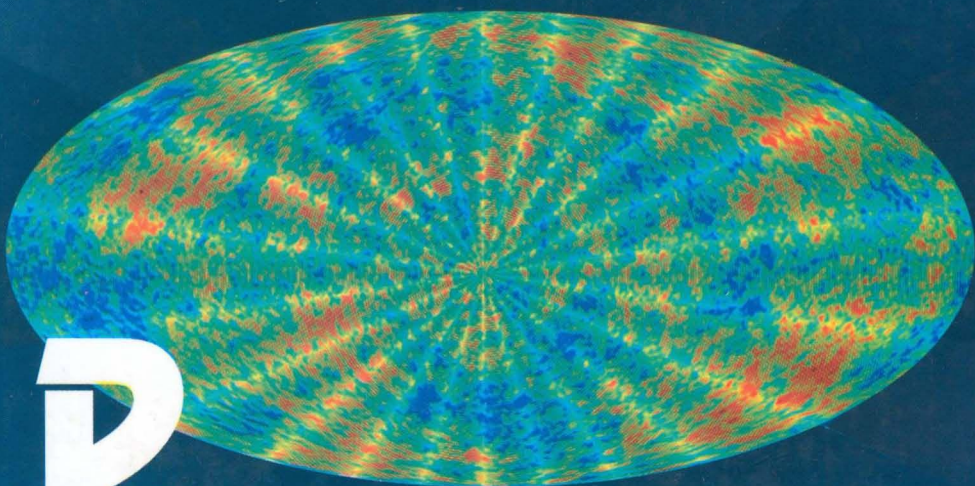


П. Д. Насельский

Д. И. Новиков

И. Д. Новиков



# РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ

«Наука»

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П.Н. ЛЕБЕДЕВА

П.Д. Насельский  
Д.И. Новиков  
И.Д. Новиков

# **Р** **РЕЛИКТОВОЕ** **ИЗЛУЧЕНИЕ** **В** **ВСЕЛЕННОЙ**



Москва «Наука» 2003



УДК 524  
ББК 22.632  
Н31

Ответственный редактор  
академик Н.С. КАРДАШЕВ

Рецензенты:  
академик Ю.Н. ПАРИЙСКИЙ  
доктор физико-математических наук В.Н. ЛУКАШ

**Насельский П.Д.**

**Реликтовое излучение Вселенной / П.Д. Насельский, Д.И. Новиков, И.Д. Новиков; Отв. ред. Н.С. Кардашев. – М.: Наука, 2003. – 390 с.: ил.**

ISBN 5-02-006368-1 (в пер.)

Монография посвящена проблеме происхождения реликтового электромагнитного излучения, включая вопросы его спектрального распределения, анизотропии и поляризации.

Сделана попытка продемонстрировать, каким образом современный аппарат теоретической физики может быть использован для исследования свойств космической плазмы и как, используя достижения астрофизики, можно расширить пределы нашего знания о таких фундаментальных явлениях природы, как гравитация, относительность и релятивизм.

Для специалистов-астрофизиков.

ISBN 5-02-006368-1

© Российская академия наук, 2003

© Издательство “Наука”

(художественное оформление), 2003

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1	
<b>НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ КОСМОЛОГИИ</b> .....	13
1.1. Введение	13
1.2. Современные данные о спектре реликтового излучения во Вселенной .....	20
1.2.1. Электромагнитное излучение космоса .....	24
1.3. Барионная фракция материи во Вселенной	37
1.3.1. Звёзды и звёздные остатки в галактиках	37
1.3.2. Атомная и молекулярная газовые компоненты	38
1.3.3. Барионы в скоплениях галактик	38
1.3.4. Плазма в группах галактик .....	39
1.3.5. Массивные компактные объекты гало (МАСНО)	39
1.3.6. Ly- $\alpha$ “лес” при красных смещениях $z \approx 3$ .....	40
1.3.7. Космологический нуклеосинтез и наблюдаемая распространённость лёгких химических элементов .....	41
1.3.8. Глобальные параметры современной Вселенной	48
Глава 2	
<b>КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ</b>	62
2.1. Введение .....	62
2.2. Уравнение переноса излучения в расширяющейся Вселенной	63
2.3. Обобщённое уравнение Компанейца .....	69
2.4. Комptonовское искажение спектра излучения при взаимодействии с горячими электронами	71
2.5. Релятивистская коррекция эффекта Зельдовича–Сюняева	74
2.6. Кинематический эффект Зельдовича–Сюняева	77
2.7. Определение $H_0$ по данным радио- и рентгеновской светимости скоплений	80
2.8. Комptonизация при больших красных смещениях	84
Глава 3	
<b>ИОНИЗАЦИОННАЯ ИСТОРИЯ ВСЕЛЕННОЙ</b>	90
3.1. Неизбежность рекомбинации водорода .....	90
3.2. Стандартная модель рекомбинации водорода .....	95

3.3. Трёхуровневое приближение для атома водорода	96
3.3.1. Уравнения для заселённости уровней	98
3.4. Качественный анализ рекомбинационных режимов	102
3.5. Детальная теория рекомбинации. Многоуровневое приближение	104
3.6. Численный анализ кинетики рекомбинации .....	111
3.7. Искажение спектра реликтового излучения в ходе космологической рекомбинации	120
3.8. Неизбежность реионизации водорода	125
3.9. Тип скрытой массы и детальный ионизационный баланс	127
3.9.1. Феноменология реионизации	129
3.10. Механизмы искажений кинетики рекомбинации водорода .....	138
3.11. Кинетика рекомбинации при наличии источников ионизации	142
 Глава 4	
РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ .....	147
4.1. Перенос излучения в неоднородной среде	147
4.2. Классификация типов начальных возмущений	151
4.2.1. Скалярные моды	152
4.2.2. Векторные и тензорные функции	155
4.3. Калибровочная инвариантность	157
4.3.1. Ньютоновская калибровка	158
4.3.2. Синхронная калибровка	159
4.4. Многокомпонентная среда. Классификация типов скалярных возмущений .....	160
4.4.1. Адиабатические (изоэнтропийные) моды .....	160
4.4.2. “Изопотенциальные” моды	162
4.4.3. Энтропийно-изопотенциальная мода	164
4.4.4. Изотермическая мода .....	164
4.4.5. Происхождение потенциальных флуктуаций. Однородность и изотропия Вселенной в среднем	166
4.4.6. Пекулярности потенциала инфлантона	167
4.4.7. Многокомпонентная инфляция и генерация изопотенциальных мод	170
4.5. Ньютоновская теория эволюции малых возмущений	174
4.5.1. Адиабатические возмущения	177
4.5.2. Изопотенциальные возмущения .....	179
4.6. Релятивистская теория эволюции возмущений в расширяющейся Вселенной .....	181
4.7. Сахаровские модуляции спектра возмущений плотности в барионной Вселенной .....	188
4.8. Сахаровские осцилляции. Наблюдения корреляций .....	200

Глава 5	
<b>ПЕРВИЧНАЯ АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ</b>	<b>205</b>
5.1. Введение	205
5.2. Эффект Сакса и Вольфа	209
5.2.1. Дипольная анизотропия	214
5.2.2. Квадрупольная анизотропия реликтового излучения и высшие гармоники	223
5.2.3. Гравитационные волны как источник крупномасштабной анизотропии реликтового излучения	229
5.3. Эффекты Силка и Доплера. Сахаровские осцилляции спектра реликтового излучения	232
5.3.1. Диссипация возмущений в эпоху рекомбинации водорода	243
5.4. Зависимость $C(l)$ от параметров космологической модели	246
5.4.1. Плотность тёмной материи в галактиках и скоплениях	247
5.4.2. Плотность барионной фракции материи	248
5.4.3. Космологическая постоянная	249
5.4.4. Показатель спектра адиабатических возмущений	250
5.4.5. Изопотенциальные (isocurvature) начальные возмущения	251
5.4.6. Роль безмассовых нейтрино	252
5.4.7. Массивные нейтрино	252
Глава 6	
<b>ПЕРВИЧНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ</b>	<b>256</b>
6.1. Введение	256
6.2. Электрическая и магнитная компоненты поля поляризации	262
6.3. Локальное и нелокальное описание поляризации	266
6.4. Геометрическое представление поля поляризации	269
Глава 7	
<b>СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ АНИЗОТРОПИИ И ПОЛЯРИЗАЦИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ.....</b>	<b>279</b>
7.1. Введение	279
7.2. Спектральные параметры гауссова поля анизотропии	282
7.3. Локальная топология случайного гауссова поля анизотропии. Статистика пиков	285
7.4. Структура сигнала в области максимумов и минимумов анизотропии реликтового излучения	292
7.5. Статистика пиков на картах анизотропии	295
7.6. Кластеризация пиков на картах анизотропии	305
7.7. Функционалы Минковского	312
7.7.1. Расчёт карт	316
7.7.2. Расчёт площади кластеров	319
7.8. Статистическая природа сигнала в данных BOOMERANG и МАХИМА-1 .....	326



---

7.9. Простейшая модель негауссова сигнала и её проявление в функционалах Минковского .....	329
7.10. Топологические особенности поля поляризации	333
Глава 8	
<b>“ПЛАНКОВСКАЯ ЭРА” В ИЗУЧЕНИИ АНИЗОТРОПИИ И ПОЛЯРИЗАЦИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ</b>	341
8.1. Введение	341
8.2. Вторичная анизотропия и поляризация реликтового излучения в эпоху реионизации	349
8.2.1. Ослабление первичной анизотропии и генерация поляризации	350
8.2.2. Линейный и квадратичный доплер-эффект	357
8.3. Вторичная анизотропия, порожденная гравитационными эффектами	359
8.4. Галактические и внегалактические шумы	362
8.4.1. Диффузные галактические источники	363
8.4.2. Внегалактические точечные источники	372
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	379

“Эволюцию мира можно сравнить со зрелищем фейерверка, который мы застали в момент, когда он уже заканчивается: несколько красных угольков, пепел и дым. Стоя на остывшем пепле, мы видим медленно угасающие Солнца и пытаемся воскресить исчезнувшее величие начала Миров...”

*Аббат Жорж Леметр*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Монография, предлагаемая вниманию читателя, написана нами в 2001–2002 годах – годах запуска и начала работы американского спутника MAP (Microwave Anisotropy Probe), открывающего новый этап изучения реликтового электромагнитного излучения Вселенной. Этот этап связан с качественным изменением статуса современной космологии, которая по образному выражению Малкольма Лонгейра вступила в фазу “precision cosmology”, когда уровень развития теории и эксперимента оказался столь высоким, что интерпретация наблюдательных данных уже уступает место задачам измерения важнейших параметров, характеризующих состояние гравитации и материи задолго до современного этапа космологического расширения.

Парадоксально, что весь период “взрывного” развития космологии уместается буквально в последние 30 лет, аккумулируя в себе тысячелетние попытки человечества понять основные законы строения и эволюции Вселенной. Этот период формально совпал, а фактически был генетически связан с проникновением в тайны строения материи на микроуровне, с одной стороны, а с другой – с выходом человека в космос и развитием космических технологий, изменивших экспериментальную базу наблюдательной астрофизики. Один из авторов этой книги (И. Новиков) стоял у истоков создания современной физической космологии и хорошо помнит горячие дискуссии “эпохи 70-х” о природе начальных флуктуаций, породивших галактики и скопления, обсуждения возможного анизотропного “старта” расширения Вселенной и проблемы “скрытой массы”, статус которой долгое время недооценивался большинством космологов. Гро-

мадный интерес приковывала к себе и проблема догалактического химического состава вещества, самым тесным образом связанная с “горячим” прошлым космологической плазмы и впервые выявившая важнейшую роль нейтрино и других гипотетических слабовзаимодействующих частиц в тепловой истории Вселенной, а в более широком смысле, и возникновения жизни в космосе. Наконец, бегло перечисляя “горячие точки” астрофизики и космологии последнего тридцатилетия, нельзя не упомянуть и вечный вопрос: как и почему “взорвалась” Вселенная, что послужило “первотолчком” расширения материи, и что было (если было?) до этого момента и как будет расширяться Вселенная дальше?

Добавим, что в процессе ответа на одни вопросы неизбежно возникали новые – такие как, например: всегда ли размерность пространства–времени была равна 4? Не сталкиваемся ли мы с проявлениями более сложной топологии пространственно-временного континуума и, в частности, с существованием новых реликтов ранней Вселенной – например, в форме первичных чёрных дыр или других частиц и т.п.? Эти и целый ряд других проблем нашли своё отражение в пионерских монографиях П.Дж.Е. Пиблса [Peebles, 1971], С. Вайнберга [Weinberg, 1972, 1977], Я.Б. Зельдовича и Н.Д. Новикова [1975, 1983] и более поздних (см., например, [Smoot, Davidson, 1993; Kolb, Turner, 1990; Padmanabhan, 1996; Melchiorì B., Melchiorì F., 1994; Partridge, 1995]). Часть проблем перешла в новое качество, заняв почётное место в ряду так называемых “вечных проблем” естествознания, которые будут волновать ещё не одно поколение космологов и дожидаться появления новых Ньютонов, Эйнштейнов и Хабблов. Часть гипотез, что вполне закономерно, не выдержала испытаний временем и сместилась в сферу истории науки, оставаясь своеобразным памятником человеческой мысли. Меньшая доля, получив экспериментальное подтверждение, вошла в золотой фонд науки, изменив наши представления о Вселенной, свойствах пространства–времени и материи.

Ярким примером такого рода достижений современной космологии является проблема происхождения реликтового электромагнитного излучения (РИ), включающая вопросы его спектрального распределения, анизотропии и поляризации. Обсуждению этого круга проблем, главным образом, посвящена наша книга, написанная сразу после завершения серии удачных наземных и баллонных экспериментов CBI, DASI, BOOMERANG, MAXIMA-1, тесно связанных с успешно завершённым в сере-

дине 90-х годов спутниковым проектом COBE. Этому проекту предшествовал российский проект РЕЛИКТ, явившийся первым космическим проектом по исследованию анизотропии реликтового излучения. Проект COBE вошел в историю космологии не только как первый эксперимент, измеривший анизотропию реликтового излучения (РИ)<sup>1</sup> на небесной сфере с максимально достижимым для своего времени угловым разрешением (примерно 7 градусов дуги), но и как эксперимент, “закрывший” многочисленные дискуссии о возможной неравновесности спектра РИ, его отклонениях от предсказываемого теорией “горячей Вселенной” чернотельного планковского закона распределения квантов по частоте<sup>2</sup>.

Образно говоря, после COBE космология вступила в новую фазу развития, перейдя от поиска, если так можно сказать, наиболее вероятных “эволюционных треков” к детальному выяснению причин реализации одного, надёжно установленного (естественно, в определённых временных рамках) режима космологической эволюции материи.

Эстафета создания реалистической картины эволюции Вселенной посредством измерений анизотропии РИ после COBE была продолжена последующими экспериментами (CBI, DASI, BOOMERANG, MAXIMA-1 и целым рядом других), убедительно доказавшими факт существования анизотропии РИ на малых угловых масштабах, составляющих примерно 10 минут дуги. На первый взгляд, продвижение эксперимента в малые угловые масштабы выглядит более чем скромно. Ведь до типичных размеров скоплений галактик, пересчитанных на момент рекомбинации водорода, когда Вселенная стала прозрачной для излучения (~300 000 лет после начала расширения Вселенной) нам не хватает ещё полутора-двух порядков! А ведь исторически именно с анизотропией и поляризацией реликтового излучения связывалась возможность “заглянуть” в далёкое прошлое Вселенной и “увидеть” проявления будущих скоплений, как сейчас

<sup>1</sup> В тексте монографии мы, наряду с сокращением РИ, будем использовать международное сокращение CMB (Cosmic Microwave Background).

<sup>2</sup> Строго говоря, данные COBE ограничивают степень неравновесности реликтового излучения на уровне  $10^{-4} \div 2 \cdot 10^{-5}$ , что практически эквивалентно полному отсутствию искажений. Тем не менее, даже эта малая возможная неравновесность оказывается весьма информативной для ограничения энерговыделения в ранней Вселенной, особенно в период неравновесной ионизации водорода и гелия. Подробнее этот аспект проблемы рассматривается нами в нескольких последующих разделах книги.



бы сказали, в картах распределения флуктуаций температуры РИ на небесной сфере. К сожалению, эта задача оказалась вне рамок возможностей радиоастрономии и не столько потому, что нам не хватает чувствительности современных приемников реликтового излучения, сколько из-за воздействия различного рода помех, связанных с активностью, в первую очередь, нашей Галактики, с горячим газом в скоплениях галактик, излучением межгалактической пыли и целым рядом других факторов, надёжным щитом экранирующих анизотропию РИ. Однако отрицательный результат с позиции физики реликтового излучения – это выдающийся позитивный результат для смежных областей космологии и астрофизики, продвинувшихся в изучении проявлений активности различных структурных форм материи во Вселенной. Именно симбиоз смежных областей астрофизики позволил в самом начале XXI в. вплотную приблизиться к решению одной из ключевых задач космологии: определению таких важнейших параметров, характеризующих её эволюцию в прошлом, настоящем и будущем, как постоянная Хаббла  $H_0$ , современная плотность барионной фракции материи, плотность невидимого холодного компонента (так называемая “холодная скрытая масса”), величина космологической постоянной  $\Lambda$ , тип и характеристики спектра первичных флуктуаций плотности, скорости и гравитационного потенциала материи, и целый ряд других важнейших параметров, о которых пойдет речь в нашей книге. Этот симбиоз, применительно к физике РИ, позволил наметить не только контуры, но и приступить к практической реализации уникального по степени предстартовой проработки ожидаемых эффектов и помех спутникового проекта PLANCK, способного картографировать анизотропию и поляризацию РИ с уникальным угловым разрешением (порядка 6 мин. дуги) при рекордно низком уровне собственных шумов приёмной аппаратуры, примерно на порядок меньших, чем во всех реализованных в настоящее время наземных, баллонных и спутниковых экспериментах.

Нужно отметить, что этот проект будет осуществляться спустя три-четыре года после завершения американского проекта MAP, успешно стартовавшего в июле 2001 года. При общности задач, стоящих перед этими двумя космическими миссиями, а именно – картографирование анизотропии и поляризации РИ при максимально возможном покрытии небесной сферы, проект PLANCK призван реализовать максимально возможную чувствительность приёмной аппаратуры в сочетании с уникальным

подбором частотных диапазонов для наблюдения анизотропии и поляризации РИ. Более того, в задачи проекта входит создание каталога радио- и инфракрасных точечных источников, покрывающего частотный диапазон от 30 и до 857 ГГц в девяти частотных каналах, картографирование скоплений галактик и целый ряд других задач, решение которых стало возможным благодаря уникальным теоретическим и экспериментальным исследованиям анизотропии РИ и сопутствующих ей шумов галактической и внегалактической природы.

Правомерен вопрос: а стоит ли излагать физику РИ до завершения двух упоминавшихся выше космических миссий, которые, быть может, радикально изменят наши представления об эволюции Вселенной и формировании анизотропии и поляризации РИ, как, впрочем, и формирование её крупномасштабной структуры? Не следует ли подождать каких-нибудь семь-десять лет до окончательного прояснения ситуации с распределением анизотропии на небесной сфере и тогда уже с уверенностью подводить итоги эпохи изучения РИ, опираясь на данные, быть может, в буквальном смысле, “последних экспериментов”? Ответы на поставленные выше вопросы представляются нам, до неожиданности, простыми. Во-первых, и, быть может, в самом главном, мы абсолютно уверены, что никакие последующие эксперименты не смогут выступить в роли “потрясателей основ” современной космологии. Слишком прочен фундамент теории и достаточно хорошо разработаны её следствия, неоднократно проверенные на практике. Во-вторых, сама подготовка проектов MAP и PLANCK стимулировала небывалое развитие теории, нуждающееся в осмыслении и систематизации. Достаточно сказать, что по сравнению с началом 90-х годов прошлого века физика РИ ушла далеко вперед, вплотную приблизившись к предсказанию эффектов с точностью лучше 3÷5%, потребовав для их моделирования использование современных компьютерных систем и разработку новых математических методов обработки данных. И наконец, в-третьих по очереди, но не по значению – будущие космические эксперименты и, в частности PLANCK, обладают одной очевидной особенностью: они подготавливаются под руководством главным образом поколения “ветеранов”, а их результаты будут использоваться поколением “учеников” И в этой эстафете поколений нам представляется чрезвычайно важным не потерять вкуса к предмету, не нарушить связь между эпохой “бури и натиска” 70–90-х годов прошлого века, когда закладывались основы физики РИ и, скажем так, “эпохой благоден-

ствия”, которую все мы ожидаем примерно в конце первого десятилетия века нынешнего, когда, мы уверены, проекты MAP и PLANCK будут успешно завершены. Именно поэтому в нашей книге мы постарались уйти от рассмотрения общих вопросов космологии, сконцентрировавшись главным образом на специальных проблемах теории формирования частотного спектра реликтового излучения, его анизотропии и поляризации и их наблюдательном аспекте, предполагая хотя бы общее знакомство читателя с основами теории “горячей Вселенной” и физической космологии, теориями вероятности и математической статистики, теорией случайных полей и атомной физикой.

В нашей книге мы попытались продемонстрировать, каким образом современный аппарат теоретической физики может быть использован для исследования свойств космической плазмы и как, используя достижения астрофизики, можно расширить пределы нашего знания о таких фундаментальных явлениях природы, как гравитация, относительность и релятивизм.

Мы благодарны нашим коллегам в Астрокосмическом центре ФИАН им. П.Н. Лебедева (Москва), в Ростовском государственном университете, в Копенгагенском университете, в Центре теоретической астрофизики (Копенгаген) и в Оксфордском университете (Англия) за поддержку нашей работы и многочисленные дискуссии.

Мы особенно благодарны Э.В. Коток, проделавшей огромную работу по подготовке рукописи книги, а также за её участие в ряде научных работ, вошедших в книгу.

Москва, Копенгаген, Оксфорд  
Июнь 2002

*Павел Насельский  
Дмитрий Новиков  
Игорь Новиков*

## Глава 1

# НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ КОСМОЛОГИИ

### 1.1. Введение

Всю историю развития космологии, начиная с Птолемея и Аристотеля и вплоть до нашего времени можно условно разделить на два этапа: до и после экспериментального открытия реликтового излучения (РИ). О первом этапе написано сотни книг и он уже стал не только достоянием науки, но и истории развития человечества. Вторым этапом датируется 1965 год, когда американские исследователи А. Пензиас и Р. Вилсон [Penzias, Wilson, 1965] опубликовали в журнале “Astrophysical Journal” свою знаменитую статью под названием “A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s”, в которой сообщалось о детектировании нового радифона Вселенной. В этом же номере журнала, предваряя сообщение Пензиаса и Вилсона, была помещена статья Р. Дикке, П.Дж.Е. Пибблса, П. Ролла и Д. Уилкинсона [Dicke et al., 1965], в которой сообщалось о подготовке аналогичного эксперимента, но на другой длине волны и давалась интерпретация результатов Пензиаса и Вилсона как подтверждение теории “горячей Вселенной” Открытое Пензиасом и Вилсоном излучение, имеющее температуру около трёх градусов Кельвина, объяснялось как остывшее вследствие расширения Вселенной излучение горячей плазмы, существовавшей в самом начале расширения.

Формально, так просто и буднично начинался новый этап изучения Вселенной, катализатором которого послужили несколько журнальных страниц одного и того же тома. Нужно отметить, что “рождение ребенка” не явилось полной неожиданностью для астрофизиков. Ещё в середине 40-х годов Г. Гамов [Gamov, 1946] опубликовал работу, в которой предложил так называемую модель “горячей” начальной фазы космологического расширения, стимулировавшую исследования Р. Альфера и Р. Хермана [Alpher, Herman, 1953] по объяснению химического состава догалактического вещества (обзор и ссылки см. [Novikov, 2001]).



Отправной точкой исследования этих авторов была попытка объяснить особенности распространённости во Вселенной всех химических элементов и изотопов. Предполагалось, что все они произошли в самом начале расширения Вселенной. Таблицы распространённости разных изотопов показывают, что доминируют изотопы с преобладанием нейтронов. Отсюда следовало, что свободные нейтроны должны были существовать достаточно долго в первичном веществе, а это возможно только при высокой температуре. Так возникла идея горячего начала расширения Вселенной. В первых работах авторов теории горячей Вселенной был целый ряд непоследовательностей, на которых мы здесь не будем останавливаться. С деталями можно ознакомиться, например, в монографиях [Zeldovich, Novikov, 1983; Weinberg, 1977].

Согласно современной точке зрения в первые три минуты расширения Вселенной “варятся” только лёгкие элементы, более тяжёлые возникают в ядерных процессах в звёздах гораздо позже, а самые тяжёлые – при взрывах сверхновых звёзд. Важно отметить, что основная идея Гамова, Альфера и Хермана о необходимости высокой температуры первоначального вещества оказалась правильной. О современной теории нуклеосинтеза в ранней Вселенной см., например, монографии [Zeldovich, Novikov, 1983; Kolb, Turner, 1990].

Однако существовала и ещё одна, курьёзная причина, почему авторы теории “горячей Вселенной” считали необходимым “сварить” все химические элементы буквально в первые секунды космологического расширения. Дело в том, что в 40-х годах прошлого века величина постоянной Хаббла  $H_0$ , а следовательно, и возраст Вселенной оценивались неправильно. Постоянная Хаббла завышалась в несколько раз по сравнению с её измеренным современным значением, а возраст Вселенной при этом занижался до  $(1\div 4) \cdot 10^9$  лет в отличие от  $13\div 15$  млрд лет, принятых в настоящее время. Этого короткого промежутка времени недостаточно для синтеза элементов в звёздах, поэтому Гамов с коллегами пришли к выводу о том, что все химические элементы должны были быть “сварены” из первичного вещества.

Сейчас, благодаря данным космохронологии, мы знаем, что возраст Вселенной заведомо превышает возраст Земли ( $4 \cdot 10^9$  лет), а сама Земля сформировалась из протопланетного вещества, прошедшего обогащение в звёздах продуктами термоядерного синтеза, протекающего в их недрах. Тем самым

необходимость объяснения всего химического состава вещества, включая и элементы тяжелее железа, в рамках модели “горячей Вселенной” попросту отпала. Однако главная идея создателей этой теории – идея о высокой начальной температуре и плотности космической плазмы, выдержала испытание временем.

Вернёмся, однако, к истории открытия реликтового излучения. Из не совсем последовательных оценок Гамов с коллегами получили, что вследствие горячего начала Вселенной сегодня в пространстве должно существовать равновесное излучение с температурой в несколько кельвинов. Казалось бы, сделано важнейшее предсказание, требующее наблюдательной проверки, и радиоастрономы должны были попытаться обнаружить это излучение. Однако этого не случилось. Выдающийся американский ученый, лауреат Нобелевской премии по физике С. Вейнберг в своей уже цитированной выше книге “Первые три минуты: современный взгляд на происхождение Вселенной” [Weinberg, 1977] писал: “...Обнаружение реликтового электромагнитного излучения было одним из наиболее важных научных открытий двадцатого столетия. Но почему же оно было сделано случайно? Или, говоря иначе, почему оно не искалось целенаправленно, задолго до 1965 года?..” Мы уже упоминали выше, что предсказания о возможном существовании электромагнитного излучения с температурой порядка нескольких кельвинов было сделано Гамовым и его коллегами более чем за 15 лет до его обнаружения. Быть может, требовались какие-то специальные радиотелескопы с недостижимой на тот момент чувствительностью? По-видимому, это не так, и необходимые приёмники уже тогда существовали. Главная причина, на наш взгляд, скорее психологического характера. И тому есть убедительные подтверждения, о которых речь пойдет несколько ниже.

Дело в том, что история науки изобилует примерами, когда предсказания новых явлений и в особенности пионерских открытий намного опережали по времени их экспериментальное подтверждение. С. Вейнберг [Weinberg, 1977] приводит прекрасный пример с предсказанием существования в природе антипротона, сделанным ещё в 1930 году. Тогда, сразу же после теоретического предсказания, физики даже не могли представить себе контуры физического эксперимента, способного подтвердить, а может быть, как это часто бывает, и опровергнуть столь фундаментальное следствие теории. Это стало возможным лишь почти 20 лет спустя, после того как в Беркли был построен

ускоритель частиц, блестяще подтвердивший предсказания теории.

Однако, как мы увидим ниже, в случае предсказания реликтового излучения приёмники, позволяющие начать его поиски, уже существовали. Но радиоастрономы просто не знали о том, что следует искать. Сказывалась разобщённость теоретиков и наблюдателей, да и среди теоретиков большого доверия к ещё несовершенной теории горячей Вселенной не было. Мысли о том, как можно было бы зарегистрировать электромагнитный “отзвук Большого Взрыва”, возникли лишь к середине 60-х годов, да и то в значительной мере благодаря случаю. Другая причина, и, быть может, самая главная, была озвучена А. Пензиасом в его Нобелевской лекции 1979 года [Penzias, 1979]. Дело в том, что ни в одной из работ Г. Гамова с коллегами не было отмечено, что микроволновое излучение, дошедшее до нас от эпохи космологического нуклеосинтеза и остывшее вследствие расширения Вселенной до нескольких кельвинов, можно измерить, хотя бы в принципе. Более того, складывалось абсолютно противоположное впечатление, которое А. Пензиас в Нобелевской лекции сформулировал так: «Что же касается обнаружения реликтового излучения, то, по-видимому, они считали, что в первую очередь это излучение проявит себя как увеличение плотности энергии. Этот вклад в приходящий на Землю общий поток энергии должен быть замаскирован космическими лучами и суммарным оптическим излучением звёзд. Обе эти составляющие имеют сравнимые плотности энергии. Мнение о том, что действия трёх компонентов с приблизительно равными энергиями нельзя разделить, можно найти в письме Г. Гамова, написанном Р. Альферу в 1948 г. (не опубликовано: любезно предоставлено мне Р. Альфером): “Температура космического пространства, равная 5 К, объясняется современным излучением звёзд (С-циклы). Единственно, что мы можем сказать, – это то, что оставшаяся от исходного тепла Вселенной температура не выше 5 К”. Они, по-видимому, не осознавали того, что своеобразные спектральные характеристики реликтового излучения должны выделять его среди других эффектов».

Но это поняли А.Г. Дорошкевич и И.Д. Новиков, опубликовавшие в 1964 г. в журнале “Доклады Академии наук СССР” статью под названием “Средняя плотность излучения в метagalктике и некоторые вопросы релятивистской космологии” [Дорошкевич, Новиков, 1964]. Основная идея, сформули-

рованная в этой работе, не потеряла своей актуальности даже сейчас. Предположим, что мы знаем, как излучают галактики разных типов на разных длинах волн электромагнитного излучения. Если задаться определёнными предположениями относительно эволюции галактик в прошлом и учесть покраснение света от далёких галактик из-за расширения Вселенной, то можно рассчитать, сколько излучения от галактик на каждой длине волны будет сегодня во Вселенной. При этом необходимо учесть, что светят не только звёзды, многие галактики интенсивно излучают радиоволны метровой и дециметровой длины. Нетривиальный момент заключается в том, что если Вселенная была “горячей”, то к рассчитываемому спектру излучения необходимо добавить реликтовый радиофон, что и было сделано в названной статье. Это излучение должно иметь длины волн порядка сантиметров и миллиметров и приходится как раз на тот диапазон спектра, где вклад от излучения галактик практически отсутствует. Поэтому в указанном диапазоне реликтовое излучение должно в десятки тысяч и даже миллионы раз превышать излучение известных источников радиоизлучения. А следовательно, его можно наблюдать! Вот что сказал по этому поводу в своей Нобелевской лекции А. Пензиас: «Первое опубликованное признание реликтового излучения в качестве обнаружимого явления в радиодиапазоне появилось весной 1964 года в краткой статье А.Г. Дорошкевича и И.Д. Новикова, озаглавленной “Средняя плотность излучения в метагалактике и некоторые вопросы релятивистской космологии”. Хотя английский перевод появился в этом же году в широко известном журнале “Советская физика – Доклады”, статья по-видимому, не привлекла к себе внимания других специалистов в этой области. В этой замечательной статье не только выведен спектр реликтового излучения как чернотельного радиоволнового явления, но также отчетливо сконцентрировано внимание на двадцатифутовом рупорном рефлекторе лаборатории “Белл” в Кроуфорд Хилл, как наиболее подходящем инструменте для его обнаружения!». Заметим, что именно с помощью этого инструмента реликтовое излучение было открыто в 1965 г.

Однако на этом драматизм истории предсказания и открытия реликтового излучения не исчерпывается. Оказывается, с косвенным проявлением РИ астрономы сталкивались ещё задолго до 60-х годов. В 1941 г. канадский астроном Э. Мак-



Келлар обнаружил существование молекул циана в межзвёздном пространстве. Способ, которым исследовался межзвёздный газ, был следующим. Если свет какой-либо звезды на пути к нам проходит сквозь облако межзвёздного газа, то атомы и молекулы этого газа вызывают поглощение света звезды на строго определённых длинах волн. Так возникают линии поглощения, широко известные в астрономии и успешно используемые для изучения свойств не только межзвёздного газа в нашей Галактике, но и в других задачах астрофизики. Положение линий поглощения в спектре излучения зависит от того, какой элемент или какая молекула вызвала это поглощение, а также от того, в каком состоянии они находились. В качестве объекта исследований Э. Мак-Келлар выбрал линии поглощения, вызываемые в спектре звезды  $\epsilon$  Змееносца молекулами циана. Он пришёл к выводу о том, что эти линии могут возникать только при поглощении света вращающимися молекулами. Выполнив сравнительно несложные подсчёты, Мак-Келлар пришёл к выводу о том, что для возбуждения вращательных степеней свободы циана необходимо присутствие стороннего излучения с эффективной температурой 2,3 К. Ни сам Мак-Келлар, ни кто-нибудь другой, конечно, даже не могли представить, что он столкнулся с проявлением реликтового излучения. Напомним, что это было задолго до пионерских работ Гамова и его коллег! Только после открытия реликтового излучения, уже в 1966 г., были опубликованы сразу три работы: И.С. Шкловского [Шкловский, 1966], Дж. Филда и Р. Тадеуша, в которых было показано, что возбуждение вращательных степеней циана вызвано квантами РИ. Таким образом, ещё в 1941 г. было получено, хотя и косвенное, указание на существование во Вселенной реликта её “горячего” прошлого.

Но и это ещё не конец истории. Вернёмся к вопросу, готова ли была экспериментальная радиофизика к открытию реликтового излучения, скажем так, задолго до результатов Пензиаса и Вилсона? В своей книге С. Вейнберг [Weinberg, 1977] пишет: “Трудно ответить точно, но мои коллеги-экспериментаторы говорят мне, что наблюдения могли быть проведены задолго до 1965 года, возможно, в середине 50-х, а может быть, даже и в середине 40-х годов” Так ли это?

Осенью 1983 г. одному из авторов настоящей монографии (И. Новикову) позвонил сотрудник института общей физики Т. Шмаонов, с которым автор до этого не был знаком, и сказал, что он хотел бы побеседовать по вопросу открытия реликтового

излучения. При встрече Т. Шмаонов рассказал, как он в середине 50-х годов под руководством известных советских радиоастрономов С.Э. Хайкина и Н.Л. Кайдановского проводил измерения интенсивности радиоизлучения космоса на длине волны 3,2 см с помощью рупорной антенны, подобной той, которая спустя много лет была использована А. Пензиасом и Р. Вилсоном. Т. Шмаонов со всей тщательностью изучил возможные собственные шумы приёмной аппаратуры, которая, конечно же, уступала американской (учтите фактор времени, который в те годы был решающим с точки зрения качества приёмников), и пришёл к выводу об обнаружении сигнала. Т. Шмаонов опубликовал свои результаты в 1957 г. в советском журнале "Приборы и техника эксперимента" и включил их в свою кандидатскую диссертацию [Шмаонов, 1957]. Вывод из этих измерений был таков: "Оказалось, что абсолютная величина эффективной температуры радиоизлучения фона... равна  $4 \pm 3$  К". Более того, было показано, что интенсивность излучения не зависит ни от времени, ни от направления измерений. Хотя погрешности измерений температуры были и высоки, сейчас понятно, что Т. Шмаонов наблюдал именно реликтовое излучение на длине волны 3,2 см, хотя ни сам автор, ни другие радиоастрономы, с которыми он обсуждал результаты своих экспериментов, к сожалению, не придали должного значения этому эффекту. Более того, уже после опубликования работы А. Пензиаса и Р. Вилсона сам автор не понял, что речь идёт об одном и том же источнике сигнала (правда, в то время Т. Шмаонов работал уже совсем в другой области физики). Лишь спустя 27 лет после своих измерений Шмаонов сделал специальный доклад о своём открытии.

Но и это ещё не всё! Совсем недавно мы узнали, что в самом начале 50-х годов прошлого века японскими физиками предпринимались попытки измерения реликтового излучения. Однако ни тогда, ни до сих пор нам не встретились какие-либо достоверные ссылки на эти исследования.

Очевидно, что драма идей и случайных блужданий эпохи 40–50-х годов в поисках проявлений реликтового радиофона ещё ждёт своего историографа, в то время как период с 1965 г. и вплоть до наших дней носит характер целенаправленного штурма космического излучения, и не только в радио-, но и в оптическом, инфракрасном, ультрафиолетовом, рентгеновском и гамма-диапазонах.

## 1.2. Современные данные о спектре реликтового излучения во Вселенной

Спустя всего год после публикации статьи А. Пензиаса и Р. Вилсона, их коллеги Т.Ф. Хоуэлл и Дж.Р. Шейкшафт [Howell, Shakeshaft, 1966] измерили температуру реликтового излучения на длине волны 20,7 см, которая оказалась равной  $2,8 \pm 0,6$  К. Близкие значения температуры, но в диапазоне 3,2 см ( $T = 3,0 \pm 0,5$  К), в этом же году были получены Роллом и Уилкинсоном [Roll, Wilkinson, 1966], Дж. Филдом и Дж. Хичкоком [Field, Hitchcock, 1966] ( $T = 3,2 \pm 0,5$  К на длине волны 0,264 см) и целым рядом других авторов уже в более поздний период.

В табл. 1.1 мы приводим полную сводку данных по измерению температуры реликтового излучения, начиная с частот 408 МГц и до 300 ГГц [Nordberg, Smoot, 1998]. Несмотря на большое число (~60) экспериментов по измерению температуры РИ не все они обладают одинаковой информативностью. Довольно часто высокий уровень систематических погрешностей приводит к значительному разбросу средних значений  $T_R$ . В этой связи на рис. 1.1 мы приводим селективные данные для ряда экспериментов, выполненных за период конца восьмидесятых – начала девяностых годов и отличающихся крайне низким уровнем шумов (ссылки на эти эксперименты имеются в табл. 1.1).

Важной особенностью этих данных является крайне низкая абсолютная погрешность измерений, позволяющая определить величину современной температуры реликтового излучения на 95%-ном уровне значимости (CL)

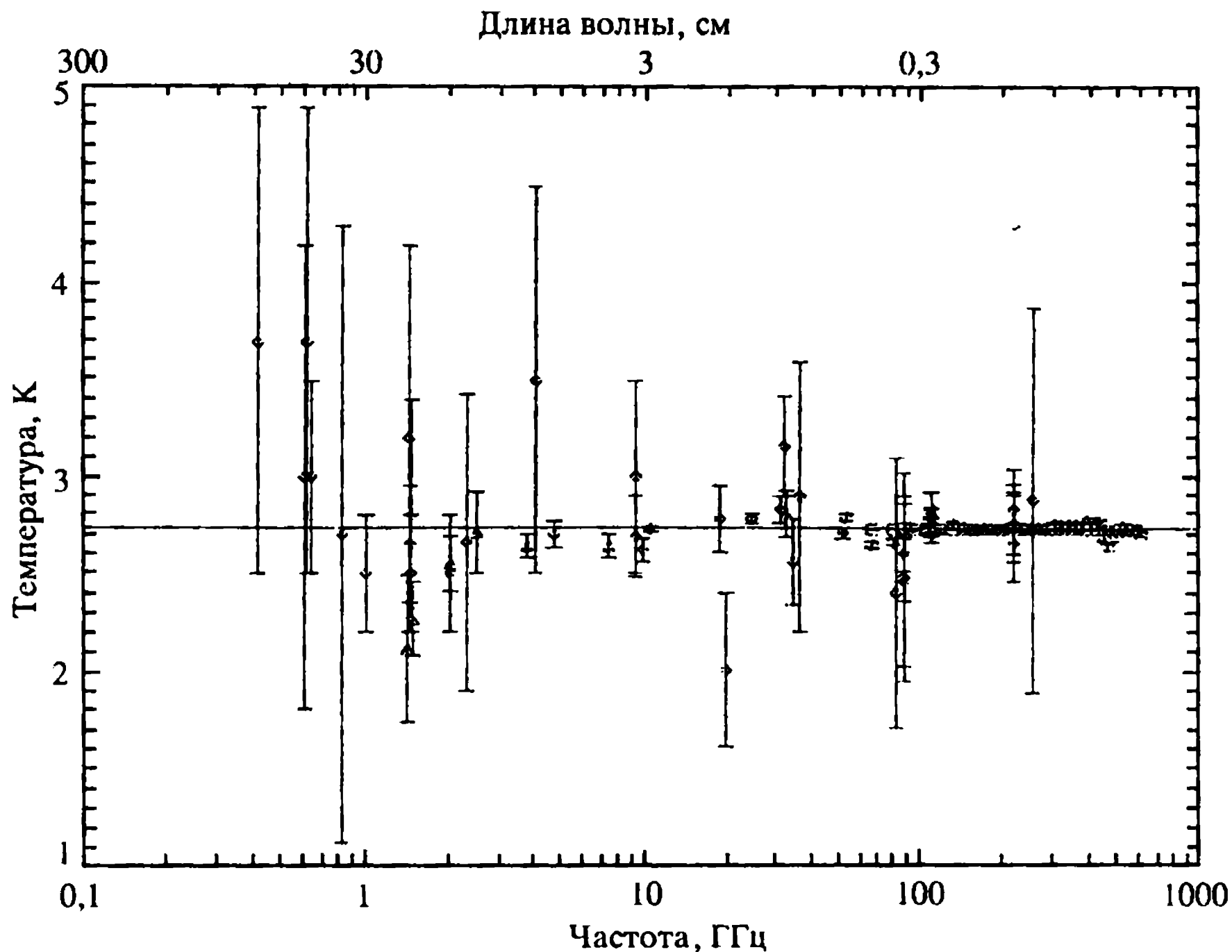
$$T_0 = 2,7356 \pm 0,038 \text{ К.} \quad (1.1)$$

Таблица 1.1

Частота (ГГц)	Длина волны (см)	Температура (К)	Ссылка
0,408	73,5	$3,7 \pm 1,2$	Howell, Shakeshaft, 1967
0,6	50	$3,0 \pm 1,2$	Sironi et al., 1990
0,610	49,1	$3,7 \pm 1,2$	Howell, Shakeshaft, 1967
0,635	47,2	$3,0 \pm 0,5$	Stankevich et al., 1970
0,820	36,6	$2,7 \pm 1,6$	Sironi et al., 1991
1,4	21,3	$2,11 \pm 0,38$	Levin et al., 1988
1,42	21,2	$3,2 \pm 1,0$	Penzias, Wilson, 1967
1,43	21	$2,65^{+0,33}_{-0,30}$	Staggs et al., 1996
1,45	20,7	$2,8 \pm 0,6$	Howell, Shakeshaft, 1966
1,47	20,4	$2,27 \pm 0,19$	Bensadoun et al., 1993

Таблица 1.1 (окончание)

Частота (ГГц)	Длина волны (см)	Температура (К)	Ссылка
2	15	$2,55 \pm 0,14$	Bersanelli et al., 1994
2,5	12	$2,71 \pm 0,21$	Sironi et al., 1991
3,8	7,9	$2,64 \pm 0,06$	De Amici et al., 1991
4,08	7,35	$3,5 \pm 1,0$	Penzias, Wilson, 1965
4,75	6,3	$2,70 \pm 0,07$	Mandolesi et al., 1986
7,5	4,0	$2,60 \pm 0,07$	Kogut et al., 1988
7,5	4,0	$2,64 \pm 0,06$	Levin et al., 1992
9,4	3,2	$3,0 \pm 0,5$	Roll, Wilkinson, 1966
9,4	3,2	$2,69^{+0,26}_{-0,21}$	Stokes et al., 1967
10	3,0	$2,62 \pm 0,06$	Kogut et al., 1990
10,7	2,8	$2,730 \pm 0,014$	Staggs et al., 1996
19,0	1,58	$2,78^{+0,12}_{-0,17}$	Stokes et al., 1967
20	1,5	$2,0 \pm 0,4$	Welch et al., 1967
24,8	1,2	$2,783 \pm 0,025$	Johnson, Wilkinson, 1987
31,5	0,95	$2,83 \pm 0,07$	Kogut et al., 1996
32,5	0,924	$3,16 \pm 0,26$	Ewing et al., 1967
33,0	0,909	$2,81 \pm 0,12$	De Amici et al., 1985
35,0	0,856	$2,56^{+0,17}_{-0,22}$	Wilkinson, 1967
53	0,57	$2,71 \pm 0,03$	Kogut et al., 1996
90	0,33	$2,46^{+0,40}_{-0,44}$	Boynnton et al., 1968
90	0,33	$2,61 \pm 0,25$	Millea et al., 1971
90	0,33	$2,48 \pm 0,54$	Boynnton, Stokes, 1974
90	0,33	$2,60 \pm 0,09$	Bersanelli et al., 1989
90	0,33	$2,72 \pm 0,04$	Kogut et al., 1996
90,3	0,332	$< 2,97$	Bernstein et al., 1990
113,6	0,264	$2,70 \pm 0,04$	Meyer, Jura, 1985
113,6	0,264	$2,74 \pm 0,05$	Crane et al., 1986
113,6	0,264	$2,75 \pm 0,04$	Kaiser, Wright, 1990
113,6	0,264	$2,75 \pm 0,04$	Kaiser, Wright, 1990
113,6	0,264	$2,834 \pm 0,085$	Palazzi et al., 1990
113,6	0,264	$2,807 \pm 0,025$	Palazzi et al., 1992
113,6	0,264	$2,279^{+0,023}_{-0,031}$	Roth et al., 1993
154,8	0,194	$< 3,02$	Bernstein et al., 1990
195,0	0,154	$< 2,91$	Bernstein et al., 1990
227,3	0,132	$2,656 \pm 0,057$	Roth et al., 1993
227,3	0,132	$2,76 \pm 0,20$	Meyer, Jura, 1985
227,3	0,132	$2,75^{+0,24}_{-0,29}$	Crane et al., 1986
227,3	0,132	$2,83 \pm 0,09$	Meyer et al., 1989
227,3	0,132	$2,832 \pm 0,072$	Palazzi et al., 1990
266,4	0,113	$< 2,88$	Bernstein et al., 1990
См. табл. 6	См. табл. 6	$2,728 \pm 0,002$	Fixsen et al., 1990
300	0,1	$2,736 \pm 0,017$	Gush et al., 1990



**Рис. 1.1.** Термодинамическая температура реликтового излучения в зависимости от частоты и длины волны. В диапазоне от 100 до 600 ГГц показаны данные FIRAS инструмента. Горизонтальная линия соответствует  $T_0 = 2,376$  К — наилучшая аппроксимация данных COBE. Для сравнения данные других экспериментов отмечены квадратами и треугольниками (ссылки см. в работе [Nordberg, Smoot, 1998])

Хорошо известно, что для чернотельного излучения эта температура ( $T_0$ ) определяет все спектральные характеристики излучения (см., например, [Ландау, Лифшиц, 1984]). Так, спектральная интенсивность излучения, определяемая как энергия, приходящаяся на единичный элемент площади в единичном телесном угле и единичном интервале частот, задаётся соотношением

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} n_\nu, \quad (1.2)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\nu$  — частота и  $n_\nu$  — спектральная плотность числа квантов. Для планковского излучения  $n_\nu$  является функцией лишь одного

параметра – температуры,

$$n_{\nu} = \left( e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^{-1}, \quad (1.3)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана, а соответствующая спектральная яркость равна

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left( e^{\frac{h\nu}{kT_0}} - 1 \right)^{-1} \quad (1.4)$$

Заметим, что для неравновесного излучения зависимость  $I_{\nu}$  от частоты будет иной, и в общем случае не обязательно будет характеризоваться лишь одним универсальным параметром – температурой. Из уравнения (1.4) легко получить асимптотики для  $B_{\nu}(T)$  в пределе значений  $\left( \frac{h\nu}{kT} \ll 1 \right)$

$$B_{\nu}^{RJ}(T) \approx \frac{2\nu^2}{c^2} kT \quad (1.5)$$

для диапазона Релея–Джинса и больших энергий квантов  $\left( \frac{h\nu}{kT} \gg 1 \right)$ ,

$$B_{\nu}^W(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (1.6)$$

для диапазона Вина. Как видно,  $B_{\nu}^{RJ}(T)$  описывает классическую (неквантовую) часть спектра, не зависящую от величины постоянной Планка. Формула Релея–Джинса хорошо известна в радиоастрономии как основа для определения яркостной температуры источника излучения со спектральной интенсивностью  $I_{\nu}$ :

$$T_A = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_{\nu}(T). \quad (1.7)$$

Как видно из выражения (1.7), для чёрнотельного излучения связь между термодинамической и яркостной температурой имеет вид

$$T_A(\nu) = T_0 \frac{x}{e^x - 1}, \quad (1.8)$$

где  $x = \frac{h\nu}{kT}$ . Таким образом, в пределе малых частот  $x \ll 1$  из



уравнения (1.8) немедленно следует равенство  $T_A = T_0$ , а при  $x \gg 1$  яркостная температура оказывается систематически ниже термодинамической. В дальнейшем нам потребуются наряду со спектральными интегральными характеристиками реликтового излучения: плотность энергии  $\epsilon_\gamma$ , концентрация квантов  $n_\gamma$ , плотность энтропии  $S_\gamma$  и средняя по спектру энергия квантов  $\bar{E}_\gamma$ . Все эти величины определяются для РИ стандартным образом [Ландау, Лифшиц, 1984], безотносительно к его космологической природе,

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_\gamma &= \sigma T_0^4 = 4,24 \cdot 10^{-13} \text{ эрг/см}^3, & n_\gamma &= 0,244 \left( \frac{kT_0}{\hbar c} \right)^3 = 414 \text{ см}^{-3}, \\ S_\gamma &= \frac{4}{3} \frac{\epsilon_\gamma}{kT_0} = 1,496 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}, & \bar{E}_\gamma &= \frac{\epsilon_\gamma}{n_\gamma} = 1,02 \cdot 10^{-15} \text{ эрг}, \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

где  $\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{15 \hbar^3 c^3} = 7,5640 \cdot 10^{-15} \text{ эрг/см}^3 \cdot \text{К}$  – постоянная излучения и  $\hbar = h/2\pi$ .

### 1.2.1. Электромагнитное излучение космоса

В начале этой главы мы уже упоминали о том, что проявление различного рода электромагнитных излучений космоса рассматривалось пионерами исследований РИ в качестве одного из серьёзных источников помех. Однако, в отличие от реликтового, электромагнитные излучения оптического, ультрафиолетового, рентгеновского,  $\gamma$ -диапазона, а также длинноволновое ( $\lambda > 1$  м) радиоизлучение имеют некосмологическую природу. Важнейшими характеристиками этих электромагнитных фонов является, как и в случае РИ, интенсивность и степень изотропии распределения на небе. В этом разделе нас будет интересовать главным образом изотропная внегалактическая компонента, получающаяся после вычитания из полного сигнала составляющей, связанной с активностью нашей Галактики. На рис. 1.2 [Halpern, Scott, 1990] приведено совместное распределение различных электромагнитных фонов по данным работ [Lagache et al., 1998; Hauser et al., 1998, Dwek, Arendt, 1998; Pozzetti et al., 1998; Miyaji et al., 1998; Sreekumar et al., 1998; Kappadath et al., 1999]. В длинноволновом пределе ( $\lambda > 10^3$  мм) отчётливо просматривается вклад от внегалактических радиоисточников, характери-

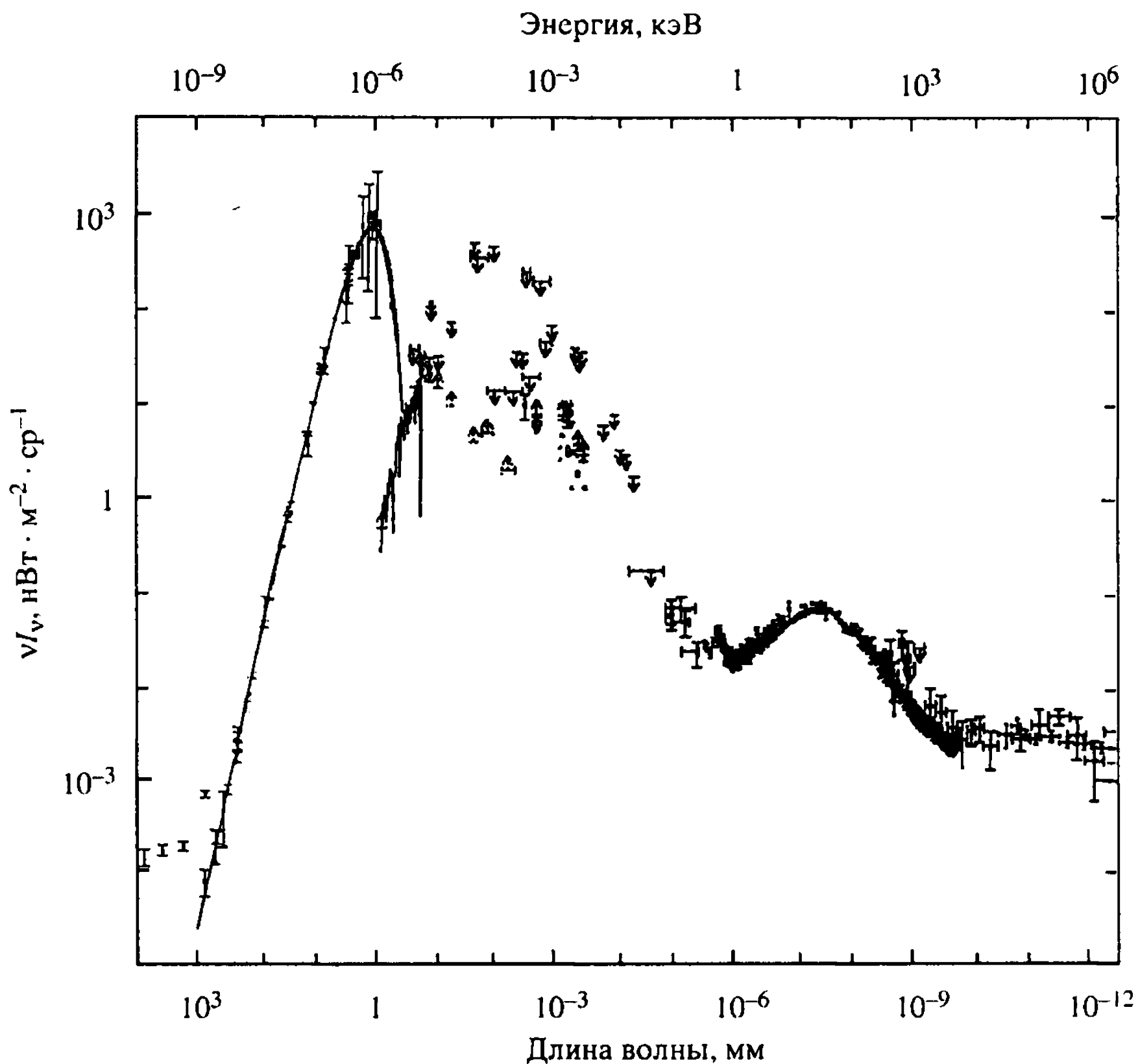


Рис. 1.2. Спектральная мощность внегалактического электромагнитного излучения во Вселенной

зубмый степенным спектром

$$I_\nu \approx 6 \cdot 10^3 \left( \frac{\nu}{1 \text{ ГГц}} \right)^\alpha \text{ Дж ср}^{-1} \quad (1.10)$$

с показателем спектра  $\alpha = -0,8 \pm 0,1$  [Longair, 1993] и 20%-ной неопределённостью в амплитуде. Суммарный вклад этого компонента в полную плотность энергии излучения крайне мал, однако роль этого фона оказывается весьма существенной для выяснения природы источников так называемых космических лучей сверхвысоких энергий ( $E \geq 10^{20}$ ) эВ [Blasi, 1999; Bhattacharjee, Sigl, 2000; Doroshkevich, Naselsky, 2002].

Заметим однако, что возрастание интенсивности  $I_\nu \propto \nu^{-0.8}$  при  $\nu \rightarrow 0$  имеет место лишь до частот  $\nu \sim 1 \div 3$  МГц. На это указывают данные [Clark et al., 1970; Simon, 1977; Longair, 1993] (см.

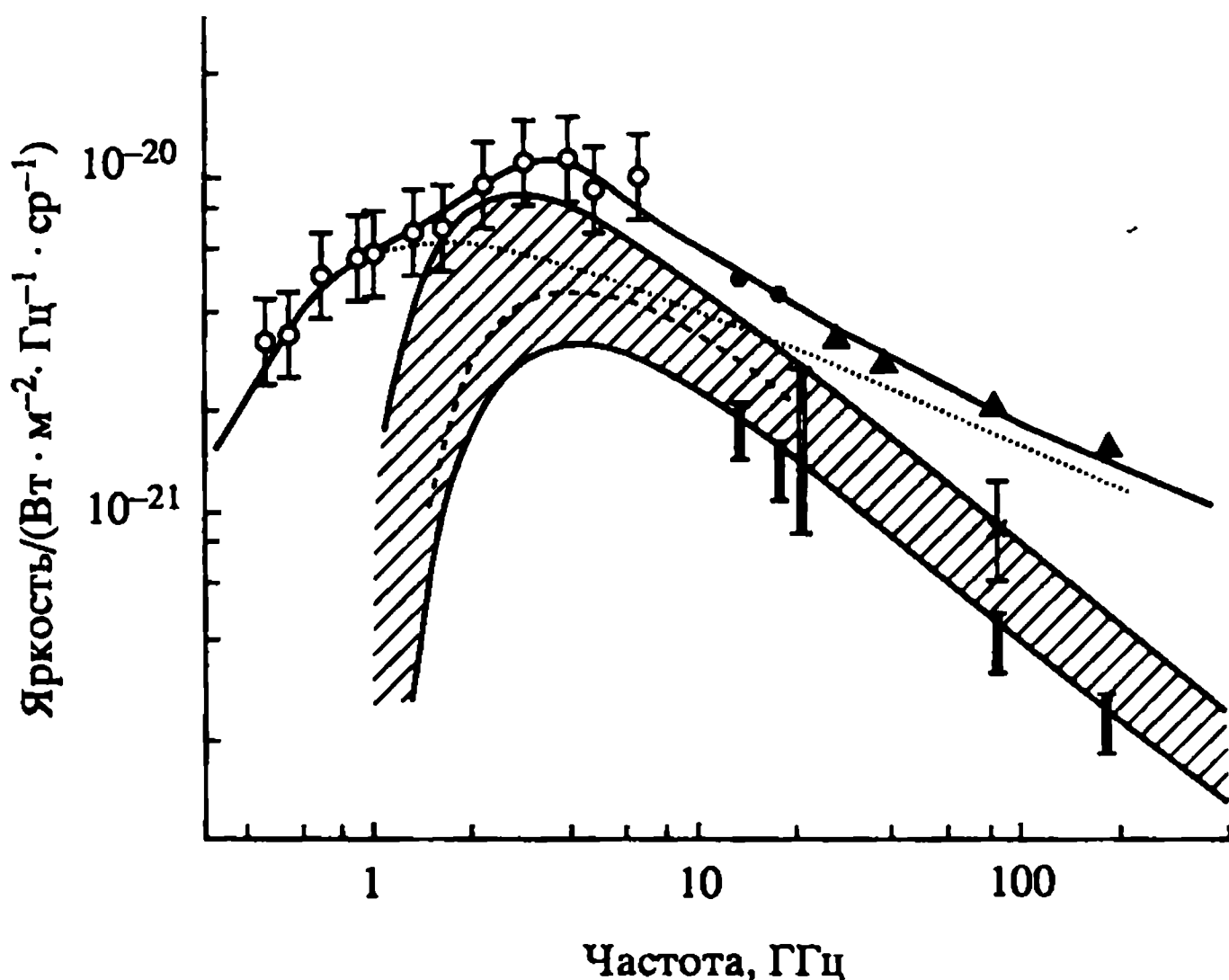


Рис. 1.3. "Излом" в спектре внегалактического радиофона

также рис. 1.3). При  $\nu \leq 3$  МГц наклон  $I_\nu$  изменяется и эффективный показатель становится равным  $\alpha \approx 1$ . Причины такого поведения могут быть связаны с синхронным самопоглощением излучения в источниках, ответственных за формирование длинноволнового радиофона [Longair, 1993].

Возвратимся, однако, к обсуждению фоновых излучений вне диапазона доминирования РИ. Наиболее полный обзор имеющихся наблюдательных данных в инфракрасном диапазоне длин волн от 1 мм до  $10^{-3}$  мм дан в работах [Hauser, 1998] и [Gispert et al., 2000]. Заметим, что исследования диффузного космического инфракрасного излучения имеют сравнительно недавнюю историю, хотя данные об интенсивности этого фона позволяют получить уникальную информацию об эволюции догалактической материи, динамики формирования галактик и звёзд. По-видимому, впервые указания на существование этого фона были получены в ракетных экспериментах (см., например, [Hauser et al., 1991]). Впоследствии ИК-фон специально исследовался с помощью DIRBE инструмента в рамках уже неоднократно упоминавшегося проекта COBE. В сочетании с FIRAS инструментом этого же проекта [Gispert et al., 2000] удалось получить уникальные данные о спектральных характеристиках инфракрасного излучения в диапазоне от 100 мк до 1 см, приведённые на рис. 1.4. На этом же рисунке приведены данные для оптического и

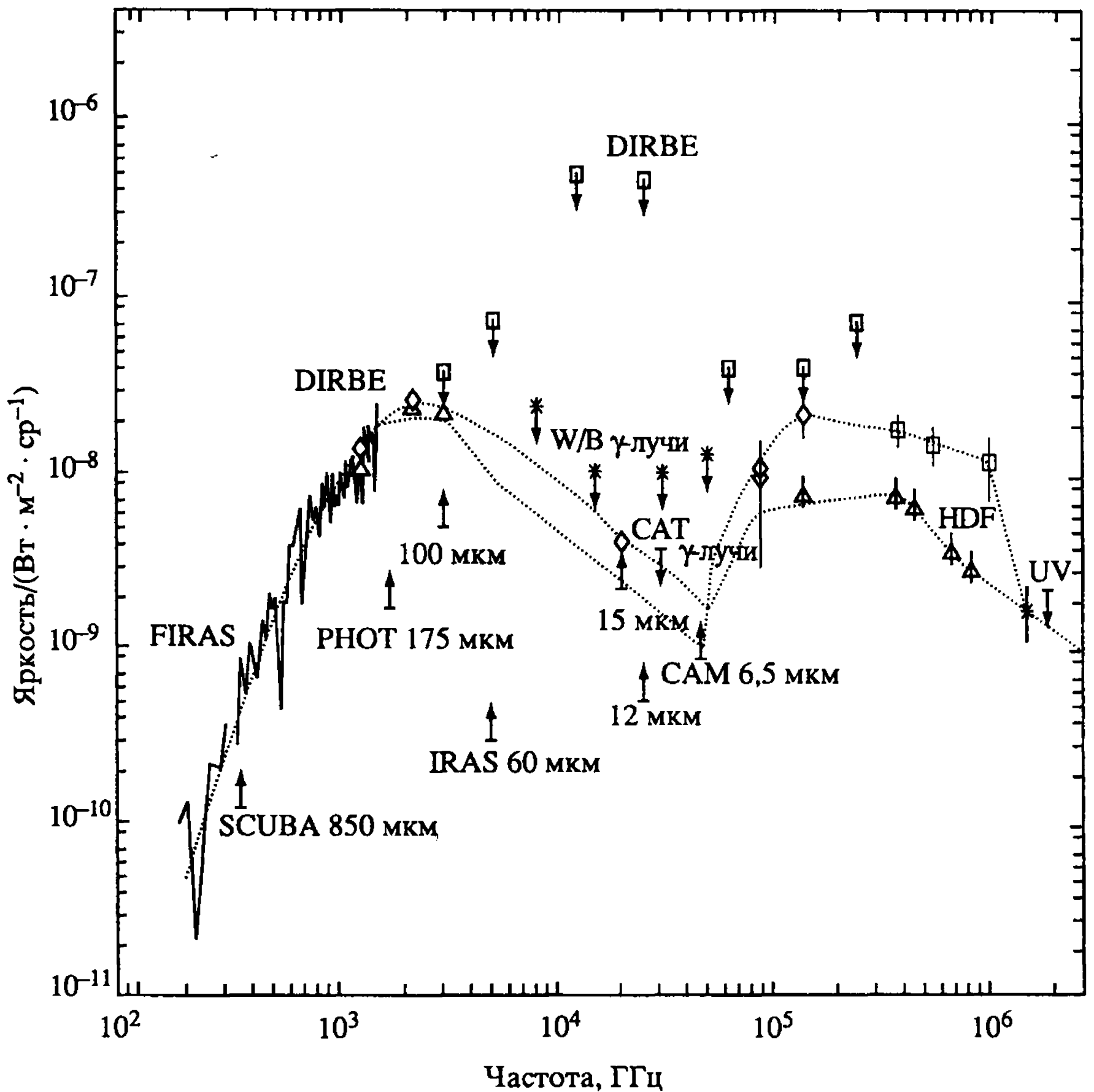
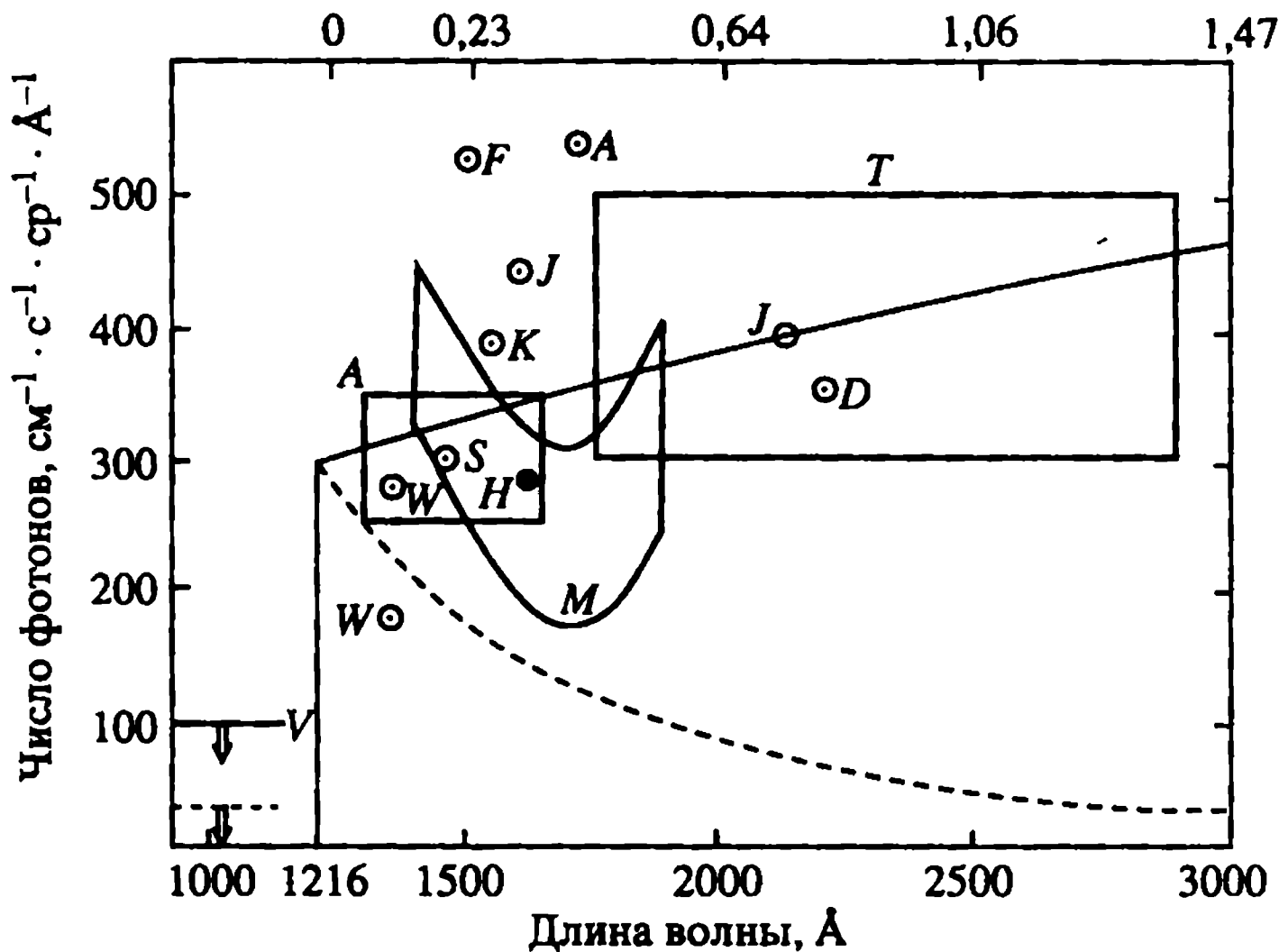


Рис. 1.4. Спектр внегалактического излучения от ультрафиолетового до миллиметрового диапазонов ([Gispert et al., 2000])

ультрафиолетового диапазонов, непосредственно следующих (по мере возрастания энергии квантов) за ИК-излучением. Важной особенностью этих диапазонов, как и в случае с ИК-фоном, является их генетическая связь с формирующимися в процессе эволюции Вселенной молодыми галактиками (оптический диапазон  $0,15 \div 2,3$  мк); диффузной тепловой эмиссией межгалактической среды и интегральной ультрафиолетовой (УФ) светимостью галактик и квазаров (УФ-диапазон;  $\lambda \approx 1000 \div 2500$  Å) (см. [Gispert et al., 2000] и соответствующие ссылки там).

