникает при изучении таблицы: почему в каждой из ячеек стоят по два числа? Очевидно, что эти данные получены для двух значений некоторой константы. Поскольку таблица ал-Хазини дошла до нас не непосредственно, а в передаче ал-Казвини, естественно предположить, что одно из значений могло принадлежать самому ал-Хазини, а второе — ал-Казвини. Что это за константа? Если исходить из правил (1) и (2) и подобных им, то константа эта определяется однозначно: это широта Мекки φ_M. Два значения в таблице соответствуют двум значениям φ_M: одному — равному 21°20', совпадающему со значением из географической таблицы ал-Бируни [9, ч. 2. с. 551] и, вероятно, принятому ал-Хазини, и другому — равному 21°40', использованному ал-Казвини [93, с. 28; 84, с. 261]. Значит, в формулу, согласно которой составлена таблица, входят не только значения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, но и непосредственно φ_M.

Сложность анализа этой таблицы усугубляется еще и тем, что многие ее данные, во-первых, могли быть искажены в результате переписки, а во-вторых, получены с применением интерполяции, характер которой трудно определить. Можно предположить, что по аналогии с наиболее распространенными правилами в формулу должны входить синус и тангенс, но неизвестно, какими таблицами тригонометрических функций и с какой степенью точности пользовался автор.

Исследование таблицы показывает, что бо́льшая часть ее данных с небольшим отклонением получена в соответствии с формулой

$$\operatorname{tg}A = \frac{\sin\Delta\lambda}{\sin\Delta\varphi}\ \frac{\cos\varphi_M}{\sqrt{1-\sin^2\Delta\lambda\cos^2\varphi_M}}. \qquad (4)$$

Наибольшие отклонения от этого правила получены при $\Delta\lambda = 6$ и $\Delta\lambda = 2$. В этих случаях φ_M должно соответственно принимать значения 20°9' ($\Delta\lambda = 6$) и 23°15' ($\Delta\lambda = 2$), что мало согласуется с действительным значением широты Мекки и данными большинства средневековых географических таблиц.

Величины из таблицы ал-Хазини и вычисленные в градусах и минутах для значений $\Delta\lambda$ и $\Delta\varphi$, равных 5°, 10°, 15°, 20°, соответственно для φ_M = 21°20' и 21°40' по формуле (4) приведены в табл. 1. За исключением явной ошибки переписчика для пересечения $\Delta\varphi$ = 15° и $\Delta\lambda$ = 10°, данные таблицы достаточно удовлетворительно согласуются со значениями, полученными вычислением по формуле (4). Наибольшие отклонения от таблицы ал-Хазини наблюдаются для максимума $\Delta\lambda$ при значении φ_M = 21°40', принятом ал-Казвини, менее точным, чем значения ал-Бируни и ал-Хазини.

В то же время весь левый нижний угол таблицы ал-Хазини содержит значения, которые сильно расходятся с вычисленными по формуле (4). И если эти значения получены интерполяцией, то непонятен метод интерполяции.

Труднее всего объяснить семь значений по 90°. Единственным удовлетворительным объяснением этого может послужить предположение, что эта часть таблицы заимствована из какого-нибудь другого источника и, очевидно, данные этой части получены совершенно иным методом вычисления азимута кыблы и для совершенно иных исходных данных [84, с. 264]. Анализ же таблицы ал-Хазини показывает, что табличные значения совпадают с вычисленными по формуле (4) в 35% данных (22 клетки таблицы), в 59 случаях различаются не более чем на 6', в 34

Таблица 1

	5	10	15	20
	43 15	25 36	17 16	13 34
5	43 4	25 8	17 28	13 24
	43 0	25 4	17 26	13 21
	43 29	25 17	17 33	13 26
	62 36	43 39	34 15	25 36
10	62 0	43 21	32 21	25 36
	61 57	43 17	32 17	25 33
	63 26.	44 12	32 51	25 56
	70 4	55 4	43 52	35 49
15	70 39	55 3	43 49	35 59
	70 37	54 59	43 45	35 55
	73 8	56 54	45 8	36 54
	75 17	62 17	52 4	44 50
20	75 27	62 40	52 24	44 30
	75 26	62 37	52 20	44 26
	78 56	65 37	54 42	46 15

случаях — от 7' до 10'. Некоторые из наиболее отклоняющихся цифр достаточно убедительно свидетельствуют об ошибке переписчика. Так что в целом данные таблицы удовлетворительно согласуются с результатами вычислений.

Наибольший интерес в этой таблице вызывает число, соответствующее $\Delta\varphi = 16°$, $\Delta\lambda = 20°$, очевидно, полученное с помощью линейной интерполяции. Это прекрасное приближение к вычисленному ал-Хазини и помещенному впоследствии в "Санджарском зидже" значению азимута кыблы для широты Мерва (37°40') [84, с. 263; 45, л. 32].

Правило (4) легко получить с помощью элементарных операций со сферическими треугольниками. Проведем MX так, что $NM = NX$. Если принять, что MX — дуга большого круга и $MX \perp NP$ (а в этом и состоит условие приближенности вычисления, потому что в действительности это не так), то по теореме синусов в треугольнике NMX или по "правилу четырех величин"

$$\frac{\sin XM}{\sin \Delta\lambda} = \frac{\sin(90° - \varphi_M)}{\sin X}, \qquad (5)$$

откуда $\sin XM = \cos \varphi_M \sin \Delta\lambda$, и по теореме тангенсов в треугольнике

$$MPX \ \operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} XM}{\sin \Delta\varphi} \qquad (6)$$

определяется искомый угол A — азимут кыблы. Формула (4) следует из (5) и (6).

Этот метод определения азимута кыблы наряду с другими содержится в "Каноне Масуда" ал-Бируни. Но только сам метод, основанный на доказательстве, которое приведено выше.

Как уже говорилось, ал-Хазини многое заимствовал у своего великого предшественника. Однако именно ал-Хазини на основании этого доказательства получил правило, эквивалентное формуле (4) (это правило пока не обнаружено ни в одном из известных нам средневековых астрономических трактатов) и составил таблицу высокой степени точности.

Трактат об (астрономических) инструментах

"Рисала фи-л-алат" — так называется этот трактат, представляющий собой небольшое сочинение, всего на 17 листах. Рукопись его хранится в тегеранской библиотеке Сипахсалар (Cod 681 и 682) и обнаружена там только в 50-х годах XX в. турецким историком науки А. Сайылы [99].

О существовании этого трактата было известно давно. Сочинение под подобным названием "Рисала фи-л-алат ал-аджиба ал-расадийа" ("Трактат о замечательных [наблюдательных] инструментах") упоминают известные авторы средневековых биобиблиографических словарей ал-Акфани [105] и Хаджжи Халифа [69, т. 1, с. 394]. Его же в числе прочих трактатов и отрывков упоминает Э. Видеман [13], а вслед за ним — К. Брокельман в своей "Истории арабской литературы" [62].

Выше уже говорилось, что авторы, сообщавшие об ал-Хазини, не раз путали его с другими учеными, в частности с известным математиком и астрономом X в. Абу Джафаром ал-Хазином, который известен и как конструктор астрономических инструментов. Этой судьбы не избежал и рассматриваемый трактат. Ал-Акфани и Хаджжи Халифе автор трактата неизвестен. Э. Видеман тоже достаточно определенно этого не установил: в одних работах он приписывает его ал-Хазини [116], в других — Абу Джафару ал-Хазину [118, т. 2, с. 937—938]. Характерно, что средневековый историк Ибн Халдун, а вслед за ним и его переводчик на французский язык де Слан вообще спутали обоих ученых и говорят об Абу Джафаре ал-Хазини, приписывая ему и указанный трактат, и "Книгу весов мудрости" ал-Хазини, и знаменитый "Зидж тимпанов" ал-Хазина.

Истину установил А. Сайылы, который описал тегеранскую рукопись и определил дату ее переписки: 683 год хиджры (1284—1285 г.), т.е. вскоре после написания трактата.

Трактаты об инструментах вообще и в особенности о конструировании астрономических инструментов составляют существенную часть научной литературы средневекового Востока. Почти все крупные астрономы IX—XV вв. были авторами трудов, специально посвященных астрономическим инструментам, содержащих как описание собственных конструкций, так и обобщающие обзоры—характеристики с описанием приборов, применяемых в астрономической практике. Такие обзоры широко использовались в качестве руководств для изготовления инструментов. Наиболее известны трактаты о солнечных часах, астролябиях и квадрантах, авторами которых были крупнейшие ученые средневекового Востока. Многие из них прославились своими теоретическими трудами по математике и астрономии. Это Сабит ибн Корра (IX в.), ас-Сагани (X в.), ас-Сиджизи, Ибн Ирак, ал-Бируни, Ибн Сина, ас-Суфи (X—XI вв.), аз-Заркали, ал-Марракуши, ат-Туси (XIII в.), Ибн аш-Шатир (XV в.), Мирим Челеби XVI в.) и др. Ал-Бируни в своем "Фихристе" (составленном им самим списке своих трудов) называет пять сочинений, "касающихся астрономических инструментов и работы с ними". Два трактата об астролябиях написаны "на имя ал-Бируни" его учителём Ибн Ираком. Описанию конструкции различных инструментов и их применению посвящены, кроме этого, главы "Канона Масуда", "Геодезии", "Науки звезд" и других сочинений ал-Бируни.

Средневековый Восток подарил миру серию трактатов специально об астролябии, ее конструктциях и применении. Наиболее раннее из дошедших до нас подобных сочинений — трактат египетского астронома начала IX в. Маша'аллаха. Арабский подлинник трактата не сохранился, и он известен в латинском переводе XIII в. Первый же дошедший до нас арабоязычный текст принадлежит Али ибн Исе, ученику ал-Марварруди, который, как уже упоминалось,проводил наблюдения в Багдаде и Дамаске в годы правления халифа ал-Мамуна. К тому же времени относятся два трактата ал-Хорезми и трактат ал-Фаргани. Автором пяти трактатов об астролябии (из которых до нас дошли только два) был, как уже отмечалось, ал-Бируни, автором "Книги о действиях с астролябией" ("Китаб ал-амал би-л-астурлаб") — ас-Суфи. Известен трактат аз-Заркали (XI в.), посвященный универсальной астролябии.

Обстоятельные описания ал-Бируни послужили важным источником для Абу-л-Хасана Али ал-Маракуши — автора знаменитого трактата об астрономических инструментах, переведенного в 30-х годах XIX в. Ж. Седийо на французский язык [102]. Этот перевод привлек внимание европейских ученых к восточным инструментам и положил начало их изучению. Трактат ал-Хазини, как и все без исключения его сочинения, написан под влиянием сочинений ал-Бируни.

Астрономические инструменты не случайно еще в древности называли математическими. Они предназначались для решения задач астрономии, а принцип их действия был основан на законах математики. Начало конструирования астрономических инструментов восходит к глубокой древности. В Древнем Вавилоне и Древнем Египте, например, наблюдатели широко пользовались различными видами солнечных и водяных часов. Очевидно, к вавилонской астрономии восходит применение измерительного теневого шеста, который греки назвали гномоном.

В античном мире для астрономических наблюдений использовалось около десяти типов инструментов. Специальных трактатов об инструментах этой эпохи практически не сохранилось. Некоторые сведения о них дают лишь "Альмагест" и "Планисферий" Птолемея.

Ученые средневекового Востока значительно усовершенствовали античные астрономические инструменты и разработали собственные оригинальные конструкции. Они применяли по крайней мере несколько десятков таких конструкций (некоторые исследователи насчитывают их свыше 150). Инструменты имели разное назначение: и для стационарных наблюдений на обсерваториях, и для наблюдений и измерений в полевых условиях. Этому делению соответствует структура трактата ал-Хазини.

Трактат состоит из семи глав: 1. Об инструменте с тремя ветвями. 2. Об инструменте с двумя отверстиями. 3. Об инструменте с третью круга. 4. О квадранте. 5. Об астролябиях. 6. Об устройствах с отражением. 7. Об остальных инструментах для наблюдения простым глазом.

Каждая из глав, в свою очередь, подразделяется на три раздела: 1) Описание инструмента, 2) Правило действий с ним, 3) Геометрическое доказательство.

В этом смысле структура сочинения ал-Хазини повторяет структуру большинства сочинений не только об астрономических инструментах, но вообще о механических устройствах, основанных на принципах действия пяти "простых машин". Вначале идет описание "устройства" (прибора или инструмента), включая характеристику материала и технику изготовления, затем следует способ употребления ("правила пользования") и, наконец, объяснение действия, которое может иметь вид или конкретного числового примера (как это сделано, например, в трактате Ибн Сины о "простых машинах" [2]), или геометрического доказательства (как это делается в большинстве трактатов об астрономических инструментах).

1. По степени сложности анализ инструментов, описанных ал-Хазини, следует начинать с 7-й и 6-й глав, в которых речь идет о простейших солнечных инструментах — теневых и лучевых. Простейший теневой инструмент — это прямолинейный шест — гномон, установленный на земной поверхности. Наблюдения с его помощью основаны на измерении в определенный момент времени величины и направления тени, отбрасываемой им на шкалу, расположенную у его основания.

Гномон — важнейшая составная часть любого теневого инструмента. Тень гномона движется по плоскости его основания и описывает кривые, представляющие собой конические сечения — линии пересечения этой плоскости и наклонного кругового конуса (эллипс, в частном случае круг, гипербола, парабола), вершиной которого является вершина гномона, а основанием — круг видимого движения Солнца на небесной сфере.

Гномон был простейшим астрономическим инструментом в странах Востока с древнейших времен. Установленный в центре круга на горизонтальной плоскости, он был одним из основных астрономических инструментов индийцев. Под названием "индийский круг" это устойство получило распространение в странах ислама.

Гномонные инструменты широко использовались в древности и в средние века. Шкала гномона состояла обычно либо из 12 "пальцев" согласно индийской традиции, либо из $6^1/_2$ или 7 "стоп", либо из 60 "частей", как это делали греки[2].

Гномон использовали для решения разнообразных астрономических задач: определения высоты Солнца, стран света и др. Применялся он и для непосредственного определения широты местности. Тот же ал-Бируни описывает инструмент в виде комбинации квадратного щита и перпендикулярного к нему гномона, разделенного, как обычно, на 12 "пальцев", 6 $^1/_2$ "стоп" или 60 "частей". Перед установкой гномона на щите из точки его основания радиусом, равным "плоской тени" (котангенсу) склонения Солнца в данный день, описывалась окружность. Угол наклона щита к плоскости горизонта определялся исходя из условия, что проекция гномона на перпендикулярную к нему плоскость щита будет равна $l \operatorname{ctg} \delta$ (где l — высота гномона, δ — склонение Солнца), т.е. лучи Солнца должны пересекать его под углом δ. А так как щит пересекает плоскость горизонта "по линии равноденствия", идущей с востока на запад, то гномон оказывается расположенным в плоскости меридиана. Это условие равносильно тому, что щит должен быть параллелен плоскости небесного экватора, а гномон направлен по "оси мира". Угол между плоскостями небесного экватора и горизонта равен $90° - \varphi$, где φ — широта местности.

Гномон был основной деталью солнечных часов. В странах ислама эти часы носили название "рухама" (буквально "мраморная доска"); гномон в них обычно устанавливался на горизонтальной или наклонной мраморной доске. Поскольку суточные круги Солнца на небесной сфере ежедневно меняют свое положение, на

---

[2] Название "пальцы" объясняется тем, что в качестве гномона наблюдатель использовал палец. Он опускал его на ладонь перпендикулярно ее плоскости и измерял длину его тени с помощью других пальцев. Название "стопа" было введено мусульманскими муваккитами ("измерителями времени"), которые в качестве гномона использовали тело человека, а длину его тени измеряли стопами. Греческое деление на 60 частей соответствует диаметру круга, который принимается за 120 частей.

плоскости солнечных часов изменяют свое положение и гиперболы, представляющие собой проекции этих кругов на эту плоскость. Если на гиперболах отметить точки, соответствующие одному и тому же часу, то можно получить так называемую часовую линию, которую тень конца гномона пересекает в данный час. Для измерения времени с помощью солнечных часов на мраморной доске проводились часовые линии, соответствующие продолжительности светлого времени суток (в отличие от астрономических или "равных" часов, составляющих $^1/_{24}$ часть суток). "Сезонные часы" были приняты для измерения времени на средневековом Среднем и Ближнем Востоке: по ним определялись и время мусульманских молитв, и все события гражданской жизни (оба вида часов совпадают в дни равноденствий).

Кроме того, ал-Хазини описывает и такие простейшие инструменты, как водяные и песочные часы. (Об инструменте, представляющем собой комбинацию таких часов и весов-безмена, речь пойдет ниже.

2. Говоря в 6-й главе об устройствах, в которых используется отражение, ал-Хазини имеет в виду лучевые солнечные инструменты. Принцип действия лучевого инструмента состоит в фиксации на шкале в определенный момент времени положения солнечного блика, образуемого лучами, падающими в специальное отверстие. Солнечный луч, проходя через такое отверстие, падает на некоторую выпуклую или вогнутую поверхность, на которой и размещается шкала. Такие инструменты были, естественно, стационарными, в то время как гномон и индийский круг можно было поставить и начертить в любом месте. (Правда, стационарным был и гномонный инструмент специального вида — солнечные часы.) Ал-Бируни описывает лучевой инструмент, который сконструировал ал-Кухи (X в.) для измерения высоты Солнца. Это здание, пол которого представлял собой сегмент шара диаметром в 25 локтей (около 12 м), в центре которого в потолке дома имелось отверстие, через которое проникали солнечные лучи и вычерчивали на полу суточные круги [41, с. 132].

Ал-Бируни описывает солнечный инструмент и другого вида, в котором лучи после прохождения через отверстие падают на выпуклую часть шаровой поверхности, где помещается прямой круговой конус. С помощью этого инструмента можно было определить высоту Солнца, а по ней — широту местности [7, с. 295].

К типу лучевых инструментов (в которых, кроме солнечного луча, фиксировался и свет наблюдаемой звезды или планеты с целью определения координат) относятся и большие стенные квадранты, описанные в 4-й главе. Инструментом такого типа был знаменитый "Фахриев секстант" ал-Худжанди, сооруженный им на горе Табарак близ Рея и описанный ал-Бируни [16, с. 51—52].

Заметим, что хотя речь часто идет о квадрантах (руб), авторы трактатов об инструментах часто имеют в виду секстант (судс). Дело в том, что основой такого инструмента являлась установленная в меридиональном направлении дуга окружности, равная четверти круга (90°), хотя ее рабочая часть обычно составляла только 60°. Такой квадрант как раз и описывает ал-Хазини. С помощью этого инструмента можно было в произвольный момент времени определить высоту Солнца (или высоту любого светила в меридиане), что позволяло вычислить его склонение, наклон эклиптики и широту места.

Стенной квадрант был главным инструментом и Марагинской обсерватории ат-Туси (XIII в.), и знаменитой Самаркандской обсерватории Улугбека (XV в.). В Самарканде в результате раскопок обнаружена часть его дуги с делениями. Судя по оставшейся части инструмента, его радиус должен был составлять около 40 м. В геометрическом центре инструмента, судя по описанию, было отверстие. Луч Солнца в виде зайчика улавливался на диске, передвигавшемся по бронзовым рельсам, расположенным вдоль инструмента. Пользуясь визирным устройством, перемещаемым по этим рельсам, можно было наблюдать также планеты и звезды.

3. Описывая во 2-й главе устройства с двумя отверстиями, ал-Хазини имеет в виду еще один вид астрономических инструментов: диоптрийные. Эти инструменты, необходимая составная часть которых алидада (линейка) с двумя диоптрами на концах, предназначались для визирования светила, высота которого подлежит измерению.

По принципу действия диоптрийные инструменты также можно разделить на две группы: круговые, в которых алидада с диоптрами перемещается по круговой шкале (деления нанесены на дуге окружности), и линейные, в которых линейка с диоптрами движется по линейной шкале (деления нанесены на прямой). В первом случае во время работы с инструментом окружность или ее дуга (для секстанта или квадранта соответственно $^1/_6$ и $^1/_4$ окружности) неподвижна. Алидада с диоптрами и стрелкой, указывающей высоту светила, закрепленная в центре окружности, вращается вокруг нее. Во втором случае, как уже говорилось, алидада перемещается вдоль неподвижной прямой. Все модификации этих инструментов восходят к античным образцам.

В средние века в инструментах подобного рода алидада обычно имеет форму линейки. Но источники сообщают и о круглых алидадах в виде дисков, которые вращаются, входя в паз соответствующего им по диаметру кольца, установленного в плоскости меридиана.

Первыми по времени такими инструментами на Древнем Востоке можно считать керамические кольца и уплощенные диски с делениями, обнаруженные при раскопках упомянутого выше древнехорезмийского храма-обсерватории Кой-крылган-кала [19, 20]. Изготовленные из глины, они по комбинации диска и кольца совпадают с металлическим инструментом, который описывает в "Каноне Масуда" ал-Бируни, возводя его к аналогичному инструменту Птолемея. Главным назначением подобных устройств было измерение высоты светила в меридиане. Ал-Бируни описывает инструменты такого типа и в нескольких своих трактатах. Их применяли ас-Суфи в Ширазе и ас-Сагани в Багдаде. С помощью такого квадранта ал-Бируни провел собственные наблюдения в Гургандже в 1016 г. и в Газне в 1019 г. [7, с. 118, 124, 131, 132].

Еще в античной астрономии широко применялись линейные диоптрийные инструменты. К ним относится и трикветр (буквально "тройной жезл"), которому посвящена первая глава трактата ал-Хазини. Трикветром пользовался еще Птолемей. На средневековом Востоке этот инструмент был известен под названием "инструмент с тремя ветвями". Этот инструмент представляет собой комбинацию трёх линеек. Одна из них, неподвижная, направлена вдоль линии меридиана. Вторая, закрепленная в ее середине, может вращаться в плоскости меридиана. Третья, с диоптрами, закрепленная в том же центре, может отклоняться на некоторой угол от плоскости меридиана. Светило наблюдается через диоптры в ее концах, которые поднимаются или опускаются в зависимости от его положения на небесной сфере.

К этому же типу относится созданный ал-Бируни так называемый трехшестовый инструмент, предназначавшийся для определения широты места по заходящим звездам.

4. Весьма популярны были в странах Ближнего и Среднего Востока небольшие переносные квадранты и секстанты и их модификации (синус-квадранты, тангенс-квадранты и т.п.), которые использовались как угломерные инструменты, а также для определения высоты объектов, глубины колодцев и рек, расстояний до недоступных предметов и т.д. Этим инструментам посвящена 3-я глава трактата ал-Хазини.

Устройство синус-квадранта и тангенс-квадранта чрезвычайно просто. Это пластинка, равная четверти круга, на поверхности которой нанесен ряд прямых, параллельных двум взаимно перпендикулярным радиусам квадранта. Измерение дуг производится при помощи нити с отвесом. При этом линии синуса и косинуса являются катетами прямоугольного треугольника, образуемого нитью, одним из радиусов и перпендикуляром, опущенным на этот радиус.

Разновидностью синус-квадранта является синус-квадрант со "скрытым синусом" ("джайб ал-гайб"). Он представляет собой квадрант, на одной из прямолинейных сторон которого, как на диаметре, построен полукруг, разделенный на 90 равных частей, причем сам диаметр поделен на 60 частей. Для нахождения синуса данной дуги нить опускают вертикально, а сам квадрант поворачивают так, что другая его прямолинейная сторона образует с нитью угол, измеряющий данную дугу. Затем узелок перемещают в точку пересечения нити с полукругом. После этого нить с узелком переводится на шкалу диаметра окружности, на которой это расстояние соответствует линии синуса, а его дополнение — линии косинуса.

Другая разновидность синус-квадрантов — "крылатые" квадранты, на которых строится не один круг, а система полукругов.

5. Дальнейшее усложнение диоптрийных инструментов представляют собой диоптрийно-моделирующие инструменты, которые не только имеют алидаду с диоптрами для

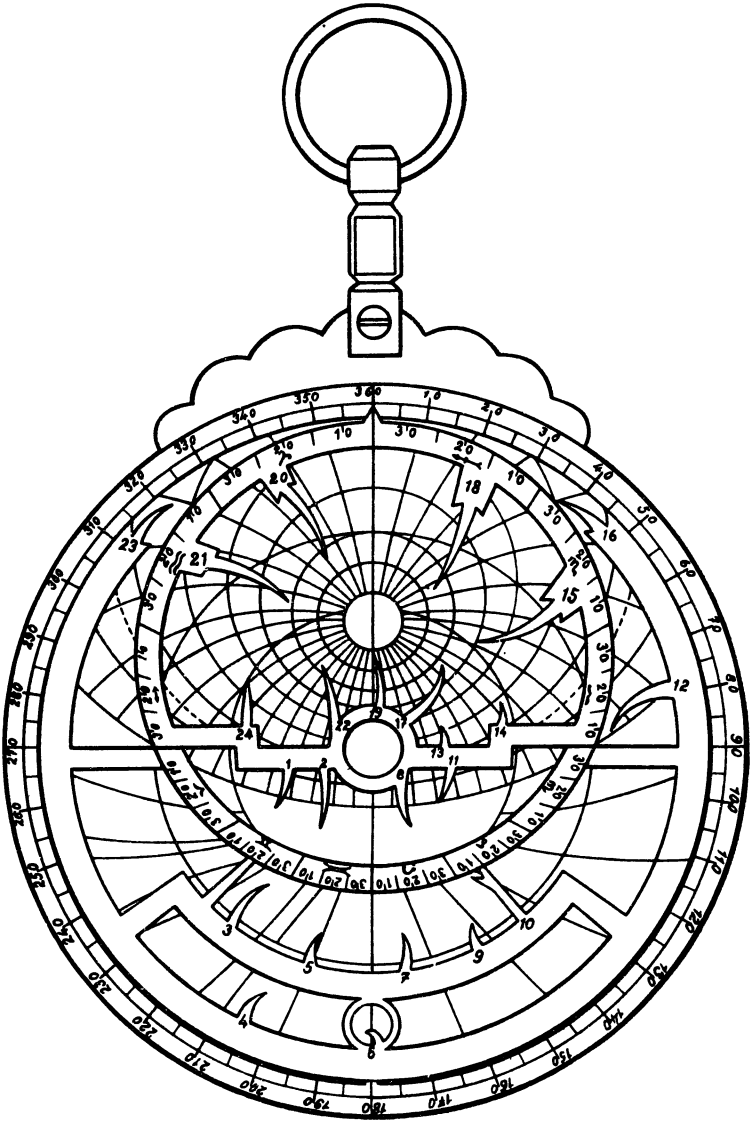
наблюдения за светилами на небесной сфере, но и моделируют расположение ее основных кругов. Простейший из таких инструментов — армиллярная сфера (зат ал-халак — обладающая кольцами, от греч. ἀστρολαβον — кольцо), известная еще Птолемею и весьма популярная на средневековом Востоке. Она состоит из нескольких колец, моделирующих круги небесной сферы, которые могут вращаться вокруг общего центра. Кольца эти располагаются в плоскостях соответствующих кругов.

Армиллярная сфера устанавливалась так, чтобы одно из ее колец находилось в плоскости меридиана. Для определения двух сферических координат светила достаточно было измерить одну из них. Вторая координата определялась с помощью поворота армиллярной сферы на угол, необходимый для совмещения светила с его символом на круге, изображающем эклиптику, небесный экватор или круг широты, проходящий через светило. Известны были и небесные глобусы, с помощью которых моделировалось движение светил на небесной сфере. Источники упоминают, например, небесный глобус Архимеда [27, с. 325—326]. Изобретение небесного глобуса античные источники возводят еще к Фалесу Милетскому (IV в. до н.э.) [86, с. 68].

К этой же группе инструментов относится и астролябия, описание которой составляет содержание 5-й главы трактата. Однако в отличие от рассмотренных выше стационарных инструментов это инструмент переносной. Термин "астролябия", очевидно восходит к греческому ἀστρολαβον οςνανον (буквально "устройство для постижения звезд"), который в персидской и арабской транскрипции перешел в "астурлаб".

История изобретения астролябии возводит появление ее еще к Евдоксу и Аполлонию, а применение простейшей астролябии — к Гиппарху и Птолемею. На средневековом Востоке она была основным астрономическим инструментом вплоть до XVIII в.

Наиболее распространенный на средневековом Востоке вид астролябий — плоская астролябия. Это своего рода диск диаметром от 10 до 50 см, имеющий лицевую и обратную стороны, который можно подвешивать с помощью кольца и шнура. Лицевая сторона представляет собой закрепленную на диске тонкую круглую пластинку-тимпан, на которой в стереографической проекции из полюса небес-



Астролябия. Лицевая сторона

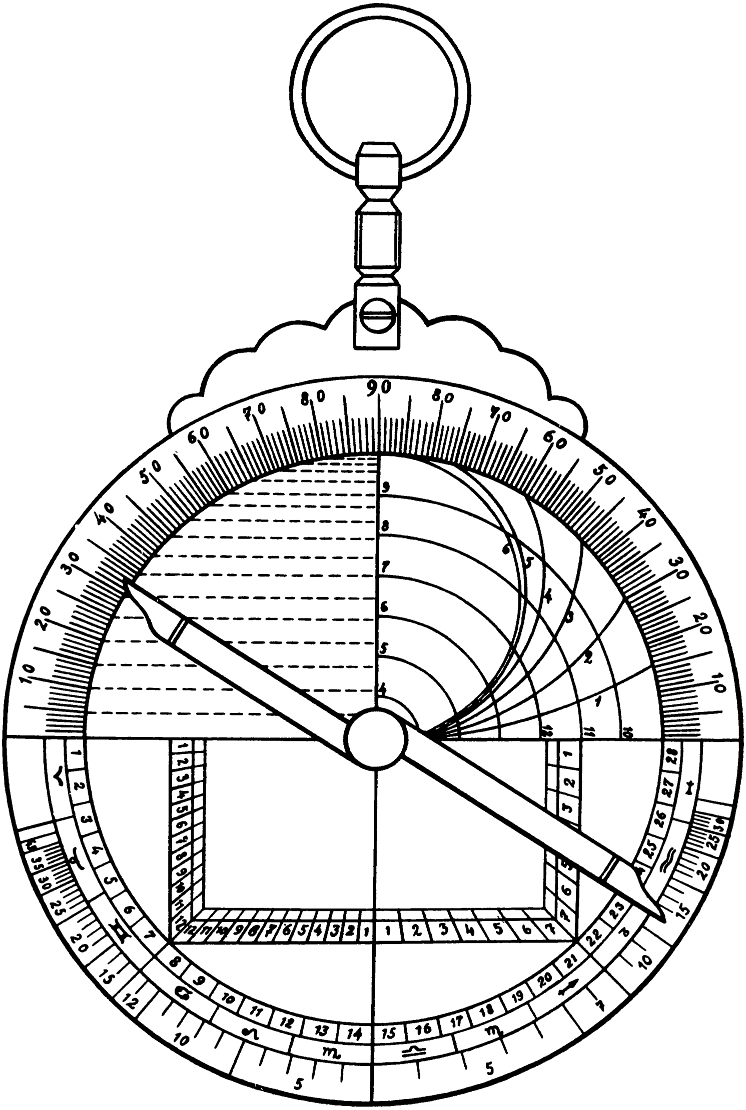
ной сферы (полюса Мира) выгравированы изображения неподвижных кругов и точек небесной сферы, а также кругов, переходящих в себя при ее суточном вращении, т.е. горизонта и его параллеллей — альмукантаратов, вертикалов, зенита и Козерога (так называемая паутина). В центре тимпана крепится вращающийся диск с прорезями — паук (анкабут) или решетка, на которой изображены в той же проекции, т.е. в виде круга, касающегося обоих тропиков, эклиптика и в виде концов острий, отходящих от этого круга, наиболее яркие звезды. Так как угол между горизонтом и небесным экватором равен 90° — φ, такой же угол на тимпане составляют и проекции этих углов.

Обычно к астролябии прилагается набор из нескольких сменных тимпанов, соответствующих различным значениям широты местности. Ниже горизонта проводились так называемые часовые линии, делящие эту часть тимпана на 12 криволинейных четырехугольников, пронумерованных от 1 до 12, для определения времени в "равных" и "неравных" часах. При стереографической проекции из южного полюса небесной сферы получали северную астролябию, при проектировании из северного полюса — южную.

Оборотная сторона, или спинка, астролябии представляет собой кольцо с градусными делениями (лимб) и алидадой в виде линейки с диоптрами на концах. На спинке размещаются четыре квадранта. Вверху слева расположен синус-квадрант для вычисления синусов и косинусов дуг, вверху справа — квадрант высоты для определения высоты светил. Квадрант высоты состоит из семи параллелей, соответствующих двенадцати знакам зодиака. На каждой из них указана высота Солнца и меридиана для разных широт и азимут кыблы для различных географических пунктов. Высоты Солнца изображаются на четвертях окружностей точками, которые соединяются плавными кривыми. Два нижних квадранта — квадранты теней — служат для нахождения тангенсов и котангенсов дуг. В них вписаны квадраты, стороны одного из которых разделены на двенадцать "пальцев", другие — на семь "стоп".

С помощью астролябии можно было решать широкий класс задач практической астрономии: определять координаты светил, моменты их восхода и захода, время в "равных" и "неравных" часах и т.д. и ряд геодезических задач, решаемых с помощью элементарных квадрантов.

Если известна высота светила (ее можно получить с



Астролябия. Оборотная сторона

помощью меридианного круга или той же астролябии), находят на пауке изображения Солнца (т.е. точки эклиптики, где оно расположено в данный день) или звезды и поворачивают паук до тех пор, пока искомое изображение не попадет на изображение альмукантарата, соответствующего этой высоте. Тогда вертикал, на который оно попало, определит азимут светила, а угол поворота паука — часовой угол, т.е. астрономическое время ("равные" часы).

Сезонное время измерялось следующим образом. По тому, в какой из четырехугольников, образуемых часовыми линиями, попало изображение Солнца, определяли "неравный" час ночи, положение точки эклиптики, диаметрально противоположной той, в которой находится Солнце, позволяло судить о "неравном" часе дня. Точка пересечения эклиптики на пауке и горизонта на тимпане определяла гороскоп, необходимый для астрологических предсказаний (см. с. 97).

Спинкой астролябии пользовались таким образом. Для определения синусов и косинусов дуг алидаду поворачивали так, чтобы она отсекла на лимбе данную дугу. Проекции конца этой дуги на радиусы, ограничивающие квадрант, представляли линии синуса и косинуса этой дуги. Для определения "теней" в "пальцах" и "стопах" с помощью алидады на лимбе отсекалась данная дуга. На одной из сторон соответствующего квадрата в данном квадранте она отсечет линию тангенса или котангенса. Таким образом, астролябия, по сути дела, представляет собой комбинацию угломерного инструмента и счетно-решающего устройства. Задачи вычислительной астрономии решались путем наложения подвижной системы координат на неподвижную, что соответствует применению номограммы с прозрачным транспарантом.

Кроме северной и южной астролябий, существовали и их комбинации. Дело в том, что на северной астролябии нельзя изобразить звезды, близкие к южному полюсу, а на южной — близкие к северному полюсу. На комбинированных же астролябиях оказывается возможным поместить целый ряд изображений как северных, так и южных звезд.

На совершенно ином принципе основана астролябия аз-заркала (впервые ее упоминает ал-Худжанди). В ней небесная сфера проектируется также в стереографической проекции, но не из полюса Мира, а из одной из точек равноденствий (т.е. точек пересечения небесного экватора с эклиптикой) на плоскость, проходящую через точки солнцестояний. При этом небесный экватор и эклиптика изображаются прямыми, а их параллели — дугами окружностей. В этой проекции небесный экватор и горизонт изображаются двумя диаметрами тимпана, которые пересекаются под углом, равным дополнению широты места (90° — φ). Обе проекции совпадают только в полдень в дни солнцестояний, когда горизонт проходит через точки равноденствий, а все шесть полюсов трех основных кругов небесной сферы лежат на одном круге, совпадающем с колюром равноденствий и меридианом. В отличие от тимпана обычной астролябии тимпан астролябии аз-заркала пригоден "для всех горизонтов", т.е. для всех широт. Поэтому эта астролябия называется универсальной.

Кроме плоских астролябий, астрономы средневекового Востока пользовались и сферическими. История этого инструмента начинается одновременно с историей плоской астролябии. Первым ее конструктором арабоязычные источники называют Птолемея. В различных видах сферических астролябий роль тимпана играет неподвижный шар, а паук представляет собой сферу с прорезями, которая вращается вокруг неподвижного шара. Различаются они только положением диоптров. Сферическая астролябия была пригодна для различных широт. Неподвижный шар можно было подвесить за любую его точку, в которой делалось соответствующее отверстие. При этом верхняя полусфера играла роль лицевой поверхности плоской астролябии, а нижняя — роль ее спинки.

В некоторых случаях сферическая астролябия представляет собой сочетание небесного глобуса и армиллярной сферы. Таким, судя по описанию, был инструмент ал-Баттани. Своеобразное сочетание сферической астролябии и земного глобуса — универсальный инструмент марокканского астронома XVII в. ар-Рудани, описанный в специальном трактате. Инструменту, в основе которого лежит сферическая астролябия, посвящен и трактат ал-Хазини, рассмотренный ниже.

Трактат о сфере, вращающейся сама по себе

Полное название этого сочинения — "Книга ал-Хазини об изготовлении сферы, вращающейся сама по себе движением, подобным движению небесной сферы, и о познании действий с ней, когда она неподвижна или совершает движение". Среди сочинений ал-Хазини этот трактат, известный в двух рукописях, хранящихся в Дамаске (Zahiriya 4871, ff 73r — 74r) и Оксфорде (Thuston 3, ff 118r — 119r), фигурирует недавно благодаря исследованию, проведенному немецким историком науки Р.Лорхом [85].

Дело в том, что в качестве его автора в рукописи упоминается ал-Хазими, с которым ал-Хазини не раз путали сообщавшие о нем авторы. Однако трактат принадлежит именно ал-Хазини, и это легко доказать. Основной аргумент в этом доказательстве — посвящение трактата. Он посвящен Абу-л-Хусайну Али ибн Мухаммаду ибн Исе, а это имя хозяина ал-Хазини в то время, когда он был рабом и вольноотпущенником — ал-Хазина ал-Марвази.

Посвящение одновременно помогло и датировать это сочинение. И "Санджарский зидж", и "Книга весов мудрости" посвящены султану Санджару, правление которого приходится на 1118—1157 гг. Оба эти сочинения написаны в то время, когда ал-Хазини работал при его дворе. Посвящение же ал-Хазину может значить только одно: трактат был написан еще в его доме, до того как его автор оказался при дворе Санджара, т.е. раньше основных произведений, иначе он был бы, безусловно, посвящен Санджару. Кроме того, в тексте трактата упоминается причина его написания — несоответствие в зиджах, несовершенные методы и ошибки, которые подлежат исправлению. Если бы зидж был написан до этого трактата, в таком замечании не было бы надобности. "Трактат о вращающейся сфере", таким образом, предстает перед нами как некое предварительное исследование, необходимое для составления полноценного зиджа, и его с полным основанием можно включить в число малых трактатов, предшествовавших фундаментальным сочинениям ал-Хазини.