В оптическом диапазоне в интервале длин волн  $\lambda \approx \approx 3200 \div 24\,000$  Å распределение интенсивности излучения доста-



**Рис. 1.5.** Ожидаемые пределы и наблюдательные данные по спектру внегалактического UV [Henry and Murthy, 1996]. Буквами обозначены соответствующие наблюдения: *V* – [Holberg, 1986] – сплошная линия и калибровка [Cook et al., 1989] – пунктирная линия. *A* ([Andersen et al., 1979]), *M* ([Martin and Bowyer, 1990]), *T* ([Tennyson et al., 1988]), *H* ([Hurwitz et al., 1990]), *W* ([Weller, 1983]), *S* ([Parese et al., 1979]), *J* ([Jakobsen et al., 1984]), *K* ([Onaka, 1990]), *D* ([Joubert et al., 1983]), *F* ([Fix et al., 1989]). Тонкая сплошная линия соответствует модели расширяющихся облаков – источников рекомбинационного излучения. Штриховая – [Murthy, 1996]

точно хорошо описывается законом

$$\lambda F_{\lambda} \approx A(\lambda) 10^{-6} \text{ эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{ср}), \quad (1.11)$$

где коэффициент  $A = 2,5^{+0,07}_{-0,04}$  при  $\lambda = 3600 \text{ \AA}$ ,  $A = 2,9^{+0,09}_{-0,05}$  при  $\lambda = 4500 \text{ \AA}$  и  $\lambda = 6500 \text{ \AA}$ ,  $A = 2,6^{+0,3}_{-0,2}$  при  $\lambda = 9000 \text{ \AA}$  [Gispert et al., 2000]. Как видно из этих данных, коэффициент  $A$  можно считать практически независимым от длины волны в широком интервале изменения  $\lambda$ . Лишь начиная с 2 мкм (22 000  $\text{\AA}$ ) наблюдается почти двукратное увеличение амплитуды  $A(\lambda)$  вплоть до  $A = 7 \pm 1$  [Gispert et al., 2000]. В отличие от оптической ситуация в ультрафиолетовом (УФ) диапазоне не является столь очевидной. Здесь крайне трудно выделить галактическую и внегалактическую компоненты. Считается (см., например, [Jakobsen, 1984; Henry, Murthy, 1996]), что УФ-наблюдения на высоких галактических углах выделяют главным образом внегалактическую компоненту, хотя до конца остаётся неясным, насколько сильно она искажается из-за влияния нашей Галактики. На рис. 1.5

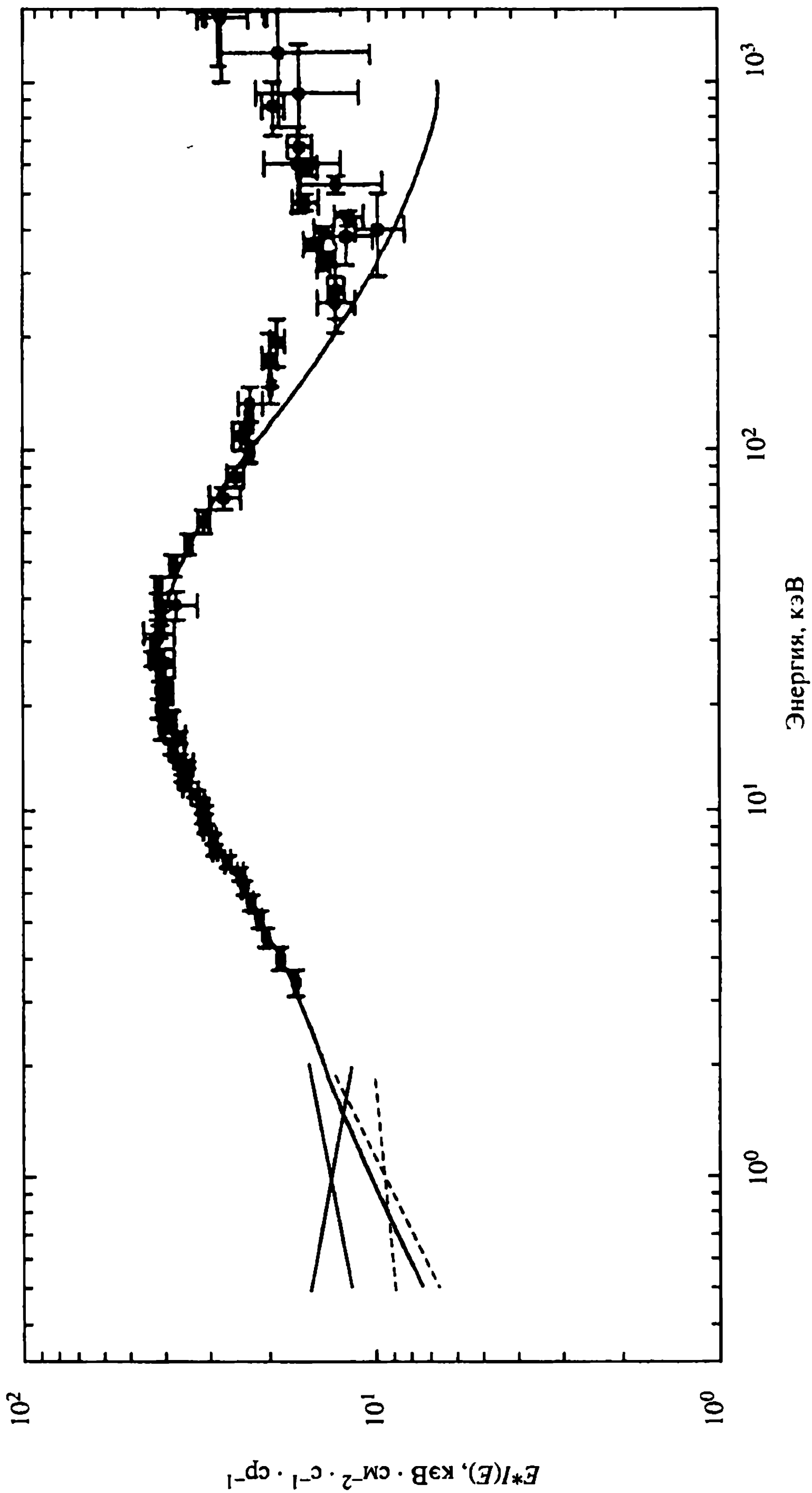


Рис. 1.6. Спектр рентгеновского фона в диапазоне  $1 \div 10^3$  кэВ [Zatsepin, 1996]. Сплошные линии соответствуют моделям формирования фона (см. [Zatsepin, 1996; Gehrels, Cheng, 1996])

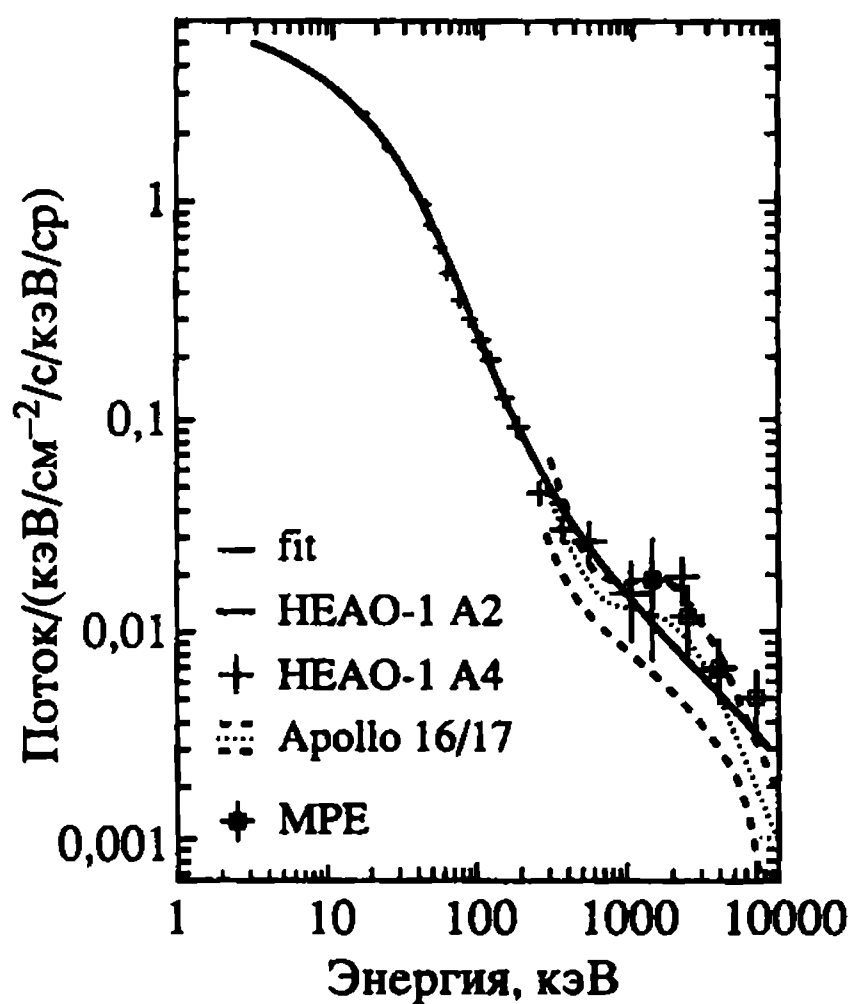
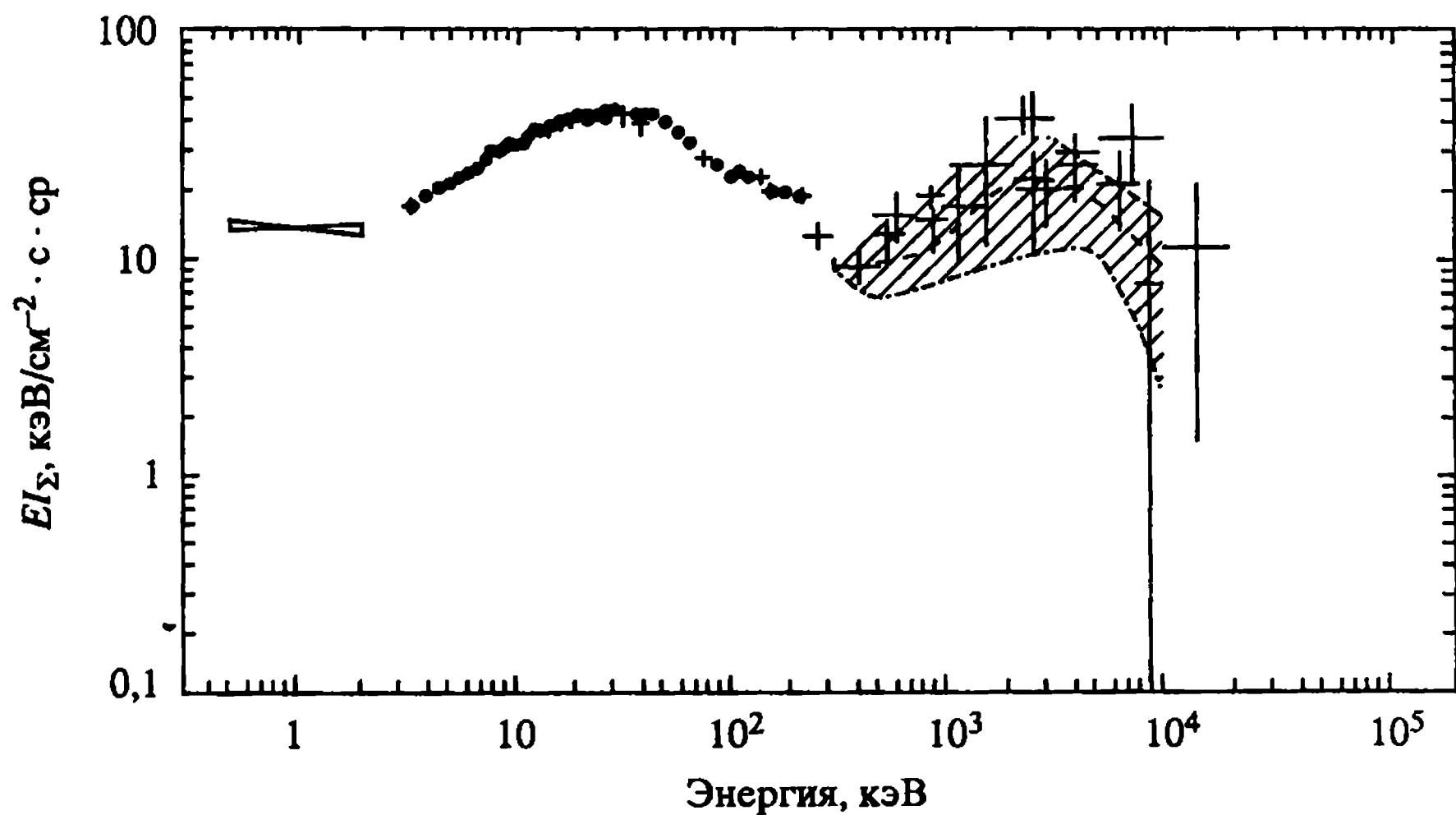


Рис. 1.7. Спектр диффузного, рентгеновского и гамма-фонов [Gruber, 1992]

Рис. 1.8. Пик в спектре гамма-фона [Gruber, 1992]. Зона  $0,5 \div 2$  кэВ соответствует данным ROSET [Hasinger, 1992]



приведено распределение потока частиц в интервале  $\lambda \approx 1000 \div 3000 \text{ \AA}$  из [Jakobsen et al., 1984] с учётом экспериментальных данных в этом спектральном диапазоне.

Двигаясь по шкале длин волн космического излучения, после УФ-диапазона мы попадаем в область диффузного рентгеновского излучения, приходящегося на длины волн от  $10^{-9}$  до  $10^{-6}$  мм (рис. 1.6). Примечательно, что этот диапазон длин волн стал изучаться ещё до открытия реликтового излучения. Уже в 1962 г. в ходе ракетных экспериментов была зарегистрирована диффузная рентгеновская компонента в сочетании с открытием



мощных дискретных источников рентгеновского излучения [Zamogani, 1993; Gehrels, Cheng, 1996]. Последовавшие затем рентгеновские обзоры неба с помощью спутников UNURU, ARIEL V, EINSTEIN, ROSAT, GINGA и др. позволили уверенно идентифицировать спектр диффузной компоненты, обладающей максимумом при энергиях квантов  $\bar{E} \approx 25$  кэВ и степенными асимптотиками при  $E < \bar{E}$  и  $E > \bar{E}$  с показателями  $\alpha_1 \approx 0,4$  и  $\alpha_2 \approx 1,4$  соответственно.

На рис. 1.7 приведены данные о спектре диффузного рентгеновского фона из работы [Zamogani, 1993] в совокупности с ожидаемым вкладом ядер активных галактик и квазаров. Результаты исследований роли сейфертовских галактик 1-го и 2-го типов в совокупности с учётом роли квазаров с рентгеновскими светимостями  $L_x \geq 5 \cdot 10^{44}$  эрг/с показывают, что эта компонента диффузного космического фона сформирована при сравнительно небольших красных смещениях  $z < 3$ . Заметим, что избыток интенсивности квантов при  $E > 10^2$  кэВ вплоть до 1 МэВ претерпевает излом в диапазоне  $E \geq 1$  МэВ, что наглядно видно на рис. 1.7 и рис. 1.8. В  $\gamma$ -области спектра, если следовать работе [Gehrels, Cheng, 1996], для квантов с энергией  $E > 1$  МэВ интенсивность  $I(E) \propto E^{-\alpha}$  может быть аппроксимирована набором степенных функций с показателями  $\alpha \approx 0,7$  при  $E \approx 1$  МэВ и  $\alpha \approx 1,7$  при  $2 \text{ МэВ} < E < 10 \text{ МэВ}$ . Для функции  $E I(E)$  распределение квантов по энергии отчётливо проявляется в форме пика (рис. 1.8). Заметим, что природа этого диффузного фона долгое время оставалась неясной несмотря на многочисленные попытки идентификации возможных источников его формирования. Вплоть до конца 90-х годов в гамма-диапазоне было зарегистрировано лишь несколько мощных источников гамма-излучения, таких как 3C273, CenA NGC4151 и NGC8-11-11 [Bassani et al., 1985]. Ситуация с гамма-фоном радикально изменилась после успешного запуска специализированного спутника COMPTON. В табл. 1.2 приведены результаты обработки данных этого проекта по отождествлению источников жёсткого  $\gamma$ -излучения с одновременным сопоставлением их активности в оптическом и радиодиапазоне.

В заключение этого раздела нам хотелось бы привести сводку наблюдательных данных по распределению интенсивности космических лучей (КЛ) с энергией выше  $10^2$  МэВ и вплоть до максимально достижимых в настоящее время энергий  $\sim 10^{21}$  эВ. На рис. 1.9 показано распределение потока космичес-

Таблица 1.2

Название	OVV	BL Lac	Сверхсвети- мость	Радиоизлу- чение	Плоский радио- спектр <sup>†</sup>	Оптич. поляри- зация > 3%
0202 + 149 (4C + 15,05)				•	•	•
0208-512 PKS				•	•	•
0235+164 (OD+160)			•	•	•	•
0420-014 (OA 129)	•			•	•	•
0454-463 PKS				•	•	
0528+134 PKS	•			•	•	
0537-441 PKS		•		•	•	•
0716+714		•	?	•	•	
0836+714 (4C+71,07)	•		•	•	•	
1101+384 (Mrk 421)		•	•	•	•	
1226+023 (3C273)			•	•	•	•
1253-055 (3C279)	•		•	•	•	•
1406-076				•	•	
1606+106 (4C+10,45)				•	•	
1633+382 (4C+38,41)	•			•	•	
2052-474				•	•	
2230+114 (CTA 102)			•	•	?	•
2251+158 (3C454,3)	•		•	•	•	•

<sup>†</sup> Радиоисточники с плоским радиоспектром  $\alpha_r > -0,5$  (в спектральном интервале  $2 \div 5$  ГГц).

Таблица 1.2 (окончание)

Название	Разность положения <sup>2</sup>	Неопреде- лённость положения <sup>3</sup>	Поток $10(10^{-6} \text{ см}^{-2} \cdot \text{ср}^{-1})$ $10(E > 100 \text{ МэВ})$	Фотонный спектральный индекс	$z$	Относительная светимость <sup>4</sup>
0202 + 149 (4C + 15,05)	0,3°	0,4°	0,3 ± 0,1			
0208-512 PKS	0,13°	0,13°	от 0,4 до 0,9	-1,7 ± 0,1	1,00	2
0235+164 (OD+160)	0,10°	0,3°	0,8 ± 0,1	-2,0 ± 0,2	0,94	2,0
0420-014 (OA 129)	0,5°	0,4°	0,4 ± 0,1		0,92	0,4
0454-463 PKS	0,27°	0,38°	0,25 ± 0,1		0,86	0,3
0528+134 PKS	0,13°	0,15°	от 0,4 до 1,6	-2,4 ± 0,1	2,06	от 4 до 13
0537-441 PKS	0,4°	0,6°	0,3 ± 0,1	-2,0 ± 0,2	0,894	0,2
0716+714	0,47°	0,4°	0,20 ± 0,06	-1,8 ± 0,2		
0836+714 (4C+71,07)	0,58°	0,50°	0,15 ± 0,04		2,17	1,1
1101+384 (Mrk 421)	0,3°	0,4°	0,14 ± 0,03	-1,9 ± 0,1	0,031	0,0002
1226+023 (3C273)	0,2°	0,5°	0,30 ± 0,05	-2,4 ± 0,1	0,158	0,008
1253-055 (3C279)	0,083°	0,08°	от 0,6 до 4,9	-2,0 ± 0,1	0,54	от 0,3 до 2
1406-076	0,2°	0,4°	1,0 ± 0,2		1,49	2
1606+106 (4C+10,45)	0,42°	0,50°	0,5 ± 0,2		1,23	1,6
1633+382 (4C+38,41)	0,08°	0,15°	от 0,4 до 1,4	-2,0 ± 0,1	1,81	от 3 до 11
2052-474	0,35°	0,5°	0,3 ± 0,1		1,489	0,6
2230+114 (СТА 102)	0,3°	0,4°	0,24 ± 0,07	-2,4 ± 0,07	1,037	0,5
2251+158 (3C454,3)	0,25°	0,22°	0,8 ± 0,1	-2,0 ± 0,1	0,859	0,5

<sup>2</sup> Разность между определением положения по гамма-излучению и известным положением идентифицированного источника. Большая часть данных являются предварительными.

<sup>3</sup> 68%-ная вероятность, что данный источник находится внутри круга с данным радиусом. Большая часть данных являются предварительными.

<sup>4</sup> Светимости (> 100 МэВ) при  $f \times 10^{48}$  эрг · с, где  $f$  – фактор направленности. Чёрные жирные точки означают наличие у данного источника отмеченных свойств.

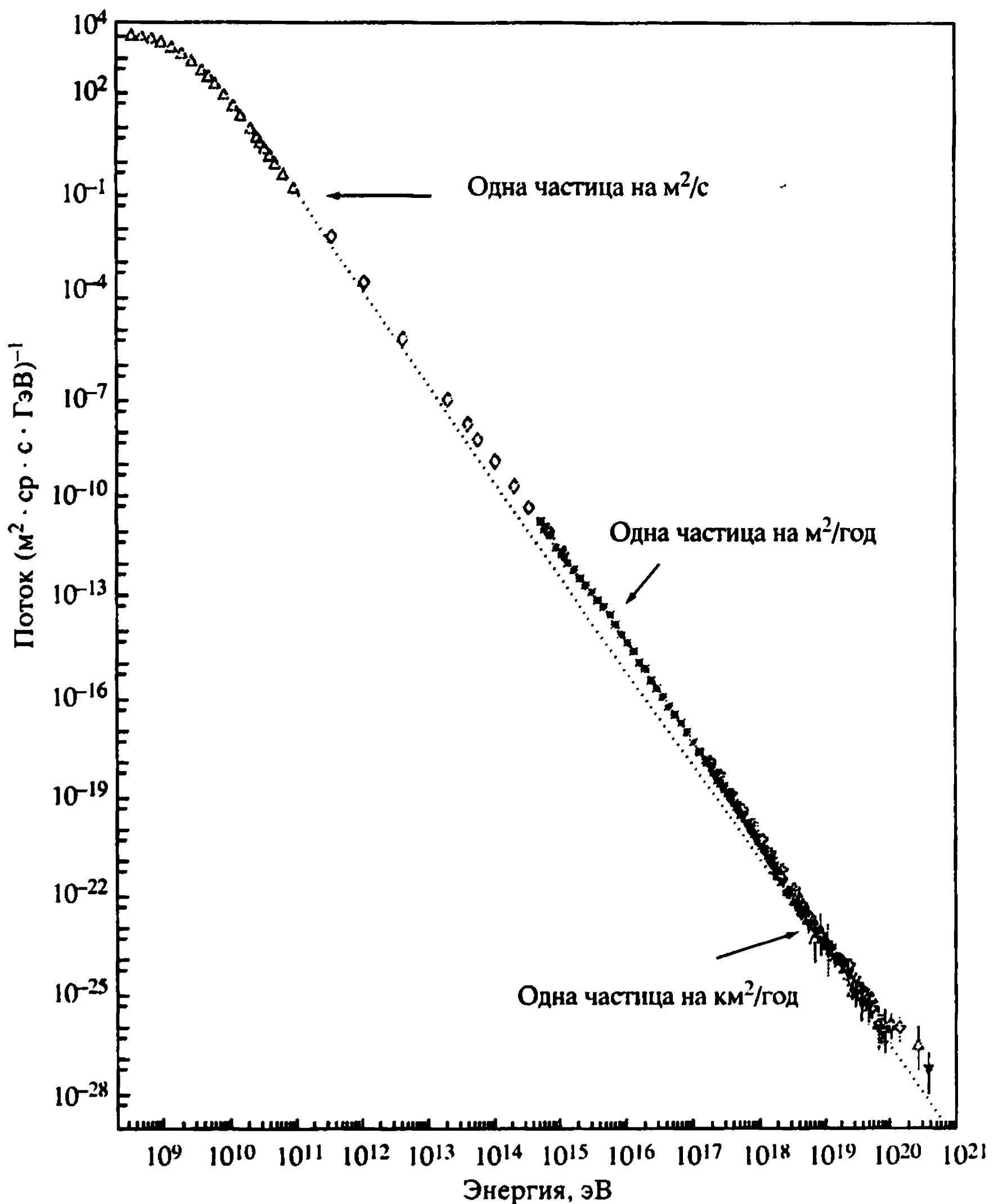


Рис. 1.9. Поток космических лучей в диапазоне  $10^2 \text{ МэВ} < E < 10^{21} \text{ эВ}$

ких лучей по энергии без специального выделения электромагнитной компоненты. Общепринято, что в диапазоне энергий  $10^{17} \div 10^{18} \text{ эВ}$  основными источниками формирования спектра космических лучей являются пульсары, ядра активных галактик, скопления галактик и ряд других не космологических источников ускорения частиц. Однако в диапазоне выше  $10^{18} \text{ эВ}$ , в особенности при  $E \geq 10^{20} \text{ эВ}$ , ситуация имеет менее тривиальный харак-

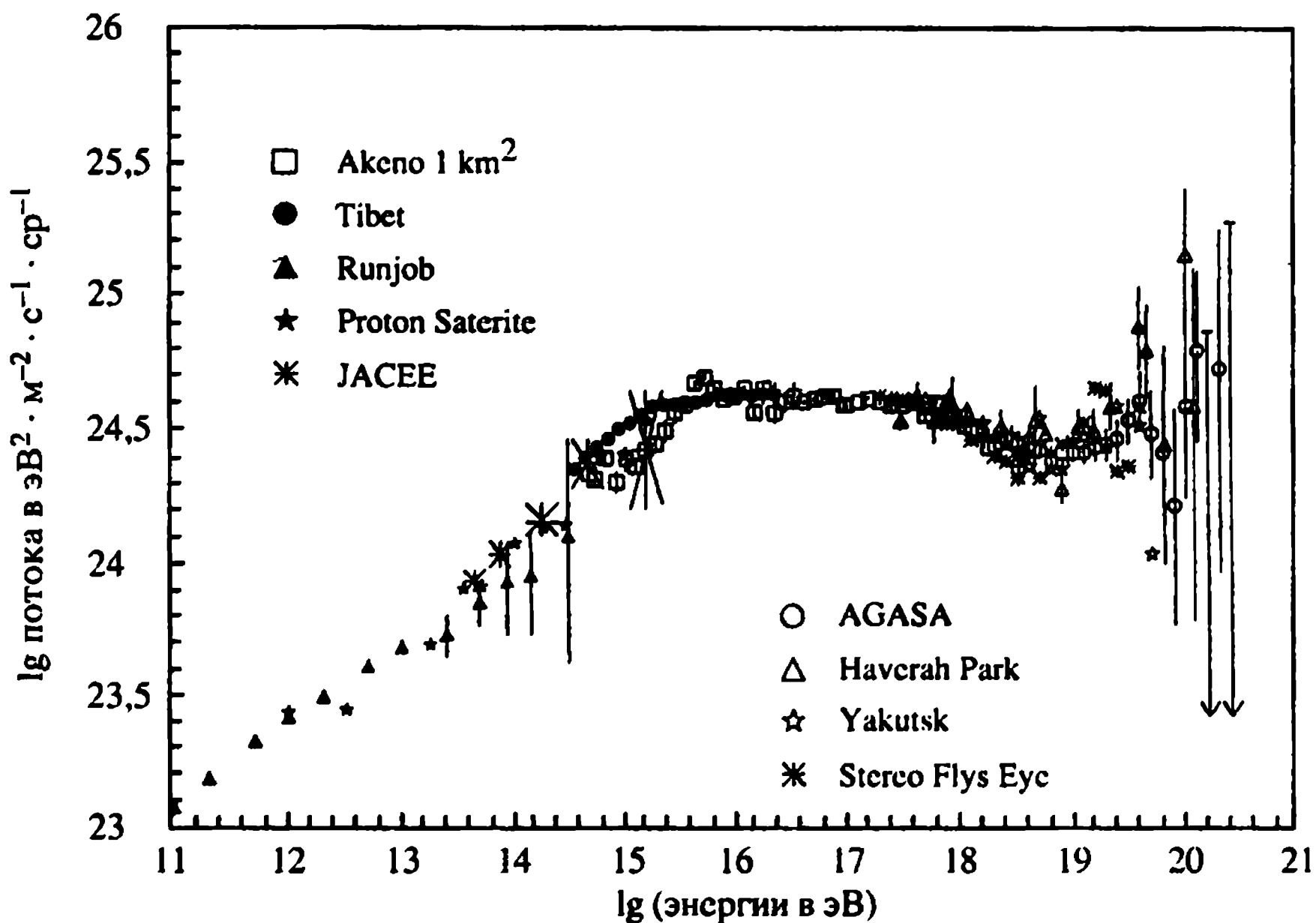


Рис. 1.10. Спектр UHECR по данным установок, отмеченных на рисунке

тер. Соответствующий комбинированный по данным экспериментов [Hayashida et al., 1994; Yoshida et al., 1995, Takeda et al., 1998; Ave et al., 2000; Yoshida, Dai, 1998; Lawrence et al., 1991] спектр так называемых космических лучей сверхвысоких энергий (UHECR) приведён на рис. 1.10. Заслуживает особого внимания тот факт, что несколько десятков событий зарегистрировано в диапазоне энергий выше так называемого Грайзен–Зацепин–Кузьмин-предела [Greisen, 1966; Зацепин, Кузьмин, 1966],

$$E_{\text{GZK}} \approx 7 \cdot 10^{19} \left( \frac{\bar{E}}{10^{-3} \text{ эВ}} \right)^{-1} \text{ эВ, где } \bar{E} \text{ – средняя энергия фона}$$

реликтового излучения. Суть проблемы UHECR заключается в том, что характерная длина свободного пробега нуклонов на реликтовом излучении ( $\gamma_{\text{СМВ}} + p \rightarrow p + e^+ + e^- + \gamma_b$ ) оказывается  $\sim 20$  Мпк [Greisen, 1966]. В этом случае наблюдаемый поток космических лучей у Земли должен характеризоваться существенной корреляцией между направлением прихода КЛ и ожидаемыми источниками их генерации. Однако данные экспериментов свидетельствуют о высокой степени изотропии фона, что является поводом для обсуждения гипотезы его космологической природы.

Таблица 1.3. Распределение энергии в различных компонентах космического фона

Частотный диапазон	Интенсивность	Фракция плотности энергии
Радио	[В м <sup>-2</sup> · ср <sup>-1</sup> ] 1,2 × 10 <sup>-12</sup>	1,1 × 10 <sup>-6</sup>
СМВ	9,96 × 10 <sup>-7</sup>	0,93
ИК	4–5,2 × 10 <sup>-8</sup>	0,04–0,05
Оптический	2–4 × 10 <sup>-8</sup>	0,02–0,04
Рентген	2,7 × 10 <sup>-10</sup>	2,5 × 10 <sup>-4</sup>
Гамма-излучение	3 × 10 <sup>-11</sup>	2,5 × 10 <sup>-5</sup>

Завершая обзор современных данных по распределению космического излучения от радиодиапазона и до УНЕСР-энергий частиц, мы приводим в табл. 1.3 сводку интенсивностей различных компонент и их вклад в полную плотность электромагнитной энергии во Вселенной. Как видно из этой таблицы, 93% полной плотности энергии электромагнитного излучения составляет реликтовое излучение, а оставшиеся 7% в основном приходятся на оптический и инфракрасный диапазоны. Принимая во внимание тот факт, что диффузные компоненты формируются при красных смещениях  $z \leq 3$ , мы приходим к хорошо известному в космологии результату: в ранней Вселенной при  $z \gg 3$  электромагнитная компонента материи была представлена лишь реликтовым излучением.

В процессе расширения Вселенной кванты реликтового излучения претерпевали доплеровский сдвиг частот, максимум спектра сдвигался в область низких энергий в соответствии с законом уменьшения температуры  $T_R(z) = T_0(1 + z)$  [Zeldovich, Novikov, 1983]. При этом плотность энергии излучения  $\epsilon_\gamma$ , концентрация квантов  $n_\gamma$  и плотность энтропии  $S_\gamma$  изменились с  $z$  по закону

$$\epsilon_\gamma = \bar{\epsilon}_\gamma (1 + z)^4, \quad n_\gamma = \bar{n}_\gamma (1 + z)^3, \quad S_\gamma = \bar{S}_\gamma (1 + z)^3, \quad (1.12)$$

где  $\bar{\epsilon}_\gamma$ ,  $\bar{n}_\gamma$ , и  $\bar{S}_\gamma$  соответствуют современным значениям при  $z = 0$  (см. уравнение (1.9)).

## 1.3. Барионная фракция материи во Вселенной

В предыдущем разделе мы привели сводку основных параметров электромагнитной компоненты современной плотности материи во Вселенной. Однако наряду с электромагнитным излучением современная Вселенная заполнена обычным барионным веществом, служащим исходным материалом для формирования звёзд, а впоследствии и ядерным топливом, обеспечивающим их светимость. Отличительной особенностью этой фракции материи является, как правило, крайне низкая температура вещества, значительно уступающая релятивистскому пределу

$$T_p \simeq \frac{m_p c^2}{k} \sim (10^{13}) \text{ К}, \text{ где } m_p \text{ — масса протона. Таким образом,}$$

барионная фракция материи должна изменяться по иному, по сравнению с реликтовым электромагнитным излучением, закону в ходе расширения Вселенной,

$$\rho_b = \bar{\rho}_b (1+z)^3, \quad (1.13)$$

где  $\bar{\rho}_b$  — современное значение барионной плотности при  $z = 0$ . В то же время хорошо известно, что сегодня эта фракция представлена в виде различных структурных образований, начиная с конденсированного состояния и заканчивая плазмой. Главным образом она сосредоточена в облаках газа и пыли, планетах, звёздах и звёздных остатках. В свою очередь эти фракции концентрируются в галактики, группы галактик и скопления. Таким образом, в отличие от электромагнитной компоненты, барионная материя структурирована сегодня в высокой степени. Собственно, анализируя наблюдательные проявления этих структурных образований, можно судить о содержании в них барионов, а следовательно, и об их космологической распространённости. Следуя [Fukugita et al., 1998], приведём оценки барионной плотности для различных структурных форм конденсации материи, используя стандартную нормировку средней плотности барионов  $\Omega_b = \bar{\rho}_b / \rho_{cr}$  на критическую плотность  $\rho_{cr} = 3H_0^2 / 8\pi G \simeq 1,8 \cdot 10^{-29} h^2$ , где  $h$  — постоянная Хаббла в долях 100 км / (с Мпк).

### 1.3.1. Звёзды и звёздные остатки в галактиках

Для характеристики роли звёзд и звёздных остатков в галактиках нужно различать две подсистемы звёзд и их остатков, связанных со структурой спиральных и эллиптических галактик,



а именно сферическую компоненту старых звёзд и дисковую компоненту, содержащую более молодые звёзды. Для каждого типа галактик вклады от этих двух подсистем в полную массу звёзд могут различаться. Так, например, у эллиптических галактик наиболее выражена сферическая подсистема звёзд, в то время как неправильные галактики имеют слабо выраженную или вообще отсутствующую сферическую компоненту. Оценки плотности барионов по этим двум основным галактическим компонентам приводят к следующим значениям параметра  $\Omega_b$ , [Fukugita et al., 1998]:

$$\begin{aligned}\Omega_{sp}h &= 0,0018^{+0,0012}_{-0,0009}, \\ \Omega_{\alpha}h &= 0,0006^{+0,0003}_{-0,0002}\end{aligned}\tag{1.14}$$

и отдельно для неправильных галактик

$$\Omega_{Ir}h = 0,0005^{+0,0003}_{-0,0002}.$$

### 1.3.2. Атомная и молекулярная газовые компоненты

Данные для этой фракции получены из обзоров [Rao, Briggs, 1993; Roberts, Haynes, 1994] для HI 21 см. Для атомарного водорода

$$\begin{aligned}\Omega_Hh &= 0,00025 \pm 0,00006, \\ \Omega_{H_2}h &\simeq 0,00020 \pm 0,00006.\end{aligned}\tag{1.15}$$

### 1.3.3. Барионы в скоплениях галактик

В основе оценок  $\Omega_b$  по данным о величине плотности вещества, сконцентрированного в скоплениях галактик, лежит предложенная в работе [Bachal, Chen, 1993] функция распределения числа скоплений (кластеров) в зависимости от их массы:

$$n_{cl}(>M) = 4 \cdot 10^{-5} h^3 \left(\frac{M}{M_*}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{M}{M_*}\right) \text{Мпк}^{-3},\tag{1.16}$$

где  $M_* = (1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ , а  $M$  – полная масса вещества внутри сферы радиусом  $1,5h^{-1}$  Мпк, охватывающей скопление.

Внутри этого радиуса распределение вещества близко к динамическому равновесию. Следуя [Fukugita et al., 1998], определим скопление галактик как объект с массой  $M > 10^{14} h M_{\odot}$ . Тогда

интеграл  $\int dM \cdot M \frac{dn_{cl}}{dM} = \rho_{cl}$  соответствует средней плотности барионной компоненты в скоплении (кластере):

$$\rho_{cl} = (7, 7_{-2,2}^{+2,5}) \cdot 10^9 h^2 M_{\odot} (\text{Мпк}^{-3}). \quad (1.17)$$

Нормируя  $\rho_{cl}$  на критическую плотность материи, получаем

$$\Omega_{cl} = 0,028_{-0,008}^{+0,009}. \quad (1.18)$$

Заметим, что масса газа между скоплениями галактик уверенно идентифицируется по данным рентгеновских наблюдений [Fabriant et al., 1986; Hughes 1989, White et al., 1993]. Пересчёт вклада этой компоненты на параметр  $\Omega_b$  свидетельствует о крайне малом вкладе межскопленческого газа в полную плотность барионов [White, Fabian, 1995; Mayers et al., 1997] по сравнению с (1.18):

$$\Omega_{HI,cl} h^{3/2} = 0,0016_{-0,0007}^{+0,001}. \quad (1.19)$$

### 1.3.4. Плазма в группах галактик

В основе оценок плотности барионной фракции в группах галактик лежат данные наблюдений жёсткого рентгеновского излучения с помощью спутника ROSAT [Mulchaey et al., 1996]. Согласно [Fukugita et al., 2000] для 18 групп галактик по данным измерений потоков мягкого рентгеновского излучения удалось оценить плотность барионной составляющей

$$\Omega_{HI,group} h^{3/2} \simeq 0,003_{-0,002}^{+0,004}. \quad (1.20)$$

### 1.3.5. Массивные компактные объекты гало (МАСНО)

Сразу после обнаружения эффекта синхронизирования излучения звёзд Большого Магелланова Облака [Alcock et al., 1997] природа этой галактической компоненты привлекает всеобщее внимание. Основываясь на данных [Alcock et al., 1997], можно утверждать, что мы столкнулись с проявлением объектов, по

массе близких к массе Солнца  $M_{\text{МАСНО}} \approx 0,5_{-0,2}^{+0,3} M_{\odot}$ . Однако до сих пор их природа остаётся предметом дискуссий. Фукужита и др. [Fukugita et al., 1998] отмечают, что если МАСНО состоит из барионов, то максимум параметра  $\Omega_b$  может достигать  $\Omega_{b,\text{МАСНО}} \approx 0,25$ . Однако эта оценка указывает лишь на верхнюю границу и может быть принята во внимание лишь с определённой осторожностью. В качестве контрпримера можно привести гипотезу о том, что эти объекты являются массивными чёрными дырами [Ivanov, Naselsky, Novikov, 1994], сформировавшимися на самых ранних фазах расширения Вселенной. Тогда доля барионов в этих объектах будет исчезающе мала,  $\Omega_b \approx 0$ .

### 1.3.6. Ly- $\alpha$ “лес” при красных смещениях $z \approx 3$

В отличие от современной эпохи, когда основными представителями барионной фракции материи являются звёзды, анализ Ly- $\alpha$  линий в абсорбционных спектрах квазаров позволяет оценить плотность барионной материи, находящейся в газобразной фазе при красных смещениях  $z \approx 3$ . Распространённость таких облаков и контраст плотности в них зависит от конкретной модели формирования структур в расширяющейся Вселенной. В работе [Rauch et al., 1997] показано, что для конкретного воспроизводства наблюдений абсорбционных Ly- $\alpha$  линий квазаров барионная фракция, заключённая в облаках, должна быть выше  $\Omega_{\text{Ly-}\alpha} h^2 \geq 0,017 \div 0,021$ . Однако эта оценка сильно зависит от выбора космологической модели [Fukugita et al., 1998]. К близкому выводу приходят и авторы работы [Hui et al., 2002], показавшие, что барионная плотность может достигать значений  $\Omega_b h^2 \approx 0,045$ . В данном случае речь идёт фактически о неопределённости, характеризуемой фактором 2, хотя нельзя исключить, что последующие уточнения моделей позволят существенно понизить эту оценку.

Суммируя результаты этого раздела, приведём табл. 1.4 ожидаемых значений плотности барионной фракции материи, основанную на перечисленных выше наблюдательных тестах и их теоретической интерпретации.

Принимая для оценок суммарную плотность барионной фракции  $\Omega_b h^2 \approx 0,02$ , легко оценить их концентрацию на настоящий момент времени:  $n_b \approx 2 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right) \text{ см}^{-3}$ . Для сравнения,

Таблица 1.4

Компонента	Среднее значение	Максимальное значение	Минимальное значение
1. Звёзды сферических подсистем	$0,0026h_{70}^{-1}$	$0,0043h_{70}^{-1}$	$0,0014h_{70}^{-1}$
2. Звёзды диска	$0,00086h_{70}^{-1}$	$0,00129h_{70}^{-1}$	$0,00051h_{70}^{-1}$
3. Звёзды в неправильных галактиках	$0,000069h_{70}^{-1}$	$0,000116h_{70}^{-1}$	$0,0000331h_{70}^{-1}$
4. Нейтральный атомарный газ	$0,00033h_{70}^{-1}$	$0,00041h_{70}^{-1}$	$0,00025h_{70}^{-1}$
5. Молекулярный газ	$0,00030h_{70}^{-1}$	$0,00037h_{70}^{-1}$	$0,00023h_{70}^{-1}$
6. Плазма в скоплениях	$0,0026h_{70}^{-1,5}$	$0,0044h_{70}^{-1,5}$	$0,0014h_{70}^{-1,5}$
7. Плазма в группах	$0,014h_{70}^{-1}$	$0,030h_{70}^{-1}$	$0,0072h_{70}^{-1}$
Газовая составляющая при $z \approx 3$			
10. Лайман-альфа облака	$0,04h_{70}^{-1,5}$	$0,05h_{70}^{-1,5}$	$0,01h_{70}^{-1,5}$

$h_{70}$  – постоянная Хаббла в долях 70 км/(с · Мпк).

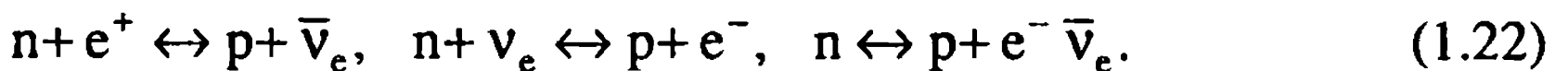
соответствующая концентрация квантов реликтового излучения составляет  $412 \text{ см}^{-3}$  и, следовательно,

$$\xi_{10} = 10^{10} \frac{n_b}{n_\gamma} = 274 \Omega_b h^2 \quad (1.21)$$

### 1.3.7. Космологический нуклеосинтез и наблюдаемая распространённость лёгких химических элементов

Как мы уже отмечали в разделе 1.1, проблема объяснения современного химического состава вещества была отправной точкой создания и развития современной космологии. Начиная с пионерских работ Г. Гамова и его коллег, теория космологического синтеза лёгких химических элементов постоянно совершенствовалась, набирая всё большую предсказательную силу. Мы уже отмечали, что чернотельный (планковский) характер спектра реликтового излучения свидетельствует о существовании в прошлом локального термодинамического равновесия между излучением и  $e^+e^-$  плазмой. Это равновесие неизбежно

должно нарушаться после аннигиляции  $e^+e^-$ , когда характерная температура плазмы сравнима с  $T \approx m_e c^2/k \sim 10^{10}$  К. До этого момента высокая концентрация электронно-позитронных пар, сравнимая с концентрацией гамма-квантов, обеспечивает не только равновесие между ними, но и между электронными нейтрино  $\nu_e$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_e$ . В свою очередь присутствие в космологической плазме электронных нейтрино ( $\nu_e \bar{\nu}_e$ ) обеспечивает равновесие между нейтронами и протонами в реакциях слабого взаимодействия [Hayashi, 1950; Wagoner, 1973; Olive, Steigman, Walker, 2000]



Поскольку характерные скорости реакций слабого взаимодействия  $\Gamma = \langle \sigma_{\nu p,n} n_\nu c \rangle$ , где  $n_\nu$  – концентрация нейтрино, пропорциональны  $T^5$ , а температура плазмы убывает в процессе расширения Вселенной, ясно, что с некоторого момента  $t_*$  равновесие между протонами и нейтронами в реакциях слабого взаимодействия будет нарушено<sup>1</sup>. Формально момент “закалки” реакции (1.22) можно найти из условия  $\Gamma(t_*) \cdot t_* = 1$ . Детальные расчёты показывают [Olive, Steigman, Walker, 2000], что соответствующая моменту  $t_*$  температура плазмы оказывается близкой к  $T(t_*) = 10^{10}$  К  $\sim 1$  МэВ. При этом остаточное отношение концентрации нейтронов к протонам описывается больцма-

новским фактором  $(n/p) \approx e^{\frac{-\Delta mc^2}{kT_*}}$ , где  $\Delta m$  – разница в массах покоя протона и нейтрона. Сразу же после замораживания реакций слабого взаимодействия энергетически выгодным оказывается соединение нейтрона и протона в ядро дейтерия:  $n + p \leftrightarrow D + \gamma$ .

Однако, в силу большого количества квантов с энергией  $E \sim 2,7kT$  ( $n_\gamma/n_\nu \sim 10^{10}$ ), реакции фотодиссоциации дейтерия оказываются чрезвычайно эффективными и равновесная концентрация дейтерия в момент закалки оказывается крайне низкой. Как мы уже отмечали ранее, в процессе расширения Вселенной максимум спектра реликтового излучения смещается в область низких температур. При этом в виновском участке

<sup>1</sup> Зависимость  $\Gamma \propto T^5$  легко получить из следующих соображений. При энергиях частиц  $\sim 1$  МэВ сечения процессов (1.22)  $\sigma \propto E^2$ , где  $E \sim kT$  – средняя энергия нейтрино. Концентрация нейтрино  $n_\nu$  в равновесии с плазмой близка к концентрации  $\gamma$ -квантов и, следовательно,  $n_\nu$  пропорционально  $T^3$ .

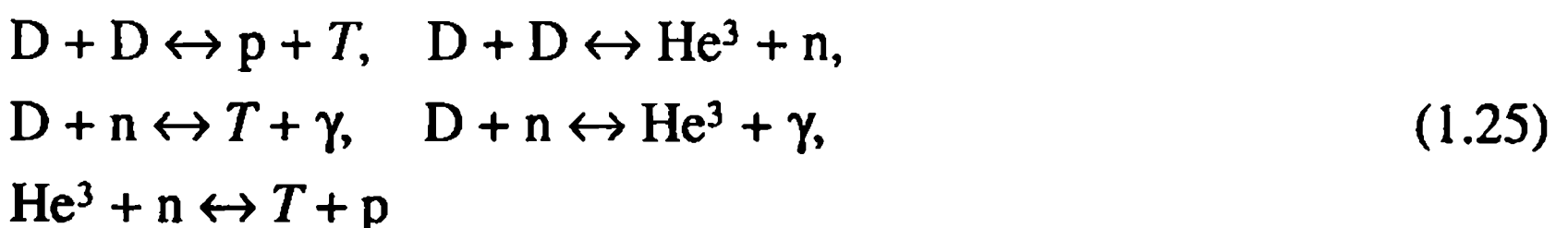
спектра концентрация квантов убывает как  $\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$ . Поскольку энергия связи ядра дейтерия составляет  $E_D = 2,2$  МэВ, легко найти критическое значение температуры  $T = T_D$ , начиная с которой процесс фотодиссоциации становится неэффективным. Это значение температуры соответствует условию  $\xi^{-1} \exp\left[-\frac{E_D}{kT_D}\right] \approx 1$ , где  $\xi = \frac{n_N}{n_\gamma} \sim 10^{-10}$  и приводит к величине  $T_D \approx 0,1$  МэВ [Wagoner, 1973]. При этом характерное время, отсчитываемое от начала расширения Вселенной, оказывается близким к  $t_D \sim 10^2$  с, что очень важно для последующих оценок верхней границы распространения космического  $\text{He}^4$ . Дело в том, что от момента “закалки” ( $t_* \approx 1$  с) реакций слабого взаимодействия (1.22) и до момента “закалки” реакций фотодиссоциации дейтерия нейтроны распадаются свободно, с характерным временем  $\tau_N \approx 887 \pm 2$  с [Olive, Steigman, Walker, 2000]. Следовательно, закалённая концентрация нейтронов к моменту  $t_D$  уменьшится до

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{t_D} \approx \left(\frac{n}{p}\right)_{t_*} e^{-\frac{t_D}{\tau_N}} \quad (1.23)$$

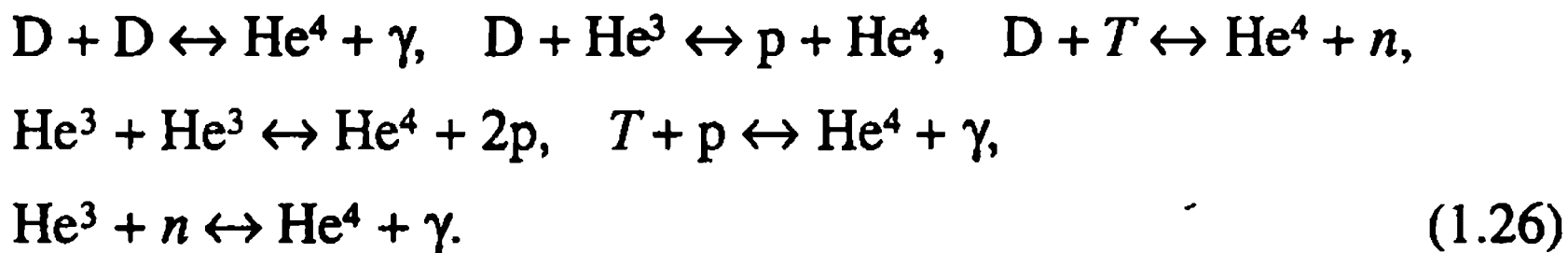
Даже если в последующем все свободные нейтроны свяжутся в ядра  $\text{He}^4$ , его массовая концентрация будет равна

$$X_{\text{He}^4}^{\max} \approx \frac{2\left(\frac{n}{p}\right)_{t_D}}{1 + \left(\frac{n}{p}\right)_{t_D}} \approx 0,26. \quad (1.24)$$

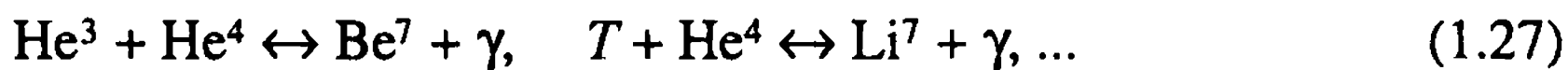
В действительности, предсказываемое в ходе космологического нуклеосинтеза содержание  $\text{He}^4$  оказывается ещё ниже. Дело в том, что сразу же после “закалки” фотодиссационных процессов для дейтерия реакция синтеза  $n + p \rightarrow D + \gamma$  быстро приводит к формированию дейтериевого пика в концентрации лёгких химических элементов. При этом сразу же включаются реакции переработки дейтерия в тритий и  $\text{He}^3$ ,



и далее в гелий-4,



В силу отсутствия ядер с атомным номером  $A = 5$  и  $A = 8$  синтез Li, Be и более тяжёлых элементов осуществляется через каналы

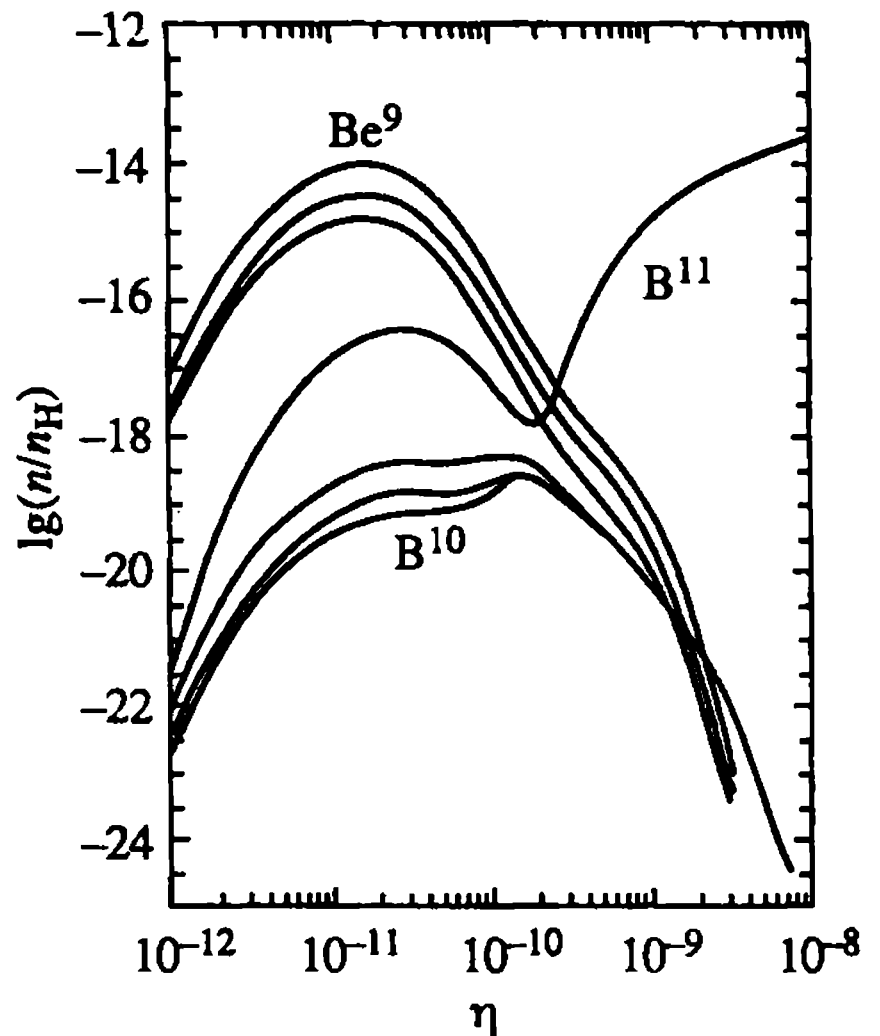
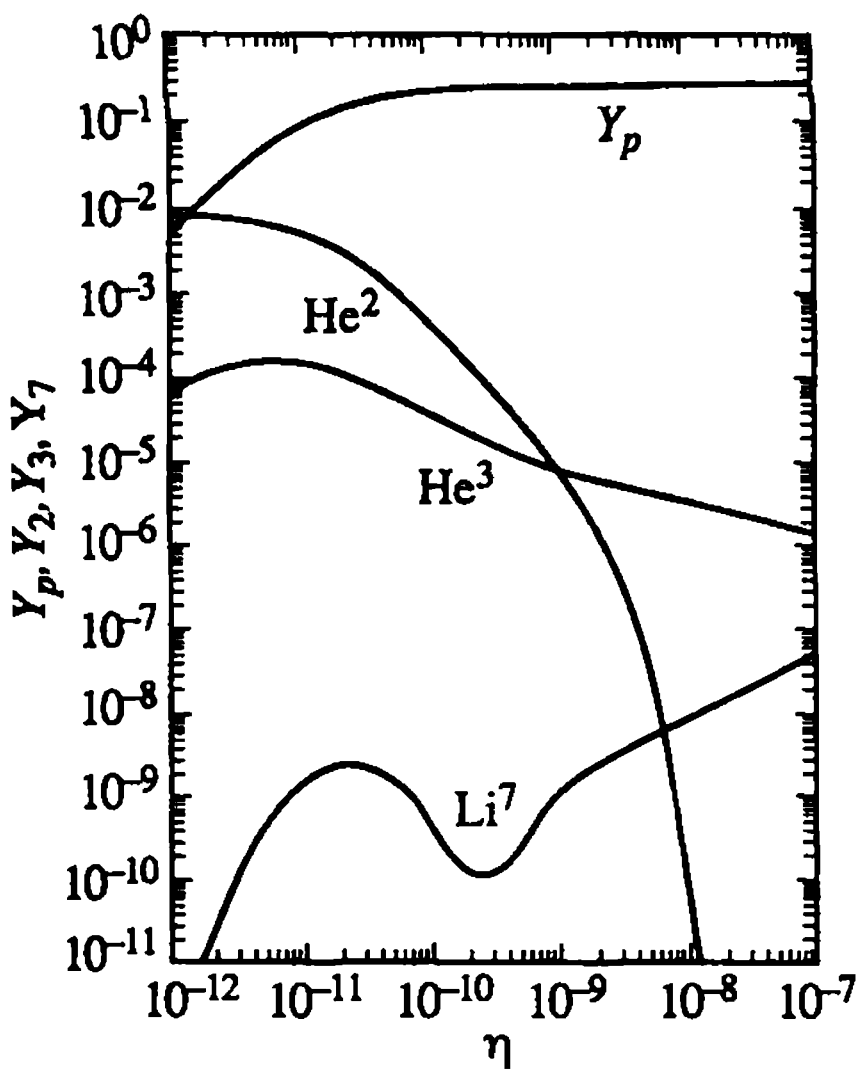
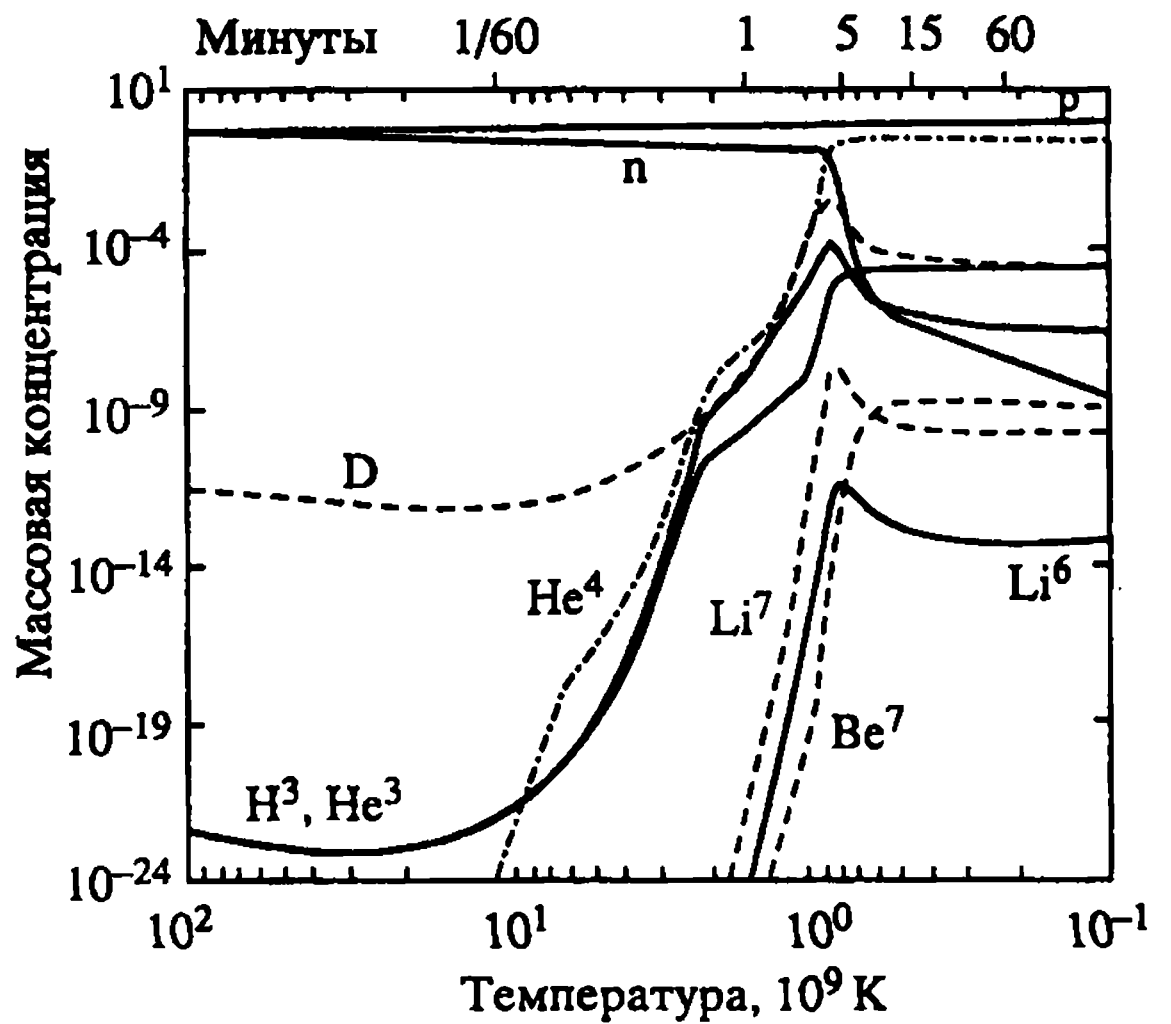


На рис. 1.11 приведены массовые концентрации лёгких химических элементов и их изотопов на сегодня без учёта их возможной трансформации в процессе образования и эволюции звёзд в зависимости от параметра  $\eta$  [Olive, Steigman, Walker, 2000]. На рис. 1.12 приведена зависимость массовых концентраций  $\text{Be}^9$  и  $\text{B}^{10-11}$  от  $\eta$ .

Таковы в общих чертах предсказания современной теории космологического нуклеосинтеза, основанные на “горячей” модели однородной и изотропной Вселенной. Как видно из рис. 1.11 и 1.12, предсказания теории относительно современных концентраций  $\text{He}^4$  и в особенности дейтерия оказываются весьма чувствительными к величине современной плотности барионов при условии, что температура и концентрация квантов реликтового излучения известна. Таким образом, в наблюдательной космологии появляется новая возможность уточнения современной плотности барионной материи, базирующаяся на анализе космической распространённости  $\text{He}^4$ , D и  $\text{Li}^7$ . Заметим, однако, что этот метод носит косвенный характер прежде всего потому, что в процессе формирования звёздных населений галактик лёгкие химические элементы могут как синтезироваться (например,  $\text{He}^4$ ), так и выгорать. Поэтому детальный анализ возможных каналов трансформации первичного химического состава барионной материи к его современному состоянию является одной из наиболее важных проблем современной астрофизики, привлекающей к себе всё более пристальное внимание. Важным вспомогательным фактором, позволяющим надеяться на успешную реализацию программы отождествления первичного химического состава вещества является хорошо известный наблюдательный факт – различные химические элементы содержатся в разных объектах в различных соотношениях. Например, дейтерий можно обнаружить главным образом в холодных облаках нейтрального газа (области HI) посредством анализа УФ-погло-



**Рис. 1.11а.** Динамика синтеза легких химических элементов в горячей Вселенной



**Рис. 1.11б.** Зависимость массовых концентраций  $He^4$ , дейтерия ( $He^2$ ),  $He^3$  и лития-7 ( $Li^7$ ) от параметра  $\eta$

**Рис. 1.12.** То же, что и на рис. 1.11б, но для  $Be^9$ ,  $B^{10}$  и  $B^{11}$

щения с основного уровня (см. ссылки [Olive, Steigman, Walker, 2000]). В то же время распространённость  $He^3$  можно определить радиоастрономическими методами, аналогичными наблюдению линии 21 см, но для  $He^{3+}$ , сосредоточенного в облаках горячего ионизованного водорода III. Тритий же наблюдается в абсорб-

ционных спектрах горячих маломассивных звёзд. При этом, естественно, два наиболее распространённых после водорода изотопа –  $\text{He}^4$  и  $\text{D}$  играют главную роль в определении современной величины барионной плотности во Вселенной.

Рассмотрим этот аспект проблемы более детально.

а) *Космический гелий-4*. Как известно, наряду с космологическим нуклеосинтезом, изотоп  $\text{He}^4$  может синтезироваться, хотя и не в таких больших количествах, в процессе звёздной эволюции. Поэтому для уверенного отождествления верхнего предела его космологической распространённости в работах [Pagel et al., 1992; Skillman, Kennicutt, 1993; Skillman et al., 1994; Izotov, Thuan, Lipovetsky, 1994; Olive, Steigman, 1995; Izotov, Thuan, 1998] было предложено сконцентрироваться на анализе содержания  $\text{He}^4$  во внегалактических областях III, характеризующихся заведомо низкой металличностью. Поскольку выборка таких облаков насчитывает около 40 участков, соответствующая точность определения  $X_{\text{He}^4}$  оказывается достаточно высокой ( $\sim 1\%$ ) [Olive, Steigman, Walker, 2000]. Кроме того, поскольку наиболее бедные металлами области в выборке содержат  $2 \div 3\%$  от солнечного обилия, пересчёт массовой концентрации  $\text{He}^4$  на его среднюю распространённость характеризуется неопределённостью на этом же ( $\sim 2\%$ ) уровне погрешностей. Так, в работе [Olive, Steigman, 1995] оценка массовой концентрации  $\text{He}^4$  по низкометаллическим III областям [Pagel et al., 1992] приводит к  $Y_{\text{He}^4} \approx 0,234 \pm 0,003$ . В то же время Изотов и Туан [Izotov, Thuan, 1998] получают по несколько более расширенной выборке  $Y_{\text{He}^4} \approx 0,244 \pm 0,002$ . В работе [Skillman, E. Terlevich, R. Terlevich, 1998] отмечено, что причиной расхождения этих двух оценок может явиться недоучёт столкновительного возбуждения рекомбинирующих линий гелия-4, что приводит к уменьшению  $Y_{\text{He}^4} \approx 0,241 \pm 0,002$ . Сюда же следует включить и эффекты, относящиеся к области систематики, как неточности в оценке поглощения, приводящие к увеличению содержания  $\text{He}^4$  в анализируемых областях. Принимая во внимание эти факторы, можно сделать достаточно надёжную оценку космологической распространённости  $\text{He}^4$ :  $0,228 \leq Y_{\text{He}^4} \leq 0,248$  [Olive, Steigman, 1995].

б) *Космический дейтерий*. Общепринято (см., например, [Olive, Steigman, 1995] и литературу там), что космологическая распространённость дейтерия является одним из наиболее надёжных тестов для отождествления современной плотности барион-

ной фракции материи. Прежде всего, в отличие от  $\text{He}^4$ , его космологическая распространённость существенным образом зависит от параметра  $\xi$ , что позволяет сузить интервал возможных значений  $\Omega_b h^2$ , обеспечивающий совпадение предсказаний теории космологического нуклеосинтеза и наблюдательных данных. Кроме того, в отличие от  $\text{He}^4$  космологический дейтерий в ходе формирования звёзд и галактик может только разрушаться [Olive, Steigman, 1995]. Следовательно, особый интерес вызывают к себе именно те наблюдения, в которых отождествляется как можно более высокое содержание дейтерия [Epstein, Lattimer, Schramm, 1976]. Любопытно, что без учёта эволюции химического состава нашей Галактики содержание дейтерия по отношению к водороду оценивается по данным УФ-наблюдений как  $D/H \approx (1,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$  [Linsky, 1998]. Следует упомянуть и сравнительно недавние измерения обилия дейтерия в атмосфере Юпитера [Mahaffy et al., 1998], которые приводят к оценке  $D/H \approx (2,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$ . В ряду новых методов оценки космической распространённости дейтерия важное место занимают наблюдения низкометаллических облаков при высоких ( $z \sim 2 \div 4$ ) красных смещениях. В работе [Tytler, Fan, Burles, 1996] исследовались спектры абсорбционной системы Q1937–1009 ( $z \approx 3,572$ ). Было показано, что для такой системы  $D/H = (2,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$ . Для аналогичного комплекса Q1009+2956 было зафиксировано  $D/H = (4,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$ . Суммируя результаты этих работ, можно указать на 95%-ном уровне значимости наиболее предпочтительный интервал для распространённости дейтерия

$$2,9 \cdot 10^{-5} \leq D/H \leq 4 \cdot 10^{-5}. \quad (1.28)$$

Следует отметить и недавнюю работу [O'Meara et al., 2001], в которой сообщено об измерении дейтерия в QSO HS0105+1619 при  $z = 2,536$ . Соответствующая распространённость  $D/H = (2,54 \pm 0,23) \cdot 10^{-5}$ . С некоторой долей осторожности можно сказать, что эти оценки приводят к ограничению параметра  $\eta_{10} = 10^{10}\eta$  в интервале значений  $4,2 \leq \xi_{10} \leq 6,3$ . Принимая во внимание зависимость  $\eta_{10}$  от плотности барионной фракции, получаем

$$0,015 \leq \Omega_b h^2 \leq 0,023. \quad (1.29)$$

Заметим, что неопределённость в выборе интервала параметров  $\xi_{10}$  и  $\Omega_b$  могла бы, в принципе, минимизироваться по космическому литию [Olive, Steigman, Walker, 2000].

в) *Литий*. Распространённость изотопа  $\text{Li}^7$  оценивается по данным наблюдений около 100 горячих звёзд населения II.

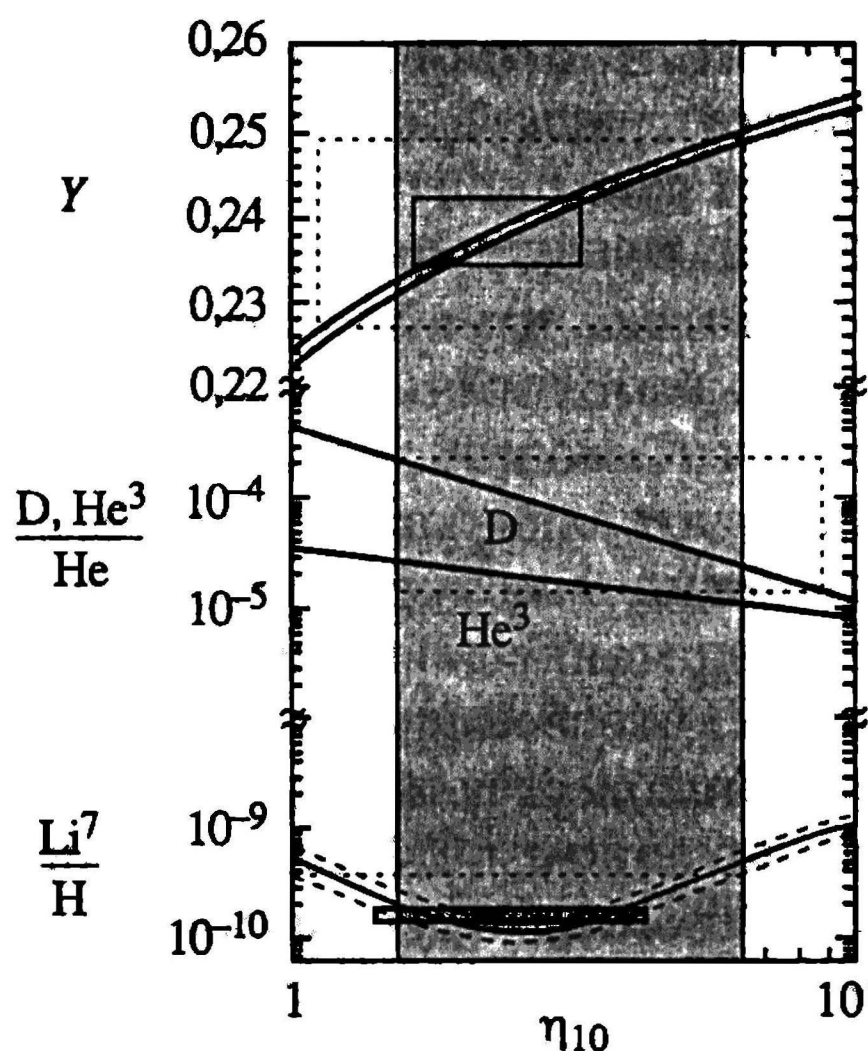


Рис. 1.13. Теоретические предсказания и наблюдательные ограничения на распространённость легких химических элементов во Вселенной в зависимости от параметра  $\eta_{10}$

Для таких звёзд с высокой поверхностной температурой  $T > 5500$  К и сравнительно малой металличностью ( $\sim 0,05 z_{\odot}$ ) удаётся определить содержание  $\text{Li}^7/\text{H} = (1,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-10}$  [Molaro, Primas, Bonifacio, 1995]. Однако, как отмечалось ранее, наблюдаемое содержание  $\text{Li}^7$  ни в коей мере нельзя трактовать как первичное. Интересующихся более детально этими вопросами мы адресуем к оригинальным работам [Molaro, Primas, Bonifacio, 1995; Ryan, Norris, Beers, 1999; Cayre et al., 1999; Ryan et al., 2000]. Суммируя результаты теоретических предсказаний массовых содержаний лёгких химических элементов и наблюдательных данных об их распространённости, мы приводим сводную диаграмму (рис. 1.13), на которой погрешности определения включены в серую зону. Как видно из этого рисунка, оптимальным диапазоном для параметра  $\eta_{10}$  является  $1,5 \leq \eta_{10} \leq 6,3$ , что означает, что современная плотность барионной фракции материи не превышает  $\Omega_b h^2 = 0,023$ . В пересчёте на величину постоянной Хаббла  $H_0 = 70$  км/(с · Мпк) ( $h = 0,7$ ) этот результат прекрасно согласуется с результатами отождествления барионной плотности во Вселенной по данным об Ly- $\alpha$  облаках.

### 1.3.8. Глобальные параметры современной Вселенной

Ранее мы уже неоднократно указывали, что в современной космологии намечается значительный прогресс не только благодаря детальному изучению спектра реликтового электромагнитного излучения, но и благодаря открытию целого ряда новых и уточнению ставших уже классическими тестов наблюдательной космологии. В этой связи проблема, что представляет собой основная по плотности фракция материи в космосе – “тёмная

материя”, какова её физическая природа и свойства, в какой степени она определяет возраст Вселенной, по-прежнему сохраняет свою актуальность и более того, ставит перед физикой целый ряд новых принципиальных вопросов. Естественно, что два важнейших параметра, а именно: современная плотность “тёмной материи” и величина постоянной Хаббла не могут рассматриваться в отрыве друг от друга. С другой стороны, два этих параметра – доля плотности, заключённая в скрытой массе  $\Omega_{dm}$ , и постоянная Хаббла  $H_0$  являются основными параметрами, характеризующими современное расширение Вселенной, предопределяя кроме того и возможные эволюционные треки её будущего. К тому же, как мы уже видели в предыдущих разделах, величина постоянной Хаббла определяет не только возраст Вселенной, но и является тем нормировочным параметром, через который выражается плотность барионной фракции материи на сегодня.

В этом разделе мы исследуем главным образом наблюдательный аспект проблемы измерения двух глобальных параметров – плотности тёмной материи  $\Omega_{dm}$  и постоянной Хаббла  $H_0$ <sup>2</sup>. Каждый из этих параметров имеет давнюю и довольно драматическую историю. Напомним, что ещё с середины 40-х и до конца 50-х годов величина постоянной Хаббла оценивалась в 5÷10 раз выше, чем её современное значение, что приводило к аномально низкому возрасту Вселенной. Проблема “тёмной материи” в астрофизике была сформулирована чуть раньше, в середине 30-х годов. С одной стороны, эта материя проявила себя как стабилизатор видимой (“светящейся”) компоненты галактик [Zwicky, 1957], а с другой стороны – в форме однородно распределённой компоненты (космологической постоянной) приводит к увеличению теоретически предсказываемого возраста Вселенной (Шкловский, 1965; Кардашев, 1967).

Обе эти проблемы являются по-прежнему актуальными и в настоящее время, стимулируя развитие новых методов, уточняющих значения  $H_0$  и  $\Omega_d$ . В этом разделе мы кратко остановимся на обсуждении современного статуса наблюдения этих двух важнейших глобальных параметров современной Вселенной.

---

<sup>2</sup> Мы включаем в  $\Omega_{dm}$  не только невидимую материю, сосредоточенную в галактиках и их скоплениях, но и однородно распределённую компоненту – космологическую постоянную, или квинтэссенцию.



**1. Постоянная Хаббла.** Удивительно, но вся “драма идей” последних двадцати лет в связи с определением величины постоянной Хаббла была заложена ещё в начале 80-х годов (а наметившаяся ещё раньше), когда практически одновременно Сендидж и Тамман, а также де Вокулёр пришли к двум взаимоисключающим оценкам величины  $H_0$ . Согласно работе [Sandage, Tamman, 1982],  $H_0 = 50$  км/(с · Мпк). По оценкам [de Vaucouleurs, 1982] она была почти в два раза выше:  $H_0 = 90 \div 100$  км/(с · Мпк). Любопытно, что уже тогда среди астрофизиков бытовала шутка – если хочешь узнать величину постоянной Хаббла, возьми данные Сендиджа и Таммана, сложи их с данными де Вокулёра и раздели пополам.

Оказалось, что в этой шутке, как и в любой другой, заложен элемент истины, если не вся она. Дело в том, что современные данные по изучению величины постоянной Хаббла, основанные на использовании моделей расширяющихся фотосфер сверхновых II типа, приводят к величине  $H_0 = 73 \pm 9$  км/(с · Мпк) [Schmidt et al., 1994]. К близким значениям приводит и метод определения  $H_0$  по запаздыванию сигнала при линзировании квазаров. Франк и Тонри [Franx, Tonry, 1999] нашли, что для системы 0957 + 561  $H_0 = 71 \pm 7$ . Сравнительно недавно эффект задержки был зафиксирован для трёх линз. В 0218 + 357; В 1608 + 656 и PKS 1830–211. Для системы В 0218 + 357 по времени запаздывания [Biggs et al., 1999] нашли  $H_0 = 69_{-19}^{+13}$ . Для В 1608 + 656 соответствующая величина  $H_0 = 64 \pm 7$  при  $\Omega_{dm} = 0,3$  и  $59 \pm 7$ , если полная плотность материи во Вселенной соответствует  $\Omega_{dm} = 1$  [Koormans, Fassnacht, 1999]. Следует подчеркнуть, что для этого метода зависимость времени запаздывания от  $\Omega_{dm}$  достаточно слаба, однако её необходимо принимать во внимание при обработке данных экспериментов [Fukugita, 2000].

Наряду с цитированными выше методами определения величины  $H_0$  следует остановиться и на таких астрономических методах как наблюдение цефеид, планетарных туманностей, сверхновых типа I как с помощью наземных телескопов, так и в особенности космическим телескопом “Хаббл”

В табл. 1.5 приведена сводка данных по определению постоянной Хаббла, основанной на использовании перечисленных выше методов (см. ссылки в таблице). Комбинируя эти данные с результатами, полученными по линзированию квазаров, мы приводим современное значение постоянной Хаббла по данным

Таблица 1.5

Вторичные индикаторы	Ссылки	Постоянная Хаббла
Тест Талли–Фишера	HST-KP (Sakai et al., 2000)	$71 \pm 4 \pm 7$
Фундаментальная плоскость	HST-KP (Kelson et al., 1999)	$78 \pm 8 \pm 10$
SBF	HST-KP (Ferrarese et al., 2000)	$69 \pm 4 \pm 6$
SBF	Tonry et al. (2000)	$77 \pm 4 \pm 7$
SNeIa	Riess et al. (1995)	$67 \pm 7$
SNeIa	Hamuy et al. (1996)	$63 \pm 3 \pm 3$
SNeIa	Jha et al. (1999)	$63^{+5,6}_{-5,1}$
SNeIa	Suntseff et al. (1999)	$65,6 \pm 1,8$
SNeIa	HST-KP (Gibson et al., 1999)	$68 \pm 2 \pm 5$
SNeIa	Saha et al. (1999)	$60 \pm 2$
Итог (см. текст)		$(64-78) \pm 7$

обзора [Fukugita, 2000]<sup>3</sup>,

$$H_0 = (71 \pm 7) \times_{0,95}^{1,15}, \quad (1.30)$$

где 10%-ный источник ошибок в круглых скобках связан с погрешностями измерений расстояния до Большого Магелланова Облака (БМО)  $L \approx 50$  кпк, являющегося стандартной “единицей” измерения расстояний до космических объектов. Как видно из уравнения (1.30), на верхнем пределе  $H_0$  достигает уже упоминавшегося уровня  $H_0 \approx 90$  км/(с Мпк), а на нижнем –  $H_0 \approx 60$  км/(с · Мпк). Заметим, что значения  $H_0$ , близкие к  $H_0 = 58 \pm 6$  км/(с · Мпк) получены в работе [Tammann, 1999] из данных о распределении скоростей SNeIa с помощью космического телескопа “Хаббл” (рис. 1.14а, б).

**2.  $\Omega_{dm}$ -параметр.** Определение полной плотности материи во Вселенной включает оценку как кластеризованной компоненты  $\Omega_{dm}$ , так и возможной диффузно распределённой компоненты, не вошедшей в галактики и их скопления и однородно распределённой во Вселенной. По традиции мы будем связывать эту компоненту с космологической постоянной  $\Lambda$  (и соответствующим параметром  $\Omega_\Lambda$ ), фоном маломассивных частиц (например, нейтрино) или иными физическими полями, возможность при-

<sup>3</sup> Верхний индекс (1,15) соответствует выбору знака “+”, нижний (0,95) – знаку “-”.



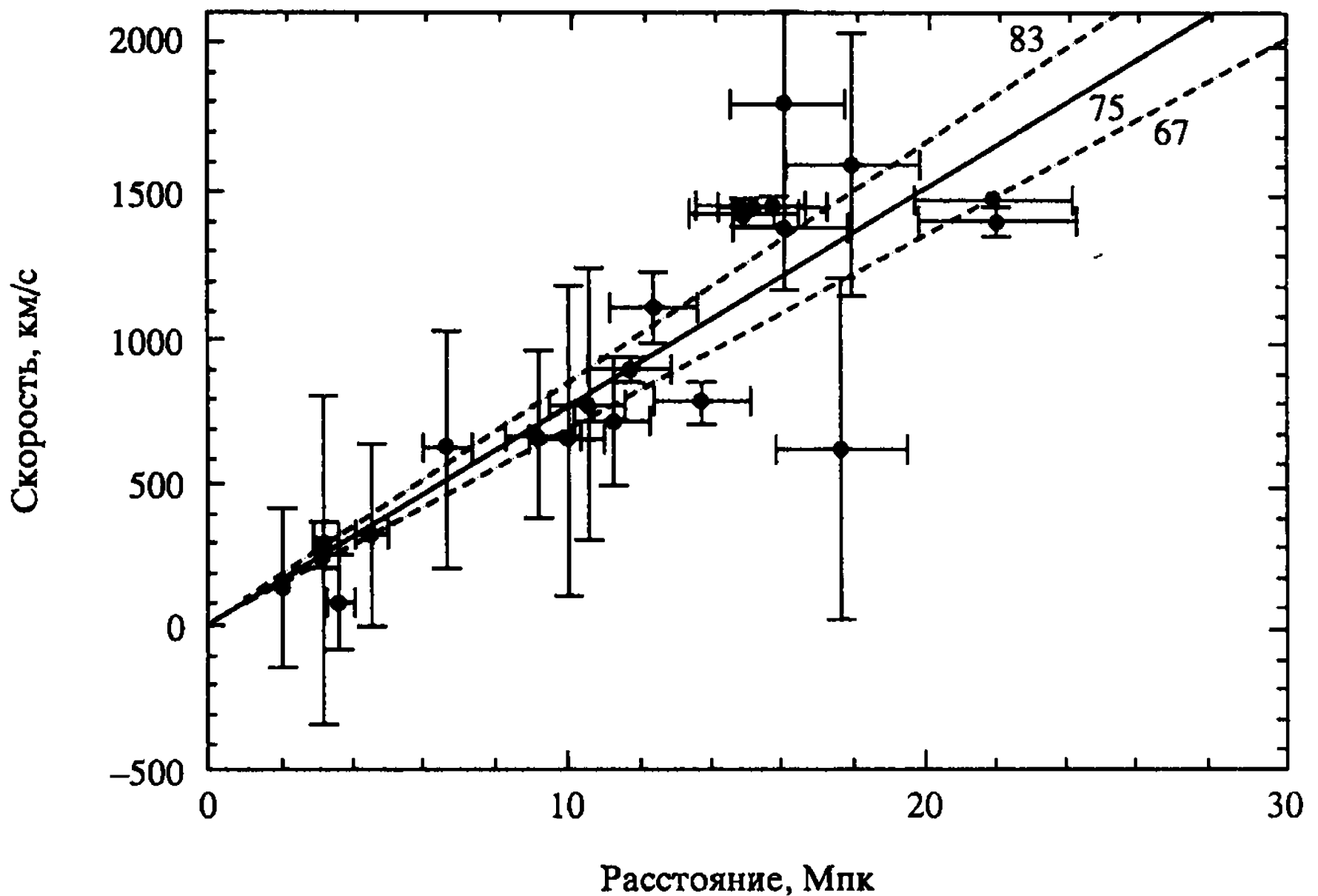
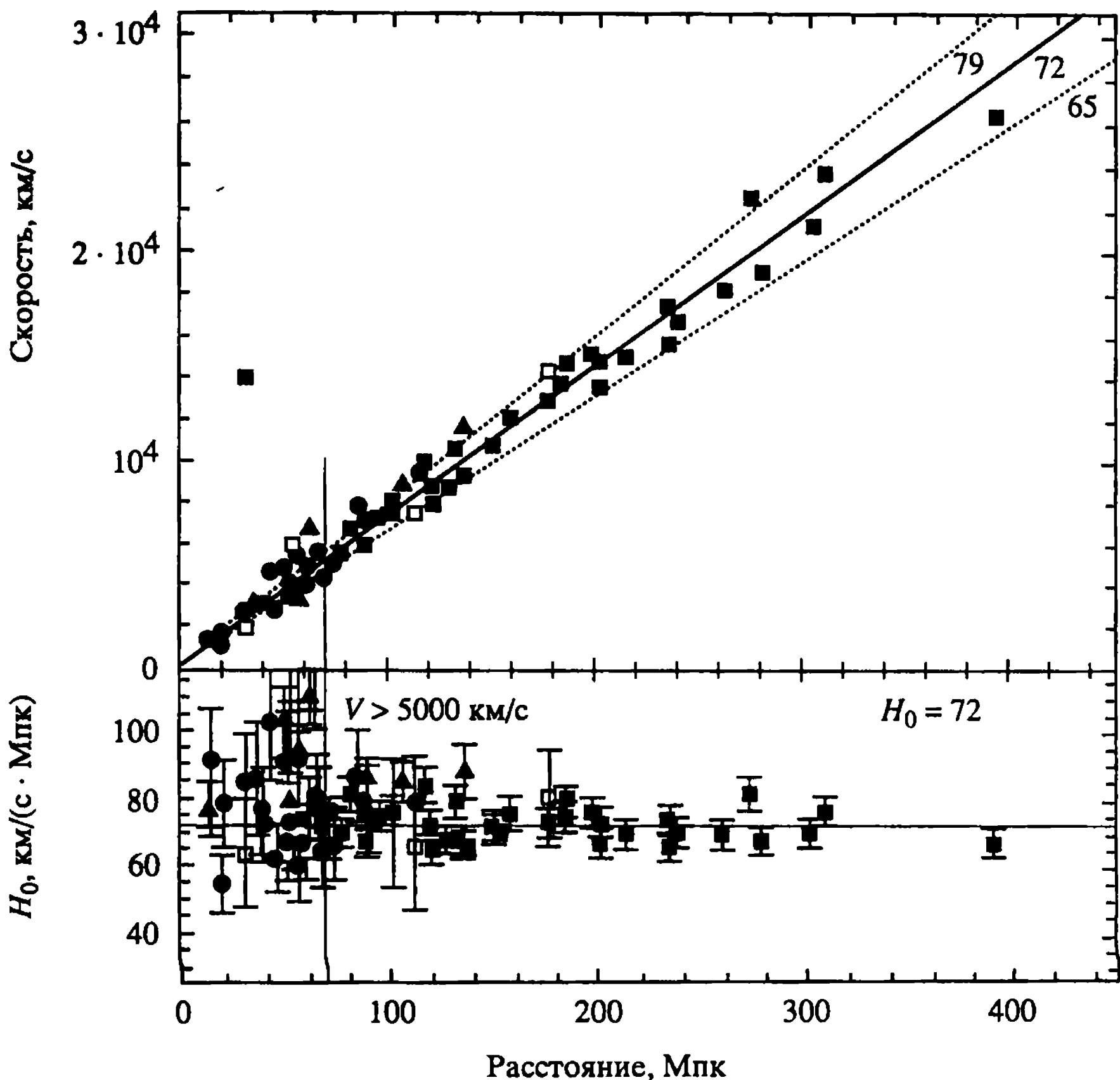


Рис. 1.14а. Диаграмма Хаббла для цефеид

сутствия которых в современной Вселенной активно обсуждается в литературе (так называемую квинтэссенцию). Различия в характере пространственного распределения “темной” материи диктуют и различия в методах её обнаружения. Заметим, что в этом параграфе мы главным образом сконцентрируемся на рассмотрении наблюдательных проявлений “скрытой массы”, оставляя для следующих разделов обсуждение различных моделей её физической природы. В этом контексте “скрытая масса” будет интересовать нас лишь как дополнительный источник гравитации по сравнению с барионной фракцией материи и электромагнитным излучением, стабилизирующий наблюдаемые структурные формы распределения материи.

**Скрытая масса в галактиках и скоплениях.** Традиционно первыми объектами, наиболее наглядно продемонстрировавшими наличие “вириального парадокса” между светящейся и гравитирующей массами явились спиральные галактики, для которых кривые вращения  $V(r)$  являются неубывающими функциями расстояния от центра (рис. 1.15). Подобное поведение  $V(r)$  является важным наблюдательным подтверждением гипотезы о существовании в этих галактиках массивной компоненты, простирающейся на масштабы, превышающие их видимые раз-



**Рис. 1.146.** Диаграмма Хаббла с учётом SNeIa [Tamman, 1999]. На рисунке использованы следующие обозначения: кружки – инфракрасный диапазон, треугольники – фундаментальная плоскость, ромбы – поверхностная яркость, чёрные квадратики – сверхновые типа Ia, белые квадратики – сверхновые типа II

меры. Естественной причиной такого поведения кривых вращения является наличие массивного окружения – гало галактики, содержащего слабосветящуюся компоненту. Существование фона слабо светящейся (или вообще не излучающей кванты) материи проявляется и в так называемом тесте “масса–светимость”. Идея этого метода базируется на соотношении  $\rho_G \approx$

$$\approx I_G \cdot \left\langle \frac{M}{L} \right\rangle, \text{ где } \rho_G \text{ – плотность вещества в галактике, } I_G \text{ – удельная светимость единицы объёма, } \left\langle \frac{M}{L} \right\rangle \text{ – среднее по данному}$$

наблюдению значение  $\left\langle \frac{M}{L} \right\rangle$ .

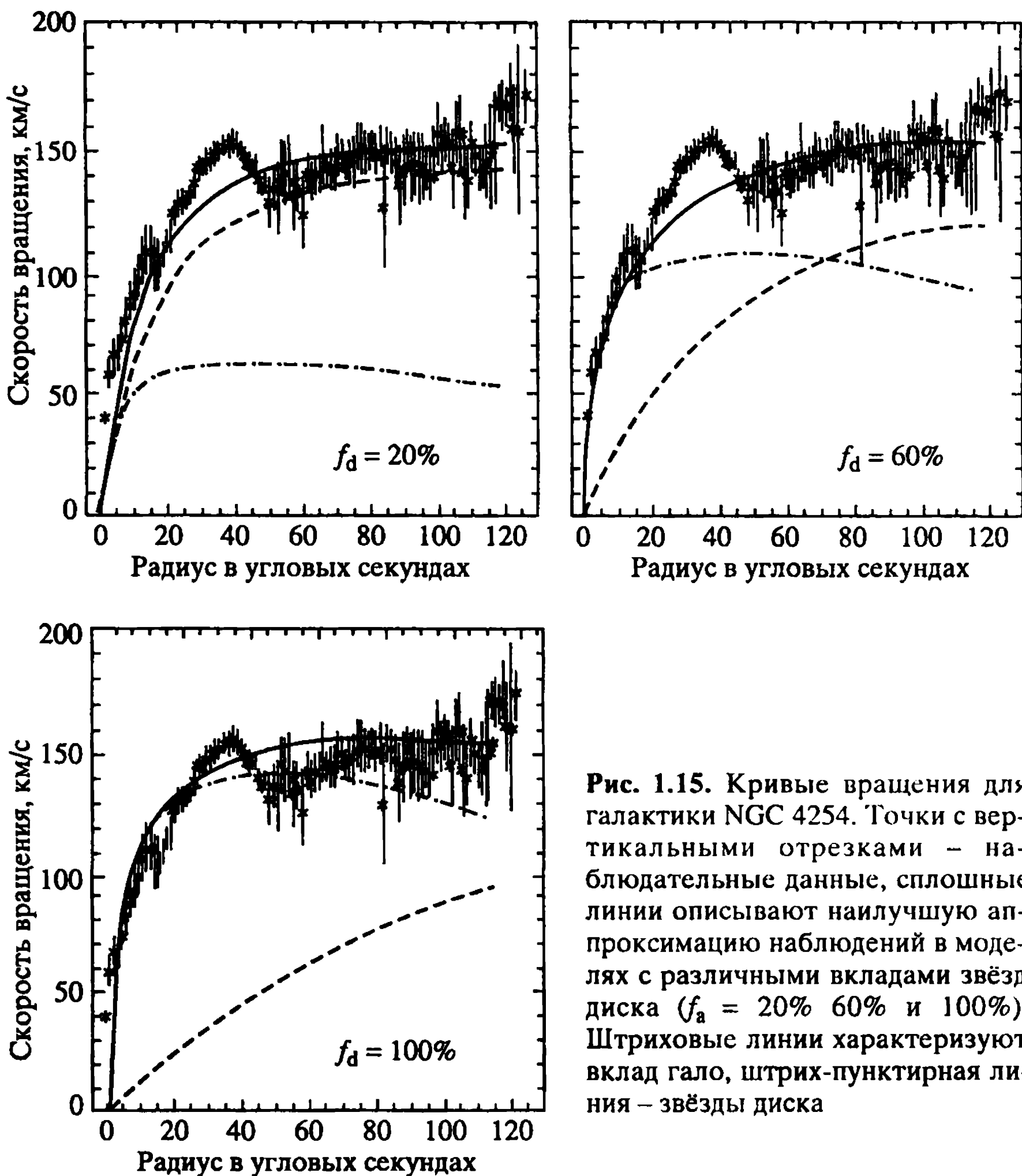


Рис. 1.15. Кривые вращения для галактики NGC 4254. Точки с вертикальными отрезками – наблюдательные данные, сплошные линии описывают наилучшую аппроксимацию наблюдений в моделях с различными вкладами звезд диска ( $f_d = 20\%$ ,  $60\%$  и  $100\%$ ). Штриховые линии характеризуют вклад гало, штрих-пунктирная линия – звезды диска

классу частиц отношение массы к светимости. Удельная светимость  $I_G$  в этой формуле достаточно аккуратно аппроксимируется эмпирическим соотношением  $I_G = (2,0 \pm 0,4) \times 10^8 h L_\odot (\text{Мпк})^{-3}$  [Fukugita, 2000]. Для галактик с характерными масштабами

$\delta \leq 100$  кпк величина  $\left\langle \frac{M}{L} \right\rangle$  примерно равна  $(1 \div 2) \times 10^2 h^{-1} \left\langle \frac{M_\odot}{L_\odot} \right\rangle$ ,

где символ  $\odot$  означает солнечные единицы [Bahcall, Lubin, Dogmann, 1995; Zaritsky et al., 1997].

Заметим, что в конце 70-х – начале 80-х годов казалось, что

величина  $\left\langle \frac{M}{L} \right\rangle$  возрастает по мере перехода к объектам всё бóльших и бóльших масс. Современные наблюдения показывают, что такой рост действительно имеет место, однако он выходит на “плато”, начиная с характерных масштабов 200÷300 кпк, соответствующих типичным размерам корон массивных галактик [Bahcall, Lubin, Dorman, 1995; Calberg et al., 1996].

Для галактик с типичными размерами, меньше 100 кпк, вириальный радиус, оцениваемый по модели сферического коллапса, составляет  $r_v = 0,13 \Omega_{dm}^{-0,15} \left( \frac{M}{10^{12} M_\odot} \right)^{1/2}$  [Fukugita, 2000].

Обычно предполагается, что внутри  $r_v$  распределение “тёмной материи” изотермично. Тогда  $\left\langle \frac{M}{L} \right\rangle \approx 150 \div 400$ . Заметим, что это

значение оказывается практически таким же, как и для групп и скоплений галактик [Fukugita, 2000]. Основываясь на приведённых выше соотношениях, можно оценить величину параметра  $\Omega_{dm}$  в рамках изложенного метода. По данным [Fukugita, 2000; Fukugita, Hogan, Peebles, 1998] она оказывается близка к  $\Omega_{dm} \approx 0,2^{+0,2}_{-0,1}$ . В работе [Calberg, Yee, Ellingson, 1997], при ис-

пользовании метода галактического поля  $\left\langle \frac{M}{L} \right\rangle$  была получена более аккуратная оценка  $\Omega_{dm} \approx 0,19 \pm 0,06$ . Однако уровень погрешности существенно зависит от предположений о характере распределения “тёмной материи” за пределами скопления галактик. Как видно, неопределённость оценки достаточно велика, однако заслуживает внимания тот факт, что величина  $\Omega_{dm}$  не превышает 40% критической плотности.

Другим местом определения плотности “тёмной материи” является так называемый тест “пекулярная скорость–плотность”, базирующийся на соотношении между возмущением хаббловской скорости вещества ( $\bar{v}$ ) и возмущением плотности материи  $\delta = \delta\rho / \rho$  в расширяющейся Вселенной [Peebles, 1983]:

$$\Delta\bar{v} + H_0 \Omega_{dm}^{0,6} \delta = 0. \quad (1.31)$$

На малых масштабах ( $r < 1$  Мпк) пекулярные движения вещества и плотность  $\delta$  эволюционируют в нелинейном режиме. Для этих масштабов анализ связи “ $\bar{v} - \delta$ ” основан на так назы-

ваемой космической теореме вириала, в рамках которой считается, что пекулярные ускорения, возникающие на малых масштабах между парами галактик уравновешены их относительными скоростями движений. Базируясь на этом приближении, удаётся достаточно грубо оценить величину параметра  $\Omega_{dm}$  ( $10 \text{ кпк} < r \leq 1 \text{ Мпк}$ )  $\approx 0,15 \pm 0,10$  [Peebles, 1999a]. В масштабах, превышающих 1 Мпк, возмущения плотности и скорости материи эволюционируют в линейном режиме ( $|v| \ll c$  и  $d \ll 1$ ). В этом случае, используя, например, данные о поле скоростей галактик в окрестностях скопления Virgo [Davis, Peebles, 1983], получили  $\Omega_{dm} \approx 0,2$ . В то же время необходимо подчеркнуть, что попытки оценки  $\Omega_{dm}$  по данным о крупномасштабном поле скорости материи характеризуются, как правило, большими систематическими погрешностями и зачастую приводят к взаимоисключающим результатам (см., например, [Dekkel et al., 1999; Hamilton, 1998]).

Одной из причин подобной систематики является то обстоятельство, что поле скоростей  $\bar{v}$  и возмущений плотности  $\delta_G$  детектируется по светящейся материи в галактиках и скоплениях  $\delta_g$ , в то время как в уравнении (1.31) фигурируют полная плотность  $\Omega_{dm}$  и её возмущения  $\delta$ . Вводя параметр смещения  $b = \delta_G / \delta$ , из формулы (1.31) видно, что поле скорости непосредственно связано не только с величиной  $\Omega_{dm}$ , но и с параметром  $b$ , показывающим, насколько хорошо светящаяся материя прописывает распределение скрытой массы. Другим важным фактором являются ошибки в определении поля пекулярных скоростей и, как уже упоминалось, неопределённости в определении шкалы расстояний.

Наряду с перечисленными выше методами в последнее время активно развиваются методы косвенного определения  $\Omega_{dm}$ , основанные на моделях того или иного эффекта. К их числу прежде всего следует отнести непосредственный анализ спектра возмущений плотности и скорости материи в масштабах до  $10 \div 100 \text{ Мпк}$  [Peacock, Dodds, 1994], анализ темпа образования и современной распространённости кластеров галактик [White, Efstathiou, Frenk, 1993; Viana, Liddle, 1999], анализ спектра мощностей флуктуаций плотности на малых масштабах  $r \leq 3 \text{ Мпк}$  [Peacock, 1997] и целый ряд других.

В то же время важнейшим фактором, позволяющим судить о современной плотности не только скрытой массы, но и диффузно распределённого компонента, является оценка возраста Вселенной  $t_u$ . В этом случае знаний о плотности материи, за-

ключённой в галактиках и скоплениях, оказывается уже недостаточно и нам приходится учитывать возможные виды диффузно распределённой материи. Традиционно природа этой “скрытой массы” Вселенной связывалась с космологической постоянной  $\Lambda$ , характеризующей плотность энергии и давление вакуума.

В последнее время активно обсуждается идея о том, что не только (и не столько) вакуум может влиять на возраст Вселенной. В принципе, любые физические поля, обладающие высокой однородностью и изотропией, могут проявлять себя как источники “отрицательного” давления. Оставляя до следующих глав рассмотрение этой новой для космологии гипотезы, ниже мы сконцентрируемся на обсуждении ставшей уже стандартной космологической модели с  $\Lambda$ -членом, отражающей основные особенности влияния диффузно распределённой темной материи на возраст Вселенной.

В рамках модели однородной изотропной в среднем Вселенной её современный возраст связан с параметром  $\Omega_{dm}$  следующим образом [Zeldovich, Novikov, 1983; Kolb, Turner, 1990]:

$$\begin{aligned}
 t_U &= \frac{\Omega_{dm} H_0^{-1}}{2(\Omega_{dm} - 1)^{3/2}} \times \\
 &\quad \times \left[ \cos^{-1}(2\Omega_{dm}^{-1} - 1) - \frac{2}{\Omega_{dm}} (\Omega_{dm} - 1)^{1/2} \right] \quad \text{при } \Omega_{dm} > 1, \\
 t_U &= \frac{\Omega_{dm} H_0^{-1}}{2(1 - \Omega_{dm})^{3/2}} \times \\
 &\quad \times \left[ \frac{2}{\Omega_{dm}} (1 - \Omega_{dm})^{1/2} - \cosh^{-1}(2\Omega_{dm}^{-1} - 1) \right] \quad \text{при } \Omega_{dm} < 1, \\
 t_U &= 2/(3H_0) \quad \text{при } \Omega_{dm} = 1.
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

Эти выражения справедливы для случая, когда динамика расширения современной Вселенной определяется тёмной материей и  $\Lambda \equiv 0$ . Для ненулевой космологической постоянной в предположении  $\Omega_\Lambda + \Omega_d = 1$  выражение для  $t_U$  изменяется [Kolb, Turner, 1990]:

$$t_U = \frac{2}{3H_0\Omega_\Lambda^{1/2}} \ln \frac{1 + \Omega_\Lambda^{1/2}}{1 - \Omega_\Lambda^{1/2}} \tag{1.33}$$

Принимая для оценок величину постоянной Хаббла равной  $H_0 = 70$  км/(с · Мпк) из (1.32), (1.33) легко получить несколько

характерных значений теоретически предсказываемого возраста Вселенной.

Сравним эти теоретические предсказания с оценками возраста Вселенной. Одним из классических, но, к сожалению, не ставшим точным, тестом является временная шкала распадов тяжёлых изотопов:  $\text{Th}^{232}$  ( $\tau \approx 20,3 \cdot 10^9$ ) лет;  $\text{U}^{235}$  ( $\tau \approx 20,3 \cdot 10^9$ ) лет;  $\text{U}^{238}$  ( $\tau \approx 6,8 \cdot 10^9$ ) лет и  $\text{Rb}^{87}$  ( $\tau \approx 69,2 \cdot 10^9$ ) лет. Ключевым моментом радиокосмохронологии является предсказание в рамках моделей звёздной эволюции возможного начального содержания этих элементов или их отношений, а затем сравнение их наблюдаемой распространённости с предсказаниями теории ядерного распада. К сожалению, в рамках этого метода возраст Вселенной оценивается крайне приблизительно:  $t_U \approx (10 \div 20) \times 10^9$  лет [Kolb, Turner, 1990], что практически соответствует всем моделям, приведённым в табл. 1.6. Таким образом этот тест оказывается непригодным для сравнения величины  $\Omega_{dm}$  с плотностью скрытой массы, определяемой по кривым блеска сверхновых SNeIa (Riess et al., 1998; Schmidt et al., 1998).

Таблица 1.6

$\Omega_{dm}$	0,2	0,3	0,2	0,3	1,0
$\Omega_\Lambda$	0	0	0,8	0,7	0
$t_U$ ( $10^9$ лет)	12	11	15	13,5	9

Если применима евклидова геометрия и Вселенная стационарна, то измеренное расстояние до сверхновой оценивается по её собственной светимости  $I$  и наблюдаемому потоку  $F$ :

$$D_L = \left( \frac{I}{4\pi F} \right)^{1/2} \quad (1.34)$$

В терминах наблюдаемой ( $m$ ) и абсолютной ( $M$ ) звёздных величин этому расстоянию соответствует

$$\mu = m - M = 5 \log D_L + 25. \quad (1.35)$$

С другой стороны, в космологической модели с ненулевой постоянной вакуума  $\Omega_\Lambda \neq 0$  это же расстояние равно

$$D_L = cH_0^{-1}(1+z) \left| \Omega_r \right|^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \text{Sinn} \left\{ \left| \Omega_r \right|^{\frac{1}{2}} \int dz \left[ (1+z)^2 (1 + \Omega_u z) - z(2+z)\Omega_\Lambda \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}, \quad (1.36)$$

где  $\Omega_r = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda$  и  $\text{Sinn} = \sinh$  при  $\Omega_r \geq 0$  и  $\text{Sinn} = \sin$  при  $\Omega_r \leq 0$ .

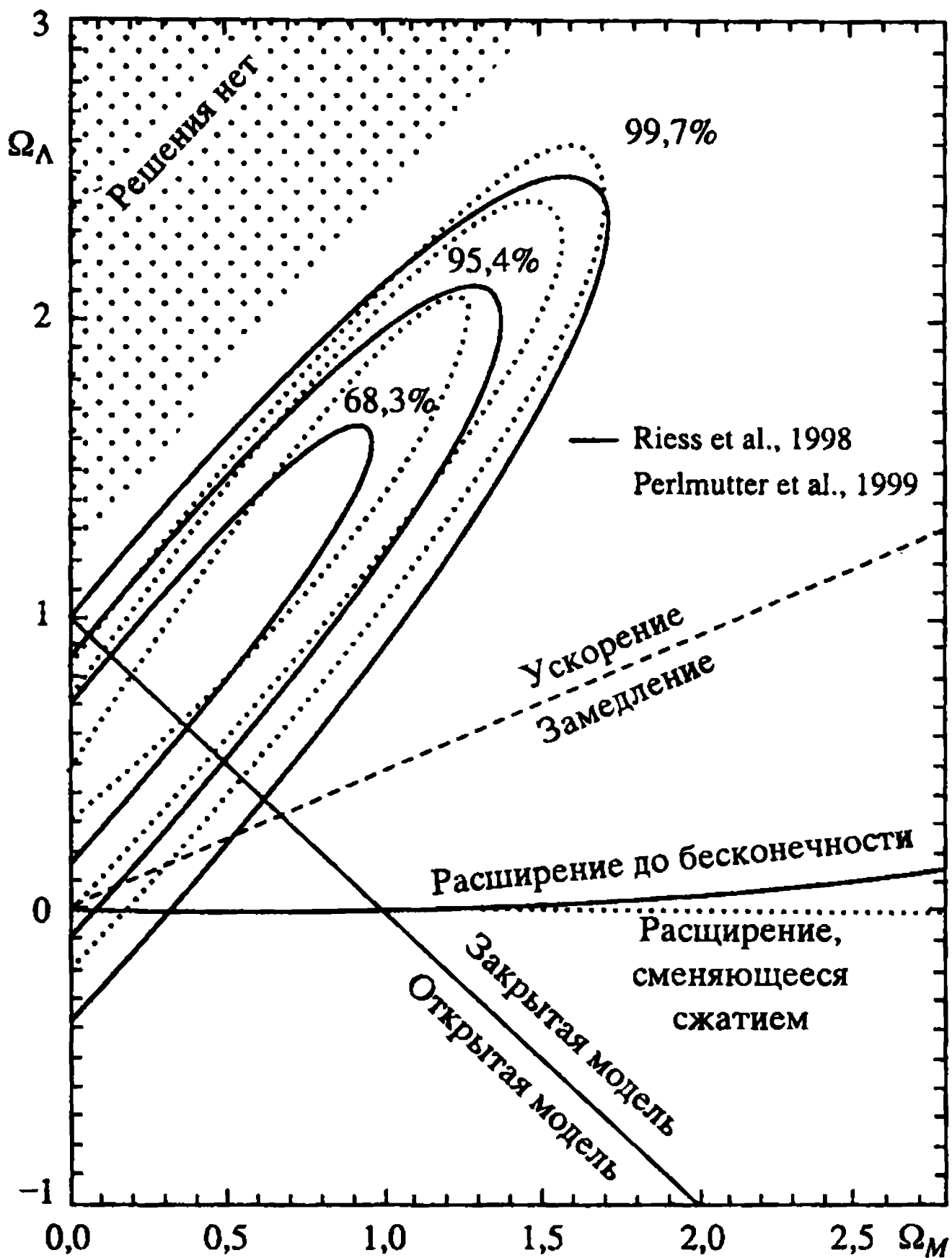


Рис. 1.16. Диаграмма  $\Omega_\Lambda - \Omega_M$  (см. пояснения в тексте)

Сопоставление уравнения (1.34) с уравнениями (1.32), (1.33) позволяет независимым образом найти  $\Omega_M - \Omega_\Lambda$  соотношение и величину  $H_0$  по данным SNeIa. Соответствующая диаграмма  $\Omega_M - \Omega_\Lambda$  зависимости приведена нами на рис. 1.16. На следующем рисунке (рис. 1.17) мы приводим зависимость  $m - M$  от  $z$ .

В заключение этой главы кратко суммируем основные результаты определения величин наиболее важных космологических параметров с использованием классических астрономических методов, не включающих методы, основанные на использовании реликтового излучения как своеобразного зонда ранних этапов космологического расширения. Для этой цели воспользуемся таблицей 1.7, приведённой в работе [Peebles, 1999b]. Фактически именно с этими значениями параметров



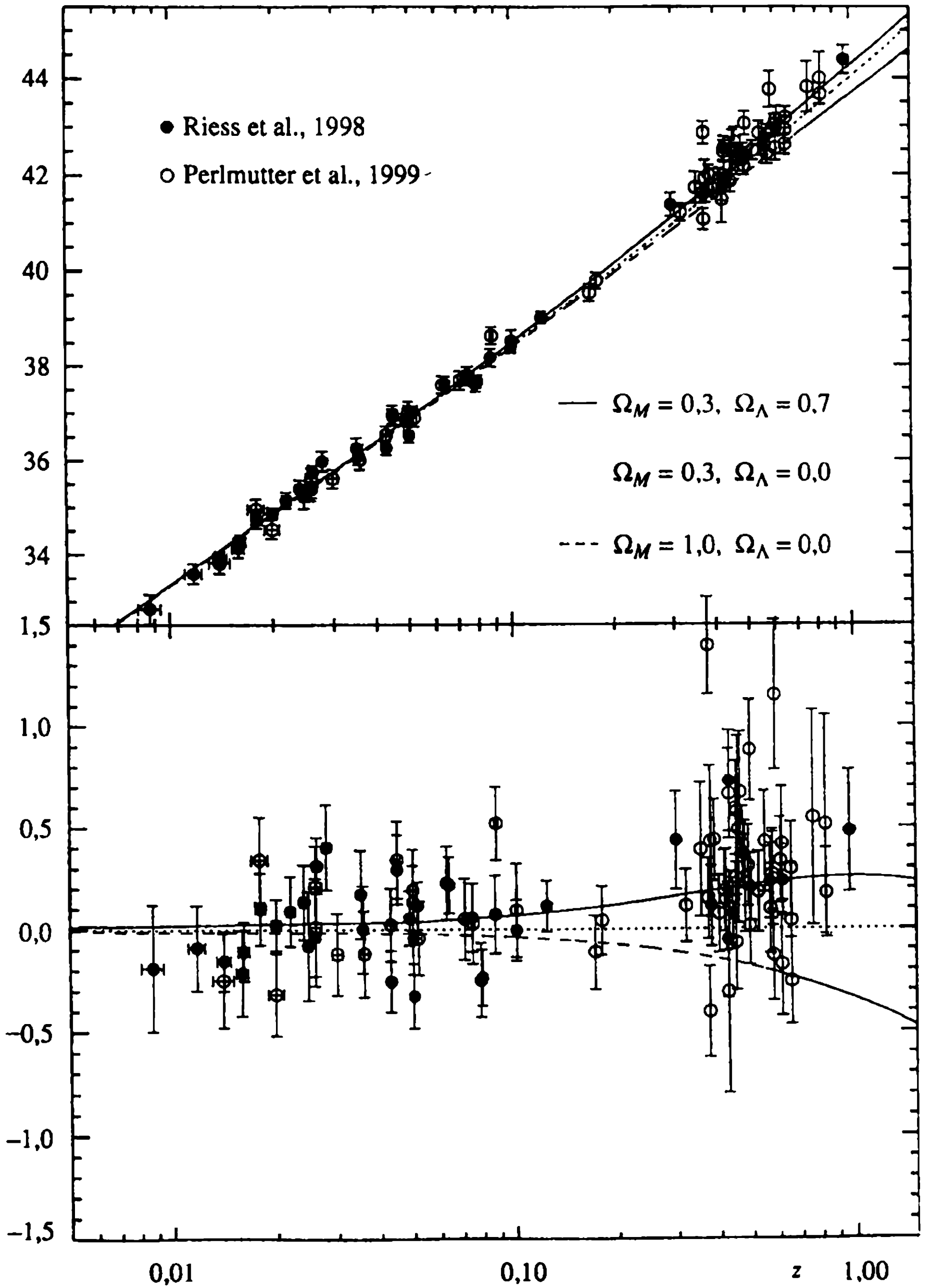


Рис. 1.17. Зависимость  $m - M$  (mag) от  $z$  для различных моделей  $\Omega_M$  и  $\Omega_\Lambda$  (вверху). Внизу показана разность  $\Delta(m - M)$ /(mag)

Таблица 1.7

	$\Omega$
Первичные источники	
“Тёмная энергия” ( $\Lambda$ -член, квинтэссенция)	$10^{-0,1 \pm 0,1}$
Небарионная скрытая масса в галактиках и скоплениях	$10^{-0,75 \pm 0,25}$
Барионная фракция материи	$10^{-1,3 \pm 0,1}$
Реликтовые нейтрино	$10^{-2,4 \pm 0,8}$
Тепловое излучение	$10^{-4,15}$
Энергия гравитационной связи	$\sim -10^{-6}$
Энерговыведение в ходе формирования структур	
Энергия гравитационной связи:	
релятивистская	$\sim -10^{-5,4} \epsilon$
звёзд	$\sim -10^{-7,8}$
галактик	$\sim -10^{-8,3}$
Ядерная энергия связи:	
гелий	$10^{-5,6 \pm 0,5}$
тяжёлые элементы	$10^{-5,9 \pm 0,3}$
рентгеновское излучение	$\sim -10^{-8,5}$
оптика/ближний ИК	$\sim -10^{-6}$
дальний ИК/субмиллиметровое излучение	$\sim -10^{-6}$

современная космология вступает в эру “precision cosmology”, повышая точность классических методов и включая новый инструмент – измерения анизотропии и поляризации реликтового излучения с целью построения реалистичной теории строения и эволюции Вселенной. Описанию этого направления исследований посвящена следующая глава.

## Глава 2

# КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

### 2.1. Введение

Обсуждая наблюдательный статус современной космологии, мы в предыдущей главе подчёркивали тот факт, что спектр реликтового излучения с высокой точностью соответствует равновесному планковскому распределению квантов с температурой  $T_0 = 2,735$  К [Fixsen et al., 1996]. Возможные отклонения от равновесной функции распределения квантов должны быть чрезвычайно малы ( $\leq 10^{-4}$ ), однако и они могут нести в себе информацию о процессах энерговыделения как в ранней Вселенной, так и на этапах, близких к современной фазе космологического расширения. Напомним, что чёрнотельный спектр реликтового излучения свидетельствует о существовании в прошлом локального термодинамического равновесия между плазмой и фотонами, по крайней мере при температурах, больших, чем  $10^{10}$  К [Zeldovich, Novikov, 1983; Kolb, Turner, 1990]. Косвенным подтверждением этого факта является предсказание теории космологического нуклеосинтеза. Однако этот тест является чувствительным лишь к существенным отклонениям спектра от план-

ковской кривой  $\left( \frac{\delta f(\nu)}{f(\nu)} \sim 0,1 \div 1 \right)$ , тогда как современный эксперимент предсказывает уровень отклонений почти на три порядка меньший указанного предела.

Фактором, оказывающим решающее влияние на спектральные характеристики реликтового излучения, является взаимодействие квантов с электрон-позитронной плазмой (при температурах плазмы, превышающих порог рождения электронов и позитронов  $T_{cr} \gg \frac{2m_e c^2}{k}$  и с фоном остаточных электронов (при сравнительно низких температурах  $T < \frac{m_e c^2}{K}$ ).

В диапазоне  $T_{cr} \leq \frac{m_e c^2}{K} \approx 5 \cdot 10^9$  К возможные нарушения равновесного распределения квантов по энергии демпфируются благодаря комптоновскому рассеянию ( $\gamma + e \leftrightarrow \gamma + e$ ) и двойному комптоновскому рассеянию ( $\gamma + e \rightarrow \gamma + e + \gamma$ ). Кроме того, важную роль играют процессы рассеяния электронов на ядрах ( $e + A \leftrightarrow e + A + \gamma$ ), способствующие сохранению равновесного характера спектра реликтового излучения [Zeldovich, Sunyaev, 1969; 1970a; Zeldovich, Novikov, 1983; Rephaeli, 1995]. Естественно, что эта схема “замораживания” планковской функции распределения квантов по частоте справедлива лишь в том случае, когда тепловой баланс между электронами, позитронами и излучением имеет термодинамический равновесный характер, при котором в плазме при больших красных смещениях отсутствуют сколько-нибудь эффективные источники “подкачки” энергии. В роли данных гипотетических источников при больших  $z \sim 10^6 \div 10^7$  могут выступать распады долгоживущих массивных частиц (период полураспада  $> 10^2$  с), диссипация адиабатических возмущений плотности и скорости плазмы, испарение первичных чёрных дыр с массами  $10^9 < M < 10^{13}$  и др.

При сравнительно малых красных смещениях  $z \ll 10^3$  источниками спектральных искажений реликтового излучения могут являться молодые галактики и квазары, догалактические массивные чёрные дыры и т.п. Наконец, при  $z \leq 5 \div 10$  и до настоящего времени искажения спектра реликтового излучения в направлении на скопления галактик формируются в результате его взаимодействия с горячим газом при релятивистских температурах  $\sim 10^{7 \div 8}$  К. Эти искажения наблюдаются экспериментально и составляют основу одного из новых методов определения постоянной Хаббла (см. ссылки в [Fukugita, Hogan, Peebles, 1998]). Таким образом, настоящая глава посвящена анализу комптоновских искажений спектра реликтового излучения на различных этапах космологической эволюции и сравнению теоретически ожидаемых вариаций функции распределения квантов по частоте с наблюдательными данными.

## 2.2. Уравнение переноса излучения в расширяющейся Вселенной

В рамках кинетического описания спектральных свойств реликтового излучения в расширяющейся Вселенной мы будем использовать уравнение переноса квантов в наиболее общей

символической форме

$$\frac{df}{dt} = S_t[f] + I_n, \quad (2.1)$$

где  $f(t, \bar{x}, p^i)$  – функция распределения,  $S_t[f]$  – интеграл столкновений, описывающий трансформацию функции распределения в результате взаимодействия с электронами,  $I_n$  – функция источника квантов,  $\bar{x}$  – пространственные переменные,  $p^i$  – четыре-вектор импульса энергии ( $i = 0, 1, 2, 3$ ).

Для однородной и в среднем изотропной Вселенной геометрические свойства пространства–времени полностью характеризуются заданием интервала

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = -dt^2 + a^2(t) \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.2)$$

где  $g_{ik}$  – метрический тензор четырёхмерного пространства,  $\gamma_{\mu\nu}$  – метрический тензор трёхмерного пространства,  $a(t)$  – масштабный фактор, латинские индексы пробегают значения от 0 до 3: греческие – от 1 до 3. Левая часть уравнения (2.1) описывает свободное распространение фотонов в отсутствие столкновений и сторонних источников:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \gamma^\mu} \frac{d\gamma^\mu}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p_0} \frac{dp^0}{dt}. \quad (2.3)$$

В этом уравнении использованы следующие обозначения:

$$\gamma^\mu = a \frac{p^\mu}{p}, \quad p^2 = p_i p^i \quad \text{и} \quad \frac{dx^\mu}{dt} = \frac{p^\mu}{p^0}, \quad \frac{dp^0}{dt} = -\frac{\dot{a}}{a} p.$$

Для однородной и в среднем изотропной Вселенной отличными от нуля являются лишь первый и последний слагаемые в правой части уравнения (2.3). Обратимся к анализу интеграла столкновений для комптоновских процессов. Предположим, во-первых, что температура электронного газа  $T_e$  заведомо ниже релятивистского предела  $T_{cr} \approx 5 \cdot 10^9$  К. Кроме того, при  $z \ll 10^9$  температура излучения тоже оказывается ниже  $T_{cr}$  и, следовательно, при описании рассеяния  $e - \gamma$  можно использовать комптоновский предел для сечения взаимодействия. К тому же при  $T_e \ll T_{cr}$  передача энергии от электронов к излучению приводит к изменению частоты квантов на величину

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{KT_e}{m_e} \sim \frac{T_e}{T_{cr}} \ll 1 \left( \frac{\Delta P}{P} \ll 1 \right).$$

В этих предположениях, в соответствии с работами [Hu, Silk, 1993; Hu, Scott, Silk, 1994; Hu, 1995], интеграл столкновений в уравнении (2.1) имеет вид

$$S_i[f] = \frac{1}{16(2\pi)^5 E(p)} \int \frac{|M(p, q, q', p')|^2}{E(q)E(q')E(p')} d^3 q d^3 q' d^3 p' \times \\ \times \delta^{(4)}(p + q - p' - q') \times \\ \times \left\{ f_e(t, \bar{x}, \bar{q}') f(t, \bar{x}, \bar{p}') [1 + f(t, \bar{x}, \bar{p})] - \right. \\ \left. - f_e(t, \bar{x}, \bar{q}) f(t, \bar{x}, \bar{p}) [1 + f(t, \bar{x}, \bar{p}')] \right\}, \quad (2.4)$$

где  $|M|^2$  – матричный элемент для комптоновского рассеяния квантов на электронах;  $\delta^{(4)}(p)$  – дельта-функция Дирака,  $f(t, \bar{x}', \bar{p}')$  – функция распределения фотонов,  $f_e(t, \bar{x}, \bar{q})$  – функция распределения электронов. Следуя перечисленным выше работам, будем рассматривать равновесное распределение электронов по импульсу  $q$  в окрестности некоторого среднего значения  $m_e \bar{v}_e$ , описывающего возможные крупномасштабные течения вещества. Для космологической постановки задачи такое направление движения плазмы естественно отсутствует ( $\bar{v}_e \equiv 0$  в силу изотропии и однородности хаббловского движения среды). Однако при анализе различного рода неравновесных источников нагрева плазмы, как и при анализе движения горячего газа в скоплениях галактик возможны ситуации, когда  $\bar{v}_e \neq 0$ .

Таким образом, в общем случае максвелловское распределение электронов по импульсам имеет вид

$$f_e(t, \bar{x}, \bar{q}) = (2\pi)^3 n_e (2\pi m_e T_e)^{-3/2} \exp \left[ -\frac{(\bar{q} - m_e \bar{v}_e)^2}{2m_e T_e} \right], \quad (2.5)$$

где  $m_e$  и  $T_e$  – масса покоя и температура электронов соответственно<sup>1</sup>. В системе покоя электрона матричный элемент рассеяния после усреднения по поляризации фотона имеет следующий вид:

$$|M|^2 = 8(2\pi)^2 \alpha^2 \left[ \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} + \frac{\bar{p}}{\bar{p}'} - \sin^2 \tilde{\beta} \right]. \quad (2.6)$$

<sup>1</sup> Здесь и далее в этом разделе мы будем использовать систему единиц  $\hbar = c = k = 1$ .

Здесь тильда означает выбор системы отсчёта,  $\alpha = \frac{1}{137}$  – постоянная тонкой структуры и  $\tilde{\beta}$  – угол рассеяния в заданной системе отсчёта,

$$\tilde{p} = \frac{1 - \bar{p} \cdot \bar{q} / p m_e}{\sqrt{1 - q^2 / m^2}} \cdot p \quad (2.7)$$

и соотношение  $\tilde{p}_\mu \tilde{p}'^\mu = p_\mu p'^\mu$  определяет зависимость угла рассеяния от импульсов частиц.

Как видно из уравнения (2.6), матричный элемент рассеяния квантов на электронах в форме (2.6) описывает лишь первый член разложения  $|M|^2$  по параметру  $\alpha^2$ , учитывающий лишь кулоновские и комптоновские процессы. Анализ неупругих процессов, возникающих в порядке  $\alpha^3$ , был дан в работах [Lightman, 1981; Bernstein, Dodelson, 1990; Hu, Silk, 1993]. Следуя работе [Hu, Silk, 1993], воспользуемся разложением матричного элемента  $|M|^2$  по параметру  $q/m_e \ll 1$ ,

$$|M|^2 = 8(2\pi)^2 \alpha^2 \sum_{i=0}^4 I_i + O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3, \quad (2.8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= 1 + \cos^2 \beta, \quad I_1 = -2 \cos \beta (1 - \cos \beta) \left[ \frac{\bar{q} \bar{p}}{m_e p} + \frac{\bar{q} \bar{p}'}{m_e p'} \right], \\ I_2 &= \cos \beta (1 - \cos \beta) \frac{q^2}{m_e^2}, \\ I_3 &= (1 - \cos \beta) (1 - 3 \cos \beta) \left[ \frac{\bar{q} \bar{p}}{m_e p} + \frac{\bar{q} \bar{p}'}{m_e p'} \right]^2 + \\ &\quad + 2 \cos \beta (1 - \cos \beta) \frac{(\bar{q} \bar{p})(\bar{q} \bar{p}')}{m_e^2 p p'}, \\ I_4 &= (1 - \cos \beta)^2 \frac{p^2}{m_e^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Аналогичным образом с учётом уравнения (2.7) получается следующее выражение для энергии электронов в уравнении (2.4):

$$\frac{1}{E(q')} = \frac{E(q)}{m_e^2} \left[ 1 - \frac{q^2}{m_e^2} - \frac{(\bar{p} - \bar{p}') \cdot \bar{q}}{m_e^2} - \frac{(\bar{p} - \bar{p}')^2}{2m_e^2} \right] + O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3 \quad (2.10)$$

И наконец, фигурирующая в уравнении (2.4)  $\delta$ -функция Дирака также может быть представлена в виде разложения в ряд Тейлора по параметру  $q/m_e \ll 1$ ,

$$\begin{aligned} \delta^{(4)}(p + q - p' - q') &= \\ &= \delta(p - p') + G(\bar{p}, \bar{p}', \bar{q}) p \left[ \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p - p') \right] + \\ &+ \frac{1}{2} G^2(\bar{p}, \bar{p}', \bar{q}) p^2 \left[ \frac{\partial^2}{\partial p'^2} \delta(p - p') \right] + O\left(\frac{q}{m_e}\right)^3, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $G(\bar{p}, \bar{p}', \bar{q}) = \frac{1}{m_e p} [(\bar{p} - \bar{p}') \cdot \bar{q} + (\bar{p} - \bar{p}')^2]$ . Интегрируя уравнение (2.4) по импульсам электронной компоненты и учитывая нормировку

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{f_e(\bar{q})}{(2\pi)^3} d^3\bar{q} &= n_e, & \int \frac{q^i f_e(\bar{q})}{(2\pi)^3} d^3\bar{q} &= m_e v_e^i n_e, \\ \int \frac{q^i q^j f_e(\bar{q})}{(2\pi)^3} d^3\bar{q} &= m_e v_e^i v_e^j n_e + m_e T \delta^{ij} n_e, \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

где  $\delta^{ij}$  – символ Кронекера, мы приходим к следующему выражению для интеграла столкновений [Hu, Silk, 1993]:

$$S_i[f] = \frac{d\tau}{dt} \int \frac{p'}{p} dp' \int \frac{3d\Omega}{16\pi} \sum_{i=0}^4 H_i(f). \quad (2.13)$$

Функция  $H[f]$  описывает соответственно следующие процессы:

**а) томпсоновское рассеяние**

$$H_0[f] = \delta(p - p') (1 + \cos^2 \beta) [f(t, \bar{x}, \bar{p}') - f(t, \bar{x}, \bar{p})], \quad (2.14)$$

**б) линейный и квадратичный доплер-эффект**

$$\begin{aligned} H_1[f] &= \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p - p') \right] (1 + \cos^2 \beta) \bar{v}_e (\bar{p} - \bar{p}') - \right. \\ &- \delta(p - p') \cdot 2 \cos \beta (1 - \cos \beta) \times \\ &\left. \times \left[ \frac{\bar{v}_e \bar{p}}{p} + \frac{\bar{v}_e \bar{p}'}{p'} \right] \right\} \cdot F_1(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}'), \end{aligned} \quad (2.15)$$



$$\begin{aligned}
H_2[f] = & \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial p'^2} \delta(p - p') \right] (1 + \cos^2 \beta) [\bar{v}_e (\bar{p} - \bar{p}')^2] - \right. \\
& - \left[ \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p - p') \right] \cdot 2 \cos \beta (1 - \cos \beta) \times \\
& \times \left[ \frac{\bar{v}_e \bar{p}}{p} + \frac{\bar{v}_e \bar{p}'}{p'} \right] (\bar{v}_e (\bar{p} - \bar{p}')) \left. \right\} F_1(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}') + \\
& + \delta(p - p') \left\{ -(1 - 2 \cos \beta + 3 \cos^2 \beta) v_b^2 + \right. \\
& + 2 \cos \beta (1 - \cos \beta) \frac{(\bar{v}_e \cdot \bar{p})(\bar{v}_e \cdot \bar{p}')}{pp'} + \\
& + (1 - \cos \beta)(1 - 3 \cos \beta) \times \\
& \times \left. \left[ \frac{\bar{v}_e \bar{p}}{p} + \frac{\bar{v}_e \bar{p}'}{p'} \right]^2 \right\} F_1(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}'), \tag{2.16}
\end{aligned}$$

где  $F_1(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}') \equiv f(t, \bar{x}, \bar{p}) - f(t, \bar{x}, \bar{p}')$ ,

**в) Тепловой доплер-эффект и эффект “отдачи”.** В отсутствие направленного потока электронов  $\bar{v}_e$  тепловые скорости электронов в порядке  $(q/m_e)^2$  приводят к такой же зависимости

$H_2(f)$  от тепловой энергии  $\langle v_T^2 \rangle = \frac{3T_e}{m_e}$ , как и квадратичный доплер-эффект (уравнение (2.16)). Для изотропного распределения фотонов этот эффект носит название эффекта Зельдовича–Сюняева [Zeldovich, Sunyaev, 1969]. Соответствующее выражение для функции  $H_3^T[f]$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
H_3[f] = & \left\{ \left[ \frac{\partial^2}{\partial p'^2} \delta(p - p') \right] (1 + \cos^2 \beta) \frac{(\bar{p} - \bar{p}')^2}{2} - 2 \cos \beta (1 - \cos^2 \beta) + \right. \\
& + (4 \cos^3 \beta - 9 \cos^2 \beta - 1)(p - p') \times \left. \left[ \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p - p') \right] \right\} \times \\
& \times \frac{T_e}{m_e} F_1(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}'). \tag{2.17}
\end{aligned}$$

Подробнее роль эффекта Зельдовича–Сюняева в астрофизике

будет рассмотрена в следующих разделах этой главы. Наряду с анализом квадратичного эффекта важную роль в рассеянии  $e - \gamma$  играет эффект “отдачи” электронов при их тепловых энергиях, близких к энергиям фотонов. В этом случае согласно работе [Hu, Silk, 1993] соответствующее слагаемое в формуле (2.13) равно

$$H_4[f] = - \left[ \frac{\partial}{\partial p'} \delta(p - p') \right] (1 + \cos^2 \beta) \frac{(\bar{p} - \bar{p}')^2}{2m_e} F_2(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}'), \quad (2.18)$$

где  $F_2(t, \bar{x}, \bar{p}, \bar{p}') = f(t, \bar{x}, \bar{p}) + f(t, \bar{x}, \bar{p}') + 2f(t, \bar{x}, \bar{p})f(t, \bar{x}, \bar{p}')$ . Таким образом, выражения (2.13)–(2.18) исчерпывают математическую постановку задачи об определении вида интеграла столкновений в первом порядке по параметру  $\alpha$  и вплоть до второго порядка по параметру  $\frac{q}{m_e} \ll 1$ .