Еще один аргумент в пользу того, что автор этого трактата — ал-Хазини, состоит в том, что по стилю и структуре это сочинение во многом напоминает "Книгу весов мудрости", в особенности последний ее раздел, посвященный описанию весов-часов, о которых речь пойдет ниже в одной из глав. В пользу авторства ал-Хазини говорит, наконец, и то, что в вычислениях, связанных с самой конструкцией прибора, автор трактата в значительной степени опирается на метрологические данные ал-Бируни. Выше уже говорилось о том влиянии, которое оказали на ал-Хазини труды ал-Бируни. Это один из случаев, когда судить об этом можно прямо, а не косвенно.

"Трактат о вращающейся сфере" небольшой по объему — всего три листа рукописи. Он состоит, кроме введения с посвящением, из двух частей: описания прибора и инструкции к его использованию, включающей 17 пунктов.

Обратимся к описанию прибора. Конструкция ал-Хазини представляет собой, по сути дела, небесный глобус, соединенный с песочными часами с помощью барабана и зубчатой передачи. Автор замечает, что первая его половина — устройство, подобное сферической астролябии, называемое зат ал-курси (буквально — обладающая троном), в латинской терминологии sphera solida, т.е. твердая (или сплошная) сфера. От сферической астролябии она отличается тем, что обычно закреплена неподвижно на подставке, не имеет приспособления для подвешивания за точку, соответствующую полюсу какого-либо круга небесной сферы, как у любой астролябии, и на ней не обозначен круг горизонта. Как демонстрационное устройство и наблюдательный инструмент средневековая sphera solida восходит к небесному глобусу Архимеда [27, с. 271—302].

Арабоязычные источники содержат описание по крайней мере трех типов небесных глобусов. Самый простой из них по конструкции и самый ранний по времени — глобус Хабаша ал-Хасиба (IX в.), который посвятил ему специальный трактат [86, с. 69].

Один из первых подобных инструментов сконструировал известный математик и астроном IX в. Коста ибн Лука — переводчик на арабский язык "Механики" Герона. Его sphera solida покоится внутри конструкции, представляющей собой два неподвижно закрепленных друг с другом взаимно перпендикулярных кольца, соответствующих двум основным кругам горизонтальных координат: горизонту и небесному меридиану. Кольцо горизонта неподвижно закреплено на четырех ножках. К кольцу меридиана прикреплен стержень, проходящий через полюс Мира, вокруг которого может вращаться sphera solida с нанесенными на ней небесным экватором, эклиптикой и некоторыми другими градуированными кругами и точками небесной сферы. Коста ибн Лука посвятил этому прибору специальный трактат [86, с. 69—70].

Источники упоминают аналогичное устройство ал-Баттани, снабженное жесткой алидадой [86, с. 70].

Ал-Хазини относит sphera solida к третьему типу глобусов. Она напоминает описанную Костой ибн Лукой, но снабжена гибкой градуированной алидадой, прикрепляемой к ее полюсу в случае надобности. Подобную же алидаду упоминает и ал-Маракуши при характеристике своей sphera solida.

Вся конструкция sphera solida ал-Хазини, как уже говорилось, представляет собой комбинацию небесного глобуса с песочными часами. Состоит она из четырех основных частей: ящика, имеющего в верхней грани отверстие, диаметр которого равен диаметру сферы; собственно сферы, цилиндрического сосуда с крышкой и конусообразным днищем с отверстием для прохождения песка, а также системы блоков, осей, барабана и двух шестеренок, связывающих сферу с сосудом для песка. Барабан соединяется с сосудом с помощью веревки, перекинутой через блоки. Квадратный ящик разделен на три части. В нижней части закреплено днище сосуда с отверстием для песка. В средней части помещаются барабан и шестеренки, в верхней — в указанном отверстии располагается сфера, нижнее полушарие которой полностью погружено в ящик, а верхнее находится на поверхности его верхней грани. На одну ось надеты барабан и меньшая шестеренка, на другую — сфера и вторая шестеренка. В верхнем отверстии сосуда для песка располагается крышка, которая опускается по мере высыпания песка. При опускании крышки начинает вращаться барабан, который через зубчатую передачу приводит в движение сферу. Это устройство рассчитано так, что за 24 ч (время, в течение которого сосуд становится пустым) сфера, вращаясь вокруг своей оси внутри отверстия в верхней грани ящика, совершит полный оборот.

Ал-Хазини подробно описывает процесс расчета и изготовления прибора. Он лично не был мастером. Ящик и сосуд для песка, которые он описывает, были изготовлены по его указанию специалистом-плотником по имени ал-Сарахси. Необходимым элементом такого расчета была масштабная линейка длиной в локоть (ок. 45 см), разделенная на 72 части и представляющая собой модуль для постройки прибора. Вначале был изготовлен ящик в форме прямоугольной призмы. В верхней его грани, как уже отмечалось, мастер вырезал круглое отверстие диаметром, равным диаметру сферы.

Далее требовалось определить размеры сосуда для песка. По условию его основание должно вписаться в квадрат размером 60 × 60 частей делений масштабной линейки. Сосуд должен быть расчитан на 24 ч работы. В своем расчете ал-Хазини исходил из того, что оборот сферы на 1° соответствует 70 дирхемам[3] песка, который должен за это время высыпаться из отверстия в сосуде, а за 360° (24 ч — полный оборот сферы) должно высыпаться 70 · 360 = 25200 дирхемов. $257\frac{1}{7}$ дирхемов составляют 1 ман[4], следовательно, за 24 ч из сосуда высыпается около 98 манов песка.

В соответствии с проведенными ал-Хазини расчетами 1 ман песка занимает объем,равный 1600 кубических единиц, линейная мера которых — деление масштабной линейки. Отсюда объем сосуда для песка должен быть равен 156 800 кубических единиц (98 × 1600), площадь его сечения — 576 квадратных единиц (24 × 24), высота сосуда будет составлять 272 $\frac{2}{9}$ линейных единиц. Эти вычисления лишний раз подтверждают, что именно ал-Хазини был автором трактата: они практически совпадают с его расчетами в "Книге весов мудрости", относящимися к длине линейки, к конструкции и размерам сосуда для песка в весах-часах [44, с. 133].

При конструировании прибора ал-Хазини исходил из условия, что высота барабана должна быть равна высоте сосуда для песка,а также его окружности, т.е. 272 $\frac{2}{9}$ 3 $\frac{1}{7}$ = $86\frac{61}{99}$ единиц ($3\frac{1}{7}$— архимедовское значение числа π, широко принятое в прикладных вычислениях ученых стран ислама в средние века). Но барабан такой высоты не помещался в ящике. И ал-Хазини уменьшает его высоту, вводя в конструкцию две упомянутые выше шестеренки с количеством зубцов соответственно 16 и 40. Теперь окружность барабана должна составлять $\frac{16}{40}$ от исходно предполагаемой, а его диаметр — иметь величину $34\frac{64}{99}$ линейных единиц ($\frac{16}{40}$ от 272 $\frac{2}{9}$ есть 108 $\frac{8}{9}$. 108 $\frac{8}{9}$: : $3\frac{1}{7} = 34\frac{64}{99}$). Заметим, что отношение $\frac{16}{40}$ механики

---

[3] 1 дирхем — приблизительно 3,125 г.

[4] 1 ман — около 815 г.

средневекового Востока применяли при расчете многих конструкций с зубчатой передачей. Ал-Бируни, например, в своей конструкции механического календаря применяет близкое к этому передаточное число, равное $^{24}/_{40}$ [41, с. 164].

В итоге расчетов ал-Хазини получил (если перевести их в современные меры длины и веса) следующие цифры: высота сосуда для песка — около 186,6 см, поперечник — 16,6 см; диагонали верхней и нижней граней ящика — 60 см; диаметр барабана — 25,4 см; диаметры шестеренок — соответственно 3,9 и 5,5 см. Если исходить из того, что скорость истечения песка из сосуда составляет, как уже отмечалось, 60 дирхемов на градус оборота сферы, то исходный вес сосуда с песком — около 65 кг. Ал-Хазини исходит из величины в 70 дирхемов (около 76,6 кг песка). Как видим, размеры прибора весьма внушительны.

Обратимся теперь к вращающейся сфере. Плоскость верхней грани ящика есть плоскость горизонта, в данном случае для Мерва. Ось вращения сферы, направленная на полюс Мира, наклонена к плоскости горизонта под углом, равным широте места φ, например, широте Мерва, равной 34°40'.

Вторая часть трактата, как говорилось, содержит инструкцию по пользованию прибором. Она состоит из кратких правил по определению астрометрических данных, которые можно было получить при вращении сферы.

Это прежде всего сферические координаты Солнца, планет и неподвижных звезд. Ал-Хазини описывает методы определения первого и второго склонения Солнца, полуденной высоты Солнца и звезд в меридиане, дуги суточного круга Солнца или другого светила, пройденной им к данному моменту времени, азимута и высоты светил, "широты климата наблюдения", широтной и долготной составляющих параллакса Луны (необходимых данных для наблюдения и предсказания затмений) и т.д.[5] . Он специально выделяет приемы определения расстояния между населенными пунктами и азимута кыблы.

Все измерения на сфере ал-Хазини проводит с помощью гибкой алидады длиной "в четверть дуги большого круга" и снабженной шкалой ("разделенной на 90 равных частей"),

---

[5] Подробно об этом см. с. 93—94.

которая прикладывается на поверхности сферы к тому или иному ее кругу. Например, если надо определить "градусы эклиптики, восходящие и заходящие на горизонте Мерва", наблюдатель находит точки востока и запада на круге горизонта, т.е. сечения сферы плоскостью верхней грани ящика. Эти точки отсекают дуги эклиптики, которые измеряются с помощью указанной градуированной алидады.

Остановимся вкратце на двух правилах ал-Хазини, касающихся определения расстояния между населенными пунктами, аналогичного определению расстояния между светилами на небесной сфере, и азимута кыблы.

Определение расстояния производится следующим образом: с помощью гибкой алидады на линии экватора от точки равноденствия (аналогичной точке с нулевой долготой на земном шаре) замеряется долгота данного географического пункта, а затем от этой же точки по большому кругу, соответствующему земному меридиану, в направлении полюса Мира отсчитывается его широта. Аналогичная операция производится и с координатами второго пункта, а затем с помощью той же алидады измеряется дуга большого круга между полученными точками.

Особый интерес представляет приведенное ал-Хазини значение (в милях) расстояния, соответствующего градусу земного меридиана. При этом он называет цифру — 66 $\frac{2}{3}$ арабских мили. Но это, очевидно, результат ошибки переписчика: истинная величина — 56 $\frac{2}{3}$ мили. Эта величина совпадает со значением, приведенным ал-Бируни в трех его основных сочинениях: "Геодезии", "Каноне Масуда" и "Науке звезд". Значение, которое приводит ал-Бируни, получено в результате измерений экспедиции астрономов багдадской школы, предпринятой по инициативе халифа Мамуна в IX в.. Оно было хорошо известно астрономам средневекового Востока.

Для определения азимута кыблы в Мерве ал-Хазини приводит приближенный метод, основанный на измерениях на сфере. "Отметим на сфере (указанным выше способом) зенит Мекки, — гласит его правило. — Затем наложим алидаду так, чтобы она прошла через зенит Мекки и зенит Мерва. Расстояние между пересечением этой линии с горизонтом и меридианом есть линия азимута кыблы". Правило иллюстрировано чертежом, изображающим прямоугольный треугольник с катетами 13 и 15; отсюда угол искомого азимута есть arcctg $^{13}/_{15}$, величина которого 49°6'.

Этот результат близок к тому, который получен интерполяцией и приведен в рассмотренной выше таблице ал-Хазини, но не совпадает с ним. (Интерполяция дает более точный результат, равный, как уже отмечалось, 47°47'.)

Конструкция ал-Хазини относится к серии "хитроумных устройств", основанных на действии простых машин (блок, рычаг и т.д.) и их комбинаций. Теория и практика конструирования таких механизмов составляла предмет специальной науки "илм ал-хийал", буквально "учения о хитроумных приспособлениях". Во всех научных энциклопедиях и классификациях наук того времени она выделялась как самостоятельная ветвь науки наряду с арифметикой, геометрией, музыкой. Сам же термин "илм ал-хийал" представляет собой буквальный перевод греческого μηχανη (машина) как разновидность всевозможных "хитроумных ухищрений". Этот термин применялся не только к простым машинам и механизмам, но и ко всяким изобретениям и механическим диковинкам вообще.

Ученый позднеэллинистического периода Папп Александрийский (III—IV вв.) называет механиками и мастеров, изготовляющих машины для поднятия тяжестей, и строителей военных метательных орудий, и создателей "чудесных аппаратов", приводимых в движение воздухом, водой и системой тросов, которые описаны Героном в его специально посвященных таким устройствам трактатах: "Пневматика" и "Автоматы". Среди этих устройств — и движущиеся модели небесной сферы.

Подобные сочинения, восходящие к античным образцам, имели широкое хождение на средневековом Востоке. Это хорошо известный в истории механики трактат братьев Бану Муса (IX в.) "Книга о механике" [55, 56], написанный на основе "Автоматов" Герона и "Пневматики" Филона Византийского, трактат о "хитроумных устройствах" ал-Джазари (XI в.), знаменитая энциклопедия Абу Абдаллаха ал-Хорезми (IX в.) "Ключи наук" [83], один из разделов которой содержит описание таких устройств, и многие другие большие и малые трактаты. Трактат ал-Хазини — одно из подобных сочинений.

Что же касается самой конструкции прибора ал-Хазини, то возможным прототипом ее могла быть одна из конструкций водяных часов Герона, описанных в его специальном не дошедшем до нас сочинении, о котором упоминают Папп Александрийский и Прокл (IV в.).

Вместе с тем упомянутый выше автор "Ключей наук" ал-Хорезми описывает подобное устройство, в котором песок, высыпающийся из сосуда, приводит в движение связанный с ним посредством троса механизм.

Конструкции типа "сферы, вращающейся сама по себе", были хорошо известны и в средневековом Китае. Наиболее ранние из них восходят ко II в.

В китайских источниках, в частности, описан прибор, представляющий собой сочетание армиллярной сферы и водяных часов, автором которого был Чжан Хэн (II в. н.э.). Ему же принадлежит конструкция наблюдательного и демонстрационного инструмента, состоящего из подобия сферической астролябии и зубчатой передачи, который служил своеобразным календарем [84, 92, с. 289—290]. Оба они имеют много общего с прибором ал-Хазини, не говоря уже о более поздних механизмах, относящихся к IV—VIII вв.

И здесь перед нами встает целый ряд проблем. Каков был путь проникновения эллинистической традиции в механике и технике вообще и в изготовлении астрономических демонстрационных и наблюдательных инструментов в частности на средневековый Восток? Связано ли это только с переводами и обработкой античных сочинений или в страны ислама проникала сама по себе и эллинистическая ремесленная традиция? Известны ли были в Китае греческие механизмы или эта область науки и техники развивалась там независимо от запада? Были ли известны китайские механизмы в странах ислама в средние века? Каким образом осуществлялось китайское влияние, если оно было?

Ответы на эти вопросы можно получить, очевидно, только в ходе дальнейшего изучения всей массы относящихся к рассматриваемому кругу проблем источников и предметов материальной культуры. Пока же наиболее убедительной представляется гипотеза об эллинистической основе "хитроумных устройств", описанных в средневековых арабоязычных рукописях. Механизм же ал-Хазини, как можно было убедиться, через посредство трудов его предшественников в странах ислама восходит к героновским и архимедовскому образцам.

Санджарский зидж

"Санджарский зидж", полное название которого "Аз-зӣдж ал-му' табар ас-Санджари ас-султанӣ" ("Продуманный зидж султана Саджара") или "Джами ат-таварих лӣ-с-Санджарӣ" ("Полные ·сравнительные [астрономические таблицы, посвященые] Санджару") дошел до нас в нескольких копиях. Одна из них хранится в Ватикане (Cod arab 761), вторая — в Британском музее (Or 6669). Отрывки из зиджа содержатся в рукописи, находящейся в библиотеке Сипахсалар в Тегеране (Сипахсалар, Ms 681). Сокращенный вариант зиджа представляет собой стамбульская рукопись (библиотека Хамидийе, Ms 859) [81, с. 487; 73, с. 129]. Краткое описание ватиканской рукописи дал Э.С. Кеннеди [73, с. 159—161]. Автор данной книги пользовалась фотокопией ватиканской рукописи, любезно предоставленной профессором Б.А. Розенфельдом.

Зидж ал-Хазини, написанный, очевидно, между 1115 и 1120 гг. — одно из немногих сочинений подобного рода, созданное в значительной степени на основании данных, полученных в результате собственных наблюдений ученого в ходе его работы на обсерватории в Мерве в 1115—1116 гг. Это не обычный зидж, т.е. собрание хронологических, тригонометрических, астрономических и географических таблиц с небольшим введением, состоящим только из определений без доказательств, но систематическое изложение основных проблем астрономии своего времени и примыкающих к ним математических проблем, снабженных доказательствами, описанием методики наблюдений и проверки данных.

Написан "Санджарский зидж" под влиянием трудов таких крупных астрономов средневекового Востока, как Сабит ибн Корра,ал-Баттани и особенно ал-Бируни [89, с. 227—228; 74, с. 129] и своих непосредственных предшественников на Исфаганской и Мервской обсерваториях — Омара Хайяма и отца и сына ал-Исфизари [31, т. 2, с. 321]. Замечательный среднеазиатский астроном Кутб ад-Дин аш-Ширази (1201—1274), обсуждая приведенную ал-Хазини величину наклона эклиптики, указывал, что эти данные получены с помощью чрезвычайно совершенных для его времени инструментов [99, с. 227—228]. И это вполне естественно для автора блестящего трактата об астрономических инструментах, о котором говорилось выше. Особый интерес ал-Хазини к конструированию астрономических инструментов и механических приборов сказался и на структуре самого зиджа. Сочинение состоит из двух частей: собственно текста и таблиц. Первая часть, содержащая основной текст [47, л. 1—104 об.], подразделяется на введение и одиннадцать разделов — "книг". Вторая, бóльшая часть зиджа представляет собой собрание хронологических, тригонометрических и астрономических таблиц.

Трактат начинается введением, включающим четыре главы. Во введении формулируется прежде всего, как бы мы теперь сказали, постановка проблемы и непосредственная причина составления зиджа. Ал-Хазини указывает, что причина эта состоит в расхождениях между наблюдаемыми и вычисленными согласно кинематико-геометрическим моделям параметрами движения светил у авторов зиджей — его современников и непосредственных предшественников.

Одна из глав введения специально посвящена сравнению расстояний между телами на небесной сфере с мерами длины, применяющимися для определения расстояний в обыденной жизни. Основные из этих расстояний — арабская миля (ок. 1973,2 м) и фарсах (или фарсанг) — единица длины, колеблющаяся в разные эпохи и в разных странах арабского мира в средние века от 6 до 8 км.

Во второй главе введения рассматривается инструментальная база современной автору астрономии. Приводится описание некоторых астрономических инструментов: армиллярной сферы, азимутального квадранта, трикветра, а также "геометрических" инструментов —циркуля и линейки. Там же описываются основные инструменты для определения времени: водяные и песочные часы. Эта глава представляет собой, по сути дела, краткий обзор написанного ранее специального трактата об астрономических инструментах, рассмотренного выше. Далее следует краткое описание моделей движения Солнца, Луны и планет и непосредственая задача его зиджа: уточнение параметров этих движений по данным наблюдений (45, лл. 16 об.—17], и наконец, основной текст зиджа. Ниже обе части зиджа рассматриваются вместе, причем основной текст не отделяется от таблиц.

Календарь и хронология

Все зиджи, как правило, начинаются одной или несколькими главами, посвященными проблеме календаря и хронологии, которые сопровождаются таблицами, составленными для пользования принятыми календарными системами и перехода от одной из календарных систем к другой.

Перечисляются знаменательные события, зафиксированные в различных календарях, приводятся хронологические таблицы правящих и прошлых династий и т.д. "Санджарский зидж" следует этой традиции. По традиции, календарю и хронологии посвящена его первая книга.

Эта проблема занимала существенное место в сочинениях ученых средневекового Востока. Такие ученые, как ал-Хорезми и ал-Бируни, посвятили ей специальные трактаты, не считая специальных разделов в зиджах. В эпоху ал-Хазини на Ближнем и Среднем Востоке (как и в наше время) применялись три типа календарей: солнечный, лунный и лунно-солнечный.

Солнечными календарями являются юлианский, которым пользовались в Западной Европе до календарной реформы папы Григория XIII (1582 г.), а в России — вплоть до 1918 г. (на Востоке юлианский календарь применялся византийцами, сирийцами-христианами и коптами — египетскими христианами), и зороастрийский, которым пользовались народы Средней Азии и Ирана до арабского завоевания. Лунный календарь — мусульманский, лунно-солнечный — иудейский. В солнечных календарях продолжительность года составляет 365—366 дней, год делится на 12 солнечных месяцев по 30—31 дню. В лунном календаре год состоит из 12 лунных месяцев по 29—30 дней, продолжительность его составляет 355 дней (поэтому на 100 солнечных лет приходится 103 лунных года). В лунно-солнечном календаре год и месяцы лунные, но, когда разница между лунным и солнечным годом достигает месяца, вставляется дополнительный, 13-й месяц (так называемая интеркаляция).

Наиболее распространены на средневековом Среднем и Ближнем Востоке были солнечный зороастрийский календарь, начальной датой которого было восшествие на престол сасанида Иездигерда III (16 июня 632 г.), называемый "эрой Иездигерда", солнечный грекосирийский календарь с началом 1 октября 312 г. до н.э. — днем вступления на престол одного из наследников Александра Македонского — Селевка ("эра Александра", или "селевкидская эра") — и лунный мусульманский календарь ("эра хиджры"), началом которого считается "хиджра пророка" (бегство Мухаммада из Мекки в Медину 16 июля 622 г.). В иудейском лунно-солнечном календаре началом летосчисления считается "сотворение мира", которое якобы произошло 7 октября 3761 г. до н.э.

Согласно традиции, структурно следуя "Канону Масуда" ал-Бируни, ал-Хазини излагает принципы летосчисления, описывает различные системы летосчисления ("эры разных народов"), приводит правила перехода от одной "эры" к другой, определяет их начала и количество лет, месяцев и дней в каждой "эре". Он перечисляет начала "эры потопа", "эры Филиппа" и "эры Александра Македонского", "эр" римских императоров Августа, Антонина, Диоклетиана ("коптская эра" с началом 29 августа 284 г.), "эры хиджры", "эры Иездигерда", "эры халифа ал-Мутадида-биллаха", "эры Джалаладдина" сельджукского султана Маликшаха, с которой связана календарная реформа Хайяма 1079 г. Все упомянутые "эры", кроме маликшахской, описаны в "Хронологии" и "Каноне Масуда" ал-Бируни [5, с. 23—45; 8, ч. 1, с. 121—178].

В 1074 г. Омар Хайям начал работу по реформе зороастрийского календаря, в котором каждый месяц содержит 30 дней, а к одному из них добавляется "дополнительная пятерка". Лунный мусульманский календарь в средневековом Иране и Средней Азии применялся только в официальных документах и действиях, связанных с отправлением культа. Солнечным же календарем широко пользовались при определении сроков сельскохозяйственных работ. Вместе с солнечным календарем в Иране до настоящего времени сохранился и новогодний праздник — науруз, праздник весны, приходящийся на день весеннего равноденствия.

Задачей Хайяма было, во-первых, определить момент наступления астрономического равноденствия и, во-вторых, выбрать систему високоса (вставки дополнительных дней), при которой науруз совпадал бы с этим моментом. В итоге серии специальных наблюдений за исходное равноденствие было выбрано 15 марта 1079 г., день, который был принят за начало реформированного календаря ("эры Джалаладдина"). От этого начала должны были отсчитываться солнечные годы соответственно по 365 и 366 дней.

Система распределения високосных годов в этом календаре соответствует периоду в 33 года с восемью високосами в течение этого периода. Високос вставляется семь раз кряду через каждые четыре года, а на восьмой раз — через пять лет. При таком чередовании начало года внутри периода ни разу не отойдет от равноденствия больше, чем на полдня. Этот цикл дает среднюю продолжительность года в $365\frac{8}{33} = 365,24242$ суток, при которой ошибка в один день накопится приблизительно за 4500 лет (в современном григорианском календаре — за 3333 года). Таким образом, календарь Хайяма и в настоящее время самый точный из солнечных календарей.

Далее ал-Хазини приводит сравнительное описание трех наиболее широко применявшихся в его эпоху календарей: мусульманского, греко-сирийского и зороастрийского, излагает методы определения високосов в этих календарях [47, л. 23 и 23 об.]. Затем следует традиционное перечисление знаменательных дней, праздников и постов у разных народов.

Обязательной составной частью большинства зиджей были хронологические таблицы. "Санджарский зидж" следует этому правилу. В состав таблиц, относящихся к хронологическому разделу, входят таблицы перехода от одной из описанных "эр" к другой, таблицы календарных расчетов согласно мусульманскому, зороастрийскому, греко-сирийскому, иудейскому и индийским календарям.

Столь же обязательной частью этих таблиц, в свою очередь, были хронологические таблицы "от сотворения мира", т.е. начиная с библейских патриархов "от Адама", "допотопных" и "послепотопных" вавилонских царей, мифических и реальных правителей Вавилона и Ассирии и т.д. В основе большинства хронологических таблиц в зиджах лежит так называемый "Канон" Птолемея, содержащий имена и годы царствований правителей от вавилонского царя Набонассара (747—733 гг. до н.э.) до современника Птолемея римского императора Адриана. Обычно астрономы средневекового Востока продолжали таблицу Птолемея до своего времени, но начальную ее часть ревизии не подвергали. Такова, например, хронологическая таблица в "Сабейском зидже" ал-Баттани. Ал-Хазини не только продолжил таблицу Птолемея до своего времени, но и дополнил ее сведениями из всех доступных ему источников и привел обширную сводку исторических сведений, известных в его эпоху арабоязычной науке.

"Санджарский зидж" содержит таблицы дат правлений вавилонских и ахеменидских царей, царей македонской и коптской династий, династий Птолемеев, Сасанидов, мусульманских халифов, византийских императоров, правителей северо-африканской династии, султанов династии Буидов и Сельджуков. Там же помещены таблицы "знаменательных дней", постов и праздников мусульман, зороастрийцев, христиан, иудеев и др.

В календарных расчетах в арабской домусульманской астрономии большое значение имели наблюдения, связанные с так называемыми "лунными стоянками" или "лунными домами". Это двадцать восемь созвездий, расположенных вдоль эклиптики, которые Луна проходит в течение лунного месяца, а сама "стоянка" представляет собой участок эклиптики, который она проходит в течение суток. Большинство названий "стоянок Луны" — древнеарабского происхождения, некоторые восходят к греческим названиям созвездий. С наблюдением и расчетами движения Луны от "стоянки" к "стоянке" связывалось определение начала и продолжительности лунного месяца, а доисламские арабы связывали с их восходом и заходом дождливую и ветреную погоду ("анва" и "баварих"). "Стоянки", таким образом, играли существенную роль в наблюдательной и вычислительной астрономии средневековья. Их восходы и заходы обычно табулировались в хронологических и календарных разделах зиджей. Ал-Хазини кратко излагает учение об "анва" (т.е. сущность доисламских астрономических руководств — "Книг об анва") и приводит таблицы восходов и заходов "стоянок Луны" и соответствующей им погоды.

Математический аппарат
Тригонометрические таблицы

Уже говорилось, что в IX—XI вв., в эпоху так называемого мусульманского ренессанса, больших успехов достигла математика, и в особенности связанная с развитием астрономии сферическая и плоская тригонометрия. Ал-Хазини, тщательной изучивший как сочинения современных

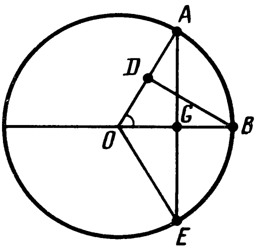


Рис. 3

ему математиков, так и труды своих предшественников в мире ислама, был хорошо знаком с главными линиями в круге и треугольнике, основами плоской и сферической тригонометрии, теоремами синусов и тангенсов, частными случаями теоремы косинусов (и успешно применял их в задачах сферической астрономии), а также с идеей о связи тригонометрии хорд с гномоникой — о представлении всех шести тригонометрических функций единообразно в круге единичного радиуса.

Тригонометрии посвящена вторая книга "Санджарского зиджа", состоящая из трех частей. Первая часть, называемая "О синусах и тенях", содержит определение основных тригонометрических линий.

Известно, что еще в IX в. математики стран ислама (ал-Хорезми; Хабаш ал-Хасиб и др.) перешли от птолемеевской тригонометрии хорд к тригонометрии синусов и "теней". Однако долгое время наряду с синусами применялись и хорды, а иногда в одном и том же трактате автор его пользовался тем и другим. Пример того — зидж ал-Баттани, написанный под сильным греческим влиянием, хотя именно он начинает систематически применять синусы и тени как линии в круге. Ибн Юнис и Абу-л-Вафа уже оперируют только с синусами, и, наконец, ал-Бируни берет за основу только круг, в котором определяет все шесть основных тригонометрических линий. Ал-Хазини полностью отказывается от тригонометрии хорд. Обратимся к его определениям.

Вначале дается определение линий в круге: диаметра (кутр), хорды (ватар), радиуса как полудиаметра, а затем всех шести основных тригонометрических линий. Определяется синус: $\sin\alpha$ (джайб) и "стрела" (сахм), отрезок радиуса, равный $R - \cos\alpha = \sin \operatorname{vers} \alpha$, называемый также "обращенный синус" (латинское sinus versus). Термин "стрела", так же как и термин "синус", восходят к индийской математике. Синусом (джива, т.е. тетива, отсюда арабское джайб) называли отрезок тетивы воображаемого лука в исходном положении, а "стрелой" — отрезок длины вставленной в него стрелы от ее исходного положения на тетиве до нового положения в оттянутом состоянии (см. рис. 3, где AG — синус дуги AB, OG — его "стрела"). Косинус специально не рассматривается. Он считался вспомогательной функцией и определялся как "синус дополнения" [дуги до 90°] (в латинской транскрипции complementi sinus)[1] .Синус и "стрела" принимаются как линии в круге.

Приведем определение синуса, которое дает ал-Хазини: "Синус — [это] половина хорды удвоенной дуги, или, если угодно, перпендикуляр, опущенный из одного конца дуги на диаметр, проведенный через другой конец дуги... а обращенный синус — это стрела удвоенной дуги, или, если угодно, линия от начала дуги до конца ее синуса" [46, л. 30—30 об.].

Пусть на рис. 12 $AB = \alpha$ — дуга круга радиуса $R = OB$ с центром в точке O. Линия синуса, $\text{Sin}\, AB$, есть перпендикуляр AG, опущенный из A на диаметр круга CB; $\sin_R AB = \frac{1}{2}\text{crd}_R\, 2AB$, где $\text{crd}_R\; AB$ есть величина хорды AE дуги $AE = 2AB$. Отрезок OB есть линия косинуса, а отрезок $GB = 1 - R\cos\alpha$ есть "стрела" или "обращенный синус" дуги AB. Вторая пара линий — котангенс и тангенс, буквально "плоская тень" и "обращенная тень" ("зилл мустави" и "зилл ма'кус"). Третья пара — косеканс и секанс — "диаметры теней", буквально "диаметр плоской тени" ("кутр зилл мустави") и "диаметр обращенной тени" ("кутр зилл ма'кус").

Обе "тени" ал-Хазини определяет, исходя из гномоники, как линии в прямоугольном "треугольнике тени" гномона. "Тень есть линия между основанием гномона и концом тени, — подчеркивал ал-Хазини. — Тени подразделяются на первую и вторую. Первая тень — от гномона, параллельного горизонтальной плоскости; ее также называют обращенной тенью... Вторая тень — от гномона, перпенди-

---

[1] $\text{Sin}\,\alpha$, $\text{Cos}\,\alpha$, и т. д., написанные с заглавной буквы, означают не функции $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ и т. д. в их современном понимании, а соответственно линии синуса, косинуса и т. д. для круга радиуса $R \neq 1$, от которого отправлялись авторы тригонометрических трактатов и тригонометрических разделов в зиджах, так что $\sin\alpha = R\sin\alpha = \text{Sin}_R\,\alpha$. В большинстве сочинений, восходящих к птолемеевской традиции, $R = 60$, так как греки делили диаметр круга на 120 частей. В индийской астрономии $R = 150$.

кулярного к горизонтальной плоскости. Ее также называют плоской тенью" [45, л. 31 об]. Таким образом, $\mathrm{Tg}\alpha$, т.е. "обращенная тень", есть отрезок AB на рис. 4,*в*, а $\mathrm{Ctg}\alpha$, т.е. "плоская тень", — отрезок AB на рис 4,*а*.

В то же время ал-Хазини, как и его предшественники еще в X в. (Абу-л-Вафа, Ибн Ирак, ал-Бируни) связывают линии в круге с линиями в гномонике. Он приводит правила выра-

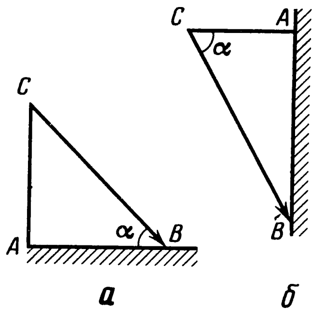


Рис. 4

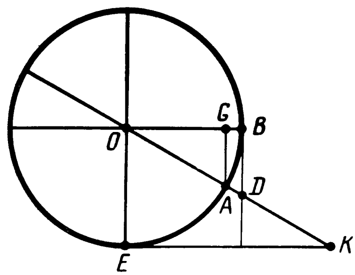


Рис. 5

жения тангенса и котангенса через синус и косинус, эквивалентные современным формулам

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ и } \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

В "Санджарском зидже", как говорилось выше, нет чертежей. Но ал-Бируни, которому следует ал-Хазини, иллюстрирует эти правила с помощью чертежа (см. рис. 5), на котором BD и EK — соответственно линии тангенса и котангенса, связанные, как видим, с линиями в круге. В соответствии с этим получают объяснение и названия секанса и косеканса — "диаметры теней". На рис. 5 это линии OD и OK. Более раннее их название — "гипотенузы теней", т.е. гипотенузы гномонных треугольников ABC на рис. 4.

Интересно заметить, что тангенс и котангенс ал-Хазини называет "тенями", причем по-разному: либо "первой" и "второй", либо "обращенной" и "плоской". Его предшественник ал-Бируни пользовался только вторым названием, а ат-Туси в XIII в. — только первым. Таким образом, терминология ал-Хазини занимает промежуточное положение между терминологией ал-Бируни и ат-Туси.

В заключение второй книги ал-Хазини приводит правило, по которому можно определить тень гномона неизвестной высоты по тени гномона известной высоты (или, в его формулировке, "гномона с неизвестными частями по [высоте] гномона с известными частями"): "Если у нас имеется тень гномона с известными частями, а мы хотим привести ее к частям другого гномона, умножим известную тень на части гномона, тень которого мы хотим [определить] и разделим произведение на части гномона с известной тенью. В результате, получим величину тени второго гномона" [45, л. 32]. Действительно, правило ал-Хазини сводится к сравнению подобных треугольников ABC и ECD, где $AB = n$ — гномон известной высоты, $ED = m$ — гномон неизвестной высоты, и равносильно соотношению $DC = AC \cdot m/n$ или $m = nDC/AC$.

Существенную часть "Санджарского зиджа" составляют тригонометрические таблицы во второй части трактата и правила пользования ими, изложенные в первой части. Это таблицы синусов, синусов-верзусов ("стрел") и котангенсов (по таблице котангенсов легко вычисляются и "обращенные тени" — тангенсы). Таблицы вычислены через 1° аргумента ($\sin\alpha$ с аргументом от 0 до 360°, $\sin \operatorname{vers}\alpha$ с аргументом от 0 до 180° и $\operatorname{ctg}\alpha$ с аргументом от 0 до 360°) с тремя шестидесятиричными знаками. Кроме того, зидж содержит таблицы $6\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\alpha$, $7\operatorname{ctg}\alpha$ и $12\operatorname{ctg}\alpha$ с двумя шестидесятиричными знаками в соответствии с высотой гномона в 6 $\frac{1}{2}$, 7 "стоп" и 12 "пальцев" по традиции, восходящей к индийской гномонике. Таким образом, и в таблицах "тени" вычисляются в соответствии с обоими определениями: и как линии в круге, и как тени гномона.

Для действий с таблицами ал-Хазини приводит правила, равносильные современным формулам приведения. Вот одно из них: "Если дуга, синус которой мы хотим [определить], меньше 90 [градусов], то действуем с ней. Если она больше 90, но меньше 180 [градусов], вычтем ее из 180 и действуем с разностью. Если она больше 180 и меньше 270 [градусов], вычтем из нее 180 и действуем с разностью. Если же она больше 270 [градусов], вычтем ее из 360 и [снова] действуем с разностью" [45, л. 32 об].

Однако наибольший интерес в математическом разделе зиджа представляют правила линейного и квадратичного интерполирования тригонометрических таблиц. Рядом со столбцами значений Sinα, sinversα и Ctgα в таблицах располагаются столбцы их так называемых значений первых (для всех указанных функций) и вторых (только для Sinα) разностей или поправок — "уравнений" ("та'дил").

Таблица синусов, например, составлена следующим образом [45, л. 124].

Строка дуговых чисел	Синусы			Разности			Поправки		
	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды	градусы	минуты	секунды

"Дуговые числа" — это значения дуг окружности от 0 до 360°. Далее идут значения синусов через 1° аргумента. Если же надо определить синус промежуточного значения дуги, например синус дуги α, где $5° < \alpha < 6°$, то пользуются столбцами "разностей" и "поправок".

Для вычисления синуса дуги по этой таблице ал-Хазини формулирует два правила: "правило определения" и "правило уточнения".

Правило определения синуса по известной дуге. "Если известна дуга и мы хотим определить ее синус, войдем с ней в столбец[2] дуговых чисел таблицы синусов. Найдем равные этой дуге и возьмем то, что против этого [в столбце синусов], соответствующие ей градусы и его доли. Это и есть искомый синус".

Если же в столбце дуговых чисел нет [числа], равного ей, ищем в нем ближайшее к ней [число], меньшее ее. Вычтем это из числа данной дуги и запомним то, что находится против него в столбцах синусов и разностей. Затем умножим остаток дуги на раздробленную разность и прибавим произведение к запоминаемому. Получим искомый синус нашей дуги.

Правило уточнения определения синуса. "Если мы хотим уточнить результат, то остаток дуги умножаем сначала на раздробленную поправку и результат вычтем из разности. Останется исправленная разность. Преобразуем ее. Затем умножим остаток дуги на раздробленную исправленную разность. Прибавим произведение к запоминаемому. Получим искомый синус" [45, л. 31].

---

2 Буквально — в строку (сатар).