В этой главе нас будут интересовать в основном приложения теории переноса излучения, связанные со спектральными искажениями начальной планковской функции распределения квантов. Подробнее математическая постановка задачи рассмотрена в следующем разделе.

### 2.3. Обобщённое уравнение Компанейца

Рассмотрим взаимодействие изотропно распределённого излучения, взаимодействующего с электронной плазмой в предположении о малости отклонения функции распределения от её равновесного значения. В этом приближении из уравнений (2.4)–(2.18) после интегрирования по импульсам  $p'$  уравнение переноса квантов в отсутствие источников будет иметь следующий вид [Zeldovich, Sunyaev, 1969, 1970; Hu, Silk, 1993]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p \frac{\partial f}{\partial p^0} = \tau'_T \left\{ -\bar{\gamma}\bar{v}_e p \frac{\partial f}{\partial p} + [(\bar{\gamma}\bar{v}_e)^2 + v_e^2] \times p \frac{\partial f}{\partial p} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{3}{20} v_e^2 + \frac{11}{20} (\bar{\gamma}\bar{v}_e)^2 \right] p^2 \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} + \frac{1}{m_e p^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^4 \left\{ T_e \frac{\partial f}{\partial p} + f(1+f) \right\} \right] \right\}. \quad (2.19) \end{aligned}$$

Здесь  $\tau'_T = \sigma_T n_e$ ,  $\sigma_T = 8\pi\alpha^2 / 3m_e^2$  – томпсоновское сечение. Это уравнение есть не что иное, как обобщённое уравнение Компа-

нейца, в котором наряду с тепловыми движениями электронов учтены возможные макроскопические потоки среды.

Заметим, что в однородной и в среднем изотропной Вселенной макроскопические движения вещества либо вообще отсутствуют ( $\bar{v}_e \equiv 0$ ), либо могут носить случайный характер, при котором  $\langle \bar{v}_e \rangle \neq 0$ , однако  $\langle |\bar{v}_e|^2 \rangle = 0$ . В этом случае уравнение (2.19) после усреднения по масштабам возможных пекулярных движений принимает следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p^0 \frac{\partial f}{\partial p^0} = \tau'_T \left\{ \frac{\langle \bar{v}_e^2 \rangle}{3} \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^4 \frac{\partial f}{\partial p} \right) + \frac{1}{m_e p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^4 \left\{ T_e \frac{\partial}{\partial p} + f(1+f) \right\} \right] \right\}. \quad (2.20)$$

Рассмотрим сначала влияние нагрева электронов на спектр реликтового излучения, полагая  $\langle \bar{v}_e^2 \rangle = 0$ . В левой части уравнения (2.20) после замены  $x = \frac{p^0}{T_e}$  воспользуемся условием

$\frac{\dot{T}_\gamma}{T_\gamma} = -\frac{\dot{a}}{a}$ , где  $T_\gamma$  – температура излучения. Тогда окончательно

$$\frac{\partial f}{\partial t} = y'_i \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ x^4 \left( \frac{\partial f}{\partial x} + f(f+1) \right) \right] + x \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{T_e}{T_0(1+z)}, \quad (2.21)$$

где  $y'_i = n_e \sigma_T \frac{T_e}{m_e}$ . При анализе уравнения (2.21) мы будем пре-

небрегать последним слагаемым. Возможность использования этого приближения обусловлена тем, что характерное время доплеровского смещения частоты квантов  $\tau \sim \frac{a}{\dot{a}}$  практически

совпадает с космологическими в то время как процессы нагрева электронов и обмена энергией между электронами и квантами характеризуются существенно меньшими временами. Подробнее этот вопрос рассматривается в разделе 2.4. В заключение же этого раздела заметим, что в уравнении (2.21) можно перейти от переменной  $t$  к дифференцированию по переменной  $y$ ,

$$y = \int n_e \sigma_T \frac{T_e}{m_e} dt. \quad (2.22)$$

Тогда для функции распределения квантов  $f(x, y)$  из уравнений

(2.20) и (2.21) следует

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x^{-2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ x^4 \left( \frac{\partial f}{\partial x} + f(1+f) \right) \right]. \quad (2.23)$$

Впервые это уравнение было получено в работе Компанейца [1957] и его астрофизические приложения были детально исследованы в работах [Sunyaev, Zeldovich, 1970a; Zeldovich, Sunyaev, 1969; Илларионов, Сюняев, 1975а, б]. Отметим две важные особенности комptonовского взаимодействия квантов и электронов. Во-первых, как следует из уравнений (2.20)–(2.22), в этом процессе сохраняется полное число квантов. Умножая левую и правую части (2.20) на  $x^2$  и интегрируя по  $x$  от 0 до  $\infty$ , легко получить

$$\frac{d}{dt} (n_\gamma a^3) \propto \int x^2 S_i[f] dx = 0, \quad (2.24)$$

где  $n_\gamma$  – концентрация фотонов.

Этот результат имеет наглядную интерпретацию см. [Zeldovich, Sunyaev, 1969; 1970]. Поскольку динамика процесса сопровождается перераспределением квантов, ясно, что убыль числа квантов в одном диапазоне приводит к появлению квантов в другом, так что полная их концентрация не изменяется. Второе важное следствие получается из уравнения (2.20) при его умножении на  $x^3$  и интегрировании по  $x$ :

$$\frac{1}{\epsilon_\gamma a^4} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_\gamma a^4) = 4\tau'_i \frac{T_e}{m_e} \left[ 1 - \frac{T_e^4}{4\pi^2 \epsilon_\gamma} \int_0^\infty x^4 f(1+f) dt \right], \quad (2.25)$$

где  $\epsilon_\gamma$  – плотность энергии излучения. Первое слагаемое в квадратных скобках правой части уравнения (2.25) соответствует тепловому комpton-эффекту, второе описывает эффект “отдачи” [Hu, Silk, 1993].

## 2.4. Комptonовское искажение спектра излучения при взаимодействии с горячими электронами

В этом разделе мы рассмотрим одно из важнейших приложений теории эффекта Зельдовича–Сюняева к модели взаимодействия космологических “горячих” электронов с квантами реликтового излучения. В приближении  $T_e \gg T_\gamma$  в уравнении (2.23) удобно

перейти от переменной  $x = \frac{p}{T_e}$  к  $\xi = \frac{p}{T_\gamma}$  и пренебречь слагаемым

в правой части (2.23), пропорциональным  $f(f+1)\frac{T_\gamma}{T_e}$ . Тогда

(2.23) преобразуется к виду

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \xi^{-2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \xi^4 \frac{\partial f}{\partial \xi} \right]. \quad (2.26)$$

Следуя работе [Sunyaev, Zeldovich, 1970a], для нахождения решения этого уравнения в пределе  $y \ll 1$ , можно воспользоваться теорией возмущений, подставив в правую часть (2.26) невозмущённое планковское выражение для  $f_0(x) = (e^x - 1)^{-1}$ . После этого для возмущения функции распределения  $\Delta f$  из (2.26) будем иметь

$$\Delta f \approx \frac{e^x \cdot xy}{(e^x - 1)^2} \left\{ \frac{x}{\tanh\left(\frac{x}{2}\right)} - 4 \right\} \quad (2.27)$$

и

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2} \left\{ \frac{x}{\tanh\left(\frac{x}{2}\right)} - 4 \right\}. \quad (2.28)$$

В асимптотике Релея–Джинса  $x \ll 1$  из уравнения (2.27) немедленно следует

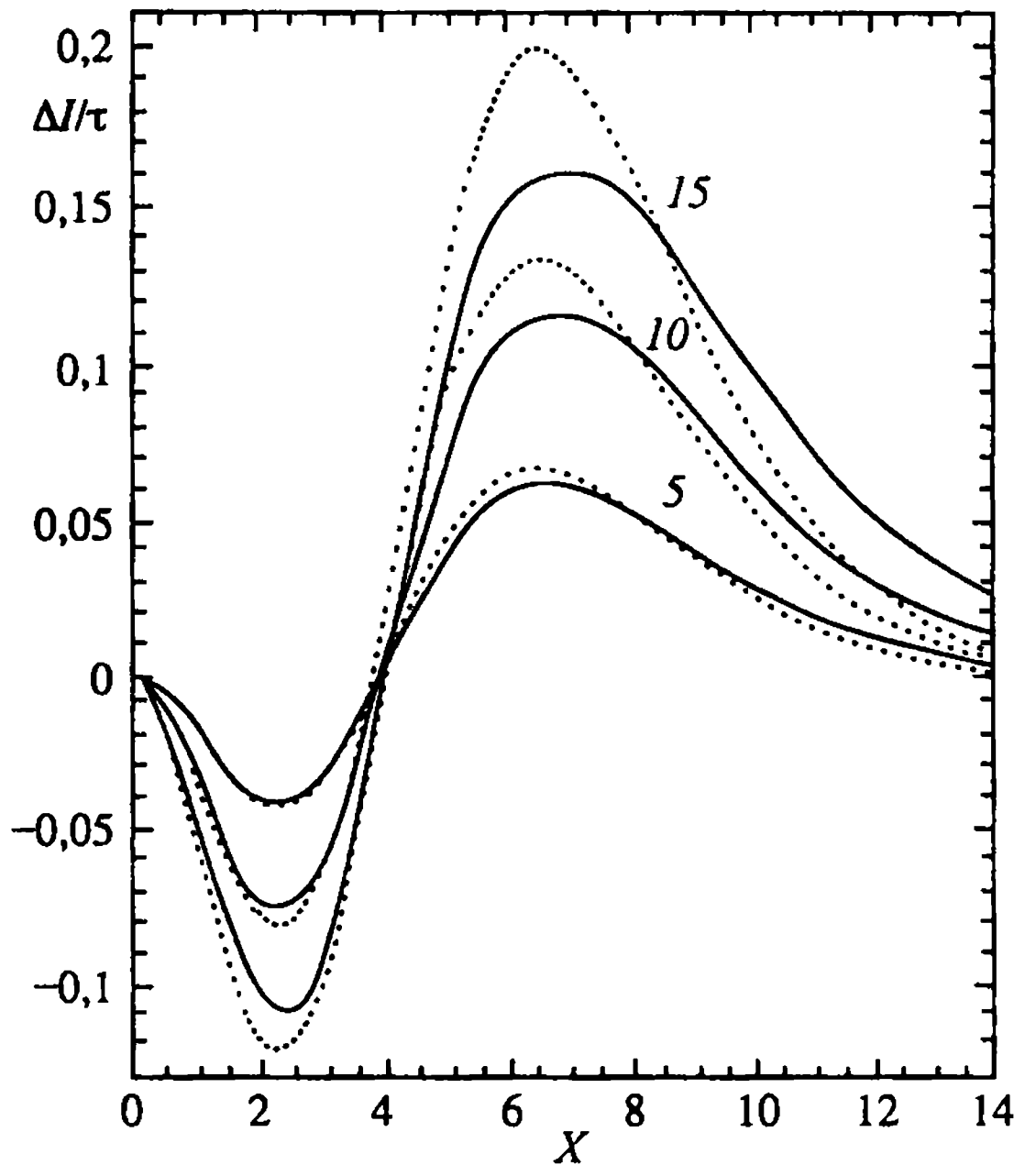
$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{\delta T_{Rj}}{T_{Rj}} = -2y. \quad (2.29)$$

В общем случае для любых значений параметра  $y$  и при любых  $x$  деформация спектра квантов может быть представлена в интегральной форме [Sunyaev, Zeldovich, 1970a]:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi y}} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\xi} f_0(0, \xi) \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln \xi + 3y)^2}{4y}\right], \quad (2.30)$$

где по-прежнему  $f_0(0, \xi) = (e^\xi - 1)^{-1}$ . Умножая  $f(x, y)$  на  $x^3$  и инте-

**Рис. 2.1.** Сравнение интенсивностей  $\Delta I/\tau$  в приближении Зельдовича-Сюняева (пунктирные линии) с учётом релятивистских поправок (сплошные линии). Числами над кривыми обозначены электронные температуры в кэВ. Единицы измерения  $\Delta I/\tau$  выбраны в долях  $(hc)^2/2(KT_0)^3$



грируя по всей области изменения  $x$ , мы приходим к хорошо известному выражению для плотности энергии излучения

$$\varepsilon_\gamma(y) = \sigma T_{0,\gamma}^4 e^{4y}, \quad (2.31)$$

где  $T_{0,\gamma}$  – невозмущённое значение температуры. Поскольку в диапазоне Релея–Джинса комpton-эффект приводит к понижению температуры, а следовательно, и плотности энергии, то становится ясно, что увеличение плотности энергии квантов (уравнение (2.30)) соответствует их накоплению в виновской области спектра. Это обстоятельство впервые было отмечено в работе [Sunyaev, Zeldovich, 1970a]. На рис. 2.1 приведён спектр реликтового излучения в приближении  $y$  искажений для разных значений параметра  $y$ . Если не вдаваться в обсуждение возможных механизмов нагрева электронов, то в самом общем случае зависимость эффективной температуры от частоты и величины параметра  $y$  может быть представлена как на рис. 2.1. Анализ этого рисунка мы отложим до следующего раздела, где будут рассмотрены релятивистские поправки к эффекту Зельдовича–Сюняева.

## 2.5. Релятивистская коррекция эффекта Зельдовича–Сюняева

Рассмотренный в разделе 2.2 эффект рассеяния квантов на горячих электронах в приближении диффузии квантов по частоте из диапазона Релея–Джинса в диапазон Вина имеют важнейшее значение как для понимания механизмов трансформации спектра в ранней Вселенной, так и для описания его взаимодействия с горячим газом в скоплениях галактик. Ключевым моментом в описании диффузии квантов является использование в качестве временной переменной параметра  $y$  (см. уравнение (2.22)), являющегося функцией от оптической толщи плазмы и электронной температуры  $T_e$ .

В этом разделе нас будут интересовать два вопроса:

1) насколько корректно использование диффузного приближения в случае, когда оптическая толщина плазмы по томпсоновскому рассеянию мала ( $\tau \ll 1$ )?

2) как количественно изменятся предсказания диффузного приближения по мере увеличения температуры электронов до нескольких десятков кэВ? Иначе говоря, как будет вести себя спектр излучения в пределе, когда  $y \ll 1$ , но параметр  $\frac{T_e}{m_e}$  не специально мал?

Заметим, что такая постановка задачи привлекла к себе пристальное внимание сразу же после публикаций Зельдовича и Сюняева [Zeldovich, Sunyaev, 1969, 1970a, b]. В значительной мере интерес к релятивистской коррекции эффекта Зельдовича и Сюняева стимулирован открытием скоплений галактик с температурой газа вплоть до 15 кэВ, а с другой стороны, высокая точность измерения спектра реликтового излучения с помощью DERBI и FIRAS инструментов COBE [Mather et al., 1994; Fixsen et al., 1996] вынуждают ещё раз вернуться к основам комптоновской теории взаимодействия квантов с электронами. Итак, следуя работам [Wright, 1979; Rephaely, 1995] будем предполагать, что малость параметра  $y$  обусловлена прежде всего малостью оптической толщи плазмы по томпсоновскому рассеянию  $\tau_T$ .

Следуя работе [Wright, 1979], рассмотрим рассеяние кванта на электроне в приближении [Chandrasekhar, 1950]. Вероятность рассеяния фотона, движущегося под углом  $\mu = \cos \theta$  до рассеяния с электроном и  $\mu' = \cos \theta'$  – после рассеяния, имеет следующий

вид (в системе покоя электрона)<sup>2</sup>:

$$\theta(\mu, \mu', \beta) = \frac{3}{8} \left[ 1 + \mu^2 \mu'^2 + \frac{1}{2} (1 - \mu^2)(1 - \mu'^2) \right], \quad (2.32)$$

где  $\beta = v/c$ . Рассеяние на электроне приводит к изменению частоты кванта, которое характеризуется параметром

$$S = \ln \frac{v'}{v} = \ln \left( \frac{1 + \beta \mu'}{1 - \beta \mu} \right), \quad (2.33)$$

где  $v$  – начальная частота (до рассеяния), а  $v'$  – частота после рассеяния. После интегрирования по начальным углам прихода квантов из уравнений (2.31), (2.32) для вероятности этого процесса получим [Rephaely, 1995]

$$P(S, \beta) = \frac{1}{2\gamma^4 \beta} \int \frac{(1 + \beta \mu') \theta(\mu, \mu', \beta)}{(1 - \beta \mu)^3} d\mu, \quad (2.34)$$

где  $\gamma$  – гамма-фактор электрона. Тогда, интегрируя (2.33) по функции распределения электронов, получим функцию распределения для смещения частоты кванта в одном рассеянии [Rephaely, 1995]

$$P_1(S) = \frac{\int \beta^2 \gamma^5 e^{-\xi(\gamma-1)} P(S, \beta) d\beta}{\int \beta^2 \gamma^5 e^{-\xi(\gamma-1)} d\beta}, \quad (2.35)$$

где  $\xi \equiv \frac{m_e c^2}{kT_e}$ . Учитывая, что  $\tau \ll 1$ , распределение квантов по

частоте можно представить в виде

$$P(S) = (1 - \tau) \delta(S) + \tau P_1(S) + O(\tau^2), \quad (2.36)$$

где первое слагаемое в уравнении (2.36) описывает эффект рассеяния без изменения частоты, а второй – изменение частоты в однократном рассеянии. В результате для спектра излучения с учётом однократного комптоновского рассеяния имеем

$$\Delta I = I_0(x) \tau [\Phi(x, \xi) - 1], \quad (2.37)$$

где  $I_0(x) = \frac{2(kT_0)^3}{(hc)^2} x^3 (e^x - 1)^{-1}$  – спектральная плотность энергии

<sup>2</sup> В этом разделе мы будем использовать обычную систему единиц.



чернотельного излучения,

$$\Phi(x, \xi) = A(\xi)[\varphi_1(x, \xi) + \varphi_2(x, \xi)],$$

$$\varphi_1(x, \xi) = \int_0^1 \frac{t(e^x - 1)}{e^{xt} - 1} dt \int_{\beta_m}^1 \gamma e^{-\xi(\gamma-1)} d\beta \int_{\mu_m}^1 q(t, \mu, \beta) d\mu,$$

$$\varphi_2(x, \xi) = \int_0^1 \frac{(e^x - 1)}{t^3(e^{x/t} - 1)} dt \int_{\beta_m}^1 \gamma e^{-\xi(\gamma-1)} d\beta \int_{-1}^{\mu_m} q(t, \mu, \beta) d\mu,$$

$$q(t, \mu, \beta) = \frac{\beta^{-2}(3\mu^2 - 1) \left[ \left( 1 - \frac{\beta\mu}{t} \right) - 1 \right]^2 + (3 - \mu^2)}{(1 - \beta\mu)^2}$$

и

(2.38)

$$A(\xi) = \frac{3}{32} \left( \int_0^1 \beta^2 \gamma^5 e^{-\xi(\gamma-1)} d\beta \right)^{-1},$$

$$\beta_m = \frac{1-t}{1+t}, \quad \mu_m = \frac{t(t^{-1} - 1 - \beta)}{\beta}, \quad \mu_M = \frac{t-1+\beta}{t\beta}.$$

Детали расчёта функции  $\Phi(x, \xi)$  приведены в работе [Rephaely, 1995] совместно с численным расчётом для функции  $\Delta I(x, \xi)$ . Заметим, что из уравнения (2.37) следует важный вывод о том, что в общем случае для произвольных значений параметра  $x$  автомодельное решение отсутствует. Возмущение интенсивности  $\Delta I$  из уравнения (2.37), как и возмущения температуры

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{e^{x-1}}{xe^x} \tau[\Phi(x, \xi) - 1], \quad (2.39)$$

являются функциями параметра  $\tau$  и  $\xi$  независимо. Наиболее наглядно этот эффект проявляет себя при  $x > 5 \div 6$  (см. рис. 2.1). На рис. 2.1 приведено частотное распределение для функции  $\Delta I/\tau$ , рассчитанное в приближении Зельдовича–Сюняева (1969) и из уравнений (2.37), (2.38) [Rephaeli, 1995]. Как видно из этого рисунка, в частотном диапазоне  $x \geq 6$  отклонения оказываются значительными. В то же время при  $x \rightarrow 0$  как следует из уравнений (2.38), (2.39), функция  $\Phi(x, \xi) = -\xi^{-1}$  и мы приходим к соотношению (2.29) при  $\frac{kT_e}{m_e c^2} = \text{const}$ .

В работах [Challinor, Lasenby, 1997, 1998] приведён аналогичный вывод релятивистских поправок к эффекту Зельдовича–Сюняева и показано, что в низкочастотной области спектра отклонения температуры имеют следующий вид:

$$\frac{\Delta T_{Rj}}{T_0} = -2y \left[ 1 - \frac{17}{10} \xi^{-1} + \frac{123}{40} \xi^{-2} + O(\xi^{-3}) \right]. \quad (2.40)$$

Как видно из этого соотношения, эффект автомодельности нарушается в первом порядке по параметру  $\xi^{-1} \ll 1$ . Детальные численные расчёты поправок были выполнены в работах [Itoh et al., 2001; Dolgov et al., 2001].

Таким образом, релятивистская коррекция диффузного приближения оказывается наиболее важной при анализе возможных спектральных искажений в Виновской области спектра, где происходит формирование более сильных искажений по мере увеличения температуры электронов.

## 2.6. Кинематический эффект Зельдовича–Сюняева

Наряду с космологическими приложениями эффекта комптонизации спектра реликтового излучения при его взаимодействии с горячими электронами, важное прикладное значение имеет его астрофизический аспект. Речь идёт о взаимодействии квантов реликтового излучения с горячим газом в скоплениях галактик, имеющим высокие температуры вплоть до  $10^8$  К. При этом тепловой эффект Зельдовича–Сюняева в релей-джинсовском участке спектра описывается формулой

$$\frac{\Delta T_{Rj}}{T_0} = \frac{2kT_e}{m_e c^2} \cdot \tau, \quad (2.41)$$

где  $\tau = \int dl \sigma_T n_e(r)$  – оптическая толща по Томпсоновскому рассеянию, определённая по лучу зрения. Однако, как показали Сюняев и Зельдович [Sunyaev, Zeldovich, 1980], при анализе взаимодействия квантов реликтового излучения с газом в скоплениях галактик необходимо принимать во внимание доплеровское смещение частоты квантов, связанное с движением скопления как целого относительно РИ. В этом случае изменение

интенсивности излучения будет равно

$$\frac{\Delta I}{I} \Big|_D = -\frac{x e^x}{e^x - 1} \frac{v_r}{c} \cdot \tau, \quad (2.42)$$

где  $x = h\nu / kT_\gamma$ , а  $v_r$  – радиальная компонента скорости скопления. В пересчёте на возмущения температуры из уравнения (2.42) немедленно следует

$$\frac{\Delta T}{T_0} \approx -\frac{v_r}{c} \cdot \tau. \quad (2.43)$$

Как видно из уравнения (2.43) эффект увеличения или уменьшения  $\Delta T/T$  не зависит от частоты и определяется лишь направлением движения скопления. Температура понижается, если скопление удаляется от нас, и повышается, если скопление движется к нам. Таким образом, принципиально важным является тот факт, что из данных о спектре реликтового излучения в направлении на скопления галактик можно определить радиальные компоненты скорости их движения. Однако, в принципе, можно судить (хотя и достаточно сложно) о величине тангенциальной компоненты [Sunyaev, Zeldovich, 1980] и по данным о поляризации реликтового излучения в направлении на скопление галактик.

Так как для известных скоплений, для которых кинематический эффект Зельдовича–Сюняева уже измерен, характерные оптические толщи не превышают  $\tau \approx 0,02 \div 0,05$ , а как правило, оказываются ещё ниже, то для моделирования эффектов генерации поляризации при рассеянии квантов реликтового излучения на горячих электронах можно использовать приближение однократного рассеяния (см. раздел 2.3).

Согласно общей теории доплер-эффекта [Ландау, Лифшиц, 1962] температура излучения при рассеянии на электроне (в системе его покоя) даётся выражением

$$T_0 = T_\gamma \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}, \quad (2.44)$$

где  $\theta$  – угол между направлением импульса кванта и электрона, а  $T_\gamma$  – истинная температура реликтового излучения. Считая движение электронов нерелятивистским, можно в уравнении (2.43) воспользоваться разложением по параметру  $\frac{v}{c} \ll 1$  вплоть

до второго порядка  $\sim \left(\frac{v}{c}\right)^2$ ,

$$T_0 = T_\gamma \left[ 1 - \beta \cos \theta + \beta^2 \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) \right], \quad (2.45)$$

где  $\beta = \frac{v}{c}$ .

В релей-джинсовском диапазоне спектра интенсивность излучения непосредственно связана с его температурой и обладает соответственно квадрупольной анизотропией в порядке  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$

Поскольку зависимость дифференциального сечения рассеяния квантов на электронах от поляризации даётся хорошо известным соотношением [Chandrasekhar, 1950]

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} \propto |\hat{\epsilon} \cdot \hat{\epsilon}'|^2, \quad (2.46)$$

где  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\epsilon}'$  – начальная и конечная поляризации фотонов, то усреднение по начальным значениям поляризации приводит к результирующей поляризации [Sunyaev, Zeldovich, 1980]:

$$\frac{I_{||} - I_{\perp}}{I_{||} + I_{\perp}} = P \simeq 0,1 \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 \quad (2.47)$$

Заметим, что в эту оценку входит именно тангенциальная компонента скорости, в то время как вклад от радиальной компоненты равен нулю в силу уравнения (2.46). Для скоплений галактик величина поляризации будет в  $\tau \ll 1$  раз меньше, чем в выражении (2.47), поскольку малость оптической толщи связана с вероятностью рассеяния соотношением (2.36). Окончательно

$$P_{cl} \simeq 0,1 \cdot \tau \left( \frac{v_t}{c} \right)^2 \quad (2.48)$$

Заметим, что наряду с выражением (2.48), поляризация излучения при его рассеянии на движущемся кластере возникает в первом порядке по  $\frac{v_t}{c}$ , но во втором порядке по  $\tau^2$ . Соответствующие оценки были даны Зельдовичем и Сюняевым [1980]:

$$\tilde{P}_{cl} \simeq \pm \frac{x e^x}{4\theta(e^x - 1)} \frac{v_t}{c} \tau^2 \quad (2.49)$$

В заключение этого раздела заметим, что среди слабонелинейных эффектов, возникающих в порядке  $\tau \frac{v_l^2}{c^2}$  или  $\frac{v_l}{c} \tau^2$ , существует и чисто гравитационная поправка к спектру реликтового излучения, не зависящая от оптической толщи плазмы. На это обстоятельство впервые обратили внимание Гурвич и Митрофанов [Gurvitz, Mitrofanov, 1986], рассмотревшие эффект гравитационного линзирования реликтового излучения на движущемся кластере. По порядку величин возмущение интенсивности реликтового излучения оценивается как

$$\frac{\Delta I}{I} \simeq \frac{x e^*}{e^* - 1} \frac{v_l}{c} \cdot \theta, \quad (2.50)$$

где угол отклонения луча  $\theta \sim GM/Rc^2$  связан с массой скопления  $M$  и его радиусом  $R$ . Принимая для оценок  $M \sim 2 \cdot 10^{15} M_\odot$ ,  $R \sim 2$  Мпк и  $v_l \sim 2 \cdot 10^3$  км/с, из выражения (2.49) получим  $\frac{\Delta T}{T} \simeq 10^{-6}$  в релей-джинсовской области спектра.

В целом, подводя итог этого параграфа, нужно признать, что при всей важности изучения нелинейных поправок к тепловому и кинетическому эффектам Зельдовича–Сюняева, возможности современного эксперимента ещё, к сожалению, весьма далеки от обнаружения поправок более высокого порядка. В то же время линейные эффекты, особенно в сочетании с рентгеновскими и  $\gamma$ -наблюдениями, позволяют получить уникальную информацию не только о характере движения и температуре газа в скоплениях галактик, но и наметить пути независимого измерения постоянной Хаббла  $H_0$  по данным о спектре реликтового излучения. Иллюстрации общей идеологии этого метода посвящён следующий параграф.

## 2.7. Определение $H_0$ по данным радио- и рентгеновской светимости скоплений

В первой главе мы уже рассматривали современные методы определения величины постоянной Хаббла, использующие в качестве “эталона” различные объекты – цефеиды, сверхновые и т.п. В этом разделе мы дополним этот список ещё одной стандартной “свечой” – определением  $H_0$  по искажению спектра

реликтового излучения тепловым эффектом Зельдовича–Сюняева в сочетании с данными о рентгеновской светимости газа в скоплениях галактик. Суть идеи такого совместного использования двух эффектов чрезвычайно проста. По данным о рентгеновской светимости можно получить соотношение между температурой, яркостью скопления и распределением плотности внутри него. С другой стороны, тепловой эффект Зельдовича–Сюняева также оперирует практически с этими же параметрами. Следовательно, комбинируя два эффекта вместе, можно выразить угловой размер скопления через комбинацию рентгеновской и радиояркости. Этот же размер может быть найден в рамках стандартных космологических методов (см. гл. 1), что и поможет связать величину постоянной Хаббла  $H_0$  с радио- и рентгеновской светимостями скоплений. Конкретная реализация этого алгоритма приведена в работах [Carlstrom et al., 1996, 2000, 2001; Udomprasert et al., 2000; Birkinshaw, 1999; Birkinshaw, Hughes, 1994], где обсуждаются последние данные по измерению  $H_0$  указанным выше методом. Рассмотрим ряд основных положений этой схемы.

Наблюдаемая рентгеновская яркость газа внутри скопления даётся простой формулой [Birkinshaw, 1999]

$$B_x \simeq \frac{\Lambda_0 n_0^2 d_A}{4\pi(1+z)^3} \int_0^{\theta_{cl}} \omega_n^2 \omega_\lambda d\xi, \quad (2.51)$$

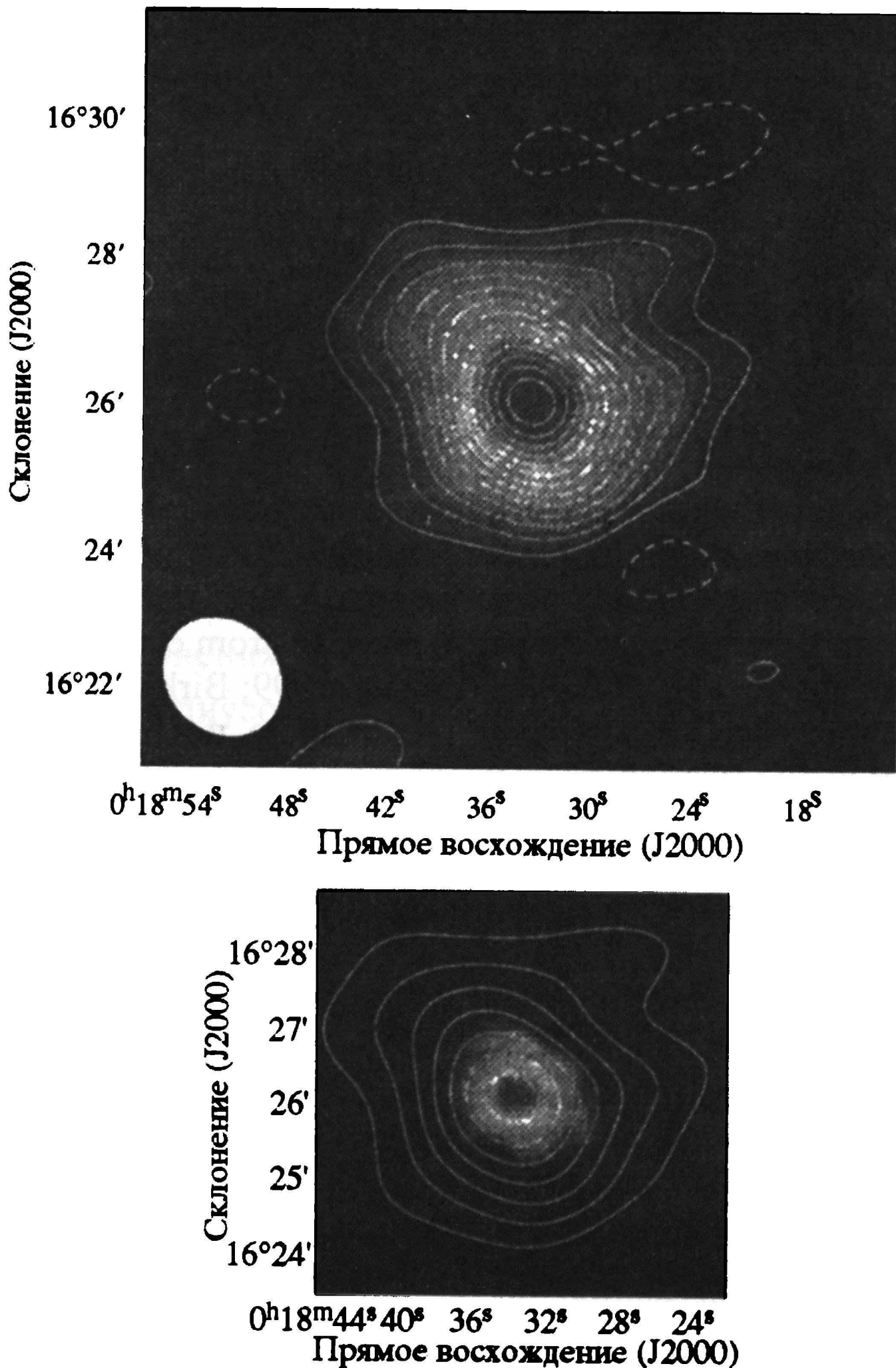
где  $n_0 \cdot \omega_n = n_e$  – распределение электронной концентрации по радиусу скопления,  $\Lambda_0 \cdot \omega_\lambda$  – распределение по радиусу рентгеновской светимости горячего газа,  $\xi = r/d_A$ ,  $d_A$  – расстояние до скопления,  $r$  – радиус скопления,  $z$  – красное смещение,  $\theta_{cl}$  – угловой размер скопления. Для теплового эффекта Зельдовича–Сюняева искажения интенсивности излучения даются соотношением

$$\Delta I = i_0 g(x) \frac{kT_{e0}}{m_e c^2} \sigma_T n_0 d_A \int_0^1 \omega_n \omega_T d\xi, \quad (2.52)$$

где

$$i_0 = \frac{2(kT_0)^3}{(hc)^2}, \quad g(x) = \frac{x^4 e^4}{(e^x - 1)^2} \left[ \frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right],$$

$T_e = T_{e0} \cdot \omega_T$  – распределение электронной температуры по углу.



**Рис. 2.2.** Радио- (вверху) и рентгеновское (ROSAT) (внизу) изображения CL0016+16, полученные ВИМА-коллаборацией (детали см. [Carlstrom et al., 2000])

Комбинируя выражения (2.51) и (2.52), окончательно получим

$$d_A = \frac{1}{4\pi(1+z)^3} \left( \frac{\Lambda_0}{\sigma_T B_x} \right) \left( \frac{\Delta I}{i_0 g(x)} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{kT_{e0}} \right)^2 \left( \frac{Q_x}{Q_m^2} \right), \quad (2.53)$$

где  $Q_x = \int d\xi \omega_n^2 \omega_\Lambda$ ,  $Q_m = \int \omega_n \omega_T d\xi$ . Сравнение (2.53) и (2.51), позволяет выразить  $H_0$  через параметры задачи.



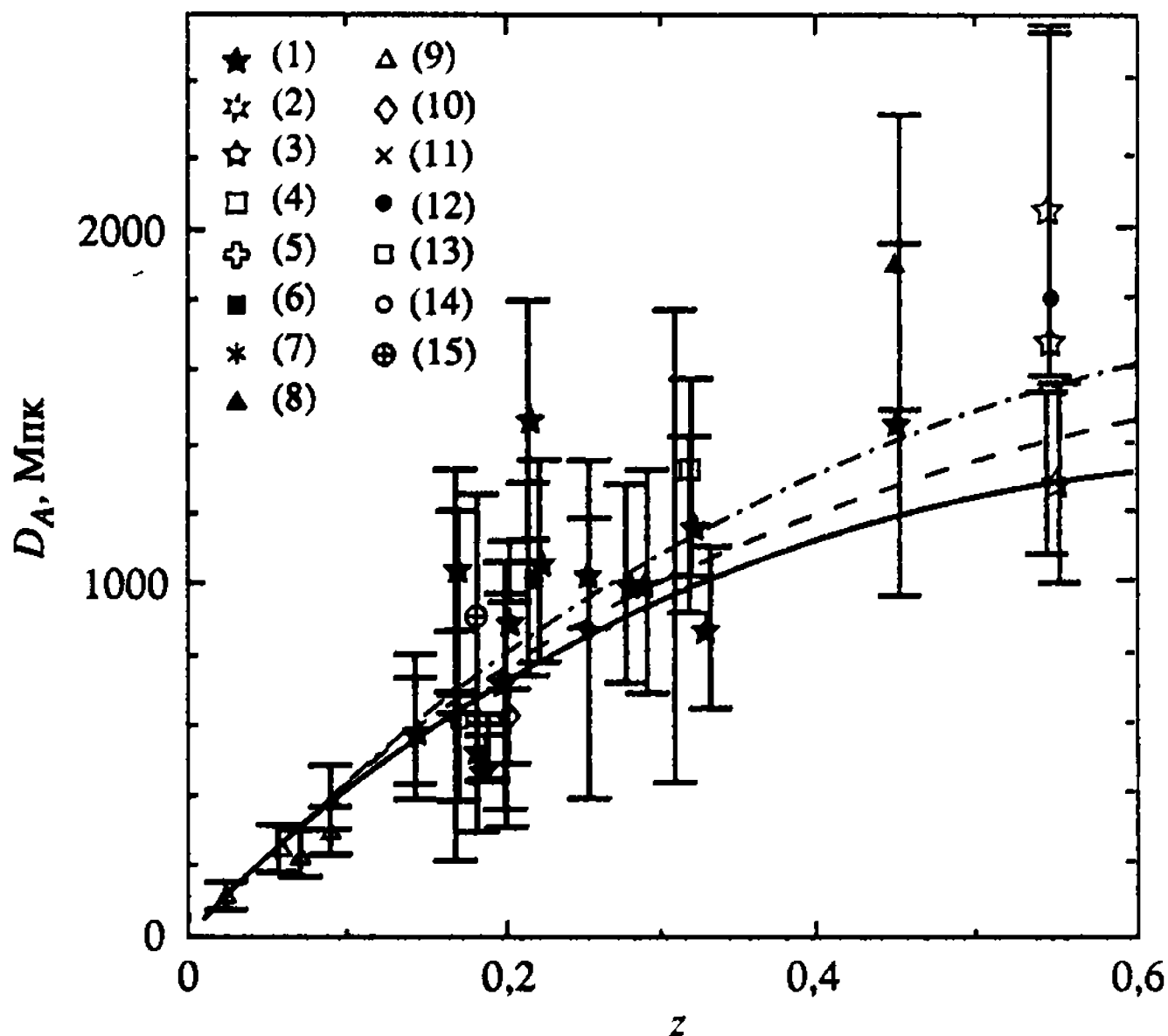


Рис. 2.3. Зависимость распределения  $D_A$  от красного смещения  $z$  [Carlstrom et al., 2000]

Как видно из уравнения (2.53), точность определения шкалы  $d_A$  до скоплений зависит от “геометрических” параметров  $Q_c$  и  $Q_m$ , определяемых путём интегрирования функций распределения температуры, концентрации газа и его рентгеновской светимости по радиусу. В последние 10 лет решающий успех в определении  $\omega_n$ ,  $\omega_T$  и  $\omega_A$  был достигнут путём использования интерферометрических измерений в сочетании с рентгеновскими данными высокого углового разрешения. В ряду таких радиоизмерений прежде всего следует упомянуть данные VIMA и OVRO коллабораций [Carlstrom et al., 1996, 2000], осуществивших наблюдения 35 скоплений галактик в диапазоне красных смещений  $0,17 + 0,89$ .

На рис. 2.2 показан радиообраз скопления CL0016+16, полученный VIMA интерферометром на частоте 28 ГГц. Здесь же приведён рентгеновский снимок этого же скопления, полученный спутником ROSAT. Заслуживает внимания высокая корреляция в ориентации горячих областей газа, определяемых как в радио-, так и в рентгеновском спектре излучения от скопления.

Недавно СВІ-интерферометром были измерены распределения радиояркостей ближайших девяти скоплений галактик с угловым распределением вплоть до  $3'$  [Udomprasert et al., 2000].

Аналогичная программа была реализована в рамках наблюдательных программ SuZIE, PROMAOS и MITO. Величина комптоновских искажений  $y \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$  была зарегистрирована при наблюдении скопления RXj1347 [Pointecoteau, 1999] с помощью тридцатиметрового радиотелескопа IRAM. В ряду экспериментов по наблюдению эффекта Зельдовича–Сюняева особое место занимают данные BIMA и ORVO по определению величины постоянной Хаббла. Для 33 кластеров галактик результаты исследований были суммированы в работе [Carlstrom et al., 2000] (см. рис. 2.3). Поскольку в выражении для расстояния  $d_A$  наряду с постоянной Хаббла входит полная плотность материи, включая и космологическую постоянную, результаты определения  $H_0$  оказываются модельнозависимыми. Так, при  $\Omega = 0,3$  ожидаемая величина постоянной Хаббла оказывается близка к  $60 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$ , а при  $\Omega = 1$  ( $\Lambda = 0$ ) она составляет  $H_0 = 58 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$  при  $\pm 5\%$  наблюдательной погрешности. При этом уровень систематических погрешностей оценивается почти в 6 раз выше ( $\sim 30\%$ ) [Carlstrom et al., 2000].

## 2.8. Комptonизация при больших красных смещениях

В этом разделе мы рассмотрим приложения теории комптоновских искажений спектра реликтового излучения при энерговыделении в ранней Вселенной. Заметим, что впервые этот вопрос был исследован в работе [Sunyaev, Zeldovich, 1972b], где были указаны основные особенности трансформации спектра реликтового излучения при нагреве космологических электронов задолго до эпохи формирования галактик и их скоплений. В настоящем разделе мы ещё раз возвращаемся к рассмотрению этой проблемы главным образом из-за того, что современные данные DERBI и FIRAS инструментов, полученные в рамках проекта COBE [Fixsen et al., 1996], налагают жёсткие наблюдательные ограничения на величину химпотенциала фотонов и неравновесность спектра.

Анализ температурного режима электронов при возможном энерговыделении в ранней Вселенной мы будем проводить в предположении о максвелловском характере распределения электронов по скоростям и равенстве температур электронной и протонной компонент. Эта гипотеза предполагает, что харак-

терные времена столкновения электронов как между собой  $\tau_{ee}$ , так и с протонами  $\tau_{ep}$  должны быть значительно ниже комptonовского времени “перекачки” энергии от электронов к  $\tau_{e\gamma}$  (см. [Zeldovich, Novikov, 1983]).

При выполнении условия  $\tau_{ee}, \tau_{ep} \ll \tau_{e\gamma}$  тепловой баланс электронного газа в присутствии источников нагрева электронов определяется из первого закона термодинамики

$$d(\rho_{\text{tot}} a^3) + P_{\text{tot}} da^3 = dQ, \quad (2.54)$$

где  $a$  – масштабный фактор,  $dQ$  – энергосвободное от источников нагрева,  $\rho_{\text{tot}}$  и  $P_{\text{tot}}$  – полные плотность и давление электронно-протонного газа и излучения. Учитывая, что для каждой компоненты имеют место соотношения между плотностью энергии, давлением и температурой,

$$P_\gamma = \frac{1}{3} \rho_\gamma, \quad \rho_e c^2 = m_e n_e c^2 + \frac{3}{2} n_e k T_e, \quad P p_e = k n_e T_e, \quad (2.55)$$

где  $n_e$  – концентрация электронов,  $T_e$  – температура электронов, из уравнений (2.54) и (2.55) можно получить следующие уравнения теплового баланса для водорода и гелия:

$$\frac{dT_e}{dt} + 2 \frac{\dot{a}}{a} T_e = \frac{2}{3(n_e + n_H + n_{He})} \left[ \frac{\dot{Q}}{k a^3} - \frac{d}{a^4 dt} (\rho_\gamma a^4) \right]. \quad (2.56)$$

В приближении комptonовского нагрева излучения горячими электронами из уравнения (2.25) находим, что

$$\frac{d}{a^4 dt} (\rho_\gamma a^4) = \rho_\gamma \cdot 4 \tau_e \frac{k T_e}{m_e c^2} \left[ 1 - \frac{\sigma T_e^4}{4 \pi^2 \epsilon_\gamma} \int x^4 f(1+f) dx \right], \quad (2.57)$$

где  $\epsilon_\gamma = \rho_\gamma c^2$ ,  $x = \frac{h\nu}{kT_e}$  и  $f$  – функция распределения квантов по частоте.

Переходя в выражении (2.57) к интегрированию по переменной  $x' = \frac{h\nu}{kT_e}$ , окончательно получим

$$\frac{d(T_e a^2)}{a^2 dt} + \frac{1}{\tau_{e\gamma}} \left( T_e - \frac{15}{4 \pi^4} \frac{\sigma T_e^5}{\epsilon_\gamma} \int_0^\infty x^4 f(x)(1+f) dx \right) = \frac{2q}{3 n_{\text{tot}} a^3}, \quad (2.58)$$

где

$$n_{\text{tot}} = n_e + n_{\text{H}} + n_{\text{He}}, \quad q \equiv \dot{Q}, \quad \tau_{e\gamma} = \frac{3m_e c}{8\sigma_\tau \epsilon_\gamma} \cdot \frac{n_{\text{tot}}}{n_e} = \frac{3m_e c}{8\sigma_\tau \epsilon_\gamma} x_e^{-1} \quad (2.59)$$

и ионизация плазмы равна  $x_e = \frac{n_e}{n_{\text{tot}}}$ . Принимая во внимание, что при красных смещениях  $z \gg 10^3$  космическая плазма полностью ионизована, и учитывая, что характерное время комптоновского взаимодействия оказывается намного меньше космологического времени, из уравнения (2.58) можно получить

$$T_e \approx \frac{15}{4\pi^4} \frac{\sigma T_\gamma^5}{\epsilon_\gamma} \int_0^\infty x^4 f(x)(1+f) dx + \frac{2}{3} \tau_{e\gamma} \frac{q}{n_{\text{tot}}} a^3 \quad (2.60)$$

В предположении, что отклонения функции распределения квантов от равновесной формы малы, второе слагаемое в правой части уравнения (2.60) сводится к температуре излучения  $T_\gamma$ , а соответствующая величина  $y$ -параметра оказывается равной

$$y \approx \int \frac{k(T_e - \tau)}{m_e c^2} d\tau \approx \frac{2}{3} \int \frac{\tau_{e\gamma}}{m_e c^2} \frac{qk}{n_{\text{tot}} a^3} d\tau. \quad (2.61)$$

Дальнейшая оценка параметра  $y$  зависит от соотношения между характерным временем изменения параметров источника  $t_s \approx (Q/\dot{Q})$  и характерным временем изменения оптической толщи плазмы  $t_{\text{opt}} \approx \tau/\dot{\tau}$ . Если отвлечься от периода рекомбинации водорода, при котором  $t_{\text{opt}}$  оказывается малым, можно считать, что при  $z \gg 10^3$   $t_{\text{opt}} \sim t_{\text{exp}}$ , где  $t_{\text{exp}} \approx a/\dot{a}$  – характерное время расширения. Тогда при  $t_s \ll t_{\text{exp}}$  параметр  $y$  будет порядка

$$y \approx \frac{2}{3} \tau' \cdot \frac{\tau_{e\gamma}}{m_e c^2} \frac{Q}{n_{\text{tot}} a^3}. \quad (2.62)$$

В противоположном случае, когда эволюция источника нагрева происходит медленно ( $t_s \geq t_{\text{exp}}$ ), можно приближённо считать параметр  $y$  равным следующему выражению:

$$y \approx \frac{2}{3} \tau \cdot \frac{\tau_{e\gamma}}{m_e c^2} \frac{Qk}{n_{\text{tot}} a^3} = \frac{2}{3} \tau \frac{\tau_{e\gamma}}{m_e c^2} \frac{q}{n_{\text{tot}} a^3}. \quad (2.63)$$

Будем для определённости называть режим (2.62) режимом

взрывного выделения энергии, а режим (2.63) квазистационарным. Если не вдаваться в конкретизацию возможных механизмов реализации взрывного и квазистационарного режимов, то с точностью до коэффициента  $\sim 1$  они соответствуют примерно одинаковой величине параметра  $y$ . Для определённости рассмотрим режим (2.62). Учитывая равенство  $\tau'_i = \sigma_T n_e c$  и уравнение (2.59), получаем следующее выражение для  $y$ :

$$y_s \simeq \frac{1}{4} \frac{Q}{\epsilon_\gamma a^3}. \quad (2.64)$$

В уравнении (2.64)  $\epsilon_s = Q/a^3$  есть не что иное, как плотность энергии, выделяемой на нагрев электронов сторонними источниками. Тогда для отношения  $\epsilon_s/\epsilon_\gamma$  из уравнения (2.64) следует простая оценка

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_\gamma} \simeq 8 \cdot 10^{-5} \left( \frac{y}{2 \cdot 10^{-5}} \right) \sim 10^{-4}, \quad (2.65)$$

где в качестве нормировки параметра  $y$  мы использовали данные [Fixsen et al., 1996].

Заметим, что эта оценка носит достаточно общий характер и может успешно применяться для оценки энерговыделения при любых красных смещениях. Наряду с рассмотренными выше  $y$ -искажениями спектра реликтового излучения необходимо ещё остановиться на принципиально важном механизме, возникающем при больших оптических толщах плазмы. Речь идёт о формировании бозе-эйнштейновского спектра реликтового излучения

$$f(x, \mu) = \left( e^{\frac{v_i \mu}{k T_e}} - 1 \right)^{-1} \quad (2.66)$$

Формально этот спектр удовлетворяет уравнению Компанейца (2.22) при  $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ . В свою очередь это означает, что параметр  $y$

должен быть достаточно велик:

$$y \sim \tau \cdot \frac{k(T_e - T_\gamma)}{m_e c^2} \gg 1. \quad (2.67)$$

В этом случае можно ожидать, что асимптота решения урав-

нения (2.23) будет приближаться к режиму (2.66) и химпотенциал  $\mu$  будет равен [Sunyaev, Zeldovich, 1972a, b]

$$\mu = 1,4 \cdot kT_\gamma \cdot \delta_s, \quad (2.68)$$

где  $\delta_s$  – выделение энергии.

Таким образом, суммируя результаты этого раздела можно указать на два основных типа искажений спектра реликтового излучения:  $y$  – искажения и химпотенциал  $\mu$ . Оба эти параметра зависят от деталей нагрева электронов и рассчитываются в рамках конкретных предположений о свойствах источников неравновесного энергосыделения. В следующей главе, анализируя ионизационную историю Вселенной и в особенности механизмы реионизации космической плазмы, мы детально рассмотрим ряд таких механизмов, уделив внимание возможным наблюдательным проявлениям процессов неравновесного энергосыделения. В то же время важнейшим фактором, ограничивающим пределы применимости теории, является эксперимент. Для спектральных искажений реликтового излучения в роли такого “критического” эксперимента выступают данные DERBI- и FIRAS-инструментов проекта COBE, ограничивающие наблюдательные значения параметров  $y$  и  $\mu$  на следующем уровне

$$y_0 \leq 1,5 \cdot 10^{-5} \quad (95\% \text{ CL}),$$

$$\mu < 9 \cdot 10^{-5} \quad (95\% \text{ CL}).$$

При этих значениях параметров ограничения на возможное энергосыделение в ранней Вселенной показано на рис. 2.4 в зависимости от красного смещения [Fixsen et al., 1996]. Как видно из этого рисунка, практически во всём диапазоне красных сме-

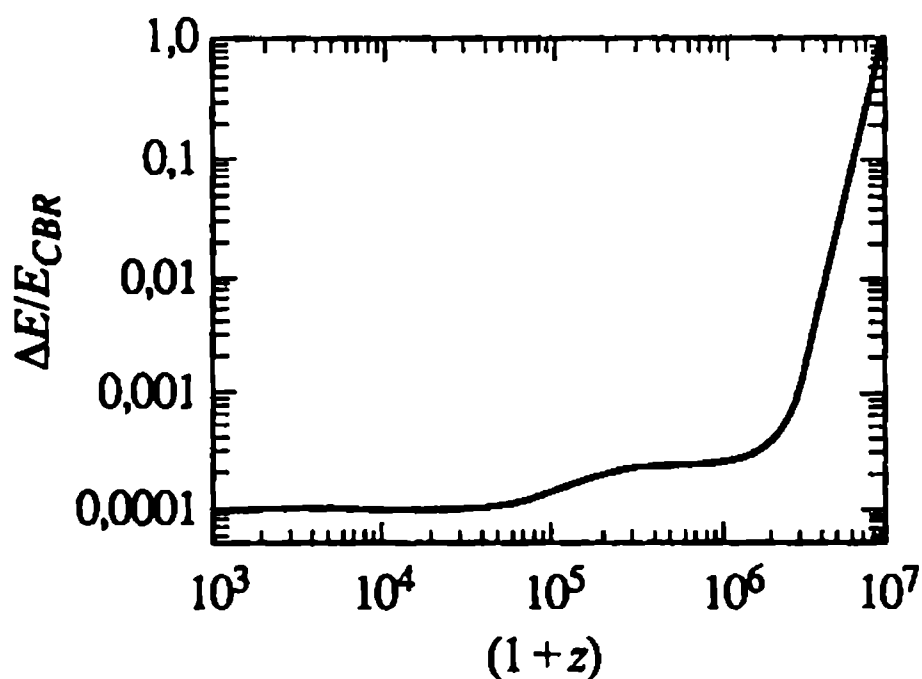


Рис. 2.4. Зависимость энергосыделения  $\Delta E/E_{CVR}$  от красного смещения с учётом ограничений [Fixsen et al., 1996]

щений  $10^3 < z \leq 10^6$  уровень энерговыделения не превышает  $10^{-3} \div 10^{-4}$ . При  $z \geq 10^7$  ограничения на степень “неравновесности” Вселенной  $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_\gamma}$  не исключают возможности значительного

энерговыделения  $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_\gamma} \sim 1$ . Однако это “смягчение” ограничений

вовсе не отражает тот факт, что космическая плазма должна была быть именно неравновесной. Речь идёт о том, что комптоновский механизм формирования искажений оказывается нечувствительным к значительным искажениям спектра реликтового излучения. Напомним, что эпоха космологического нуклеосинтеза непосредственно граничит с эпохой  $z \sim 10^7$ , и реликты нуклеосинтеза ( $\text{He}^4$  и  $\text{D}$ ) свидетельствуют о равновесном характере спектра квантов вплоть до  $z \sim 10^9 \div 5 \cdot 10^9$ .

# ИОНИЗАЦИОННАЯ ИСТОРИЯ ВСЕЛЕННОЙ

## 3.1. Неизбежность рекомбинации водорода

Физика реликтового излучения тесным образом связана с кинетикой взаимодействия квантов и электронов, поскольку именно электроны являются наиболее лёгкими заряженными частицами, аннигилировавшими с позитронами в процессе остывания Вселенной в эпоху, когда её температура падала до значения  $10^9$  К. Остаточные электроны, уже будучи нерелятивистскими, являются важнейшим фактором возможных искажений спектра реликтового излучения в эпоху с  $z < 10^7$ , когда комптоновское рассеяние является доминирующим механизмом  $e\gamma$ -взаимодействия. В рамках “ $u$ -теории” комптонизации реликтового излучения мы видим, что этот параметр, характеризующий степень “неравновесности” электронов по отношению к излучению, зависит не только от температуры  $T_e$ , но и от оптической толщи плазмы по томпсоновскому рассеянию  $\tau$ . В свою очередь скорость изменения оптической толщи во времени  $\dot{\tau} = \sigma_T n_e c$  определяется двумя важнейшими факторами: расширением Вселенной и динамикой изменения концентрации электронов. Обычно для описания этого процесса используют понятие степени ионизации плазмы

$$x_e = \frac{n_e}{n_{\text{tot}}}, \quad (3.1)$$

где  $n_{\text{tot}}$  – полная концентрация барионов в плазме. В случае, когда температура плазмы заведомо превышает  $10^5$  К, электроны должны находиться в свободном (не связанном с протонами) состоянии, поскольку гигантское количество ионизирующих квантов немедленно приводит к разрушению атомов водорода. Иными словами, эффективность реакции  $H + \gamma \rightarrow p + e$  настолько высока, что не приходится говорить о сколько-нибудь заметном содержании нейтрального водорода в космологической материи. В этом случае степень ионизации  $x_e$  с высокой точностью равна 1 и изменение оптической толщи плазмы по томпсоновскому рассеянию обусловлено только расширением



Вселенной. Примечательно, что даже в случае, когда степень ионизации плазмы не изменяется во времени ( $x_e = 1 = \text{const}$ ), ожидаемая толщина плазмы всё равно будет убывать только за счёт космологического расширения [Hu, 1995],

$$\tau = \int_0^{t_{\text{now}}} \sigma_T n_b c dt \approx 4,1 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega_b}{\Omega_m} h \left\{ \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_m (1+z)^3 \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (3.2)$$

Здесь мы используем те же обозначения, что и в предыдущих главах и  $\Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$ . Как видно из уравнения (3.2), уже при  $z > z_{\text{cr}}$ , где  $z_{\text{cr}}$  определяется из условия  $\Omega_\Lambda + \Omega_m (1+z_{\text{cr}})^3 \geq 1$ , поведение оптической толщи подчиняется закону  $\tau \propto (1+z)^{3/2}$ , а при  $z \rightarrow 0$

$$\tau(z) \propto \frac{3}{2} \Omega_m \quad z \rightarrow 0.$$

Фактически первый важный вывод, вытекающий из анализа экстремальной асимптоты  $x_e = 1$  для любых красных смещений, заключается в том, что сегодняшняя Вселенная с точностью до  $\leq 1\%$  должна быть оптически тонкой по томпсоновскому рассеянию. Как видно из уравнения (3.2), при  $z \gg 1$  поведение оптической толщи не зависит от  $\Omega_\Lambda$ ,

$$\tau(z) \approx 4,1 \cdot 10^{-2} \Omega_b \Omega_m^{-1/2} h (1+z)^{3/2}, \quad (3.3)$$

и формально зона “последнего рассеяния” квантов на электронах ( $\tau(z) = 1$ ) соответствует красному смещению

$$z_* \approx 8,4 \Omega_b^{-2/3} \Omega_m^{1/3} h^{-2/3} \quad (3.4)$$

Принимая для определённости  $\Omega_b h^2 \approx 0,02$ ,  $\Omega_m \approx 0,3$  и  $h \approx 0,7$  (см. гл. 1) окончательно получим  $z \approx 60$ . Таким образом, при полной ионизации космической плазмы максимальное красное смещение, после которого реликтовое излучение распространяется свободно, описывается сравнительно небольшим  $z \approx 60$ . Однако возникает вопрос, а может ли полная ионизация водорода самопроизвольно поддерживаться до таких красных смещений? Ответ на этот вопрос можно дать из следующих качественных соображений.

Для поддержания степени ионизации на уровне  $x_e = 1$  необходимо, чтобы доля квантов с энергией выше потенциала ионизации водорода  $I \approx 13,6$  эВ примерно соответствовала одному кванту на барион. Как и в космологическом нуклео-

синтезе (см. гл. 1) формально это приводит к оценке

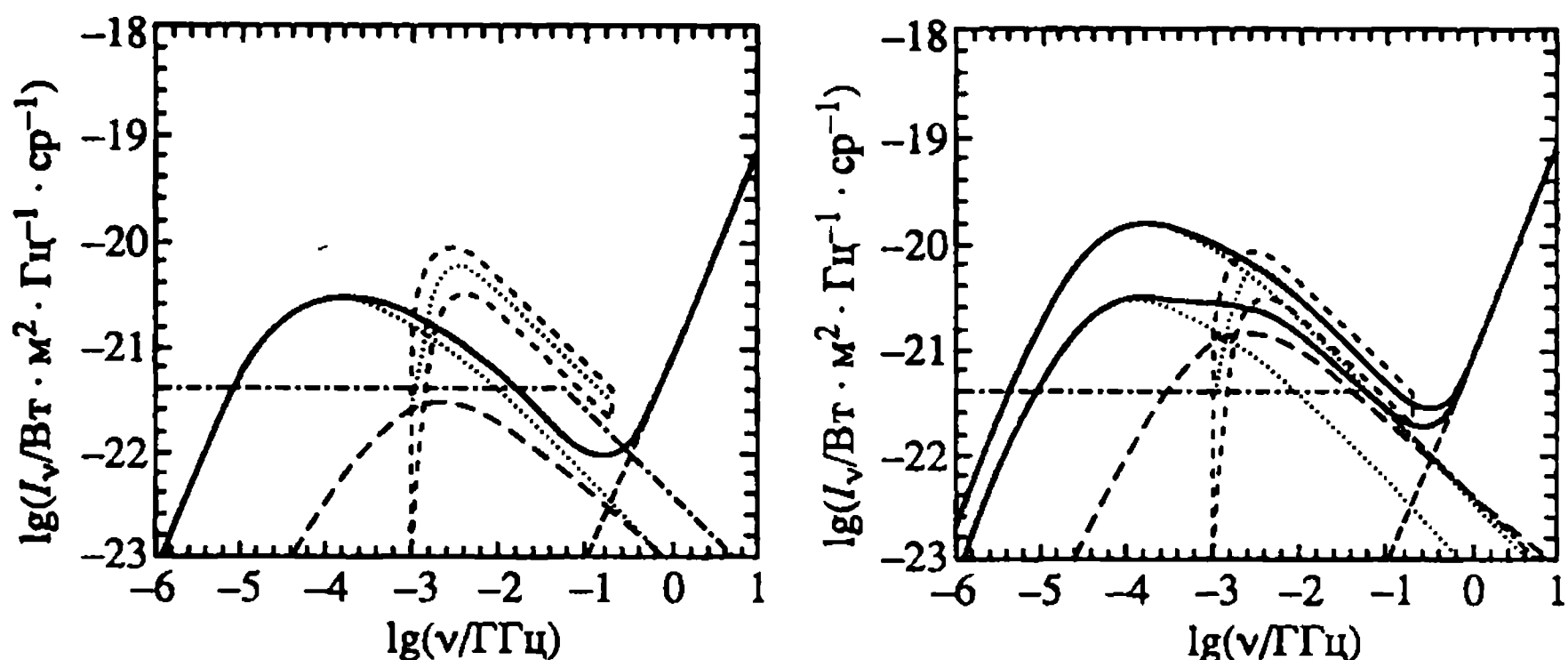
$$\xi^{-1} \exp\left(-\frac{I}{kT(z)}\right) \sim 1, \quad (3.5)$$

где  $\xi = \xi_{10} \times 10^{10}$ . По данным о распространённости космических  $\text{He}^4$  и  $\text{D}$  мы можем оценить оптимальный диапазон для  $\xi$ :  $\xi_{10} \sim 5$ . Подставив эту оценку в уравнение (3.5), получаем

$$T(z) \sim T_i \ln^{-1}(\xi^{-1}) \approx 3,8 \cdot 10^3 \text{ K}, \quad (3.6)$$

где  $T_i = I/k \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ K}$  – температура, соответствующая энергии ионизации. С учётом того, что  $T(z) = T_0(1+z)$ , где  $T_0 = 2,736$  – современная температура реликтового излучения, из уравнения (3.6) следует, что степень ионизации на уровне  $x_e \approx 1$  не может быть обеспечена ионизирующей виновской частью спектра при красных смещениях  $z < 1400$ . Следовательно, для поддержания режима  $x_e = 1$  при  $z < 1400$  необходимо присутствие мощной ионизационной компоненты материи, поскольку квантов реликтового излучения оказывается недостаточно!

Из приведённых выше оценок с очевидностью следует вывод о том, что ионизационная история космической плазмы является важнейшим зондом исследования свойств космической материи в эпоху с красным смещением  $z \leq 1400$ . Любая информация о степени ионизации плазмы в этот период неизбежно связана с тестированием процессов выделения энергии, а следовательно, и с идентификацией возможных источников такого энерговыделения. Драматизм ситуации ещё более усиливается, если принять во внимание наблюдения линии водорода с  $\lambda = 21 \text{ см}$  и  $\text{Ly-}\alpha$ -поглощение в спектрах удаленных квазаров, которые показывают, что уже при красных смещениях  $\sim 5 \div 6$  космологический водород должен быть ионизован вплоть до  $x_e \approx 1$  (см. раздел 3.8). Тем самым идея о неравновесных источниках энерговыделения получает прямое подтверждение, однако, к сожалению, лишь для малых красных смещений. А как обстоит дело с диапазоном  $60 < z < 1400$ ? Что можно сказать о наличии или отсутствии источников неравновесной (по отношению к реликтовому излучению) ионизации? По-видимому первыми, кто попытался обосновать неизбежность существования периода нейтрального водорода во Вселенной по крайней мере в ограниченном интервале красных смещений  $z$ , были Зельдович и Сюняев [Zeldovich, Sunyaev, 1969]. Ключевым моментом их работы была идея о том, что ионизация водорода должна со-



**Рис. 3.1.** Вклад нормальных галактик (пунктирная линия), радиогалактик (штриховая линия) и реликтового излучения (линия с короткими штрихами) в интенсивность внегалактического радифона. Вверху – без эволюции источников, внизу – с учётом возможной эволюции. Точками показана область изменений (см. рис. 1.3); детали см. в работе [Protheroe, Biermann, 1996]

проводятся нагревом электронов до температур  $T_e \geq 10^4$ . При таких температурах плазма должна излучать кванты (свободно-свободное излучение) с коэффициентом эмиссии

$$E_{ff}(\nu) = 5,4 \cdot 10^{-39} g T_e^{1/2} e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} n_e^2 \text{ эрг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с} \cdot \text{ср} \cdot \text{Гц}), \quad (3.7)$$

где  $g$  – фактор Гаунта:  $g = 1$  при  $h\nu \geq kT_e$  и  $g = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \times$

$\times \ln \left[ \frac{4kT_e}{h\nu} - 0,577 \right]$  [Karzas, Latter, 1961] в пределе  $h\nu \ll kT_e$ . Как

видно из уравнения (3.7), в длинноволновом участке спектра спектр эмиссии практически не зависит от частоты. Следовательно, на данных волнах следует ожидать появления пекулярностей в современном спектре фонового радиоизлучения, обусловленного нагревом космической плазмы при больших красных смещениях.

В гл. 1 при описании спектра космического электромагнитного излучения во Вселенной было отмечено, что в радиодиапазоне ( $\nu \approx 1 \div 10$  ГГц) поток излучения заведомо ниже  $J_R \approx 10^{-23}$  эрг/(с · ср<sup>2</sup> · Гц) при  $\nu \sim 10$  ГГц (см. рис. 3.1). Заметим, что в оригинальной работе [Zeldovich, Sunyaev, 1969] для  $J_R$  принималась величина, почти на 4 порядка выше указанного предела, хотя и на другой частоте ( $\nu \approx 0,6$  ГГц,  $\lambda \approx 50$  см). В силу “плоского” характера спектра свободно-свободной эмиссии ясно,

что порядок величины  $E_{ff}$  ( $\nu \approx 0,6$  ГГц) и  $E_{ff}$  ( $\nu \approx 10$  ГГц) не изменится. В то же время наблюдаемый поток на частоте 600 МГц убывает по сравнению с  $\nu \approx 10$  ГГц ещё примерно на порядок (см. рис. 3.1), достигая локального минимума. Таким образом, ограничения на температуру нагрева электронов можно получить из условия [Zeldovich, Sunyaev, 1969]

$$\int \frac{E_{ff} dl}{(1+z)^3} < J_R(\nu), \quad (3.8)$$

где  $dl = c dt \approx (c/H_0) (\Omega_m)^{-1/2} z^{-5/2}$ ,  $z \gg 1$ . Тогда, комбинируя уравнения (3.7) и (3.8), окончательно получим

$$\frac{(\Omega_b h^2 / 0,02)^2}{(\Omega_m h^2)^{1/2}} \int_0^{z_{\max}} dz \sqrt{1+z} T_e^{-1/2}(z) \leq 0,5 j_R, \quad (3.9)$$

где  $j_R \equiv J_R f(\nu) / 10^{-24}$  эрг/(с · см<sup>2</sup> Гц · ср). Как видно из уравнения (3.9), ограничения на  $T_e(z)$  зависят от динамики изменения температуры электронов по мере убывания красного смещения.

Рассмотрим модель, когда температура электронов зависит от  $z$  степенным образом,  $T_e(z) \approx 10^4 \frac{(1+z)^\xi}{(1+z_*)^\xi}$ , где параметр  $\xi \leq 0$ ,

а  $z_*$  – момент разогрева. Ясно, что при  $\xi > 0$  по мере изменения  $z$  температура электронов будет понижаться и, следовательно, мощность ионизатора оказывается недостаточной для поддержания режима  $x_e = 1$ .

Рассмотрим предельный случай, когда  $T_e = \text{const} \approx 10^4$  К и не зависит от  $z$  ( $\xi = 0$ ). Тогда из уравнения (3.9) мы немедленно получаем

$$z_{\max}^{3/2} \leq 75 j_R (\Omega_m h^2)^{1/2} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)^{-2} \left( \frac{T_e}{10^4} \right)^{1/2} \quad (3.10)$$

В то же время электроны, нагретые до  $10^4$  К, должны передавать энергию квантам реликтового излучения комптоновским механизмом. Соответствующая величина параметра  $y$  при этом оценивается как

$$y \sim \tau \frac{kT_e}{m_e c^2} \approx 1,6 \cdot 10^{-9} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right) (\Omega_m h^2)^{-1/2} \left( \frac{T_e}{10^4} \right) z_{\max}^{3/2}. \quad (3.11)$$

С учётом уравнений (3.10) и (3.11) получаем

$$y \leq 1,2 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)^{-1} \left( \frac{T_e}{10^4} \right)^{3/2} j_R. \quad (3.12)$$

что заведомо ниже наблюдательного предела COBE при  $T_e < 6,5 \cdot 10^6$  К. Возвращаясь к уравнению (3.10) и используя в качестве максимума температуры  $T_e < 6,5 \cdot 10^6$  К, мы получим  $z_{\max} \leq 150$ . Заметим, что в монографии [Zeldovich, Novikov, 1983] приведён более детальный вывод нахождения величины  $z_{\max}$ , основанный на поиске современного минимума функционала, учитывающего ограничения по радиофону и  $y$ -параметру, не требующие предположения о том, что  $T_e(z) = \text{const}$ . В рамках этой обобщённой постановки легко показать, что количественные выводы о необходимости существования периода нейтрального водорода во Вселенной изменяются слабо. С запасом можно утверждать, что вплоть до красных смещений  $z \approx 300$  космическая плазма должна быть нейтральна ( $x_e \ll 1$ ) и её температура должна быть низка ( $T_e < 10^4$  К).

Таким образом, космологический водород неизбежно должен рекомбинировать, а если принять во внимание эффект Ганна–Патерсона, впоследствии вновь ионизоваться. Каковы могли быть источники этого процесса – вот вопрос, который создаёт интригу ионизационной истории Вселенной, обсуждению которой посвящаются следующие параграфы этой главы.

### 3.2. Стандартная модель рекомбинации водорода

Объектом нашего внимания в этом параграфе будет стандартная модель рекомбинации водорода, основы которой были сформулированы в конце 60-х – начале 70-х годов XX века в пионерских работах [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968; Peebles, 1968]. Необходимо отметить, что в этот период роль скрытой массы в кинематике и динамике эволюции Вселенной недооценивалась. Поэтому все результаты теории рекомбинации водорода в барионной Вселенной нуждались в определённой корректировке, учитывающей простой факт, что скрытая масса по плотности преобладает над плотностью барионной материи и, следовательно, начиная с красного смещения  $z_{\text{eq}} \approx 1,2 \cdot 10^4 \Omega_m h^2$ , когда её плотность сравнивается с плотностью реликтового излучения, темп расширения Вселенной подчиняется закону  $a \propto t^{2/3}$ . В то же

время, при малых плотностях барионов  $\Omega_b h^2 \approx 0,02$  момент равенства  $z_{\text{eq}}$  соответствовал бы  $z_{\text{eq}} \sim 240 \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)$  (без учёта фона скрытой массы) и рекомбинация водорода протекала бы ещё на радиационно-доминированной фазе. Разбалансировка между скоростями реакций рекомбинации водорода, которые зависят от  $\Omega_b$ , и темпом космологического расширения, определяемым  $\Omega_m$ , является основным отличием “стандартных” моделей при учёте скрытой массы. Впервые на это обстоятельство было указано Заботиным и Насельским [1982а, б] (см. также [Jones, Wyse, 1990; Lubarski, Sunyaev, 1983; Krolik, 1990]). Одновременно с учётом фактора скрытой массы Rybicki и Dell’Antonio [1994], Баско [1981], Krolic [1990] уточнили модель переноса резонансных квантов в расширяющейся Вселенной, а Lepp, Stancil и Dalgarno [1998] рассчитали влияние ионизационного режима на синтез молекул на поздних стадиях рекомбинации водорода ( $z \ll 1400$ ). Новым элементом, обусловленным уникальной точностью планируемых СМВ-экспериментов, явился учёт влияния  $\text{He}^4$  на кинетику космологической рекомбинации водорода и его остаточную ионизацию. В совокупности с анализом многоуровневой модели водородного атома (~300 уровней), основные достижения теории были систематизированы в работах [Seager, Sasselov, Scott, 1999] и завершились созданием специализированного пакета программ RECFAST, являющегося на сегодня наиболее удачным программным продуктом по расчёту динамики космологической рекомбинации водорода.

### 3.3. Трёхуровневое приближение для атома водорода

В этом параграфе мы рассмотрим модель трёхуровневого атома водорода, включающего основное состояние  $1S$ ,  $2P$  и  $2S$  состояния в качестве начального приближения к описанию кинетики рекомбинации. Мы будем пренебрегать вкладом атомов  $\text{He}^4$  в этом процессе, предполагая учесть его в следующем разделе. В такой постановке идеология модели полностью соответствует приближению Зельдовича, Курта и Сюняева [1968] и Peebles [1968]. Схематически модель представлена на рис. 3.2 с указанием возможных направлений переходов электрона в атоме водорода.

При описании кинетики рекомбинации мы, следуя работам [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968] и [Peebles, 1968], будем принимать во внимание следующие особенности структуры уровней атома водорода и свойств плазмы:

1. Температура плазмы достаточно низка ( $< 10^4$  К) для того, чтобы можно было пренебречь столкновительной ионизацией по сравнению с радиационными процессами.

2. Переход электрона с уровня  $2P$  в основное состояние осуществляется за времена, значительно меньшие космологического.

3. Заселённость высоких уровней подчиняется равновесному тепловому распределению.

4. Заселенность уровня  $2S$  удовлетворяет условию  $n_{2S} \ll n_1$ , где  $n_1$  – заселённость водорода в основном состоянии.

5. Каждый акт рекомбинации на  $2P$  приводит к появлению резонансного Ly- $\alpha$ -кванта, а распад уровня  $2S$  – к появлению двух низкоэнергичных фотонов.

6. При температурах выше  $10^4$  К электроны, протоны и излучение находятся в равновесии.

Это означает, что реакция  $e + p \leftrightarrow H + \gamma$  протекает в обе стороны так, что равновесные концентрации электронов, протонов и нейтральных атомов водорода определяются из формулы Саха

$$\frac{n_e n_p}{n_H} = \frac{g_e g_p}{g_H} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} e^{-11/kT}, \quad (3.13)$$

где  $g_i$  – статистические веса каждой компоненты. Введём степень

ионизации  $x_0 \equiv \frac{n_e}{n_p + n_H}$ . Тогда изменение равновесной степени

ионизации во времени будет определяться из уравнения [Зельдович, Новиков, 1975, 1983]

$$\frac{x^2}{1-x} \simeq 4,4 \cdot 10^{22} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)^{-2} (1+z)^{-3/2} \exp \left[ -\frac{5,77 \cdot 10^4}{1+z} \right]. \quad (3.14)$$

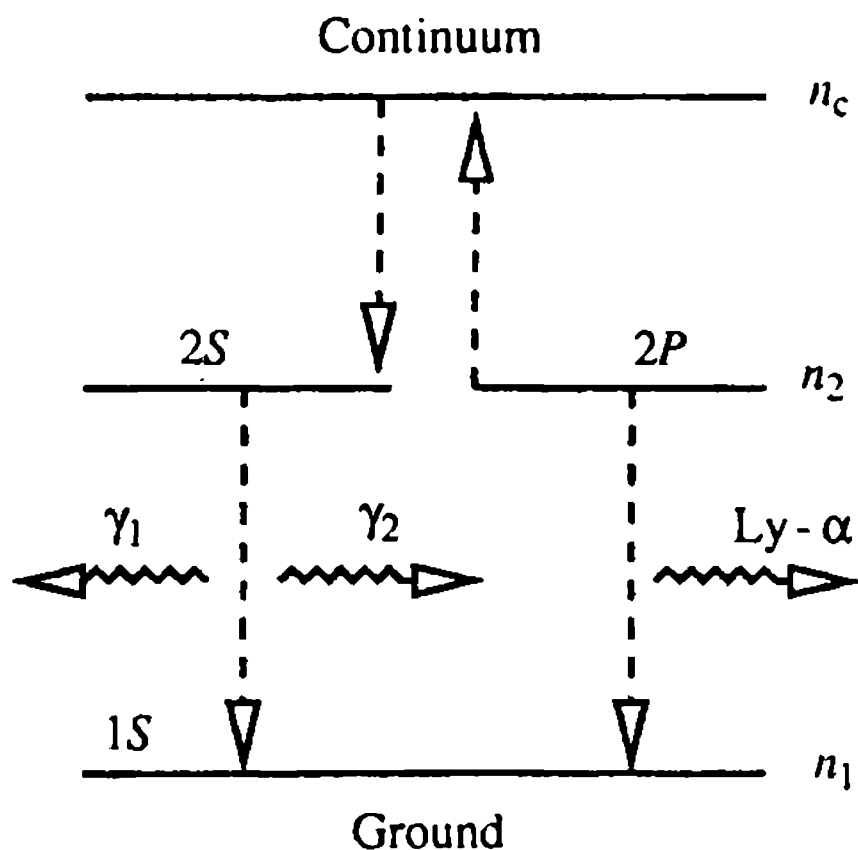


Рис. 3.2. Модель трёхуровневого атома водорода



Заметим, однако, что равновесная степень ионизации, определяемая формулой Саха (3.14), отнюдь не исчерпывает детальную картину образования нейтральных атомов водорода. Дело в том, что каждый акт рекомбинации  $p + e \leftrightarrow H + \gamma$  сопровождается высвечиванием Ly- $\alpha$ -кванта с энергией  $h\nu_\alpha = \frac{3}{4}I = 10,2$  эВ, который немедленно возбуждает атом водорода, а кванты с  $h\nu \sim \frac{1}{4}I$ , которые в избытке содержатся в чернотельном излучении, ионизируют его.

Для резонансных квантов сечение поглощения на нейтральном водороде оказывается чрезвычайно высоко. Соответствующая оптическая толщина  $\tau_\alpha \approx \sigma_I n_b ct$  оказывается  $\geq 4 \cdot 10^8$  [Peebles, 1968] и, следовательно, Ly- $\alpha$ -кванты, произведённые в каждом акте рекомбинации, будут немедленно поглощаться образующимися атомами водорода.

Для ионизации атомов водорода с  $2P$  уровня требуется уже сравнительно небольшая энергия квантов:  $E = I - h\nu_\alpha = \frac{1}{4}I \approx 3,4$  эВ. В силу виновского характера спектра реликтовых фонов, таких “мягких” квантов оказывается примерно на  $e^{-I/4kT} / e^{-I/kT} \approx e^{\frac{3}{4}I/kT} \gg 1$  больше, чем “жестких” (с энергией  $E \approx I$ ), и следовательно, атомы водорода в  $2P$  состоянии немедленно ионизируются квантами из “мягкого” участка спектра реликтового излучения.

Таким образом, правая ветвь на рис. 3.2, описывающая динамику заселённости  $2P$  состояния атома водорода, одновременно является своеобразной “машиной” производства и, что самое главное, накопления Ly- $\alpha$ -квантов в процессе рекомбинации водорода по отношению к их равновесной концентрации в виновском участке спектра. Непосредственно за формированием нейтрального водорода отвечает левый канал – через метастабильный  $2S$  уровень, что и было впервые показано в работах [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968; Peebles, 1968]. Рассмотрим кинетику этого процесса более подробно.

### 3.3.1. Уравнения для заселённости уровней

Рассмотрим диаграмму переходов электрона в атоме водорода, представленную на рис. 3.2. В приближении трёхуровневого атома эта диаграмма соответствует процессам:  $H_{n=2,l=2S} + \gamma_\alpha \leftrightarrow$



$\leftrightarrow e + p, H_{n=1} + \gamma_{\alpha} \leftrightarrow H_{n=2, l=2P}, H_{n=2, l=2S} + \gamma_{\alpha} \leftrightarrow H_{n=1} + \gamma + \gamma$ . Для каждого состояния электрона введём соответствующую концентрацию атомов водорода  $n_l$  ( $n_{1S}, n_{2S}, n_{2P} \dots$ ), которая определяется из следующего кинетического уравнения [Seager et al., 2000]:

$$\frac{d(n_i(t)a^3)}{a^3 dt} = n_e n_p \alpha_{ic} - n_i \beta_{ic} + \sum_{j=1}^N n_j \beta_{ji} - n_i \sum_{j=1}^N \beta_{ij}, \quad (3.15)$$

где  $\alpha_{ic}$  – коэффициент рекомбинации на уровень  $i$  из континуума,  $\beta_{ic}$  – соответствующий коэффициент ионизации с уровня  $i$  в непрерывный спектр,  $\beta_{ij}$  – коэффициенты переходов с уровня  $i$  на  $j$ ,  $n_e$  – концентрация электронов;  $n_p$  – концентрация атомов в ионизованном состоянии.

Систему уравнений (3.15) нужно дополнить уравнением для концентрации свободных электронов, которое, собственно, и описывает темп изменения степени ионизации  $x_e$  от времени [Peebles, 1968]

$$\frac{d(n_e a^3)}{a^3 dt} = - \sum_{i>1} (\alpha_{il} n_e^2 + \beta_{il} n_e), \quad (3.16)$$

где  $\alpha_{il}$  и  $\beta_{il}$  – коэффициенты рекомбинации и фотоионизации на уровне  $i$ ; индекс  $l$  описывает возможные  $P$  и  $S$  состояния.

Как уже подчёркивалось ранее, все высокие уровни атома водорода находятся в динамическом равновесии с излучением. В этом случае [Peebles, 1968]

$$n_{il} = n_{2S} (2l + 1) e^{-\frac{(B_2 - B_l)}{kT}}, \quad (3.17)$$

где  $B_i$  – энергия связи  $i$ -го уровня. Вводя обозначения

$$\alpha_c = \sum_{l>1} \alpha_{il},$$

$$\beta_c = \sum_{l>1} (2l + 1) \beta_{il} e^{-\frac{(B_2 - B_l)}{kT}} = \alpha_c \cdot e^{-\frac{B_2}{kT}} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \quad (3.18)$$

для концентрации свободных электронов из уравнений (3.16)÷(3.18), получим уравнение

$$\frac{d(n_e a^3)}{a^3 dt} = -\alpha_c n_e^2 + \beta_c \cdot n_{2S}. \quad (3.19)$$

Как видно из этого уравнения, динамика изменения  $n_e$  напрямую

связана с динамикой заселённости уровня  $2S$ , определяемой из системы уравнений (3.15). Следуя [Peebles, 1968], введём относительную заселённость уровня  $2S$ :

$$R_{2S} = \frac{n_{2S}}{n_{1S}}. \quad (3.20)$$

Очевидно, что эта заселённость обеспечивается Ly- $\alpha$ -квантами, динамика которых описывается следующим уравнением переноса [Peebles, 1968]:

$$\frac{d(n_\alpha^3)}{a^3 dt} = -v_\alpha H \left[ n_{(v_+)} - n_{(v_-)} \right] + R, \quad (3.21)$$

где  $n_\alpha = \int_{v_-}^{v_+} n_\nu d\nu$  – концентрация Ly- $\alpha$ -квантов в линии,  $v_-$  и  $v_+$  –

нижняя и верхняя границы, определяемые профилем линии Ly- $\alpha$ ,  $R$  – концентрация Ly- $\alpha$ -квантов, поставляемых в плазму в каждом акте рекомбинации водорода в единицу времени,  $H$  – постоянная Хаббла. Поскольку ширина Ly- $\alpha$ -линии  $\Delta v / v_\alpha = (v_+ - v_-) / v_\alpha \sim 10^{-5}$  и  $n_\alpha \sim n_{(-)} \Delta v$ , из уравнения (3.21) немедленно следует, что его правая часть должна быть близка к нулю. Тогда

$$n_{(v_-)} \approx n_{(v_+)} + \frac{R}{v_\alpha H}. \quad (3.22)$$

Вводя числа заполнения квантов  $\mathfrak{N} = n_\nu c / (8\pi\nu^2)$ , из уравнения (3.22) получим

$$\mathfrak{N}_- = \mathfrak{N}_+ + \frac{R\lambda_\alpha^3}{8\pi H}, \quad (3.23)$$

где  $\lambda_\alpha = c / v_\alpha$  и  $\mathfrak{N}_+ = \exp[-(B_1 - B_2) / kT]$  соответствует термодинамически равновесному значению.

Для интенсивности вновь поставляемых в ходе рекомбинации Ly- $\alpha$ -квантов необходимо учесть, что их число определяется из следующих соображений. Каждый акт рекомбинации производит Ly- $\alpha$ -квант, который поглощается атомом водорода. Одновременно распад  $2S$  уровня “убирает” из плазмы Ly- $\alpha$ -кванты, трансформируя их в “мягкие” фотоны. Следовательно,

$$R = (\alpha_c n_c^2 - \beta_c n_{2S}) - \Lambda_{2S-1S} \left( n_{2S} - n_{1S} e^{-\frac{(B_1 - B_2)}{kT}} \right), \quad (3.24)$$

где  $\Lambda_{2S-1S} = 8,22458 \text{ с}^{-1}$  (см. [Spitzer, Greenstein, 1951]) – скорость

двухатомного распада  $2S$ -состояния. Как видно из уравнения (3.24), в равновесии  $R \equiv 0$ , поскольку акты рекомбинации и ионизации полностью скомпенсированы (выражение в первой скобке формулы (3.24) и равновесная заселённость уровня  $2S$  обеспечивает равенство нулю выражения во второй скобке).

Последнее условие, замыкающее систему уравнений для степени ионизации в присутствии Ly- $\alpha$ -квантов, сводится к равенству  $R_{2S} = \mathfrak{N}_+$ , отражающему простой факт: заселённость  $2S$ -уровня определяется равновесным значением  $\mathfrak{N}_+$  плюс Ly- $\alpha$ -квантами, ушедшими в силу красного смещения под порог ионизации. Подставляя  $R_{2S} = \mathfrak{N}_+$  в уравнение (3.20) и учитывая выражение (3.23), мы приходим к уравнению для  $R$ , а следовательно и для  $R_{2S}$ , выразив  $n_{2S}$  через  $n_{1S}$  и остальные параметры задачи. Вводя далее степень ионизации  $x_e = n_e/(n_p + n_{1S})$  из уравнения (3.19), получим

$$-\frac{dx_e}{dt} = D \left[ \alpha_c n x_e^2 - \beta_c (1 - x_e) e^{-\frac{B_1 - B_2}{kT}} \right], \quad (3.25)$$

где

$$D = \frac{1 + K \Lambda_{2S,1S} n (1 - x_e)}{1 + K (\Lambda_{2S,1S} + \beta_c) n (1 - x_e)} \quad (3.26)$$

и  $K = \frac{\lambda_\alpha^3}{6\pi H(t)}$ ,  $B_1 - B_2 = \frac{I}{4}$ . Для коэффициента рекомбинации мы

будем использовать уточнённое значение [Hummer, 1994; Requignot et al., 1991; Verner, Ferland, 1996]

$$\alpha_c = 10^{-13} \frac{at^b}{1 + ct^d} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}, \quad (3.27)$$

где  $a = 4,309$ ,  $b = -0,6166$ ,  $c = 0,6703$ ,  $d = 0,5300$ ,  $t = T_M/10^4$  К. Здесь  $T_M$  – температура плазмы, принимаемая равной температуре реликтового излучения в рассматриваемой трёхуровневой модели рекомбинации.

### 3.4. Качественный анализ рекомбинационных режимов

В этом разделе мы дадим качественную картину поведения степени ионизации плазмы  $x_e$  для различных диапазонов красных смещений  $z$ , оставляя детальные численные расчёты до следующего параграфа. Дело в том, что рассмотренная выше трёхуровневая модель рекомбинации водорода нуждается в определённой модификации, включающей как учёт роли  $\text{He}^4$ , так и детальное описание поведения Ly- $\alpha$ -квантов и температуры вещества, не всегда следующей температуре излучения, особенно при малых красных смещениях  $z < 10^2$ . Тем не менее анализ приближённой модели оказывается чрезвычайно полезным при описании динамики  $\dot{x}_e$  в интервале  $700 \leq z \leq 1100$ , когда перечисленные выше факторы не оказывают заметного влияния на ионизационный баланс и результат аналитического решения уравнения (3.23) оказывается применимым не только для качественного, но и для количественного описания проблемы.

Итак, для красных смещений  $z \geq 1400$  степень ионизации  $x_e$  находится из стационарного решения уравнения (3.25)

$$\frac{x_e^2}{1-x_e} = \frac{\beta_c}{\alpha_c n} e^{-\frac{B_1 - B_2}{kT}} \quad (3.28)$$

С учётом связи между  $\beta_c$  и  $\alpha_c$  (см. уравнение (3.18)) легко видеть, что выражение (3.28) соответствует равновесной формуле Саха. По мере уменьшения температуры излучения, как видно из уравнения (3.25), это равновесие нарушается. Принимая во внимание тот факт, что в уравнении (3.25)  $D \approx (\Lambda_{2S, 1S})/(\Lambda_{2S, 1S} + \beta_c)$  и учитывая, что  $\beta_c \gg \Lambda_{2S, 1S}$ , получаем

$$\begin{aligned} \frac{dx_e}{dt} &= \Lambda_{2S, 1S} \left[ \frac{\alpha_c n x_e^2}{\beta_c} - (1-x_e) e^{-\frac{B_1 - B_2}{kT}} \right] = \\ &= \Lambda_{2S, 1S} \frac{\alpha_c n}{\beta_c} \left[ x_e^2 - (1-x_e) \frac{x_e^{2(\text{eq})}}{(1-x_e^{(\text{eq})})} \right]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Фигурирующая в уравнении (3.29) равновесная степень ионизации  $x_e^{2(\text{eq})}$  убывает по мере уменьшения красного смещения экспоненциально быстро. Следовательно, начиная с некоторого

критического значения  $z = z_*$ , для всех  $z < z_*$  в уравнении (3.29) мы можем пренебречь величиной  $\sim x_e^{2(\text{eq})}$  и ограничиться лишь первым слагаемым в квадратных скобках. Так как  $z_*$  и  $z \gg 1$ , то

$$\frac{dx_e}{dt} = -\frac{dx_e}{dz} H_0 \sqrt{\Omega_m} z^{5/2} \quad (3.30)$$

и уравнение (3.29) принимает вид [Longair, Sunyaev, 1969]

$$\frac{dx_e}{dt} = \frac{\Lambda_{2S,1S} n_{\text{bar}}^{(0)} e^{\frac{I}{4kT_0 z}} h_p^3}{(2\pi m_e kT_0)^{3/2}} H_0^{-1} \Omega_m^{-1/2} x_e^2 z^{-1}, \quad (3.31)$$

где  $T_0$  – современная температура реликтового излучения и  $n_{\text{bar}}^{(0)} \approx 2 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)$  – современная плотность барионов. Вводя

обозначения  $A = \frac{\Lambda_{2S,1S} n_b^{(0)} h_p^3 H_0^{-1} \Omega_m^{-1/2}}{(2\pi m_e kT_0)^{3/2}}$  и  $\frac{I}{4kT_0 z} \gg 1$ , из уравнения

(3.31) получим [Заботин, Насельский, 1982а, б]

$$x_e \approx \left[ C + \frac{4kT_0 z}{I} A e^{\frac{I}{4kT_0 z}} \right]^{-1} \quad (3.32)$$

Постоянная  $C$  находится из условия  $x_e(z = z_*) = x_e^{(\text{eq})}(z_*)$ . Рассмотрим асимптотику (3.32) при  $z < z_*$ . В этом случае второе слагаемое в квадратных скобках возрастает по сравнению с первым и [Zeldovich, Novikov, 1983]

$$x_e \approx \frac{I}{4kT_0 z} A e^{-I/4kT_0 z} \ll 1. \quad (3.33)$$

Как видно из этого выражения, степень ионизации водорода значительно превышает равновесное значение (3.28) в силу более медленного экспоненциального фактора  $I/4kT_0 z \gg 1$  по сравнению с  $I/2kT_0 z \gg 1$  получающимся из формулы Саха. Фактически сразу за началом рекомбинации в равновесном режиме ( $z = z_* \sim 1400$ ) производство избыточных Ly- $\alpha$ -квантов и их красное смещение по частоте приводит к увеличению степени ионизации, характер которой определяется выражением (3.33).

Следует подчеркнуть, что решение для  $x_e$  в форме (3.33) описывает поведение степени ионизации на достаточно небольшом

интервале красных смещений  $z$ :  $900 < z < 1400$ . При  $z < 900$  функция  $D$  в выражении (3.25) уже становится близка к 1 и асимптотика рекомбинации начинает определяться непосредственно первым слагаемым в правой части уравнения (3.25) при  $D = 1$ . Плазма в этот период уже достаточно разрежена и рекомбинационные кванты уже не в состоянии поддерживать равновесие между возбуждёнными уровнями атома водорода. Практически каждый акт рекомбинации приводит к испусканию Ly- $\alpha$ -кванта, который за счёт красного смещения выводится за полуширину поглощения. В этом режиме из уравнения (3.25) следует

$$\frac{dx_e}{dz} = \Gamma(z) \cdot x_e^2, \quad (3.34)$$

где  $\Gamma(z) = \alpha_c n_b^{(0)} z^{1/2} H_0^{-1} \Omega_m^{-1/2}$  и решение для  $x_e(z)$  имеет простой вид (3.25) [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968; Заботин, Насельский, 1982а, б]

$$x_e \approx \left[ a - \int \Gamma(z) dz \right]^{-1}, \quad (3.35)$$

где  $a$  – постоянная интегрирования, определяемая из условий сшивки с предыдущим режимом. Заметим, что в силу степенной зависимости  $\Gamma(z)$  убывание степени ионизации носит достаточно монотонный характер, в отличие от начальных этапов при  $z \sim 10^3 \div 1,4 \cdot 10^3$ . В то же время следует подчеркнуть, что переход от одной асимптотики  $x_e(z)$  к другой постоянно требует сшивки решений в пограничной зоне, приводя к накоплению ошибок из-за невозможности чёткого разграничения зон влияния различных ионизационных режимов. Поэтому в настоящем параграфе мы ограничимся лишь описанными выше характерными режимами убывания степени ионизации плазмы, предпочитая рассмотреть количественную сторону проблемы в рамках численных решений, приведённых в следующем разделе.

### 3.5. Детальная теория рекомбинации. Многоуровневое приближение

Прежде всего сформулируем основные причины, по которым необходимо детальное исследование кинетики рекомбинации водорода в отличие от приближённой трёхуровневой модели атома водорода. Одна из главных причин кроется в потребности современной теории формирования анизотропии реликтового

излучения. В гл. 5 мы увидим, что флуктуации  $\Delta T/T$  на масштабах в несколько угловых минут формируются в самом начале рекомбинации при  $z \sim 1400$ . Но именно эта фаза рекомбинации водорода оказывается достаточно чувствительной к присутствию  $\text{He}^4$  [Seager et al., 1999]. Отсюда прослеживается прямая связь между космологическим нуклеосинтезом (предсказание массовой концентрации  $\text{He}^4$ ), рекомбинацией водорода и мелкомасштабной анизотропией реликтового излучения. Следующая важная причина обусловлена высокой измерительной точностью эксперимента MAP и планируемого к запуску эксперимента PLANCK. Если в качестве весьма консервативной оценки по определению характеристик анизотропии реликтового излучения принять величину относительной погрешности определения  $\Delta T$  в 10%, то нужно быть абсолютно уверенным, что эти 10% не “набираются” только из-за неточности теоретических предсказаний динамики просветления космической плазмы для реликтового излучения. Итак, детализированная теория рекомбинации должна предсказывать поведение  $x_e(z)$  с погрешностью  $\leq 1\%$ , а лучше бы ещё точнее.

Наконец, третья причина, которая имеет в большой степени предсказательный характер. Рекомбинация водорода приводит к значительным искажениям спектра реликтового излучения в Ly- $\alpha$ -частотном диапазоне на момент  $z \sim 10^3$ . За счёт красного смещения эти искажения должны быть представлены сегодня на длинах волн  $\lambda \approx cz_{\text{rec}}/v_\alpha \sim 11,3 \cdot 10^{-2}$  см [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968; Peebles, 1968], т.е. в ближнем инфракрасном участке спектра космического излучения. Экспериментальное обнаружение своеобразного электромагнитного “отзвука” эпохи рекомбинации имело бы колоссальное значение для тестирования свойств космической плазмы при красных смещениях  $z \sim 10^3$ . К сожалению высокий уровень ИК-фона в этом диапазоне не позволяет надеяться на быстрое экспериментальное решение проблемы. Однако детальное предсказание спектральной формы этих искажений представляет исключительный интерес для понимания механизмов формирования ближнего ИК-диапазона излучения.

Следует особо подчеркнуть, что ионизационная история космической плазмы на этапе  $z \ll 10^3$  чрезвычайно важна для понимания процессов формирования первичных молекул космологического происхождения, которые могли являться эффективным “охладителем” в плотных облаках, способствуя формированию первого поколения звёзд. Следует особо подчер-

кнуть, что развитие детализированной теории рекомбинации водорода ни в коей мере не означает отход от упрощённой модели двухуровневой рекомбинации, основы которой были заложены более тридцати лет назад. Более того, в этой упрощённой модели качественно, а зачастую и количественно верно переданы основные физические принципы и процессы, обусловившие переход вещества из ионизованного в нейтральное состояние. Принимая за основу эту модель, ниже мы сконцентрируемся главным образом на рассмотрении её важных дополнений, позволяющих существенно повысить предсказательную точность теории. Важным шагом на этом пути, стимулирующим многолетние исследования кинетики рекомбинации космологического водорода, оказались работы [Seager, Sasselow, Scott, 1999, 2000], ставшие основой для создания специализированного пакета RECFAST по расчёту динамики изменения  $x_e(z)$ , начиная от самых ранних фаз рекомбинации  $z \sim 10^4$  и до  $z = 0$ . Ниже, при описании важных дополнений к стандартной схеме рекомбинации водорода мы будем следовать идеологии этих работ.

Итак, перечислим основные особенности детализированной теории космологической рекомбинации.

**1. Динамика возбуждённых состояний водорода и гелия.** Уравнения для заселённости уровней атомов водорода и гелия в общем виде совпадают с уравнением (3.15). Основное отличие заключается в увеличении количества уровней водорода до  $N = 300$  и включении в анализ следующих уровней  $\text{He}^4$  (см. диаграмму рис. 3.3). В скоростях реакций  $\alpha_{ij}$  и  $\beta_{ij}$  наряду с радиационными процессами добавляется слагаемое, отвечающее за столкновительную ионизацию и возбуждение атомов водорода ( $C_{ij}^{(\text{col})}$ ):

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^{\text{rad}} + n_e C_{ij}^{(\text{col})}. \quad (3.36)$$

**2. Кинетика излучения.** Как мы видели из модели трёхуровневого атома водорода, кинетика космологической рекомбинации водорода оказывается весьма чувствительной к поведению резонансных линий атома водорода. Резонансные кванты участвуют в поглощении, рассеянии и излучении атомов водорода и гелия, испытывая красное смещение из-за расширения Вселенной. Для описания переноса излучения в линиях используется, в отличие от уравнения (3.21), следующее кинетическое



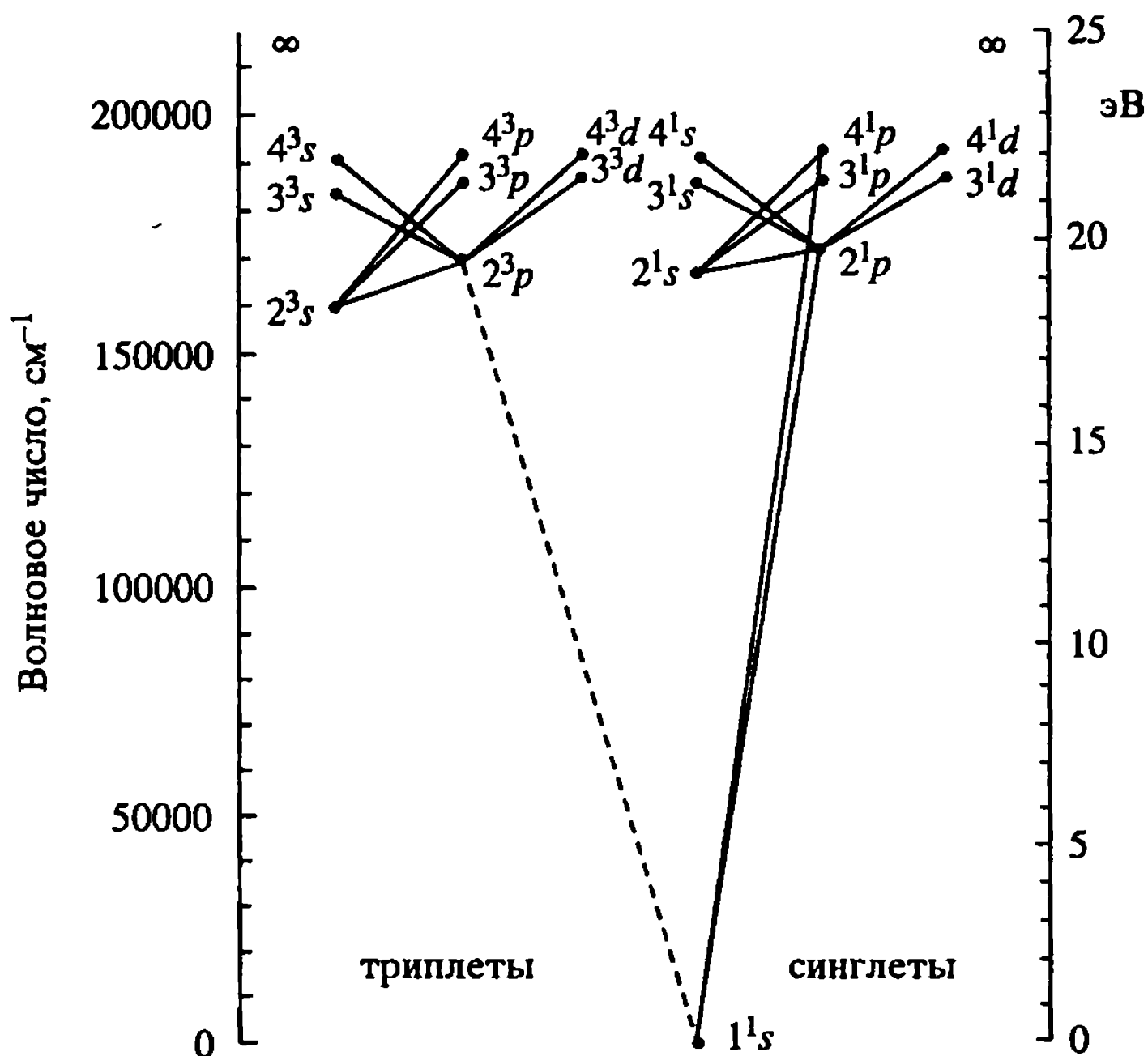


Рис. 3.3. Диаграмма уровней атома гелия, включённых в сравнительный анализ моделей

уравнение для средней по направлениям интенсивности квантов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(\nu, t)}{\partial t} - \nu H(t) \frac{\partial y(\nu, t)}{\partial t} = \\ = -3H(t)y(\nu, t) + c[j(\nu, t) - k(\nu, t)y(\nu, t)]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Здесь  $j(\nu, t)$  – спектральная мощность источников,  $k(\nu, t)$  – коэффициент поглощения излучения,  $H(t) = \dot{a}/a$  – параметр Хаббла в момент времени  $t$ . Для коэффициента  $k(\nu, t)$  используется соболевская аппроксимация [Соболев, 1946] (см. также [Dell'Antonio, Rybicki, 1993]). Для каждого каскадного перехода между уровнями  $i$  и  $j$  ( $i < j$ ) дискретного спектра можно ввести концентрацию фотонов в линии

$$\Delta R_{ij} = P_{ij}[n_j[A_{ij} + B_{ji}B(\nu_{ij}, t)] - n_i B_{ij}B(\nu_{ij}, t)], \quad (3.38)$$

где  $A_{ij}$ ,  $B_{ji}$  и  $B_{ij}$  – коэффициенты Эйнштейна,  $B(\nu_{ij}, t)$  – спектральная интенсивность фонового излучения на частоте  $\nu_{ij}$ ,  $P_{ij}$  – вероятность того, что квант, излучённый в ходе  $j \rightarrow i$  перехода не

претерпит последующего рассеяния или поглощения. По логике определение  $P_{ij} = 1$  соответствует вероятности “ухода” кванта на бесконечность, а  $P_{ij} = 0$  означает, что все фотоны  $j \rightarrow i$  перехода будут поглощены атомами. Как мы уже видели на примере Ly- $\alpha$ -линии водорода, её динамика в терминах соболевской вероятности “ухода” соответствует приближению  $P_{ij} \ll 1$ , в то время как для всех остальных линий принималось  $P_{ij} = 1$ . Следуя [Seager, Sasselov, Scott, 2000], рассмотрим сначала динамику переходов между  $i-j$  уровнями в пренебрежении космологическим решением. В этом случае динамика заселённости  $i$  и  $j$  уровней даётся уравнениями

$$n_i R_{ij} = n_i B_{ij} \bar{y}, \quad n_i R_{ji} = n_j A_{ji} + n_j B_{ji} \bar{y}, \quad (3.39)$$

где

$$\bar{y} = \int_0^{\infty} Y(\nu, t) \Phi(\nu) d\nu$$

и  $\Phi(\nu)$  – профиль линии. Для моделирования  $\Phi(\nu)$  можно использовать профиль Войгта или аппроксимацию  $\Phi(\nu) = \delta(\nu - \nu_\alpha)$  в зависимости от требуемой точности задачи.

В соболевской аппроксимации вероятности  $P_{ij}$  необходимо учесть расстояние, начиная с которого хаббловское расширение индуцирует поле скорости материи  $v(r)$ , сравнимое с тепловой скоростью  $v_T$ :  $L \approx \delta_T / \frac{dv}{dr}$ . С другой стороны, вероятность  $P_{ij}$  связана с оптической толщиной вещества следующим соотношением [Rybicki, 1984]:

$$P_{ij} = \exp(-\tau(\nu_{ij})). \quad (3.40)$$

Здесь  $d\tau(\nu_{ij}) = -\tilde{K}\Phi(\nu_{ij})dl$ ,  $\tau$  – оптическая толщина по лучу зрения от точки испускания к точке поглощения,  $\tilde{K}$  – интегральный коэффициент поглощения:  $K = \tilde{K}\Phi(\nu_{ij})$ . Вводя обозначения  $x = (\nu - \nu_{ij}) / \Delta\nu$ , где  $\Delta\nu$  – ширина линии (в долях доплеровского смещения частоты квантов) и  $\nu_{ij}$  – частота, соответствующая центру линии, из уравнения (3.40) получим

$$d\tau_{ij} = -\frac{\tilde{K}}{\Delta\nu} \Phi(x) dl. \quad (3.41)$$

Согласно работе [Seager, Sasselov, Scott, 2000] коэффициент

поглощения  $\tilde{K}$  в уравнении (3.41) имеет следующий вид:

$$\tilde{K} = \frac{h_p \nu}{4\pi} (n_i B_{ij} - n_j B_{ji}). \quad (3.42)$$

Тогда с учётом соотношений  $g_i B_{ij} - g_j B_{ji}$  и  $A_{ji} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{ji}$  получим для него

$$\tilde{K} = \frac{A_{ji} \lambda_{ij}^2}{8\pi} \left( n_i \frac{g_j}{g_i} - n_j \right). \quad (3.43)$$

Подставляя выражение (3.43) в (3.41) и учитывая выражение (3.40), для вероятности  $P_{ij}$  будем иметь

$$P_{ij} = \exp \left[ -\tau_s \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x') dx' \right], \quad (3.44)$$

где

$$\tau_s \equiv \frac{\tilde{K}}{\Delta} \cdot L, \quad L = \frac{v_T}{dv/dr} = \sqrt{\frac{3kT_M}{mA}} \bigg/ \frac{dv}{dr}, \quad \Delta = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{3kT_M}{mA}} \bigg/ \frac{dv}{dr},$$

$\nu_0$  – частота центра линии,  $m_A$  – масса атома,  $T_M$  – температура вещества. Учитывая, что  $dv/dr = H(t)$  для хаббловского потока

и нормировку профиля линии  $\int_0^{\infty} \Phi(x) dx = 1$ , из уравнения (3.44)

получим выражения для  $\tau_s$  и  $P_{ij}$ :

$$\tau_s = \frac{A_{ji} \lambda_{ij}^3 [n_i (g_j / g_i) - n_j]}{8\pi H(t)}, \quad (3.45)$$

$$P_{ij} = \frac{1 - \exp(-\tau_s)}{\tau_s}. \quad (3.46)$$

Из выражения (3.46) легко понять динамику ухода Ly- $\alpha$ -линии под порог поглощения. При больших красных смещениях, когда

$\tau_s \gg 1$  и  $P_{\nu_\alpha} \approx \frac{1}{\tau_s} \ll 1$ , практически все Ly- $\alpha$ -кванты поглощаются формирующимися атомами водорода. В процессе рекомбинации соболевская оптическая толща переходит в режим  $\tau_s \ll 1$

$P_{v_\alpha} \approx 1$ . В промежуточной области  $z$ , когда  $\tau \approx 1$ , вероятность “ухода”  $P_{v_\alpha} \approx 0,6$  и быстро убывает до  $\tau_s \ll 1$  при  $z > 10^3$ .

**3. Тепловой режим вещества.** Детализация теплового режима вещества чрезвычайно важна при анализе асимптотики рекомбинации ( $z \ll 10^3$ ), когда комптоновское рассеяние квантов реликтового излучения уже не в состоянии обеспечить тепловой контакт  $T_M = T_R$ . Наряду с комптоновским процессом при построении тепловой картины охлаждения вещества необходимо учитывать свободно-свободные переходы и охлаждение плазмы фоторекомбинационным излучением. Детальный баланс этих процессов в водородно-гелиевой плазме описан в работе [Seager, Sasselov, Scott, 2000]. Приводим окончательное уравнение для температуры вещества,

$$(1+z) \frac{dT_M}{dz} = \frac{8\sigma_T \epsilon_R}{3H(z)m_e c} \frac{n_e(T_M - T_R)}{n_e + n_H + n_{He}} + 2T_M + \frac{2}{3Kn_{tot}H(z)} \sum_{i=1}^6 \Lambda_i, \quad (3.47)$$

где  $n_{tot} = n_e + n_H + n_{He}$ ,  $\epsilon_R$  – плотность энергии реликтового излучения в эпоху с красным смещением  $z$ ,  $T_R$  – температура реликтового излучения. Функции нагрева и охлаждения  $\Lambda_i$  в уравнении (3.47) имеют следующие значения:

а) Для свободно-свободной эмиссии

$$\Lambda_1 = \Lambda_{free-free} = \frac{2^5 \pi e^6 z}{3^{3/2} h_p m_e c^3} \left( \frac{2\pi k T_M}{m_e} \right)^{1/2} g_{ff} n_e (n_p + n_{HeII} + 4n_{HeIII}), \quad (3.48)$$

где  $g_{ff}$  – фактор Гаунта,  $n_p$  – концентрация протонов,  $n_{HeII}$  и  $n_{HeIII}$  – соответственно концентрации одно- и двукратно ионизованных ядер He.

б) Для фоторекомбинационного охлаждения

$$\Lambda_2 = +4\pi \sum_{j=1}^N n_e n_p \left( \frac{n_i}{n_e n_p} \right)^{LTE} \times \int_{\nu_j}^{\infty} d\nu h_p (\nu - \nu_0) \frac{\alpha_{ij}(\nu)}{h_p \nu} \times \left[ \frac{2h_p \nu^3}{c^3} + B(\nu, T_R) \right] \exp \left[ -\frac{h_p \nu}{k T_M} \right], \quad (3.49)$$

где  $\alpha_j$  – скорость рекомбинации на  $j$ -й уровень и отношение

$(n_i / (n_e n_p))^{LTE}$  (индекс LTE означает локальное термодинамическое равновесие) находится из равновесной формулы Саха

$$\left( \frac{n_j}{n_e n_p} \right)^{LTE} = \frac{g_i}{2g_c} \left( \frac{h^2}{2\pi m_e k T_M} \right)^{3/2} e^{E_j / k T_M}$$

в) *Для фотоионизационного нагрева*

$$\Lambda_3 = -4\pi \sum_j n_j \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\alpha_{jc}(\nu)}{h_p \nu} B(\nu, T_R) h_p (\nu - \nu_0) d\nu, \quad (3.50)$$

где  $\alpha_{ij}(\nu)$  – скорость ионизации с уровня  $j$  в непрерывный спектр.

г) *Для охлаждения в линиях*

$$\Lambda_4 = -h_p \nu_0 [n_j R_{ij} - n_i R_{ij}]. \quad (3.51)$$

д) *Для столкновительного охлаждения и нагрева*

$$\begin{aligned} \Lambda_5 &= h_p \nu_0 C_{ic}, \\ \Lambda_6 &= -h_p \nu_0 C_{ij}, \end{aligned} \quad (3.52)$$

где  $C_{ic}$  и  $C_{ij}$  – коэффициенты столкновительной ионизации и рекомбинации соответственно [Mihalas, 1978].

### 3.6. Численный анализ кинетики рекомбинации

В рамках математической постановки задачи, сформулированной в предыдущем разделе, рассмотрим различные режимы рекомбинации водорода и гелия в зависимости от параметров космологической плазмы. Одновременно, следуя работе [Seager, Sasselov, Scott, 2000], мы будем фиксировать уровень погрешностей, возникающих при анализе динамики  $x_e(z)$  в простейшей модели трёхуровневой рекомбинации и многоуровневого приближения. На рис. 3.4 показана динамика убывания степени ионизации электронов в двух космологических моделях  $\Omega_{tot} = 1$ , различающихся плотностью барионной фракции материи. Верхний рисунок соответствует модели  $\Omega_b = 0,05$ ,  $h = 0,5$ , нижний – модели  $\Omega_b = 1$ ,  $h = 1$ . Для каждой из этих моделей в выше упомянутой работе приводится зависимость степени ионизации  $x_e(z)$  для разного набора уровней атома водорода. Как видно из этого рисунка, наиболее “чувствительным” к выбору модели является

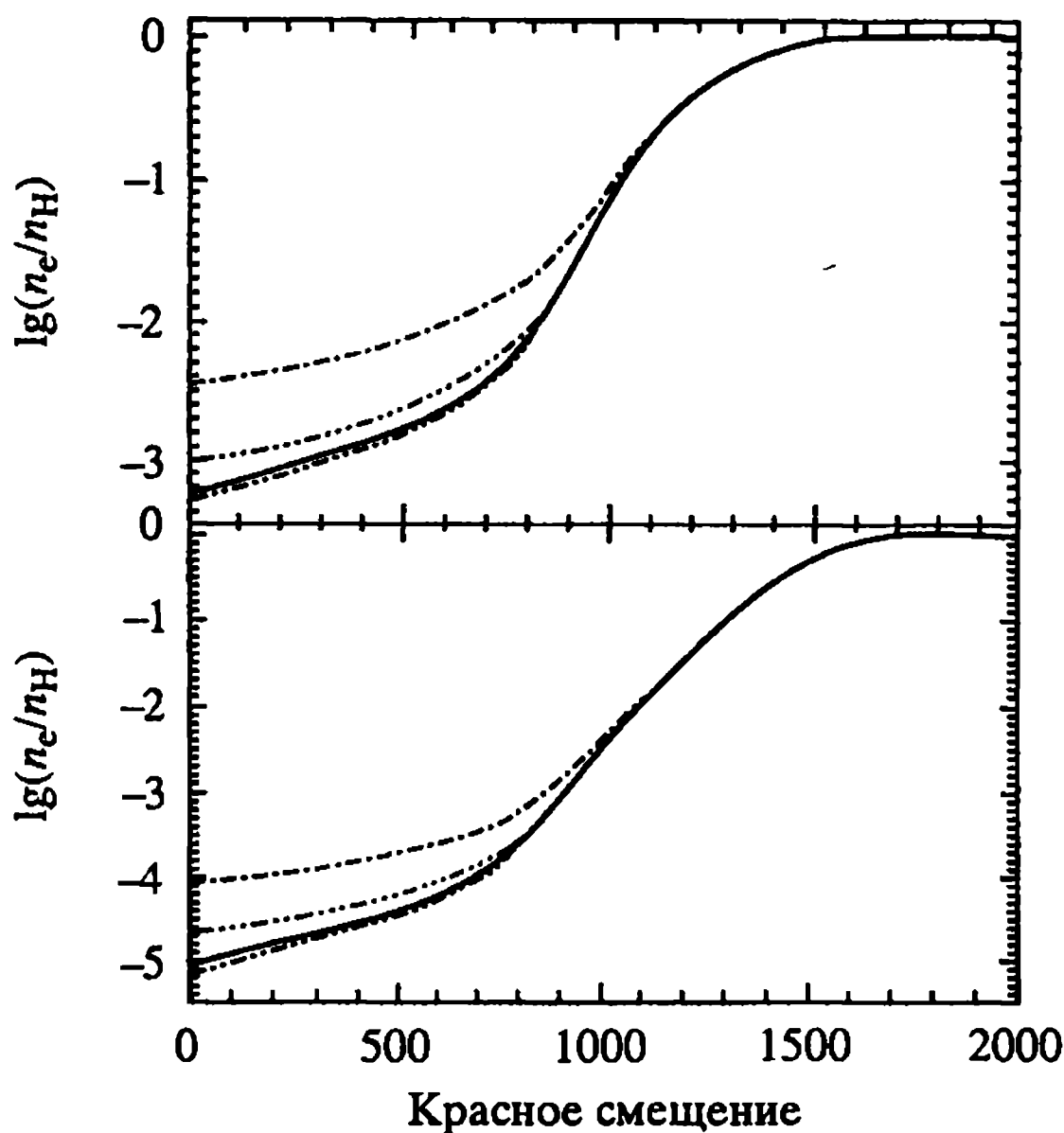


Рис. 3.4. Многоуровневая модель рекомбинации водорода. Верхний рисунок – стандартная CDM-модель с  $\Omega_{tot} = 1$ ,  $\Omega_b = 0,05$ ,  $h = 0,5$ . Нижний –  $\Omega_{tot} = 1$ ,  $\Omega_b = 1$ ,  $h = 1$ . В обеих моделях принято  $T_0 = 2,728$ ,  $Y_p = 0,24$ . Типы линий соответствуют следующим уровням: штрихпунктир – 2-й уровень, штрих-три точки – 10-й уровень, сплошная – эффективный 3-й уровень, штриховая – 50-й уровень, пунктир – 100-й уровень, штриховая с короткими штрихами – 300-й уровень

диапазон с  $z \leq 10^3$ , где достигается наибольшее отличие (примерно в один порядок) между двухуровневым и 300-уровневым приближениями. Особо следует подчеркнуть, что в модели с десятью уровнями атома водорода отличие в остаточной степени ионизации при  $z = 0$  оказывается достаточно большим и достигает фактора 3.

Важным моментом численного анализа динамики рекомбинации водорода является выяснение зависимости основных скоростей реакции переходов  $2P - 1S$ ,  $2S - 1S$  и темпа образования нейтральных атомов для различных красных смещений  $z$ . Динамика этих процессов для двух космологических моделей, приведённых на рис. 3.4, показана на рис. 3.5. На рисунках 3.5б и 3.5в показаны соответствующие скорости реакций для рекомбинации HeI и HeII. Важный вывод, который следует из работы [Seager, Sasselov, Scott, 2000] заключается в том, что к моменту начала рекомбинации водорода ( $z \sim 1500$ ) рекомбинация гелия уже практически закончилась. Для двух перечисленных выше космологических моделей этот вывод следует из рис. 3.6, где приведено сравнение результатов детальных расчётов изменения степени ионизации в ходе рекомбинации HeI и динамики  $x_e(z)$ , в соответствии с формулами Саха

для гелия,

$$\frac{x_e(x_c - 1)}{1 + f_{\text{He}} - x_e} = 4 \frac{(2\pi m_e kT + M)^{3/2}}{h_p^3 n_{\text{H}}} e^{-x_{\text{HeI}}/kT_M} \quad \text{для HeII} \rightarrow \text{HeII}, \quad (3.53)$$

$$\frac{(x_e - 1 - f_{\text{He}})x_e}{1 + 2f_{\text{He}} - x_e} = \frac{(2\pi m_e kT + M)^{3/2}}{h_p^3 n_{\text{H}}} e^{-x_{\text{HeII}}/kT_M} \quad \text{для HeII} \rightarrow \text{HeIII},$$

где  $x_{\text{HeI}}$  и  $x_{\text{HeII}}$  – соответствующие потенциалы ионизации гелия,  $f_{\text{He}} = n_{\text{He}}/n_{\text{H}} = Y_p/[4(1 - Y_p)]$ ,  $n_{\text{H}}$  – концентрация водорода, а  $Y_p$  – массовая концентрация  $\text{He}^4$ .

Основываясь на данных численных расчётов, Сигер, Сасселов и Скотт [Seager, Sasselov, Scott, 2000] предложили обобщённую модель трёхуровневой рекомбинации, учитывающую вклад от рекомбинации He. Эта модель составляет основу программы по расчёту ионизационной истории космической плазмы RECFAST, получившей широкое применение при анализе анизотропии реликтового излучения. В рамках этой обобщённой модели динамика степеней ионизации водорода и He описывается системой уравнений

$$H(z)(1+z) \frac{dX_{\text{H}}}{dz} = D(x_{\text{H}}, x_{\text{He}}, x_0) \left[ x \cdot x_{\text{H}} n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}} - \beta_{\text{H}} (1 - X_{\text{H}}) \times e^{-\frac{h\nu_{\text{H}2\text{S}}}{kT_M}} \right], \quad (3.54)$$

$$H(z)(1+z) \frac{dX_{\text{HeII}}}{dz} = G(x_{\text{H}}, x_{\text{He}}, x_0) \left[ x_{\text{He}} \cdot x n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeI}} - (f_{\text{He}} - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{HeII}}}{kT_M}} \right],$$

где  $\alpha_c = 5 \cdot 10^{-13} \frac{at^b \cdot f}{1 + ct^d}$  см<sup>3</sup>/с (см. уравнение (3.27)),

$$\alpha_{\text{HeI}} = q \cdot 10^6 \left[ \sqrt{\frac{T_M}{T_2}} \left( 1 + \sqrt{\frac{T_M}{T_2}} \right)^{1-p} \left( 1 + \sqrt{\frac{T_M}{T_1}} \right)^{1+p} \right]^{-1} \text{см}^3/\text{с},$$

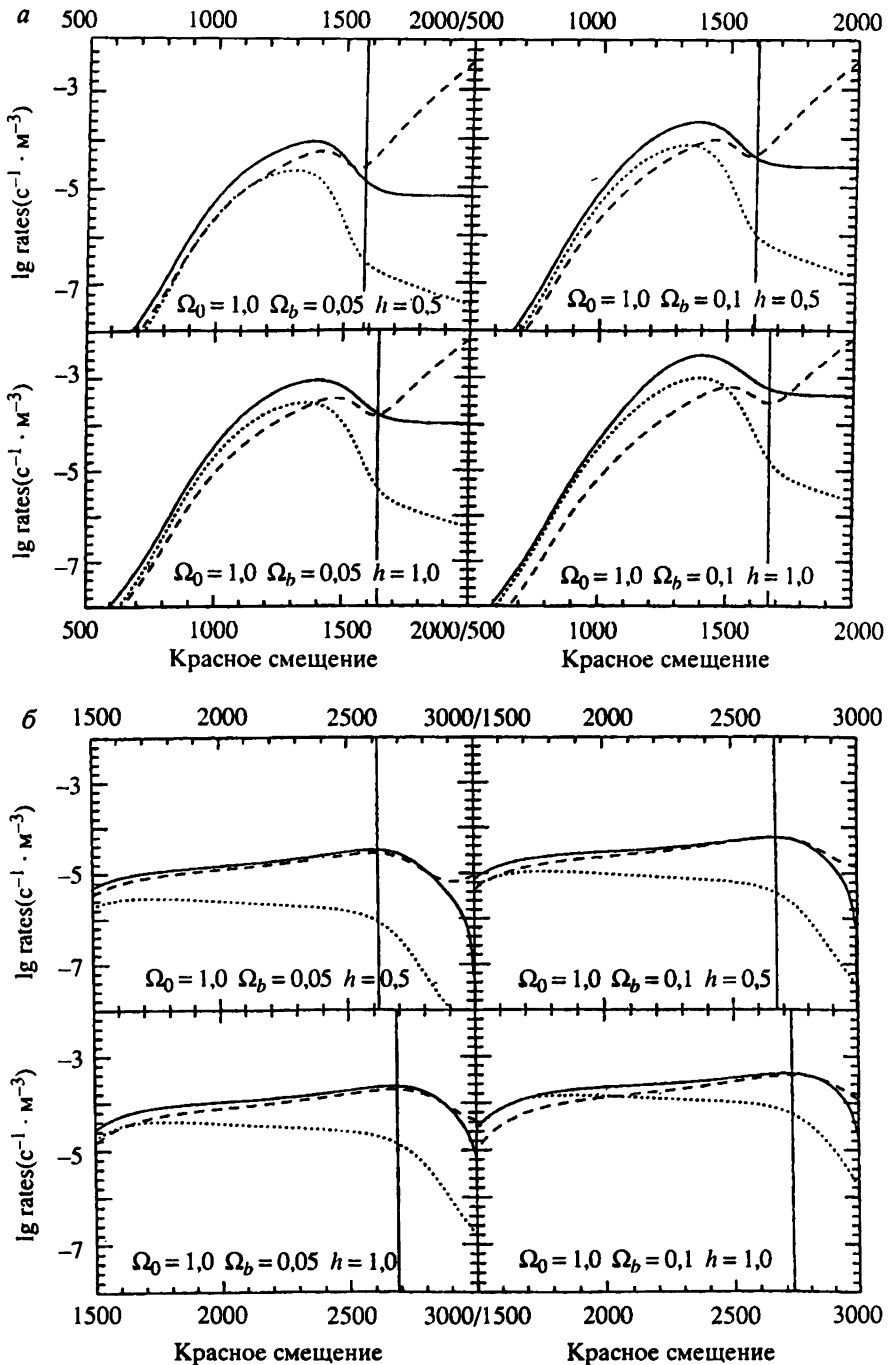
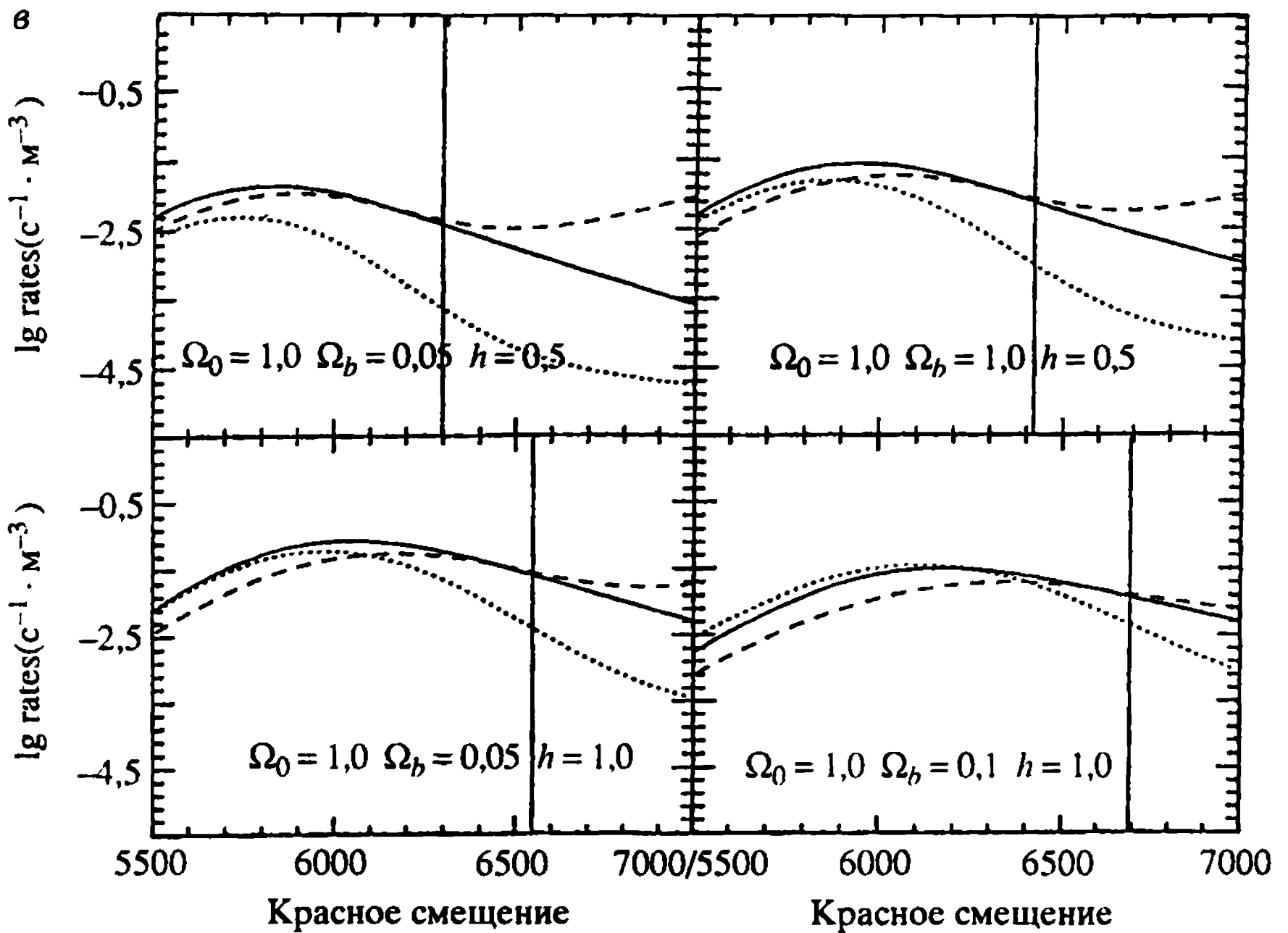


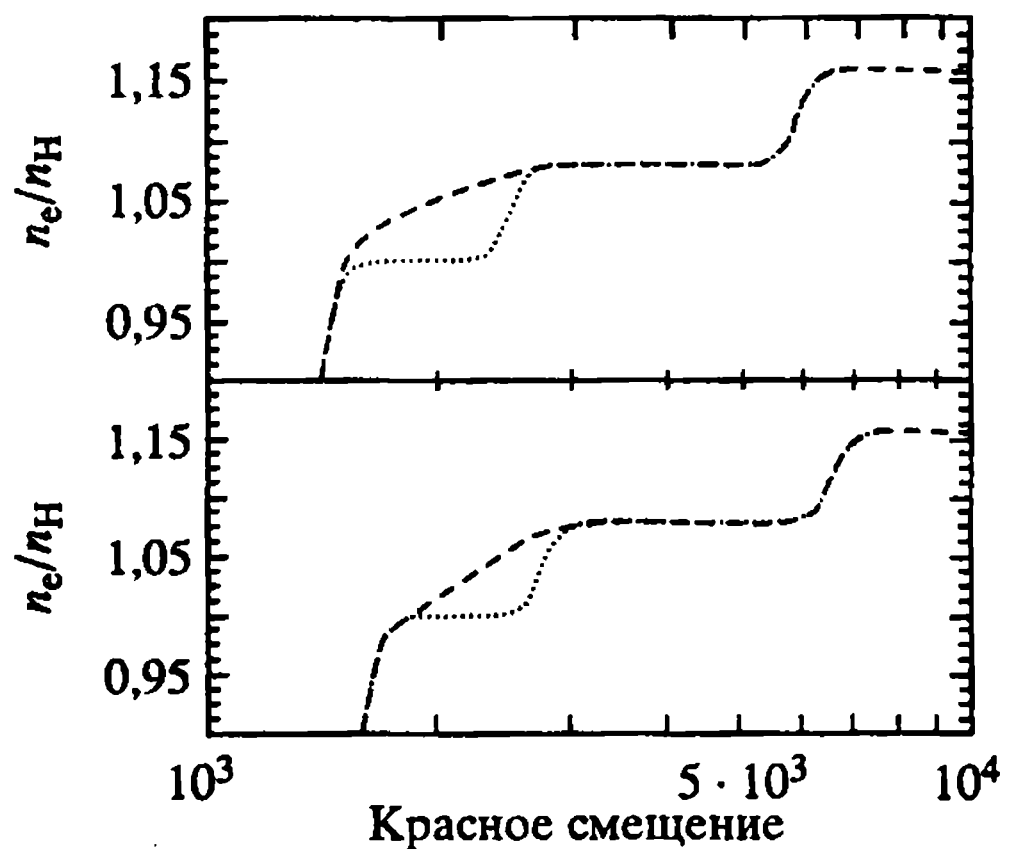
Рис. 3.5





**Рис. 3.5.** Сравнение скоростей реакций, определяющих кинетику рекомбинации водорода и гелия. а) Скорость перехода  $2p-1S$  (штриховая линия) и  $2S-1S$  двухфотонного распада (пунктир) в сравнении со скоростью рекомбинации (сплошная линия) для CDM-моделей с различными  $\Omega_b$  и  $h$ . Вертикальная линия соответствует уровню, когда 5% атомов водорода уже рекомбинировали. б) То же, что и а), но для HeI рекомбинации. Штриховая линия – скорость  $2'p-1'S$  перехода, пунктир – двухфотонный распад  $2'S-1'S$ , сплошная линия – скорость рекомбинации. в) Рекомбинация HeII. Штриховая линия – скорость  $2p-1S$  перехода, пунктир –  $2S-1S$  двухфотонный распад, сплошная линия – скорость рекомбинации

**Рис. 3.6.** Динамика рекомбинации водорода с учетом гелия для двух CDM-моделей, различающихся величинами плотностей барионов и постоянной Хаббла. Вверху –  $\Omega_0 = 1,0$ ,  $\Omega_b = 0,05$ ,  $h = 0,5$ , внизу –  $\Omega_0 = 1,0$ ,  $\Omega_b = 1,0$ ,  $h = 1,0$ . Пунктирная линия соответствует данным из работы [Saha et al. 1999], штриховая [Seager, Sasselov and Scott, 2000].



$$x \equiv x_c = x_H + f_{\text{He}} \cdot x_{\text{He}}, \quad q = 10^{-16,744}, \quad p = 0,711,$$

$$T_1 = 10^{5,114} \text{ К}, \quad T_2 = 3 \text{ К}, \quad f = 1,14.$$

Фигурирующие в уравнениях функции  $D$  и  $G$  даются выражениями

$$D = \frac{1 + \Lambda_{2S,1S} K_H n_H (1 - x_H)}{f^{-1} K_H (\Lambda_{2S,1S}) n_H (1 - x_H) f^{-1} + K_H \beta_H n_H (1 - x)}, \quad (3.55)$$

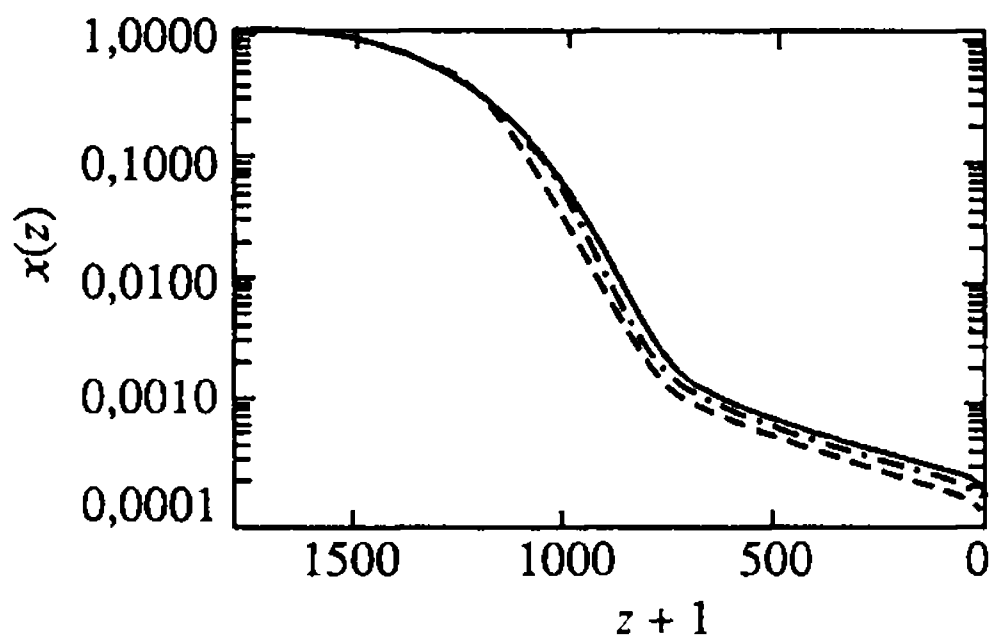
$$G = \frac{1 + K_{\text{He}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{He}} (1 - x_{\text{He}}) e^{-h\nu_{PS}/kT_M}}{1 + K_{\text{He}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{He}}) n_{\text{He}} (1 - x_{\text{He}}) e^{-h\nu_{PS}/kT_M}},$$

где  $K_{\text{He}} = \frac{\Lambda_{\text{HeI}}^3}{8\pi H(z)}$ ,  $K_H = \frac{\Lambda_{\text{H}_2 P}^3}{8\pi H(z)}$ ,  $\Lambda_{\text{HeI}} \approx 58,433 \text{ нм}$  – длина волны кванта, соответствующая переходу  $2^1P \rightarrow 1^1S$  в атоме гелия,  $\nu_{PS} = \nu_{\text{HeI } 2^1P} - \nu_{\text{HeI } 2^1S}$ .