В современных обозначениях первое правило ал-Хазини имеет вид

$$\sin x = \sin x_0 + (x - x_0)\frac{\sin x_0 - \sin(x_0 - 60')}{60'},$$

а "правило уточнения" равносильно формуле

$$\sin x = \sin x_0 + (x - x_0)\frac{\sin x_0 - \sin(x_0 - 60')}{60'} +$$

$$+ (x - x_0)^2\left[\frac{\sin x_0 - \sin(x_0 - 60')}{60'} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin(x_0 - 60') - \sin x_0}{60'}\right]\frac{1}{60'}$$

Первое из этих правил есть правило линейного интерполирования функции (в данном случае $\sin x$), т.е. замены рассматриваемой функции линейной, принимающей в двух точках данные значения. В геометрической интерпретации отрезок кривой графика функции между двумя точками заменяется отрезком прямой. В общем виде это правило можно записать следующим образом:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{f(x_0 + h) - f(x)}{h},$$

В нашем случае $f(x) = \sin x$, $h = 60$.

Второе правило в общем виде равносильно формуле

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h} +$$

$$+(x - x_0)^2\frac{\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}}{h}.$$

Это правило квадратичного интерполирования. Оно напоминает правило параболического интерполирования,. т.е. замены функции квадратным трехчленом, принимающим данные значения в трех точках, которое геометрически интерпретируется как замена графика функции между двумя крайними точками дугой параболы с вертикальной осью и отличается от него только отсутствием множителя $^1/_2$ в третьем члене.

И в правило ал-Хазини, и в правило параболического интерполирования входят выражения

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \text{ и}$$

$$\frac{\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \dfrac{f(x_0)-f(x_0 - h)}{h}}{h},$$

числители которых представляют собой разности первого и второго порядка $\Delta f(x)$ и $\Delta^2 f(x)$, в нашем случае $\Delta \sin x(x)$ и $\Delta^2 \sin x(x)$. Это то, что в таблице ал-Хазини называется "разностью" и "поправкой". Говоря о раздробленной "разности" и " поправке", он имеет в виду $h = 1° = 60'$.

Если обозначить приращение аргумента h через Δx, оба выражения можно записать в виде $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ и $\frac{\Delta^2 f(x)}{\Delta x^2}$. Первое из них, соответствующее "разности", представляет собой приближенное значение производной $f'(x_0)$, а второе, соответствующее "поправке", — приближенное значение второй производной $f''(x_0)$. Если в правиле параболического интерполирования заменить приближенные значения первой и второй производной их точными значениями, получим первые три члена ряда Тейлора:

$$x = f(x_0) + (x - x_0)\, f'(x_0) + 1/2(x - x_0)^2 + \ldots$$

Если ту же замену произвести в правиле ал-Хазини, образуется выражение, отличающееся от первых трех членов ряда Тейлора лишь отсутствием коэффициента $^1/_2$ перед третьим членом.

Линейное интерполирование было общепринято при составлении тригонометрических и астрономических таблиц со времен Птолемея. Что же касается квадратичного, то оно встречается в VII в. у китайских астрономов, которые пользовались им в календарных расчетах [50, с. 263], однако на Среднем и Ближнем Востоке их методы не были известны. В индийской математике оно появляется только в XII в. Известно высказывание ал-Бируни: "Впервые это сделали мы" [8, ч. 1, с. 282].

Исследования последних лет показали, что ал-Бируни отнюдь не первым среди ученых стран ислама применил квадратичное интерполирование в вычислительной практике [60, 71]. В частности, этим приемом пользовался его знаменитый современник, многократно упомянутый выше каирский астроном Ибн Юнис, составивший таблицы синусов с разностями первого и второго порядка [60, с. 148—151]. Говоря, что "впервые это сделали мы", ал-Бируни, очевидно, имел в виду другое, а именно свое правило "Обобщения действия уточнения на все таблицы по общему правилу" [8, с. 353]. И хотя его правило оказалось менее точным, чем правило параболического интерполирования, важность его для истории науки состоит в том, что ал-Бируни считал это свое правило универсальным для всех тригонометрических и астрономических таблиц и связывал с общими свойствами определенного класса непрерывных и монотонных функций. И в этом он был действительно первым.

Ал-Хазини, для которого ал-Бируни был образцом во многих отношениях, и здесь полностью следует ему. Вслед за ал-Бируни он не только составляет тригонометрические таблицы с первыми и вторыми разностями, но и приводит правило ал-Бируни "для всех таблиц".

Ниже еще не раз будет показано, что ал-Хазини хорошо знал и широко использовал труды своего великого предшественника, которые во многих отношениях были образцом для него, жившего столетием позже. Это тем более важно, что впоследствии ал-Бируни был прочно забыт, а в средневековой Европе труды его, как и имя, были неизвестны вплоть до XIX в.

Сферическая астрономия

Сферической тригонометрии посвящена третья книга "Санджарского зиджа". В начале книги определяются основные круги и точки небесной сферы: небесный экватор — большой круг видимого суточного движения сферы, эклиптика (зодиакальный круг) — большой круг видимого годичного движения Солнца (эклиптика пересекается с экватором в точках весеннего и осеннего равноденствия) и круг горизонта с полюсами — зенитом (над головой) и надиром (под Землей).

Ал-Хазини, как и большинство авторов зиджей, пользуется тремя системами координат на небесной сфере:

1. *Горизонтальной*, в которой положение точки определяется высотой h, отсчитываемой от горизонта по перпен-

дикулярному ему кругу высоты, и азимутом A, отсчитываемым от круга меридиана, перпендикулярного к плоскости горизонта.

2. *Экваториальной*, в которой положение точки определяется с помощью восхождения α, отсчитываемого по небесному экватору от точки весеннего равноденствия, и склонения δ, отсчитываемого по перпендикулярному ему кругу склонения.

3. *Эклиптической*, в которой положение точки определяется с помощью эклиптической долготы λ, отсчитываемой по эклиптике от точки весеннего равноденствия γ, и эклиптической широты β, отсчитываемой от эклиптики по перпендикулярному ей кругу широты.

В практике вычислений авторы зиджей пользовались обычно смешанными системами. Как и большинство авторов, ал-Хазини исследует функциональные зависимости, связывающие функции, принадлежащие к разным системам. Рассмотрим эти координаты и функции.

Это прежде всего "градус" светила $K(\lambda = mM)$, т.е. его эклиптическая долгота, "первое" $\delta_1 = MH$ и "второе" $\delta_2 = NG$ склонения и "градусы" небесного экватора, т.е. его "восхождение" $\alpha = \Upsilon H$ (рис. 6). "Первое склонение" — это обычное склонение светила в экваториальной системе координат. Под "вторым склонением", которое называли также "широтой градуса [эклиптики]", понималось расстояние соответствующих точек эклиптики от экватора, отсчитываемое по кругу широты. Для светила, не лежащего на эклиптике, вычислялась "широта" $\beta = KN$, т.е. его расстояние от эклиптики на кругу широты; для точки эклиптики ($\beta = 0$) — ее координаты, наиболее часто применяемые в вычислениях δ_1 и δ_2;

Первое склонение δ_1 зависит не только от эклиптической долготы λ, но и от величины угла ε — наклона эклиптики к экватору, изменение которого со временем объясняется прецессией земной оси. Согласно известной формуле Ньюкомба зависимость величины угла ε от времени t выражается соотношением

$\varepsilon = 23°27'8'', 26 - 0'', 4684$ (t — 1900, где t — число лет, отсчитанное от 1900 г).

В начале третьей книги ал-Хазини приводит вычисленное им значение наклона эклиптики к экватору ("наибольшее склонение" в терминологии арабоязычных астрономов), равное 23°35'. Ал-Хазини отмечает, что это значение, кроме него, получено тремя крупнейшими астрономами — его предшественниками: ал-Баттани, Абу-л-Вафой и ал-Бируни в итоге многократных измерений высоты Солнца. Значение ал-Хазини в соответствии с формулой Ньюкомба дает ошибку менее чем в 1', т.е. вычислено с высокой для того времени степенью точности. "Санджарский зидж" содержит таблицы δ_1 и δ_2 через 1° с двумя шестидесятиричными знаками для значения $\varepsilon = 23°35'$. В соответствии с античной

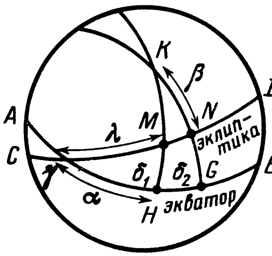


Рис. 6

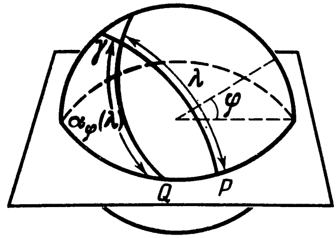


Рис. 7

традицией, принятой авторами зиджей, ал-Хазини рассматривает два вида восхождения α как функции эклиптической долготы λ: восхождение в "прямой сфере" $\alpha(\lambda)$ для наблюдателя на земном экваторе (широта места $\varphi= =0$, отсюда современный термин "прямое восхождение") и "восхождение в наклонной сфере" $\alpha_\varphi(\lambda)$ для произвольной географической широты $\varphi \neq 0$. На рис. 7 это расстояние ΥQ от точки весеннего равноденствия Υ до точки Q, восходящей на горизонте одновременно с точкой P с координатой $\lambda = \Upsilon P$.

"Санджарский зидж" содержит несколько таблиц восхождений, вычисленных через 1°λ с точностью до минут. Во-первых, это таблица $\alpha(\lambda)$ +90° для $\varphi = 0$, содержащая столбец разностей первого порядка, т.е. предполагающая линейное инерполирование. Во-вторых, таблица $\alpha_\varphi(\lambda)$ +90° для $\varphi = 37°40,'$ т.е. широты Мерва, где была расположена обсерватория ал-Хазини. В-третьих, таблица $\alpha_\varphi(\lambda)$ для всех семи "климатов".

Понятие "климата" (греческое κλιμα, арабское "иклим") восходит к античной традиции деления ойкумены на широтно-климатические зоны по астрономо-географическому принципу: в соответствии с продолжительностью самого долгого дня или величиной склонения Солнца. Это понятие ввел в античную науку, по-видимому, Эратосфен. В арабоязычной научной литературе деление на семь "климатов" впервые встречается у ал-Хорезми [28, с. 95]. Ширина "климата" выбиралась так, чтобы при переходе от одного к другому продолжительность самого длинного дня различалась на полчаса: 1) от 12 $^3/_4$ до 13 $^1/_4$ часа, 2) от 13 $^3/_4$ до 13 $^3/_4$, 3) от 13 $^3/_4$ до 14 $^1/_4$, 4) от 14 $^1/_4$ до 14 $^3/_4$, 5) от 14 $^3/_4$ до 15 $^1/_4$, 6) от 15 $^1/_4$ до 15 $^3/_4$, 7) от 15 $^3/_4$ до 16 $^1/_4$.

Единства в этом вопросе у средневековых ученых не было. Расхождения появлялись главным образом за счет того, что границы климатов часто весьма произвольно привязывались к широтам населенных пунктов, представляющих для того или иного автора особый интерес. Однако наиболее принятыми были границы, которые приводит ал-Бируни в "Геодезии" и "Каноне Масуда" и которым следует в своем зидже ал-Хазини.

Кроме того, ал-Хазини приводит таблицы $\alpha_\varphi(\lambda)$ для $\varphi = 33°25'$ (широты Багдада), для $\varphi = 90° - \varepsilon = 66°25'$, для $\varphi = 76°4'$ и $\varphi = 37°40'$ (широты Мерва), последнюю со столбцом "первых разностей".

Как принято в большинстве зиджей, ал-Хазини вычисляет "разность восхождений", т.е. величину $\Delta\alpha = \alpha_\varphi(\lambda) - \alpha(\lambda)$.

К проблеме определения функций $\alpha(\lambda)$ и $\alpha_\varphi(\lambda)$ и $\Delta\alpha(\lambda)$ примыкает проблема определения продолжительности светлого времени суток D и наибольшей его продолжительности D_{max}, которая была основным параметром при делении на "климаты".

На Ближнем и Среднем Востоке в средние века существовало, как уже говорилось, два способа исчисления времени: с помощью "равных" часов, т.е. вычисления астрономического времени, когда предполагается, что сутки содержат 24 равных часа, и "неравных" часов. В последнем случае продолжительность дня (от восхода до захода) и продолжительности ночи делятся на 12 часов. Это так называемые сезонные часы, величина которых изменялась в зависимости от времени года. Таким образом, D есть функция широты φ и времени года. Она изменяется от 12 часов при $\varphi = 0$ (на экваторе в любое время года) до 24 часов при $\varphi = 90° - \varepsilon$ (на полярном круге летом). Уравнение дня, т.е. функция $\Delta D = D - 12$ и продолжительность сезонного часа $\tau = D/12$ табулированы во многих зиджах. В "Санджарском зидже" приведены таблицы $\Delta D(\lambda_s)$ и $\tau(\lambda_s)$ (где λ_s — долгота Солнца) для широты Мерва (φ = 37°40') с точностью до минут, а также таблицы (D_{max} –12) и $\sin(D_{max} - 12)$ для значений φ от 1° до 60° через 1°.

В большинство зиджей входит также таблица уравнения времени $\Delta E(\lambda_s)$. Уравнение времени, т.е. разность между средним и истинным солнечным временем, представляет собой поправку за счет двух особенностей движения Солнца: во-первых, за счет того, что Солнце движется не по небесному экватору, по которому отсчитывается прямое восхождение, а по эклиптике, и, во-вторых, за счет того, что Солнце по эклиптике движется неравномерно. Уравнение времени, которое учитывает оба эти фактора, представляет собой сумму двух синусоидальных компонент: одной, связанной со склонением точек эклиптики с полугодовым периодом, и другой, связанной с эксцентриситетом солнечной орбиты согласно эксцентрической гипотезе — с полугодовым периодом. Таблица $\Delta E(\lambda_s)$ стандартна для всех зиджей. Таблица ал-Хазини составлена через 1° аргумента с точностью до секунд.

Значительное место в зидже занимает изложение методов определения горизонтальных координат — азимута A и высоты h светила, полуденной высоты Солнца и высоты светила в меридиане H, часового угла t и "расстояния восхода" a, т.е. дуги горизонта между точкой востока и точкой восхода светила. Приведены методы определения широты места по наблюдаемым значениям высоты Солнца, расстояния между светилами на небесной сфере по разностям их долгот (задача, эквивалентная определению расстояний между точками земного шара) и обратная задача определения координат светил по их расстояниям[3], а также способы нахождения азимута по географическим координатам местностей и расстояниям между ними (в частности, для определения "азимута кыблы").

---

[3] Исходя из того, что широта места равна высоте полюса экватора над горизонтом.

Связывающие все три системы координат функциональные зависимости заданы в словесной и табличной форме.

Ал-Хазини широко применяет теоремы сферической тригонометрии, которые оказались очень эффективными при переходе от одной системы координат к другой и при пользовании смешанными системами. Приведем его правило определения $\delta_1(\lambda)$: "Если мы хотим [определить] градусы первого склонения по градусам зодиакального круга, умножим синус [его] расстояния от точки равноденствия на... синус наибольшего склонения. Получим синус первого склонения" [45, л. 36 об.].

Это правило равносильно формуле $\sin\delta = \sin\lambda\sin\varepsilon$, которая получится, если применить теорему синусов сферической тригонометрии к прямоугольным сферическим треугольникам ΥMH и ΥHG, откуда $\sin\delta_1 \sin\Upsilon H = \sin\lambda \sin\varepsilon$. Но $\sin\Upsilon H = \sin 90° = 1$, и правило доказано.

Другое правило ал-Хазини приводит для нахождения δ_2 ("второго склонения" или "широты градуса:): "Если мы хотим [определить] градусы второго склонения по градусам эклиптики, умножим синус известной дуги на синус наибольшего склонения. Получим тень искомого склонения" [45, л. 36 об.]. В современных обозначениях это правило имеет вид $\mathrm{tg}\delta_2 = \sin\lambda \sin\varepsilon$. Здесь ал-Хазини пользуется теоремой тангенсов сферической тригонометрии. Действительно, для прямоугольных сферических треугольников

$$\Upsilon NG \text{ и } \Upsilon BD \quad \frac{\sin\Upsilon N}{\sin\Upsilon D} = \frac{\mathrm{tg}NG}{\mathrm{tg}DB} \quad \text{или} \quad \frac{\sin\lambda}{\sin\Upsilon D} = \frac{\mathrm{tg}\delta_2}{\mathrm{tg}\varepsilon},$$

но дуга $AG = 90°$. Следовательно, $\mathrm{tg}\delta_2 = \sin\lambda \ \sin\varepsilon$.

Ал-Хазини применяет сферические теоремы синусов и тангенсов для нахождения восхождения α светила. Он приводит три правила его определения, соответственно равносильные формулам

$$\sin\alpha = \frac{\sin\lambda\cos\varepsilon}{\cos\delta}, \quad \cos\alpha = \frac{\cos\lambda}{\cos\delta} \text{ и } \sin\alpha = \frac{\mathrm{tg}\delta}{\mathrm{tg}\varepsilon}$$

[45, л. 37 об].

Для определения "уравнения дня" или "разности уравнений" $\Delta\alpha$ применяется сферическая теорема тангенсов: "умножим [обращенную] тень склонения на [обращенную] тень широты местности. Получим синус уравнения дня" [45, л. 38 об.], т.е. $\sin\Delta\alpha = \mathrm{tg}\delta \ \mathrm{tg}\varphi$.

Одна из основных задач сферической астономии — определение разности долгот двух светил на небесной сфере $\lambda_2 - \lambda_1$ и расстояния между ними ρ. Обе задачи сводятся к определению угла косоугольного сферического треугольника по трем его сторонам, который легко находится с помощью теоремы косинусов сферической тригонометрии. Однако ал-Хазини, которому (как и ал-Бируни) эта теорема в общем виде была не известна, применяет к этой задаче ее частные случаи, разбивая косоугольный сферический треугольник на два прямоугольных и пользуясь известными ему теоремами.

Правила ал-Хазини, основанные на применении теорем сферической тригонометрии, как, впрочем, и значительная часть остального материала, входящего в состав третьей книги зиджа практически повторяет соответствующие разделы "Канона Масуда" ал-Бируни, не говоря уже о методах определения азимута кыблы, о которых говорилось в предыдущей главе. Это еще одно доказательство, что "Канон Масуда" и в смысле структуры книги, и в смысле содержания был для ал-Хазини образцом.

Движение светил

Средние движения. Выше уже отмечалось, что в основе теории движения светил, принадлежавшей ученым рассматриваемой эпохи, были античные эксцентрическая и эпициклическая модели (простая и сложная). Правда, эти модели подвергались уточнениям и модификациям, но их принципиальная античная схема сохранялась.

Движение Солнца ал-Хазини объясняет с помощью простой эксцентрической модели, согласно которой его эклиптическая долгота $\lambda(t)$ удовлетворяет уравнению $\lambda(t) = \bar{\lambda}(t) \pm \theta(t)$, где $\bar{\lambda}(t)$ — средняя долгота (или "среднее движение") Солнца на эксцентрической орбите или эклиптическая долгота центра его эпицикла, отсчитываемая от точки апогея согласно эпициклической модели, $\theta(t)$ — поправка, называемая "уравнением" центра.

Движение Луны и планет он описывает с помощью простой и сложных эпициклических моделей в сочетании с моделью "подвижного эксцентра". Рассмотрим схему простой эпициклической модели движения Луны или какой-либо планеты, в которой ее истинная долгота λ есть сумма средней долготы $\bar{\lambda}$ и аномалии α, которые представляют собой линейные функции времени, т.е.

$$\bar{\lambda}(t) = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}'(t), \quad \bar{\alpha}(t) = \bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}'(t),$$

где λ' — средняя угловая скорость изменения долготы планеты, а $\bar{\alpha}'$ — угловая скорость изменения ее аномалии. Константы $\bar{\lambda}$, $\bar{\lambda}'$, α_0 и α' — четыре основных параметра для каждой планеты и табулированы, как правило, во всех зиджах. В планетной теории Птолемея, принятой астрономами средневековья, сам деферент эксцентричен относительно центра Земли 0; точка, наиболее удаленная от 0 есть апогей деферента, противоположная ей точка — его перигей. Долгота апогея λ_A также есть функция времени t. Определение долготы апогеев светил связывалось с прецессионным движением, т.е. медленным перемещением точек весеннего и осеннего равнодействий вдоль эклиптики с востока на запад. Следуя Птолемею, авторы зиджей вычисляли и значения двойной элонгации Луны $2(\bar{\lambda}_m - \lambda_s)$ — где $\bar{\lambda}$ и λ_s — соответственно средние долготы Луны и Солнца. Кроме того, в зиджах вычислялось и табулировалось перемещение узлов лунной орбиты.

По сравнению с остальными разделами "Санджарского зиджа" раздел, посвященный средним движениям светил, отличается чрезвычайной полнотой и подробностью. Все средние движения, т.е. и $\bar{\lambda}$ и $\bar{\alpha}$ для Солнца, Луны и планет, движение лунных узлов и скорость двойной элонгации Луны, приведены с точностью до семи и более шестидесятиричных разрядов. Например, для $\bar{\lambda}$ Солнца приводится значение, равное 0, 59, 8, 20, 33, 53, 4, 29, 40 в день; есть таблицы, в которых найдены суммы этих "средних движений" в градусах соответственно для 1, 2, 3... 60 дней с точностью до восьми разрядов. Начальные значения всех "средних движений" вычислены применительно к местности, отстоящей на 90° от "Островов Блаженных"[4], для эпохи хиджры, "эры" Иездигерда и селевкидской эры. С целью облегчения практических расчетов все средние параметры приведены в зидже для 1, 31, 61, ... 1321 г. хиджры с точностью до секунд, а иногда и терций. Средние

---

[4] Так географы средневекового Востока называли Канарские острова, проводя через них начальный меридиан для отсчета географических долгот.

скорости даны с той же степенью точности на 30 лет и 12 месяцев хиджры соответственно через год и месяц и на 60 дней и 12 тридцатидневных персидских месяцев.

Уравнение движений Солнца, Луны и планет. Истинная долгота планеты $\bar{\lambda}$, как уже говорилось, рассматривалась как функция двух аргументов: средней долготы $\bar{\lambda}(t)$ и аномалии $\alpha(t)$, которое для данного момента времени всегда можно было вычислить. О "среднем движении", или средней долготе $\bar{\lambda}$, уже говорилось. Истинную долготу ал-Хазини, следуя Птолемеевской схеме, представляет в виде

$$\lambda(\bar{\lambda}, \alpha) = \bar{\lambda} + e_1(\bar{\lambda}) + e_2(\alpha, \bar{\lambda}),$$

т.е. "поправка" $\theta(t)$ для планет рассматривается и вычисляется в виде алгебраической суммы двух независимых "уравнений", первое из которых появилось за счет того, что в простой эпициклической схеме центр эпицикла планеты находится на постоянном расстоянии от центра ее деферента. Но так как в сложной модели, с помощью которой объясняется движение планет, центр деферента перемещается по кругу и плоскость его непрерывно меняет свое положение в пространстве, необходимо второе уравнение $e_2(\alpha, \bar{\lambda})$ учитывающее связанное с этим перемещение центра эпицикла планеты.

Птолемеевская в основе модель применяется и для описания движения Луны, в которой ее истинная долгота λ представляет собой алгебраическую сумму трех слагаемых: средней долготы λ и двух "уравнений", появляющихся при учете ее аномалии и элонгации. Но в отличие от Птолемея, ал-Хазини, следуя ал-Бируни, вводит еще и третье "уравнение" — поправку для перехода долготы Луны в ее наклонной орбите к долготе в эклиптике ("приведение на эклиптику" в современной терминологии), замечая, что Птолемей пренебрег им из-за малости широты Луны.

Широты светил. Ал-Хазини излагает и теорию широт планет, которой соответствуют вычисленные таблицы.

Широта планеты у ал-Хазини, как и практически во всех зиджах, вычисляются согласно птолемеевской модели в виде частного двух ее компонент: $\beta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{R}{\rho} \sin\omega$, где R и ρ — соответственно радиусы деферента и эпицикла; ω —

угол, отсчитываемый от восходящего узла (для верхних планет), и $\beta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{R}{\rho}\sin(\omega + \alpha)$, где α — аномалия планеты (для нижних планет).

Широта Луны β_m находится по правилу, равносильному формуле $\beta_m = \beta_{max}\sin(\lambda_m - \lambda_n)$, где λ_m — долгота Луны, λ_n — долгота ее восходящего узла. Значение β_{max} у ал-Хазини, равное 5°, совпадает с птолемеевским и значением ал-Бируни.

Параллакс и затмения. При наблюдении небесного объекта с поверхности Земли его положение на небесной сфере отличается от вычисленного согласно геоцентрической модели. Это происходит потому, что геоцентрическая модель предполагает, что наблюдатель находится не на поверхности, а в центре Земли. Наблюдение же в действительности производится на ее поверхности. Разность между наблюдаемым и вычисленным согласно геоцентрической модели положениями светила есть его параллакс π, который равен нулю в зените и достигает максимума в точке наблюдения данной широты.

Важное значение в средневековой астрономии имело определение параллакса Солнца и Луны, во-первых, вследствие того что Луна находится сравнительно близко к Земле, и поэтому он имеет существенную величину, и, во-вторых, нахождение солнечного и в особенности лунного параллакса было необходимым этапом во всех расчетах, связанных с затмениями. Вычислялась обычно разность между солнечным и лунным параллаксами при их "соединениях". "Алмагест" Птолемея содержит таблицы солнечного и лунного параллаксов на круге высоты. В "Подручных таблицах" позднеалександрийского комментатора Птолемея Теона (IV в.) приведены таблицы долготной π_λ и широтной π_β составляющих параллакса Луны для каждого из семи "климатов" [109, 73]. В большинстве зиджей приведена таблица Теона.

Таблицы параллаксов в "Санджарском зидже", как и в зиджах ал-Баттани и ал-Бируни, воспроизводят таблицы Птолемея. Кроме того, ал-Хазини дает таблицу Теона, дополненную, однако, специальной таблицей π_λ и π_β вычисленных для широты Мерва.

Обязательной частью зиджей были таблицы солнечных и лунных затмений. В этих таблицах табулировались прежде всего значения $\lambda'_s(\lambda_s)$ и $\lambda'_m(\alpha_m)$ — скорости Солнца и Луны соответственно как функции среднего расстояния Солнца от апогея и лунной аномалии. Кроме того, вычислялись таблицы значений r_s, r_m и r_w — соответственно видимых радиусов дисков Солнца, Луни и тени как функций $\bar{\lambda}_s$ и λ_m (или λ'_s и α'_m). Величина затмения измерялась в "пальцах" и определялась следующим образом.

Представим себе линию, соединяющую центры дисков обоих светил, затмеваемого и затмевающего. Отрезок ее, общий для обоих дисков (диаметр тени), делился на 12 "пальцев" и измерялся в 12-х частях диаметра затмевающего диска. Таким образом, диаметр этой общей части (диаметр тени) при полном затмении составлял 12 "пальцев". Аналогичным образом находилась величина площади затмеваемой части. Зиджи обычно содержат таблицы перехода от "пальцев" диаметра к "пальцам" площади диска и наоборот.

Обязательной частью этого раздела зиджей были таблицы соединений и противостояний Солнца и Луны, вычисленные в соответствии с лунным мусульманским календарем. Табулировались обычно момент t среднего соединения или противостояния, долготы λ_s и λ_m Солнца и Луны, аномалия α_m Луны и долгота апогея Солнца λ_A для этого момента времени. Кроме того, табулировались величина и продолжительность затмения как функции широты β_m и скорости λ'_m Луны, вычислялся "наклон затмения", т.е. угол между эклиптикой и линией, соединяющей центры дисков Луны и тени (или Солнца) в момент их первого контакта, а при полном затмении этот угол вычислялся для момента полного покрытия.

Согласно этой схеме изложена теория затмений и вычислены соответствующие таблицы "Санджарского зиджа". Для солнечных затмений это, во-первых, таблицы $\lambda'_s(\lambda_s)$ и $\lambda_m(\alpha_m)$, вычисленные в градусах для дней и часов, и таблицы значений $r_s(\bar{\lambda}_s)$, $r_m(\alpha_m)$ и $r_n(\alpha_m)$ на градус аргумента с точностью до секунд; во-вторых, таблица расстояний между Солнцем и Луной в сизигиях, т.е. в моменты ее соединений противостояний с Солнцем (при $\alpha = 0°$ и $\alpha = \pm \pi/2$), вычисленная через $6°\alpha_m$ с точностью до минут радиуса лунного деферента, принятого за 1. К "Алмагесту" восходит описанная выше таблица перехода от "пальцев" диаметра к "пальцам" площади дисков светила и тени. Таблица средних соединений и противостояний составлена для 1, 31, 61, ...1291 г. хиджры. Основные функции в таблицах — описанные выше время t, долготы λ, разность $\lambda_m - \lambda_n$ средней долготы Луны и восходящего узла ее орбиты — вычислены с точностью до секунд. Составлена таблица лунных затмений для широты Луны $\beta_m = 0...5°$, приведены значения времени начала и полных затмений и их "уровней", т.е. изменений расстояний Луны от Земли в соответствующих единицах длины с точностью до второго шестидесятиричного знака. Для таблицы аномалий Луны α_m через 6° табулирована схема линейной интерполяции. т.е. вычислены разности "первого порядка". Имеется и таблица "наклона" затмений, вычисленная в "пальцах" с точностью до минут.

Теория видимости светил. Эта теория, связанная с вычислением моментов первого появления (первой видимости) Луны и планет на горизонте, т.е. их восхода и захода в лучах заходящего и восходящего Солнца, сыграла важную роль в истории астрономических учений. Ее истоки следует искать в вавилонской астрономии. Моделируя движения Луны и планет, вавилонские астрономы отправлялись именно и главным образом от наблюдения таких явлений, как первое появление планеты в виде утренней или вечерней звезды. После вычисления долготы планеты для каждого из таких явлений, продолжавшихся в течение некоторого фиксированного интервала времени, путем интерполяции определялась уже ее долгота для произвольного момента времени t. В теории же Птолемея предлагается определенная кинематическая модель, с помощью которой геоцентрическая долгота планеты может быть непосредственно вычислена для любого t. Расчет значений t, при которых планета находится в одном из указанных выше состояний, была для него вторичной задачей. Вероятно, по этой причине в "Алмагесте" так мало места уделено этой проблеме: только небольшая таблица планетных элонгаций с добавочными столбцами моментов восхода и захода, составленными для каждого созвездия Зодиака, которую скорее можно рассматривать как пояснение и иллюстрацию к общей теории движения планет. Характерно, что эта таблица составлена для широты Вавилона и, несомненно, свидетельствует о связи птолемеевой астрономии с вавилонской. Никакого упоминания о теории видимости Луны в "Алмагесте" нет.

Гораздо большее внимание этой проблеме, в частности задаче вычисления момента первого появления молодого месяца, уделяли астрономы средневекового Востока (в особенности в странах ислама). Решение этой задачи имело важное значение для календарных расчетов (ведь мусульманский календарь — лунный), в частности, для определения начала месяца рамазана (месяца поста) и сроков сельскохозяйственных работ, а также для вычисления параметров движения Солнца и Луны. "Таблицы видимости" входят в состав большинства зиджей и многих специальных астрономических трактатов [73, 75].

Посвященный проблеме видимости Луны раздел в "Санджарском зидже", пожалуй, наиболее обширен по сравнению с аналогичными в остальных известных в настоящее время зиджах. Во-первых, за счет того, что ал-Хазини поместил в нем таблицу "пределов видимости", приписываемую Сабиту ибн Корре [39, 61, 79, 107]. Эта таблица содержит столбцы значений "дуги полной видимости", ее "уравнения" и столбец "пределов расстояний" — сумму значений, стоящих соответственно в первых двух столбцах, вычисленных через 6° аргумента. Зидж содержит аналогичную таблицу, принадлежащую и самому ал-Хазини, в которой определены "пределы" плохой, хорошей и "средней" видимости через минуту аргумента для функции λ'_m в границах 12°6' – 14°27' в день.

Во-вторых, за счет двух таблиц "восходов по климатам", одна из которых составлена, по словам ал-Хазини, "согласно мнению ал-Баттани", другая — "согласно первому мнению", возможно, восходящему к недошедшим до нас сочинениям астрономов древности. Обе таблицы составлены для значений аргумента от 0° до 13°40', причем вторая сопровождается схемой интерполяции через 6°. Таблицы дуг видимости планет вычислены с точностью до минут в зависимости от долготы планеты, "климата" и ее положения в соответствующем созвездии Зодиака.

Звездный каталог. Практически все зиджи содержат более или менее подробные звездные каталоги или списки наиболее ярких звезд. Наиболее известные каталоги этого периода — каталог ширазского астронома X в. ас-Суфи [31, т. 2, с. 158, 39] и каталог ал-Бируни, содержащий 1029 звезд

[8, ч. 2, с. 267—323]. Ал-Хазини не составил большого звездного каталога. Его список включает эклиптические координаты 45 наиболее ярких звезд, вычисленные на 500-й год хиджры (1122 г.) на основе собственных наблюдений. Это обстоятельство представляет особую ценность для истории астрономии, так как большинство авторов зиджей эти данные получали не сами, а, как правило, заимствовали из других источников.

Астрология

Астрологии посвящен последний раздел текста и серия таблиц, традиционных для всех зиджей, заключающих "Санджарский зидж". Астрологическая часть достаточно велика по объему. Это неудивительно. И в средние века, и позже, вплоть до XVIII в., почти каждый астроном был вынужден заниматься астрологическими предсказаниями, поскольку большинство из них работали при дворах правителей, в большей или меньшей степени субсидировавших астрономические исследования. А меценатов интересовали прежде всего не сами эти исследования, а именно астрологические предсказания.

Основное содержание астрологической части "Санджарского зиджа", относится к "натуральной астрологии", которая, по сути дела, представляет собой раздел астрономии. Это вопросы соединений светил, их расположения в одном или нескольких созвездиях зодиака, находящихся друг от друга на расстоянии в $1/3$, $1/4$ и $1/6$ части эклиптики ("в триагональном аспекте", "квадратуре", "гексагональном аспекте") и т.д., их прохождения через определенные точки и круги небесной сферы, астрологические операции "дирекции" и "проектирования лучей" и другие "дирекции" и "проектирования лучей" и другие астрометрические проблемы. Все эти вопросы находили применение в "юдициарной астрологии" — "искусстве" астрологических предсказаний.

В "Науке звезд" ал-Бируни подразделяет астрологические предсказания на четыре класса: 1) о событиях, относящихся ко всей Земле, 2) о событиях, относящихся к одной или нескольким странам или городам, 3) о судьбе отдельного человека, 4) об успехе или неуспехе какого-либо мероприятия. Наиболее часто выполнялись предсказания, относящиеся к последним двум классам. Астролог устанавливал дату рождения человека или начала мероприятия, затем рассматривал расположение в этот момент небесных светил и, наконец, делал выводы о степени благоприятности такого расположения.

Выводы эти делались на основании следующих операций. Прежде всего определялись четыре основные точки: "гороскоп" — точку пересечения эклиптики с восточной частью горизонтального круга, "заход" — точку пересечения ее с западной частью горизонта, а также точки пересечения ее с кругом меридиана ниже горизонта ("середину Земли") и выше горизонта ("середину неба"). Между каждыми двумя из этих четырех точек, называемых "колышками", выбирались еще две точки эклиптики, и, таким образом, вся эклиптика делилась на 12 "астрологических домов". Процесс их нахождения для данного момента времени назывался "эквализацией домов". "Дома" определяли события жизни субъекта предсказания, его родственников, друзей, врагов и т.д. Далее астролог устанавливал, в каких "домах" находится Солнце, Луна и планеты и в какие части созвездий зодиака попадают те или иные дома. Каждый знак зодиака и светило считались благоприятными или неблагоприятными в определенном отношении. Сочетание знака зодиака, "дома" и светила было основой для предсказания. Затем находили, часто с большим произволом, характерные для этого предсказания точки эклиптики и, наконец, "перемену года рождения", т.е. время, когда Солнце находится в той же точке эклиптики, что и в момент, для которого составляется гороскоп. Затем эти данные подвергались некоторой математической обработке, в результате которой получались соответствующие им числовые характеристики. Они и помещались в таблицах. Наиболее подробно теорию и технику астрологических операций изложил ал-Бируни в "Науке звезд" и трактате "О прохождениях" [61], специально посвященном "натуральной астрологии".

Ал-Хазини в основном придерживается теории ал-Бируни. "Санджарский зидж" содержит таблицы широт соответствующих точек и таблицы функции $f = \sin\theta_{max}$, где θ — солнечное неравенство, вычисленную через 1° с точностью до секунд, дополненную таблицей разностей первого порядка и таблицу функции $f = A\cos\theta$, где A — константа, равная 0, 13, 40. Это таблицы, имеющие самостоятельное значение в практической астрономии, независимо от их астрологического приложения.

Этим последним разделом заканчивается обзор "Санджарского зиджа". Анализ показал, прежде всего, что он относится к той большой группе известных в настоящее время зиджей, в основе которых лежит греческая традиция и "Альмагест" Птолемея. Непосредственным же образцом для ал-Хазини послужили труды ал-Бируни, и главным образом его "Канон Масуда", откуда воспроизведены не только теории и доказательства, но и существенная часть числовых данных, и, что наиболее важно, метод квадратичного интерполирования, который ал-Хазини применяет к таблицам синусов и о котором вслед за ал-Бируни говорит как об универсальном методе.

Анализ "Санджарского зиджа" свидетельствует, что ал-Хазини был широко образованным астрономом, хорошо знал сочинения не только своих непосредственных предшественников — Омара Хайяма, отца и сына ал-Исфизари, работавших в Исфагане и Мерве, ал-Бируни, ал-Худжанди, но и более далеких — астрономов Багдадской школы, Сабита ибн Корры, ал-Баттани.

Очень важным моментом для характеристики "Санджарского зиджа" является то, что он в значительной степени основан на результатах собственных наблюдений ал-Хазини. Конечно, не все параметры зиджа — итоги наблюдений ученого. Таких зиджей вообще нет, несмотря на то, что ученые последующих поколений обладали более совершенными инструментами и методами наблюдений и вычислений, чем их предшественники. Каждый автор в основном использовал результаты своих предшественников, а собственные измерения большинства из них касались только некоторых наиболее употребительных параметров, например таких, как долгота апогея Солнца и его уравнение. Значительная часть авторов зиджей получали их или теоретически, или извлекая из зиджей своих предшественников, начиная с Птолемея.

Среди более 100 изученных зиджей, упомянутый выше историк астрономии Э.С.Кеннеди [73] выделил всего 22, в основе которых лежат независимые наблюдения. Это зиджи крупнейших астрономов средневекового Среднего и Ближнего Востока: ученых Багдадской школы Яхьи ибн Аби

Мансура и Хабаша ал-Хасиба и др.; наблюдавших на созданных ими обсерваториях, Сабита ибн Корры, ал-Баттани, Абу-л-Вафы, ал-Худжанди, ал-Бируни, ат-Туси, Улугбека. "Санджарский зидж" — один из них, и это в значительной степени определяет его место в истории астрономии между "Каноном Масуда" и таблицами Омара Хайяма, с одной стороны, и трудами сотрудников Марагинской обсерватории (ат-Туси и его учеников) и Самаркандской (ал-Каши, Улугбек и др.) — с другой.