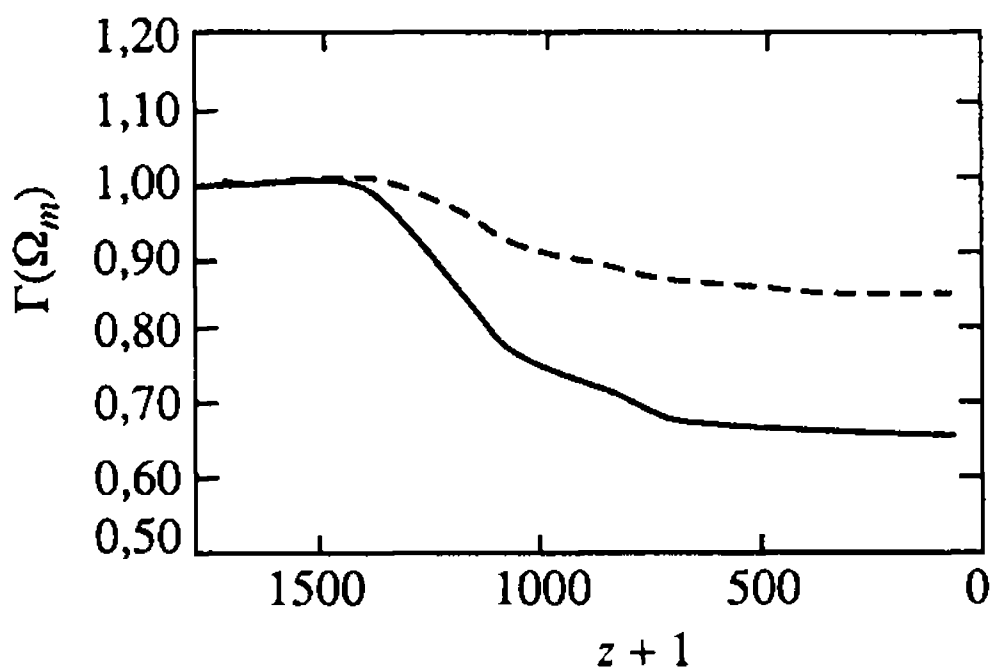
Тепловой контакт между излучением и веществом описывается, как и ранее, уравнением (3.47), в котором основную роль играют комптоновские процессы и адиабатическое охлаждение вследствие расширения Вселенной. Основываясь на этой модификации трёхуровневой модели рекомбинации водорода, рассмотрим зависимость ионизационных режимов  $x(z)$  от параметров космологической модели.

**а) Зависимость  $x_e(\Omega_{dm})$ .** В качестве базовой модели мы будем использовать уже неоднократно цитированную выше  $\Lambda\text{CDM}$  космологическую модель с набором параметров  $\Omega_{dm} = 0,3$ ,  $\Omega_b h^2 = 0,02$ ,  $h = 0,65$  и  $1 = \Omega_{dm} + \Omega_b + \Omega_\Lambda$ . В этой модели для исследования зависимости  $x_e(\Omega_m)$  мы зафиксируем параметры  $\Omega_b h^2$  и  $h$  и будем одновременно изменять  $\Omega_{dm}$  и  $\Omega_\Lambda$ , оставаясь в рамках условия  $\Omega_{\text{tot}}$ . Затем, используя RECFAST, мы рассчитаем зависимость  $x_s(z)$ , учитывая, что массовая концентрация He зависит от величины  $\Omega_{dm}$ . Результаты этих расчётов приведены на рис. 3.7. Как видно из этого рисунка, по мере уменьшения плотности скрытой массы  $\Omega_{dm}$  (но  $\Omega_{dm} + \Omega_\Lambda \approx 1$ ), степень ионизации систематически понижается для всего диапазона красных смещений  $0 \leq z \leq 1500$ . На рис. 3.8 мы приводим соответствующее отношение для степеней ионизации  $x_e(\Omega_{dm}) / x_l(\Omega_{dm} = 0,3) = \Gamma(\Omega_{dm})$ . Из рис. 3.8 следует, что отличия в степенях ионизации непосредственно в эпоху  $z \sim 10^3$  оказываются на уровне 10÷25% в то время, как остаточная степень ионизации (при  $z = 0$ ) при  $\Omega_{dm} = 0,1$  при-

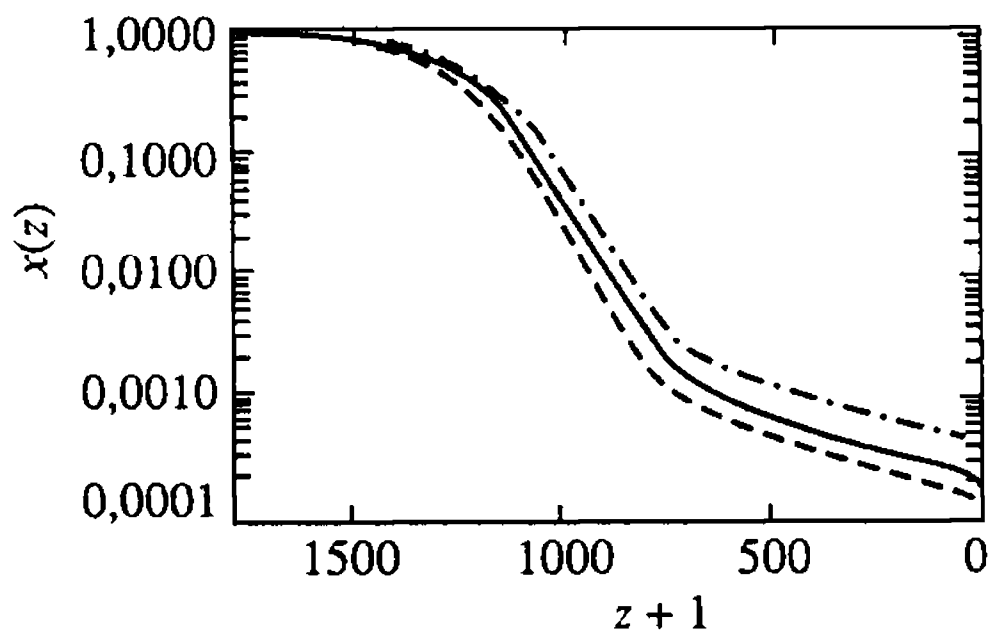
**Рис. 3.7.** Степень ионизации  $x(z)$  в зависимости от красного смещения  $z$  для различных значений параметра  $\Omega_m$ . Сплошная линия соответствует  $\Omega_m = 0,3$ , штрихпунктирная –  $\Omega_m = 0,2$  и штриховая –  $\Omega_m = 0,1$



**Рис. 3.8.** Параметр  $\Gamma(\Omega_m)$  в зависимости от красного смещения в космологической модели  $\Lambda$ CDM. Сплошная линия соответствует  $\Omega_m = 0,1$ , штриховая –  $\Omega_m = 0,2$



**Рис. 3.9.** Степень ионизации как функция красного смещения в  $\Lambda$ CDM модели при разных плотностях барионной фракции. Сплошная линия –  $\Omega_b h^2 = 0,02$ , штриховая линия –  $\Omega_b h^2 = 0,03$  и штрих-пунктирная –  $\Omega_b h^2 = 0,01$ ,  $h = 0,65$



зультат качественно можно обеспечить следующим образом. Понижение  $\Omega_{dm}$  сопровождается увеличением  $\Omega_l$  и, как следствие, увеличением возраста Вселенной. В свою очередь, при  $z > 1$  темп расширения зависит главным образом от  $\Omega_{dm}$  и практически не зависит от  $\Omega_\lambda$ ,  $t_{exp} \sim a/\dot{a} \sim H_0^{-1} \Omega_{dm}^{-1/2} z^{-3/2}$ . Отсюда ясно, что при одном и том же  $z$  в моделях с меньшими значениями  $\Omega_{dm}$  возраст Вселенной оказывается выше и, следовательно, большее количество атомов водорода успевает прорекомбинировать.

**б) Зависимость  $x_e(\Omega_b h^2)$ .** Зависимость  $x_e(z)$  от плотности барионной фракции материи в базовой  $\Lambda$ CDM-модели приведена

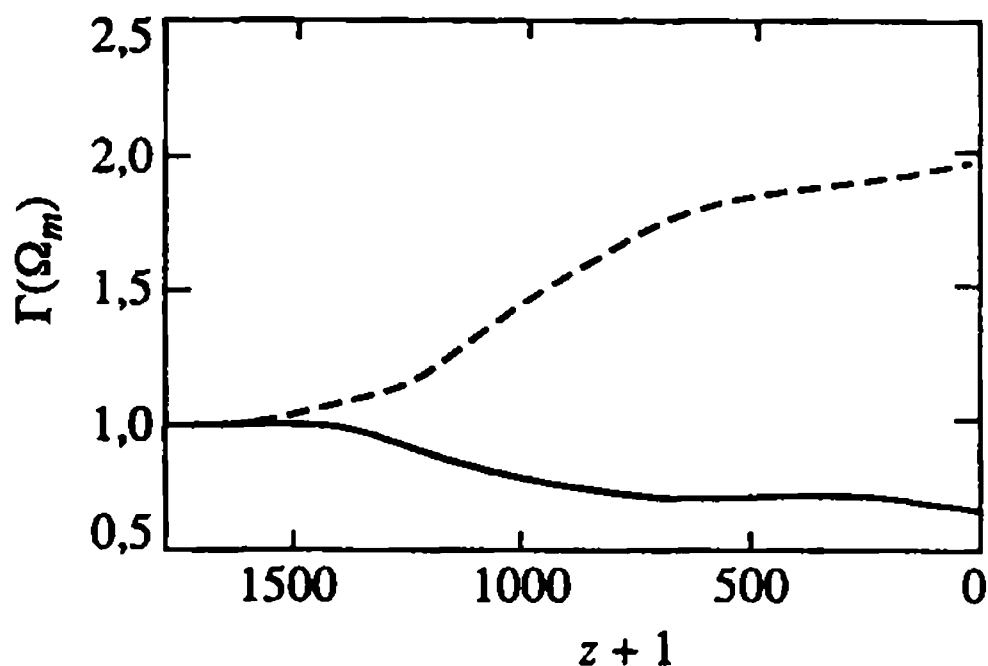


Рис. 3.10. Параметр  $\Gamma(\Omega_m)$  в зависимости от красного смещения. Сплошная линия соответствует  $\Omega_b h^2 = 0,03$ , штриховая –  $\Omega_b h^2 = 0,01$

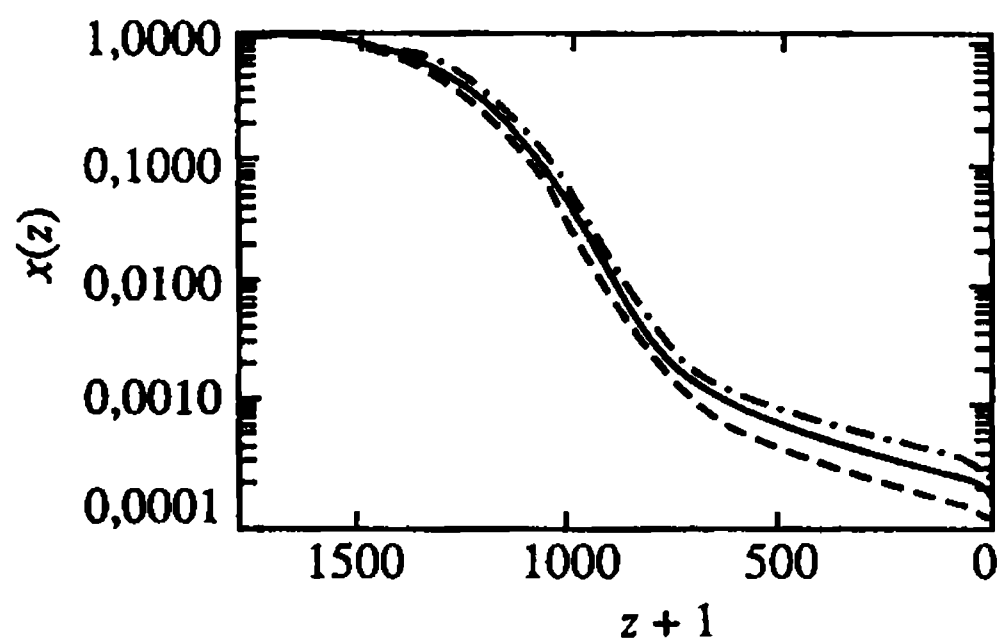


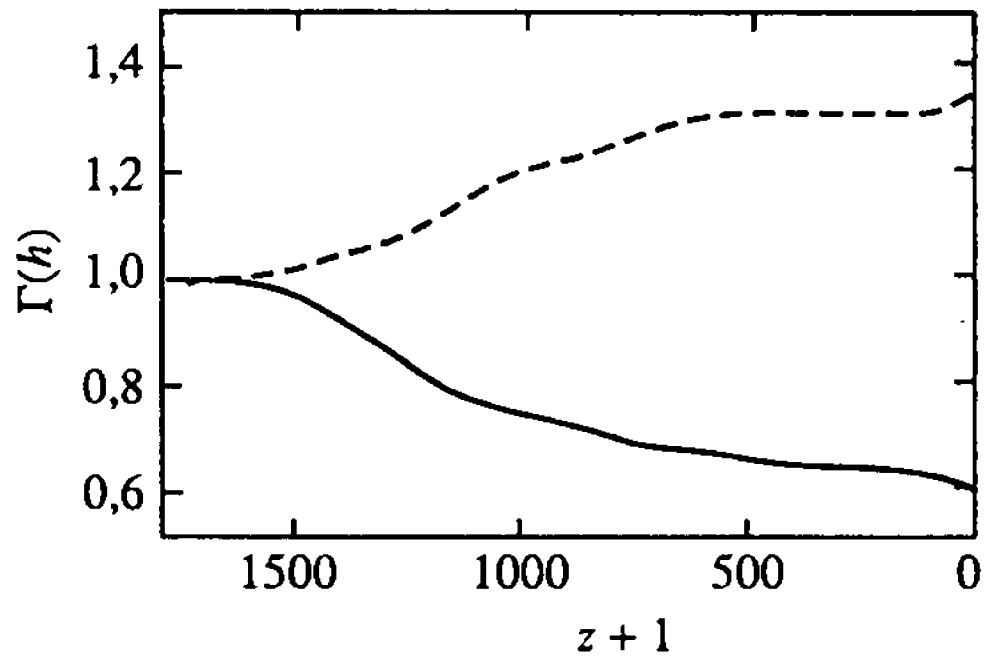
Рис. 3.11. Зависимость степени ионизации от  $z$  при различных значениях постоянной Хаббла. Сплошная линия соответствует  $h = 0,65$ , штриховая –  $h = 1$ , штрихпунктир –  $h = 0,5$ . Базовая модель  $\Lambda$ CDM – с  $\Omega_{tot} = 1$ ,  $\Omega_b$  одинаковая для всех моделей

на рис. 3.9. Основной вывод заключается в том, что по мере увеличения  $\Omega_b h^2$  происходит увеличение скорости рекомбинации  $\alpha_c$ , что и приводит к понижению степени ионизации плазмы. На рис. 3.10 мы приводим отношения соответствующих степеней ионизации  $\Gamma(\Omega_b) = x_i(\Omega_b h^2) / x_i(\Omega_b h^2 = 0,02)$  для различных значений параметра  $\Omega_b h^2 = 0,01$  и  $0,03$  во всём диапазоне изменения  $z$ . Как видно из этого рисунка, остаточная степень ионизации различается примерно в два раза по сравнению с моделью  $\Omega_b h^2 = 0,02$ .

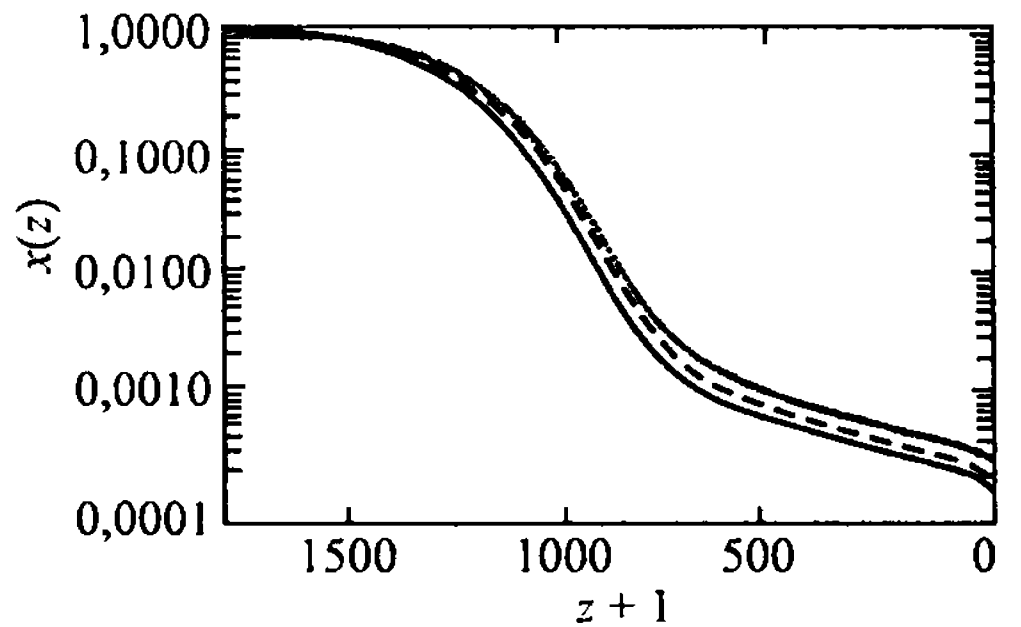
**в) Зависимость  $x_e(h)$ .** На рис. 3.11 мы приводим результаты численных расчётов степени ионизации для трёх значений постоянной Хаббла:  $H_0 = 50, 65$  и  $100$ . Влияние этого параметра не столь тривиально, как  $\Omega_m$ , поскольку с одной стороны он определяет темп расширения Вселенной, а с другой, через параметр  $\Omega_b h^2$ , – скорость рекомбинации. На рис. 3.12 показано отношение степеней ионизации  $x(h = 0,5)$  и  $x(h = 1)$  к  $x(h = 0,65)$  в зависимости от красного смещения  $z$ . Как видно из рис. 3.12, влияние этого параметра сравнимо с влиянием  $\Omega_b$ .

**г) Зависимость  $x(\Omega_{dm})$  в “открытых” моделях.** В этом классе моделей мы отказываемся от условия  $\Omega_{dm} + \Omega_b + \Omega_\Lambda = 1$ , ана-

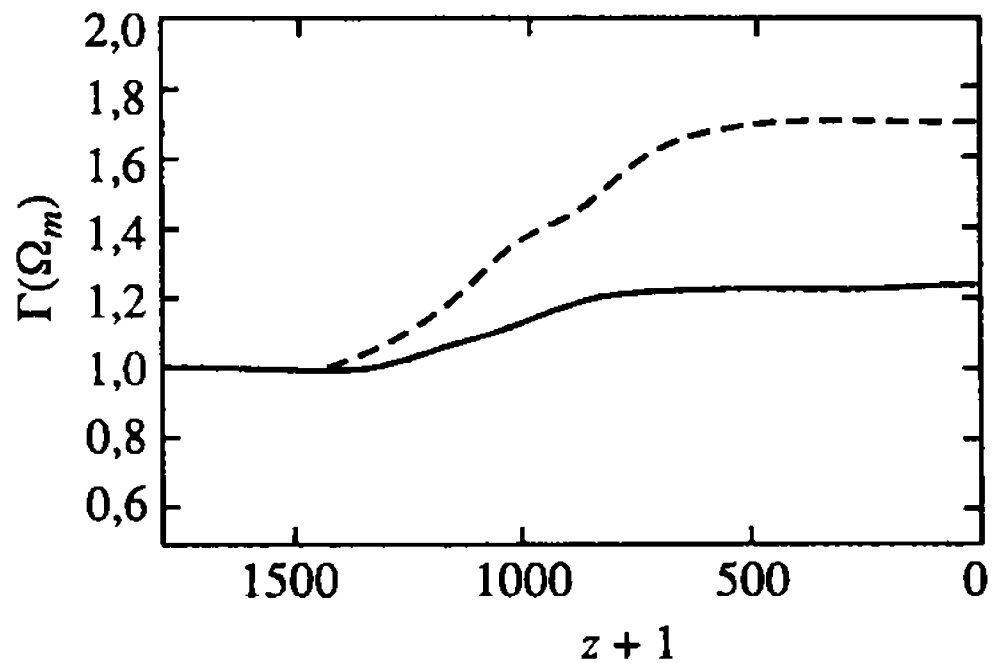
**Рис. 3.12.** Отношение степеней ионизации  $\Gamma(h)$  в зависимости от  $z$  для  $h = 0,5$  – сплошная линия и  $h = 2$  – штриховая



**Рис. 3.13.** Степень ионизации  $x(z)$  в "открытой" модели:  $\Omega_\Lambda = 0$ ,  $\Omega_b h^2 = 0,02$ ,  $h = 0,65$ . Сплошная линия –  $\Omega_m = 0,36$  штриховая –  $\Omega_m = 0,5$ , маркированная –  $\Omega_m = 1$



**Рис. 3.14.** Отношение степеней ионизации  $\Gamma(\Omega_m) = x(\Omega_m)/x(\Omega_m = 0,3)$  в "открытых" моделях. Сплошная линия –  $\Omega_m = 0,5$ ; штриховая –  $\Omega_m = 1$



лизируя различия в ионизационных режимах в так называемых "открытых" моделях Вселенной. Для всех моделей с  $\Omega_{tot} \leq 1$  мы фиксируем параметры  $\Omega_b h^2 = 0,02$   $h = 0,65$  и варьируем величину параметра  $\Omega_{dm}$  от  $\Omega_{dm} = 0,3$  до  $\Omega_{dm} = 1$ . Результаты расчётов степени ионизации и их отношений приведены на рис. 3.13 и 3.14. Общие выводы о зависимости  $x(\Omega_{dm})$  в этой модели близки к выводам в п.а). Основываясь на приведённых в этом пункте численных расчётах динамики степени ионизации в различных космологических моделях, можно предложить следующую прямую аппроксимацию для  $x(\Omega_b, \Omega, h)$  (Boschan,

Biltzinger, 1998):

$$x \sim \Omega_m^{1/2} \Omega_b^{-1} h^{-1} \quad (3.56)$$

Эта аппроксимация количественно и качественно учитывает все особенности зависимости  $x$  ( $\Omega_{dm}$ ,  $\Omega_b$ ,  $h$ ) в рамках стандартной модели рекомбинации космологического водорода.

### 3.7. Искажение спектра реликтового излучения в ходе космологической рекомбинации

Одной из важнейших особенностей ионизационной истории Вселенной является формирование искажений реликтового излучения вследствие сложной динамики взаимодействия  $\text{Ly-}\alpha$ -квантов с формирующимися нейтральными атомами водорода. Как было указано в предыдущем разделе, это взаимодействие приводит к “задержке” рекомбинации водорода и как результат, к формированию избытка  $\text{Ly-}\alpha$ -квантов в виновском участке спектра реликтового излучения. Эта особенность рекомбинации была подчеркнута ещё в пионерских работах [Зельдович, Курт, Сюняев, 1968] и [Peebles, 1968], в которых была дана качественная и количественная оценка уровня искажений спектра реликтового излучения в барионных моделях Вселенной. Последние уточнения этого вопроса, не изменяя физических основ эффекта, привели к детализации картины спектральных искажений [Rybicki, Dell’Antonio, 1993; Boshan, Biltzinger, 1998] и её обобщению на модели, содержащие небарионную фракцию материи.

Математически задача по нахождению спектральных искажений реликтового излучения рекомбинационными квантами сводится к нахождению асимптотики при  $t \rightarrow \infty$  решений уравнений переноса квантов в линиях, описанных в разделе 3.6. В качестве источника искажений фигурируют главным образом  $\text{Ly-}\alpha$ -кванты и фотоны двухквантового распада уровня  $2S$  атома водорода. Следуя работе [Boshan, Biltzinger, 1998], введём переменные, описывающие кинетику формирования рекомбинационных искажений спектра реликтового излучения,

$$\tau = \int dt H(t), \quad g(\nu, \tau) = \frac{\nu}{n_b} n'(\nu, t),$$

$$n'(\nu, t) = n(\nu, t) - \tilde{n}(\nu, t), \quad x = \ln \frac{h\nu}{I}, \quad (3.57)$$

где  $H(t)$  – параметр Хаббла,  $n(\nu, t)$  – спектр излучения (кон-

центрация квантов в  $\text{см}^{-3} \text{ Гц}^{-1}$ ),  $\tilde{n}(\nu, t)$  – равновесное планковское распределение,  $n_b(\tau)$  – концентрация барионов,  $I = 13,6$  – потенциал ионизации водорода. В этих переменных уравнение для возмущений функции распределения квантов будет иметь вид [Boshan, Biltzinger, 1998]

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} \right) g(x, \tau) = \frac{I \cdot e^x}{2\pi \hbar H(\tau) n_b(\tau)} Q(x, \tau), \quad (3.58)$$

где  $Q(x, \tau)$  – мощность производства рекомбинационных квантов в  $\text{см}^{-3} \text{ Гц}^{-1} \text{ с}^{-1}$ . Как уже отмечалось ранее,  $Q(x, \tau)$  определяется квантами  $2S - 1S$ -перехода и Ly- $\alpha$ -фотонами:

$$Q(x, \tau) = R_1 e^{x-x_{12}} \delta(x - x_{12}) + R_2 \Phi(x). \quad (3.59)$$

Здесь  $x_{12} = x_1 - x_2$  – частота перехода,

$$\Phi(x) = 0,7081 e^x \Psi\left(\frac{4}{3} e^x\right), \quad (3.60)$$

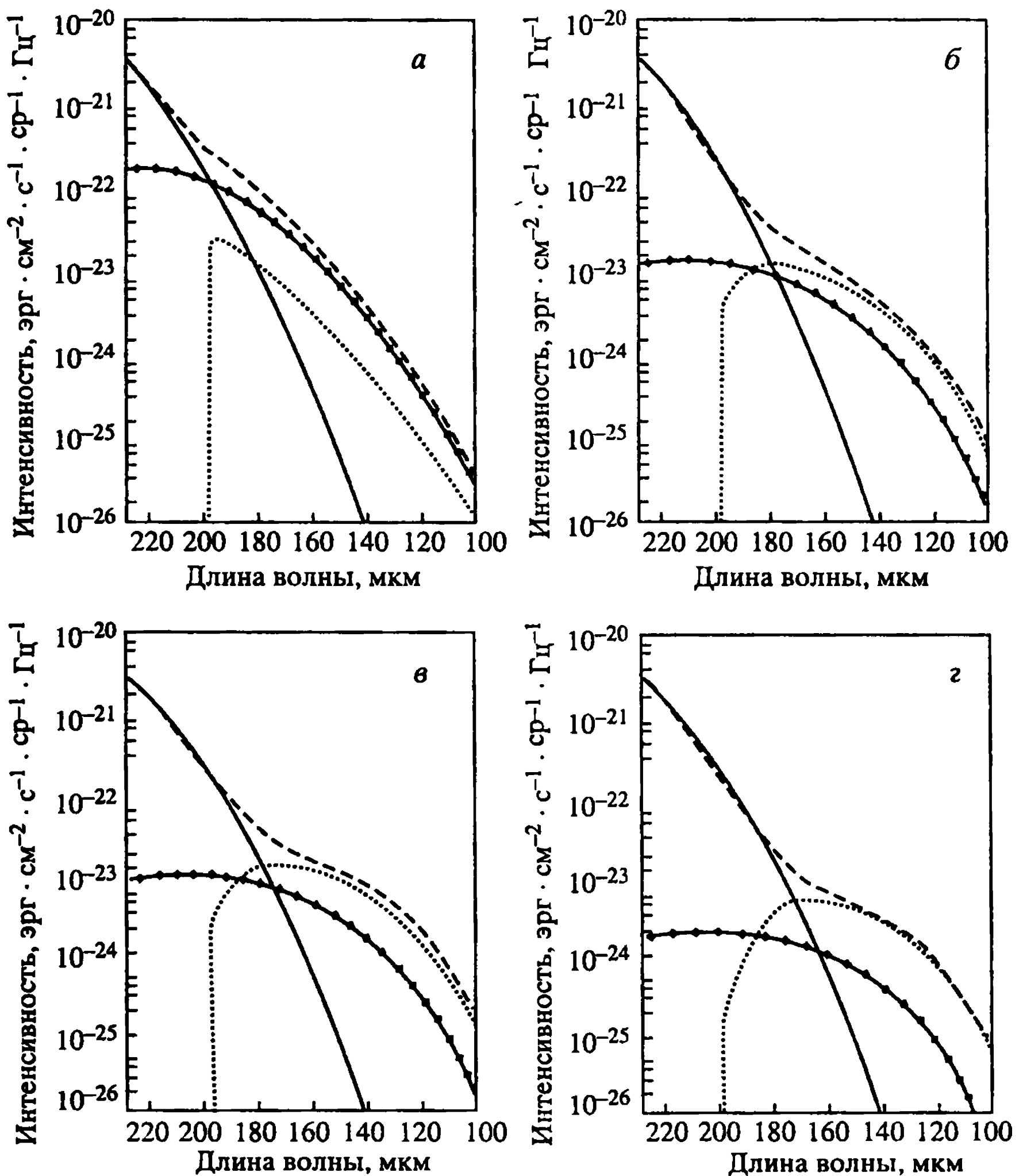
где функция  $\Psi(t)$  рассчитана в работе [Spitzer, Greenstein, 1951] и

$$R_1 = \frac{8\pi \nu_{12}^3 H}{c^3} \left( \frac{n_{2S}}{n_{1S}} - \left( e^{\frac{h\nu_{12}}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right), \quad (3.61)$$

$$R_2 = \Lambda_{2S-1S} \cdot \left( n_{2S} - n_{1S} e^{-\frac{I}{4kT}} \right). \quad (3.62)$$

Как видно из уравнений (3.59)–(3.62), расчёт динамики формирования искажений спектра требует детального учёта кинетики рекомбинации водорода. Следуя работе [Boshan, Biltzinger, 1998], приведём результаты численного решения задачи. На рис. 3.15, 3.16 показано поведение спектров генерирующих квантов на различных этапах космологической рекомбинации в моделях с  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_b = 0,1, 0,01$  и  $h = 1$  ( $\Omega_\Lambda = 0$ ).

Как видно из этих рисунков, в начале рекомбинации при  $z \simeq 10^3$  основной вклад в мощность источника искажений спектра дают Ly- $\alpha$ -кванты. Однако по мере развития рекомбинации становится значительной роль двухквантового распада  $2S$ -состояния, который определяет форму искажений на низких частотах. Сравнение рисунков 3.15 и 3.16 показывает, что в



**Рис. 3.15.** Вклад Ly- $\alpha$ -фотонов (пунктир) и двухквантового распада  $2S \rightarrow 1S$  (линия с квадратиками) в искажения спектра реликтового излучения (штриховая линия): *a*) модель  $h = 1, \Omega = 1, \Omega_b = 1$ , *б*) модель  $h = 1, \Omega = 1, \Omega_b = 0,1$ , *в*) модель  $h = 1, \Omega = 1, \Omega_b = 0,06$ , *г*) модель  $h = 0,5, \Omega = 1, \Omega_b = 0,06$ . Сплошная линия – планковский спектр

моделях с низкой плотностью барионной фракции влияние  $2S$ -распада существенно подавлено по амплитуде по сравнению с  $\Omega_b \sim 0,1$ . Однако и в этом случае низкочастотная асимптотика искажений определяется этим же процессом.

На рис. 3.17 мы приводим результаты расчёта искажений виновского участка спектра реликтового излучения на сегодня в



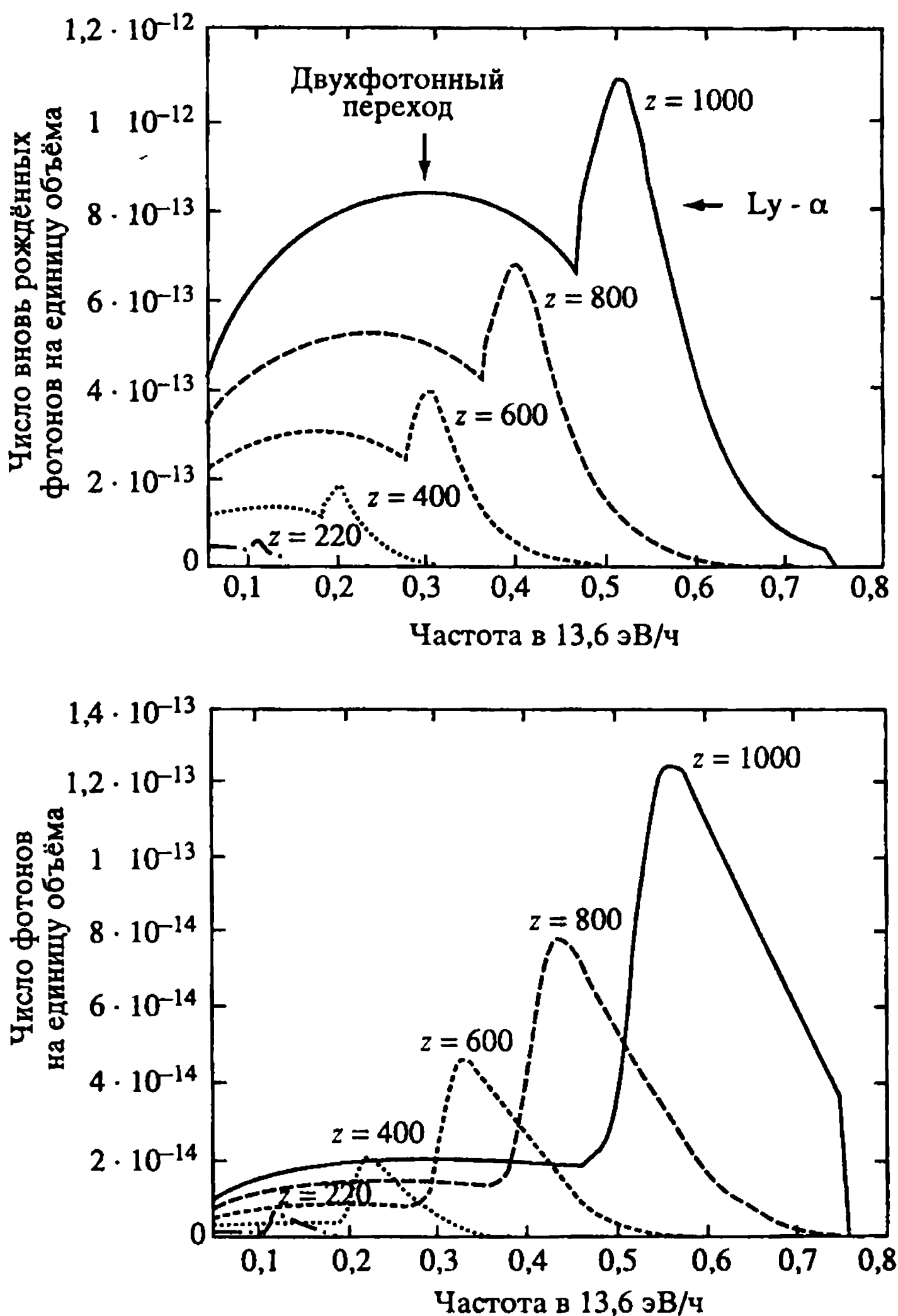


Рис. 3.16. Спектры рекомбинационных линий для разных  $z$  в моделях  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_b = 0,1$ ,  $h = 1$  (вверху) и  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_b = 0,01$ ,  $h = 1$  (внизу) для CDM модели,  $h$  – безразмерный параметр Хаббла

различных космологических моделях [Boshan, Biltzinger, 1998]. Как видно из этого рисунка наибольшие искажения виновского участка спектра ожидаются на длинах волн  $\lambda \leq 220$  мкм при  $\Omega_b \approx 0,1$  и  $h \approx 1$  и  $\lambda \leq 160$  мкм для всех значений параметров  $\Omega_b$ ,  $\Omega_m$  и  $h$ . На этой длине волны соответствующая интенсивность квантов равна  $10^{-25} \div 10^{-24}$  эрг/(см<sup>2</sup> · с · ср · Гц) в диапазоне

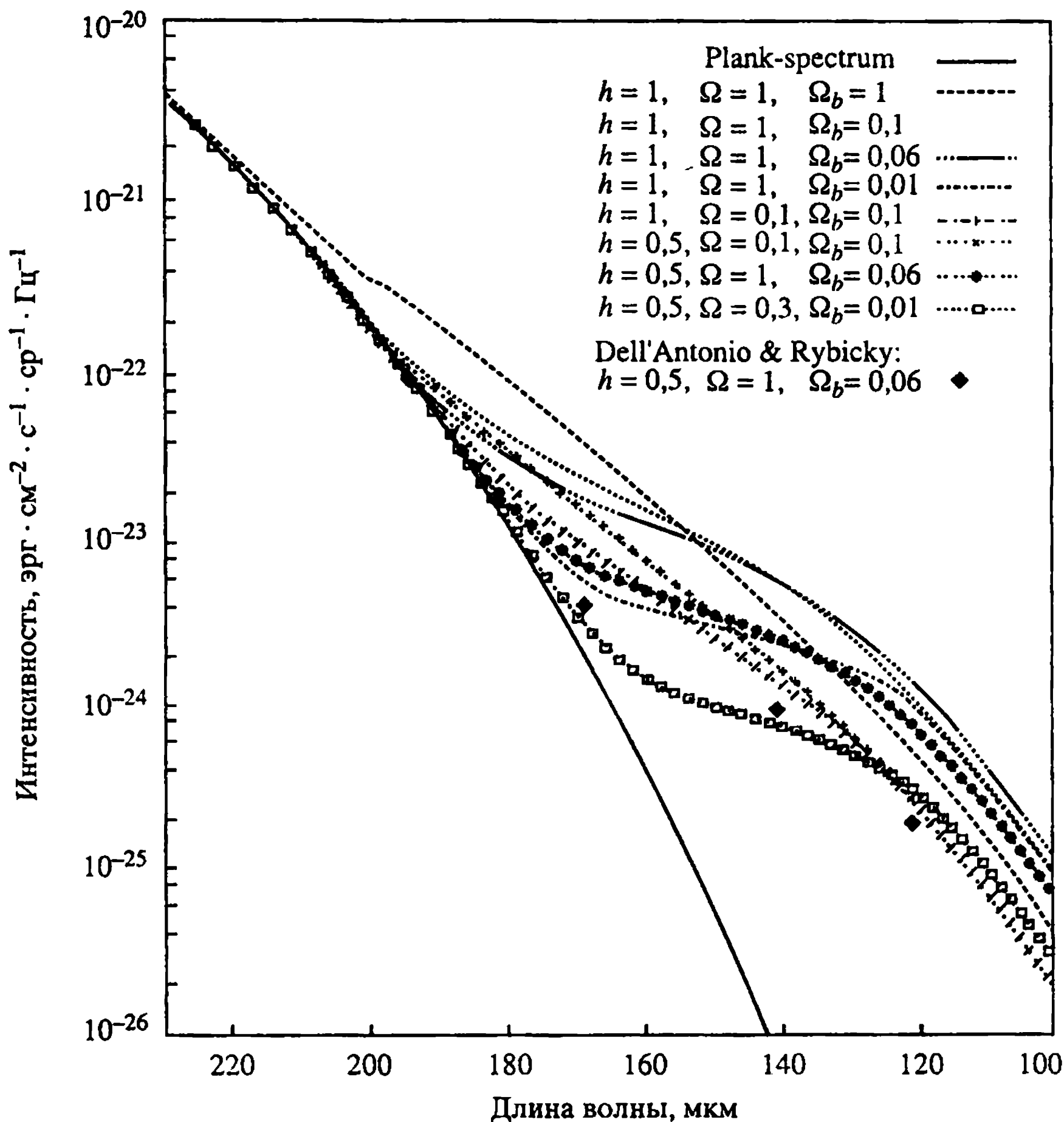


Рис. 3.17. Суммарная картина искажений спектра реликтового излучения рекомбинационными квантами в различных космологических моделях

$120 < \lambda \leq 160$  мкм. Сравнивая предсказываемую интенсивность с данными по инфракрасному фону (см. гл. 1), мы видим, что интенсивность рекомбинационных искажений оказывается сопоставима с интенсивностью фона ( $\sim (3 \div 5) \cdot 10^{-25}$  эрг/(см<sup>2</sup> · с · ср · Гц)) и, в принципе, может давать сопоставимый с другими источниками вклад в результирующий спектр ИК-излучения. При  $\lambda \leq 120$  мкм рекомбинационные искажения резко убывают и “уходят” под порог обнаружения. Заметим, что было бы крайне интересно пронаблюдать анизотропию распределения ИК-фона в диапазоне длин волн  $120 \div 160$  мкм. В силу космологической природы искажения спектра угловая анизотропия должна харак-

теризоваться величиной дисперсии, сопоставимой с дисперсией реликтового излучения, измеренной спутником COBE в радиодиапазоне. Возможно, что в рамках проекта “Субмиллиметр” такую анизотропию ИК-фона можно будет зафиксировать в указанном диапазоне длин волн. Эти результаты явились бы важнейшим подтверждением теории космологической рекомбинации и одновременно позволили бы уточнить величину космологических параметров  $\Omega_b$ ,  $\Omega_m$  и  $h$  во Вселенной.

### 3.8. Неизбежность реионизации водорода

Изложенная в разделе 3.3 стандартная модель рекомбинации водорода базируется на одном серьезном предположении, статус которого вообще говоря не очевиден. Речь идёт о гипотезе, согласно которой во Вселенной не существовало никаких иных, кроме реликтового излучения, источников ионизации космической плазмы, начиная с красных смещений  $z \sim 3 \cdot 10^3$  и заканчивая  $z = 0$ . Это предположение заведомо неверно для эпохи с  $z < 10$ , поскольку сам факт существования галактик, скоплений и в особенности квазаров с высокими красными смещениями  $z \approx 3 \div 6$  доказывают, что в нейтральном газе после эпохи рекомбинации при  $z \sim 10^3$  происходило формирование гравитационно связанных структур, являющихся потенциальными источниками его реионизации за счёт внутренних источников энерговыделения (взрывов звёзд, активных галактических ядер и т.п.) Изучение этой эпохи реионизации космологического водорода составляет отдельную важную главу современной космологии, разработка которой активно продолжается и по сей день.

Экспериментальным обоснованием вывода о неизбежности эпохи реионизации водорода является наблюдение Ly- $\alpha$ -линий в спектре удалённых квазаров. Первые наблюдения Ly- $\alpha$ -линии в спектре квазара 3C9 были выполнены Мартином Шмидтом [M. Schmidt, 1965], стимулировав появление знаменитой работы [Gunn, Peterson, 1965]. В этой работе авторы впервые сформулировали вывод о том, что факт наблюдения Ly- $\alpha$ -линий у квазаров с красным смещением  $z \geq 2$  означает, что при этих  $z$  нейтральный водород практически полностью ионизован. Согласно [Gunn, Peterson, 1965] оптическая толщина нейтрального водорода даётся по поглощению в линии Ly- $\alpha$  следующим выражением (см. также [Barkana, Loeb, 2000]):

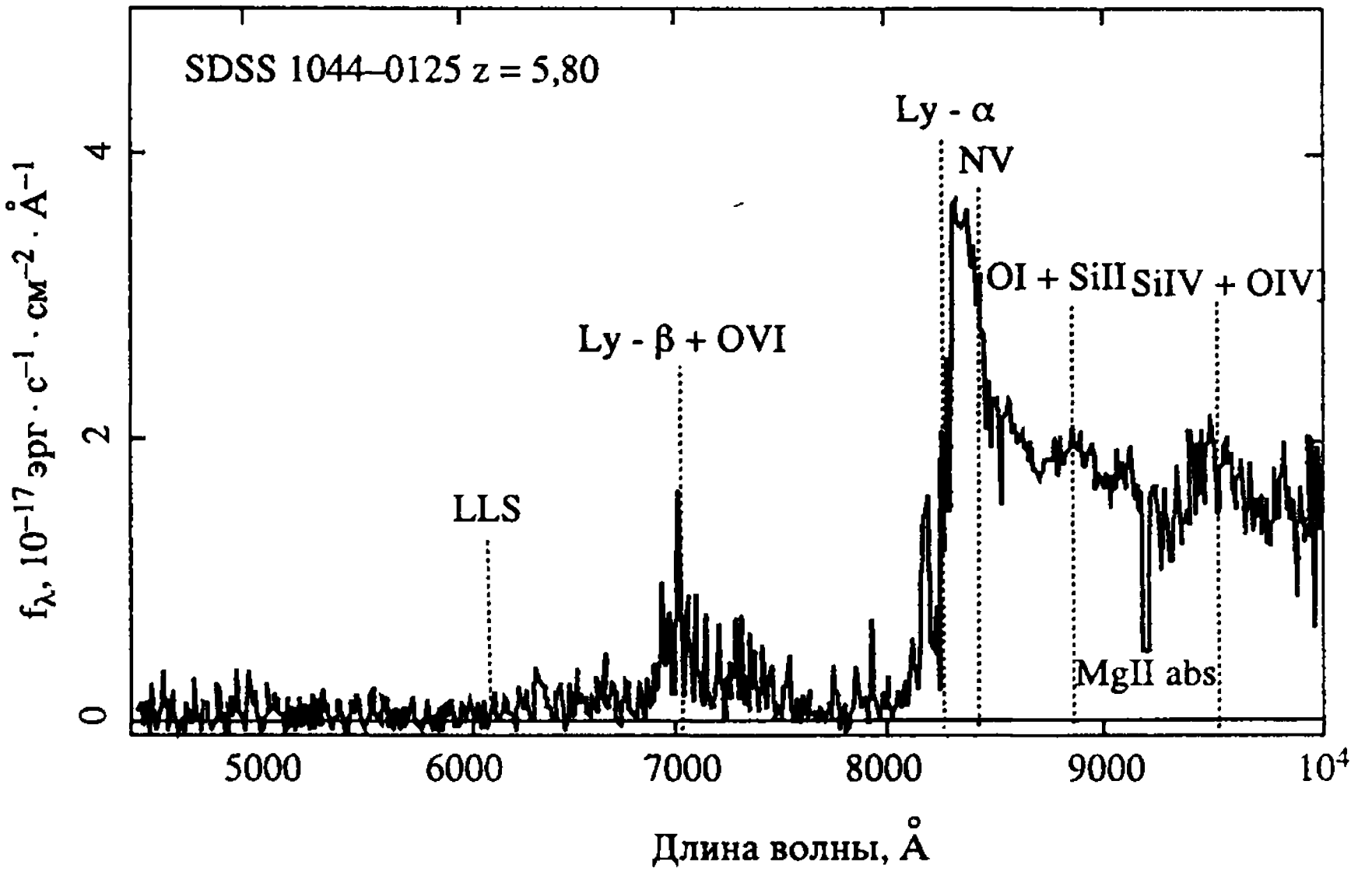


Рис. 3.18. Оптические спектры квазара SDSS 1044–0125 при  $z = 5,80$  [Fan et al., 2000]

$$\tau_{\text{GP}} = \frac{\pi e^2 f_{\alpha} \lambda_{\alpha} n_{\text{HI}}(z_S)}{m_e c H(z_S)} \approx$$

$$\approx 4,3 \cdot 10^5 x_{\text{HI}} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right) \times \left( \frac{\Omega_m}{0,3} \right)^{-1/2} \left( \frac{1+z_S}{10} \right)^{3/2} \quad (3.63)$$

Здесь  $f_{\alpha} = 0,4162$  – сила осциллятора для линии  $\lambda_{\alpha} = 1216\text{\AA}$ ,  $H(z_S)$  – величина параметра Хаббла при красном смещении источника  $z_S$ ,  $n_{\text{HI}}(z_S)$  – концентрация нейтрального водорода при  $z = z_S$ .

Воспользовавшись в духе работы [Gunn, Peterson, 1965], последними данными работы [Fan et al., 2002] по отождествлению линий квазара SDSS 1044-0125, представленными на рис. 3.18, можно оценить ожидаемую степень ионизации водорода. Принимая в уравнении (3,63)  $z_S = 5,8$  и  $\tau_{\text{GP}} \leq 0,5$ , мы находим, что фракция нейтрального водорода  $x_{\text{HI}}$  должна быть исчезающе мала:  $x_{\text{HI}} \leq 10^{-6}$ . Таким образом, уже при  $z \sim 6$  можно уверенно констатировать, что эпоха нейтрального водорода сменилась эпохой его полной ионизации. Необходимо отметить, что безотносительно к рассмотрению конкретных механизмов, обусловивших реионизацию космологического водорода при столь больших красных смещениях  $z \sim 6$ , современные данные по мел-

комасштабной анизотропии реликтового излучения, о которой речь пойдёт в гл. 6, показывают, что оптическая толща по томповскому рассеянию вряд ли превосходит величину  $\tau_T \approx 0,2$ . Из определения  $\tau_T(z)$  (в уравнении (3.3)) при таком ограничении следует простая оценка максимального красного смещения, при котором может произойти вторичная ионизация водорода

$$z_{\max} \approx 20 \left( \frac{\tau_T}{0,2} \right)^{2/3} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0,02} \right)^{2/3} \left( \frac{\Omega_m h^2}{0,126} \right)^{-1/3} \quad (3.64)$$

Тем самым вся история изменения ионизационного режима водорода разыгрывается на сравнительно небольшом интервале красных смещений  $6 \leq z \leq z_{\max}$ , когда собственно и происходит формирование самых первых объектов во Вселенной. Необходимо подчеркнуть, что особенности вторичной ионизации водорода и, в частности, максимальные красные смещения  $z_{\max}$ , когда собственно и начинается реионизация, сильно зависят от типа скрытой массы [Вагкана, Лоев, 2000] и в частности, от характерного масштаба обрезания спектра флуктуаций плотности. В силу важности детализации взаимосвязи свойств скрытой массы и ионизационной истории Вселенной при  $z \approx 20 \div 30$  рассмотрим этот вопрос более подробно.

### 3.9. Тип скрытой массы и детальный ионизационный баланс

В настоящее время не вызывает сомнений тот факт, что формирование структур в расширяющейся Вселенной обусловлено развитием малых возмущений плотности, скорости и гравитационного потенциала, которые развиваются на ранних этапах космологического расширения в смеси ультрарелятивистской материи и “газа” реликтовых гравитирующих частиц – носителей будущей скрытой массы галактик и их скоплений. Сразу подчеркнём, что теория возникновения таких флуктуаций и описаний их особенностей в многокомпонентной среде составляет отдельную важную главу современной космологии, развитие которой начинается ещё с пионерских работ Лифшица [1946], И. Новикова [1964], Вонног [1957], Зельдовича [Zeldovich, 1970], Харрисона [Harrison, 1970] и др. и продолжается по настоящее время. В последние 10÷15 лет приковывают к себе пристальное внимание два основных элемента теории гравитационной неустойчивости Вселенной.

Во-первых. Благодаря развитию теории инфляции по-видимому впервые удалось указать источник малой догалактической иррегулярности космической плазмы. Безотносительно к конкретному варианту теории (см., например, [Линде, 1990; Старобинский, 1979]) ясно, что малые “затравочные” возмущения плотности, скорости и гравитационного потенциала могут быть связаны с квантовыми флуктуациями вакуума физических полей на самых ранних этапах космологической эволюции. Более того, две, казалось бы, далёкие друг от друга проблемы: начало расширения Вселенной и проблема зарождения догалактических флуктуаций в рамках инфляционной парадигмы приобретают общий источник – неустойчивость начального состояния вакуума [Линде, 1990; Старобинский, 1979]. В цели нашей монографии не входит детальное описание современных теорий инфляции и происхождения догалактических флуктуаций во Вселенной, подробно изложенных в прекрасных монографиях [Kolb, Turner, 1990; Линде, 1990]. Сама по себе проблема ранних стадий космологической эволюции не менее интересна и захватывающа, чем проблема формирования структур в расширяющейся Вселенной и связанной с ней физикой реликтового излучения.

Однако, отсылая читателя к уже упоминавшимся нами монографиям [Kolb, Turner, 1990; Линде, 1990], ниже мы выступим в качестве “потребителя информации”, приняв в качестве неизбежного факта существование в эпоху как до, так и после космологической рекомбинации водорода малых неоднородностей в распределении плотности, скорости и гравитационного потенциала многокомпонентой среды, включающей барионы, реликтовое электромагнитное излучение, нейтрино и любые реликтовые гравитирующие частицы – носители скрытой массы.

Во-вторых. Развитие возмущений в этой многокомпонентной среде сопровождается возникновением гравитационно связанных структур, спектр масс которых простирается формально от сколь угодно малых значений<sup>1</sup> вплоть до масс скоплений и сверхскоплений галактик. В процессе формирования этих структур происходит эволюция и барионной фракции материи, сопровождающаяся появлением первых звёзд. Фактически, на этом этапе наряду с гравитационными процессами важную роль начинают играть процессы конверсии гравитационной энергии в

---

<sup>1</sup> Если не существует физической шкалы обрезания спектра флуктуаций в CDM-моделях.

энергию электромагнитного излучения (через звёзды), способного ионизовать среду.

Таким образом, темп формирования объектов во Вселенной и скорость реионизации космологического водорода, особенно при красных смещениях  $z > 6$ , представляется звеньями одной цепи. Для физики реликтового излучения наиболее важным является эффект реионизации водорода при  $z \sim 10 \div 30$ . Влияние этого фактора на анизотропию и поляризацию потенциально обнаружимо. Поскольку в CDM моделях образование галактик с массами, близкими к массе нашей Галактики  $M_G$ , происходит сравнительно поздно ( $z \sim 1 \div 2$ ), ясно, что эффект ранней реионизации ( $z \sim 10 \div 30$ ) может быть вызван только маломассивными объектами с  $M \ll M_G$ , образующимися при  $z \gg 1$ . Таким образом, тестируя наблюдательные проявления ранней реионизации водорода, мы тем самым одновременно отвечаем на вопрос, как далеко в область малых масс простирается спектр возмущений в скрытой массе, и, следовательно, можем делать выводы о её природе.

### 3.9.1. Феноменология реионизации

В этом подразделе мы рассмотрим феноменологический подход к описанию эпохи реионизации водорода, предложенный в работе [Tegmark, Silk, Blanchard, 1994] (в дальнейшем [TSB 1994]). Следуя этой работе, введём фракцию межгалактической среды, которая соответствует полной ионизации водорода

$$\kappa = f_S \cdot f_{UVPP} f_{\text{ion}}, \quad (3.65)$$

где  $f_S$  – фракция барионов, заключённая в эволюционно связанных структурах, включающих тёмную материю,  $f_{UVPP}$  – фракция ультрафиолетового излучения, возникающего в процессе эволюции барионной материи в структурах, нормированная на один протон;  $f_{\text{ion}}$  – количество ионизаций на один излученный UV-фотон.

В качестве источника UV-фотонов в [TSB] предлагается рассматривать их производство в звёздах и квазарах. Используя тот факт, что в процессе звёздного нуклеосинтеза превращение водорода в гелий сопровождается трансформацией доли  $\sim 7,3 \cdot 10^{-3}$  от массы покоя протона в UV-излучение, получим следующую оценку для параметра  $f_{UVPP}$  [TSB 1994]:

$$f_{UVPP} \approx 7,3 \cdot 10^{-3} \left( \frac{m_p c^2}{I} \right) f_H f_{\text{burn}} f_{UV} f_{\text{esc}}, \quad (3.66)$$



где  $I$  – потенциал ионизации водорода,  $m_p$  – масса протона,  $f_H = 0,76$  (76% – водород, 24% – гелий-4) – доля массы водорода в межгалактической среде,  $f_{\text{burn}}$  – доля массы водорода в звёздах,  $f_{\text{UV}}$  – доля энергии, приходящаяся на UV-кванты,  $f_{\text{esc}}$  – фракция UV-квантов, выходящих из галактики в межгалактическую среду. С учётом уравнения (3.66) для  $\kappa$  из уравнения (3.65) будем иметь

$$\kappa \approx 3,8 \cdot 10^5 f_{\text{net}} f_S, \quad (3.67)$$

где  $f_{\text{net}} = f_{\text{burn}} f_{\text{UV}} f_{\text{esc}} f_{\text{ion}}$ .

Так как фракция ионизованного газа заведомо меньше или равна 1, то из уравнения (3.67) следует, что

$$f_{\text{net}} f_S \leq 2,6 \cdot 10^{-6}. \quad (3.68)$$

Наличие малого параметра в правой части уравнения (3.68) показывает, что условие полной ионизации водорода может быть достигнуто даже в том случае, когда каждый из сомножителей в левой части чрезвычайно мал. В то же время, оценки  $f_S$  и  $f_{\text{net}}$  требуют более аккуратного подхода, детализирующего сценарий образования структур в расширяющейся Вселенной и трансформацию энергии в ионизирующее излучение.

**Оценка эффективности ионизации  $f_{\text{net}}$ .** Согласно уравнению (3.67), параметр  $f_{\text{net}} = f_{\text{burn}} f_{\text{UV}} f_{\text{esc}} f_{\text{ion}}$  определяется комбинацией параметров, описывающих трансформацию энергии покоя барионов в ионизирующее излучение в ходе образования структур во Вселенной. Первый фактор –  $f_{\text{burn}}$  связан с металличностью газа сразу же после образования первых звёзд, которые в силу своей массивности должны иметь достаточно короткую шкалу эволюции [Miralda-Escude, Ostriker, 1990].

Величина  $f_{\text{burn}}$ , оценивается по данным [Miralda-Escude, Ostriker, 1990] на уровне  $f_{\text{burn}} \approx 1\%$ . Верхнюю границу этого параметра можно получить из анализа модели, когда все барионы, заключённые в галактике конденсируются в звёзды с массой  $M \approx 30M_{\odot}$ , для которых Вусли и Вивер [Woosley, Weaver, 1986] оценивают результирующую металличность на уровне 25%. Таким образом, выбор  $f_{\text{burn}} \approx 1\%$  обладает 25-кратным запасом по отношению к верхнему пределу на этот параметр. Для параметров  $f_{\text{esc}}$  и  $f_{\text{UV}}$ , характеризующих выход UV-излучения из галактики, в работе [Miralda-Escude, Ostriker, 1990] получены следующие оценки:  $f_{\text{esc}} \approx 10 \div 50\%$  и  $f_{\text{UV}} \approx 5 \div 50\%$ , которые, очевидно, и определяются долей звёзд в спектре масс образующихся объектов.



В отличие от перечисленных выше параметров, оценка фракции ионизованного вещества  $f_{\text{ion}}$  зависит от красного смещения  $z_{\text{vir}}$ , при котором наступает вириализация образующихся первых маломассивных объектов, включающих барионную и тёмную материи<sup>2</sup>. В работе [TSB, 1994] показано, что для параметра  $f_{\text{ion}}$  можно воспользоваться приближённой оценкой

$$f_{\text{ion}} \approx [1 + 0,8\Omega_b h(1 + z_{\text{vir}})^{3/2}]^{-1} \quad (3.69)$$

В работе [TSB, 1994] для  $M \sim 10^6 M_\odot$  получена оценка  $f_{\text{ion}} \approx 0,1 \div 0,95$ . Комбинируя параметры  $f_{\text{burn}}$ ,  $f_{\text{UV}}$ ,  $f_{\text{esc}}$  и  $f_{\text{ion}}$ , можно получить верхнюю и нижнюю границы изменения  $f_{\text{net}}$ :

$$10^{-6} < f_{\text{net}} < 6 \cdot 10^{-2} \quad (3.70)$$

в модели с  $\Omega_{\text{dm}} = 0,3$ ,  $h = 0,5$ ,  $\Omega_\lambda \approx 0,7$  и  $\Omega_b h^2 \approx 0,02$ . Значительный разброс между минимальным и максимальным значениями  $f_{\text{net}}$  отражает неопределённости в моделях формирования маломассивных ( $M \ll M_G$ ) структур в расширяющейся Вселенной в эпоху с  $z < 20 \div 30$ .

**Оценка доли вещества  $f_S$ .** В основе метода определения доли вещества, перешедшей в объекты массы  $M$  при красном смещении  $z$ , лежат предсказания теории гравитационного роста малых начальных флуктуаций плотности, скорости и гравитационного потенциала, развивающиеся в многокомпонентной среде. Существенный прогресс в исследовании нелинейной фазы развития таких флуктуаций обусловлен тем обстоятельством, что плотность тёмной материи, как минимум, в  $8 \div 10$  раз превышает плотность барионной фракции и на 5 порядков — плотность реликтового излучения. Отсюда с неизбежностью следует вывод о том, что формирование гравитационно связанных структур во Вселенной обусловлено развитием возмущений главным образом в тёмной материи, особенно на фазе  $z < 1,2 \cdot 10^4 \Omega_m h^2$ , когда её плотность доминировала над плотностью реликтового излучения. Следуя [Peebles, 1993], рассмотрим особенности этого процесса более детально в рамках гидродинамического приближения.

В “холодной” скрытой массе, для которой скорость звука формально равна нулю ( $\nu_S = 0$ ), возмущения плотности  $\delta_x$ , ско-

<sup>2</sup> Обычно  $z_{\text{vir}}$  связывают с вириализацией объектов с массой  $\sim 10^6 m_\odot$  (см. [TSB, 1994]).

рости  $\bar{U} = \bar{V} - H\bar{r}$  и гравитационного потенциала  $\Phi$  развиваются в расширяющейся Вселенной в соответствии с уравнениями Эйлера для сплошной среды:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_x}{\partial t} + \frac{1}{a} \bar{\nabla}[(1 + \delta_x)\bar{U}] &= 0, \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + H\bar{u} + \frac{1}{a}(\bar{u} \cdot \bar{\nabla})\bar{u} &= -\frac{1}{a} \bar{\nabla}\Phi, \\ \nabla^2 \Phi &= 4\pi G\bar{\rho}a^2\delta. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Для малых возмущений эти уравнения легко линеаризуются и сводятся к одному для возмущений плотности в “газе” тёмной материи [Peebles, 1993],

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta_x + 2H \frac{\partial \delta_x}{\partial t} - 4\pi G\bar{\rho}_x \delta_x = 0, \quad (3.72)$$

где  $\bar{\rho}_x$  – плотность тёмной материи. Как известно (см., например, [Peebles, 1993]) из уравнения (3.72) следует, что  $\delta_x$  имеет растущее и затухающее во времени решение. В общем случае  $\delta_x(\bar{r}, t)$  может быть представлено в виде  $\delta_x(\bar{r}, t) = f(\bar{x})D(t) \ll 1$ , где

$$D(t) = \frac{(\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_k a + \Omega_x)^{1/2}}{a^{3/2}} \int \frac{da \cdot a^{3/2}}{(\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_k a + \Omega_m)^{3/2}}, \quad (3.73)$$

а  $\Omega_k = 1 - \Omega_{\text{tot}}$ ,  $\Omega_{\text{tot}} = \Omega_x + \Omega_\Lambda$  и функция  $f(x)$  описывает пространственную форму распределения возмущений плотности, заданную на некоторый начальный момент времени  $t_0$ . В дальнейшем мы будем полагать, что первичная адиабатическая мода возмущений генерируется в процессе перестройки вакуума физических полей на инфляционной стадии эволюции Вселенной [Kolb, Turner, 1990; Линде, 1990]. Это означает, что для представления функции  $f(\bar{x})$  можно воспользоваться разложением в интеграл Фурье

$$f(\bar{x}) = \int d^3x f_{\bar{k}} e^{-i\bar{r}\bar{k}}, \quad (3.74)$$

где  $\bar{k}$  – волновой вектор и  $f_{\bar{k}}$  – случайные гауссовы коэффициенты, удовлетворяющие соотношению

$$\langle f_{\bar{k}} f_{\bar{k}'}^* \rangle = (2\pi)^3 P(k) \delta((\bar{k} - \bar{k}')), \quad (3.75)$$

где  $P(k)$  – спектр мощности флуктуаций плотности.

Поскольку для CDM-моделей тепловые (пекулярные) скорости частиц считаются пренебрежимо малыми, спектр флуктуаций  $P(k)$  простирается вплоть до пространственных масштабов, сопоставимых с расстояниями между частицами  $n_k^{-1/3}$ . На линейной стадии развития флуктуаций взаимодействие между различными гармониками  $\bar{k}$  отсутствует. Это позволяет ввести понятие сглаженного поля флуктуаций плотности, используя, например, фильтр  $F(\bar{r}) = \theta(R - r)$ , где масштаб  $R$  связан с массой тёмного вещества внутри радиуса  $R$  следующим образом:

$M = \frac{4\pi}{3} \rho_{dm} R^3$  Тогда сглаженное по масштабу  $R$  поле флуктуаций плотности сохраняет полностью свои статистические свойства, как и поле  $\delta(\bar{r})$ , но теперь оно описывает контраст плотности  $\delta(M)$  в сфере радиуса  $R$  и соответствующей массы. Для такого сглаженного поля дисперсия равна [Peebles, 1985, 1993; Kolb, Turner, 1990]

$$\sigma^2(M) = \int_0^{\infty} \frac{dk}{2\pi^2} k^2 P(k) \left[ \frac{3j_1(kR)}{kR} \right]^2, \quad (3.76)$$

где  $j_1(kR) = (\sin x - x \cos x) / x^2$

Заметим, что линейное развитие флуктуаций  $\delta_x(\bar{r}, t)$  как и  $\delta_R(\bar{x}, t)$  осуществляется по одному и тому же закону (уравнение (3.73)). Однако на нелинейной фазе, когда  $\sigma(M) \sim 1$ , картина гравитационной неустойчивости усложняется. Следуя работам [Zeldovich, Novikov, 1983; Peebles, 1993; Kolb, Turner, 1990], рассмотрим динамику сферически симметричной области радиуса  $R \ll ct$  в рамках ньютоновского подхода. Уравнение для изменения радиуса  $R(t)$  во времени будет иметь вид

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = H_0^2 \Omega_\Lambda R - \frac{GM}{R^2}, \quad (3.77)$$

где  $M$  – по-прежнему масса вещества внутри объёма этого радиуса. Первое слагаемое в правой части уравнения (3.77) учитывает роль плотности энергии вакуума, которая существенна лишь для возмущений, масштаб которых превышает

$$R_v = \left( \frac{GM}{H_0^2 \Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \approx 10 \left( \frac{\Omega_\Lambda h^2}{0,7} \right)^{-1/3} \left( \frac{M}{M_{15}} \right)^{1/3} \text{ Мпк},$$

где  $M_{15} = 10^{15} M_\odot$ .

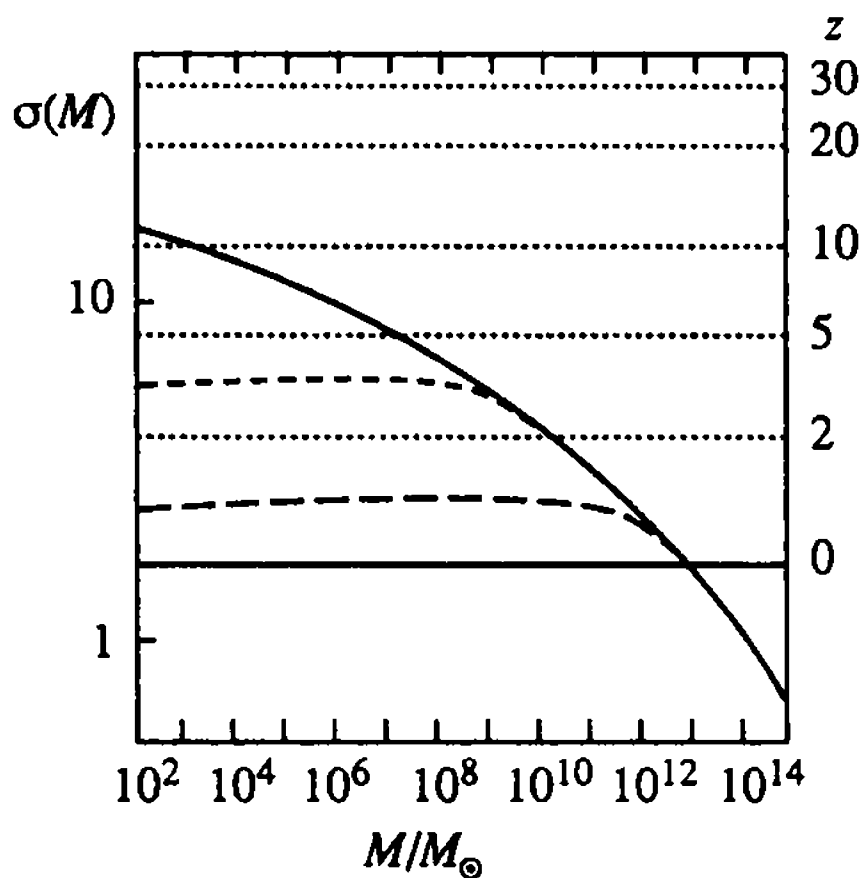
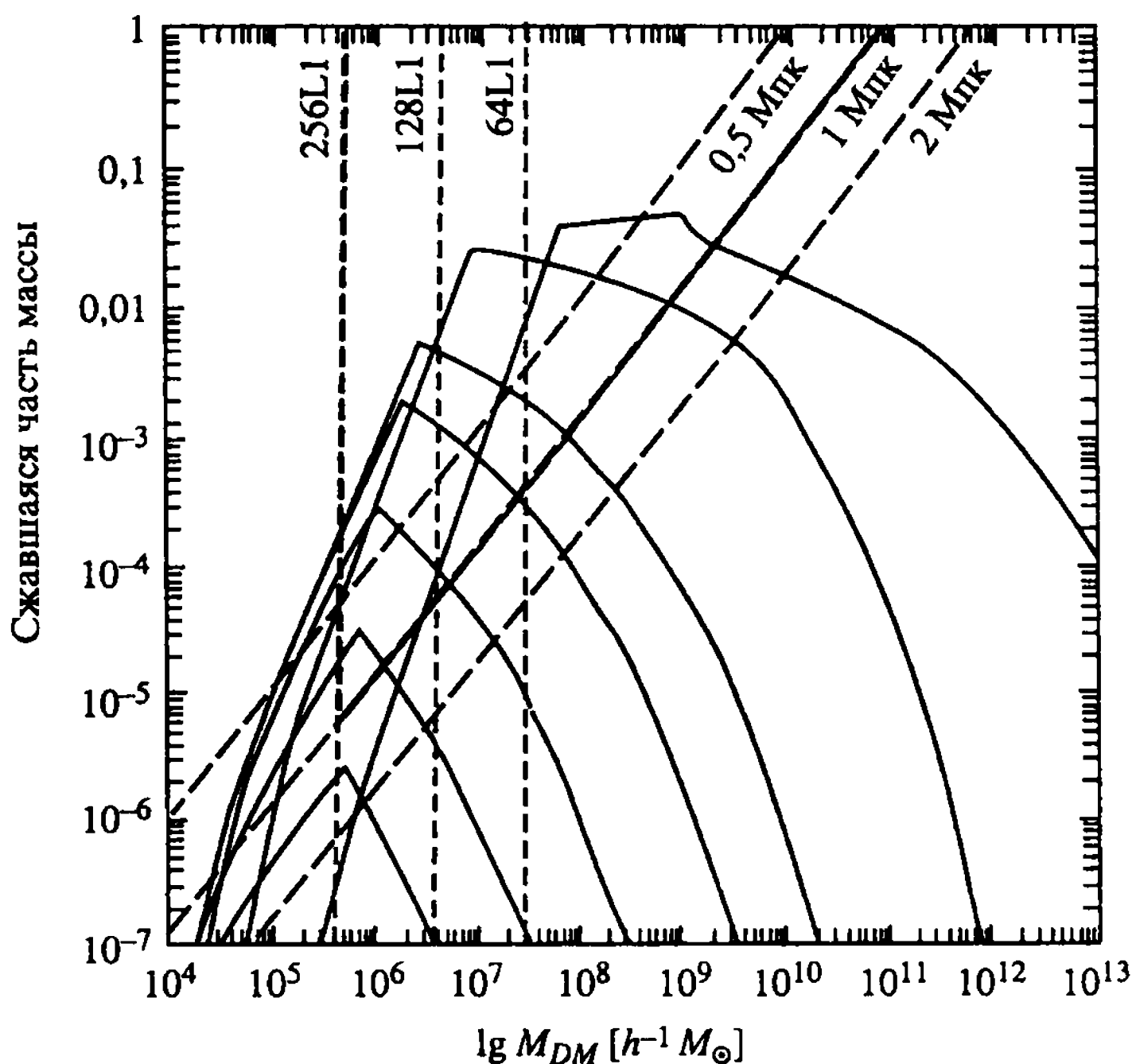


Рис. 3.19. Зависимость  $\sigma(M, z)$  для различных  $M$  и красных смещений  $z \leq 30$

Рис. 3.20. Функция  $f_c(M)$  для различных красных смещений. Вертикальные линии соответствуют наименьшим массам, разрешённым в процессе численного моделирования  $M_{DM} = 4,93 \cdot 10^3, 3,94 \cdot 10^4$  и  $3,15 \cdot 10^5 h^{-1} M_\odot$  (слева направо). Детали расчетов см. [Chiu, Gnedin and Ostriker, 2001].



При  $R \ll R_v$  динамика расширения подчиняется обычному закону для сферически-симметричного распределения вещества.

Если полная энергия  $E = \frac{\dot{R}^2}{z} - \frac{GM}{R} < 0$ , то, достигнув максимального радиуса  $R_{\max}$ , сферическая область начнёт сжиматься, приводя к возрастанию плотности [Peebles, 1993].

Момент начала коллапса в пересчёте на линейный закон возрастания  $\frac{\delta\rho_x}{\rho_x}$  получается из условия  $\delta_x = \frac{\delta\rho_x}{\rho_x} = \delta_{cr} = 1,686$  [Peebles, 1993]. Нормируя на  $D(z=0) = 1$ , мы получим критерий образования объектов при любых значениях красных смещений  $z$  в виде  $\delta_{cr}(z) = 1,686D^{-1}(z)$ . Следовательно, в терминах дисперсии  $\sigma(M)$  из уравнения (3.76), условие формирования гравитационно связанных структур массы  $M$  сводится к уравнению  $\sigma(M) \approx \delta_{cr}(z)$ . На рис. 3.19 показано поведение функции  $\sigma(M, z)$  для разных красных смещений  $z$ , когда выполняется критерий образования объектов массы  $M$ .

Как и ранее, фоновые параметры модели выбирались следующими:  $\Omega_{tot} = 1, \Omega_m = 1, \Omega_x = 0,7, h = \simeq 0,7$ . В переменных  $f_c$  и  $\sigma(M, z)$  фракция материи, не вошедшая в объекты массы  $M$  в ходе нелинейной эволюции возмущений, равна

$$f_c = \text{erfc} \left[ \frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M, z)} \right] \quad (3.78)$$

или, используя определение для  $z_{vir}$  [TSB, 1994],

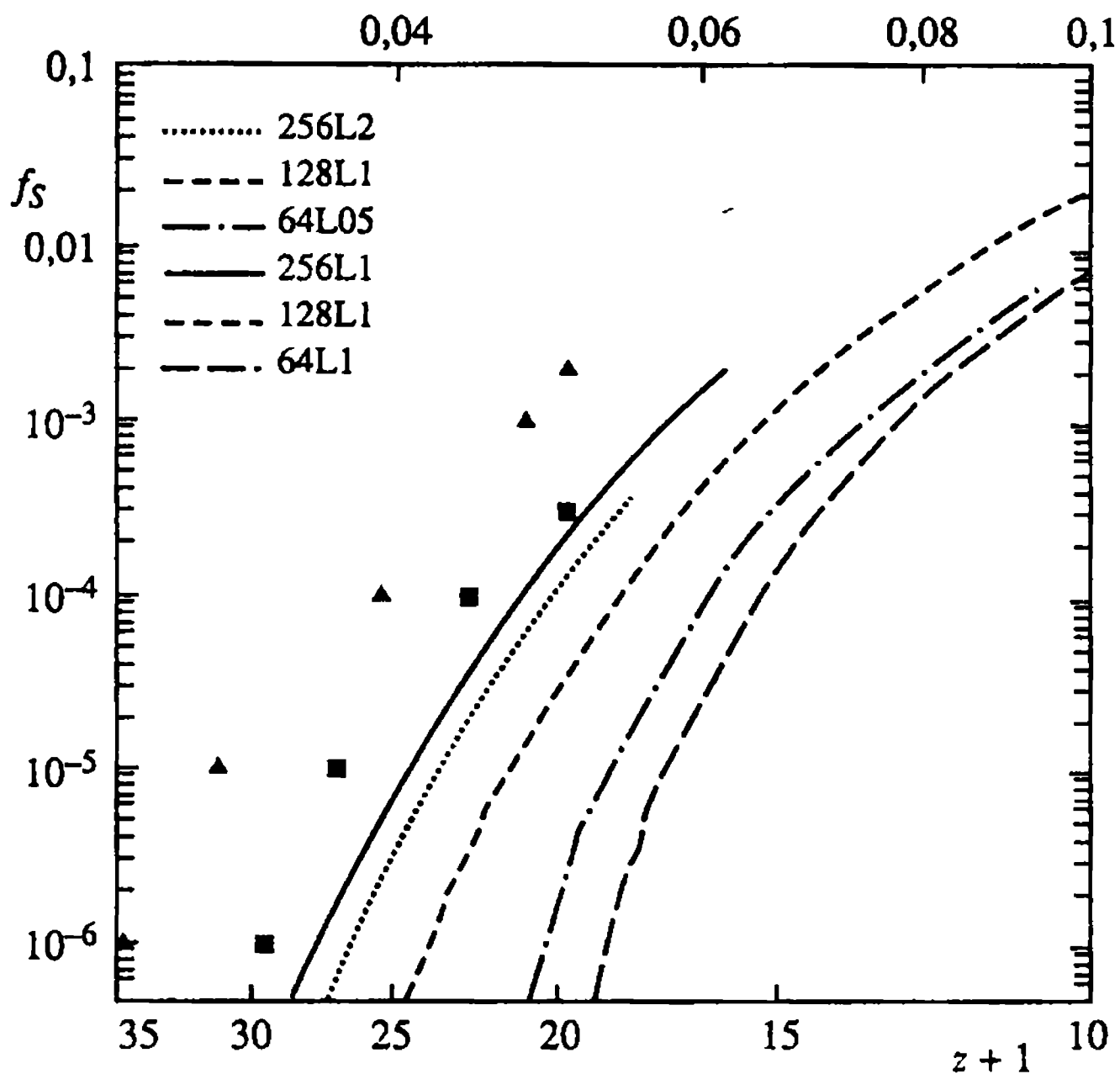
$$1 + z_{vir}^{(M)} \equiv \frac{\sqrt{2}}{\sigma(M, z=0)},$$

получим

$$f_c = \text{erfc} \left[ \frac{1+z}{1+z_{vir}(M)} \right] \quad (3.79)$$

На рис. 3.20 показано поведение функции  $f_c(M)$  для нескольких значений красных смещений  $z+1 = 35, 30, 25, 20, 15, 10, 4$  (снизу вверх для сплошных кривых) в  $\Lambda$ CDM космологической модели. Эта зависимость была получена в рамках численного моделирования процесса формирования структур от  $10^4 M_\odot$  до  $M \simeq 10^{13} M_\odot$  [Chiu, Gnedin, Ostriker, 2001].

С помощью этого рисунка и уравнений (3.67) и (3.70) оценим эффективность ионизации водорода объектами различной массы. Для нижней границы  $f_{net} \simeq 10^{-6}$  из уравнений (3.67) и (3.70) следует, что  $\kappa \simeq 0,38f_S$  и максимум  $\chi$  достигается при  $f_S \simeq (5 \div 6) \cdot 10^{-2}$  в диапазоне масс  $10^8 \leq M \leq 10^9 M_\odot$  (см. рис. 3.21). Соответствующая величина  $\chi_{min} \simeq 2 \cdot 10^{-2}$  в этом случае свидетельствует о крайне низкой эффективности рекомбинации водо-



**Рис. 3.21.** Доля барионов  $f_s$  в звёздах в зависимости от красного смещения. Три толстые линии соответствуют моделям, отмеченным вертикальными линиями на рис. 3.20. Квадраты соответствуют  $f_s$  при  $M_{DM} = 3,94 \cdot 10^4 h^{-1} M_\odot$  и пределу бесконечно большого размера области моделирования

рода. При этом соответствующие красные смещения  $z_r$  оказываются близки к  $z = 3$ , что очевидно противоречит наблюдениям Ly- $\alpha$ -линий для квазара SDSS 1044-0125 при  $z = 5,8$ . Близкие значения  $f_s \approx (2 \div 3) \cdot 10^{-2}$  достигаются в диапазоне масс  $8 \cdot 10^6 \div 3 \cdot 10^7 M_\odot$  при  $Z_r \approx 10$ . Однако в этом случае  $\chi_{\min}$  оказывается близка к 1%, что практически означает отсутствие рекомбинации. В “оптимистическом” пределе  $f_{\text{net}} \approx 6 \cdot 10^{-2}$  полная ионизация среды достигается при  $f_s \approx 4 \cdot 10^{-5}$ . Этот уровень  $f_{S(\text{max})}$  достигается в диапазоне масс от  $2 \cdot 10^5 M_\odot$  до  $10^{13} M_\odot$  и перекрывает диапазон красных смещений от  $z \approx 25$  (для  $M \approx 2 \cdot 10^5 M_\odot$ ) до  $z = 3$  (для  $M \approx 10^{13} M_\odot$ ). Тем самым достигается рекомбинация водорода в этой “экстремально” благоприятной модели в широком диапазоне параметров ( $M, z$ ). Однако ситуация радикально меняется, если в спектре начальных флуктуаций в газе холодных частиц наблюдается “обрыв”, приходящийся на массы  $M \approx 10^7 \div 10^8 M_\odot$ . Физически такое обрезание спектра

может иметь место, если у частиц скрытой массы имеются, например, отличные от нуля “тепловые” скорости частиц, обуславливающих размывание неоднородностей в масштабах  $\lambda_{\text{dis}} \sim v_T \cdot t_{\text{eq}}$ , где  $v_T$  – тепловая скорость, а  $t_{\text{eq}}$  – космологическое время, при котором плотность тёмной материи сравнивается с плотностью реликтового излучения.

В такой модели “теплой” скрытой массы формирование структур с  $M \ll 10^7 \div 10^8 M_{\odot}$  затруднено в силу “обрыва” спектра [Bardeen et al., 1986; Dolgov, Sommer-Larsen, 2001]. Однако в этих моделях полная рекомбинация водорода возможна лишь при  $z < 20$  при учёте наибольшей эффективности ионизации ( $f_{\text{net}} \approx 6 \cdot 10^{-2}$ ).

Особо подчеркнём, что приведённые выше оценки и заключения относились к полярным значениям  $f_{\text{net}}$  из уравнения (3.70), учитывающим как наименее, так и наиболее эффективный пороги ионизации.

В то же время можно попытаться минимизировать неопределённость параметров  $f_{\text{net}}$  и  $f_S$ , принимая во внимание факт существования квазаров при  $z = 5,8$  и четырёх квазаров из обзора SLOAN, для которых соответствующее красное смещение  $z$  равно 6,28. Если считать, что на этих красных смещениях  $z \approx 6$  фракция ионизованного водорода  $X = 1$ , из рис. 3.21 мы немедленно получим, что максимум  $f_S$  достигается при  $M \geq 10^8 \div 10^9 M_{\odot}$  и равен  $(2 \div 3) \cdot 10^{-2}$ . При этом  $\overline{f_{\text{net}}} \approx 10^{-4}$ , что примерно равно среднему геометрическому из  $f_{\text{net}(\text{min})}$  и  $f_{\text{net}(\text{max})}$ .

Необходимо подчеркнуть, что для физики реликтового излучения наибольший интерес представляет, естественно, не окончание эпохи реионизации водорода, когда его степень ионизации падает до  $X_{\text{H}} \approx 10^{-6}$  в соответствии с оценками эффекта Ганна–Петерсона, а самые ранние стадии, когда  $X_{\text{H}} \sim 0,1$ . Анализ Ly- $\alpha$ -линий квазаров из SLOAN обзора, выполненный в работах [Djorgovski et al., 2001] и [Chiu, Gnedin, Ostriker, 2001], показывает, что красные смещения  $z_r \approx 6,2 \pm 0,1 S \pm 0,2 r$  являются хорошей оценкой для окончания периода реионизации. В то же время начало этого процесса вполне может затрагивать гораздо большие красные смещения  $z \sim 15 \div 20$  и приводить к искажениям анизотропии распределения  $\Delta T$  на небесной сфере.

Этот фактор необходимо учитывать, по крайней мере, при обработке и интерпретации данных современных и будущих наблюдений анизотропии и поляризации реликтового излучения.

### 3.10. Механизмы искажений кинетики рекомбинации водорода

Стандартная модель рекомбинации водорода, изложенная в разделе 3.3, предсказывает быстрое убывание концентрации свободных электронов уже при красных смещениях  $z \leq 1400$ . Для реалистической модели с  $\Omega_{\text{tot}} = \Omega_{dm} + \Omega_b + \Omega_\Lambda = 1$  и  $\Omega_m = 0,3, = \Omega_b h^2 \approx 0,02, h = 0,7$  уже при  $z \approx 10^3$  степень ионизации электронов оказывается близка к  $x_e \approx 0,1$  и уменьшается до  $x_e \approx 10^{-2}$  при  $z \approx 800$ . При этом оптическая толщина плазмы по томпсоновскому рассеянию становится малой ( $\tau \ll 1$ ) и при  $z < 800$  кванты реликтового излучения распространяются свободно, не испытывая рассеяния на свободных электронах. Эта стандартная для каждой космологической модели, оперирующей своим набором параметров  $\Omega_{\text{tot}}, \Omega_{dm}, \Omega_b, \Omega_\Lambda$  и  $h$ , картина базируется на предположении о том, что именно в эпоху с красными смещениями  $z \leq 1400$  в космической плазме отсутствуют какие бы то ни было источники неравновесной ионизации водорода, поставляющие в плазму дополнительные ионизирующие кванты, не связанные с кинетикой Ly- $\alpha$  участка спектра реликтового излучения.

Ясно, что если мощность производства таких квантов превысит мощность Ly- $\alpha$ -диапазона виновского участка спектра реликтового излучения, то кинетика рекомбинации водорода будет развиваться по сценарию, принципиально отличающемуся от стандартной модели, а следовательно и характеристики анизотропии реликтового излучения, формируемой в период космологической рекомбинации, будут отличаться от характеристик флуктуаций, формируемых при “стандартном” режиме просветления плазмы для излучения. Сразу оговоримся, что эпоха с красными смещениями  $z \sim 10^3$  является заведомо “пекулярной” для любых моделей происхождения структур во Вселенной. В предыдущем параграфе, рассматривая возможные источники реионизации водорода, мы видели, что в рамках CDM моделей формирование гравитационно связанных структур с массами  $M \sim M_G \sim 10^{12} M_\odot$  происходит в основном при сравнительно небольших красных смещениях  $z \leq 2 \div 3$ . Маломассивный участок спектра ( $M \sim 10^5 \div 10^6 M_\odot$ ) ответствен за возникновение объектов при  $z \leq 25 \div 30$ .

Примечательно, что этот диапазон масс близок к массе Джинса  $M_{J(b)}$  в барионной фракции материи как раз на момент



просветления плазмы для реликтового излучения при ( $z \sim 10^3$ ). Это означает, что формально в спектре флуктуаций плотности в газе тёмной материи присутствуют возмущения с  $M \ll M_{J(b)}$ , которые могли бы выходить на нелинейный режим при  $z \sim 10^3$ . Однако возникающие маломассивные нелинейные структуры практически не захватывали бы барионную материю, не говоря уже о формировании звёзд. Добавим, что при  $z \sim 10^3$  возраст Вселенной составлял всего

$$t_{\text{rec}} \approx \frac{2}{3H_0 z_{\text{rec}}^{3/2} \sqrt{\Omega_{dm}}} \approx 10^6 \left( \frac{\Omega_{dm} h^2}{0,15} \right)^{-1/2} \text{ лет,}$$

что недостаточно для трансформации энергии покоя барионов в ионизирующее излучение, даже если первичные звёзды были сверхмассивными ( $M \geq M_{J(b)}$ ) [Tegmark, Silk, Blanchard, 1994]. Однако помимо звёздных источников энергии существует ещё один механизм, трансформирующий энергию покоя материи в излучение. Речь идёт об электромагнитном распаде массивных частиц  $X \rightarrow X' + \gamma$  или  $X \rightarrow X' + e^+ + e^-$ , в котором исходная частица  $X$  превращается в новую  $X'$  с высвечиванием  $\gamma$ -кванта или электрон-позитронной пары. Более того, совершенно не обязательно, чтобы в распадах  $X$ -частиц доминировал электромагнитный канал. Достаточно, например, чтобы сверхмассивная ( $m \ll 10^3$ )  $X$ -частица породила кварк-антикварковую струю ( $X \rightarrow q + \bar{q}$ ), а затем аннигиляция кварков привела бы к быстрой ионизации продуктов распада с образованием электромагнитной компоненты. Заметим, что этот механизм рассматривается в настоящее время как один из возможных источников генерации космических лучей сверхвысоких энергий ( $E \geq 10^{20}$  эВ) в так называемом Top-Down-сценарии (см. по этому поводу [Bhattachjee, Sigl, 2000]). Изложенная выше модель производства избыточных ионизирующих квантов в эпоху с  $z \sim 10^3$  практически совпадает с моделью испарения первичных чёрных дыр (РВН – primordial black holes), на возможность образования которых в ранней Вселенной было указано в работах Зельдовича и Новикова [1966], Hawking [1971]. Особенностью этих объектов является то обстоятельство, что для их образования нужны лишь относительно высокие, по сравнению с галактическими масштабами, амплитуда адиабатических неоднород-

ностей  $\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \approx (3 \div 10) \cdot 10^{-2}\right)$  в момент  $t \approx \frac{2GM_{\text{ВН}}}{c^3}$ , где  $M_{\text{ВН}}$  – масса материи в масштабе космологического горизонта, коллапсирующей в чёрную дыру).

Важной особенностью этого потенциального реликта очень ранней Вселенной является эффект квантового распада первичных чёрных дыр на частицы [Hawking, 1974]. Характерная энергия частиц, возникающих при таком распаде, связана с массой первичных чёрных дыр соотношением

$$E_{\text{ВН}} \approx \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{r_g(M)} \propto \frac{hc^3}{GM_{\text{ВН}}}, \quad (3.80)$$

а время распада даётся выражением

$$\tau_{\text{ВН}} \approx t_u \left( \frac{M_{\text{ВН}}}{10^{14.5}} \right)^3 \quad (3.81)$$

Из сравнения уравнения (3.81) и характерного времени начала эпохи рекомбинации водорода  $t_{\text{rec}} \approx 10^6 (\Omega_m h^2)^{-1/2}$  лет следует, что  $\tau_{\text{ВН}} \approx t_{\text{rec}}$  для чёрных дыр с массой  $M_{\text{ВН}} \approx 10^{14.5} \cdot z_{\text{rec}}^{-1/2} \approx 10^{13}$  г. При этом характерная энергия электрон-позитронных пар  $\gamma$ -квантов и нейтрино равна  $\bar{E}_{\text{ВН}} \approx 1,5$  ГэВ, что близко к массе покоя протона. Если считать, что трансформация энергии покоя первичных чёрных дыр в ионизирующее излучение характеризуется фактором  $\xi$ , легко оценить отношение плотности первичных чёрных дыр к плотности барионов при  $z \approx 10^3$ , способных исказить кинетику рекомбинации водорода в этот период. Как мы уже видели в разделе 3.3, для нарушения рекомбинационного баланса необходимо дополнительное энерговыделение  $\epsilon_{\text{ion}} \sim In_{\text{bar}}$ . Если это энерговыделение обусловлено испаряющимися в этот период первичными чёрными дырами с  $M \sim 10^{13}$  г, то баланс энергии приводит к соотношению

$$In_{\text{bar}} \approx \xi \rho_{\text{bh}} c^2, \quad (3.82)$$

тогда

$$\left. \frac{\rho_{\text{bh}}}{\rho_{\text{bar}}} \right|_{z \sim 10^3} \approx \xi^{-1} \times \frac{I}{m_p c^2}. \quad (3.83)$$

Фактор  $I/(m_p c^2)$  характеризует отношение потенциала ионизации водорода  $I \approx 13$  эВ к энергии покоя протона  $m_p c^2 \sim 1$  и равен

$10^{-8}$ . Следовательно, при не специально малых эффективностях трансформации  $\xi^{-1} \sim 10 \div 10^2$ , РВН с  $M \sim 10^{13}$  должны составлять чрезвычайно малую по плотности фракцию материи ( $\rho_{\text{bh}}/\rho_{\text{bar}} \sim \sim 10^7 \div 10^{-6}$ ) [Насельский, 1978]. Примечательно, что если в спектре масс первичных чёрных дыр присутствовали объекты с  $M_{\text{bh}} \approx 10^{13} (m_p c^2 / I) \sim 10^{24}$  г, то максимум спектра хоукингского излучения как раз приходился бы на энергии  $E \sim I$ . Однако такие

объекты полностью испаряются за время  $\tau_{\text{bh}} \approx 10^6 \left( \frac{m_p c^2}{I} \right)^3 \sim \sim 10^{30}$  лет и эффективность их влияния на ионизационные про-

цессы в эпоху  $z \sim 10^3$  подавлена фактором  $t_{\text{rec}}/\tau_{\text{bh}} \approx \left( \frac{I}{m_p c^2} \right)^2$

Даже при  $\rho_{\text{bh}} \approx \rho_{\text{bar}}$  и  $\xi = 1$  эти объекты не смогли бы вызвать сколько-нибудь заметные нарушения кинетики рекомбинации в силу малости доли массы первичных чёрных дыр, переходящей в

излучение  $\left( \frac{t_{\text{rec}}}{\tau_{\text{bh}}} \sim 10^{-24} \right)$ .

Наконец, следуя [Landau, Narai, Zaldarriaga, 2001], опишем ещё одну потенциальную возможность искажения кинетики рекомбинации водорода, не связанную непосредственно с инъекцией дополнительных фонов. Речь идёт об изменении фундаментальных физических констант во времени, что неизбежно приводит к вариации атомных постоянных, которые в принципе могут не совпадать с их современными значениями [Варшалович, Иванчук, Потехин, 1999; Иванчук, Орлов, Варшалович, 2001]. Поскольку (как мы видели в разделе 3.3) динамика просветления плазмы для реликтового излучения увязана с кинетикой Ly- $\alpha$ -линии скоростью двухквантового распада метастабильного 2S-состояния атома водорода, слабая вариация этих параметров может сопровождаться сильными изменениями динамики степени ионизации.

Фактически речь идёт об исследовании устойчивости кинетики рекомбинации, в особенности её начальных стадий при  $z \sim 10^3$ , когда собственно и формируется анизотропия реликтового излучения. Ясно, что этот вопрос, безотносительно к конкретизации механизмов и источников выделения энергии представляет самостоятельный интерес и рассматривается нами в следующем разделе этой главы.

### 3.11. Кинетика рекомбинации при наличии источников ионизации

В этом разделе мы рассмотрим возможное искажение кинетики космологической рекомбинации водорода при наличии источников неравновесных Ly- $\alpha$ -квантов, возникающих в ходе распада гипотетических массивных частиц или испарения первичных чёрных дыр. В принципе, эффекты искажений ионизационного баланса существенно зависят от динамики “ионизатора”, его плотности энергии, энергетического спектра распада, кинетики его трансформации от максимальной энергии  $E_{\max}$  до энергий квантов  $\sim I$  и целого ряда других особенностей источников ионизации. Однако, следуя [Peebles, Seager, Hu, 2000] (далее [PSH, 2000]), можно предложить достаточно общее феноменологическое описание “неравновесной” рекомбинации водорода, формализовав влияние различных механизмов подкачки ионизирующих квантов следующим образом. По аналогии с [PSH, 2000] введём скорость подкачки в плазму избыточных ионизирующих квантов

$$\frac{dn_i}{dt} = \chi(t)n_H H(t), \quad (3.84)$$

где  $n_H$  – концентрация нейтральных атомов водорода,  $H(t) = \dot{a}/a$  – параметр Хаббла,  $\chi_\alpha(t, E)$  – эффективность переработки спектра инжектируемых высокоэнергичных частиц в ионизирующее излучение. Заметим, что в отличие от [PSH, 2000], мы будем считать  $\chi_\alpha(E, t)$  функцией времени, тогда как в модели, рассмотренной в [PSH, 2000],  $\chi_\alpha(t)$  является константой. При общем анализе кинетики рекомбинации водорода в присутствии ионизатора (уравнение (3.84)) можно указать два характерных временных интервала, принципиально отличающихся по роли Ly- $\alpha$ -квантов в формировании ионизационного баланса (см. раздел 3.3). Первый из них приходится на красные смещения  $z < 1400$ , когда Ly- $\alpha$ -кванты реликтового излучения играют определяющую роль в формировании зависимости  $\chi_e(z)$ , и второй – на  $z \leq 800$ , когда роль Ly- $\alpha$ -квантов становится несущественной и рекомбинационные процессы доминируют над ионизационными в отсутствие дополнительных источников ионизации. Следует подчеркнуть, что столь важная роль Ly- $\alpha$ -квантов в стандартной модели рекомбинации водорода целиком обусловлена планковским характером спектра реликтового излучения и, в частности,

его виновским участком, где квантов с энергией  $E \sim I$  оказывается значительно меньше, чем квантов с  $E \sim \frac{3}{4}I = h\nu_{Ly\alpha}$ . Для неравновесного ионизатора (уравнение (3.84)) это условие, вообще говоря, может как сохраняться, так и нарушаться (см., например, [Doroshkevich, Naselsky, 2002]). Воспользуемся тем обстоятельством, что начальные стадии рекомбинации, когда роль Ly- $\alpha$ -квантов из планковского спектра реликтового излучения существенна, ограничены по времени достаточно узким интервалом красных смещений  $\Delta z \sim 200$  при  $z \sim 10^3$ .

Для качественного анализа ситуации разложим функцию  $\chi(t, E)$  в ряд Тейлора в окрестности момента времени  $t_{\text{rec}}$ , соответствующего  $z = 10^3$ :

$$\chi(t, E) = \chi(t_{\text{rec}}, E) + \left. \frac{\partial \chi(E_\alpha, t_{\text{rec}})}{\partial t} \right|_{t_{\text{rec}}} (t - t_{\text{rec}}). \quad (3.85)$$

Исходя из уравнения (3.85), введём характерное время изменения  $\chi(t, E_\alpha)$  как

$$\tau_\chi = \frac{\chi(t_r, E_\alpha)}{\left. \partial \chi / \partial t \right|_{t_{\text{rec}}, E_\alpha}}.$$

Если подкачка неравновесных квантов в систему носит квазистационарный характер, не связанный с мгновенным выделением энергии, то  $\tau_\chi \sim t_{\text{rec}}$  и вторым слагаемым в уравнении (3.85) можно пренебречь. Тогда приближённо  $\chi(t, E) \approx \chi(E)$ .

Рассмотрим возможные режимы поведения функции  $\chi(E)$  в окрестности энергий  $E_\alpha = \frac{3}{4}I = h\nu_\alpha$ . Из самых общих соображений можно промоделировать зависимость  $\chi(E)$  при  $E \approx E_\alpha$  в виде степенной функции

$$\chi(E) = \varepsilon_\alpha \left( \frac{E}{E_\alpha} \right)^\gamma, \quad \varepsilon_\alpha = \text{const}. \quad (3.86)$$

При  $\gamma > 0$ , но не специально большом ( $\gamma \sim 1$ ), отличия в эффективности производства ионизирующих квантов с  $E \approx I$  и Ly- $\alpha$ -квантов оказывается порядка

$$\frac{\chi(E=I)}{\chi\left(E=\frac{3}{4}I\right)} \approx \left(\frac{4}{3}\right)^\gamma \sim 1.$$

В этом случае избыточные Ly- $\alpha$ -кванты не играют большой ро-

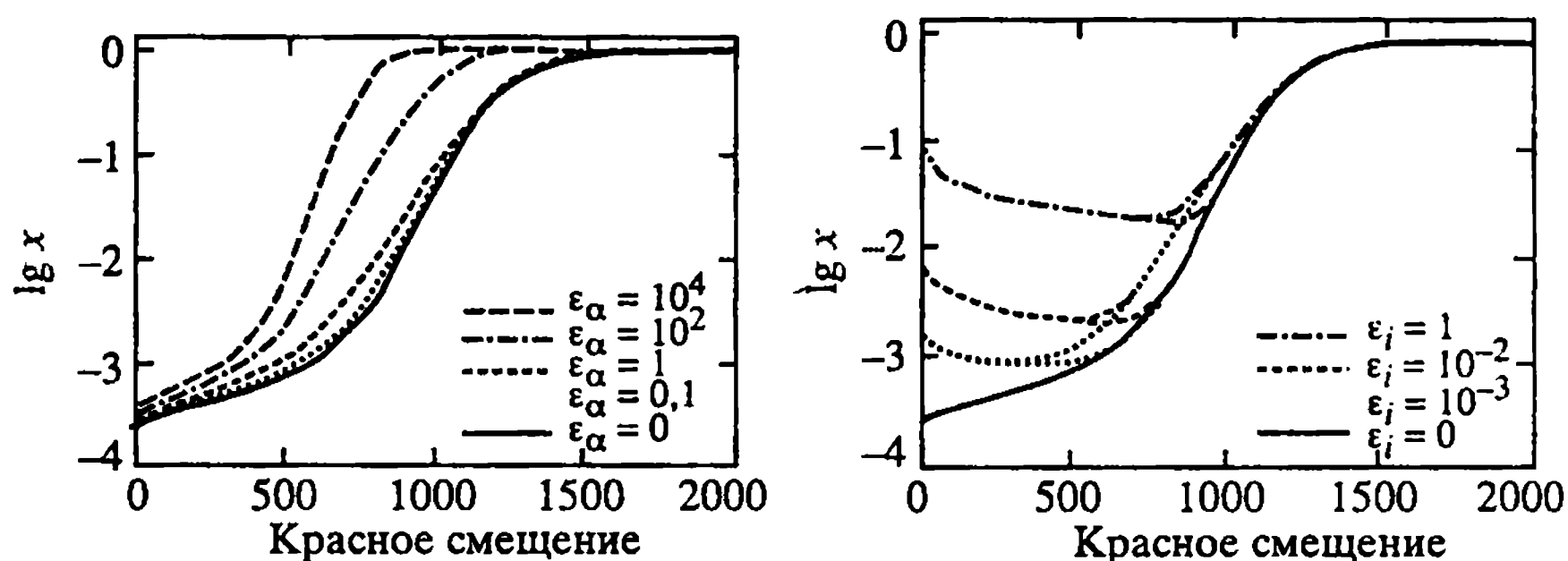


Рис. 3.22. Ионизационные режимы в моделях “затянутой” рекомбинации [Peebles, Seager and Hu, 2000]. Левый рисунок соответствует уравнению (3.87), правый – наличию ионизатора при малых ( $z < 10^3$ ) красных смещениях

ли в кинетике рекомбинации водорода, так как концентрация неравновесных квантов с энергией  $E \approx I$  сравнима с концентрацией квантов с  $E = \frac{3}{4}I$ . Аналогичный вывод имеет место и в

случае, когда показатель спектра  $\gamma < 0$ , но по-прежнему не специально велик. Исключение составляет случай, когда  $\gamma < 0$  и

$|\gamma| \gg 1$ . Тогда  $\chi(E = I) / \chi\left(E = \frac{3}{4}I\right) \sim \left(\frac{3}{4}\right)^{|\gamma|} \ll 1$  и при больших по-

казателях  $\gamma$  роль квантов с  $E = \frac{3}{4}I$  становится преобладающей.

Прежде всего, эти дополнительные кванты аддитивно суммируются с Ly- $\alpha$ -квантами виновской части спектра реликтового излучения и начинают играть существенную роль в ионизационном балансе среды, главным образом выступая в качестве дополнительного источника в уравнении (3.24),

$$\tilde{R} = R + \epsilon_\alpha n_H H(t), \quad (3.87)$$

где выражение для  $R$  приведено в уравнении (3.24). С помощью уравнения (3.87) легко учесть перенормировку ионизационного и теплового баланса в рамках программы RECFAST и рассчитать зависимость  $x_e(z, \epsilon_\alpha)$  для различных космологических моделей [PSH, 2000]. На рис. 3.22 показаны различные ионизационные кривые в модели “затянутой” рекомбинации при  $\Omega_b h^2 = 0,02$ ,  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_{\text{dm}} = 0,3$ ,  $h = 0,7$  и  $\Omega_\lambda = 0,7$ . Как видно из этого рисунка, по мере увеличения мощности ионизатора ( $\epsilon_\alpha$ ) происходит “уп-

лощение” кривой  $x_e(\epsilon_\alpha, z)$  в диапазоне  $700 \leq z \leq 1400$ . Рекомбинация водорода становится всё более затянутой, хотя изменение остаточной степени ионизации (при  $z = 0$ ) оказывается не столь большим по сравнению с перепадом функции  $x_e(z)$  в два-три порядка при  $z \approx 800 \div 10^3$ . Естественно, что малые значения  $\epsilon_\alpha \approx 0,1 \div 1$  приводят к незначительным искажениям ионизационного режима при  $z \approx 10^3$ , наиболее важного для формирования флуктуаций температуры реликтового излучения.

В противоположной асимптотике, когда концентрация квантов с  $E \sim I$  сравнима или превышает их концентрацию при  $E \sim \frac{3}{4}I$ , роль неравновесных Ly- $\alpha$ -квантов уже не столь велика в

формировании ионизационного баланса плазмы. В пределе, когда влиянием избыточных Ly- $\alpha$ -квантов на кинетику рекомбинации можно пренебречь, основным механизмом искажений является ионизация  $1S$  состояния атома водорода. На рис. 3.22 мы приводим результаты расчётов степени ионизации  $x_e(z)$  в такой модели для различных значений мощности ионизатора  $\chi(E) = \epsilon_i = \text{const}$  [PSH, 2000]. Как видно из этого рисунка, неравновесная ионизация водорода вызывает значительные искажения функции  $x_e(z)$  при  $z < 10^3$  даже при сравнительно небольших значениях параметров  $\epsilon_i = 10^{-3} \div 10$ .

В заключение этого раздела, следуя [PSH, 2000], оценим величину комптоновских искажений спектра реликтового излучения, возникающих в процессе “подкачки” в плазму неравновесных фотонов с  $E \sim I$  в эпоху с  $z \leq 10^3$ . Поскольку темп подкачки энергии определяется соотношением (3.87) для параметра  $y$ , характеризующего уровень искажений спектра реликтового излучения, можно воспользоваться оценкой

$$y \approx \frac{1}{4} \frac{\epsilon_I}{\epsilon_z} = \frac{\epsilon_\alpha n_H I f F}{4(1+z)\sigma T_0^4} \approx 10^{-9} \frac{\epsilon_\alpha f F}{(z/10^3)}, \quad (3.88)$$

где  $\epsilon_I$  – плотность энергии ионизирующих квантов,  $\epsilon_R = \sigma T^4$  – плотность энергии реликтового излучения;  $T_0 = 2,73$  К – современная температура реликтового излучения;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана;  $f$  – доля энергии  $\epsilon_I$ , приходящаяся на искажения спектра реликтового излучения;  $F$  – доля энергии источников ионизации, приходящаяся на кванты с  $E \sim I$ . Поскольку наблюдательный предел по  $y$ -параметру составляет  $y_{\text{obs}} \leq 2 \cdot 10^{-5}$ ,

ясно, что при  $z \sim 10^3 \epsilon_\alpha fF \leq 2 \cdot 10^4$ . Как видно из рис. 3.22, даже при экстремально больших значениях параметра  $\epsilon_\alpha \approx 10^4$  условие на малость  $u$ -искажений заведомо выполняется. Таким образом, спектральные искажения оказываются нечувствительными к параметрам ионизатора и основную информацию о его характеристиках можно получить непосредственно из данных о распределении анизотропии реликтового излучения при учёте более мощных по сравнению со стандартной моделью ионизационных режимах.



# РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

## 4.1. Перенос излучения в неоднородной среде

В предыдущих главах монографии при описании процессов переноса квантов в однородной и изотропной Вселенной мы уже пользовались уравнением Больцмана в следующей символической форме

$$\frac{df}{dt} = S_i[f], \quad (4.1)$$

где  $f(t, x^\nu, p^i)$  – функция распределения квантов реликтового излучения по импульсам  $p^i$  ( $i = 0 \dots 3$ ) и координатам  $x^\nu$  ( $\nu = 1 \dots 3$ ), а  $S_i[f]$  – интеграл столкновений. В разделе 2.1 нас главным образом интересовала структура интеграла столкновений фотонов с электронами в предположении об однородности и изотропии  $f(t, x^\nu, p^i) = f(t, p^0)$ .

В то же время тот факт, что в современной Вселенной наблюдаемая (светящаяся) материя сильно структурирована, означает, что гипотеза об однородности и изотропии распределения материи имеет ограниченную область применения и соответствующая космологическая модель нуждается в определённой модификации. Для гравитирующих систем ещё с момента публикации знаменитых ньютоновских “Основ натуральной философии” и позже работ Дж. Джинса о неустойчивости гравитирующей среды, роль такого источника слабой неоднородности традиционно играли флуктуации плотности, скорости и гравитационного потенциала вещества. Естественно, что эта гипотеза привлекала внимание теоретиков. Следует особо отметить пионерскую работу Е.М. Лифшица [1946] о гравитационной неустойчивости материи в расширяющейся Вселенной. Сегодня факт присутствия первичных флуктуаций в космологической плазме уже не является гипотезой. Прямые наблюдения анизотропии реликтового излучения, выполненные целым рядом эксперимен-

тальных групп свидетельствуют о том, что уже в эпоху рекомбинации водорода плазма была “возмущена” Эти неоднородности приводили к возмущениям функции распределения квантов реликтового излучения, которые проявляли себя не только как флуктуации интеграла столкновений  $S_i[f]$ , но и как возмущения импульсов квантов, связанных с возмущением гравитационного потенциала.

Для однородной и в среднем изотропной Вселенной, содержащей возмущения метрики, интервал имеет вид

$$ds^2 = (\bar{g}_{ik} + h_{ik}) dx^i dx^k = -dt^2 [1 + 2\Psi(\bar{x}, t)] + a^2(t) [1 + 2\Phi(\bar{x}, t)] + \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (4.2)$$

где  $\Psi(\bar{x}, t)$  и  $\Phi(\bar{x}, t)$  – конформные возмущения метрики, заданные в ньютоновской системе отсчёта,  $\gamma_{\alpha\beta}$  – метрический тензор трёхмерного пространства,  $a(t)$  – масштабный фактор, индексы  $i$  и  $j$  пробегает значения от 0 до 3, а  $\alpha$  и  $\beta$  от 1 до 3.

Возмущение метрики из уравнения (4.2) является одним из источников искажений функции распределения квантов в силу гравитационного смещения их частоты. Принимая во внимание это обстоятельство, левую часть уравнения (4.1) можно представить в следующем виде [Peebles, Yu, 1970]:

$$\frac{df}{dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} \frac{dx^\alpha}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p_0} \frac{dp^0}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \gamma^\alpha} \frac{d\gamma^\alpha}{dt}. \quad (4.3)$$

В этом уравнении использованы следующие обозначения:

$\frac{dx^\alpha}{dt} = \frac{p^\alpha}{dp^0}$  – координатная скорость фотонов,  $g_{ik} p^i p^k = 0$  – связь

между энергией и импульсом фотона,  $\frac{dp_i}{dt} = \frac{1}{2} g_{jk,i} \frac{p^j p^k}{p^0}$  – изме-

нение импульса фотона при его движении по геодезической,

$\gamma^\alpha = -\frac{p^\alpha}{p^0} \frac{1}{a} (1 + \Phi)$  – направляющие косинусы.

Как и ранее, функция распределения квантов без учёта столкновительного члена сохраняет неизменным число частиц

$$N = \int d^3x d^3p f(x, p) \quad (4.4)$$

вне зависимости от присутствия возмущений метрики  $h_{ik}$ .

Сразу оговоримся, что применительно к проблеме генерации анизотропии реликтового излучения слагаемое в правой части уравнения (4.3), пропорциональное  $\frac{d\gamma}{dt}$ , само по себе является малой величиной  $\sim \dot{\Phi}$ , а  $\frac{\partial f}{\partial \gamma^\alpha}$  отлично от нуля лишь при отклонении геодезической от прямой линии. Это достигается за счёт отличной от нуля пространственной кривизны, роль которой в эпоху формирования мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения оказывается мала. В любом случае последнее слагаемое в правой части уравнения (4.3) оказывается более высокого порядка малости по сравнению с остальными и в первом приближении по амплитуде возмущений метрики им можно пренебречь. Обратимся к анализу гравитационного смещения частоты квантов  $\frac{dp^0}{dt}$  в уравнении (4.3). Прежде всего изменение  $p^0$  во времени обуславливается расширением Вселенной (см. раздел 2.1), которое модулируется возмущением метрики  $h_{\alpha\beta}$ . Из уравнения (4.3) для темпа изменения энергии кванта получим следующее уравнение:

$$\frac{1}{p_0} \frac{dp_0}{dt} = \left( -H(t) + \frac{1}{2} \dot{h}_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \gamma^\beta \right), \quad (4.5)$$

где  $h_{\alpha\beta}$  соответствует пространственной части возмущений при  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ .

Обратимся к анализу возмущений интеграла столкновений в уравнении (4.1). В разделе 2.1 мы уже рассматривали основные процессы взаимодействия квантов и электронов плазмы, характеризующиеся соответствующими выражениями для  $S_i[f]$ . В общем случае в линейном по скорости приближении интеграл столкновений имеет следующий вид:

$$S_i[f] = \frac{3}{4} \sigma_T n_e \int dp' \frac{p'}{p} \int \frac{d\Omega}{4\pi} [C_0[f] + C_{v_b}[f]]. \quad (4.6)$$

Здесь  $C_0[f]$  определяется выражением (2.14), а  $C_{v_b}[f]$  – выражением (2.15). Подставляя  $C_0[f]$  из выражения (2.14) в выражение (4.6) и интегрируя по импульсу фотонов, получаем

$$S_{i_0}[f] = \sigma_T n_e [f_0 - f + \gamma_\alpha \gamma_\beta f^{\alpha\beta}], \quad (4.7)$$

где

$$f^{\alpha\beta} = (t, \bar{x}, \bar{p}) = \frac{3}{4} \int \frac{d\Omega}{4\pi} \left( \gamma^\alpha \gamma^\beta - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \right) f.$$

Аналогично для слагаемого  $S_v[f]$ , соответствующего линейному эффекту Доплера, получаем

$$S_t[f] = -\sigma_T n_e (\gamma_\alpha v^\alpha) p \frac{\partial f_0}{\partial p}, \quad (4.8)$$

где  $f_0$  соответствует невозмущенной (планковской) функции распределения Планка.

Последний шаг в выводе уравнения для возмущений функции распределения квантов реликтового излучения при наличии флуктуаций плотности, скорости и метрики пространства-времени заключается в переходе от возмущений  $f(t, \bar{x}, \bar{p})$  к флуктуациям температуры. Для этого умножим уравнение (4.3) на  $(p^0)^3$  и проинтегрируем его по  $dp^0$ , учитывая определение

$$\Theta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{4} \frac{\delta \rho_\gamma}{\rho_\gamma} = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{\pi^2 \rho_\gamma} \int dp^0 (p^0)^3 f - 1 \right]. \quad (4.9)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{\Theta} + \frac{\gamma_\alpha}{a} \frac{\partial \Theta}{\partial x^\alpha} - \frac{1}{2} \gamma^\alpha \gamma^{-\beta} \dot{h}_{\alpha\beta} = \\ = \sigma_T n_e \left( \frac{1}{4} \sigma_\gamma - \gamma'_\alpha v^\alpha - \Theta + \frac{1}{16} \gamma_\alpha \gamma_\beta \Pi^{\alpha\beta} \right), \end{aligned} \quad (4.10)$$

где

$$\Pi^{\alpha\beta} = \frac{3}{\pi} \int d\Omega \Theta(t, \bar{x}, \bar{\gamma}) \left( \gamma^\alpha \gamma^\beta - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \right).$$

Заметим, что с точностью до квадрупольного слагаемого  $\Pi^{\alpha\beta}$  уравнение для флуктуаций температуры  $\Theta$  было впервые получено в работе [Peebles, Yu, 1970]. Доплеровская часть интеграла столкновений исследовалась в работах [Zeldovich, Sunyaev, 1970; Дорошкевич, Зельдович, Сюняев, 1978]. Фактически, основное отличие в предсказаниях наблюдаемых проявлений первичных доплеровских возмущений в анизотропии реликтового излучения, по сравнению с эпохой 70-х годов, заключается в учёте кос-

мологической скрытой массы и её влияния на формирование гравитационно связанных структур. На первый взгляд учёт дополнительной компоненты материи, проявляющей себя лишь гравитационно, не может сильно изменить режим генерации анизотропии  $\Delta T$ . Однако существует ряд принципиальных отличий, которые показывают, что эта гипотеза не верна. Ранее мы уже отмечали, что скрытая масса изменяет режим просветления плазмы для реликтового излучения, что формально соответствует другим скоростям изменения оптической толщи плазмы по томпсоновскому рассеянию в правой части уравнения (4.10). Другое важное отличие заключается в специфике развития возмущений в газе носителей космологической скрытой массы и как результат в абсолютно иной последовательности образования структур по сравнению с моделями, рассматривавшимися в начале 70-х годов. Эти “детали” воплотились в конкретные количественные факторы, порой достигающие значений  $10^2 \div 10^3$  для характеристик уровней флуктуаций  $\Delta T$ . Подробнее на этом аспекте проблемы эволюции возмущений и классификаций их типов мы остановимся в следующем разделе этой главы.

## 4.2. Классификация типов начальных возмущений

Для описания динамики малых возмущений в расширяющейся Вселенной необходимо ввести ортонормированный набор собственных функций, позволяющих проследить изменения их амплитуд во времени. Важной отправной точкой для такой классификации является предположение об однородном и изотропном расширении Вселенной, на фоне которого собственно и определяются возмущения плотности, скорости и метрики пространства–времени, являющиеся, в отличие от основного невозмущённого состояния, функциями пространственных координат и времени. Впервые идея классификации возможных типов возмущений в расширяющейся Вселенной была сформулирована в пионерской работе Е.М. Лифшица [1946] (см. также [Лифшиц, Халатников, 1960]). Основные результаты этой работы составляют одну из важнейших глав современной космологии, выдержав более чем полувековое испытание временем<sup>1</sup>. Следуя этой

<sup>1</sup> Дополнительные типы возможных начальных возмущений, не связанные с возмущениями метрики, будут рассмотрены ниже.

работе, определим три типа собственных функций оператора Лапласа, заданных на гиперповерхности  $t = \text{const}$ : скалярные моды  $Q(\bar{x})$ , векторные моды  $Q^\alpha(\bar{x})$  и тензорные моды  $Q^{\alpha\beta}(\bar{x})$ , преобразующиеся при трансформации системы координат соответственно по законам преобразования скаляров, векторов и тензоров [Ландау, Лифшиц, 1962]:

$$Q = Q',$$

$$Q^\alpha = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\gamma} Q'^\gamma, \quad (4.11)$$

$$Q^{\alpha\beta} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\gamma} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\delta} Q'^{\gamma\delta}(x').$$

Принимая во внимание уравнение (4.11), рассмотрим задачу о собственных функциях оператора Лапласа на гиперповерхности  $t = \text{const}$ .

#### 4.2.1. Скалярные моды

Предположим, что метрические свойства гиперповерхности  $t = \text{const}$  задаются метрическим тензором  $\gamma_{\alpha\beta}$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  пробегает значения от 1 до 3. Задача об отыскании главных значений оператора Лапласа в метрике  $\gamma_{\alpha\beta}$  сводится к нахождению решений уравнения

$$\nabla^2 Q(\bar{x}) \equiv \gamma^{\alpha\beta} Q_{;\alpha;\beta} = -k^2 Q, \quad (4.12)$$

где  $k$  – собственные значения и точка с запятой означают операцию ковариантного дифференцирования в метрике  $\gamma_{\alpha\beta}$ , соответствующей постоянной кривизне  $E = -H_0^2(1 - \Omega_0 - \Omega_\lambda)$ . Для плоского пространства ( $\Omega_0 + \Omega_\lambda = 1$ ) пространственная кривизна  $E \equiv 0$  и  $\gamma_{\alpha\beta} \equiv \delta_{\alpha\beta}$ , где  $\delta_{\alpha\beta}$  – символ Кронекера. В этой модели спектр собственных значений является непрерывным, а естественным представлением для функции  $Q(\bar{x})$  является набор плоских волн типа  $e^{i\vec{k}\bar{x}}$ . В случае, когда пространственная кривизна отлична от нуля, задача о нахождении спектра и собственных функций оператора Лапласа зависит от знака  $E$ . Для “замкнутых” моделей  $E > 0$ , в то время как для “открытых” моделей  $E < 0$ , а это означает, что полная плотность материи может превышать ( $E > 0$ ) или быть меньше ( $E < 0$ ) критической плотности материи  $\rho_{cr} = 3H_0^2/8\pi G$ . Рассмотрим конкретную модель

для  $\gamma_{\alpha\beta}$ , соответствующую трёхмерному пространству постоянной (положительной или отрицательной) кривизны  $E$ ,

$$\gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -E^{-1} [d\chi^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)], \quad (4.13)$$

где  $\chi = \sqrt{-E} \cdot \xi$  – пространственные расстояния, а  $\theta$  и  $\varphi$  – соответствующие углы сферической системы координат в метрике (4.13). Тогда задача об отыскании собственных функций оператора Лапласа сводится к отысканию решений уравнения

$$\begin{aligned} \nabla^2 Q(\chi, \theta, \varphi) = -E \sinh^{-2} \chi \times \\ \times \left[ \frac{\partial}{\partial \chi} \left( \sinh^2 \chi \frac{\partial Q}{\partial \chi} \right) + \sin^{-1} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Q}{\partial \theta} \right) + \sin^{-2} \theta \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} \right] = -k^2 Q, \end{aligned} \quad (4.14)$$

где в силу линейности уравнения для описания угловой зависимости  $Q(\chi, \theta, \varphi)$  можно использовать сферические гармоники  $Y_l^m(\theta, \varphi)$ . Тогда

$$Q(\chi, \theta, \varphi) = G_\nu^l(\chi) Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (4.15)$$

и из выражения (4.14) немедленно следует

$$G_\nu^l(\chi) = (-1)^{l+1} M_l^{-1/2} \nu^{-2} (\nu^2 + 1)^{-l/2} \sinh^l \chi \frac{d^{l+1}(\cos \nu \chi)}{d(\cosh \chi)^{l+1}}, \quad (4.16)$$

где

$$\nu^2 = -\left( \frac{K^2}{E} + 1 \right), \quad M_l \equiv \prod_{i=0}^l k_i, \quad k_0 = 1, \quad k_i = 1 - \frac{(l^2 - 1)E}{k^2}, \quad l \geq 1.$$

В силу ортонормированности сферических гармоник  $Y_l^m(\theta, \varphi)$ , условие ортонормированности для  $Q(\chi, \theta, \varphi)$  в форме (4.15) требует ортогональности и нормируемости функций  $G_\nu^l(\chi)$ :

$$\int G_\nu^l(\chi) G_{\nu'}^{l'}(\chi) \sinh^2 \chi d\chi = \frac{\pi}{2\nu^2} \delta(\nu - \nu') \delta(l - l'). \quad (4.17)$$

Отметим, что функции  $G_\nu^l$  удовлетворяют следующему рекурсивному соотношению:

$$\frac{d}{d\xi} G_\nu^l = \frac{l}{2l+1} k K_l^{1/2} G_\nu^{l-1} + \frac{l+1}{2l+1} k K_{l+1}^{1/2} G_\nu^{l+1} \quad (4.18)$$

Последнее соотношение оказывается особенно важным для

нахождения “отклика” анизотропии реликтового излучения на возмущение метрики в моделях с  $E \neq 0$ , поскольку  $\theta$  из уравнения (4.10) с учётом уравнения (4.15) будет удовлетворять уравнению (4.18).

Рассмотрим специально модель с  $E < 0$ , представляющую особый интерес в качестве одной из возможных альтернатив космологической модели  $\Lambda$ CDM, принимая во внимание данные о возрасте Вселенной. Для такой модели при  $k \geq \sqrt{-E}$ , следуя [Wilson, 1983], пространственную часть метрического тензора  $\gamma_{\alpha\beta}$  можно выбрать в декартовой системе координат в следующем

виде:  $\gamma_{\alpha\beta} = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{z^2(-E)}$ , причём при каждом фиксированном  $z$  метрика такой модели соответствует метрике плоского пространства с  $|x| < \infty$ ,  $|y| < \infty$  и  $z \geq 0$ . Тогда уравнение Лапласа в метрике  $\gamma_{\alpha\beta}$  имеет простой вид

$$\nabla^2 Q = -Ez^2 \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} \right) + Ez \frac{\partial Q}{\partial z} = -k^2 Q \quad (4.19)$$

и собственными функциями будут обобщённые функции вида

$$Q(x, y, z) = z K_{iv}(k_{\perp} z) e^{i(k_1 x + k_2 y)}, \quad (4.20)$$

где  $K_{iv}(x)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода индекса  $iv$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k_{\perp}^2 = k_1^2 + k_2^2$ , а  $k_1$  и  $k_2$  – компоненты двумерного волнового вектора. С учётом соотношений Канторовича–Лебедева

$$g(y) = \int_0^{\infty} f(x) K_{ix}(y) dx, \quad f(x) = \frac{2}{\pi^2} x \sinh(\pi x) \int_0^{\infty} g(y) K_{ix}(y) \frac{dy}{y} \quad (4.21)$$

можно показать, что

$$\int_0^{\infty} v \sinh(\pi v) K_{iv}(k_{\perp} z) K_{iv}(k_{\perp} z') dv = \frac{\pi^2}{2} z \delta(z - z').$$

Тогда любая функция  $F(\bar{x})$ , интегрируемая в квадрате, может быть представлена в виде разложения по обобщённым плоским волнам [Wilson, 1983]

$$F(\bar{x}) = \int_0^{\infty} v \sinh(\pi v) dv \int_{-\infty}^{\infty} dk_1 \int_{-\infty}^{\infty} F(\bar{k}) Q(\bar{x}, \bar{k}) dk_2,$$



$$F(\bar{k}) = \frac{1}{2\pi^4} \int_0^\infty \frac{dz}{z^3} \int_0^\infty dx \int_0^\infty F(\bar{x}), Q(\bar{x}, \bar{k}) dy, \quad (4.22)$$

где  $Q(\bar{x}, \bar{k})$  соответствует определению (4.20), а  $\bar{x} = (x, y, z)$  и  $\bar{k}(k_1, k_2, v)$ . Тем самым представление (4.22) позволяет ввести понятие спектра возмущений открытой Вселенной, следуя аналогичным определениям для “плоского” случая с  $E = 0$ .

В заключение заметим, что переход от “открытой” модели к замкнутой осуществляется формальной заменой  $\chi \rightarrow i\chi$ .

#### 4.2.2. Векторные и тензорные функции

Следуя классификации Лифшица, введём векторные собственные функции оператора Лапласа на гиперповерхности  $t = \text{const}$

$$\nabla^2 Q_\alpha = -(k^2) Q_\alpha, \quad (4.23)$$

причём  $Q_{;\alpha}^\alpha = 0$ .

Условие бездивергентности означает, что с помощью  $Q_\alpha$  не удастся построить скаляр в первом порядке по амплитуде  $Q_\alpha$ . В то же время с помощью операций ковариантного дифференцирования можно определить тензор

$$S_\alpha^\beta = Q_\alpha^{;\beta} + Q_{;\alpha}^\beta. \quad (4.24)$$

Для плоского пространства при условии  $Q_\alpha Q^\alpha = 1$  соответствующий нормированный тензор определяется как  $\bar{S}_\alpha^\beta = \frac{1}{|k|} (k^\beta Q_\alpha + k_\alpha Q^\beta)$ .