"Книга весов мудрости"

Главный труд ал-Хазини "Книга весов мудрости" стоит особняком не только среди его сочинений, но и вообще среди всей массы трудов подобного рода в средневековой литературе Востока и Запада. Труды ал-Бируни, например, выделяются на общем фоне таких сочинений, написанных в IX—XV вв. Тем не менее этот зидж ал-Хазини и другие известные сочинения имеют аналогии среди многочисленных сочинений авторов этой эпохи как по структуре, так и по содержанию. "Книга весов мудрости" уникальна и по предмету исследования, и по разнообразию приемов и методов, и по охвату источников. Ничего подобного этому сочинению в истории средневековой науки Востока и Запада не было (во всяком случае, пока так считается). Обратимся же к анализу трактата.

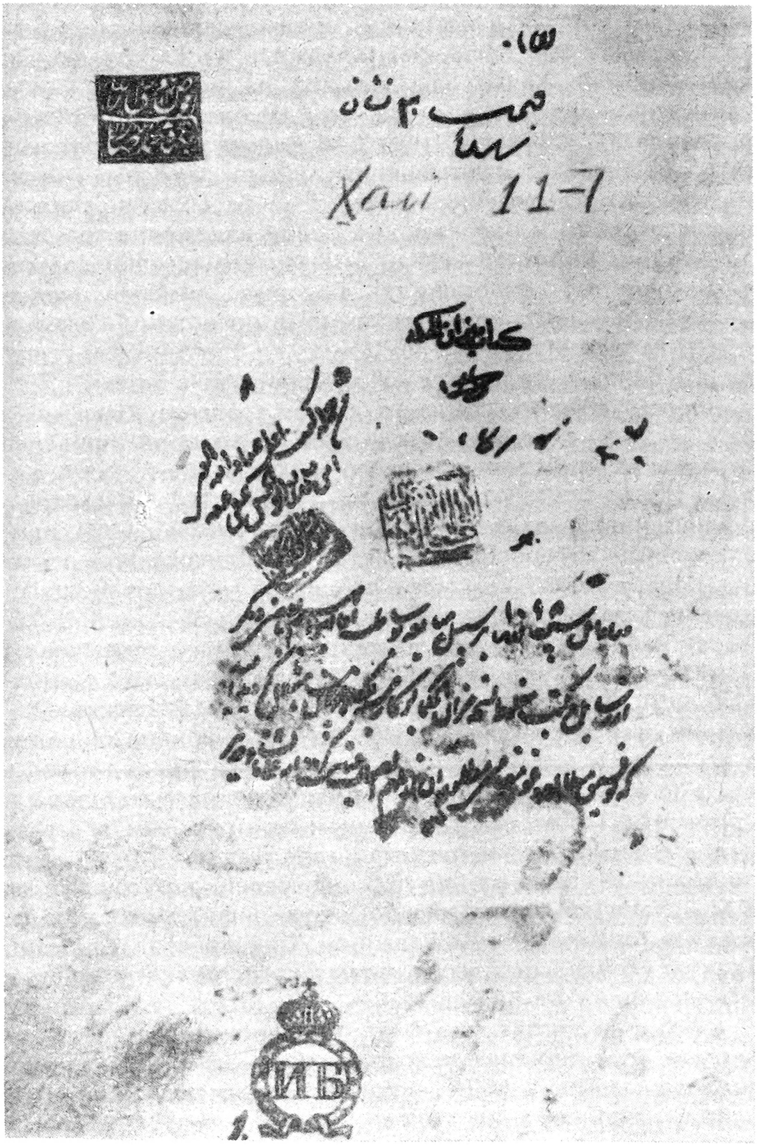
Рукописи. История изучения

В настоящее время известны четыре рукописи "Книги весов мудрости". Рукопись Ханыкова (Ленинградская Публичная библиотека, фонд Ханыкова, № 117), очевидно, древнейшая из них. В 1859 г. Ханыков издал значительную часть рукописи [76]. Более того, он и издатель журнала перевели на английский язык и опубликовали отрывки из рукописи, сопроводив их краткими предварительными комментариями. Однако текст рукописи Ханыкова оказался дефектным в середине и конце трактата. В связи с этим он привел лишь краткое изложение текста дефектного раздела в середине рукописи, а конец ее не поместил вообще.

Долгое время рукопись Ханыкова считалась единственной сохранившейся копией "Книги весов мудрости". В начале XX в. в Индии были обнаружены еще две рукописи — Бомбейская (Bombay, Jame' Masjid) и Хайдарабадская (Hyderabad, Deccan, Asafiya Mosque, cat. I, 125; очевидно, копия Бомбейской), содержащие полный текст трактата. На основе этих рукописей и рукописи Ханыкова в Хайдарабаде в 1940—1941 гг. (1359 г. хиджры) была издана "Книга весов мудрости" [43]. Еще одна рукопись трактата была обнаружена в Восточном Иерусалиме и издана в 1947 г. в Каире [70]. Текст ее, почти наполовину перепутанный, восходит скорее к рукописи Ханыкова, чем к индийским. Издание неполное, а имя автора приведено в сокращенном виде — ал-Хазини, в связи с чем его можно спутать с упомянутым выше Абу Джа'фаром ал-Хазином.

Начало подлинного изучения "Книги весов мудрости" как источника по истории физико-математических наук на средневековом Востоке связано с именем известного немецкого историка науки Э. Видемана (1852—1928). Этот ученый, в сущности, "открыл" для европейской науки многие арабоязычные источники по истории физико-математических наук, в том числе труды Ибн Корры, Ибн ал-Хайсама, ал-Бируни, Ибн Сины, Омара Хайяма. Его перу принадлежат комментированные переводы на немецкий язык многих отрывков из этих сочинений, среди которых была и "Книга весов мудрости". Над ней он работал по фотокопии рукописи Ханыкова, полученной из Петербурга. Видеман опубликовал переводы нескольких не переведенных Ханыковым отрывков, некоторых из них — сокращенно, местами заменяя перевод пересказом.

Основная часть его переводов опубликована в журнале "Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät zu Erlangen" в котором в течение более 30 лет печатались статьи Э. Видемана по истории арабской науки. В 1970 г. они переизданы в двух томах под названием "Aufsätze zur arabischen Wissenschaftsgeschichte". Работу над "Книгой весов мудрости" продолжил ученик Видеман Т. Ибель, который использовал ее в качестве одного из основных источников в своем труде по истории весов в древности [79, с. 37—39, 80—83, 84—88, 107—110, 112—151, 153—156, 158—160, 185—186]. Небольшой отрывок (изложение трактата Менелая), переведенный на немецкий язык Э. Видеманом, включен в статью И.В. Вюршмидта [121]. Перевод неболь-



Титульный лист "Книги весов мудрости". Рукопись Н.В. Ханыкова шого отрывка из первой книги поместил в своем исследовании по истории средневековой механики М. Кладжетт [64, с. 56—58] (Кладжетт издал отрывок из перевода Н.В. Ханыкова). Отрывок из четвертой книги, касающийся весов Архимеда, опубликовал в английском переводе Э.С. Стаматис [106]. А.М. Беленицкий на русский язык перевел часть третьей книги, содержащую извлечение из трактата ал-Бируни [3]. Основное содержание первой части этой книги представляет собой изложение трактата ал-Бируни "Книга Абу-р-Райхана Мухаммада ибн Ахмада ал-Бируни об отношениях, которые имеются между металлами и драгоценными камнями по объему" ("Макала Аби-р-Райхан Мухаммад ибн Ахмад ал-Бируни фи-н-нусуб аллати байна-л-филиззат ва-л-джавахир фи-л-хаджм").

Впервые в Европе сведения об этом трактате появились в работе Ж.Ж. Клемана-Мюлле [65], в которой приведен отрывок из энциклопедического трактата Абу-л-Фазла Аллами (1551—1602) "Установления Акбара" ("А'йн-и Акбари"), посвященного великому моголу Акбару (1556—1605), приближенным которого и был автор. Опубликованный отрывок содержал таблицы удельных весов металлов и драгоценных камней со ссылкой на трактат ал-Бируни. Н.В. Ханыков напечатал текст и английский перевод отрывков из "Книги весов мудрости" через два года после Клемана-Мюлле, и, таким образом, трактат ал-Бируни в пересказе ал-Хазини стал достоянием науки. Однако рукопись Ханыкова в этой части дефектна, и он практически приводит лишь краткое изложение материала. Основной материал первой части этой книги, за исключением пятого и шестого разделов главы первой и третьего раздела главы второй (явно не принадлежащих ал-Бируни), переведен на русский язык А.М. Беленицким, который, кроме рукописи Ханыкова, пользовался Хайдарабадским изданием "Книги весов мудрости". Трактат об удельных весах издан в качестве приложения в "Минералогии" ал-Бируни [13].

Ал-Хазини достаточно близко воспроизводит текст ал-Бируни. Если он и внес некоторые изменения, то, как справедливо отметил А.М. Беленицкий, по существу, они не повлияли на содержание трактата.

В начале XX в. была обнаружена единственная рукопись трактата ал-Бируни (рукопись № 223 Бейрутской греко-православной школы, фотокопия которой хранилась в университете св. Иосифа в Бейруте). По фотокопии с этой фотокопии, любезно предоставленной в наше распоряжение профессором Э.С. Кеннеди, выполнен перевод трактата ал-Бируни[12].

Бейрутская рукопись, очевидно, не полный текст трактата ал-Бируни, а только "то, что найдено из этой книги". Это следует, прежде всего, из заключительных слов введения ал-Хазини к первой части третьей книги: "И изложил я это в двух главах: в одной [говорится] о металлах, а в другой — о драгоценных камнях; затем мы добавили и третью главу относительно исследования других веществ, помимо драгоценных камней и металлов". Третья глава первой части содержит только три строки из Бейрутской рукописи. Соответствующие ей таблицы имеются лишь в "Книге весов мудрости". Можно предположить, что полная рукопись трактата ал-Бируни включала и таблицы. Во-вторых, материал других глав, входящий в "Книгу весов мудрости" и отсутствующий в Бейрутской рукописи, дает основание предполагать, что он тоже принадлежит ал-Бируни или является переработкой несохранившихся частей его трактата.

Кроме того, на русском языке в переводе И.С. Левиновой издан отрывок из седьмой книги с описанием "правильных весов" ("кустас мустаким") Омара Хайяма [45].

Началом собственно исследования "Книги весов мудрости" можно считать комментарии Н.В. Ханыкова к его изданию. Много внимания уделил трактату Э. Видеман, который не только перевел фрагменты из него, но и впервые проанализировал наиболее интересные, по его мнению, места с точки зрения истории механики. Этот анализ приведен в его статьях, посвященных "Книге весов мудрости" [112—115]. "Книге весов мудрости" уделено много места в фундаментальной монографии Г. Бауэррейса, посвященной древним и средневековым методам определения удельного веса [55, с. 50—58, 99—102]. Несколько коротких фрагментов, снабженных комментарием, поместил в своей книге М. Кладжетт; материал о "Книге весов мудрости" имеется в "Энциклопедии ислама": статьи Э. Видемана ("Al-Khazini", "Al-Karastun", "Al-Mizan") [118]. Сводку сведений о "Книге весов мудрости" содержит статья Р.Э. Холла в "Словаре научных биографий" [70].

На русском языке исследований, посвященных ал-Хазини и его труду, очень немного. Некоторые замечания о "Книге весов мудрости" имеются в статье А.М. Беленицкого [3, с. 416]. Две статьи на русском языке посвящены вопросам математики и астрономии в "Книге весов мудрости" [37, 38].

В 1983 г. на русском языке вышло комментированное издание "Книги весов мудрости" [45]. Это первый комментированный перевод полного текста "Книги весов мудрости" на европейский язык на основе Хайдарабадского издания и рукописи Ханыкова с учетом всех опубликованных переводов фрагментов этого трактата.

Источники "Книги весов мудрости"

Чрезвычайно добросовестный и критически мыслящий исследователь ал-Хазини использовал в работе над книгой все известные ему труды ученых древности и средневекового Востока, в той или иной мере касающиеся проблемы весов, как теоретического, так и практического ее аспекта. "Древние, — говорил он, — указали два [пути] для познания трудных для понимания ... мест на основе высшей мудрости и точного знания. Поэтому мы сочли нужным собрать воедино все полезное из их сочинений, а [также] видоизменений их сочинений позднейшими учеными и при содействии и помощи Аллаха Всевышнего объединить их с нашими соображениями по этому поводу" [45, с. 19]. Источники, которые цитирует и упоминает ал-Хазини, можно разделить на три группы.

К первой группе относятся античные и средневековые авторы — предшественники ал-Хазини на средневековом Востоке, извлечения из трудов которых включены в "Книгу весов мудрости". Из античных авторов это, во-первых, Архимед. В "Книгу весов мудрости" вошла арабская версия его трактата "О плавающих телах". Ал-Хазини включил в нее и два трактата "О тяжести и легкости". Один из них принадлежит Менелаю и дошел до нас только в арабском переводе, другой — арабская версия позднеалександрийского трактата, приписываемого Евклиду (название его — "Книга Евклида о тяжести и легкости"), автором арабского перевода которого предположительно можно считать Сабита ибн Корру. Кроме того, ал-Хазини поместил в "Книге весов мудрости" извлечения из "Механических проблем" псевдо-Аристотеля. (Указанные сочинения Архимеда и псевдо-Аристотеля сохранились в оригинале, трактаты же Менелая и псевдо-Евклида дошли до нас только в арабском переводе). Кроме того, большой раздел он посвятил описанию и геометрическому обоснованию конструкции прибора для определения удельного веса жидкостей позднеалександрийского ученого Паппа (III—IV вв.) Из трудов арабоязычных ученых в "Книгу весов мудрости" вошли: извлечения из не дошедших до нас трактатов ал-Кухи (X в.) и Ибн ал-Хайсама (X—XI вв.) по проблемам теоретической статики; также не сохранившийся трактат Сабита ибн Корры о равновесии весов; значительная часть трактата ал-Бируни об удельных весах; два трактата Омара Хайяма, посвященные водным и "правильным" весам; два трактата ал-Исфизари; один, касающийся проблемы центра тяжести, другой — теории и конструкции универсальных весов.

Во вторую группу входят авторы, работы которых ал-Хазини непосредственно не цитирует, но упоминает или их самих, или их сочинения. К таким авторам относятся крупнейшие ученые средневекового Востока ар-Рази (XI в.) и Ибн Сина, а также большая группа исследователей, занимавшихся проблемой определения удельного веса: Синд Ибн Али (IX в.), Иуханна ибн Юсуф (X в.), Ахмад ибн ал-Фадл ал-Бухари (X в.), Ибн ал-Амид (X в.), Омар Хайям, ал-Исфизари.

Третья группа — ученые, которых ал-Хазини явно не упоминает и не цитирует, но трудами которых пользуется и во многом на них основывается. К ним можно отнести Архимеда, Евклида и Аристотеля, автора александрийского трактата "Книга Евклида о весах", из средневековых авторов — Сабита ибн Корру ("Книга о карастуне") и ал-Бируни. Последний упоминается и цитируется существенно больше всех остальных. Кроме изложения трактата об удельных весах, ал-Хазини цитирует или использует его "Хронологию" [5], "Минералогию" [13], "Канон Масуда" [8, 9], очевидно, "Геодезию" [7] и "Книгу вразумления начаткам науки о звездах" ("Науку звезд") [10].

Таким образом, ал-Хазини знал научную литературу так же основательно, как и предмет своих исследований. Характерно отношение ал-Хазини к источникам и цитируемым авторам. Их данные он всегда оценивает по существу и постоянно отмечает свой взгляд на приводимые факты и положения. В этом он также следует традиции своего учителя ал-Бируни. Заметим, что влияние ал-Бируни сказывается не только на методах исследования, но и на форме его изложения. Интересна в этом смысле структура вводной части "Книги весов мудрости", которая очень близка к структуре вводной части трактата ал-Бируни "Выделение сказанного о действиях с тенями", вплоть до упоминания султана как "тени Аллаха Всевышнего на земле его" [46, с. 16]. Все цитаты из "Корана", приведенные в трактате, а местами даже подтасовки в кораническом тексте нужны ал-Хазини для того, чтобы обосновать актуальность и необходимость научного трактата о весах, который он представляет на суд читателя, а также практическую пользу разработки методики точного взвешивания и разнообразных конструкций весов.

Основное содержание

Как и зидж, "Книга весов мудрости" посвящена султану Санджару. Начинается она введением, в котором после стандартного панегирика султану ал-Хазини формулирует цель работы, предмет исследования — "искусство весов и взвешивания" — и методы исследования. Он даже ставит вопрос об актуальности темы, которую формулирует кратко и выразительно: "Весы — одна из опор, на которых зиждется справедливость, а на ней стоит мир" [46, с. 18]. Весы рассматриваются им как инструмент установления справедливости в большом и малом — от правильного взвешивания в быту до отделения праведников от грешников во время страшного суда. "Справедливость называют весами Аллаха между рабами его" [46, с. 19].

Далее ал-Хазини излагает свое понимание сути науки и научной деятельности. "Мы говорим: в каждом искусстве[1] есть основы, на которых оно зиждится, и источники, из которых оно исходит. Тот, кто обращается к [этому искусству], не должен пренебрегать ими.

[Насчитывают] три разновидности этих основ и источников. Первая [разновидность] — та, с которой [человек] имеет дело от рождения, и постигается она большей частью непосредственно, одним чувством или чувствами. Это то, что называют начатками и обычным всеобщим знанием. Вторая [разновидность] — это [основы], требующие [доказа-

[1] Под "искусством" ал-Хазини в соответствии с представлениями своей эпохи понимал не только искусство как таковое, но и определенную область науки: например, арифметику — "искусство счета", механику — "искусство взвешивания" и т.д. Под "этим искусством" он имел в виду механику.

тельства]. Они [принадлежат] к другой [области] знания. Третья [разновидность] — то, что достигается опытом и практикой"[46, с. 94—95].

Во введении ал-Хазини говорит также о значении весов в научной и практической деятельности человека, о теоретических основах конструирования весов, кратко описывает всевозможные модификации "водных" весов и сравнивает с ними "весы мудрости", которые, по его мнению, имеют ряд преимуществ перед другими видами весов. Затем следует краткая историческая справка обо всех ученых — авторах различных "водных" весов, начиная с Архимеда и кончая ал-Исфизари, — непосредственным предшественником ал-Хазини. В конце введения перечислены основные главы и разделы книги.

Первая "книга" посвящена фундаментальным проблемам теоретической статики, гидростатики и "гидродинамики"[2]. Ал-Хазини формулирует геометрические и физические принципы ("начала") — теоретические основы конструкции гидростатических весов. Это теоремы о центре тяжести (по ал-Кухи и Ибн ал-Хайсаму); архимедовское учение о плавании тел в жидкости (в средневековой арабской обработке известного трактата Архимеда); учение о "тяжести и легкости" по Менелаю и согласно псевдо-Евклиду. Далее ал-Хазини систематизирует в своей интерпретации все изложенное в виде сводки основных теорем и добавляет собственные предложения. Затем следуют соображения ал-Хазини, относящиеся к теории плавания и его собственной "теории корабля", в которой он развивает архимедовскую теорию плавания тел в жидкости. В конце первой "книги" детально описан ареометр Паппа Александрийского — прибор для определения удельного веса жидкостей. Описание сопровождается геометрическим доказательством принципов конструкции прибора.

Значительная часть второй "книги" также посвящена проблемам теоретической статики. В ее состав входят извлечения из не дошедших до нас трактатов Сабита ибн Корры и ал-Исфизари посвященных теории рычага и весов "каббан" (простейших неравноплечих весов типа безмена). Во второй части этой "книги" речь идет о теории взве-

---

[2] Слово "гидродинамика" взято в кавычки, так как речь идет не о гидродинамике в современном ее понимании, а о средневековом учении о движении тела в жидкости, восходящем в основном к учению Аристотеля.

шивания на этих весах, их конструкции, сборке, градуировке, различных модификациях и сфере их применения.

Третья "книга" в значительной степени представляет собой изложение трактата ал-Бируни об удельных весах, снабженное многочисленными таблицами и метрологическими данными. Она состоит из трех частей, в одной из которых описаны методы определения удельных весов металлов и минералов с помощью специального, сконструированного ал-Бируни прибора типа пикнометра. Во второй части (вычислительной) вычисляется вес "кубического локтя" различных металлов и, исходя из этого, подсчитывается количество золота, "необходимое, чтобы заполнить земной шар". В третьей части излагается знаменитая в истории науки "шахматная задача", или "задача об удвоении", и подсчитывается время, которое надо прожить, чтобы израсходовать количество денег, равное сумме геометрической прогрессии, полученной при решении шахматной задачи.

Третья "книга" включает также правило вычисления суммы геометрической прогрессии. В ней приводится (помимо десятичного и шестидесятиричного) оригинальный способ записи больших чисел в виде степеней двойки с помощью специально составленной таблицы. Четвертая и пятая главы, по всей вероятности, представляют собой пересказ не дошедшей до нас части упомянутого трактата ал-Бируни.

В четвертой и пятой "книгах" рассмотрены все известные автору конструкции "водных" весов, предназначенных для определения удельного веса вещества, состава сплавов и для того, чтобы отличать подлинные минералы от подделок. Ал-Хазини описывает четыре типа таких весов: Архимеда и Менелая, ар-Рази, Омара Хайяма и "весы мудрости" ал-Исфизари, усовершенствованные им самим, анализирует особенности их конструкций, способы сборки и градуировки. Там же приведены три способа вычисления состава сплава: арифметический с помощью пропорций, алгебраический с помощью решения уравнений первой степени и геометрический. Специальная глава пятой "книги" посвящена теории равновесия балки с одной точкой опоры, которая затем рассматривается применительно к проблеме равновесия свободного и нагруженного коромысла весов.

Шестая "книга" состоит из двух частей. Первая часть, меньшая по объему, но очень важная по значению для истории науки, — это изложение и метод решения так называемой задачи о взвешивании, т.е. о нахождении набора минимального числа гирь определенного достоинства для взвешивания максимального груза. Это задача, к которой затем в Западной Европе обращались многие крупные математики, вплоть до Лейбница и Эйлера. "Книга весов мудрости" — один из наиболее ранних источников, в которых она встречается. В Западной Европе эта задача появляется столетием позже и имеет почти очевидное восточное происхождение.

Вторая часть шестой "книги" посвящена применению "весов мудрости". В ней описаны методы уравновешивания и градуировки "весов мудрости", приемы работы с весами, теоретические и практические способы решения задач на разделение сплавов с помощью самих весов, таблиц и вычислений. Ал-Хазини приводит три способа решения задачи о разделении сплава: арифметический, алгебраический и геометрический. Пятая и шестая "книги" в значительной части представляют собой руководство по применению "весов мудрости" для определения удельного веса, разделения сплавов и отличия подлинных минералов от подделок. В конце шестой "книги" даны сведения о минералах и о ценах на них. Это — краткий пересказ соответствующих разделов "Минералогии" ал-Бируни.

В седьмой и восьмой "книгах" в основном описаны модификации весов, предназначенных для различных целей: разменных весов, весов, используемых при геодезических работах, "весов-часов", т.е. астрономических весов для отсчета астрономического времени. Описание особо точных разменных весов, так называемых правильных весов (кустас мустаким) с тремя шкалами, применявшихся для взвешивания и непосредственного размена монет различного достоинства (на них можно было взвесить груз весом от зернышка до тысячи мискалей), представляет собой пересказ посвященного этому вопросу трактата Омара Хайяма. Седьмой "книге" ал-Хазини предпослал теоретическую часть — сведения по теории пропорций и теории отношений, которые он излагает, следуя ал-Бируни (почти дословно приведен соответствующий раздел его "Книги вразумления начаткам науки о звездах") [10, с. 28]. "Весы-часы" ал-Хазини, предназначенные для отсчета астрономического времени при длительных наблюдениях за движением светил, представляют собой комбинацию неравноплечих весов с двумя шкалами и водяных или песочных часов.

Относительно содержания седьмой и восьмой "книг" существует расхождение между рукописью Ханыкова и кратким содержанием трактата, которое изложено во введении, с одной стороны, и Хайдарабадским изданием — с другой. Три последние главы седьмой "книги" по Хайдарабадскому изданию и рукописи Ханыкова отнесены к восьмой "книге". Кроме того, рукопись Ханыкова неполна, она заканчивается первой частью восьмой "книги"; в Хайдарабадское издание входит вторая часть, состоящая из двух небольших глав. Согласно введению ал-Хазини, этой частью заканчивается "Книга весов мудрости".

Теоретическая статика. Гидростатика и "гидродинамика"

Непосредственно теории весов и описанию их конструкций ал-Хазини предпосылает большой теоретический раздел, в котором излагает основные проблемы статики и динамики своего времени. "Это искусство, о котором мы хотим рассказать, — писал он, — включает в себя искусство геометрии и искусство физики, объединяя их, потому что оно состоит в изучении количественного и качественного" [45, с. 6].

Это высказывание ал-Хазини требует некоторого разъяснения. Дело в том, что статика уже в античную эпоху выделялась в особую теоретическую дисциплину, которую древние называли "искусством взвешивать" и вместе с геометрией и арифметикой ("искусством счета") относили к математике. В античную же эпоху зародились два направления в статике: геометрическое и кинематическое. Геометрическая статика — чисто теоретическое, основанное на строгих аксиоматических методах греческой геометрии учение о равновесии, в основе которого была схема неподвижного уравновешенного рычага и понятие центра тяжести. Это статика Архимеда, построенная аксиоматически, подобно евклидовой геометрии. Основа кинематического направления — изучение законов равновесия с помощью неуравновешенного рычага, т.е. рычага в движении, в котором при выводе основных теорем и правил явно или неявно исходили из некоторых динамических соображений. Это направление восходит к "Механическим проблемам" псевдо-Аристотеля [53, с. 847—881].

Но понятие движения (и "силы" как источника движения) связано с другим направлением античной механики — чисто качественным, "физическим" учением о сущности, источнике и механизме передачи движения — одной из основных проблем античной философии. Это чисто качественное учение разработано Аристотелем. Он различает два вида движения: "естественное", которое происходит без всякого вмешательства извне, и "насильственное", осуществляющееся благодаря такому вмешательству. Источник естественного движения — некое "естественное" стремление (ροπη'), присущее самому телу. В своем "естественном" движении тело стремится к "естественному" месту. Для тяжелых тел, иначе говоря, тел, обладающих весом, это центр Мира, т.е. Земля. Причина "насильственного" движения тела — некая "сила" (δυναμιζ), передающаяся ему от источника движения. К проблеме сущности движения примыкает вопрос о характере сопротивления движению как со стороны самого тела, так и со стороны среды, в которой оно движется, т.е. речь идет о характеристике движения тела в "наполненной" среде — о своего рода гидродинамике. Как рычаг с подвешенными к нему грузами, опускаемыми в жидкость, "весы мудрости" подчинаются законам статики и гидростатики; движение же чаш с грузами в "наполненной" среде — жидкости — можно было описать с помощью аристотелевского учения о движении.

Сочетание теоретической статики с динамическим учением Аристотеля и имеет в виду ал-Хазини, утверждая: "Эти справедливые весы основаны на геометрических доказательствах и физических принципах... Во-первых, [исходя] из [понятия] о центрах тяжести, которое составляет самую великую и почетную часть науки математики, а это знание того, что веса тяжелых [тел] различаются по величине и зависимости их расстояний от некоторой точки... Во-вторых, [исходя из] знания того, что веса тяжелых [тел] различаются по величине в соответствии с различием по разреженности или сгущенности жидкостей, в которые погружают тела, обладающие весом" [45, с. 19].

Поэтому ал-Хазини включил в теоретическую часть "Книги весов мудрости", с одной стороны, основы геометрической статики и гидростатики Архимеда (извлечения из трудов Архимеда, "Книга Евклида о весах" — арабская версия позднеалександрийского трактата по статике, восходящая к архимедовской традиции, арабская версия трактата "О плавающих телах" — "Книга Архимеда о тяжести и легкости"), трактат Менелая того же содержания и извлечения из "Механических проблем", а с другой стороны, "Книгу Евклида о тяжести и легкости" — арабскую версию еще одного позднеалександрийского трактата, написанного в русле аристотелевской традиции. Но Архимед, построив строгую теорию и разработав тонкие аксиоматические методы как в теории рычага, так и в теории центра тяжести, рассматривает фактически только геометрическую задачу, заменив реальные тела и системы тел точками и геометрическими фигурами. Аристотель же построил чисто качественную теорию движения тела в "наполненной" среде, никак не связывая ее с геометрической статикой и гидростатикой Архимеда. А ведь "весы мудрости" — не плоская геометрическая фигура, но реальное тяжелое тело, точнее, система таких тел, часть из которых покоится или движется в жидкости. Поэтому главы, в которые входят извлечения из не дошедших до нас трактатов ал-Кухи и Ибн ал-Хайсама, из трактата Ибн Корры "Книги о весах и их уравновешивании" и из "Книги о центре тяжести и весах каббан" ал-Исфизари, а также результаты самого ал-Хазини, как раз содержат теорию центра тяжести тяжелого тела и системы тяжелых тел, теорию весомого рычага и теорию, объединяющую законы плавания тел в жидкости с учением о движении тела в "наполненной" среде.

Сила и вес. Динамическая традиция в механике средневекового Востока наиболее явно сказалась в трактовке таких понятий, как сила и вес. Этим вопросам посвящена специальная глава первой "книги" трактата ал-Хазини, в которой излагаются результаты ал-Кухи и Ибн ал-Хайсама.

Трактаты ал-Кухи и Ибн ал-Хайсама по механике не сохранились. О существовании трактата Ибн ал-Хайсама известно только по его изложению в "Книге весов мудрости", которое вместе с изложением трактата ал-Кухи составляет основное содержание первой главы первой книги. Относительно трактата ал-Кухи известно больше. Во-первых, кроме ал-Хазини, его упоминает ал-Ансари (XIV в.), автор знаменитой средневековой энциклопедии, содержащей библиографические сведения о трудах ученых стран ислама [62; 98, с. 122]. Кроме этого, до нас дошла научная переписка между ал-Кухи и видным астрономом того времени Абу Исхаком ибн ас-Саби [56, с. 164; 102; 104, Bd. 5, с. 320], посвященная определению центров тяжести плоских фигур и тел вращения. В ней формулируются (но не доказываются) теоремы о центрах тяжести треугольника, параболы, полукруга и тел, образованных их вращением около оси; приводится таблица отношений, в которых центры тяжести соответствующих фигур делят их высоты.

Тяжелое тело в этом трактате определяется как тело, "которое под действием заключенной в нем силы движется к центру Мира. Эта сила присуща телу и не покидает его, пока тело не дстигнет центра Мира" [46, с. 26]. Это определение — чисто аристотелевское. Речь идет о "естественном" движении тела к своему "естественному месту". Под "силой" (кувва) понимается "стремление", т.е. некая способность к совершению действия, — неотъемлемое свойство самого тела, аналогичное ροπή', когда речь идет о падении тела, и δυναμιζ, если оно движется по наклонной плоскости или под углом к горизонту. Далее устанавливается зависимость между этой "силой" и физическими свойствами и параметрами тяжелого тела — плотностью, формой и объемом.

"1. Тяжелым телам присуща различная сила. Одни из них имеют большую силу. Это уплотненные тела.

2. Другие обладают меньшей силой. Это менее уплотненные тела.

3. Чем больше уплотненность, тем больше сила.

4. Тела, равные по силе, равны по уплотненности или разреженности.

5. Те из них, которые равны по объему, похожи по форме и равны по тяжести... равны по силе".

Эти пять предложений идентичны 7—9-й аксиомам "Книги Евклида о тяжести и легкости и сравнении тел друг с другом" — анонимного трактата позднеалександрийского периода, приписываемого Евклиду, который сохранился только в арабском переводе и позднейших латинских переводах с арабского [38, с. 156; 89, с. 23—31]. Арабская версия трактата, которая послужила основой для средневековых латинских переводов, относится к IX в. Это позволяет предположить, что его переводчиком непосредственно с греческого мог быть Сабит ибн Корра, тем более что содержание его собственного трактата о весах — "Книги о карастуне" — тесно с ним связано. Книга Евклида о тяжести и легкости, по всей вероятности, наряду с "Физикой" Аристотеля была одним из сочинений, на которые опирались ал-Кухи и Ибн ал-Хайсам.

Далее понятие "силы" (кувва) связывается с понятием веса, точнее, "тяжести" (сикл). С одной стороны, "тяжесть" понимается как сила, движущая тело к центру Мира, с другой — это величина, зависящая от его объема и плотности, а при движении в жидкости или другой "наполненной" среде — и от его формы. Направление веса совпадает с направлением "естественного" движения к центру Мира.

Учитывая эти положения, ал-Кухи и Ибн ал-Хайсам связывают изменение веса, т.е. "тяжести" тела, с изменением его расстояния от центра Мира. "Эта сила... не покидает его, пока оно не достигнет центра Мира" [45, с. 26]. А так как "тяжесть" тела определяется "силой", а в центре Мира "сила покидает тело", то в этой точке вес его равен нулю, т.е. вес рассматривается как некая изменяющаяся категория. Тела равного веса определяются как равные по силе, объему, форме и расстоянию от центра Мира. И, наоборот, если они равны по силе, объему и форме, но находятся на разных расстояниях от центра Мира, их веса различны. Само же расстояние от центра Мира рассматривается как отрезок, соединяющий с этой точкой центр тяжести тела. Далее дается определение характера зависимости веса — "тяжести" тела — от его расстояния от центра Мира: "Два тяжелых тела, равные по силе, объему и форме, но находящиеся на разных расстояниях от центра Мира, обладают разной тяжестью. Более удаленное от него тяжелее".

Конечно, рассуждения эти чисто умозрительные. В них не приведена конкретная форма этой зависимости, хотя из того, что в центре Мира тяжесть полагается равной нулю, следует, что она возрастает по мере удаления от него.

Это положение развивается в пятой главе первой "книги", которая принадлежит самому ал-Хазини. Он утверждает следующее: "Для каждого тяжелого тела известного веса, [находящегося] на некотором расстоянии от центра Мира, его тяжесть зависит от удаленности от центра Мира. Чем оно дальше от центра Мира, тем тяжелее, чем ближе [к нему], тем легче. Поэтому тяжести тел относятся, как их расстояния от центра Мира" [44, с. 31].

Такое изменение "тяжести" тела с его расстоянием от центра Мира ал-Хазини связывает с изменением плотности "космоса" — среды, окружающей Землю, — от ее поверхности, где эта плотность максимальна, до "периферии космоса", где она обращается в нуль. И, наборот, "тяжесть", максимальная на "периферии космоса", обращается в нуль в центре Мира. Плотность эта определяется объемом элемента среды и связана с этим объемом обратной зависимостью. Элемент "космоса" ал-Хазини моделирует в виде сосуда в форме сферического сектора с центром в центре Мира, заполненного жидкостью. Сечение его — плоский сектор, образованный частью окружности и двумя радиусами — "стрелами", выходящими из центра Мира. В любой точке "космоса" "тяжесть" тела P определяется плотностью a среды и его расстоянием r от центра Мира: $P = a + br$ (b = =const). В идеальном случае, т.е. без учета плотности "космоса", $\Delta P = b\Delta r$, т.е. $p_1/p_2 = r_1/r_2$, если P_1, P_2, r_1, r_2 — соответственно веса и расстояния двух сравниваемых тел от центра Мира. "Тяжесть", т.е. вес, здесь понимается как категория, аналогичная современному понятию потенциальной энергии. Таким образом, в "Книге весов мудрости" предлагается гипотеза об изменении веса тела в зависимости от его расстояния от центра Земли. Ни в одном из известных средневековых трактатов этот вопрос не поднимался, как не ставился он и в трактатах по механике античных авторов.

Но понятие "тяжести" имеет еще один аспект. Термин "сикл" служил и для обозначения груза, подвешенного к рычагу ("сикл джисм" — буквально "тяжелое тело"). И с этим связано другое предложение трактата, касающееся изменения "тяжести" тела, в котором авторы (ал-Кухи и Ибн ал-Хайсам) отправляются от архимедовского учения о центре тяжести и закона рычага.

"Пусть тяжелое тело уравновешивает [другое] относительно некоторой точки. Перенесем [первое] тело в точку на прямой, соединяющей центры тяжести обоих, расположенную по другую сторону от [второго] тела... Тогда по мере удаления [первого] тела от некоторой точки [на прямой] его тяжесть будет увеличиваться" [45, с. 28].

Это представление можно рассматривать как прообраз будущего понятия тяжести соответственно положению (gravitas secundum situm в средневековой европейской механике) некоторого груза. "Тяжесть соответственно положению" принимает различные значения в зависимости от положения груза на плече рычага. Это понятие являет собой, с одной стороны, дальнейшее развитие положения автора

"Механических проблем" о том, что один и тот же груз может проявлять различную "тяжесть", т.е. различно "тянуть" в зависимости от положения на конце длинного или короткого плеча рычага, а с другой — зародыш современного представления момента силы относительно точки.

Таким образом, ал-Хазини объединяет обе трактовки веса — "тяжести". Одна связывает его с расстоянием тела от центра Мира, с "силой" и "естественным стремлением", другая — с расстоянием тела, т.е. груза, от точки опоры рычага. Первая тяготеет к динамической традиции, вторая — к статической. Но в обоих случаях "тяжесть" тела зависит от его расстояния от некоторой точки — центра Мира или точки опоры рычага. В первом случае это чисто умозрительное рассуждение, которое не получило дальнейшего развития в средневековой механике. Второе представление, о "тяжести соответственно положению", было развито в европейской статике, в трудах Иордана Неморария и его школы (XIII—XIV вв.) [22, с. 48—52].

Центр тяжести. В трактатах ал-Кухи, Ибн ал-Хайсама и ал-Исфизари классические результаты Архимеда [1, с. 273—283, 299] распространены на пространственные тела и системы таких тел. Ал-Кухи и Ибн ал-Хайсам излагают практически все аксиомы Архимеда, касающиеся центра тяжести системы тел, но относят их уже не к геометрическим фигурам, а к реальным, пространственным весомым телам:

"1. Если два тяжелых тела соединить между собой таким образом, чтобы их положение друг относительно друга оставалось неизменным, то их совокупность будет иметь один центр тяжести, и эта точка — единственная.

2. Если два тяжелых тела соединить между собой посредством [третьего], центр тяжести которого лежит на прямой линии, соединяющей центры тяжести обоих, то центр тяжести [всей] совокупности [тел] будет лежать на этой линии.

3. Если какое-нибудь тяжелое тело уравновешивает [другое] тяжелое тело, то каждое [третье] тело, равное по тяжести [второму], уравновесит первую тяжесть, если [положение] центров [тяжести каждого из тел] не меняется.

4. Пусть два тела уравновешены. Если одно из них убрать, а в его центр тяжести поместить более тяжелое тело, то [последнее] не будет уравновешивать оставшееся. Оно будет уравновешивать тело, тяжелее оставшегося.

5. Для двух соединенных между собой тяжелых тел отношение их тяжестей обратно отношению расстояний центров тяжести обоих тел от центра тяжести их совокупности" [44, с. 28].

А затем архимедова система аксиом дополняется утверждениями, справедливыми только для пространсвенных фигур, в частности прямоугольной призмы и параллелепипеда:

"1. Центр тяжести тела с параллельными поверхностями и подобными частями есть его центр, т.е. точка пересечения его диаметров.

2. Для каждых двух равных по силе тел с параллельными гранями и с равными высотами отношение тяжестей равно отношению объемов.

3. Если тело с параллельными гранями рассечь параллельной им плоскостью, то эта плоскость разделит его на два тела с параллельными гранями. У каждого из них будет свой центр [тяжести]. Они расположатся на одной прямой линии с центром тяжести всего тела, который лежит в этой плоскости. Отношение тяжестей обоих тел обратно отношению отрезков [этой] прямой" [45, с. 28].

Ал-Кухи и Ибн ал-Хайсам ограничились модификацией и некоторым дополнением архимедовой системы аксиом. Ал-Исфизари же строит теорию центра тяжести системы пространственных тел, не связанных жестко друг с другом. Он уже обращается к эксперименту, который состоит в следующем. В чашу с круглым дном последовательно скатывают сначала один шарик, затем два шарика равного диаметра и веса и, наконец, два шарика разного диаметра и веса. В первом случае речь идет об определении центра тяжести одного тяжелого тела, во втором и третьем — системы не связанных жестко реальных физических тел. В первом случае центр тяжести шарика находится на "стреле, соединяющей центр Мира и центр тяжести чаши", во втором — в точке пересечения этой "стрелы" с прямой, соединяющей центры тяжести шариков, в третьем — в точке на "стреле", расстояние которой до центра тяжести каждого из шариков обратно пропорционально их весам [45, с. 40].

Изложив результаты своих предшественников, сам ал-Хазини определяет центр тяжести системы жестко связанных тел, исследуя в качестве примера такой системы рычажные весы. Элементы этой системы — коромысло и язычок (стрелка весов) — жестко связаны друг с другом. Весы, как система тел, принципиально отличаются от системы шариков ал-Исфизари.

Вначале ал-Хазини рассматривает уравновешенные свободные весы (без грузов, подвешенных на их коромысле). В этом случае центры тяжести обоих тел лежат не на соединяющей их горизонтальной прямой, как в случае ал-Исфизари, а на одной вертикали, и на ней же располагается центр тяжести системы. Ал-Хазини показывает, что и в этом случае центр тяжести системы — точка, расстояния которой от центров тяжести обоих тел (коромысла и язычка) обратно пропорциональны их весам. Характерно, что, рассматривая реальные весомые тела (коромысло и язычок), он исходит из геометрической статики Архимеда и фактически сводит пространственную задачу к плоской (от весомых тел переходит к плоским фигурам), а в конечном итоге — к сравнению площадей.

Однако изложенное выше — лишь один аспект развития понятия центра тяжести на средневековом Востоке — продолжение и развитие архимедовой традиции в статике. Учение о центре тяжести развивалось и на основе динамической традиции. Излагая соответствующие определения ал-Кухи, Ибн ал-Хайсама и ал-Исфизари, ал-Хазини прослеживает и эту линию.

Согласно ал-Кухи и Ибн ал-Хайсаму, понятие центра тяжести связано и с понятием центра Мира. Поэтому параллельно геометрической системе аксиом вводится еще одна система, которая объединяет архимедовскую аксиоматику с динамическими соображениями:

"1. Каждое тело имеет центр тяжести.

2. Центром тяжести [тела] является одна-единственная точка.

3. Точка тяжелого тела, совпадающая с центром Мира, когда [тело] неподвижно, называется центром тяжести этого тела.

4. Если к центру [Мира] движутся [несколько] тяжелых тел и не встречают препятствия [на своему пути], то они встретятся в центре [Мира). Положение их [общего] центра [тяжести] не изменится.

5. Если движение [тела] заканчивается, то стремление всех частей тела к центру [Мира] одинаково.

6. Если движение [тела] заканчивается, то положение его центра [тяжести] не меняется" [46, с. 28].

Здесь понятие центра тяжести связывается с понятием "тяжести" как "силы" и с понятием центра Мира. Следует обратить внимание на предложение 5. Оно формулируется в динамическом духе. Но, говоря об одинаковом стремлении всех частей тела к "центру Мира", авторы имеют в виду архимедовские ροπη' и равномоментность, так как центр тяжести тела определяется как точка, относительно которой сумма моментов сил веса (в современной терминологии), действующих на все части этого тела, равна нулю [1, с. 69].

Эта система аксиом относится к центру тяжести одного тяжелого тела. Ал-Исфизари с этой же точки зрения рассматривает уже систему тяжелых тел. Обращаясь к определению центра тяжести своей системы двух шариков, он утверждает:

"Каждое тело стремится к цели — одной точке Мира — центру Вселенной, если ему не препятствует какое-либо препятствие, которое задерживает его или сталкивается с ним. Далее, если тело, которому ничто не препятствует, достигает центра Вселенной, то его центр окажется в нем. А если другое тяжелое тело будет препятствовать ему, так как каждое из тел необходимо стремится к центру Вселенной, то невозможно, чтобы они оба встретились там в силу невозможности совмещения тел. Оба тела стремятся к нему, но каждое из них препятствует другому... Если при этом одно из них прижимается к другому и соединяется с ним, они становятся как бы единым тяжелым телом, имеющим общий центр тяжести. Центр тяжести [этого нового тела], полученного в результате соединения, стремится к центру Вселенной и оказывается в нем. При этом центры тяжести каждого из двух тел, взятых в отдельности, отклонятся от центра Вселенной на [некоторое] расстояние. Отношение этих расстояний будет обратно пропорционально отношению тяжестей. Существование такого отношения есть причина покоя этих двух тел, потому что центр тяжести каждого из них стремится к центру Вселенной в соответствии с его силой. Избыток силы более тяжелого тела над [силой] более легкого соответствует расстоянию более легкого от центра, к которому оно стремится" [46, с, 41].

Таким образом, по "Книге весов мудрости" можно проследить, как в теории центра тяжести объединяются и развиваются оба направления античной механики: и строгий аксиоматический метод Архимеда, и динамическая теория — модификация аристотелевского закона движения. И оба направления сочетаются в творчестве одного и того же или одних и тех же ученых.

Теория рычага. Суть теории рычага фактически сводится к проблеме равновесия системы двух сил. Архимед полностью геометризировал задачу, рассматривая идеальный невесомый рычаг — отрезко прямой с двумя подвешенными на его концах с помощью невесомых нитей грузами, которые он, пренебрегая их реальным весом, называет "величинами". Архимедовский закон рычага — соизмеримые и несоизмеримые величины уравновешиваются на длинах, которые пропорциональны их тяжестям, — непосредственное следствие его теории центра тяжести. Автор "Механических проблем" при формулировке закона рычага исходил из представления о рычаге в движении.

Обеим этим античным трактовкам равновесия рычага отдали дань средневековые авторы, и обе они подробно освещены в "Книге весов мудрости". Вначале ал-Хазини приводит архимедовскую по духу формулировку закона рычага: "Отношение тяжестей двух тел, уравновешенных по тяжести относительно данной точки, обратно отношению отрезков прямой линии, соединяющей их центры с этой точкой" [46, с. 28].

Но сама проблема рычага трактуется главным образом далее, во второй "книге", где ал-Хазини поместил извлечения из посвященных ей трактатов Ибн Корры и ал-Исфизари.

Трактат Ибн Корры содержит формулировку основного закона рычага в применении к реальному весомому рычагу с плечами l_1 и l_2 и подвешенными к нему грузами P_1 и P_2. (Он говорит о "линии, однородной по материалу и толщине и одинаковой во всех своих частях"). Равновесие такого рычага не соблюдается в двух случаях: 1) если $l_1 = l_2, P_1 \neq$ $\neq P_2$; 2) если $l_1 \neq l_2, P_1 = P_2$.

Закон рычага, т.е. условия его равновесия, Ибн Корра рассматривает, последовательно переходя от частных случаев к общему. (1. Грузы подвешены на одном из концов коромысла между его серединой и другим концом на равных от них расстояниях; 2. Грузы подвешены на одном из концов коромысла и на трети расстояния между другим концом и серединой). В первом случае $l_1 = 2l_2$ и $P_2 = 2P_1$; во втором случае $l_1 = 3l_2$; $P_2 = 3P_1$; в общем случае $P_1l_1 = P_2l_2$. Доказательство отсутствует.

Существует предположение, что этот трактат (во всяком случае, его начало) представляет собой краткое резюме части большого трактата Ибн Корры — его знаменитой "Книги о карастуне", широко известной в средние века и на Востоке, и в Европе. В "Книге о карастуне" доказательство условия равновесия весомого рычага соответствует принципам геометрической статики. Задача сводится к нахождению равнодействующей непрерывной нагрузки, равномерно распределенной на отрезке балки, иными словами, к нахождению центра тяжести тяжелого отрезка (с математической точки зрения это равносильно вычислению интеграла $\int_a^b x dx$.

Очевидно, именно это имеет в виду Ибн Корра, когда в трактате, помещенном в "Книгу весов мудрости", говорит о "вещах более тонких и глубоких" [46, с. 40]., на которых он здесь не останавливается.

Трактовка закона рычага у ал-Исфизари, как и его теория центра тяжести, объединяет оба подхода — и архимедовский, и динамический. Ал-Исфизари дает исчерпывающее определение весомого рычага, четко формулируя его отличие от геометрически абстрактного невесомого рычага, — геометрической линии.

"Последовательность логических заключений, которые мы изложили геометрически, — говорит он, — основана на том, что коромысло[1] есть [некоторая] воображаемая линия. Известно, что воображаемая линия не имеет веса. Уравновешивание на ней невозможно. К ней нельзя подвесить то, что мы хотим взвесить, потому что она не является реальной линией. Но коромысло весов... представляет собой тяжелое тело, и [сам] его вес есть [причина] нарушения равновесия, если точка подвеса не является его серединой" [46, с. 41].

Структура этой части его трактата очень напоминает структуру "Книги о карастуне". Как и в ней, начало трактата написано в динамическом духе. Рассматривается рычаг в движении, и это связывается с представлением о сущности

[1] Ал-Исфизари имеет в виду коромысло весов, т.е. рычаг.

и причине "естественного" и "насильственного" движений, т.е. с аристотелевской динамикой.

"Если ... на равных расстояниях [от точки] подвеса подвесить два разных груза, — сообщает ал-Исфизари, — то больший перевесит и будет приближаться к горизонтальной плоскости, а меньший будет удаляться от нее на то же расстояние насильственным образом. В своем движении эти грузы опишут две равные дуги и два [равных] сектора. Если оба груза сделать равными, но точку подвеса [поместить] не в середине, то груз, более удаленный от нее, перевесит. Он будет двигаться [вниз] по дуге к Земле. Более близкий к [точке] подвеса груз будет двигаться насильственным образом вверх по дуге. В результате, оба груза опишут два подобных сектора. Каждая дуга представляет собой [часть] окружности. Радиус ее равен расстоянию груза от точки подвеса... Движение [вниз] возникает только вследствие различия расстояний [грузов от точки подвеса], и оно будет естественным" [45, с. 43].

Доказательство сводится, как видим, к тому, что при нарушении равновесия такого рычага его концы опишут дуги, а плечи — два подобных сектора с равными вертикальными углами.

В своих рассуждениях ал-Исфизари, как и Ибн Корра, следует представлениям автора "Механических проблем", почти буквально повторяя его. Весы-рычаг у него "сводятся к кругу, так как части коромысла по обе стороны от точки его подвеса аналогичны линиям, выходящим из центра круга" [45, с. 92]. "Происходящее в весах, — утверждает автор "Механических проблем", — возводится к кругу, происходящее же в рычаге — к весам, тогда как почти все остальное, происходящее при механических движениях — к рычагу" [51, с. 848*b*]. Не случайно ал-Хазини предваряет этот раздел краткими сведениями из "Механических проблем". Понятие "естественного" и "насильственного" движений применяется здесь не к двум или нескольким изолированным телам и не к одному и тому же телу, которое переходит от одного вида движения к другому, как у Ибн Корры и автора "Механических проблем", а к системе жестко связанных тел — неуравновешенного рычага с грузами. Опускающийся груз совершает "естественное" движение, а поднимающийся — "насильственное". При этом причина "насильственного" движения одного конца рычага — не "сила", действующая извне, а "естественное" движение другого конца, причина которого, в свою очередь, "естественное" стремление тяжелой балки к центру Мира.

С понятием "стремления" ал-Исфизари связывает еще не вполне четкое понятие плеча рычага. Постоянство плеч есть условие постоянства "стремлений", которое нарушается при нарушении равновесия рычага.

Вторая половина доказательства ал-Исфизари представляет собой комбинацию некоторых положений из "Книги Евклида о весах" с основными этапами доказательства закона рычага по "Книге о карастуне". К "Книге Евклида о весах" восходит применяемое им понятие "сила веса" ("кувва ас-сикл"). Согласно определению автора этого трактата, сила веса, которая относится к единице длины плеча, по сути дела, эквивалентна единице изменения момента груза, соответствующего единице изменения длины плеча, относительно точки подвеса рычага. Это понятие неявно ввел еще Архимед. Но он исходил из понятия о центре тяжести геометрической фигуры и некоторых дополнительных геометрических соображений. Здесь же видно, как понятие момента силы, в значительной степени еще интуитивное, применяется к реальному весомому рычагу.

К "Книге Евклида о весах" (аксиома II) восходит и один из этапов доказательства. В остальном доказательство ал-Исфизари, близкое к методу "Книги Евклида о весах", практически совпадает с доказательством Ибн Корры в "Книге о карастуне", вплоть до замены одного груза большим числом равных грузов, перемещаемых в одну точку, и до приема доказательства "от противного". Очевидно, при составлении своего трактата ал-Исфизари руководствовался именно "Книгой о карастуне".

Равновесие системы тел и его устойчивость. Столь исчерпывающее изложение закона рычага по Ибн Корре и ал-Исфизари, позволило самому ал-Хазини не останавливаться на этом вопросе. Самостоятельное исследование ал-Хазини посвящено равновесию весов как системы нескольких тел и вопросу об устойчивости такого равновесия.

К проблеме равновесия такой системы сводится фактически вся теория рычага. Но и Архимед, и авторы позднеэллинистических трактатов, и Сабит ибн Корра, и ал-Исфизари рассматривали равновесие только системы коромысло — грузы. При определенных условиях коромысло должно быть параллельно горизонтальной плоскости. Для создания же "весов мудрости" была необходима теория равновесия системы коромысло — стрелка — чаши с грузами (в наиболее сложном случае их пять). Этой проблеме посвящен специальный раздел "Книги весов мудрости": "Универсальное учение о положении оси [на коромысле весов], отверстии [для нее] и [месте подвешивания] тяжести". Ал-Хазини подходит к этой задаче, опираясь на теорию центра тяжести, столь подробно изложенную им выше. Задача сводится к нахождению условий равновесия системы, в которой центры тяжести составляющих ее тел располагаются на одной вертикали.

Исследование ал-Хазини разбивает на несколько этапов. На первом этапе он изучает свободную цилиндрическую балку — коромысло весов — без стрелки и грузов, подвешенную на некоторой оси. Ал-Хазини рассматривает три возможных положения балки, вращающейся вокруг оси, если ее вывести из исходного положения равновесия, в соответствии с тем, проходит ли эта ось через центр тяжести коромысла, выше или ниже него. При этом он называет эти три положения соответственно "ось равновесия" ("ал-михвар ал-и'ттидал"), "ось переворота" ("ал-михвар ал-инкилаб") и "ось принуждения" ("ал-михвар ал-илтизам"). В современной терминологии это случаи безразличного, неустойчивого и устойчивого равновесия. Он характеризует их следующим образом.

"Первый случай: ось равновесия.

Если ось проходит через центр тяжести коромысла, расположенный в его середине, и перпендикулярна его длине, то коромысло легко вращается, повинуется собственной тяжести и остается там, где тяжесть при вращении его остановит. Под действием тяжести оно принимает горизонтальное положение, потому что, когда оно остановится, стрела, выходящая из центра Мира к центру тяжести, делит его по сечению на две равные части.

Второй случай: ось переворота.

Пусть теперь ось расположена между центром Мира и центром тяжести коромысла. Тогда, если коромысло привести в движение, оно, естественно, будет переворачиваться, потому что стрела, выходящая из центра Мира, делит его на две разные части. Часть, которая наклоняется, перевешивает, и поэтому коромысло переворачивается.

Третий случай: ось принуждения, когда ось [вращения коромысла] расположена выше центра тяжести. В этом случае если коромысло привести в движение, то стрела, идущая от центра Мира к центру тяжести, разделит его на две разные части: та, которая поднимается кверху, — бóльшая. Она перевешивает меньшую и возвращается обратно, а затем устанавливается параллельно горизонту, так как теперь стрела разделит коромысло на две равные части. Это принуждает его быть параллельным горизонту" [46, с. 88].

Эти теоретические соображения ал-Хазини сопровождает геометрической иллюстрацией. Он рассматривает площадь долевого сечения коромысла и утверждает, что перевешивает та его часть, площадь сечения которой больше. "Объяснение этого мы не приводим, так как оно слишком пространно", — замечает ал-Хазини [46, с. 97]. Можно предположить, что здесь он опирается на несколько предложений трактата Архимеда "О плавающих телах", а именно об устойчивости равновесия тел различной формы, погруженных в жидкость [1, с. 333—353]. Метод ал-Хазини очень близок к методу Архимеда. Это указывает на то, что ал-Хазини, очевидно, был знаком не только с арабской обработкой его трактата, которую он полностью приводит в "Книге весов мудрости" (она практически не содержит предложений об устойчивости и неустойчивости равновесия тела, погруженного в жидкость), но и с полным текстом и, вероятно, в греческом подлиннике, тем более что греческий был его родным языком.

Греческий текст трактата "О плавающих телах" стал известен в европейской науке только в начале XX в. Он был найден И.Л. Гейбергом в 1905 г. в Константинопольском палимпсесте и опубликован в 1907—1908 гг. До этого трактат был известен только в латинском переводе Вильяма Мербеке (1215—1282). Константинопольский палимпсест содержит около трех четвертей всего текста. Остальная часть восстановлена по переводу Мербеке.

На втором этапе ал-Хазини разбирает систему коромысло — стрелка, не учитывая пока действия грузов.

"Если добавить к весу коромысла вес язычка, перпендикулярного ему в его середине, то центр тяжести [этой совокупности] отличен от [центра тяжести] свободного коромысла. Это должна быть другая точка" [46, с. 90], которая определяется аналогично центру тяжести свободного коромысла.

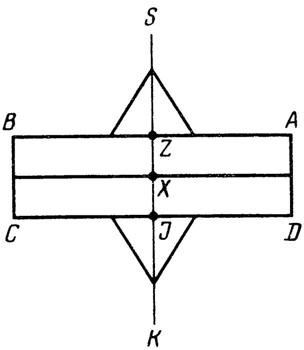


Рис. 8

Пусть на рис. 8 $ABCD$ коромысло с язычком SK в форме ромба. Точка X является центром тяжести системы. Как и в первом случае, ал-Хазини рассматривает три вида равновесия такой системы.

1. Ось вращения коромысла и язычка проходит через X. Это — "ось равновесия", т.е. положение безразличного равновесия.

2. Ось проходит через точку Z, расположенную выше X на прямой. Это — случай "оси принуждения", т.е. устойчивого равновесия.

3. Ось проходит через точку Y, расположенную ниже X на прямой SK. Это — случай "оси переворота", т.е. неустойчивого равновесия.

Но рассуждения подобного рода справедливы, только если рассматриваемая система симметрична, т.е. стрелка-язычок имеет форму ромба и закреплена в центре симметрии коромысла. Если же она другой формы или закреплена не в центре симметрии, а выше или ниже его (хотя и на оси симметрии) или вообще не на оси симметрии, то центры тяжести коромысла и стрелки могут не совпадать ни между собой, ни с точкой, через которую проходит ось. В этом случае условия равновесия системы приобретают более сложный вид. Еще более эти условия усложняются, если к коромыслу подвесить чаши, пустые или с грузом. Ал-Хазини предусматривает все эти возможные комбинации элементов рассматриваемой системы тел.

"Во-первых, — пишет он, — коромысло может быть свободным или связанным с язычком, [острие] которого может быть направлено вверх или вниз. Во-вторых, ось может проходить либо через центр тяжести, либо над ним, либо под ним. В-третьих, положение чаш [на коромысле] может быть различно. Они могут закрепляться либо на прямой, проходящей через ось, либо над ней, либо под ней. Всего может быть восемнадцать таких положений, каждое из которых приводит к определенному [виду равновесия]" [45, с. 89].

Все эти возможные случаи равновесия весов как системы связанных тел коромысло — язычок — чаши (в простейшем случае, когда чаш всего две) ал-Хазини отразил в специально составленной таблице [46, с. 89].

Гидростатика и "гидродинамика". Теория корабля. Значительная часть первой книги содержит учение о равновесии и движении тела в жидкости или другой материальной среде. При этом ал-Хазини исходит из гидростатики Архимеда и аристотелевского учения о движении.

Архимедовская гидростатика известна широкому кругу читателей. Остановимся вкратце на тех моментах учения Аристотеля, которые относятся к движению тела в материальной среде. Аристотель ввел понятие о сопротивлении движению тела, которое он связывает как с параметрами среды, в которой тело движется, так и с параметрами самого тела: его объемом, формой и весом-тяжестью. Согласно Аристотелю, скорость движения тела в материальной среде увеличивается с уменьшением ее плотности. Вместе с тем он устанавливает зависимость между скоростью падения тела в этой среде и его тяжестью (скорость падения возрастает с увеличением тяжести). Из двух тел одинакового объема и формы более тяжелое легче "разделяет" среду. Условие движения тела в среде — превосходство "силы", движущей тело, над сопротивлением и самого тела и среды. Но зависимость силы сопротивления от плотности среды и формы тела у Аристотеля только качественная. Количественную же оценку, без учета формы, но определяемую весом жидкости в объеме тела, дал Архимед.

Итак, принцип подбора античных источников, которые приводит ал-Хазини перед изложением своей теории, ясен. Поместив в "Книгу весов мудрости" арабские обработки трактатов Архимеда и Менелая, он излагает основы гидростатики. Включив же в нее "Книгу Евклида о тяжести и легкости", он знакомит читателя с учением о движении тел в материальных средах. Характерно, что ал-Хазини не излагает самого Аристотеля, а целиком помещает его трактат, в котором кратко и компактно, в форме нескольких постулатов и предложений изложена суть его учения, и именно те положения, которые послужат затем отправным моментом для его собственных соображений. Эти соображения ал-Хазини излагает в пятой главе первой книги.

"Если одно и то же тяжелое тело..., — считает он, — переместить из менее сгущенного воздуха в более сгущенный, то оно станет легче по весу... Это общее правило для всех тяжелых тел" [46, с. 30]. Из двух тел равного объема тело бóльшей плотности обладает бóльшим весом в данной среде. Тела из одного и того же вещества, имеющие один и тот же вес в одной среде, различны по весу в другой среде.

Эти утверждения, несомненно, восходят к учению Архимеда. Ал-Хазини фактически распространяет VII предложение первой книги трактата "О плавающих телах" [1, с. 333] на тела, помещаемые уже не только в жидкость, но вообще в среды различной плотности. Таким образом, в архимедовскую гидростатику он вводит понятия из аристотелевской теории движения. Применив законы гидростатики, ал-Хазини создает единую теорию для общего случая — с учетом как сопротивления тела и среды, так и выталкивающей силы.

С одной стороны, он утверждает: "Если тяжелое тело движется в жидкости, то [тело и жидкость] противодействуют друг другу, т.е. жидкость задерживает помещенное в нее тяжелое [тело] и ослабляет его силу. [При этом] тяжесть [тела] будет уменьшаться на величину, [зависящую] от его объема, до тех пор, пока оно в воде не станет легче на величину веса в объеме тела. Тяжесть тела уменьшится на эту величину. Чем больше будет объем движущегося [в жидкости тела], тем больше будет затруднение" (т.е. сопротивление).

С другой стороны, различная скорость движения в жидкости двух тел, равных по объему и плотности, определяется их формой. "Сила движения тел как в воздухе, так и в воде различна, — подчеркивает ал-Хазини. — Причина этого различия в их форме" [46, с. 31].

Таким образом, ал-Хазини вводит два вида сил, действующих на тело, движущееся в материальной среде. Одна из них, оказывающая сопротивление движению в соответствии с учением Аристотеля, определяется весом и формой тела. Другая, архимедовская, связанная с объемом тела и вытесняемой им жидкости, зависит в то же время от плотности среды.

"Если тело находится в покое в чаше весов, погруженной в воду, то [коромысло] поднимается в соответствии с величиной его объема, а не с его формой" [46, с. 31], — утверждает он. Но сила, движущая его в воде или в другой среде, зависит от формы тела. Совокупное действие обеих сил определяет в общем случае скорость его движения.

Чрезвычайно интересна шестая глава первой книги, в которой ал-Хазини излагает свою "теорию корабля". Собственно корабль он моделирует в виде погружаемого в воду тела с углублением (полостью), а модель груженого корабля он вводит как тело с полостью, в которую помещается некоторый груз.

Свое изложение ал-Хазини разбивает на три этапа. Вначале он рассматривает погружаемое в воду сплошное тело, затем тело с углублением (полостью) и, наконец, нагруженное тело с углублением. Сплошное тело, погруженное в воду, согласно закону Архимеда либо плавает в ней, либо тонет, либо всплывает.

Прежде всего ал-Хазини вводит несколько определений. Он выбирает произвольный объем жидкости, который называет "водой образца" ("ал-ма ал-мисал"). Вес тела, объем которого равен объему этого эталона ("воды образца"), он называет "весом воды образца". Пусть объем тела равен "воде образца". Ал-Хазини рассматривает три случая.

1. Вес тела равен весу "воды образца". Такое тело он считает эталоном (образцом). Вес его в воде равен нулю. Оно плавает в воде.

2. Вес тела больше веса "воды образца". Такое тело ал-Хазини считает тонущим телом. Его вес в воде, который он называет "избытком тонущего", равен разности веса тела в воздухе и веса воды в объеме тела.

3. Вес тела меньше веса "воды образца". Это всплывающее тело. Вес его в воде равен весу объема воды, вытесненной его погруженной в воду частью.

Таким образом, ал-Хазини подводит читателя к понятию подъемной силы, которую определяет как разность между весом эталона, т.е. тела, объем которого равен "воде образца", и весом объема воды, вытесненной его погруженной частью. Можно найти величину подъемной силы, если поставить на всплывающее тело такой груз, чтобы его поверхность совпала с поверхностью воды. Вес этого груза и покажет эту величину.

На втором этапе исследования ал-Хазини рассматривает не сплошное тело, а тело с углублением. Вначале он опять вводит несколько определений. Прежде всего он называет вес воды, заполняющей полость в теле, "весом воды углубления". Далее он считает, что если "вес воды углубления" равен весу самого тела с полостью, то полость можно называть эквивалентной [телу]. И, наконец, если уровень воды в полости совпадает с уровнем воды в сосуде, в который погружено тело, то эти уровни будут эквивалентными, а полость — "эквивалентным углублением".

Затем он, как и в случае сплошного тела, рассматривает три возможных варианта. 1. Если полость, в погруженном в воду теле эквивалентна телу, оно плавает в жидкости. 2. Если полость меньше полости, эквивалентной телу, оно тонет. 3. Если полость больше полости, эквивалентной телу, оно всплывает.

На последнем этапе исследования ал-Хазини разбирает тело с полостью, в которую помещается некоторый груз. Полость может иметь произвольный объем. Ал-Хазини вводит еще одно определение, считая, что если поверхность воды в полости совпадает с поверхностью воды в сосуде, то эту общую поверхность следует называть "границей эквивалентности".

Теперь тело с полостью произвольного объема он сравнивает с телом, имеющим "границу эквивалентности". Чтобы тело обладало "границей эквивалентности", надо поместить в полость некоторый груз P, подобранный таким образом, чтобы поверхность жидкости в полости совпала с поверхностью жидкости в сосуде. Малейшее изменение веса этого груза нарушает условие "границы эквивалентности". Если этот груз увеличить ($P_1 > P$), тело тонет, если уменьшить ($P_2 < P$), — всплывает. Таким образом, начав с изложения принципов архимедовой гидростатики, ал-Хазини к ним и возвращается. Груженое тело с полостью с помощью понятия "эквивалентного тела" и "границы эквивалентности" он сводит к свободному телу с полостью, а его, в свою очередь, — к сплошному свободному телу, и таким образом теорию плавания груженого корабля он приводит к архимедовой теории плавания тела в жидкости.

Рассуждения ал-Хазини — блестящий образец моделирования механических явлений. Эта изящная по простоте и логике построения теория — первая и единственная известная в настоящее время модель подобного рода в истории механики вообще и истории теории корабля в частности.

Математика в "Книге весов мудрости"

В "Книге весов мудрости" нет специального математического раздела. Математика входит в нее как теоретическая основа поставленных и решаемых в ней проблем механики. Но их разнообразие, свобода оперирования с математическими понятиями и глубина постановки задач (хотя и для прикладных целей) характеризуют ал-Хазини как ученого, имеющего прекрасное для своего времени математическое образование и легко ориентирующегося во всем спектре достаточно сложных математических проблем. Это и не удивительно, если иметь в виду еще его деятельность и как астронома, и как конструктора астрономических инструментов, которая требовала глубоких математических знаний.

Выше уже говорилось, что он — один из немногих, кто применял в своей вычислительной астрономической практике правило квадратичного интерполирования. Математические сведения и задачи проходят в той или иной степени через все содержание трактата. Однако среди них можно выделить несколько узловых проблем, на которых основаны или с которыми связаны вопросы теоретической статики, теории весов и методы определения удельного веса и разделения сплавов. Это, во-первых, сведения из теории пропорций и теории отношений, теории уравнений первой степени и геометрические сведения; во-вторых, задачи, связанные с теорией геометрической прогрессии: знаменитые, имевшие широкое хождение на средневековом Востоке и Западе "задача о шахматах" и "задача о взвешивании".

Сведения из теории пропорций изложены в главах, посвященных определению удельного веса и разделению сплавов ("задачи на смеси"), а также посвященных теории специально сконструированных для этого "водных" весов. Ал-Хазини приводит три способа решения "задач на смеси": арифметический — с помощью пропорций, алгебраический — уравнениями первой степени и геометрический, основанный на сравнении подобных треугольников.

Пропорции и отношения. Решение уравнений. Краткие сведения из теории отношений (начало седьмой книги) ал-Хазини предпосылает изложению теории специальных весов, которыми пользовались ювелиры и менялы для непосредственного обмена денег, не обращаясь к расчетам.

В античной математике были созданы теория отношений целых чисел и общая теория отношений непрерывных величин. Первая из них играла роль современной теории дробей, вторая — теории действительных чисел. Между двумя этими теориями античные математики проводили резкую грань. Важнейшим достижением математиков средневекового Востока стало объединение этих двух теорий в общую теорию, основанную на расширении понятия числа до действительно положительного. Заслуга в этом в значительной степени принадлежит ал-Бируни.

Ал-Хазини приводит определения отношения, пропорции и пропорциональных величин, доли и кратного, предыдущего и последующего членов пропорции. Определяется "перевертывание отношения" (т.е. переход от отношения a / b к отношению b / a), "переставление отношения" (переход от пропорции $a / b = c / d$ к пропорции $a / c = b / d$), "присоединение отношения" (переход от a / b к $(a + b) / b$, "выделение отношения" (переход от a / b при $a > b$ и $(a - b) / / b$,"переворачивание отношения" (переход от a / b при $a > b$ к $b / (a - b)$. Далее вводятся понятия "двойного" $a / c = (a / b) (b / c)$ и "тройного" $a / d = (a / b) (b / c) (c / d)$ отношений и, наконец, понятие "составного" отношения.

Приведем его определения:

"Двойное отношение. Если последовательные величины таковы, что первая из них относится ко второй как вторая к третьей, как третья к четвертой и так далее, то отношение первой из них к третьей — как двойное отношение первой ко второй. Отношение [первой] к четвертой — как то же тройное отношение. Отношение [первой величины] к пятой — как то же четверное отношение и так далее по общему правилу.

Составное отношение. Оно подобно двойному отношению, но двойное составлено из двух равных отношений, как, например, [отношение] половины половины, а это отношение составлено из двух разных отношений, как, например, [отношение] половины трети. Если между двумя величинами имеется отношение и между ними помещена другая величина, то отношение первых двух составлено из отношения одной из них к промежуточной и из отношения промежуточной к другой" [46, с. 122].

"Составное отношение" по современной терминологии — отношение, являющееся произведением двух отношений: $a/b = (c/d)(e/f)$. Мы говорим, что отношение a/b есть произведение отношений c/d и e/f. Эллинистические и средневековые математики в этом случае сказали бы: отношение a/b составлено из отношений c/d и e/f. В первоначальном тексте "Начал" Евклида общего определения составного отношения не было, а были даны только два его частных случая — двойное и тройное отношения. Однако Евклид фактически применил его в 23-м предложении VI книги, утверждающем, что "равноугольные параллелограммы имеют друг к другу составное отношение их сторон" [24, т. 1, с. 203]. В современной терминологии это означает, что отношение площадей двух параллелограммов равно произведению отношений их соответственных сторон.

Общее определение составного отношения добавлено к "Началам" одним из комментаторов Евклида, по-видимому, Теоном Александрийским. Это так называемое 5-е определение VI книги. Здесь составление отношений выражается умножением их "количеств", которые, "перемножаемые между собой, образуют нечто" [24, т. 1, с. 174]. Характерно, что ал-Хазини, как и ал-Бируни, формулирует понятие составного отношения для произвольных величин, имея в виду геометрические величины. Известно, что попытка обосновать это определение в связи с дальнейшим развитием теории составных отношений привела учителя ал-Хазини — Омара Хайяма — в его комментариях к Евклиду к объединению теории отношений чисел и общей теории отношений величин и расширению понятия числа до положительного вещественного числа [49, с. 145—146, 280—289].

Рассматриваемая часть "Книги весов мудрости" представляет собой близкий к тексту, почти дословный пересказ соответствующего раздела "Книги вразумления начаткам науки о звездах" ал-Бируни [5], а упоминание в ней о "рашиках" ("рашика" — индийский термин для отношения) позволяет предположить, что ал-Хазини был знаком и с трактатом ал-Бируни об индийских рашиках [13] — о тройном правиле и его обобщении на любое нечетное число величин.

Опираясь на приведенные определения, ал-Хазини рассматривает пропорцию, четыре члена которой суть: 1) цена товара по курсу; 2) оцененный по курсу товар (обычно вес некоторой совокупности монет); 3) реальная цена товара; 4) сам товар, имеющий эту цену. Второй и четвертый члены этой пропорции выражаются в весовых единицах, первый и третий — в денежных. По условиям задач обычно известны три члена, зная которые определяют неизвестный четвертый член пропорции.

Но основная часть задач этого раздела — так называемые задачи монетного двора, т.е. задачи на нахождение процентного содержания металла (например, "добра" — серебра и "порчи" — меди) в данной серии монет и вычисление "меры" металла при переходе от одной чеканки к другой. Иными словами это задачи на определение пробы сплава, составленного из известных количеств сплавов данного состава, и на вычисление отношений количеств данных сплавов, дающих вместе сплав данной пробы. Решаются они путем составления линейного уравнения или систем линейных уравнений.

Пример такой задачи. Имеется 90 дирхемов. "Мера" серии — на 10 дирхемов $^1/_3$ дирхема серебра[2]. Новая "мера" — один и половина одной шестой ($^1/_{12}$)[3] дирхема. Сколько меди надо добавить к исходным 90 дирхемам, чтобы получить 90 дирхемов в новой "мере"?

Решение задачи сводится к решению системы уравнений

$$1^1/3x = 8\,^2/3\,(90 - x),$$

$$1^1/12y = 8^{11}/12(90 - x),$$

$$z = y - x,$$

где x — "порча" в первом случае; y — "порча" во втором случае; z — искомая добавка.

Аналогичны этой и другие задачи. Например: известны

---

[2] Термин дирхем (от греч. драхма) употребляется в средневековой системе мер и весов и как весовая единица (1 дирхем — 2,97 г) и как название серебряной монеты такого достоинства или монеты из сплава серебра с медью.

[3] Дроби от 1/12 до 1 ал-Хазини записывает при помощи "главных дробей", т.е. дробей вида 1/n (n ≤ 6), например: 1/12 = 1/2 (1/6) 5/12 = 1/4 + 1/6. В вычислениях, связанных с коммерческими, финансовыми и тому подобными операциями, на средневековом Востоке широко пользовались долями единицы от 1/2 до 1/10, а остальные дроби представляли в виде их сумм и произведений. Подробно такое разложение дано, например, в "Книге о том, что нужно знать писцам, дельцам и другим в науке арифметике" Абу-л-Вафы [32].

исходное количество дирхемов, добавка меди и новая "мера" при перечеканке. Определить количество серебра. Или: известны исходное количество дирхемов, старая "мера" и добавка. Найти новую "меру".

Решает эти задачи ал-Хазини методом "алгебры и алмукабалы"[4], т.е. решения уравнений первой степени с помощью приема, состоящего в "восполнении" (ал-джабр), когда к обеим частям уравнения прибавляются члены, равные вычитаемым, и "противопоставлении" (ал-мукабала), когда все подобные члены, приводятся к одному. Наиболее сложна здесь последняя из приведенных им задач — задача, которую ал-Хазини называет "одной из самых интересных задач размена":

"Гератский динар[5] содержит десять, дирхемов, а мервский — пятнадцать, а мы хотим, чтобы динар содержал двенадцать дирхемов. Какова доля гератского и мервского динаров в этих двенадцати дирхемах?" [46, с. 126].

Решение этой задачи сводится к решению неопределенного уравнения первой степени с целыми коэффициентами. Пусть P — вес нового динара, p — вес одного дирхема в новом динаре, p_1 и p_2 — вес одного дирхема в гератском и мервском динарах. Обозначим через x искомую долю содержащегося в нем гератского динара, через y — мервского. Тогда $xp_1 + yp_2 = P$, а так как $P = 10p_1 = 15p_2$, то $x/10 + y/15 = P$, окончательно уравнение имеет вид $3x + 2y = 30$. Этому уравнению удовлетворяют следующие целые положительные решения:

x	2	4	6	8
y	12	9	6	3

Но ал-Хазини ищет единственное решение, которое должно удовлетворять дополнительному условию $x + y = 12$. Это решение: $x = 6$, $y = 6$, т.е. в новом динаре доли гератского и мервского динаров одинаковы. Заметим, что задачи "монетного двора" были широко известны позже в средневековой Европе. Встречаются они, например, в "Книге абака" [80], принадлежащей перу Леонардо Пизанского (XII—XIII вв.), автора, который был хорошо знаком с арабской математической литературой.

---

[4] К этому слову восходит термин "алгебра".

[5] Динар — золотая монета.

Шахматная задача. Вопросы нумерации и записи больших чисел. В третьей книге своего трактата ал-Хазини излагает историю, формулировку и решение "шахматной задачи". Последнее, как известно, сводится к нахождению суммы геометрической прогрессии $1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{63}$. Эта задача, проникшая в страны ислама из Индии, широко представлена в арабской математической литературе. О ней упоминает еще ок. 946 г. ал-Масуди [110, с. 632]; ал-Бируни в своей "Хронологии" описывает ее как достаточно широко известную. В таком же виде, как у ал-Хазини, она представлена в биографическом словаре Ибн Халликана, на Западе она встречается у ал-Хассара (XII в.) и Ибн ал-Банны (XIII—XIV вв.)[95].

По сути дела, это облеченная в занимательную форму отвлеченная задача о геометрической прогрессии. (Заметим, что правило суммирования произвольной геометрической прогрессии содержится уже в "Началах" Евклида.) В такой же форме она перешла в математическую литературу средневековой Европы и входит, например, в "Книгу абака" Леонардо Пизанского [82, с. 309], а позже встречается у Луки Пачоли (IV в.), М. Штифеля (XV—XVI вв.), Н. Тартальи (XV—XVI вв.), Х. Клавия (XVI—XVII вв.) [109, с. 632]. Задача известна в двух вариантах: в первом речь идет о количестве зерна, равном сумме геометрической прогрессии, во втором — о количестве денег (дирхемов), равном этой сумме.

Ал-Хазини приводит правила, равносильные формуле для вычисления любого члена прогрессии $a_n = a_1 q^{n-1}$ и формуле для ее суммы

$S = (a_n q — a_1) / q — 1, \ n = 64, \ q = 2.$

Но для нас важна сейчас, собственно, не сама шахматная задача, хотя она сама по себе заслуживает внимания, а те проблемы, которые в связи с ней затрагивает ал-Хазини. Одна из этих проблем — способ записи и реального представления больших чисел.

На средневековом Востоке для записи целых чисел и дробей применялись две позиционные системы счисления — "индийская" десятичная и "арабская" шестидесятиричная, в которой был принят буквенный способ изображения чисел ("джумал"). В ней каждому числу от нуля до 59 соответствовала буква арабского алфавита. Дробные разряды назывались (по греческому образцу) минутами, секундами и т.д., целые единицы — градусами, а разряды целых выше первого — "первыми поднятыми", "вторыми поднятыми" и т.д. (см. с. 22). Впервые такую форму записи целых и дробных чисел применил Кушяяр ибн Лаббан ал-Джили (ок. 970—1024). До него она применялась только для записи дробей. Вслед за ал-Бируни ал-Хазини записывает полученную сумму 64 членов прогрессии и в десятичной и в шестидесятиричной системе. В десятичной системе она равна 18 466 744 073 709 551 615; в шестидесятиричной системе это число имеет вид 30, 30, 27, 9, 5, 3, 50, 40, 31, 0, 15. "Но, если тысячу повторить много раз, — подчеркивает ал-Хазини, — это трудно выговорить и быстро понять. Поэтому я прибегал к способу, который применяют для бесконечных чисел (т.е. очень больших чисел), а именно последовательно дают название каждой группе цифр джумал" [46, с. 71—72].

Чтобы быстро вычислить значения любого члена шахматного ряда, он предлагает использовать таблицу (табл. 2), которую составляют следующим образом. Первому ряду полей шахматной доски (1, 2,...8) соответствуют последовательно 1, 2, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$,... $2^7 = 128$ дирхемов. Второй ряд, соответствующий 9—16 полям, состоит из кошелей (1 кошель, 2 кошеля, $2^2 = 4$ кошеля,... $2^7 = 128$ кошелей, в каждом из которых содержится по $2^8 = 256$ дирхемов.) Третий ряд (с 17 по 24-е поле) — ряд сундуков, в которые складываются кошели. Далее последовательно идут ряды домов, в которых стоят сундуки; усадеб, включающих эти дома; поселений, в которые объединяются усадьбы; округов, образованных из поселений, и, наконец, государств, в которые объединяются округа — всего восемь рядов — разрядов. Пользуясь этой таблицей, можно было быстро получить любой член прогрессии в виде соответствующей степени двойки. Например, 45-му полю соответствует $16 = 2^4$ поселений, в каждом из которых $256 = 2^8$ усадеб, в каждой усадьбе $256 = 2^8$ домов, в каждом доме — $256 = 2^8$ сундуков, в каждом сундуке — $256 = 2^8$ кошелей, а в каждом кошеле — $256 = 2^8$ дирхемов. Поэтому $a_{45} = 2^4 \cdot 2^8 \cdot 2^8 \cdot 2^8 \cdot 2^8 \cdot 2^8 = 2^{44}$.

Ал-Хазини, очевидно, не был первым автором такого метода. Аналогичным способом для представления решения шахматной задачи пользуется ал-Бируни. "Это огромное количество, — считает он, — нельзя изобразить

Таблица 2

Таблица [чисел] для каждого поля шахматной [доски]
в соответствии с однократным удвоением тех предметов,
которые они выражают

1	**Поля**	1	2	3	4	5	6	7	8
2	**Дирхемы**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	9	10	11	12	13	14	15	16
3	**Кошели**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	17	18	19	20	21	22	23	24
4	**Сундуки**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	25	26	27	28	29	30	31	32
5	**Дома**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	33	34	35	36	37	38	39	40
6	**Усадьбы**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	41	42	43	44	45	46	47	48
7	**Поселения**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	49	50	51	52	53	54	55	56
8	**Округа**	1	2	4	8	16	32	64	128
	Поля	57	58	59	60	61	62	63	64
	Государства	1	2	4	8	16	32	64	128

иначе, как разделив его на десять тысяч, чтобы оно превратилось в бидры (бидра — кошелек с десятью тысячами дирхемов). Бидры делятся на восемь и превращаются в вакры (вакр — груз, который способно поднять вьючное животное). Количество вакров делится на десять тысяч, чтобы разбить [несущих] их мулов на табуны — по десять тысяч голов в каждом табуне. Потом табуны делятся на тысячи, чтобы мулы могли пастись в долинах рек — по тысяче мулов на берегу каждой реки, а число долин делится на десять тысяч, чтобы из каждой долины [как бы] вышло десять тысяч гор. При самом усиленном делении количество этих гор составит две тысячи триста пять" [5, с. 115].

Разложение, которое приводит ал-Бируни, имеет вид: $2305 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^4 = 1844 \cdot 10^{16}$. Эта величина близка к значению, приведенному выше ал-Хазини . Но ал-Хазини здесь более последователен, чем ал-Бируни. Способ ал-Бируни — удобная форма представления лишь только суммы всех 64 членов прогрессии. Таблица же ал-Хазини позволяет быстро вычислить любой член прогрессии и, что очень важно, представить его в виде степени двойки.

Принцип составления таблицы ал-Хазини напоминает принцип архимедовской нумерации больших чисел, изложенный им в "Псаммите", и основанной на степени десяти [1, с 363, 602]. Согласно Архимеду, любое число можно записать с помощью октад, т.е. выражений, в основе которых лежит число 10^8. При этом, 1, 10, $10^2,...,10^7$ составляют числа первой октады, числа 10^8, $10^9,...$ 10^{15} составляют вторую октаду, число $10^{16} = 10^{8 \cdot 2}$ есть единица третьей октады и т.д. Первый период заканчивается рядом чисел от $10^{8(10-1)}$ до $10^{8 \cdot 10^8}$. По такой же схеме строятся октады второго периода и т.д.

Аналогично построена система нумерации Аполлония (II—III вв. до н.э.), в основе которой лежит тетрада — число 10^4 [21, с. 262—266].

Некоторую аналогию таблице ал-Хазини, кроме того, можно видеть в шуточной задаче Леонардо Пизанского на суммирование степеней семи (о семи старухах, путешествующих в Рим), которая в XIII—XV вв. стала традиционной в европейской математике. Подобная задача была известна еще древнеегипетским математикам. В несколько ином изложении она встречается в средневековых русских рукописях [21, с. 59—65]. Шахматная задача — не единственный случай составления таблицы для записи и наглядной демонстрации больших чисел, которая освобождала читателя от необходимости обращаться к громоздким записям. Ал-Хазини представляет в виде таблицы еще одну полученную в книге величину: вес в мискалях и манах[6] количества золота, которое потребовалось бы, чтобы всю поверхность Земли покрыть слоем золота определенной толщины — в два пальца. (В своих расчетах ал-Хазини отправляется от вычисленного им значения веса одного кубического локтя золота.) Таблица состоит из четырех столбцов. Название первого — "повторение разрядов", остальные три носят названия разрядов десятичной системы: "единицы", "десятки", "сотни". "Повторением разрядов" ал-Хазини именует число, указывающее, сколько раз в названии числа, записанного в виде таблицы, повторяется слово "тысяча". Число 2 соответствует "тысяче тысяч", число 3 — "тысяче тысячи тысяч" и т.д.

Чтобы еще более конкретно представить сумму дирхемов в шахматной задаче, ал-Хазини прибегает к такому остроумному приему. Он подсчитывает число лет, которое надо прожить владельцу этой суммы, чтобы ее истратить (если в день довольствоваться четвертью дирхема).

Решение ал-Хазини приводит в виде таблицы "царских" лет. Продолжительность этой жизни оценивается в 2000 "царских лет". "Царский" год включает 1000 "царских" месяцев, "царский" месяц — 1000 "царских дней, "царский" день — 1000 "царских" часов, а "царский час составляет 1000 обычных или "обиходных" годов, каждый из которых содержит 360 дней. В результате, продолжительность жизни владельца суммы должна бы составить $72 \cdot 10^{18}$ дней ($2 \cdot 10^{17}$ лет, если считать, что год включает 360 дней).

Понятие "царского" года, которым оперирует ал-Хазини, очевидно, восходит к индийской традиции измерения времени согласно древнеиндийским астрономическим сочинениям — пуранам и сиддхантам. Согласно одному из них, "Вишну-пуране" "сутки Брахмы" составляют 2 кальпы, или 2000 чатур-юг, "царский" год аналогичен чатур-юге, "год Брахмы" — 2·360, 720 кальп, или 720 000 чатур-юг, а

---

[6] 1 мискаль — приблизительно 4,464 г; 1 ман равняется 816,5 г.

продолжительность его жизни ("100 лет Брахмы") — 720·100, т.е. 72 000 кальп, или 72 000 000 чатур-юг, и т.д.

Ал-Хазини мог познакомиться с этими индийскими понятиями в процессе изучения "Индии" [6, с. 316—326] ал-Бируни, которая, как и другие сочинения последнего, могла быть его "настольной" книгой. Заметим, что рассуждения о "царских" годах и других категориях, восходящих к индийской космологии, и соответствующие им таблицы содержатся и в "Санджарском зидже". Но здесь дело может быть и в другом.

Есть достаточно оснований предполагать, что ал-Хазини не был оригинальным автором той части третьей книги его трактата, которая содержит шахматную задачу и проблемы нумерации и записи больших чисел. Эта часть, весьма вероятно, представляет собой не сам текст ал-Бируни, каким является почти вся первая часть третьей книги, а близкий к тексту его пересказ (см. ниже). И тогда вполне объяснимо оперирование в тексте понятиями индийской космологии, характерное для ал-Бируни, который посвятил индийской науке одно из своих фундаментальных сочинений.

Задача о взвешивании. Характерная особенность "Книги весов мудрости" — применение математических методов в постановке и решении механических задач. Одна из таких задач — знаменитая в истории математики "задача о взвешивании", т.е. о выборе минимального числа гирь для взвешивания данного груза. Этой задаче посвящена первая глава шестой книги.

Вначале ал-Хазини описывает общепринятый, по его словам, на средневековом Востоке метод подбора гирь для взвешивания, который состоит в следующем. В каждом разряде чисел (в десятичной системе) выбирают три числа: из разряда единиц — 1, 2, 5; десятков — 10, 20, 50; сотен — 100, 200, 500. Общий вес такого набора гирь (9 штук) составляет 888 весовых единиц. Пользуясь им, можно взвесить любой груз $P \leq 888$, помещая гири на одну или на обе чаши весов.

Но такой выбор гирь приводит к некоторому неудобству при взвешивании. Если гири класть только на одну чашу, то не все грузы, вес которых входит в последовательность чисел 1,2,... 888, можно взвесить с помощью указанного набора гирь. Можно, например, взвесить груз в три единицы веса (3 =1 + 2), но нельзя в четыре и девять: 4 = 2+2 = = 1+1+2; 9 = 1+1+2+5 = 2 + 2 + 5. Следовательно, если пользоваться только одним набором гирь и при взвешивании класть гири на одну чашу весов, можно взвесить все грузы от 1 до 888, и притом единственным образом (например, 6 = 5 + 1, 8 = 5 + 2 + 1 и т.д.), за исключением грузов в 4 и 9 весовых единиц в первом десятке, 14 и 19 — во втором, 24 и 29 — в третьем, 104 и 109 — во второй сотне и т.д. Для взвешивания грузов, подпавших под исключение, необходимы два "общепринятых" набора, т.е. 18 гирь общим весом 888 × 2 = 1776 единиц веса. Но это вызывает другое неудобство: один и тот же груз можно взвесить многими способами. Например, груз в три весовые единицы можно взвесить четырьмя способами: 3 = 1+2 = 5 — 2 = 10 — 5 — 2 = 20 — 10 — 5 — 2 (если гири класть на обе чаши весов).

Таким образом, "общепринятый" порядок подбора гирь имеет, по словам ал-Хазини, два существенных недостатка. Если при взвешивании гири кладут на одну чашу весов, то их подбирают единственным образом, но необходимы два общепринятых набора. Если гири кладут на обе чаши, то достаточно одного набора гирь, однако способ их применения неоднозначен. Чтобы исключить эти недостатки, необходим другой принцип подбора гирь, который и предлагает ал-Хазини.

В первом, случае, когда гири кладут только на одну чашу весов, вместо "общепринятого" набора в 9 гирь можно использовать набор в 10 гирь, но подобранных таким образом, что их веса в порядке возрастания составляют геометрическую прогрессию с первым членом 1 и знаменателем 2. И, хотя гирь в этом наборе на единицу больше, чем в "общепринятом", с его помощью можно взвесить грузы до 1023 весовых единиц. Во втором случае, т.е. когда гири кладут на обе чаши, набор состоит всего из 7 гирь (на две меньше, чем в "общепринятом"). Гири в нем подобраны так, что их веса в порядке возрастания образуют геометрическую прогрессию с первым членом 1 и знаменателем 3. С помощью этого набора можно взвесить груз весом до 1093 весовых единиц.

Короче, в обоих случаях задача сводится к нахождению наименьшего числа гирь, с помощью которых можно взвесить все целые веса, меньшие или равные заданному, т.е. взвесить максимальный вес с помощью минимального числа гирь.

Если в первом случае груз P представить в виде $P = a_0 + {}$ $+ a_1p_1 + a_2p_2 + ... + a_9p_9 \left(\sum_{i=0}^{9} a_i p_i \le 1023 \right)$, где p_i принимают значения $1, 2, 2^2, 2^3, ..., 2^9$, а a_i, равны либо нулю, либо 1, то решение ал-Хазини эквивалентно представлению числа P в двоичной системе счисления.

Если груз P представить в виде $P = a_0 + a_1p_1 + a_2p_2 + ...$ $... + a_6p_6 \left(\sum_{i=0}^{6} a_i p_i \le 1097 \right)$, где p_i принимают значения $1, 3, 3^2, ..., 3^6$, а a_i могут принимать только значения $-1, 0$ и $+1$, решение ал-Хазини эквивалентно представлению числа P в троичной системе счисления.

Такой способ представления числа в троичной системе отличается от принятого в наши дни только тем, что вместо чисел 0, 1, 2 в нем употребляются числа —1,0, +1. С помощью простейших преобразований его легко можно привести к современному виду.

Таким образом, оба случая ал-Хазини можно рассматривать как частные случаи задачи о представлении целого числа в виде алгебраической суммы различных степеней некоторого данного целого числа, т.е. проблемы представления натурального числа n в виде суммы $m < n$ натуральных чисел (в первом случае число слагаемых m равно 10, во втором — 7).

Все изложенное не означает, что ал-Хазини ставил перед собой задачу о представлении целого числа соответственно в двоичной и троичной системах, так как эквивалентность двух задач с математической точки зрения отнюдь не говорит об их исторической эквивалентности.

Вернёмся, однако, к тем возражениям, которые выдвигает ал-Хазини против "общепринятого" набора, и к его требованиям к предлагаемому им набору. Именно они характеризуют степень строгости постановки и точности решения задачи. Требование ал-Хазини состоит в том, чтобы с помощью его набора гирь можно было взвесить любой груз единственным образом, так, чтобы ни одна гиря не повторялась дважды. Если обратиться к современной терминологии, то задача формулируется следующим образом: найти подмножество M^* множества M натуральных чисел, такое, чтобы любой элемент n множества M можно было разложить на сумму $m < n$ элементов множества M^*. При этом множество M^* должно содержать минимальное число элементов и не может включать два одинаковых элемента.

В такой постановке "задача о взвешивании" в теории чисел называется "проблемой Баше" — по имени французского математика Баше де Мезириака, в сочинении которого [54] она впервые появилась в печатном виде (1612). Строгое ее решение дал Л. Эйлер в своем "Введении в анализ бесконечных" [48].

Ал-Хазини придает большое значение требованию единственности разложения. Если условие однозначности не соблюдается, указывает он, это совсем другая задача, из другой области. Можно предположить, что здесь ал-Хазини имеет в виду другой вариант задачи о разложении целого натурального числа на слагаемые: "Сколькими способами данное целое число можно разложить на сумму меньших целых чисел?"

Второй вариант задачи — так называемая проблема Лейбница, так как впервые в строгой постановке она была поставлена Г.В. Лейбницом в 1666 г. [280, с. 142]. Ее также рассматривает Л. Эйлер вместе с "задачей о взвешивании".

"Задача о взвешивании", очевидно, имеет восточное происхождение и восходит к глубокой древности. Корни ее прослеживаются еще в культуре индской цивилизации. В результате раскопок Мохенджо-Даро и Хараппы обнаружено множество гирь, что позволило говорить о принятой там системе мер веса, основанной на "удвоении". Веса гирь из находок составляют следующий ряд: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 единицы веса. Характерен в этом смысле и стандартный размер строительного кирпича: 1:2:4 или 1:3:9 [18, с. 13].

О связи "задачи о взвешивании" с шумерской и вавилонской математикой пока ничего не известно. Детальное изучение метрологического материала, возможно, могло бы помочь делу, тем более что археологические источники убедительно свидетельствуют о достаточно тесных культурных связях между шумерской и индской цивилизацией.

Истоки "задачи о взвешивании" можно видеть и в практике умножения целых чисел в египетской математике, в приеме, который сводится к разложению одного из сомножителей на сумму слагаемых вида 2^k [21, с. 19].

В древнегреческой науке представление целых чисел в виде степеней двойки и тройки встречается в платоновском "Тимее", в описании его модели космоса. В этой модели соотношения между семью кругами — орбитами Луны, Солнца и пяти планет — определяются числами 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 (комбинацией двух геометрических прогрессий: 1, 2, 2^2, 2^3 и 1, 3, 3^2, 3^3) [35]. Это соотношение — яркое свидетельство пифагорейских корней космологической концепции Платона. А пифагорейская математика, как известно, тесно связана с Востоком. Роль же египетской и греческой математики в процессе формирования математики средневекового Востока общеизвестна.

Таблица, включающая степени двойки и тройки, входит в состав китайского средневекового математического трактата Суньцзы [4, с. 8].

"Задача о взвешивании", очевидно, была широко распространена на средневековом Ближнем и Среднем Востоке, и ал-Хазини не был первым автором, который включил ее в свой трактат. Первое известное в настоящее время упоминание этой задачи в математической литературе средневекового Востока относится ко второй половине XI в. Ее рассматривает автор XI в. Мухаммад ибн Айюб ат-Табари в своем трактате "Ключ сделок" ("Мифтах алму амалат"), название которого говорит о том, что это было, очевидно, достаточно популярное руководство по практической арифметике (трактат написан на фарси) [110, с. 634].

"Задача о взвешивании" — одна из многих задач этого сборника. Набор гирь в задаче ат-Табари состоит из 10 штук: 1, 3, 9, ..., 3^9, что позволяет взвешивать все грузы весом до 1000 весовых единиц. Второй известный в настоящее время источник, в котором упоминается эта задача, — "Книга весов мудрости" (XII в.).

В Западной Европе эта задача впервые встречается у Леонардо Пизанского (1202) [82, с. 297—298]. Леонардо сводит ее к нахождению четырех гирь весом 1, 3, 9, 27 единиц, с помощью которых можно взвесить груз до 40 весовых единиц, т.е. рассматривает второй случай ал-Хазини для $n = 4$. Однако далее он указывает, что, если требуется взвесить груз весом выше 40 весовых единиц, берут следующую гирю в 81 единицу веса и "так далее до бесконечности (ad infinitum)", т.е. формулируется второй случай ал-Хазини для любого n.

По-видимому, ал-Хазини знал решение "задачи о взвешивании" для большего числа членов, чем он указывает. Просто он сравнивает свой набор с "общепринятым", с помощью которого взвешивали грузы до 888 единиц веса. Возможно, что применительно к этому грузу он обрывает оба своих ряда.

Леонардо мог познакомиться с "задачей о взвешивании" как во время своих путешествий по Востоку (при знакомстве с практикой взвешивания), так и в процессе изучения арабской математической литературы. Это изучение, как он сам отмечает, было необходимым условием для написания "Книги абака", тем более что эта задача входит в состав главы, содержащей большое число самых разнообразных задач. Некоторые из них имеют восточное происхождение (например, упомянутая выше задача о суммировании степеней семи). Вряд ли можно считать, что в числе источников Леонардо была "Книга весов мудрости", которая была неизвестна средневековой Европе. К тому же вариант Леонардо сильно отличался от варианта ал-Хазини. Очевидно, Леонардо познакомился с этой задачей в изложении других авторов. В трактате его современника Иордана Неморария "Разъяснение Иордана об алгорисме" ("Demonstratio Jordani de algorismo") [67], посвященном обоснованию арифметических операций с целыми числами, входит предложение, равносильное неравенству $9 + 9\cdot10 + 9\cdot10^2 + ... + 9\cdot10^{n-1} < 10^n$, которое можно интерпретировать как вариант "задачи о взвешивании", эквивалентный представлению данного числа в десятичной системе.

Почти в таком же виде, как у Леонардо, "задача о взвешивании" встречается у Н. Шюке (XV в.), Л. Пачоли, Н. Тартальи, М. Штифеля, Геммы Фризиуса (XVI в.) и т.д., вплоть до ее первой печатной публикации у Баше де Мезириака (XVII в.) и далее до исследования Эйлера в XVIII в. [80, с. 151]. Однако фактически никто из этих авторов (за исключением Эйлера) не ставил ее с такой степенью строгости, как это сделал ал-Хазини в XII в.

Удельный вес и задача о разделении сплавов. Теория весов и взвешивания

Значительная часть "Книги весов мудрости" посвящена проблеме удельного веса (методам его определения и теории специальных весов, с помощью которых его находили), а также связанной с ней проблеме разделения сплавов.

Особая роль статики в системе механических знаний на средневековом Востоке прежде всего сказалась в развитии теории весов и взвешивания. Внутренняя и международная торговля, стимулировавшие монетное и ювелирное дело, требовали как разработки новых конструкций рычажных весов и более точных методов взвешивания, так и создания специальных устройств для определения состава сплавов и удельных весов входящих в них компонентов, а также высокой степени точности и чувствительности этих конструкций. Однако целью многочисленных модификаций известных ранее и конструирования новых видов весов, как и совершенствования техники взвешивания, во многих случаях была разработка и совершенствование методов определения удельного веса. Таким образом, исторически эта проблема тесно связана с теорией взвешивания.

Заметим, что значительная часть основного труда ал-Хазини — "Книги весов мудрости" — посвящена описанию различного вида весов, предназначенных для определения удельного веса.

"Книга весов мудрости" представляет особую ценность еще и потому, что дает возможность изучить и методы определения удельного веса веществ, и различные типы предназначенных для этого конструкций в их историческом развитии: от метода и весов Архимеда вплоть до методов самого ал-Хазини и его собственной конструкции "весов мудрости".

История науки сохранила очень мало сведений о первых попытках определения удельного веса веществ. Плиний Старший в своей "Естественной истории" пытался классифицировать минералы "по весу". Очевидно, первая зафиксированная в источниках такая попытка принадлежит Архимеду. Именно с описания "водных весов" Архимеда (средневековой конструкции, восходящей к архимедовской) начинает свое изложение ал-Хазини.

Методы и конструкции, которые описывает ал-Хазини, от архимедовских до его собственных, можно разделить на две группы: к одной относится все, что связано с деятельностью в этом направлении ал-Бируни, к другой — все, что сделано другими учеными. Дело в том, что для второй группы основой методов является непосредственное взвешивание образцов на специальных "водных" весах в воздухе и воде, что требовало их непрерывного совершенствования. Ал-Бируни же использовал весы косвенным образом. Его метод состоял в возможно более точном измерении объема воды, вытесняемой образцом, погруженным не в чашу весов, а в специально сконструированный для этой цели сосуд конической формы, с широким основанием, узким горлом и малым отверстием. К этому отверстию была припаяна "в форме перевернутой дуги" трубка, диаметр которой был равен диаметру отверстия, а ее конец обращен к земле. Ниже конца трубки к сосуду крепили кольцо, в котором устанавливали во время эксперимента чашу весов. Образец металла или минерала определенного веса погружали в сосуд. При этом через трубку в чашу весов выливалась вода, объем которой был равен объему испытуемого образца, а вес объема воды определяли на весах.

Метод ал-Бируни. Методу и результатам ал-Бируни посвящена бóльшая часть третьей книги "Весов мудрости", состоящей из трех частей. Основное содержание первой части — пересказ трактата ал-Бируни об удельных весах. Ал-Хазини достаточно близко воспроизвел текст ал-Бируни. Если он и внес некоторые мелкие изменения, то они не повлияли на содержание трактата. Текст первой части включает описание метода ал-Бируни для определения удельного веса, его расчеты и многочисленные таблицы.

Способ ал-Бируни состоит в следующем. Он берет образец весом в 100 мискалей и находит вес объема воды, вытесняемой из описанного сосуда при погружении в него образца. Далее утверждается, что разность, полученная при вычитании веса вытесненного образцом объема воды из веса образца в воздухе, есть гидростатический вес. Для сравнения веса образцов в качестве эталона ал-Бируни берет не воду, как это принято в настоящее время, а самый тяжелый металл — золото — для металлов и самый тяжелый минерал — сапфир (синий яхонт) — для минералов. Подбирая образец для эксперимента, ал-Бируни обращает внимание на то, чтобы образец был достаточно чист и не содержал посторонних включений и трещин, которые могли отрицательно повлиять на результаты измерений. Это, помимо прочего, было серьезным аргументом в пользу сапфира и золота как эталонов: сапфир считался наиболее "постоянным" минералом, а золото наилучшим образом поддавалось очистке.

Ниже приведена таблица удельных весов металлов и минералов, составленная Г.Г. Леммлейном по данным ал-Бируни (табл. 3), пересчитанным по отношению к воде при температуре 20°С, как это принято в настоящее время [29]. Цифры удельных весов, полученные ал-Бируни, легко привести с золотого и яхонтового эталонов к воде. Если 100 мискалей (2400 тасуджей) сапфира вытесняют 606 тасуджей воды (1 мискаль = 24 тасуджа = 4,464 г), а 100 мискалей золота — 126 тасуджей воды, то удельный вес сапфира 2400/606 = 3,96, а золота — 2400/126 = 19,05. Для пересчета достаточно умножить цифру, полученную ал-Бируни, на удельный вес эталона, отнесенный к воде (3,96 — для сапфира и 19,05 — для золота), а разделить на 100 (100 мискалей — вес испытуемого образца).

Как видно из таблицы, данные ал-Бируни весьма близки к современным. Отклонения можно объяснить недостаточной чистотой образца, а также разницей температур при эксперименте (ал-Бируни не указывает, при какой температуре воды он производил измерения).

Цифры, приведенные в таблицах ал-Бируни, даны с точностью до 1 тасуджа (1/24 мискаля), т.е. до третьего знака.

Кроме определения удельного веса металлов и минералов, ал-Бируни измерил и удельные веса некоторых жидкостей. В частности, он установил различие в удельном весе между холодной и горячей, пресной и соленой водой и указал на связь плотности воды с ее удельным весом. Очевидно, ал-Бируни пользовался прибором типа ареометра Паппа, описанного ал-Хазини в первой книге "Весов мудрости". Благодаря тщательному изготовлению и специальной шкале прибора эти измерения можно было проводить с большой точностью.

Во второй части третьей книги ал-Хазини описывает еще один прибор ал-Бируни — специальный прибор для измерения удельного веса воды, служившей ему эталоном. Это тщательно изготовленный латунный сосуд кубической формы с двумя отверстиями в противоположных углах верхней грани (одно — для вливания воды, другое — для выпуска воздуха). Такая форма сосуда позволила ал-Бируни очень точно определить его объем и весьма точно вычислить удельный вес исследуемой воды.

Ал-Бируни впервые в истории науки ввел в практику эксперимента постановку контрольных опытов. "В каждом

Таблица 3

Минерал и металл	Данные Бируни	Современные данные	Минерал и металл	Данные Бируни	Современные данные
Гематит	4,11	4,9—5,5	Соль	2,19	2,17
Сапфир	3,96	3,97—4,12	Глина	1,99	1,8—2,6
Рубин	3,85	3,94—4,08	Гагат	1,11	1,10—1,40
Лал (шпинель)	3,58	3,5—4,1	Асфальт	1,04	1,00—1,10
Лал (турмалин)	2,90	2,98—3,20	Янтарь	0,85	1,05—1,10
Изумруд	2,75	2,67—2,77	Золото	19,05	19,25
Лазурит	2,69	2,4—2,9	Ртуть	13,58	13,55
Горный хрусталь	2,56	2,59—2,66	Свинец	11,33	11,34
Сердолик	2,56	2,55—2,63	Серебро	10,43	10,50
Оникс	2,50	2,55—2,63	Медь	8,70	8,93
			Железо	7,87	7,86
			Олово	7,31	7,28

отдельном случае, — указывает он, — мы не придерживались одного лишь способа при наличии разногласия в долях и частях, а иногда... проводили работу в обратном порядке" [46, с. 57].

Метод ал-Бируни оставался актуальным в течение весьма продолжительного периода. Известный русский физик О.Д. Хвольсон в своем "Курсе физики" (1923) включил его в число рекомендованных современных методов, что свидетельствует о высокой степени научной зрелости исследований ал-Бируни [23, с. 94].

Рассмотрим теперь содержание двух остальных частей третьей книги. Вторая часть состоит всего из одной главы (четвертой), в которой изложен метод определения веса кубического локтя воды при помощи описанного выше прибора в форме полого куба с двумя отверстиями в противоположных концах одной из граней, т.е. удельный вес воды, являвшейся эталоном. Затем приводится таблица значений веса "кубического локтя" разных металлов. А вычислив вес "кубического локтя" металлов, нетрудно было подсчитать, например, вес золота, которым можно заполнить земной шар. Вес этого количества золота в мискалях и манах приведен в виде таблиц с "повторением разрядов", о которых говорилось выше.

В третьей части книги приведена упомянутая выше шахматная задача. Чтобы наглядно представить величину полученной в итоге суммы дирхемов, вычислена толщина слоя серебра из этих дирхемов, которым можно покрыть всю поверхность Земли, и время, которое понадобится, чтобы истратить все эти дирхемы.

Анализ этих частей третьей книги позволяет предположить, что содержание не только первой части, но и последующих тоже восходит к упомянутому трактату ал-Бируни. В пользу этого говорит следующее. Первая часть третьей книги не является полным изложением трактата ал-Бируни. На это указывает уже ее название: «Это часть из книги "Об отношениях между металлами и драгоценными камнями по объему"». Сам трактат ал-Бируни сохранился, как отмечалось выше, в единственном экземпляре. Дошедшая до нас Бейрутская рукопись, очевидно, не полный текст трактата, а то, что, по словам ее переписчика, "было найдено из этой книги". Можно предположить, что вторая и третья части третьей книги содержат пересказ или отрывки из не дошедшего до нас полного текста трактата ал-Бируни. Но это, очевидно, не близкий к тексту пересказ и не сплошной текст, и поэтому его не предваряют словами "сказал Абу-р-Райхан", как это делается в первой части третьей книги.

Это предположение подтверждается следующими соображениями.

Во-первых, вторая часть третьей книги начинается с описания прибора для определения веса кубического локтя воды, о котором ал-Хазини сообщает, что "повелел" его изготовить Абу-р-Райхан.

Во-вторых, все содержание этой части непосредственно примыкает к изложенному в первой части материалу, который, безусловно, принадлежит самому ал-Бируни, а определение удельного веса воды, служившей эталоном, — один из основных моментов его экспериментального метода.

В-третьих, метрологические данные, которые приводит ал-Хазини для вычисления веса золота, которым можно заполнить земной шар, и для того, чтобы определить толщину слоя серебра, покрывающего поверхность Земли (величина градуса меридиана, длина арабской мили в локтях и фарсахах, величина диаметра и окружности Земли), заимствованы у ал-Бируни. Они встречаются в трех сочинениях ал-Бируни: "Науке звезд" [10], "Геодезии" [7] и "Каноне Масуда" [18]. Вряд ли ал-Хазини привел их по тексту какого-нибудь из этих сочинений. Скорее ал-Бируни поместил их не только в указанных сочинениях, но и в своем трактате об удельных весах, как он это неоднократно делал.

В-четвертых, правильность нашего предположения подтверждает и анализ третьей части — шахматной задачи. Конечно, шахматная задача была широко известна на средневековом Среднем и Ближнем Востоке, и в частности самому ал-Хазини. Но форма ее изложения, запись результата в десятичной, шестидесятиричной системе и в виде буквенного соответствия десятичной записи совпадают с соответствующими данными в "Хронологии" ал-Бируни. Да и сам текст этого раздела почти тождествен тексту соответствующего отрывка из "Хронологии". Даже таблица для быстрого вычисления n-го члена прогрессии в виде степени двойки имеет аналогию в "Хронологии".

Этот материал из "Хронологии" ал-Бируни мог включить в написанный позднее трактат об удельных весах, так же, как он ввел в "Канон Масуда" материал из "Науки звезд" и "Геодезии", написанных до него. Вполне вероятно, что в трактат об удельных весах могла входить и таблица степеней двойки, которая имеется в "Книге мудрости".

В пятых, в пользу нашего предположения говорит и понятие о царских годах", которое введено для наглядного представления о большом отрезке времени. Выше было показано, что это понятие восходит к понятиям индийской космологии, подробно излагаемым ал-Бируни в его "Индии". Этому вопросу посвящено и не дошедшее до наших дней специальное сочинение ал-Бируни "Трактат по изложению индийского способа определения продолжительности жизни", которое он называет в перечне своих трудов [16, с. 234]. А это значит, что упоминание о "царских" годах в таблице для подсчета продолжительности жизни обладателя дирхемов в шахматной задаче, основанное на этом понятии, могло принадлежать самому ал-Бируни.

В-шестых, наше предположение подтверждается и тем, что в тексте этих разделов неоднократно говорится о Газне — городе, где ал-Бируни провел значительную часть жизни и где были написаны основные его труды. А ведь если автором этой части является сам ал-Хазини, уместнее было бы назвать не Газну, а Мерв.

И наконец, в конце третьей части упоминается поэт ал-Унсури и "прославляемый им". Но ал-Унсури (960—1089) жил в Газне и был придворным поэтом Махмуда Газнийского и его сына Масуда, и, очевидно, под "прославляемым им" следует понимать самого Махмуда или Масуда. Стало быть, речь идет о Газне, где жил в этот период ал-Бируни. А его трактат об удельных весах, в основном написанный (но не законченный) в Хорезме, мог быть закончен в Газне.

Весы и метод Архимеда. Весам Архимеда — первой и простейшей конструкции "водных" весов — посвящена первая глава четвертой книги. В ней приведен не дошедший до нас трактат Архимеда о сконструированных им весах для определения удельного веса. О том, что такой трактат существовал, сообщает Папп Александрийский [106]. Он сохранился в передаче Менелая, в его трактате "О тяжести и легкости...", теоретическую часть которого ал-Хазини изложил в первой книге своего сочинения, а часть, включающую описание весов Архимеда, — в четвертой книге.

"Весы Архимеда — самый ранний в истории науки прибор для разделения двухкомпонентного сплава, т.е. для определения процентного состава сплава, состоящего из двух веществ. В описании ал-Хазини весы Архимеда — это равноплечие весы с двумя чашами и передвижной гирей (манкал), т.е. с двумя неподвижными чашами и подвижным рейтером, проградуированные для каждой пары металлов. Градуировка проводится для заданных длины коромысла, веса передвижной гири и состава воды ("одной и той же воды"). Образцы взвешивают на этих весах сначала в воздухе, а затем в воде (чаша с образцом опускается в воду).

Известно, что Архимед изготовил образцы из сплава чистого золота и чистого серебра равного веса и определил их веса в воде. Если через $P = P_1 = P_2$ обозначить соответственно веса сплава, золота и серебра в воздухе, через W, W_1, W_2 — потери веса при погружении образцов в воду, а через x и y — искомый вес количества золота и серебра в сплаве, то задача сводится к системе уравнений

$$x + y = P,$$

$$W_1x + W_2y = PW.$$

В задаче Архимеда, по существу, использовано понятие удельного веса. Указанную систему можно записать в виде одного уравнения $x / d_1 + (P-x) / d_2 = P / d$, где d_1, d_2, d — соответственно удельные веса золота, серебра и сплава, откуда $x = P (d-d_2) d_1 / (d_1-d_2) d_2$.

Обозначим через Q, Q_1, Q_2 соответственно веса образцов сплава, золота и серебра в воде. Так как в методе Архимеда $P = P_1 = P_2$, то $Q = P-W$, $Q_1 = P_2-W_1 = P-W$; $Q_2 = P_2-W_2 = P-W_2$, а следовательно, $x = P (W_2-W) / (W_2-W) = P (Q-Q_2) / (Q_1-Q_2)$.

Если через l обозначить длину плеча коромысла весов Архимеда, через l_1 — расстояние передвижной гири на коромысле от точки подвеса весов, через $d_в$ — удельный вес воды, то при равновесии этих весов в воде согласно закону Архимеда и закону рычага

$$x + y = P = P_1 = P_2$$

$$(P-Pd_в / d_2)\, l + Pl_1 = [P (x / d_1 + y / d_2)]\, l.$$

Отсюда $x = d_1 d_2 d_в l_1 / (d_1-d_2)$, т.е. для данных весов и данной пары металлов при данной плотности воды вес количества золота в сплаве пропорционален расстоянию передвижной гири от точки подвеса весов при их уравновешивании в воде. Это основа градуировки весов Архимеда. По-видимому, такие весы широко применяли на средневековом Востоке, когда требования к точности эксперимента были не слишком высоки.

Недостаток весов Архимеда, по мнению ал-Хазини, состоит в том, что они "годны лишь для золота и серебра и не годны для любой воды", т.е. они градуированы только для данной пары металлов и воды данной плотности и определенного состава.

Метод Менелая. Этому методу ал-Хазини специально посвятил несколько разделов четвертой книги, в которых изложена основная часть трактата об удельных весах, теоретические основы которого даны в первой книге. Ал-Хазини не описывает весов Менелая, но из его изложения следует, что они принципиально не отличались от весов Архимеда.

Ал-Хазини приводит четыре варианта метода Менелая для общего и трех частных случаев (три способа Менелая), а затем излагает собственную модификацию этого метода, его объяснение и доказательство в общем виде.

Первый способ Менелая — определение состава сплава без взвешивания образцов в воде. Для этого он брал два равных по объему из чистого золота и чистого серебра $V_1 = V_2$ весом P_1 и P_2 и образец из чистого серебра весом P_2, объем V_2' которого равен объему V образца из сплава весом P. Обозначим вес золота в сплаве через x. Ал-Хазини называет его "вещью" ("шай"). (Этот термин применялся в математике средневекового Востока для обозначения неизвестного в уравнении.) Далее вводится второе, вспомогательное неизвестное y ("вторая вещь"), которое удовлетворяет соотношению $y / P_1 = (P-P_2') / (P_1-P_2)$. Если выполняется условие $V_2' = V$, о котором говорится в тексте, то $y = x$ и правило Менелая, приведенное ал-Хазини, равносильно формуле $x = P_1 (P - P_2') / (P_1-P_2)$. При помощи второго способа Менелая исследуют образцы, равные по весу ($P_1 = P_2 = P$) и различающиеся по объему ($V_1 \neq V_2 \neq V$). В этом случае, кроме веса образцов в воздухе, необходимо знать их вес в воде (Q_1, Q_2, Q).

Вначале, как и в первом случае, вводится вспомогательное неизвестное ("вторая вещь") y (вес в воздухе количества серебра, вес которого равен Q), которое определяется соотношением $P_2 / Q_2 = y / Q$, или $y = P_2Q / Q_2$. Затем составляется отношение $x / Q_2 = (y - P) / (Q_1-Q_2)$, или $x / Q_2 = (P_2Q / Q_2-P) / (Q_1-Q_2)$, где x — вес золота в сплаве, откуда искомый вес золота определяется по правилу, равносильному формуле

$$x = (P\frac{P_2}{P} Q_2) / (Q_1-Q_2).$$

Если через Q' обозначить вес сплава в воде при условии $P_1 = P_2$, правило Менелая для второго способа примет вид $x = P (Q'-Q_2) / (Q_1-Q_2)$, аналогичный правилу Архимеда.

Третий способ Менелая аналогичен второму, но здесь при взвешивании образцов в воде опускают не обе чаши весов (в одной из которых находится сплав, а в другой — образец чистого металла), а одну, в которую последовательно кладут образец из чистого металла и сплава. Соответствующее правило эквивалентно предыдущему.

После этого ал-Хазини рассматривает общий случай Менелая, когда сравнивают образцы золота, серебра и сплава, равные по объему ($V_1 = V_2 = V$) и разные по весу ($P_1 \neq P_2 \neq P$). Так как объемы испытуемых тел равны, можно оперировать только с весами. При этом при сравнении образцов, например, из золота и сплава возможны два случая:

1) $Q_1 > Q$; $P-Q = P_1-Q_1$ — испытуемый образец состоит из чистого золота;

2) $Q_1 > Q$; $P-Q < P_1-Q_1$ — испытуемый образец — сплав золота с серебром.

Далее повторяется ход рассуждений для первых двух случаев. Сначала по правилу $P_1 / Q_1 = y / Q$ вводится "вторая вещь" — y, т.е. вес в воздухе количества золота, вес которого в воде равен Q, откуда $y = QP_1 / Q_1$. Затем x находится по правилу, эквивалентному формуле $x = P (y-P) / (Q_1-Q_2) = P (P_1 / Q_1Q_2-P) / (Q_1-Q_2)$, а количество серебра в сплаве находится как $P-x$.

Собственная модификация метода Менелая, которую приводит затем ал-Хазини, состоит в следующем. Он рассматривает разности $f_1 = P_1-Q_1; f_2 = P_2-Q_2; f = P-Q$, из которых составляет отношение $(f-f_1) / (f_2-f)$. Это отношение есть доля серебра в сплаве. Вес этого количества серебра определяется по правилу, равносильному формуле $x = P (f-f_1) / (f_2-f_1)$ — наиболее простому и компактному по сравнению с приведенными выше.

Здесь ал-Хазини использует понятие выталкивающей силы ("поднимающего веса", как он ее называет). Действительно, введенные им разности представляют собой величины, пропорциональные соответствующим выталкивающим силам: $f_1 = W = ca_1; f_2 = W_2 = ca_2, f = W = ca$, где a_1, a_2, a — соответственно величины подъемной силы для образцов из золота, серебра и сплава. Правило ал-Хазини легко преобразуется к виду, равносильному формуле

$$x = P (Q_1-Q) / (Q_2-Q) = P (Q-Q_1) / (Q_1-Q_2)$$

— одной из современных форм записи закона Архимеда.

По сути дела, ал-Хазини дает первое достаточно строгое определение удельного веса: "Величина веса малого тела из какого-нибудь вещества относится к его [объему], как величина веса большего тела к его объему" [46, с. 81]. Все предшественники ал-Хазини, которых он упоминает и которых перечисляет ал-Бируни во введении к своему трактату, по существу, используют понятие удельного веса, но не формулируют его.

"Физические весы" и метод ар-Рази. Вторая разновидность "водных" весов — "физические весы" ар-Рази. Ал-Бируни, а с его слов и ал-Хазини упоминает о несохранившемся трактате ар-Рази, посвященном "водным" весам, который в "Книге весов мудрости" называется "Книгой одиннадцати". Очевидно, речь идет о "Книге двенадцати" — трактате, состоящем из 12 разделов, который называет ал-Бируни в своем списке сочинений ар-Рази.

"Физические весы" — равноплечие весы с двумя чашами, равными по весу и объему. Они отличаются от весов Архимеда и Менелая, во-первых, тем, что одна из чаш подвижная и отсутствует передвижная гиря (подвижный рейтер), во-вторых, появлением стрелки (язычка). Кроме того, ар-Рази взвешивает образцы в воде, не опуская чаши в воду, как в весах Архимеда, а наливая ее в них.

"Действие с весами" состоит в следующем. Берутся три равных по весу образца чистого золота, чистого серебра и сплава. Положив в неподвижную чашу серебро, а в подвижную — последовательно серебро, золото и сплав, наливают каждый раз в обе чаши воду и уравновешивают весы, отмечая при этом точку подвеса подвижной чаши на коромысле весов. Получают три метки: для золота, серебра и сплава. На отрезке коромысла между метками для золота и серебра наносят деления, по числу которых определяют содержание золота и серебра в сплаве.

Пусть $P_з$, $P_с$, $P_{спл}$, $V_з$, $V_с$, $V_{спл}$ — веса и объемы золота, серебра и сплава в воздухе; $d_з$, $d_с$, $d_в$ —соответствующие им удельные веса; $P_ч$ — вес чаши весов; $P_в$ — вес воды в объеме чаши; $x_з$ и $x_с$ —веса количеств золота и серебра в сплаве; l_1, l_2, l — расстояния от точки подвеса коромысла до каждой из трех меток. Условия равновесия весов для двух последних взвешиваний имеют вид

$$[P_с + (P_ч + P_в) - V_с d_в]\, l_2 = [P_з + (P_ч + P_в) - V_з d_в]\, l_1,$$

$$[P_с + (P_ч + P_в) - V_с d_в]\, l_2 = [(P_{спл} + P_в) - V_{спл} d_в]\, l,$$

где $P_с = P_з = P_{спл}$; $V_с = P_с / d_с$; $V_з = P_з / d_з$; $P_{спл} = x_з + x_с$; $V_{спл} = x_з / d_з + x_с / d_с$, откуда $x_з / x_с = (l - l_1) / (l - l_2)$, а l_1 и l_2 постоянны для данных весов. Следовательно, содержание золота и серебра в сплаве пропорционально числу делений шкалы весов. Если точку, в которую попадет подвижная чаша при взвешивании образца из чистого серебра, обозначить через A, а для золота и сплава — соответственно через B и C, то точка C будет лежать между точками A и B и содержание золота и серебра в сплаве определится отношением AC / AB.

Самым сложным для ар-Рази было получить точное совпадение объема и веса обеих чаш весов. Добиться этого было очень трудно. Ар-Рази даже предлагал несколько способов обтачивания чаш внутри и снаружи. Ал-Бируни преодолел это затруднение. С помощью своего прибора и комбинации с весами, в чашу которых из прибора выливается вода, он с высокой точностью определял объем образца.

Ему не надо было взвешивать образец в жидкости для получения его водного веса. Но в этом заключается и недостаток способа ал-Бируни, так как он взвешивал дважды. Для каждого образца ему приходилось искать дважды: вес образца в воздухе и вес воды, вытесненной образцом, в то время как ар-Рази обходился только одной операцией.

Ар-Рази исключил оба недостатка "весов Архимеда". Его весы применимы для любой пары металлов и "любой воды". Однако точность их невысока.

"Весы мудростей" и метод Омара Хайяма. Совершенствование методов определения удельного веса и разделения сплавов предложил Омар Хайям. Свои результаты он изложил в небольшом трактате под названием "Весы мудростей" ("мизан ал-хикам"), или "Трактат об искусстве определения количества золота и серебра в состоящем из них теле" ("Фи ихтийал ма[c] рифа мӣкда̄рай аз-захаб ва-л-фидда фи джисм мураккаб минхума"), включенном ал-Хазини в свое сочинение в качестве пятой главы четвертой книги. Рукопись этого трактата хранится в Готской библиотеке восточных рукописей (№ 1158, лл. 39б—40а). Готская рукопись содержит только первую половину трактата. В "Книгу весов мудрости" он входит, очевидно, полностью. Название указанной главы в "Книге весов мудрости" — "Об абсолютных водных весах имама Омара ал-Ха̄йййа̄мӣ" ("Фи мизан ал-ма ал-мутлак ли имам Омар ал-Хайййа̄мӣ"). Русский

перевод текста трактата Хайяма на основании Хайдарабадского издания и ленинградской рукописи "Книги весов мудрости" опубликован Б.А. Розенфельдом [49, с. 147—151].

"Весы мудростей" Хайяма — равноплечие с однородным по материалу и толщине коромыслом цилиндрической формы и двумя равными по весу и объему чашами на его концах. Конструкция их принципиально не отличается от конструкции "весов Архимеда" и "физических весов". Хайям применяет два способа взвешивания на этих весах: в первом случае в воду погружают обе чаши весов — с образцом и гирями, во втором — чашу с образцом опускают в воду а чашу с гирями оставляют в воздухе. В конструкции этих весов нет ничего нового.

Хайям излагает два пути решения задачи — с помощью теории отношений и с помощью метода "алгебры и алмукабалы" ("восполнения" и "противопоставления"), который сводится к решению уравнений первой степени. Второй путь Хайям называет "более легким для вычисления". Как и его предшественники, он сравнивает образец из сплава с равными ему по весу образцами из золота и серебра, взвешивая их в воздухе и воде на своих весах.

Обосновывая свое решение с помощью теории отношений, Хайям опирается на 12-е предложение V книги "Начал" и на 2-е и 22-е предложения "Данных" Евклида:

"Если несколько величин пропорциональны, то будет, что как одна из предыдущих к одной из последующих, так и все предыдущие [вместе] ко всем последующим" [26, т. 1, с.158];

"Если данная величина имеет данное отношение к другой величине, эта последняя величина известна";

"Если отношение целого к целому дано и отношения частей к частям даны, но неодинаковы, то отношения всех этих величин ко всем этим величинам известны" [68].

Решение с помощью теории отношений состоит в следующем. Хайям сравнивает попарно отношения P_1 / Q_1, P_2 / Q_2 и P / Q. Если $P_1 / Q = P / Q$, испытуемый образец состоит из чистого золота, если $P_2 / Q_2 = P / Q$, образец состоит из чистого серебра, а если $P_1 / Q_1 > P / Q > P_2 / Q_2$, образец есть сплав золота и серебра.

Здесь видно, что удельный вес он определяет как отношение веса образца в воздухе к его весу в воде.

Действительно, если $P_1 / Q_1 = P / Q$, то $d_1 / (d_1 – d_в) = d / (d – d_в)$, и $d_1 = d$.

Таким образом, Хайям фактически (хотя и неявно) пользуется понятием удельного веса. (Явное его определение, как уже упоминалось, принадлежит ал-Хазини.)

Хайям иллюстрирует свое утверждение числовым примером. Пусть, например, вес единицы объема золота в воздухе 19,05. В воде он равен 18,05. Если через x обозначить вес разновеса, уравновешивающего единицу объема золота в воздухе, то объем этого разновеса равен 19,05 / x, вес этого разновеса в воде есть 19,05—19,05 / x. Вес разновеса, уравновешивающего единицу объема золота в воде, по условию в 1,1 раза больше указанного веса, т.е. составляет (19,05—19,05 / x) 1,1 = 18,05, откуда x = 7,2.

Того же результата можно достичь, исходя из удельного веса серебра. Вес единицы объема серебра в воздухе составляет 10,3·1,05 (10,03—10,3 / x) = 93, откуда x = 7,2.

Пропорции, полученные в ходе такого решения, Хайям иллюстрирует с помощью геометрической схемы, представляя числовые значения с помощью отрезков разной длины. Пусть, например, AB соответствует весу сплава в воздухе, CD — его весу в воде; отрезок AE — весу количества золота в сплаве, EB — весу количества серебра в сплаве (в воздухе), а CG и GD — отрезки, соответствующие этим весам в воде. Тогда, если $EB / GD > AB / CD > AE / CG$, образец состоит из сплава золота и серебра, если $AE / CG = AB / CD$ или $EB / CD = AB / CD$, образец — чистое золото или чистое серебро.

Для этого случая Хайям приводит еще один числовой пример. Пусть отношение весов металлов в воздухе к их весам в воде для золота $^{10}/_{11}$, для серебра $^{10}/_{10,5}$, для сплава $^{10}/_{10,75}$. В соответствии с этим в геометрической схеме $EH / GD = AE / CD = {}^{10}/_{11}$, откуда $AH / CD = {}^{10}/_{11}$. Так как $CD = 10^3/_4$, то $AH = 10 / 10\,{}^3/_4/11 = 9\,{}^{17}/_{22}$, а $HB = AB – AH = {}^5/_{22}$. В тоже время $HB / GD = (EB – EH) / GD = EB / GD – EH / CD = 10/10\,{}^1/_2 – 10/11 = 5/115\,{}^1/_2$, откуда $GD = HB{:}HB / GD = {}^5/_{22}{:}5/115\,{}^1/_2/22 = 5\ 1/4$, $EB = GDEB / GD = 5\,{}^1/_4\ 10/10\,{}^1/_2 = 5$; $CG = CD – GD = 10\,{}^3/_4 – 5\,{}^1/_4 = 5\,{}^1/_2$; $AE = AB – EB = 10 – 5 = 5$; следовательно, сплав состоит из равных долей золота и серебра.

Заметим, что Хайям не всегда соблюдает масштаб, откладывая отрезки, соответствующие весам образцов. Поэтому его геометрическая схема весьма условна и имеет смысл практически лишь как геометрическая иллюстрация.

Второй способ решения этой задачи, методом "алгебры и алмукабалы", состоит в следующем. Примем вес доли золота в сплаве за "вещь", т.е. за неизвестное x. Тогда если вес сплава в воздухе равен 10, то вес в воздухе доли серебра в сплаве будет 10. Вес доли золота в воде составит $^{11}/_{10}\,x$, вес доли серебра в воде — $10{,}5/10(10-x) = 10\,^1/_2 - 1^1/_{20}\,x$, а вес сплава в воде составит $10\,^3/_4 = 1\,^1/_{10} + 10^1/_2 - 1^1/_{20}\,x$. После "восполнения и противопоставления", которое сводится к перенесению в одну часть уравнения членов, содержащих неизвестное, а в другую — свободных членов, уравнение приводится к виду $^1/_4 = x/20$, откуда $x = 5$. Таким образом, оба способа вычисления приводят к одинаковому результату.

Хайям замечает, что задача о разделении трехкомпонентного сплава с помощью его весов не имеет единственного решения, так как сводится к системе неопределенных уравнений (двух уравнений с тремя неизвестными).

"Весы мудрости" и методы ал-Хазини. Все рассмотренные выше конструкции "водных весов" представляют собой разновидность равноплечих рычажных весов с двумя чашами. Для выполнения тех же измерений ал-Хазини предлагает весы принципиально новой конструкции — те самые "весы мудрости", теория и практика пользования которыми являются центральной темой его сочинения.

По определению ал-Хазини, "весы мудрости" — это универсальные весы, обладающие многими преимуществами по сравнению с другими видами весов. Ал-Хазини перечисляет семь таких преимуществ:

"[Первое] — точность взвешивания, которая обнаружит расхождение в один мискаль или хаббу[1], если вес груза составляет тысячу мискалей. [Эти весы как бы] сообщают руке взвешивающего чувствительность к малому и искусство обнаруживать это.

Второе. С их помощью можно безо всякой очистки отделить настоящий металл от подделки.

Третье. С их помощью узнают состав сплава из двух

---

[1] Хабба (буквально "пшеничное зерно") — мера веса, равная приблизительно 0,044 г.

металлов без его разделения, переплавки, очистки и изменения его формы в кратчайшее время, не затратив особого труда.

Четвертое. С их помощью узнают разность весов двух металлов в воде, если их веса в воздухе равны, и наоборот, [разность весов этих металлов] в воздухе, если равны их веса в воде, а также отношение объемов двух тел по их весам.

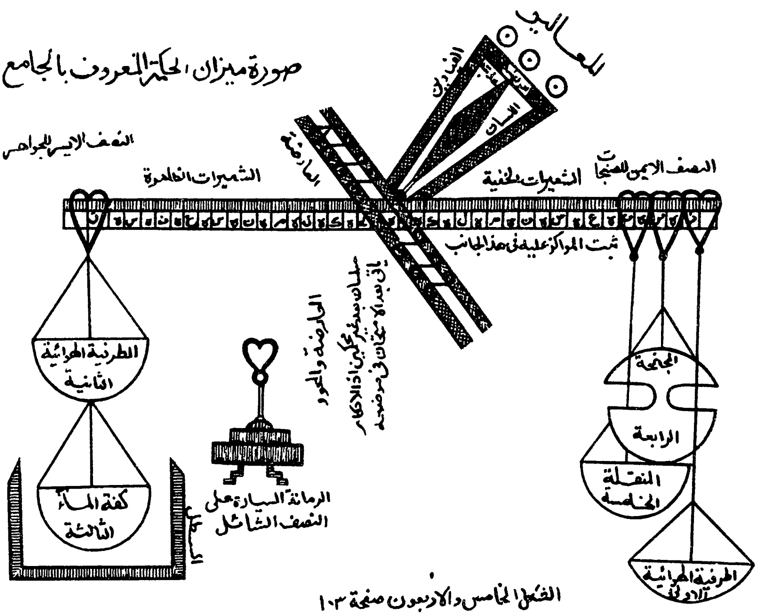
Пятое. С их помощью по весу взвешиваемой вещи определяют вещество, [из которого она состоит], в отличие от обычных весов, [при взвешивании на которых] невозможно отличить золото от камня.

Шестое. Если две чаши [этих весов] закрепить на определенных расстояниях от точки подвеса [коромысла] так, чтобы их расстояния от нее относились как 7 к 10, [а это] — отношение дирхема к динару, то [можно] без их уравновешивания с помощью гирь узнать удивительные вещи относительно цен. [Например, можно] указать материал, из которого изготовлена [вещь], и убедительно судить о подобном ей, а также судить о задачах размена, платежных отношений, монетного двора, займов и [других] удивительных задачах.

Седьмое, и это самое большое преимущество [этих весов], то, что [с их помощью можно] установить подлинность драгоценных камней, таких, как яхонт, лал, изумруд и чистый жемчуг, потому что с их помощью [можно] действительно отделить подлинные камни от подобных им по цвету и от подделок" [46, с. 18].

Таким образом, "весы мудрости" действительно представляют собой высокочувствительный универсальный инструмент, который можно использовать в качестве обычных весов для взвешивания, денежных операций, в ювелирном деле и главным образом в научном эксперименте — как "водные весы".

Описанию конструкции, отдельных частей и деталей, методу сборки, вопросам равновесия и чувствительности этих весов посвящена пятая книга "Весов мудрости". Значительная часть первой главы пятой книги — это изложение еще одного несохранившегося трактата учителя ал-Хазини — ал-Исфизари: "Об изготовлении частей весов мудрости". Ал-Исфизари, очевидно, был автором первой конструкции "весов мудрости", которую ал-Хазини дополнил и усовершенствовал.



"Весы мудрости". Из рукописи Н.В. Ханыкова

"Весы мудрости" — это равноплечие весы, состоящие из коромысла с язычком-стрелкой, пяти чаш равного объема в форме полусферы, подвешенных к коромыслу, и передвижной гири (руммана̄) — подвижного рейтера, перемещаемого вдоль него (рис. 9)[6]. Коромысло изготовляется из бронзы или железа, имеет форму цилиндра или параллелепипеда. Язычок в форме ромба крепится перпендикулярно коромыслу. К месту подвеса весы присоединяют с помощью своеобразного подшипника, так называемых поперечины и ножниц. Две чаши подвешены к концам коромысла и прицеплены к ним. Эти неподвижные чаши ал-Хазини называет "воздушными": они предназначены для взвешивания грузов в воздухе. Третья чаша служит для гидростатического взвешивания. Ал-Хазини называет ее "водной" или "чашей-судьей", так как в конечном счете

[6] Этот чертеж модели "весов мудрости" изготовлен в 1915 г. в Эрлангене согласно описанию ал-Хазини под руководством Х. Бауэрейса, автора одного из первых исследований о "Книге весов мудрости" [55].

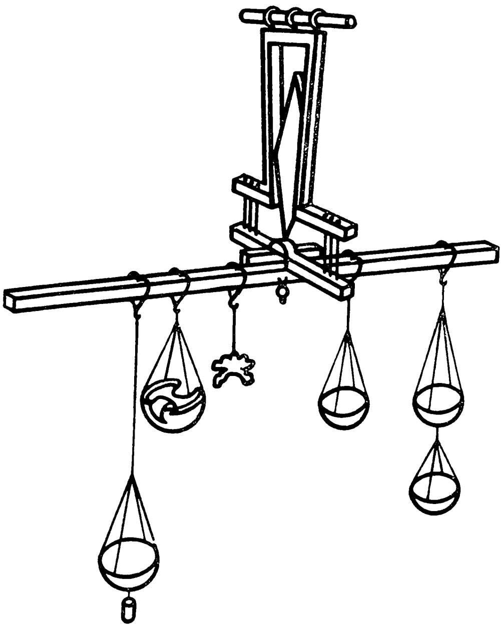


Рис. 9. "Весы мудрости". Реконструкция

решение вопроса о составе сплава зависит от результата гидростатического взвешивания. "Чаша-судья" снабжена конусообразной насадкой для быстрого погружения в воду. "Водная" чаша подвешена к крюку, вмонтированному в днище одной из неподвижных "воздушных" чаш, под которую ставят сосуд с водой, предназначенный для ее гидростатического взвешивания. Четвертая, "воздушная" чаша, которая может перемещаться вдоль коромысла, является вторым подвижным рейтером. Она необходима для уравновешивания "весов мудрости" перед взвешиванием и их градуировки (вместе с первым рейтером). Пятая, "воздушная" чаша, так называемая "чаша с крыльями", также может перемещаться вдоль коромысла. Она названа так потому, что имеет два паза, образующие как бы два крыла. Ее можно было передвигать на достаточно близкое расстояние к любой из неподвижных "воздушных" чаш, так как шнуры, с помощью которых ее подвешивают к коромыслу, короче шнуров этих чаш.

Ал-Исфизари принадлежит, очевидно, конструкция крепления коромысла весов к неподвижной опоре с помощью поперечины и ножниц. Обычно коромысло таких весов подвешивали к неподвижной опоре следующим образом: в нем сверлили отверстие, в которое вставляли ось, а саму ось крепили к стене или неподвижной опоре. Но при этом снижается точность взвешивания, так как, во-первых, трудно просверлить в коромысле строго перпендикулярное к его длине отверстие, во-вторых, и это главное, при таком способе подвешивания существенную роль играет трение коромысла об ось, что отрицательно влияет на чувствительность весов.

Конструкция Ал-Исфизари устраняет оба эти недостатка. Вместо сверления отверстия для оси он предложил вырезать в середине верхней части коромысла прямоугольный или трапециевидный паз. В этот паз посредине коромысла, перпендикулярно его длине, вставляют поперечину — брус с просверленными в нем отверстиями, в которые продевают шнуры, соединяющие его с ножницами. Ножницы состоят из поперечины, равной по размерам той, которую вставляют в паз коромысла, и двух колен с вогнутыми ножками. Линии, проведенные посредине каждой ножки, должны совпадать с линией, идущей посредине поперечины самого коромысла вдоль его длины. Вдоль этих линий просверливают отверстия для закрепления шнуров, число которых равно числу отверстий на поперечине коромысла. Таким образом, поперечину ножниц устанавливают параллельно поперечине коромысла. В середине коромысла просверливают отверстие для закрепления язычка внутри ножниц, а в верхней части ножниц — отверстия для подвешивания весов к стене или неподвижной опоре.

Ал-Хазини подчеркивает, что "весы мудрости" — столь же прецизионный инструмент, как, например, астролябия, и поэтому все их детали должны быть изготовлены и собраны в высшей степени тщательно. Он указывает оптимальные размеры длины и толщины коромысла: длина — четыре и более локтя (ок. 2 м), толщина в середине — четыре пальца (ок. 8 см). Средняя часть коромысла должна быть толще, чем края, так как на нее приходится максимальная нагрузка. Размер язычка — локоть (ок. 50 см), т.е. четверть длины коромысла.

Правильный подбор оптимальных размеров коромысла и язычка, по словам ал-Хазини, обеспечивает необходимую чувствительность весов. Этой проблеме посвящен специальный раздел пятой книги. Согласно ал-Хазини, чувствительность весов зависит прежде всего от условий подвешивания коромысла в подшипнике, т.е. от величины трения в месте его крепления к неподвижной опоре. Поэтому ал-Хазини отказывается от оси и подвешивает весы с помощью поперечины, ножниц и шнуров. Кроме того, на чувствительность весов, по мнению ал-Хазини, влияют размеры, вес коромысла и расстояние его центра тяжести от точки подвеса. Чувствительность весов зависит также от длины язычка и перпендикулярности его к средней линии коромысла, степени кривизны коромысла и заостренности язычка, толщины шнуров и т.д.

Итак, три основных параметра определяют чувствительность весов: длина коромысла, его вес и положение центра тяжести. Если сравнить условия ал-Хазини с современной формулой чувствительности весов $\mathrm{tg}\alpha = PL / Ql$, где α — угол наклона коромысла, P — нагрузка, L — длина коромысла, Q — его вес, l — расстояние между центром тяжести коромысла и точкой опоры, легко убедиться, что его соображения мало отличаются от современной трактовки этого понятия. Правда, для весов с коромыслом в форме стержня прямоугольного сечения (один из вариантов формы коромысла "весов мудрости") Q пропорционально L, и, следовательно, увеличение длины коромысла, вопреки мнению ал-Хазини, не способствует увеличению чувствительности. Но общую форму этой зависимости, равносильную приведенной формуле, он установил совершенно правильно.

Много места в трактате занимает изложение практики определения центра тяжести коромысла и язычка по практическому правилу, предложенному еще Архимедом, а также центра тяжести системы коромысло — язычок — — грузы. Обращает на себя внимание и тщательность разработки формы рейтера — передвижной гири (руммана).

Большое внимание уделяет ал-Хазини предварительному уравновешиванию весов перед началом эксперимента в соответствии с изложенной им теорией равновесия "весов мудрости". Это осуществляется двумя способами — с помощью подвижного рейтера или путем нагружения одной из неподвижных чаш гирей, вес которой при взвешивании не учитывают. Набор гирь подбирают в соответствии с решением "задачи о взвешивании" по степеням 2 и 3.

Методика экспериментального взвешивания на "весах мудрости" разработка очень тщательно и занимает большую часть шестой книги. Ал-Хазини подробно рассматривает метод определения "водного" веса образца, основным этапом которого является вычисление величины архимедовой силы. Он упоминает два способа его определения: одновременное погружение в воду обеих чаш по "методу древних" (при работе с обычными "водными весами") и погружение в воду одной "чаши-судьи" (при работе с "весами мудрости"). Ал-Хазини предъявляет определенные требования к качеству образца и к свойствам воды, с помощью которых проводится эксперимент.

Образец не должен иметь трещин и пустот. "Я настойчиво повторяю, — пишет он, — что наш опыт возможен только при соблюдении этого условия, ибо металл с пустотами ведет себя не как одно, а как два разных тела" [46, с. 101]. А так как "вода из разных мест, источников и бассейнов различается по чистоте и плотности" [46, с. 102], что зависит, помимо всего прочего, от времени года, эксперимент следует проводить только с водой из данного потока при данной температуре воздуха и воды.

Описывая последовательность действий в самом взвешивании образца на "весах мудрости" при опытной проверке его состава, ал-Хазини выделяет пять следующих этапов: весы приводят в исходное положение равновесия; определяют вес образца в воздухе с помощью двух неподвижных "воздушных" чаш, в одну из которых помещают образец, в другую — гири; образец перемещают в "водную" чашу, а гири — из неподвижной "воздушной" чаши в обе подвижные (этап назван перемещением); образец взвешивают в воде, распределяя гири по двум подвижным чашам до тех пор, пока весы не уравновесятся; весы уравновешивают и после того, как образец вынут из "водной" чаши (разделение и распределение).

Если провести всю серию предлагаемых ал-Хазини операций, то деление (центр) на шкале на правом плече коромысла, в котором окажется одна из подвижных "воздушных" чаш, укажет удельный вес образца. Центры металлов и минералов на шкале его весов расположены в такой последовательности: металлы — золото, ртуть, свинец, серебро, бронза, железо, олово; минералы — сапфир, рубин, шпинель, изумруд, ляпис-лазурь, жемчуг, сердолик, горный хрусталь, стекло.

Градуировка "весов мудрости", т.е. нахождение центров металлов и минералов на шкале весов, сводится к задаче определения их удельного веса. Вот как описывает свой эксперимент сам ал-Хазини: "Весы приведем в равновесие как можно более точно, так, чтобы язычок установился вертикально. Как можно более тщательно взвесим тело, пользуясь обеими воздушными чашами. После этого, чтобы избежать сомнений, поместим его в водную чашу так, чтобы вода проникла во все его части, во все возможные видимые отверстия или трещины. Далее в подвижную чашу, расположенную на одном из центров, поместим мискали и посмотрим на весы. Если они останутся в равновесии, то материал чист. Если же равновесие нарушится, то переместим [испытуемый] материал во вторую подвижную чашу...

Если при испытании металла весы не придут в равновесие при перемещении одной из подвижных чаш, то перед нами сплав двух металлов. Если мы хотим определить, сколько каждого из них в сплаве, то распределим мискали между двумя чашами — подвижной и чашей с крыльями — и посмотрим [на весы]. Если поднимется правая сторона, то переместим часть [мискалей] из ближайшей к язычку чаши в более удаленную от него. Если [теперь] она опустится, то, [наоборот], из более удаленной в ближайшую. И будем продолжать это до тех пор, пока весы не придут в равновесие. После того как равновесие достигнуто, подсчитаем число мискалей в чаше на центре [предполагаемого] металла. Столько же их в сплаве. А то, что находится в другой чаше, соответствует [весу] остальной части [сплава]. Если с помощью мискалей равновесие не устанавливается, то берут песок из Мекки, вес которого равен мискалю. Если нет песка из Мекки, то его заменяют отборным семенным зерном, которое распределяют между обеими чашами. После того как равновесие установится, определим вес зерна или песка в каждой чаше. Таким образом достигают наибольшей точности" [46, с. 105]. По словам ал-Хазини, если весы не удается уравновесить, это значит, что либо сплав состоит из трех и более компонентов, либо в нем имеются трещины или раковины. Ал-Хазини замечает, что градуировку "весов мудрости" можно провести и без серии взвешиваний, если воспользоваться таблицами ал-Бируни, в которых вычислены "водные" веса образцов весом в 100 мискалей.

Ал-Хазини не ограничился описанием методики измерения удельного веса. В третьей книге после таблиц ал-Бируни он приводит данные значений удельных весов, полученные на основании собственных результатов взвешиваний на "весах мудрости". Ал-Хазини дает таблицы значений удельных весов для пятидесяти веществ (9 металлов, 10 минералов, 13 прочих материалов, из которых изготовлялись образцы, и 18 жидкостей). Сравним несколько данных ал-Хазини с современными данными, полученными по методу ал-Бируни для 20°С (табл. 4) [23, с. 95].

Сопоставление результатов ал-Хазини с современными данными показывает, что расхождение между ними незначительно. Столь высокая точность позволила ему даже обнаружить различия в удельном весе воды при разных температурах (значение для кипящей воды — 0,958 — практически совпадает с современным).

Заметим, что первые измерения удельных весов в Западной Европе были проведены в XVII в. Афанасием Кирхером. Удельный вес ртути был определен в 1627 г. Р. Бойлем, причем он получил величину равную 13,357, а ал-Хазини — 13,56. Первые таблицы удельных весов такого типа, как таблицы ал-Бируни и ал-Хазини, появились в Европе только в конце XVIII в. (в "Курсе химии" А.Л. Лавуазье) [23, с. 93].

Дальнейшее содержание шестой книги представляет собой монографического характера сводку различных модификаций методов нахождения удельного веса вещества, состава двухкомпонентных сплавов и чистоты камней, начиная с методов Архимеда.

Самыми интересными являются 2—6-й разделы пятой главы шестой книги, в которых рассмотрены вычислительные методы определения состава сплава. Ал-Хазини последовательно применяет евклидову теорию отношений для составления соответствующих пропорций, дает этому геометрическое объяснение и доказательство, а затем проверяет этот результат с помощью метода "алгебры и алмукабалы". Это, собственно, три способа решения математических задач на смеси.

Обратимся к "Книге весов мудрости".

Пусть, например, требуется определить состав сплава из золота и серебра. В первом случае используются образцы сплава, золота и серебра равного объема, и поэтому нет необходимости взвешивать образцы в воде. Суть этого

Таблица 4

Вещество	Удельный вес		Вещество	Удельный вес	
	По ал-Хазини	По современным данным		По ал-Хазини	По современным данным
Золото	19,05	19,32	Пресная вода (комнатная)	1,00	1,00
Ртуть	13,56	13,546	Горячая вода (кипящая)	0,958	0,9597
Серебро	10,30	10,50	Ледяная вода	0,965	0,9168
Медь	8,66	8,93—8,95	Морская вода	1,041	1,027
Железо	7,74	7,85—7,88	Оливковое масло	0,920	0,91
Олово	7,32	7,31	Коровье молоко	1,110	1,04—1,42
Свинец	11,32	11,35	Человеческая кровь	1,033	1,045—1,075
Латунь	8,57	8,40			
Сапфир	3,96	3,90			
Рубин	3,58	3,52			
Изумруд	2,60	2,73			
Жемчуг	2,60	2,75			

способа состоит в следующем. Пусть P_1, P_2, P — соответственно веса в воздухе образцов из золота, серебра и сплава; V_1, V_2, V — их объемы. По условию задачи $V_1 = V_2$. Разность $P_1 - P_2$ ал-Хазини называет "уравнением" ("тадил"). Затем берется другой образец, равный по объему и весу образцу из сплава ($P'_2 = P$; $V'_2 = V$). Количество золота в сплаве определяется из пропорции

$$P_1/(P_1 - P_2) = x/(P - P'_2),$$

откуда

$$x = P_1\,(P - P'_2)/(P_1 - P_2).$$

Действительно, если через d_1, d_2, d обозначить, как это сделано выше, удельные веса золота, серебра и сплава, то $P = x + y$, $V_1 = P_1/d_1$; $V_2 = P_2/d_2$; $V'_2 = P'_1/d_2$; $P = x/d_1 + (P - x)/d_2$, откуда $x = P\ (P - P'_2)/(P_1 - P_2)$. Этот прием аналогичен первому методу Менелая.

Второе правило, выведенное ал-Хазини, основано на теории отношений, в которой предполагается взвешивание образцов в воздухе и в воде на "водных весах" с двумя чашами.

Вернемся к тексту трактата.

Пусть, например, требуется определить процентное содержание золота и серебра в их сплаве с помощью "весов мудрости", используя две чаши. В одной из них образцы взвешивают в воздухе, другую опускают в воду; далее, уравновешивая весы путем перемещения подвижной гири вдоль шкалы делений, измеряют вес образцов в воде.

Ал-Хазини приводит правило, основанное на применении теории отношений. "Мы определяем, — говорит он, — веса [образцов] из чистого золота и серебра в воде, а затем вес сплава в воздухе и воде. Отношение веса золота в воздухе к весу в воде равно отношению веса сплава в воздухе к весу в воде доли золота в сплаве. Отсюда получим первое запоминаемое. Мы утверждаем, что [аналогичным образом] отношение веса серебра в воздухе к его весу в воде равно отношению веса сплава в воздухе к весу в воде доли [серебра] в сплаве. [Отсюда] получим второе запоминаемое. Затем составляем разность обоих запоминаемых и запоминаем ее. Вычтем второе запоминаемое из веса сплава в воде. Остается уравнение золота. Отношение веса [уравнения золота] к разности [обоих запоминаемых] равно отношению веса доли золота в сплаве к весу сплава в воздухе. Умножим вес уравнения золота на вес сплава в воздухе и разделим [произведение] на [упомянутую] разность. Получим вес [доли] золота в сплаве. Остаток, который "дополняет [его до общего веса сплава], есть вес серебра" [46, с.108].

В этом случае берутся образцы из золота и серебра, равные по весу, а не по объему ($P_1 = P_2$, $V_1 \neq V_2$); Q_1, Q_2, Q — соответственно "водные веса" образцов. Берутся, кроме того, два других образца из золота и серебра, весом равные весу сплава ($P'_1 = P'_2 = P$).

Ал-Хазини составляет две пропорции: $P_1/Q_1 = P/\xi_1$; $P_2/Q_2 = P/\xi_2$, откуда находит "первое запоминаемое" ξ_1 и "второе запоминаемое" ξ_2 (соответственно веса в воде доли золота и серебра в сплаве), а затем образует разности $P - \xi_1$ и $P - \xi_2$, которые называет "уравнениями" золота и серебра. Вес x доли золота в сплаве находится из пропорции $(Q - \xi_2)/(\xi_1 - \xi_2) = x/P$, откуда $x = P\,(Q - \xi_2)/(\xi_1 - \xi_2)$. Вес доли серебра в сплаве определяется как $P - x = P\,(Q - \xi_1)/(\xi_1 - \xi_2)$.

Ал-Хазини описывает еще один варинт своего метода, основанный на пользовании тремя чашами "весов мудрости". В двух чашах последовательно взвешивают в воздухе и в воде образцы золота, серебра и сплава. При этом вычисляют соответственно разности весов образцов в воздухе и в воде. Эта разность, которую ал-Хазини называет "поднимающим весом" есть величина, равная весу вытесненного образцом объема жидкости, т.е. в современной терминологии "архимедова сила".

Это особенно просто, если градуировка "весов мудрости" проведена не для "водных весов", а для архимедовых сил (ал-Хазини рассматривает и такую их разновидность). Если при тех же обозначениях $F_1 = P_1 - Q_1 = cm_1, F_2 = P_2 - Q_2 = cm_2, F = P - Q = cm$, где F_1, F_2, F — соответственно "поднимающие веса", т.е. архимедовы силы для образцов из золота, серебра и сплава, то правило ал-Хазини равносильно формуле

$$x = P\,(F_2 - F_1)/(F_2 - F_1) = P\,(m_2 - m)/(m_2 - m_1).$$

Второй способ, геометрический, состоит в следующем (рис. 10). Ал-Хазини проводит две параллельные прямые EG и HF, на которых в масштабе откладывает отрезки $EG = P$ (где P — вес сплава в воздухе), $LF = Q$ (Q — вес сплава в воде). При этом $HF = \xi_1 = PQ_1/P_1$, (ξ_1 — вес в воде доли золота в сплаве), $KF = \xi_2 = PQ_2/P_2$ (ξ_2 — вес в воде доли серебра в сплаве). Затем он проводит прямые EH и GH, которые продолжает до их пересечения в точке X. Они непременно пересекутся, что легко доказать следующим образом. Если провести KM параллельно HF, то $MEHK$ — параллелограмм, в котором сумма углов GEH и EMK равна двум прямым. Угол EMK меньше угла MGK, как внешний угол треугольника GMK, и, следовательно, угол EGK меньше двух прямых.

Ал-Хазини проводит далее под некоторым углом к XHE прямую XL, которая пересечет отрезок EG в некоторой точке Q, в общем случае делящей его на две неравные

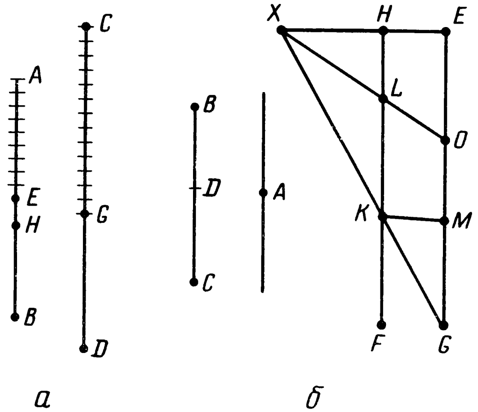


Рис. 10

части. Точка L выбирается таким образом, что $LF = Q$. Если XO проходит над XHE, то испытуемый образец состоит из чистого золота, если под XKG, то из чистого серебра, а если пересекает его, то представляет собой сплав этих металлов. Отрезки EO и OG соответственно пропорциональны их процентному содержанию.

Для доказательства ал-Хазини рассматривает две пары подобных треугольников: XLK и XOG, XHL и XEO, в которых $LK/OG = XL/XO$ и $LH/EO = XL/XO$. В силу равенства правых частей этих пропорций $EO/OG = LH/LK$. Проводя "присоединение отношений", ал-Хазини образует пропорцию $(EO + OG)/OG = (HL + LK)/LK$ или $HK/LK = EG/OG$, из которой получает вес доли золота в сплаве $x = OG =$ $= (EG + LK)/HK = P\,(Q - \xi_2)\,/\,/\xi_1 - \xi_2$.

Вес доли серебра в сплаве можно получить из аналогичного соотношения $HK/HL = EG/EO$, откуда $EO = P - x =$ $= HL\ \ EO/HK = P\,(Q - \xi_1)/(\xi_1 - \xi_2)$.

Ал-Хазини — второй из известных нам авторов, использовавших геометрический метод. Первым, как уже говорилось, был Хайям. Но его метод скорее похож на геометрическую иллюстрацию, чем на геометрическое доказательство. Метод же ал-Хазини — это детально разработанный и строго доказанный геометрический способ решения задач на смеси, а его чертеж-схему можно рассматривать как прообраз своеобразной номограммы.

Третий способ решения этой задачи — алгебраический.

Вот как он выглядит в изложении самого ал-Хазини: "Примем неизвестный вес [доли] золота в сплаве в воздухе за вещь. Тогда вес [доли] серебра [в воздухе] есть разность между весом сплава в воздухе и вещью. Затем умножим вещь на вес в воде чистого золота и разделим произведение на его вес в воздухе. Получим долю золота [в сплаве]. Умножим теперь разность между весом сплава [в воздухе] и вещью на вес чистого серебра в воде и разделим произведение на вес его в воздухе. Получим долю серебра [в сплаве]. Затем сложим [веса] обеих доль и сравним сумму с весом сплава в воде. Затем восполним, противопоставим и вычтем подобное из подобного. Тогда вещь будет равна весу [доли] золота в сплаве. Вычтем ее из него. Останется вес [доли] серебра в сплаве" [46, с. 110].

Пользуясь введенными выше обозначениями, алгебраические операции ал-Хазини можно представить следующим образом. Составленное им уравнение имеет вид $Q = x \cdot Q_1/P_1 + (P - x) \cdot Q_2/P_2$, где Q_1/P_1 и Q_2/P_2 — соответственно доли золота и серебра в сплаве, x — искомый вес количества золота в сплаве. Если провести операции "восполнения и противопоставления", это выражение преобразуется к виду $x\,(Q_1/P_1 - Q_2/P_2) = P\,(Q\,/\,P - Q_2/P_2)$, откуда $x = P\,(Q/P - Q_2/P_2)/(Q_1/P_1 - Q_2/P_2)$ или $x = P\,(Q - \xi_2)/(\xi_1 - \xi_2)$, т.е. алгебраическое решение совпадает с результатом, полученным арифметическим путем.

Но сплав может состоять из трех и более компонентов. Ал-Хазини отмечает, что в этом случае "могут меняться все три количества, но весы остаются в равновесии", т.е. речь идет о том, что задача сводится к неопределенному уравнению и не имеет единственного решения. Ал-Хазини проводит аналогию между составом трех- и многокомпонентного сплава и множеством комбинаций цифр в ячейках по горизонталям, вертикалям и диагоналям "магического квадрата", которые при сложении дают одну и ту же сумму.

Шестая глава шестой книги — перечень основных типов задач на определение удельного веса металлов и на разделение сплавов, решаемых только с помощью весов (простейших "водных весов" и "весов мудрости"), весов и таблиц и только одних таблиц. Здесь приведены правила вычисления веса образца по заданному объему вытесняемой им жидкости, веса в воде по весу в воздухе, и наоборот. Рассмотрены различные условия взвешивания: в воду погружены две или одна чаша весов; один из образцов помещен в одну из чаш вместе с гирями, и т.д. Вот примеры таких задач.

Задача 1

$P_1 = P_2$. Найти: а) V_1/V_2; б) Q_1/Q_2.

Решение:

а) $W_1 = P_1 w_1/2400$, $W_2 = P_2 w_2/2400$, $V_1/V_2 = W_1/W_2 = w_1/w_2$;

б) $Q_1 = P_1 p_2/2400$, $Q_2 = P_2 p_2/2400$, $Q_1/Q_2 = P_1/P_2$

(W — вес воды в объеме тела; w — вес воды, вытесняемой образцом в 100 мискалей; p — вес тела, объем которого равен объему 100 мискалей золота; 2400 — количество тасуджей в 100 мискалях веса; 100 мискалей — вес эталона в таблицах ал-Бируни и ал-Хазини).

Задача 2

Дано P, определить Q, и, наоборот, дано Q, определить P.

Решение:

1) $Q = Pp/2400$, 2) $P = Q \cdot 2400/p$.

Задача 3

Дано: $V_1 = V_2, P_1 \neq P_2, Q_1 \neq Q_2$. Найти: а) P_1/P_2; б) Q_1/Q_2.

Решение:

а) $P_1 = W_1/w_2 \cdot 2400$; $P_2 = W_2/w_2 \cdot 2400$, откуда $P_1/P_2 = w_1 w_2$.

б) $Q_1 = P_1 p_1/2400$; $Q_2 = P_2 p_2/2400$; откуда $Q_1/Q_2 = (w_1/W_1.) \cdot \times$
$\times (p_1 p_2)$.

Таким образом, в "Книге весов мудрости" исчерпывающе изложены все теоретические и практические способы определения удельного веса, известные в то время.

Заключение

Итак, мы рассмотрели творчество ал-Хазини — одного из крупнейших ученых восточного средневековья, во всяком случае, те его труды, которые известны в настоящее время. (Впрочем, исходя из изложенного, можно предположить, что по по мере изучения недоступных или неизвестных ранее рукописей список его трудов может пополниться.)

Ал-Хазини плодотворно работал во многих областях науки своего времени, и в особенности в механике и астрономии. Его астрономические трактаты могут считаться классическими произведениями эпохи. Зидж ал-Хазини входит в число наиболее глубоких и исчерпывающих произведений подобного рода, основанных на результатах собственных наблюдений автора. Глубок по сути и методам его трактат об астрономических инструментах — одно из наиболее строгих по содержанию и манере изложения сочинений подобного рода. Большое значение в истории науки имеет и трактат о вращающейся сфере, который связывает астрономическую традицию с большим циклом произведений, относящихся к "илм ал-хийал" — одной из важнейших областей прикладной механики исследуемого периода. Того, что уже перечислено, вполне достаточно, чтобы считать ал-Хазини одним из ведущих ученых эпохи "мусульманского Ренессанса".

Но не эти труды — основное в его творчестве. Авторами зиджей были многие ученые средневекового Востока, и ал-Хазини был одним из них. Правда, он принадлежал к тем, кто в своей работе исходил из результатов собственных наблюдений, обладал глубокой эрудицией и свободно владел широким спектром вычислительных методов математики и астрономии. В этом он имел предшественников, в том числе таких, как Ибн Корра, ал-Баттани, ал-Бируни. Другие его астрономические труды тоже не уникальны. Они интересны и глубоки, но он не был единственным автором подобных сочинений. И только

"Книга весов мудрости" занимает особое положение и в истории науки, и в истории культуры вообще.

В "Книге весов мудрости" рассмотрен большой круг вопросов. Это основные проблемы теоретической статики; сведения из тех разделов математики, на которые эти проблемы опираются, теоретические вопросы практической статики: теория весов и взвешивания, методы определения удельного веса и состава сплавов; проблемы астрономии и конструирования астрономических инструментов. Широта проблематики и охвата материала, точность результатов, четкость изложения, строгость постановки задач, формулировок и результатов позволяют считать "Книгу весов мудрости" энциклопедией средневековой статики. Это целая эпоха в истории механики и в истории естествознания вообще, и не только на средневековом Востоке. Преемственность по отношению к античной традиции и к трудам предшественников ал-Хазини на средневековом Востоке, которая прослеживается на протяжении всего содержания "Книги весов мудрости", позволяет рассматривать ее как свод наиболее важных результатов в области механики, полученных более чем за тысячу лет.

Ал-Хазини был теоретиком и практиком, тонким экспериментатором и наблюдателем. Наряду с ал-Бируни и ар-Рази его можно считать одним из основателей строгого экспериментального метода в естествознании, который он успешно применил в исследованиях по определению удельного веса. Даже если не обращаться к другим его сочинениям, только одна "Книга весов мудрости" говорит о нем как о крупнейшем ученом, примыкающем к таким гигантам, как Ибн ал-Хайсам, ал-Бируни, Хайям. Он считал их своими учителями, и они действительно были ими.

Как по содержанию, так и в особенности по теоретическим и методическим установкам "Книга весов мудрости" представляет собой исключительное явление. Это итог достижений античной и средневековой статики и прогнозирование направления ее дальнейшего развития.

Каково же влияние творчества ал-Хазини на дальнейшее развитие науки?

Говоря об его астрономических трактатах, их влияние можно расценивать в общем смысле как влияние всей совокупности сочинений подобного рода, заложивших основы восточной и европейской средневековой астрономии. Если же говорить о влиянии "Книги весов мудрости", то на современном уровне изученности средневековых источников по механике исчерпывающий ответ на этот вопрос дать невозможно. Многие сочинения до нас не дошли, а из сохранившихся большинство не опубликовано и не изучено. Настоящих учеников у ал-Хазини не было, не было очевидцев и истинных последователей. "Книга весов мудрости" упоминается лишь в восточных энциклопедиях и в минералогических компиляциях.

Известны всего четыре автора средневекового Востока, которые упоминают о "Книге весов мудрости". Все они касаются только проблемы удельного веса, и в связи с этим — больше трактата ал-Бируни об удельных весах и его "Минералогии", чем сочинения ал-Хазини. Ведь и сам ал-Хазини, кроме этого трактата ал-Бируни, включил в "Книгу весов мудрости" краткое описание восьми основных минералов со ссылкой на "Минералогию", хотя прямого отношения к теме это не имеет.

Большие отрывки из "Книги весов мудрости" поместил в своей "Энциклопедии наук" ("Джами ал-улум") Фахр ад-Дин ар-Рази (1209) [3, 117]. В связи с проблемами минералогии называет "Книгу весов мудрости" египетский ученый, автор трактата "Цветы размышлений о драгоценных камнях" ("Азхар ал-афкар фи джавахир ал-аджхар") Ахмад ибн Юсуф ал-Тайфаши (1253) [3]. Закарийа ибн Мухаммад ал-Казвини поместил отрывки из "Книги весов мудрости" в своей знаменитой "Космографии" ("Диковинки творений" — "Аджаиб ал-махлукат") (1283) [94]. Изложение метода ал-Хазини для определения отношений между металлами при постоянном весе или по весу при постоянном объеме можно встретить в "Ключе арифметики" ("Мифтах ал-хисаб") крупнейшего ученого Самаркандской школы Гийас ад-Дина ал-Каши (ум. ок. 1430) [29, с. 157—161].

Последнее во времени упоминание о методе ал-Хазини содержит экскурс об удельных весах и минералов в "Книге установлений Акбара" ("Айин-и Акбари") [65, с. 64—65], написанной историком великого могола Акбара (1556—1605) Абу-л-Фазлом Аллами (1551—1602). Аллами со ссылкой на ал-Бируни и ал-Хазини приводит описание водных весов и таблицу удельных весов некоторых металлов и минералов.

Что же касается степени известности "Книги весов мудрости" в средневековой Европе, прямых сведений об этом нет. Судить о влиянии этого сочинения на европейскую науку можно лишь по косвенным данным. Эти данные — постановка и решение "задачи о взвешивании" и разработка этой проблемы в европейской математике вплоть до XVIII в., аксиоматическая постановка и решение основных теоретических проблем, развитие "науки о тяжестях" в школе Иордана Неморария в XIII—XIV в., обобщение архимедовой геометрической статики на пространственные тела, связь архимедовского направления с аристотелевой динамикой и т.д. Но в целом "Книгу весов мудрости" постигла судьба сочинений ал-Бируни. Европейская наука открыла ее только в XIX в.

Многие замечательные достижения ученых средневекового Востока в силу политического разобщения Востока и Запада остались неизвестными Западной Европе, в которой аналогичные результаты во многих случаях были получены спустя нескольких веков. До сих пор изучена лишь небольшая часть средневековых рукописей физико-математического содержания. Доступ к ним и их дальнейшее изучение может привести к самым неожиданным находкам и открытиям.

Даты жизни и деятельности ал-Хазини

Год рождения неизвестен

1110—1115?	— составляет таблицу азимута кыблы и пишет трактат об астрономических инструментах.
1115	— пишет трактат о вращающейся сфере.
1118	— начало деятельности ал-Хазини при дворе султана Санджара.
1118—1120	— начинает работу над Санджарским зиджем.
1120—1121	— пишет "Книгу весов мудрости".
1115—1136	— проводит астрономические наблюдения на Мервской обсерватории.
1135—1136	— завершает работу над Санджарским зиджем — составил таблицы координат основных звезд.

Год смерти неизвестен

Литература

1. *Архимед.* Сочинения / Пер. И.Н. Веселовского; пер. араб. текстов Б.А. Розенфельда. М.: Физматгиз, 1962. 639 с.
2. *Ахадова М.А.* Трактат Абу Али Ибн Сины "Мерило разума" // Из истории точных наук на средневековом Ближнем и Среднем Востоке. Ташкент: Фан, 1972. С. 42—57.
3. *Беленицкий А.М.* Краткий очерк жизни и трудов Бируни // Бируни Абу-р-Райхан Мухаммед ибн Ахмед ал. Собрание сведений для познания драгоценностей: (Минералогия) / Пер. А.М. Беленицкого. Л.: Изд-во АН СССР, 1963. С. 271—291.
4. *Березкина Э.К.* Математика древнего Китая. М.: Наука, 1980. 311 с.
5. *Бируни.* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1957. Т. 1. Памятники минувших поколений: (Хронология) / Пер. и примеч. М.А. Салье. 487 с.
6. *Бируни.* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1963. Т. 2. Индия / Пер. А.Б. Халидова, Ю.Н. Завадовского; Коммент. В.Н. Эрмана, А.Б. Халидова. 727 с.
7. *Бируни.* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1966. Т. 3. Геодезия / Пер. П.Г. Булгакова. 363 с.
8. *Бируни (Беруни).* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1973. Т. 5, ч. 1. Канон Масуда (кн. I—V) / Ст., пер. и примеч. П.Г. Булгакова, Б.А. Розенфельда при участии М.М Рожанской, А.А. Ахмедова. 647 с.
9. *Бируни (Беруни).* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1976. Т. 5, ч. 2. Канон Масуда (кн. VI—XI) / Пер. и примеч. Б.А. Розенфельда, А.А. Ахмедова при участии М.М.Рожанской, С.А. Красновой, Ю.П. Смирнова. 634 с.
10. *Бируни.* Избранные произведения. Ташкент: Фан, 1975. Т. 6. Книга вразумления начаткам науки о звездах. 327 с.
11. *Бируни.* Книга об индийских рашиках / Пер. и примеч. Б.А. Розенфельда // Из истории науки и техники в странах Востока. М.: Изд-во АН СССР, 1963. Вып. 3. С. 148—167.
12. *Бируни.* Об отношениях между металлами и драгоценными камнями по объему // Науч. наследство. М.: Наука, 1983. Т. 6. Из истории физико-математических наук на средневековом Востоке. С. 141—160.
13. *Бируни Абу-р-Райхан Мухаммед ибн Ахмед ал.* Собрание сведений для познания драгоценностей: (Минералогия) / Пер. А.М. Беленицкого. Л.: Изд-во АН СССР, 1963. 518 с.
14. *Большаков О.Г.* Очерки истории арабской культуры V—XV вв. М.: Наука, 1982. С. 5—12.
15. *Булгаков П.Г.* Астрономы из научного окружения ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми: К 1200-летию со дня рождения М.: Наука, 1983. С. 9—16.
16. *Булгаков П.Г.* Жизнь и труды Беруни. Ташкент: Фан, 1972. 428 с.
17. *Булгаков П.Г., Розенфельд Б.А., Ахмедов А.А.* Мухаммад ал-Хорезми. М.: Наука, 1983. 239 с.

18. *Володарский А.И.* Очерки средневековой индийской математики. М.: Наука, 1977. 182 с.
19. *Воробьева М.Г., Рожанская М.М.* О некоторых астрономических функциях Кой-крылган-калы // Кой-крылган-кала — памятник культуры Древнего Хорезма IV в. до н.э. — IV в. н.э. М.: Наука, 1967. С. 251—264. (Тр. Хорезм. экспедиции; Т. 5).
20. *Воробьева М.Г., Рожанская М.М., Веселовский И.Н.* Древнехорезмийский памятник IV в. до н.э. Кой-крылган-кала с точки зрения истории астрономии // Ист.-астрон. исслед. 1969. Вып. 10. С. 15—34.
21. *Выгодский М.Я.* Арифметика и алгебра в древнем мире. М.: Наука, 1967. 367 с.
22. *Григорьян А.Т., Зубов В.П.* Очерки развития основных понятий механики. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 274 с.
23. *Григорьян А.Т., Котов В.Ф.* О некоторых вопросах истории античной механики // Ист.-мат. исслед. 1957. Вып. 10. С. 39—51.
24. *Григорьян А.Т., Рожанская М.М.* Механика на средневековом Востоке // История механики с древнейших времен до середины XVIII в. М.: Наука, 1971. С. 33—44.
25. *Дорфман Я.Г.* Всемирная история физики с древнейших времен до конца XVIII века. М.: Наука, 1974. 351 с.
26. *Евклид.* Начала: В 3-х т. / Пер. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского. М.; Л.: Физматгиз. Т. 1. 1948. 447 с.; Т. 2. 1949. 511 с.; Т. 3. 1950. 331 с.
27. *Житомирский С.В.* Астрономические работы Архимеда // Ист.-астрон. исслед. 1977. Вып. 13. С. 319—338.
28. *Кары-Ниязов Т.Н.* Астрономическая школа Улугбека. М.: Изд-во АН СССР, 1950.
29. *Каши Джемшид Гиясэддин ал.* Ключ арифметики: Трактат об окружности / Пер. Б.А. Розенфельда; Под ред. В.С. Сегаля, А.П. Юшкевича. М.: Гостехиздат, 1956. 568 с.
30. *Крачковский И.Ю.* Арабская географическая литература. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1957. 919 с. (Избр. соч.: В 6 т.; Т. 4).
31. *Леммлейн Г.Г.* Минералогические сведения, сообщаемые в трактате Бируни // Бируни. Собрание сведений для познания драгоценностей: (Минералогия) / Пер. А.М. Беленицкого. Л.: Изд-во АН СССР. 1963. С. 292—397.
32. *Матвиевская Г.П.* Абд ар-Рахман ас-Суфи и его роль в истории астрономии // Ист.-астрон. исслед. 1983. Вып. 16. С. 93—136.
33. *Матвиевская Г.П., Розенфельд Б.А.* Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды (VIII—XVII вв.). М.: Наука, 1983. Кн. 1. 479 с.; Кн. 2. 650 с.; Кн. 3. 372 с.
34. *Медовой М.И.* Об арифметическом трактате Абу-л-Вафы // Ист.-мат. исслед. 1960. Вып. 13. С. 253—324.
35. *Платон.* Сочинения: В 3 т. / Пер. с древнегреч.; Под ред. А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса. М.: Мысль, 1968—1972. Т. 1. 1968. 687 с.
36. *Пугаченкова Г.А.* Искусство Туркмении: Очерк с древнейших времен до 1917 г. М.: Искусство, 1967. 327 с.
37. *Рожанская М.М.* Астрономические весы ал-Хазини // Ист.-астрон. исслед. 1978. Вып. 24. С. 189—198.
38. *Рожанская М.М.* Механика на средневековом Востоке. М.: Наука, 1976. 324 с.
39. *Рожанская М.М., Левинова И.С.* Ал-Хазини и его "Книга весов мудрости" // Из истории физико-математических наук на средневековом

Востоке. Трактаты ал-Хазини, ал-Бируни, Ибн ал-Хусайна, аш-Ширази. М.: Наука, 1983. С. 229—275. (Науч. наследство; Т. 6.)
40. *Рожанская М.М., Левинова И.С.* Об одной математической задаче в "Книге весов мудрости" ал-Хазини // Ист.-мат. исслед. 1976. Вып. 21. С. 71—77.
41. *Рожанская М.М., Левинова И.С.* У истоков механики машин // Исследования по истории механики. М.: Наука, 1983. С. 101—114.
42. *Розенфельд Б.А., Рожанская М.М., Соколовская З.К.* Абу-р-Райхан ал-Бируни. М.: Наука, 1973. 271 с.
43. *Сабит ибн Корра.* Математические трактаты // Научное наследство. М.: Наука, 1984. Т. 8. 392 с.
44. *Фрейман А.А.* Согдийский рукописный документ астрологического содержания: (календарь) // Согдийские документы с горы Муг. М.: Изд-во АН СССР, 1962. Вып. 1. С. 251—295.
45. *Хазини (Ал-Хазини).* Аз-зидж ал-му табар ас-Санджари ас-Султани: (Санджарский зидж), Cod. Arab. 761. Рукоп. на араб. яз.
46. *Хазини.* Книга весов мудрости / Пер. М.М. Рожанской, И.С. Левиновой // Из истории физико-математических наук на средневековом Востоке. Трактаты ал-Хазини, ал-Бируни, Ибн ал-Хусайна, аш-Ширази. М.: Наука, 1983. С. 15—140 (Науч. наследство; Т. 6).
47. *Хазини Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Мансур.* Книга весов мудрости (Китаб мизан ал-хикма). Хайдарабад, 1941. 168 с. На араб. яз.
48. *Хайям Омар.* О прямом кустасе / Пер. с араб. И.С. Левиновой; Под ред. Б.А. Розенфельда // Ист.-мат. исслед. 1974. Вып. 19. С. 274—278.
49. *Хайам Омар.* Трактаты / Пер. Б.А. Розенфельда; Вступ. ст. и коммент. Б.А. Розенфельда, А.П. Юшкевича. М.: Изд-во вост. лит., 1964. 338 с.
50. *Халидов А.Б.* Арабские рукописи и арабская рукописная традиция. М.: Наука, 1985. 302 с.
51. *Эйлер Л.* Введение в анализ бесконечных: В 2 т. / Пер. Е.Л. Пацановского. М.: Физматгиз, 1961. Т. 1. 315 с.
52. *Юшкевич А.П.* История математики в средние века. М.: Физматгиз, 1961. 454 с.
53. Aristoteles graece ex recensionc Immanueles Beckeri. Berolini, 1831. Vol. 2. P. 847—858.
54. *Bachet de Meziriac.* Problèmes plaisants et delectables qui se fonts par les nombres. Lyon, 1612, 1624; Cinqueme edition revue, simplifiee et augmenté d'un propos par J. Itard. P., 1959.
55. *The Banu Musa ibn Shakir.* The book of ingenious devices-Kitab al-Hiyal / Transl. D.R. Hill. Dordrecht; Boston, 1978.
56. *Banu Musa ibn Shakir.* Kitab al-Hiyal / Crit. ed. of Arabic text ba A.G.J. Hassan in collabor. with M.A. Khayyata. Alleppo, 1981.
57. *Bauerreiss H.* Zur Geschichte des spezifischen Gewichtes im Altertum und Mittelalter. Erlangen, 1914.
58. *Berggren J.L.* The Barycentric theorems of Abu Sahl al-Kuhi // Second Intern. symp. for. the history of Arabic science: Abstr. of the Sess. pap. Aleppo, 1979. P. 48.
59. *Berggren J.L.* A comparison of four analemmas for determining the asimuth of Qibla // J. Hist. Arab. Sci. 1980. Vol. 49, N 4 (1). P. 69—80.
60. *Berggren J.L.* Episodes in the mathematics of medieval Islam. N.Y. etc.: Springer, 1986.
61. *Al-Biruni.* On Transits... / Transl. by M. Saffouri with a comment. by E.S. Kennedy. Beirut, 1959. (Amer. Univ. of Beirut. Oriental Ser.; N 32).

62. *Brockelmann C.* Geschichte der arabischen Literatur. Bd. 1—2. Leipzig, 1909. 2. Aufl. Leiden, 1943—1944.
63. *Carmody F.L.* The astronomical works of Thabit Ibn Qurra. Berkeley; Los Angeles, 1960.
64. *Clagett M.* Science of mechanics in the Middle Ages. L.: Oxford Univ. press, 1959.
65. *Clement-Mullet J.J.* Recherches sur l'histoire naturelle et la physique chez les arabes // J. asiat. Ser. 6. 1858. Vol. 2. P. 379—406.
66. *Delambre J.B.* Histoire de l'astronomie du Moyen Age. P., 1819.
67. *Eneström G.* Über die "Demonstratio Jordani de algorismo" // Bibl. math. 1906—1907. Bd. 7, Fasz. 3. S. 24—37.
68. Euclidis data: Die Data von Euclid nach mengen Texte / Aus dem griech. übers. und hrsg. C. Thaer. B. etc., 1962.
69. *Fluegel G.* Lexicon bibliographicum et encyclopaedicum a Mustafa... Haji Khalfa celebrato composition. Lipsiae, 1835—1838. Bd. 1—7.
70. *Hall R.E.* al-Khazini // Dictionary of scientific biography. N.Y., 1973. Vol. 7. P. 335—351.
71. *Hamadanizadeh J.* A survey of medieval islamic interpolation schemes: From deferent to equant // A volume of studies in the history of science in the ancient and medieval Near East in Honour of E.S. Kennedy. N.Y., 1987. P. 143—152.
72. *Ibel Th.* Die Waage im Altertum und Mittelalter. Erlangen, 1908.
73. *Kennedy E.S.* A survey of islamic astronomical tables // Trans. Amer. Philos. Soc. 1956. Vol. 46, N 2. P. 123—177.
74. *Kennedy E.S.* Parallax theory in islamic astronomy // Isis. 1956. Vol. 47, N 1 (197). P. 33—53.
75. *Kennedy E.S.* The crescent visibility tables in al-Khwarismi's Zij. With Mardiros Janjanian // Ibid. P. 151—176.
76. *Khanikoff N.* Analysis and extractsd of "Kitab mîzân al-hikma": (The book of the balance of wisdom) // J. Amer. Orient. Soc. 1859. Vol. 6. P. 1—28.
77. *King D.A.* Qibla // Encyclopedia of Islam. Leiden; L., 1913—1918.
78. *King D.A.* Al-Khwarizmi and new trends in mathematical astronomy in the ninth century. N.Y., 1983. (The Hagop Kevorkian Center for Near East. Stud. Occas.Pap.; N 2).
79. *King D.A.* Al-Khalili's Qibla table // Islamic mathematical astronomy. L., 1986. Vol. 13. P. 81—122.
80. *Knobloch E.* Zur Überlieferung des Baschetischen Gewichtsproblem // Sudhoffs Arch. 1973. Bd. 57, N 2. S. 142—151.
81. *Krause M.* Stambuler Handschriften islamischer Mathematiker // Quellen und Stud. Geschichte Math., Astron., Phys. Abt. B. 1936. Bd. 3. S. 437—532.
82. *Pisano L.* Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimo terzo, pubblicati da Baldassare Boncompagni. Roma, 1857. Vol. 1. (Liber Abbaci).
83. Liber mafatih al-ulum ..., auctore Abu Abd'allah ibn Ahmad ibn Jousouf al-Katib al-Khowarezmi / Ed. G. van Vloteni. Lugduni Batavorum, 1895.
84. *Lorch R.* The Qibla table attributed to al-Khazini // J. Hist. Arab. Sci. 1980. Vol. 49, N 4. P. 259—264.
85. *Lorch R.* Al-Khazini's "Sphere that rotates by itself" // Ibid. P. 287—329.
86. *Lorch R.* The sphaera solida and related instruments // Centaurus. 1980. Vol. 24. P. 153—161.
87. *Lorch R.* Al-Khazini's balance-clock and Chinese Steelyard Clepcydra // Arch. intern. hist. sci. 1981. Vol. 31, N 106. P. 183—189.

88. *Meyerhof M.* Ali al-Bayhaqi 'Tattimmat sivan al-hikma': A biographical work on learned men of Islam // Osiris. 1948. Vol. 8. P. 122—127.
89. *Moody E.A., Clagett M.* The medieval science of weigths. Madison, 1952.
90.*Nallino C.A.* Storia dell'astronomia presso gli Arabi nel Medio Evo. Roma, 1911—1912.
91. *Needham J., Wang Ling.* Science and civilization in China. Cambridge, 1959. Vol. 3.
92. *Needham J., Wang Ling, Prise D. de S.* Heavenly clockwork: The great astronomical clocks of medieval China. Cambridge, 1960.
93. *Al-Qazwini.* Zakariya Ben Muhammed Ben Mahmud el-Qazwini's Kosmographie / Hrsg. F. Wüstenfeld. Göttingen, 1849—1888. Bd. 1—2.
94. *Al-Qazwini.* Hamdallah Mustawfi al-Qazwini Ahmad b. Abi Bakr: The geographical part of the "Nuzhat al-Qulub" / Composed Hamdallah Mustawfi al-Qazwini in 740 (1340): Persian text and Engl. transl. Leiden, 1915—1919. Vol. 1—2.
95. *Ruŝka J.* Zur Geschichte der Schachbrettaufgabe // Ztschr. natur. Unterrecht. 1906. Bd. 47. S. 275—282.
96. *Ruŝka J.* Qazwinistudien // Islam. 1913. Bd. 4. S. 14—66, 236—262.
97. *Ruŝka J.* Über das Fortleben der antiken Wissenschaft im Orient // Arch. Geschichte Math. Naturwiss. Techn. 1927. Bd. 10. S. 112—135.
98. *Sarton G.* Introduction to the history of science. Baltimore, 1927—1948. Vol. 1—3.
99. *Sayili A.* Al-Khazini's treatise on astronomical instruments // Ankara üniv. tarih — cografya fak. dergisi. 1956. C. 14, N 1/2.
100. *Sayili A.* The observatory in Islam. Ankara, 1960. (Publ. of Turk. Hist. Soc.; Ser. 7; N 38).
101. *Schirmer O.* Studien zur Astronomie der Araber // Sitzungsber. phys.-med. Soz. Erlangen. 1926—1927. Bd. 58/59. S. 33—38.
102. *Sedillot J.J.* Traité des instruments astronomiques des arabes. T. 1—2. P., 1832—1834.
103. *Sesiano J.* Note sur trois theoremes de la mécanique d'al Quhi et leur conséquence // Centaurus. 1979. Vol. 22, N 4. P. 281—297.
104. *Sezgin F.* Geschichte des arabischen Schrifttums. Bd. 5. Mathematik. Bd. 6. Astronomie. Leiden, 1974, 1978.
105. *Sprenger A.* A survey of the Muhammedan sciences. Calcutta, 1849.
106. *Stamatis E.S.* 'Οςϑ̀γος τον Αρχιμηδοος-Archimedes balance. Αϑῆναι, 1979.
107. *Suter H.* Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke // Abh. Geschichte. math. Wiss. 1900. Bd. 10. — Idem. Ann Arbor, 1963.
108. *Thabit ibn Qurra.* Oeuvres d'astronomie / Text établi et traduit par R. Morelon. P., 1987.
109. *Théon D., Halma N.* Commentaire de Thèon d'Alexandrie sur le premier livre de la composition mathematique de Ptolemée / Traduit par N. Halma. P., 1821.
110. *Tropfke J.* Geschichte der Elementarmathematik. 4. Aufl. B.; N.Y., 1980. Bd. 1: Arithmetik und Algebra.
111. *Wiedemann E.* Über al-Fârâbis Aufzahlung der Wissenschaften 9 De scientiis) // Aufsätze zur arabischen Wissenschaftsgeschchte. Hildesheim; N.Y., 1970. Bd. 1. S. 323—350.
112. *Wiedemann E.* Arabische spezifische Gewichtsbestimmungen // Ann. Phys. 1883. Bd. 20. S. 539—541.
113. *Wiedemann E.* Inhalt eines Gefässes in verschiedenen Abständen vom

Erdmittelpunkte nach al-Khâzini und Roger Bacon // Ibid. 1890. Bd. 39. S. 319.
114. *Wiedemann E.* Über das al-Berunische Gefäss zur spezifischen Gewichtsbestimmung // Verh. Dt. phys. Ges. 1908. Bd. 10. S. 339—343.
115. *Wiedemann E.* Uber die Kenntnisse der Muslimen aus dem Gebiet der Mechanik und Hydrostatik // Arch. Geschichte Naturwiss. und Techn. 1909/1910. Bd. 2. S. 334—398.
116. *Wiedemann E.* Einige Biographien nach Baihagî // Tropfke J. Geschichte der Elementarmathematik. 4. Aufl. B.; N.Y., 1980. Bd. 1. S. 656—665.
117. *Wiedemann E.* Über den Wert von Edelsteinen bei den Muslimen // Islam. 1911. Bd. 2. S. 345—357.
118. *Wiedemann E.* "Al-Karastun", "Al-Khizini", "Al-Mizan" // Encyclopedia of Islam. Leiden; L., 1913—1918. Vol. 2. P. 757—760, 937—938; Vol. 3. P. 530—539.
119. *Wiedemann E., Hauser F.* Ueber die Uhren im Bereich der islamischen Kultur // Abh. Kaiser. Leopold.-Garol. Akad. Natur. forsch. Halle, 1915. Bd. 100, N 5.
120. *Wiedemann E., Hauser F.* Uhr des Archimedes und zwei andere Vorrichtungen // Nova acta. Halle, 1918. Bd. 103, N 5. S. 163—203.
121. *Würschmidt J.W.* Die Schrift des Menelaos über die Bestimmung der Zusammensetzung von Legierungen // Phililogus. 1925. Bd. 80.

Именной указатель

Содержание

Научное издание

РОЖАНСКАЯ Мариам Михайловна

АБУ-Л-ФАТХ
АБД АР-РАХМАН АЛ-ХАЗИНИ
XII в.

Утверждено к печати
редколлегией серии
"Научно-биографическая литература"
Академии наук СССР

Заведующая редакцией *Н.И. Каверина*
Редактор издательства *В.П. Большаков*
Художественный редактор *И.В. Монастырская*
Технический редактор *Г.И. Астахова*
Корректор *Р.Г. Ухина*

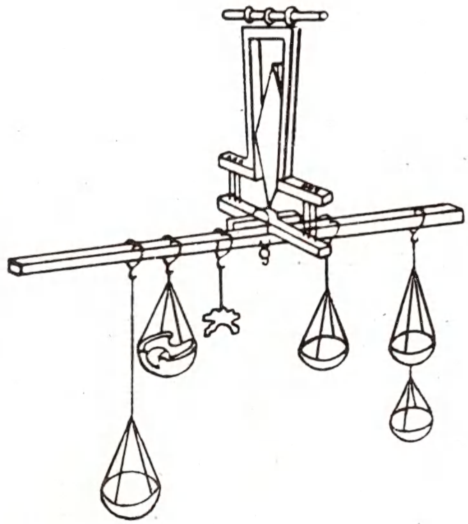
Набор выполнен в издательстве
на компьютерной технике

ИБ № 48330

Подписано к печати 17.06.91. Формат 84x108 1/32
Бумага газетная Гарнитура Сов. Кириллица
Печать офсетная. Усл.печ.л. 10,1. Усл.кр.-отт. 10,3
Уч.-изд.л. 10,0. Тираж 1000 экз. Тип. зак. 878
Цена 4 руб.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство "Наука"
117864 ГСП-7, Москва В-485,
Профсоюзная ул., д. 90

4-я типография издательства "Наука"
630077, Новосибирск, 77, ул. Станиславского, 25



М.М.Рожанская

Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Хазини

М.М.Рожанская Абу-л-Фатх Абд ар-Рахман ал-Хазини

4 руб.