Наконец, следуя Лифшицу [1946], введём тензорные собственные функции оператора Лапласа  $G_\alpha^\beta$ , удовлетворяющие условию  $G_{\alpha;\beta}^\beta = 0$  и  $G_\alpha^\alpha = 0$ , где, как обычно, по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. С учётом приведённых выше определений любое возмущение метрики, плотности и скорости материи можно представить в виде разложения по скалярным, векторным и тензорным модам. В плоской Вселенной это разложение выглядит особенно просто, поскольку в ка-

честве базисных функций используются обычные плоские волны вида  $e^{i\vec{k}\vec{x}}$ ,

$$h_{\alpha}^{\beta} = \left\{ \frac{1}{3} \delta_{\alpha}^{\beta} \mu_1(t) Q_{\vec{k}} + \left( \frac{1}{3} \delta_{\alpha}^{\beta} - \frac{k_{\alpha} k^{\beta}}{k^2} \right) Q_{\vec{k}} \mu_2(t) + \mu_3(t) \bar{S}_{\alpha}^{\beta} + G_{\alpha(\vec{k})}^{\beta} \mu_4(t) \right\} e^{i\vec{k}\vec{x}}, \quad (4.25)$$

где  $\mu_1(t)$  и  $\mu_2(t)$  описывают временную зависимость потенциальных мод,  $\mu_3(t)$  и  $\mu_4(t)$  характеризуют векторные и тензорные возмущения соответственно. Как видно из (4.25)  $\text{Spur}(h_{\alpha(\vec{k})}^{\beta}) = h = \mu_1(t) Q_{\vec{k}}$  определяется только функцией  $\mu_1(t)$  из разложения  $h_{\alpha}^{\beta}$  по скалярным функциям.

Аналогично для “векторной” части возмущений метрического тензора  $h_{\alpha}^0$  соответствующее разложение по типам мод будет содержать лишь градиентную часть скалярной моды  $\sim Q_{;\alpha}$  и непосредственно векторную моду  $S_{\alpha}$ ,

$$h_{\alpha}^0(\vec{x}, t) = \{v_1(t) S_{\alpha} + ik_{\alpha} v_2(t) Q\} e^{i\vec{k}\vec{x}}, \quad (4.26)$$

где  $v_1(t)$  и  $v_2(t) - h_{\alpha}^0$  – соответствующие функции, учитывающие изменение  $h_{\alpha}^0$  во времени.

Следует особо подчеркнуть, что в дальнейшем нас главным образом будут интересовать наблюдательные проявления скалярных и тензорных мод в анизотропии и поляризации реликтового излучения. Векторные моды, роль которых широко обсуждалась в конце 70-х – начале 80-х годов (см. обзор в [Zeldovich, Novikov, 1983]), не соответствуют гипотезе об однородном и изотропном расширении Вселенной, по крайней мере уже в эпоху космологического нуклеосинтеза ([Zeldovich, Novikov, 1983] и ссылки там). В то же время на нелинейной фазе эволюции возмущений роль вихревых (векторных) возмущений является важной. Однако они практически не оказывают влияния на характеристики анизотропии реликтового излучения в силу чрезвычайной малости пространственных масштабов, для которых генерация вихревой компоненты может быть существенна.

### 4.3. Калибровочная инвариантность

При описании динамики развития и пространственного распределения возмущений метрики, плотности и скорости материи важнейшую роль играет выбор класса системы отсчёта [Ландау, Лифшиц, 1962]. Эта проблема “выбора” не является чем-то специфическим, присущим именно возмущениям в расширяющейся Вселенной. Суть проблемы уходит своими корнями в ковариантную формулировку уравнений общей теории относительности, в которой вид уравнений не зависит от выбора системы отсчёта, в то время как вид решений – зависит. Это обстоятельство играет принципиальную роль при анализе поведения возмущений в расширяющейся Вселенной, поскольку координатные эффекты без специального анализа легко принять за истинные физические эффекты. Следуя [Ну, 1995], рассмотрим этот вопрос более детально для скалярной моды возмущений. Согласно работе [Ну, 1995], наиболее общая форма записи возмущений метрики для этого типа возмущений имеет вид

$$\begin{aligned} g_{00} &= -a^2 \left[ 1 + 2\varphi_{(\xi)}^G Q \right], \\ g_{0j} &= -a^2 \psi_{(\xi)}^G Q_j, \\ g_{\alpha\beta} &= a^2 \left[ \gamma_{\alpha\beta} + 2H_{L(\xi)}^G \gamma_{\alpha\beta} Q + 2H_T^G(\xi) Q_{\alpha\beta} \right], \end{aligned} \quad (4.27)$$

где  $Q_j \equiv -k^{-1} Q_{,j}$ ,  $Q_{ij} \equiv k^{-2} Q_{;i;j} + \frac{1}{3} \gamma_{ij} Q$ , индекс  $G$  маркирует принадлежность соответствующих функций к определённой системе отсчёта,  $\sigma = \int \frac{dt}{a}$  – конформное время. Рассмотрим сдвиг пространственных ( $x^\alpha$ ) и временной переменной  $\xi$  под действием скалярных возмущений  $Q$ , автоматически возмущающих и систему отсчёта,

$$\tilde{\xi} = \xi + T\dot{Q}, \quad \tilde{X}^\alpha = X^\alpha + L\dot{Q}^\alpha, \quad (4.28)$$

где тильда соответствует возмущённой системе координат,  $T$  и  $L$  – соответственно функции времени  $\xi$ . Воспользуемся правилом преобразования метрического тензора  $g_{ik}$  при переходе из одной системы к другой:

$$g_{ik}(\xi, x^\alpha) = \frac{\partial x^m}{\partial \tilde{x}^i} \frac{\partial x^n}{\partial \tilde{x}^k} g_{mn}(\xi - TQ; x^\alpha - LQ^\alpha). \quad (4.29)$$

Тогда возмущения метрики  $h_{ik} = g_{ik} - \tilde{g}_{ik}$  связаны с возмуще-

ниями координат соотношением

$$h_{ik} = \tilde{g}_{ik}(\xi, x^\alpha) - g_{ik}(\xi, x^\alpha) = g_{nk}(\delta x)_{,i}^n + g_{ni}(\delta x^n)_{,k} - g_{ik,n}(\delta x)^n \quad (4.30)$$

Подставляя уравнения (4.28) и (4.29) в (4.30), получаем следующий закон для преобразования функций:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}^G &= \varphi^G - T' - \frac{a'}{a} T, \\ \tilde{\psi}^G &= \psi^G + L' + kT, \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\tilde{H}_L^G = H_L^G - \frac{k}{3} L - \frac{a'}{a} T,$$

$$\tilde{H}_T^G = H_T^G + kL,$$

где штрих означает производную по времени  $t$ .

#### 4.3.1. Ньютоновская калибровка

Следуя [Ну, 1995], определим ньютоновскую калибровку условием  $\tilde{\psi} = \tilde{H}_T^G \Big|_{G=N} = 0$ . Систему отсчёта с такой калибровкой мы будем называть ньютоновской. Из второго уравнения системы (4.31) получим

$$T = -\frac{\Psi^G}{k} - \frac{L'}{k}, \quad (4.32)$$

а из последнего уравнения следует, что

$$L = -\frac{1}{k} H_T^G. \quad (4.33)$$

Тогда, подставляя (4.33) в (4.32), видим, что преобразование возмущений из произвольной системы отсчёта в ньютоновскую осуществляется по закону

$$T = -\frac{\Psi^G}{k} + \frac{H_T'^G}{k^2}, \quad L = -\frac{1}{k} H_T^G. \quad (4.34)$$

При этом в ньютоновской системе компоненты возмущений метрики будут равны

$$\Psi \equiv \varphi^N = \varphi^G + \frac{1}{a^k} \left[ \frac{a\xi^G}{k} - \frac{aH_T'^G}{k^2} \right], \quad (4.35)$$

$$\Phi \equiv H_L^N = H_L^G + \frac{1}{3} H_T^G + \frac{a'}{a} \left( \frac{\xi^G}{k} - \frac{H_T'^G}{k^2} \right).$$

Приведём для справки выражения для возмущенной плотности  $\delta x$ , давления  $\delta P_x$  и скорости  $v_x$  материи в ньютоновской калибровке [Ну, 1995],

$$\begin{aligned} \delta_x^N &= \delta_x^G + 3(1 + \omega_x) \frac{a'}{a} \left[ -\frac{B^G}{k} + \frac{H_T'^G}{k^2} \right], \\ \delta P_x^N &= \delta P_x^G + 3(1 + \omega_x) C_x^2 \frac{a'}{a} \left[ -\frac{B^G}{k} + \frac{H_T'^G}{k^2} \right], \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$V_x^N = V - x^G - \frac{H_T'^G}{k},$$

где индекс  $x$  означает компоненту материи, а  $\omega_x = \frac{P_x}{\rho_x}$ . При этом

связь между ньютоновским гравитационным потенциалом и возмущениями плотности даётся следующим соотношением, вытекающим из уравнения Пуассона:

$$\Phi = 4\pi G(a^2) \rho_T \left[ \delta_T^G + 3 \frac{a'}{a} (1 + \omega_T) (v_T^G - B^G) / k \right]. \quad (4.37)$$

### 4.3.2. Синхронная калибровка

Выбор синхронной системы отсчёта является одним из наиболее распространённых при анализе поведения возмущений в расширяющейся Вселенной. Формально он соответствует условиям  $\tilde{\varphi} = \tilde{\xi}^S = 0$ . Как видно из уравнения (4.27), условие  $\varphi^S = 0$  означает, что возмущения  $g_{00}$  компоненты метрического тензора отсутствуют, а  $\xi^S = 0$  автоматически обращает в ноль компоненту  $g_{0j}$ . При этом из уравнения (4.31) следует, что

$$T = \frac{1}{a} \int a \varphi^G d\xi + \frac{C_1}{a} d, \quad L = - \int (\xi^G + kT) d\xi + C_2, \quad (4.38)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. Тогда из уравнений (4.38) легко найти соответствующую связь между  $\tilde{H}_L^S$ ,  $H_L^G$  и  $H_T^S$ ,  $H_N^G$ , подставляя уравнение (4.38) в уравнение (4.31). В заключение этого подраздела

приведём связь между возмущениями метрики  $\Phi$  и  $\Psi$ , заданными в ньютоновской системе отсчёта, и возмущениями  $h_s \equiv 6H_L^S$  и  $\xi_s = -H_L^S - \frac{1}{3}H_T^S$ , определяемыми в синхротронной калибровке:

$$\Psi = \frac{1}{2k^2 a} [a(h'_s + 6\sigma\xi'_s)]', \quad \Phi = -\xi_s + \frac{a'}{2k^2 a} (h'_s + \sigma\xi'_s). \quad (4.39)$$

#### 4.4. Многокомпонентная среда.

##### Классификация типов скалярных возмущений

Важной особенностью современной теории развития скалярных возмущений в расширяющейся Вселенной является учёт многокомпонентности среды, включающей электромагнитное излучение, барионную фракцию материи, электронные, мюонные и  $\tau$ -нейтрино и массивные частицы – носители космологической скрытой массы. Каждая из перечисленных выше компонент имеет свою историю взаимодействия с другими компонентами, что неизбежно отражается на динамике развития возмущений скалярного типа как в каждой подсистеме, так и в целом для возмущений плотности материи (включая все компоненты) и связанных с ними возмущений метрики. Ситуация усложняется, если допустить, что “холодная скрытая масса”, составляющая на сегодня практически 30% от критической плотности материи, может сама иметь более сложный состав, т.е. включать несколько компонент, каждая из которых отождествляется со своим массивным носителем (частица, чёрная дыра и пр.), имеющим свою историю эволюции в ходе расширения Вселенной.

В этом разделе нас главным образом будет интересовать вопрос о возможных типах возмущений в такой многокомпонентной среде, детализирующих классификацию типов возмущений, относящихся в целом к скалярной моде (см. раздел 4.2).

##### 4.4.1. Адиабатические (изоэнтропийные) моды

Прежде всего, в рамках гидродинамического подхода конкретизируем определение полной плотности материи во Вселенной  $\varepsilon_{\text{tot}}$  и полного давления

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \sum_i \varepsilon_i, \quad P_{\text{tot}} = \sum_i P_i, \quad (4.40)$$

где  $i$  означает сорт соответствующей компоненты. Представим  $\varepsilon_i$

в виде

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i(t)(1 + \delta_i(t, \bar{r}_i)), \quad (4.41)$$

где  $\delta_i(t, \bar{r}_i)$  – это соответствующее возмущение плотности в каждой компоненте:

$$\delta_i(\bar{r}, t) = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_i(t)}{\varepsilon_i(t)}. \quad (4.42)$$

Аналогично выражению (4.42) определим возмущения парциальных давлений

$$\delta_i^{(P)}(\bar{r}, t) = \frac{P_i - P_i(t)}{P_i(t)} \quad (4.43)$$

и парциальных плотностей энтропии

$$\delta S_i = \frac{S_i - S_i(t)}{S_i(t)}. \quad (4.44)$$

Одно из важнейших предположений, которое мы будем использовать для классификации скалярных типов возмущений в многокомпонентной среде, заключается в том, что на самых ранних этапах космологического расширения температура каждой компоненты была одинакова и равна температуре излучения, а её возмущения могут соответственно выражаться через флуктуации этой температуры:

$$\frac{\delta S}{S} = 3 \frac{\delta T}{T}. \quad (4.45)$$

Согласно работам [Zeldovich, Novikov, 1983] и [Ma, Bertschinger, 1995], введём удельную энтропию излучения, нормированную на плотность барионного заряда  $n_{\text{bar}}$ , такую, что

$$S_{\gamma b} = \frac{S_\gamma}{n_{\text{bar}}}. \text{ Рассмотрим флуктуации этой величины}$$

$$\frac{\delta S_{\gamma b}}{S_{\gamma b}} = \frac{\delta S_\gamma}{S_\gamma} - \frac{\delta n_{\text{bar}}}{n_{\text{bar}}}. \quad (4.46)$$

Прежде всего определим стандартную адиабатическую моду возмущений условием  $\delta S_{\gamma b} / S_{\gamma b} = 0$  и стандартную энтропийную моду условием  $\delta S_{\gamma b} / S_{\gamma b} = \text{const}$  [Zeldovich, Novikov, 1983]. Для

адиабатической моды из уравнений (4.45), (4.46) получим

$$3 \frac{\delta T}{T} = \frac{3}{4} \frac{\delta \epsilon_\gamma}{\epsilon_\gamma} = \frac{\delta \epsilon_\gamma}{\epsilon_\gamma + P_\gamma} = \frac{\delta n_{\text{bar}}}{n_{\text{bar}}}. \quad (4.47)$$

Следуя работе [Ma, Bertschinger, 1995], обобщим определение (4.46) на случай многокомпонентной среды,

$$\frac{\delta n_j}{n_j} = \frac{\delta \epsilon_\gamma}{\epsilon_\gamma + P_\gamma}, \quad (4.48)$$

где индекс  $j$  относится ко всем массивным компонентам, включая и барионы. Учитывая, что  $\frac{\delta n_j}{n_j} \equiv \delta_j$  и  $\delta_\gamma = \frac{\delta \epsilon_\gamma}{\epsilon_\gamma} = 4 \frac{\delta T}{T}$ , из определения (4.48) мы получим следующее уравнение, связывающее между собой возмущения в каждой компоненте с возмущениями в электромагнитном излучении:

$$\delta_b = \delta_x = \dots = \delta_y = \frac{3}{4} \delta_\gamma = \frac{3}{4} \delta_\nu = \frac{3}{4} \delta_z. \quad (4.49)$$

Здесь  $\delta_b$  соответствует барионной фракции материи,  $\delta_x, \dots, \delta_y$  соответствуют различным фракциям холодной скрытой массы,  $\delta_\nu$  и  $\delta_z$  относятся к безмассовым нейтрино и гипотетическим лёгким частицам.

#### 4.4.2. “Изопотенциальные” моды

В зарубежной литературе для этого сорта возмущений используется более конкретный термин “isocurvature perturbations”, означающий, что данный сорт возмущений не приводит к возмущениям пространственной кривизны. В свою очередь это означает, что полное возмущение плотности многокомпонентной среды отсутствует – возмущения в каждой компоненте сфазированы таким образом, что суммарное возмущение  $\delta \epsilon_{\text{tot}} = 0$ . Условие  $\delta \epsilon_{\text{tot}} = 0$  приводит к следующему уравнению связи между возмущениями в каждой компоненте:

$$\sum_i m_i \delta n_i + 4 \epsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma}) \frac{\delta T}{T} = 0. \quad (4.50)$$

Здесь  $m_i$  – масса  $i$ -й нерелятивистской фракции материи (барионы, различные сорта тёмной материи),  $R_{\nu\gamma} = \epsilon_\nu / \epsilon_\gamma$ ,  $\epsilon_\nu$  – сумма плотностей энергий безмассовых нейтрино.



Предположим, что для одной из компонент скрытой массы условие адиабатичности  $\delta_i = \frac{\delta n_j}{n_j} = \frac{3}{4} \delta_\gamma$  нарушается в то время, как для других компонент, включая барионную фракцию, оно имеет место. В этом случае для  $i \neq j$ ,  $\delta_i = \frac{3}{4} \delta_\gamma$  и из уравнения (4.50) получаем

$$\varepsilon_i \delta_i + \left[ 3 \sum_{i \neq j} \varepsilon_i + 4\varepsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma}) \right] \frac{\delta T}{T} = 0, \quad (4.51)$$

откуда следует связь между возмущениями температуры  $\delta T/T$  и  $\delta_j$ :

$$\frac{\delta T}{T} = - \frac{\varepsilon_j}{3 \sum_{i \neq j} \varepsilon_i + 4\varepsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma})} \delta_j. \quad (4.52)$$

Как видно из уравнения (4.52), в многокомпонентной среде, включающей частичную адиабатичность компонент и неадиабатичность хотя бы одной нерелятивистской компоненты, условие изопотенциальности  $\delta\varepsilon_{\text{tot}} = 0$  приводит к определённой фазировке возмущений в электромагнитном излучении и безмассовых нейтрино в этой “пекулярной” массивной компоненте (см. уравнение (4.52)). Воспользовавшись выражением для возмущений удельной энтропии излучения, приходящейся на  $j$ -й сорт частиц (см. уравнение (4.46)), из уравнения (4.52) легко получить связь между возмущениями  $\frac{\delta S_{\gamma j}}{S_{\gamma j}}$  и  $\frac{\delta T}{T}$ :

$$\frac{\delta S_{\gamma j}}{S_{\gamma j}} = 3 \frac{\delta T}{T} - \delta_j = 3 \frac{\delta T}{T} \left[ 1 + \frac{\sum_{i \neq j} \varepsilon_i + \frac{3}{4} \varepsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma})}{\varepsilon_j} \right]. \quad (4.53)$$

Как видно из уравнения (4.53), изопотенциальность возмущения одновременно означает существование отличных от нуля возмущений удельной энтропии. Однако в общем случае этот тип возмущений не сводится к чисто энтропийной моде в силу адиабатичности возмущений во всех массивных компонентах, исключая  $j$ -ю. В этом эффекте в полной мере проявляется особенность многокомпонентности среды, которая отсутствует в стандартной барионно-фотонной модели, рассматриваемой в монографии [Zeldovich, Novikov, 1983].

### 4.4.3. Энтروпийно-изопотенциальная мода

Обратимся вновь к уравнению (4.50) и рассмотрим ситуацию, когда возмущения во всех без исключения массивных компонентах  $i$  не удовлетворяют адиабатической связи  $\delta_j = \frac{3}{4}\delta_\gamma$ . Введём удельную энтропию излучения, нормированную на концентрацию частиц сорта  $i$ , по-прежнему считая нейтрино безмассовыми. Рассмотрим возмущения

$$\sigma_i = \frac{\delta S_{\gamma(\text{tot})}}{S_{\gamma(\text{tot})}} = \frac{\delta S_\gamma}{S_\gamma} - \frac{\delta n_i}{n_i} = 3 \frac{\delta T}{T} - \delta_i. \quad (4.54)$$

Будем по-прежнему считать, что условие изопотенциальности возмущений в форме (4.40) остаётся в силе. Тогда, подставляя (4.54) в (4.50), получаем

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\sum_i \epsilon_i \sigma_i}{3\epsilon_{\text{tot}} + 4\epsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma})}, \quad (4.55)$$

где  $\epsilon_{\text{tot}} = \sum_i \epsilon_i$ .

Из уравнения (4.55) следует, что для этой моды возмущений источником флуктуаций температуры реликтового излучения и безмассовых нейтрино являются флуктуации удельной энтропии  $\sigma_i$ . На ранних стадиях расширения, когда  $\epsilon_\gamma \gg \epsilon_{\text{tot}}$  возмущения плотности энергии излучения и его температуры малы, но

конечны:  $\frac{\delta T}{T} = \frac{\sum_i \epsilon_i \sigma_i}{4\epsilon_\gamma (1 + R_{\nu\gamma})}$ . Так как для каждой нерелятивист-

ской компоненты выполняется условие  $\epsilon_i \propto a^{-3}$ , а  $\epsilon_\gamma \sim a^{-4}$ , то

$\frac{\delta T}{T} \propto a$  и стремится к нулю при  $a \rightarrow 0$ . По мере увеличения

масштабного фактора при  $a = a_{\text{eq}}$  достигается равенство плотностей  $\epsilon_{\text{tot}}$  и  $\epsilon_\gamma$  и асимптотика (при  $a \gg a_{\text{eq}}$ )  $\delta T/T$  выходит на макси-

мум  $\frac{\delta T}{T} \approx \frac{1}{3} \sum x_i \sigma_i$ , где  $x_i = \epsilon_i / \epsilon_{\text{tot}}$ .

### 4.4.4. Изотермическая мода

Многокомпонентность среды обуславливает появление новых мод, не имеющих аналога в простой барионно-фотонной модели развития возмущений в расширяющейся Вселенной, широко об-

суждавшейся в середине 60-х – конце 70-х годов [Зельдович, Новиков, 1975]. Наиболее ярким примером такого рода различий является изотермическая мода, для которой  $\delta T/T \equiv 0$  при сохранении условия изопотенциальности (4.11). Отсутствие возмущений в релятивистской компоненте означает, что распределение барионов и скрытой массы является специальным образом сфазированным. Тогда

$$\sum_i \rho_i \delta_i = 0. \quad (4.56)$$

Из уравнения (4.56) следует, что положительный контраст плотности в барионах скомпенсирован отрицательным контрастом во всех компонентах тёмной материи,

$$\delta_b = -\frac{1}{\rho_b} \sum_i \rho_i \delta_i, \quad (4.57)$$

где  $\rho_b$  – плотность барионов и сумма берётся только по сортам частиц скрытой массы. Для  $i = 1$  (т.е. в модели с одним сортом частиц – носителей скрытой массы) уравнение (4.57) оказывается особенно простым:  $\delta_b = -\frac{\rho_x}{\rho_b} \delta_x$ , где  $\rho_x$  – плотность этого сорта носителей скрытой массы. Учитывая, что  $\rho_x/\rho_b \gg 1$ , мы получаем  $|\delta_b| \gg |\delta_x|$ . Формально, на пределе применимости линейной теории, возмущения в “газе” скрытой массы не могут быть меньше, чем  $-1$ . Это соответствует контрасту плотности в барионном газе

$$\delta_b \simeq \frac{\rho_x}{\rho_b} \simeq \frac{\Omega_x h^2}{\Omega_b h^2}, \quad (4.58)$$

где  $\Omega_x h^2$  и  $\Omega_b h^2$  – современные значения плотностей скрытой массы и барионов в долях критической плотности материи. Принимая  $\Omega_x h^2 \simeq 0,127$  ( $\Omega_x \sim 0,3$ ,  $h = 0,65$ ) и  $\Omega_b h^2 \simeq 0,02$ , мы получим верхнее ограничение на контраст плотности в барионной компоненте:  $\delta_b \leq 6,3$ . Ещё раз подчеркнём, что эта оценка лежит вне рамок линейного приближения и используется нами лишь в качестве иллюстрации. Однако, отталкиваясь от идеи изотермических изопотенциальных мод, можно поставить гораздо более важный вопрос: о свойствах основного состояния многоком-

понентной материи, которое ранее мы принимали однородным и изотропным. Подробнее эта проблема рассматривается нами в следующем разделе этой главы.

#### **4.4.5. Происхождение потенциальных флуктуаций. Однородность и изотропия Вселенной в среднем**

В этом разделе мы рассмотрим возможные модификации модели в среднем однородной и изотропной Вселенной при наличии различных типов скалярных возмущений, включая и заведомо нелинейные конфигурации. В отличие от предыдущего раздела, где мы не делали никаких предположений относительно существования характерных шкал возмущений, ниже мы будем предполагать, что для изотермической моды существует выделенный масштаб  $\lambda_{\text{max}}$ , причём при  $\lambda < \lambda_{\text{max}}$  изотермические возмущения могут развиваться в нелинейном режиме, а при  $\lambda > \lambda_{\text{max}}$  амплитуда этих возмущений равна нулю. На первый взгляд предположение о каких-то выделенных шкалах в масштабах, меньших типичных размеров современных галактик могут показаться искусственными. Более предпочтительной представляется гипотеза об отсутствии таких выделенных масштабов, впервые сформулированная применительно к адиабатической моде Зельдовичем [1970] и Harrison [1970]. Соответствующий пространственный спектр возмущений называют спектром Харрисона–Зельдовича. Однако, говоря о возможных типах и характерных шкалах возмущений в многокомпонентной космологической плазме, нельзя забывать, что без конкретизации моделей происхождения возмущений судить о наличии того или иного параметра, характеризующего их тип или пространственное распределение также “опасно”, как и делать предположение об отсутствии таких параметров вообще. Общепризнано, что наиболее перспективный путь объяснения источников начальной иррегулярности Вселенной связан с развитием теории ранних инфляционных стадий расширения Вселенной. Поэтому все возможные характеристики возмущений следует рассматривать в рамках теории инфляции.

Анализу этого направления космологии посвящён обширный ряд монографий [Линде, 1990; Kolb, Turner, 1990] и обзоров. Мы укажем здесь, что первый правильный вывод формы спектра малых возмущений в рамках теории инфляции был получен для тензорных возмущений Старобинским [1979] и для скалярных возмущений в работах [Hawking, 1982; Starobinsky, 1982; Guth,

1981]. Важным вкладом в рассматриваемую проблему явились работы Лукаша [1980], Муханова и Чибисова [1981] и Старобинского [Starobinsky, 1980]. Естественно мы не можем в этом небольшом разделе в деталях остановиться на обсуждении весьма впечатляющих достижений современных теорий инфляции, отсылая интересующихся к цитированным выше работам. Выступив, как и в предыдущей главе, в роли потребителя информации, мы считаем достаточным для целей этого раздела воспользоваться тем фактом, что согласно теории инфляции современные иррегулярности галактических и более крупных масштабов оказываются связанными с квантовыми шумами физических полей непосредственно в период инфляционного расширения Вселенной. Более того, для генерации неадиабатических мод возмущений оказывается достаточным, чтобы существовала смесь различных полей, например скалярных  $\phi$  и  $\chi$ , эволюция которых обуславливает при определённом наборе параметров  $\phi$ – $\chi$ -взаимодействия генерацию как адиабатической, так и изопотенциальной мод [Polarski, Starobinsky, 1994; Turok, 1996; D. Novikov, Schmalzing, Mukhanov, 2000].

В зависимости от конкретного выбора параметров инфляционной модели уровень предсказываемых флуктуаций как адиабатического, так и изопотенциального типов может быть различным, достигая и экстремальных значений  $\delta\rho/\rho \sim 1$ . При этом, естественно, пространственные масштабы таких нелинейных возмущений не могут простираться до масштабов скоплений и сверхскоплений галактик, поскольку они неизбежно вызвали бы сильную анизотропию реликтового излучения в эпоху рекомбинации водорода. Для иллюстрации возможности существования в спектре возмущений адиабатического и изопотенциального типов характерных шкал, допускающих существование развитых ( $\delta\rho/\rho \sim 1$ ) изопотенциальных возмущений обратимся к анализу конкретных моделей ранних инфляционных стадий.

#### 4.4.6. Пекулярности потенциала инфлантона

В соответствии с общей идеологией инфляционных сценариев будем считать, что динамика расширения Вселенной на самых ранних этапах космологической эволюции ( $t \rightarrow 0$ ) определяется скалярным полем  $\phi(\vec{x}, t)$ , моделирующим вакуумное состояние материи. Скалярное поле  $\phi(\vec{x}, t)$  имеет классическую часть  $\phi(t)$  и квантовые флуктуации  $\delta\phi(\vec{x}, t)$ , которые являются функцией пространственной и временной координат [Линде, 1990]. Класси-

ческая часть поля  $\varphi$  в однородной и изотропной Вселенной эволюционирует в соответствии со стандартным уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi_c}{\partial t^2} + 3H \frac{\partial \varphi_c}{\partial t} = - \frac{\partial V}{\partial \varphi_c}, \quad (4.59)$$

$$3H^2 = 8\pi \left( \frac{\partial \varphi_c^2}{\partial t} + V(\varphi_c) \right), \quad (4.60)$$

где  $V(\varphi)$  – потенциал скалярного поля  $\varphi$ ,  $\dot{\varphi} \equiv \frac{d\varphi}{dt}$  и мы используем систему единиц  $\hbar = c = G = 1$ . Для адиабатической моды мы будем использовать калибровочно инвариантную переменную  $v_k$ , связанную с квантовой частью скалярного поля  $\hat{\varphi}_q$  [Линде, 1990],

$$\hat{\varphi}_q(\bar{x}, t) = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \int \left( \hat{a}_k v_k(t) e^{-i\vec{k}\bar{x}} + \hat{a}_k^+ v_k^*(t) e^{-i\vec{k}\bar{x}} \right) d^3k, \quad (4.61)$$

где  $\hat{a}_k$  и  $\hat{a}_k^*$  – операторы рождения и уничтожения. Динамика  $v_k(t)$  подчиняется уравнению

$$v_k'' + \left[ k^2 - \frac{2}{\xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} a^2 \right] v_k = 0, \quad (4.62)$$

где  $v_k'' \equiv \partial^2 v_k / \partial \xi^2$ ,  $\xi = \int \frac{1}{a} dt$ . Подчеркнём, что система уравнений

(4.59) ÷ (4.62) является базисом для любой инфляционной модели, связывая динамику эволюции классической части поля  $\varphi$  и квантовых шумов  $\hat{\varphi}_q(\bar{x}, t)$ . В отсутствие особенностей потенциала  $V(\varphi)$ , например для модели  $V(\varphi) \simeq \frac{\lambda}{4}(\varphi)^4$  или более про-

стой модели  $V(\varphi) \simeq \frac{m^2 \varphi^2}{2}$  важнейшим условием, позволяющим

рассчитать спектр генерируемых адиабатических возмущений по функции  $v_k(t)$ , является приближение медленной эволюции поля  $\varphi$  в самом начале инфляции:

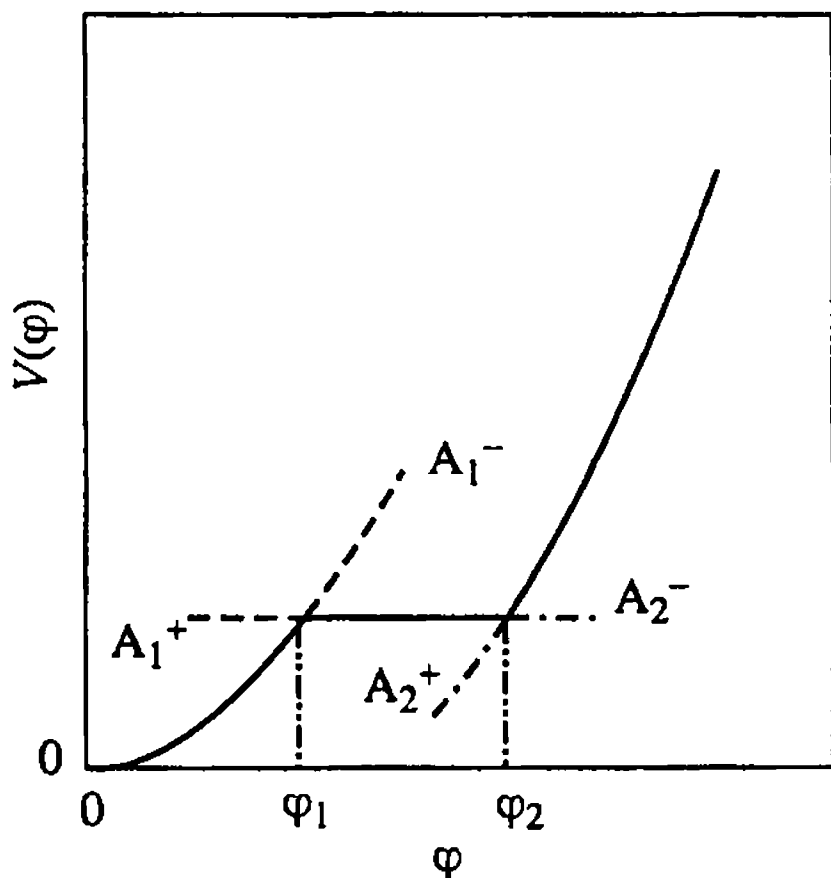
$$\left| \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right| \ll 3H |\dot{\varphi}|, \quad \frac{\partial \varphi^2}{\partial t} \ll 2V(\varphi). \quad (4.63)$$

В этом приближении теория предсказывает, что спектр флук-

**Рис. 4.1.** Схематическая иллюстрация особенностей потенциала инфлантона  $V(\varphi)$ . Потенциал имеет плоский участок в диапазоне  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$

туаций метрики адиабатического типа будем равен [Линде, 1990]

$$P(k) \sim k \frac{V^3(\varphi)}{\left(\frac{\partial V}{\partial \varphi}\right)^2} \Bigg|_{k=aH(\varphi)}, \quad (4.64)$$



где  $H(\varphi)$  — значение параметра Хаббла, когда поле  $\varphi$  достигает определённого значения  $\varphi_{\min}$ , соответствующего окончанию инфляционного режима. Для монотонных потенциалов  $V(\varphi)$ , не обладающих особенностями типа  $\frac{\partial V}{\partial \varphi} \rightarrow 0$  на некотором участке

$(\varphi_1; \varphi_2)$ , предсказания теории инфляции имеют вполне определённый характер. Спектр адиабатических возмущений плотности имеет вид

$$P_{\delta}(k) \approx Ak, \quad (4.65)$$

где  $A$  — амплитуда спектра и совпадает по форме со спектром Харрисона–Зельдовича. Однако ситуация меняется радикальным образом, если в потенциале инфлантона существует область

$(\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2)$ , где  $\frac{\partial V}{\partial \varphi} \approx 0$  [Старобинский, 1992; Ivanov, Naselsky,

I. Novikov, 1994]. В этом случае из (4.64) формально следует, что амплитуда флуктуаций должна обращаться в бесконечность. Эта сингулярность, естественно, не является физической. Её формальное появление свидетельствует о неприменимости приближения медленного скатывания на участке плато потенциала  $V(\varphi)$ . С учётом этого обстоятельства Иванов и др. [Ivanov, Naselsky, Novikov, 1994] получили следующее обобщение выражения для спектра адиабатических возмущений плотности в простой модели потенциала  $V(\varphi)$ , представленной на рис. 4.1:

$$P(k) = A^2 k D(k). \quad (4.66)$$

Здесь  $D(k) \approx 1$  при  $k < k_2$  и

$$D(k) \approx \left[ 1 + \frac{A_1^-}{A_2^+} \gamma^3 \right]^2 \left[ 1 + 3 \frac{\sin(2kR_2)}{kR_2} \right], \quad k_2 < k < k_1, \quad (4.67)$$

$R_2$  – характерный масштаб возмущений, пересекающих горизонт, когда  $\gamma = \frac{k_1}{k_2} \gg 1$ ,  $k_i = a(t_i)H(t_i)$ ,  $i = 1, 2$ ,  $t_i$  – момент време-

ни, когда  $\varphi(t_2) = \varphi_i$ , а  $A_1^-$  и  $A_2^+$  характеризуют  $\varphi = \varphi_2$  скачок производных потенциала при  $\varphi = \varphi_1$  и  $\varphi = \varphi_2$ .

Из уравнения (4.67) следует, что при  $\gamma \gg 1$  в спектре адиабатических возмущений будет формироваться область резкого увеличения амплитуды флуктуаций, достигающих уровня

$$D^{1/2}(k) \sim \left( \frac{A_1^-}{A_2^+} \right) \gamma^3 \quad \text{Принимая для оценок } A_1^- / A_2^+ \sim 1 \text{ и } \gamma \approx 20, \text{ по-}$$

лучим, что фактор “увеличения”  $D^{1/2}$  может достигать величины  $\sim 10^4$  и выше, оставаясь локализованным в зоне волновых векторов  $k_2 < k < k_1$ . При этом позиция “плато” в спектре адиабатических возмущений, является естественно свободным параметром, зависящим от его местоположения  $(\varphi_1, \varphi_2)$  в потенциале  $V(\varphi)$ . Отметим, что эффект формирования “плато” в спектре первичных возмущений был использован Ивановым и др. [1994] для оценки доли массы вещества, перешедшего в первичные чёрные дыры на ранних постинфляционных стадиях космологического расширения. Параметры  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  выбирались таким образом, чтобы типичная масса первичной чёрной дыры оказывалась близкой к  $1M_\odot$ . Плотность этих объектов на сегодня выбиралась равной плотности МАСНО в нашей Галактике.

Таким образом, ясно, что особенности эпохи формирования первичных флуктуаций могут иметь весьма важные космологические следствия. Одно из них – формирование массивных первичных чёрных дыр – напрямую связано с наличием избытка мощности в коротковолновом участке спектра адиабатических мод возмущений.

#### 4.4.7. Многокомпонентная инфляция и генерация изопотенциальных мод

Пожалуй, одной из нетривиальных идей современной инфляционной теории является объяснение возможных причин генерации, помимо адиабатических возмущений, возмущениями изо-



потенциального типа. Из предыдущего подраздела мы знаем, что в случае, когда инфляция управляется одним скалярным полем, возникающие возмущения всегда будут адиабатическими. Квантовая часть поля всегда создает возмущения метрики и, следовательно, начальная иррегулярность Вселенной будет чисто адиабатической. В такой схеме изопотенциальные моды могут возникнуть лишь на фазе распада поля  $\phi_0$  на частицы в конце инфляции, когда собственно и происходит разогрев Вселенной. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен нами в следующей части этого подраздела. Однако наряду с этим процессом, генерация изопотенциальной моды может происходить и во время самой инфляции, если она, помимо скалярного поля  $\phi$  поддерживается другим скалярным (для простоты) полем  $\chi$  [Муханов, Чибисов, 1981; Mukhanov, Steinhard, 1997; Linde, 1984; Kofman, Linde, 1987]. Рассмотрим простейшую модель генерации изопотенциальной моды, следуя идеям Муханова и Стейнхарда [1998] (в дальнейшем [MS 1998]). Будем предполагать, что тензор энергии-импульса для полей  $\phi$  и  $\chi$  является диагональным и выберем ньютоновскую калибровку  $\Phi = -\Psi$  в (4.35). Тогда уравнения изменения во времени невозмущённых полей  $\phi$  и  $\chi$  имеют следующий вид [MS 1998]:

$$3H\dot{v} = -2\Phi, \quad 3H\dot{\mu} = -2\Phi, \quad \Phi = \frac{1}{H}(\dot{V}_1 \cdot v + \dot{V}_2 \mu). \quad (4.68)$$

Здесь  $H$  – параметр Хаббла,  $V_1(\phi)$  и  $V_2(\chi)$  – слагаемые потенциала,  $V(\phi, \chi) = V_1(\phi) + V_2(\chi)$ ,  $V'_1 \equiv \frac{\partial V_1(\phi)}{\partial \phi}$ ,  $V'_2 \equiv \frac{\partial V_2(\chi)}{\partial \chi}$ . Как и в подразделе 4.4.6, мы используем приближение медленного изменения полей  $\phi$  и  $\chi$  в форме (4.59). Аналогично модели с одним скалярным полем введём возмущения  $\delta\phi$  и  $\delta\chi$ , полагая формально волновой вектор равным нулю  $|\vec{k}| = 0$ . Это означает, что нас интересует длинноволновое приближение. Тогда после замены  $\delta\phi = V'_1 v$  и  $\delta\chi = V'_2 \mu$  получим для возмущений  $v$  и  $\mu$  систему уравнений

$$3H\dot{v} = -2\Phi, \quad 3H\dot{\mu} = -2\Phi, \quad \Phi = \frac{1}{H}(\dot{V}_1 \cdot v + \dot{V}_2 \mu), \quad (4.69)$$

где  $\dot{V} \equiv \frac{dV}{dt}$ . Нетрудно видеть, что в этой системе отличие между

возмущениями  $v$  и  $\mu$  сводится лишь к постоянной величине

$$\mu = v + g, \quad (4.70)$$

где  $g = \text{const}$ . Тогда для возмущений метрики имеем

$$\Phi = \frac{1}{H} [(\dot{V}_1 + \dot{V}_2)v + g\dot{V}_2]. \quad (4.71)$$

Возвращаясь к уравнению (4.69), легко заметить, что

$$\dot{v} + \frac{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}{V_1 + V_2} v = -g \frac{\dot{V}_2}{V_1 + V_2}. \quad (4.72)$$

Решение этого уравнения имеет вид [MS 1998]

$$v = \frac{C - gV_2}{V_1 + V_2}, \quad \mu = \frac{C + gV_1}{V_1 + V_2}, \quad (4.73)$$

где постоянные интегрирования  $C$  и  $g$  определяются из условия

$$\mu \approx \alpha H|_{K=aH} \quad v \approx \beta H|_{K=aH} \quad (4.74)$$

и  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты  $\sim 1$ :

$$g = \frac{1}{3H} \left( \frac{v}{\dot{\phi}} - \frac{\mu}{\dot{\chi}} \right) \Big|_{K=aH}, \quad (4.75)$$

$$C = -\frac{1}{2} H \left( \frac{V_1}{V_1 + V_2} \frac{v}{\dot{\phi}} + \frac{V_2}{V_1 + V_2} \frac{\mu}{\dot{\chi}} \right) \Big|_{K=aH}$$

Соответствующее возмущение гравитационного потенциала при этой нормировке постоянных оказывается равным

$$\Phi = 2C \frac{\dot{H}}{H^2} + g \frac{1}{H} \frac{V_1 \dot{V}_2 - V_2 \dot{V}_1}{V_1 + V_2}. \quad (4.76)$$

Первое слагаемое в уравнении (4.76) соответствует стандартной адиабатической моде, характерной для однокомпонентной модели инфляции. Второе слагаемое описывает энтропийную (по терминологии [Mukhanov, Steinhard, 1998]) моду.

Рассмотрим в рамках модели двухполевой инфляции возможность формирования изотермической моды, для которой  $\Phi = 0$ . Принимая во внимание уравнения (4.70) и (4.71), получим для этой моды возмущений следующее соотношение:

$$v = -g \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}, \quad \mu = g \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}. \quad (4.77)$$

Нетрудно видеть, что это решение является частным случаем

общего решения уравнения (4.73). Из сравнения уравнений (4.77) и (4.69) немедленно следует вывод о том, что  $\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1 + \dot{V}_2} = \text{const} = A$  и

$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_1 + \dot{V}_2} = \text{const} = B$ , т.е. для реализации изотермической моды с

нулевыми возмущениями метрики необходимо, чтобы по крайней мере в некотором интервале  $\varphi \in (\varphi_1, \varphi_2)$  и  $\chi \in (\chi_1, \chi_2)$  потенциалы  $V_1(\varphi)$  и  $V_2(\chi)$  были линейно зависимыми функциями. Действительно, учитывая связь  $\dot{V}_1 = \dot{V}'_1 \cdot \dot{\varphi}$  и  $\dot{V}_2 = \dot{V}'_2 \cdot \dot{\chi}$  и уравнения (4.68), мы приходим к следующему соотношению:

$$\frac{(V'_2)^2}{(V'_1)^2 + (V'_2)^2} = A, \quad \frac{(V'_1)^2}{(V'_1)^2 + (V'_2)^2} = B, \quad A + B = 1. \quad (4.78)$$

Из уравнения (4.78) немедленно следует уравнение для связи  $V_1(\varphi)$  и  $V_2(\chi)$  в области  $[\varphi_1, \varphi_2] \cup [\chi_1, \chi_2] = \Omega$ :

$$\frac{\partial V_1}{\partial \varphi} = \pm \sqrt{\frac{B}{A}} \frac{\partial V_2}{\partial \chi}. \quad (4.79)$$

Простейшей моделью потенциалов  $V_1$  и  $V_2$  в области  $\Omega$  является линейная зависимость  $V_1(\varphi) \sim C_1\varphi$  и  $V_2(\chi) \sim C_2\chi$ . Тогда постоянные  $C_1$  и  $C_2$ , в силу выражения (4.79) должны быть связаны соотношением

$$C_1 = \pm \sqrt{\frac{B}{A}} C_2. \quad (4.80)$$

В этом случае полный потенциал системы  $V_{\text{tot}}(\varphi, \chi)$  тоже является линейной функцией по полям  $\varphi$  и  $\chi$ :

$$V_{\text{tot}}(\varphi, \chi) = \pm \sqrt{\frac{B}{A}} C_2 \varphi + C_2 \chi = C_2 \left( \chi \pm \sqrt{\frac{B}{A}} \varphi \right). \quad (4.81)$$

Заметим, что как и в предыдущем разделе, локализации особенности потенциала приводят к нарушению адиабатичности флуктуаций и появлению новых мод изопотенциального типа, локализованных в определённом участке спектра возмущений. Следует особо подчеркнуть, что используемая нами простейшая модель двух скалярных не взаимодействующих полей лишь иллюстрирует общую тенденцию – появление аномально высоких амплитуд адиабатических возмущений либо возникновение ло-

кализованных изотермических мод, обусловленных аномалиями потенциала инфлантонов, которые могут, в отличие от рассмотренных примеров, быть гораздо более сложного вида. Однако важно отметить, что вывод о связи этих аномалий с peculiarностями возмущений космологической плазмы очевидно останется без изменений. Именно поэтому роль данных об анизотропии и поляризации реликтового излучения неизмеримо возрастает, когда мы пытаемся вплотную приблизиться к ответу на вопрос: как же происходил Большой Взрыв в рамках инфляционной парадигмы?

#### 4.5. Ньютоновская теория эволюции малых возмущений

Начиная с этого параграфа и до конца главы, мы будем рассматривать различные режимы развития возмущений как адиабатического, так и изопотенциального типов в однородной и в среднем изотропной Вселенной. Следуя классической традиции, мы начнём наш анализ с обсуждения модели стандартной гравитирующей многокомпонентной среды, пренебрегая фактом расширения. Важность и необходимость такого анализа заключается прежде всего в его простоте, позволяющей ввести основные определения параметров, определяющих темп развития возмущений, а затем легко обобщить основные результаты на модель расширяющейся Вселенной.

Отметим, что основы теории гравитационной неустойчивости материи были заложены в классической работе Дж. Джинса [Jeans, 1902]. Описание подхода Джинса дано в книге [Зельдович, Новиков, 1975]. Практически без каких бы то ни было изменений мы будем следовать идеологии пионерской работы Джинса и описанию, данному в названной книге. Важным допущением данного раздела, позволяющим верно отразить общие свойства космологической плазмы, является предположение о существовании  $N$  независимых друг от друга компонент, эволюционирующих в самосогласованном гравитационном потенциале. В духе ньютоновского подхода к описанию гравитации мы будем предполагать, что характерные скорости процессов  $v \ll c$ , а создаваемые гравитационные поля являются слабыми:  $\varphi \ll c^2$ , где  $c$  – скорость света в вакууме<sup>2</sup>. Тогда динамика многокомпонент-

<sup>2</sup> Далее в этом разделе мы будем полагать  $c = 1$ .

ной среды описывается гидродинамическими уравнениями следующего вида (см. [Zeldovich, Novikov, 1983; Peebles, 1993]):

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla(\rho_i \bar{V}_i) = 0, \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + (\bar{V}_i \nabla) \bar{V}_i + \frac{\nabla P_i}{\rho_i} + \nabla \varphi = 0, \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + (\bar{V}_i \nabla) S_i = 0, \quad (4.84)$$

$$\Delta \varphi = 4\pi G \sum_i \rho_i. \quad (4.85)$$

Здесь  $\rho_i$  – плотность  $i$ -й компоненты среды,  $\bar{V}_i$  – вектор её скорости,  $P_i$  – давление и  $S_i$  – энтропия соответственно. Из уравнений (4.82) ÷ (4.85) видно, что сторонние источники массы-импульса и энтропии отсутствуют. Кроме того, разные компоненты “ $i$ ” взаимодействуют друг с другом только гравитационно. В дальнейшем, при применении такого описания к конкретным ситуациям, мы обычно будем полагать, что давление существенно в одной компоненте, а в остальных пренебрежимо мало. Следуя Джинсу [Jeans, 1902], будем считать невозмущённое состояние среды покоящимся ( $\bar{v}_i = 0$ ), плотность и давление каждой компоненты постоянными:

$$\rho_i^{(0)} = \text{const}, \quad S_i^{(0)} = \text{const}, \quad P_i^{(0)} = P(\rho_i^{(0)}) = \text{const}. \quad (4.86)$$

Заметим, однако, что такое задание начального невозмущённого состояния среды требует зануления  $\nabla \varphi$ , что автоматически противоречит уравнению Пуассона (4.85). Тем не менее, предположение о стационарности невозмущённого решения позволит нам достаточно просто (и правильно!) найти параметры возмущений, отделяющих устойчивые решения от неустойчивых, и провести классификацию возмущений. Причины, почему это удаётся сделать, подробно проанализированы в книгах [Зельдович, Новиков, 1975, 1983] и мы здесь на этом останавливаться не будем. Итак, положим

$$\varphi^{(0)} = 0. \quad (4.87)$$

Как уже было сказано, при таком предположении параметры, определяющие устойчивость и неустойчивость, находятся правильно. Однако закон эволюции возмущений со временем

потребует уточнения. Точная релятивистская теория будет рассмотрена нами в разделе 4.6.

Приступим к анализу устойчивости малых возмущений однородного распределения при условии (4.87). Следуя стандартной схеме исследования устойчивости многокомпонентной среды, представим плотность, скорость, давление, энтропию и гравитационный потенциал в виде

$$\{X\} = \{\bar{X}\}_0 + \delta X(t)e^{ik\bar{x}}, \quad (4.88)$$

где  $\{\bar{X}\}_0$  – основное состояние и  $\delta X(t)e^{ik\bar{x}}$  – возмущённое, и учтём, что возмущения давления связаны с возмущениями плотности и энтропии каждой компоненты соотношением

$$\delta P_i = \left( \frac{\partial P_i}{\partial \rho_i} \right)_S \delta \rho_i + \left( \frac{\partial P_i}{\partial S_i} \right)_{\rho_i} \delta S_i. \quad (4.89)$$

Вводя обозначения  $C_S^2 = \left( \frac{\partial P_i}{\partial \rho_i} \right)_S$  и  $C_\rho^2 = \left( \frac{\partial P_i}{\partial S_i} \right)_{\rho_i}$  для адиабатической и изотермической скоростей звука соответственно, из уравнений (4.82) ÷ (4.89) получим следующую систему линейных уравнений для возмущений термодинамических величин, скоростей и гравитационного потенциала:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_i}{dt} + ik\bar{u}_i &= 0 & a), \\ \frac{d\bar{u}_i}{dt} + ik\bar{\phi} + ikC_S^2\delta_i + ikC_\rho^2\sigma_i(\rho_i^{(0)})^{(-1)} &= 0 & b), \\ \frac{d\sigma_i}{dt} &= 0 & c), \\ k^2\bar{\phi} &= -4\pi G \sum_i \rho_i \delta_i & d), \end{aligned} \quad (4.90)$$

где  $\delta \equiv \delta \rho_i / \rho_i^{(0)}$  – относительное возмущение плотности в  $i$ -компоненте,  $\sigma_i$  – возмущение энтропии,  $\bar{\phi}$  – возмущение потенциала,  $C_\rho$  и  $C_S$  – постоянные в рамках линейного приближения.

Исследование различных режимов поведения возмущений мы будем проводить в соответствии с классификацией их типов, данной в предыдущих разделах этой главы.

### 4.5.1. Адиабатические возмущения

Для этого сорта возмущений мы должны учесть, что  $\sigma_i = 0$  и  $\vec{u}_i = u_i \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$  [Zeldovičh and Novikov, 1983]. В силу независимости коэффициентов в уравнении (4.90) от времени воспользуемся представлением  $\delta_i$ ,  $u_i$  и  $\tilde{\phi}$  в виде интеграла Фурье по переменной  $t$ ,

$$\begin{pmatrix} \delta_i \\ u_i \\ \tilde{\phi} \end{pmatrix} \propto \int \begin{pmatrix} \delta_{i,\omega} \\ u_{i,\omega} \\ \tilde{\phi}_{i,\omega} \end{pmatrix} e^{-i\omega t} d\omega,$$

тогда

$$\begin{aligned} -i\omega\delta_{i,\omega} + iku_{i,\omega} &= 0, \\ -i\omega\frac{\vec{k}}{k}u_{i,\omega} + i\vec{k}\tilde{\phi}_{i,\omega} + i\vec{k}C_{S(i)}^2\delta_{i,\omega} &= 0, \end{aligned} \quad (4.91)$$

$$k^2\tilde{\phi}_\omega = -4\pi G \sum_i \rho_i^{(0)}\delta_{i,\omega}.$$

Нетривиальное решение для возмущений (4.91) возможно лишь при условии обращения в нуль детерминанта системы, приводящего к следующему дисперсионному уравнению:

$$4\pi G \sum_i \frac{\rho_i^{(0)}}{\omega^2 - k^2 C_{S(i)}^2} = -1. \quad (4.92)$$

В однокомпонентной среде это уравнение имеет стандартный вид

$$\omega^2 - k^2 C_S^2 = -4\pi G \rho_0, \quad (4.93)$$

причём его решения зависят от соотношения между слагаемыми  $k^2 C_S^2$  и  $4\pi G \rho_0$ . Полагая в уравнении (4.91)  $\omega = 0$ , получим выражение для критического масштаба  $k_j = \frac{1}{C_S} (4\pi G \rho^{(0)})^{1/2}$  и соответ-

ствующей длины волны  $\lambda_j = \frac{2\pi}{k_j} = C_S \left( \frac{\pi}{G\rho^{(0)}} \right)^{1/2}$ , носящих название джинсовского волнового вектора и длины волны соответ-

венно. Как видно из определения  $k_j$ , при  $k > k_j$  слагаемое с  $k^2 C_s^2 > 4\pi G\rho^{(0)}$  и

$$\omega^2 = \pm k C_s \left( 1 - \frac{k_j^2}{k^2} \right)^{1/2} \quad (4.94)$$

Легко видеть, что эта ветвь дисперсионного уравнения является устойчивой и описывает акустические колебания в среде. При  $k < k_j$  решение для  $\omega$  имеет только мнимую часть

$$\omega = \pm i \cdot 4\pi G\rho \left( 1 - \frac{k^2}{k_j^2} \right)^{1/2} \quad (4.95)$$

При этом мода с  $\omega = -i4\pi G\rho^{(0)} \left( 1 - \frac{k^2}{k_j^2} \right)$  соответствует растущей (неустойчивой) ветви, для которой увеличение амплитуды носит экспоненциальный характер  $\sim e^{|\omega|t}$

Обратимся к анализу частных случаев соотношения (4.95). Для среды с индексом 2 по аналогии с реалистической моделью будем использовать термин “тёмная материя”, а среда 1 будет моделировать смесь излучения и барионов. Рассмотрим дисперсионное уравнение (4.92). Нетрудно видеть, что решением этого уравнения является

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{A \pm \sqrt{D}}{2}, \quad (4.96)$$

где

$$A(k) = [k^2(C_1^2 + C_2^2) - 4\pi G\rho_{\text{tot}}] / 2, \\ D(k) = [k^2(C_1^2 - C_2^2) + 4\pi G\rho_{\text{tot}}]^2 = 16\pi Gk^2\rho_2(C_1^2 + C_2^2), \quad (4.97)$$

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_1 + \rho_2.$$

Как видно из системы уравнений (4.97),  $|A^2| < D$  при  $\rho_2 \neq 0$  и  $D(k) > 0$  при любых значениях модуля вектора  $k$ . Это означает, что для  $\omega(k)$  существуют нарастающая ( $\omega_+$ ) и затухающая ( $\omega_-$ ) ветви и две осциллирующие ветви  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$\omega_+ = -i \left( \frac{\sqrt{D(k)} - A(k)}{2} \right)^{1/2}, \quad \omega_- = i \left( \frac{\sqrt{D(k)} - A(k)}{2} \right)^{1/2},$$



$$\omega_{1,2} = \pm \left( \frac{\sqrt{D(k)} - A(k)}{2} \right)^{1/2} \quad (4.98)$$

Моделируя реалистическую ситуацию, возникающую в космологической плазме задолго до эпохи рекомбинации, компоненту  $i = 2$  будем считать холодной  $C_2 = 0$ . Итак, рассмотрим специальный случай, когда  $C_2 = 0$ ,  $k^2 C_1^2 = 4\pi G\rho_1$ , в однокомпонентном приближении соответствующий условию  $k = k_i$  для этой среды. Кроме того, предположим, что  $\rho_2 \ll \rho_1$ . Нас будет интересовать вопрос, как влияет незначительная по плотности примесь холодной ( $C_2 = 0$ ) материи на поведение возмущений с масштабом  $k = k_j^{(i)}$ . Из уравнений (4.97) и (4.98) в пределе  $\rho_2 \ll \rho_1$  получим

$$\omega_+ = -i\sqrt{4\pi G\rho_1} \left( \frac{\rho_2}{2\rho_1} \right)^{1/4} \quad (4.99)$$

Из (4.99) видно, что присутствие тёмной компоненты приводит к смещению критерия Джинса для одной компоненты, стимулируя неустойчивость системы.

Рассмотрим поведение ветви  $\omega_+$  в приближении  $k \rightarrow \infty$ . В этом приближении

$$\omega_+ = -i\left(\sqrt{4\pi G\rho_2}\right) \quad (4.100)$$

и по-прежнему в смеси “холодной” и горячей подсистем существует неустойчивая ветвь возмущений при  $k \rightarrow \infty$ .

#### 4.5.2. Изопотенциальные возмущения

В системе (4.90) возмущения энтропийного типа не эволюционируют во времени в соответствии с условием  $\frac{d\sigma_i}{dt} = 0$ . При этом из уравнения (4.90а) автоматически зануляется пекулярная скорость  $u_i$ . Из уравнения (4.90с) связь между возмущениями плотности и гравитационного потенциала имеет вид

$$\tilde{\phi} = C_{S(i)}^2 \tilde{\delta}_i + C_\rho^2 \sigma_i \rho_{0,i}^{-1} = 0. \quad (4.101)$$

Выражая  $\delta_i$  из уравнения (4.101) и подставляя результат в урав-

нение (4.90d), получим

$$\tilde{\phi} = \frac{4\pi G \sum_i \frac{C_{\rho^{(i)}}^2}{C_{S^{(i)}}^2} \sigma_i}{k^2 - 4\pi G \sum_i \frac{\rho_{0,i}}{C_{S^{(i)}}^2}}, \quad (4.102)$$

$$\tilde{\delta}_i = -\frac{C_{\rho^{(i)}}^2}{C_{S^{(i)}}^2} \frac{\sigma_i}{\rho_{0,2}} - \frac{4\pi G \sum_j \frac{C_{\rho^{(j)}}^2}{C_{S^{(j)}}^2} \sigma_j}{C_{S^{(i)}}^2 \left[ k^2 - 4\pi G \sum_j \frac{\rho_{0,j}}{C_{S^{(j)}}^2} \right]}. \quad (4.103)$$

В однокомпонентной модели из уравнений (4.102)÷(4.104) следует

$$\tilde{\delta} = \frac{k^2 C_{\rho}^2 \sigma}{\rho_0 (C_S^2 k^2 - 4\pi G \rho_0)}. \quad (4.104)$$

В предыдущих разделах этой главы мы отмечали, что частным случаем изопотенциальных возмущений является изотермическая мода, для которой флуктуации гравитационного потенциала отсутствуют. Полагая в уравнении (4.101)  $\tilde{\phi} = 0$ , для этой моды мы получим

$$\tilde{\delta}_i^* = -\frac{C_{\rho^{(i)}}^2}{C_{S^{(i)}}^2} \frac{\sigma_i}{\rho_{0,i}}, \quad (4.105)$$

а из условия  $\tilde{\phi} = 0$  немедленно следует связь с флуктуациями энтропии в каждой компоненте:

$$\sum_i \frac{C_{\rho^{(i)}}^2}{C_{S^{(i)}}^2} \sigma_i = 0. \quad (4.106)$$

Это означает, что возмущения энтропии в каждой подсистеме сфазированы таким образом, чтобы полностью компенсировать как возмущения полной плотности материи, так и соответствующие возмущения гравитационного потенциала. Заметим, что согласно уравнению (4.106) такая компенсация является устойчивой и может быть обусловлена начальными условиями зарождения флуктуаций (см. предыдущий раздел этой главы).

## 4.6. Релятивистская теория эволюции возмущений в расширяющейся Вселенной

Рассмотренная в предыдущем параграфе теория гравитационной неустойчивости в ньютоновском приближении не учитывает двух важнейших факторов, радикально изменяющих общие представления об эволюции возмущений. Прежде всего речь идёт о включении эффекта расширения Вселенной в общую схему анализа эволюции возмущений метрики, скорости и плотности многокомпонентной среды. Кроме того, важнейшую роль в тепловой истории Вселенной играет ультрарелятивистская материя, для которой скорость звука близка к скорости света в вакууме. Следовательно, наряду с эффектом расширения необходимо учесть релятивистские эффекты. Ещё один важный фактор – это реакция гравитации (возмущения метрики) на флуктуации плотности и скорости в многокомпонентной среде. В ньютоновском приближении мы уже рассмотрели этот фактор в разделе 4.5. Поскольку для возмущений метрики нам уже потребуется релятивистское обобщение уравнений движения, ясно, что в целом вся теория гравитационной неустойчивости должна базироваться на уравнениях общей теории относительности.

Мы уже отмечали ранее, что для однокомпонентной материи, характеризуемой уравнением состояния  $P = C_s^2 \rho$ , где  $C_s$  – адиабатическая скорость звука, впервые задача о развитии возмущений была поставлена и решена Е.М. Лифшицем [1946] практически в то же время, когда начинала создаваться сама теория “горячей” Вселенной. Заметим, что уже само название статьи Е.М. Лифшица – “О гравитационной устойчивости...” как бы свидетельствовало, что первичная плазма должна быть устойчивой относительно малых возмущений плотности, скорости и гравитационного потенциала. То, что из уравнений Лифшица следует вывод о гравитационной неустойчивости материи в конкретных космологических условиях, было впервые указано И. Новиковым [1964]. Об истории вопроса см. [Peebles, 1971]. Фактически на этом пути открылась новая перспектива, позволяющая предсказать возможный сценарий перехода космической материи из бесструктурного состояния, когда уровень флуктуаций был чрезвычайно мал, к состоянию с сильно структурированным распределением вещества, когда области с  $\delta\rho/\rho \gg 1$  отождествляются с галактиками и их скоплениями. Последо-

вательность такого перехода и темп возрастания возмущений зависят от состава материи [Зельдович, Новиков, 1975]. Рассмотрим этот процесс более подробно, используя ньютоновскую калибровку для возмущений метрики. Ограничимся для простоты анализом пространственно-плоской модели Вселенной, для которой метрический тензор задаётся соотношениями

$$g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik}, \quad (4.107)$$

где  $g_{00}^{(0)} = -a^2$ ,  $g_{0\alpha}^{(0)} = 0$ ,  $g_{\alpha\beta}^{(0)} = \alpha^2 \gamma_{\alpha\beta}$ ,  $\gamma_{\alpha\beta}$  – метрика пространства Минковского,  $h_{00} = -2a^2 \Psi_{\bar{k}} Q$ ,  $h_{0\alpha} = 0$ ,  $h_{\alpha\beta} = 2a^2 \Psi_{\bar{k}} Q \gamma_{\alpha\beta}$ ,  $\Psi_{\bar{k}}^{(\xi)}$  и  $\Phi_{\bar{k}}^{(\xi)}$  – возмущения метрики в ньютоновской системе отсчёта,  $Q$  – скалярные собственные функции оператора Лапласа (см. § 4.2), индекс  $\alpha$  пробегает значения от 1 до 3,  $\xi = \int \frac{dt}{a}$  – конформное время.

Следуя [Peebles, Yu, 1970], будем описывать возмущения реликтового излучения в рамках кинетического подхода (см. § 4.1), а возмущения в барионной фракции материи, скрытой массе и возможных других компонентах – гидродинамическими уравнениями.

При выводе уравнений, описывающих развитие возмущений в многокомпонентной среде, мы воспользуемся релятивистским аналогом системы (4.82)–(4.85), в которой уравнения движения для гидродинамических компонент следуют из условия сохранения

$$T_{i;k}^k = 0, \quad (4.108)$$

а роль уравнения Пуассона играют уравнения возмущения тензора Эйнштейна

$$G_i^k = R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R, \quad (4.109)$$

где  $T_i^k$  – тензор энергии материи,  $R_i^k$  – тензор Риччи,  $R = R_i^i$ ,  $i = 0, \dots, 3$  и  $\delta_i^k$  – символы Кронекера. В выбранной системе отсчёта (4.107) компонента возмущений тензора Эйнштейна выражается через потенциалы  $\Phi_{\bar{k}}$  и  $\Psi_{\bar{k}}$  [Hu, 1995]:

$$\delta G_0^0 = \frac{2}{a^2} \left[ 3 \left( \frac{a'}{a} \right)^2 \Psi_{\bar{k}} - 3 \frac{a'}{a} \Phi_{\bar{k}} - (k^2 - 3E) \Phi_{\bar{k}} \right] Q,$$

$$\begin{aligned} \delta G_\alpha^0 &= \frac{2}{a^2} \left[ \frac{a'}{a} k \Psi_{\bar{k}} - k \Phi'_{\bar{k}} \right] Q_\alpha, \\ \delta G_\alpha^\beta &= \frac{2}{a^2} \left\{ \left[ 2 \frac{a''}{a} - \left( \frac{a'}{a} \right)^2 \right] \Psi_{\bar{k}} + \left( \frac{a'}{a} \right) [\Psi'_{\bar{k}} - \Phi'_{\bar{k}}] - \frac{k^2}{3} \Psi_{\bar{k}} - \right. \\ &\quad \left. - \Phi'_{\bar{k}} - \frac{a'}{a} \Phi_{\bar{k}} - \frac{1}{3} (k^2 - 3E) \Phi_{\bar{k}} \right\} \delta_\alpha^\beta Q - \frac{1}{a^2} k^2 (\Psi_{\bar{k}} + \Phi_{\bar{k}}) Q_\alpha^\beta. \end{aligned} \quad (4.110)$$

В системе (4.110) приняты следующие обозначения:  $Q$  – собственные функции оператора Лапласа в метрике (4.107) (см. также раздел 4.2),

$$Q_\alpha \equiv -\frac{1}{k} Q_{;\alpha}, \quad Q_{\alpha\beta} \equiv k^{-2} Q_{;\alpha;\beta} + \frac{1}{3} \gamma_{\alpha\beta} Q.$$

Из уравнения (4.108) получим следующий релятивистский аналог уравнения неразрывности для каждой компоненты:

$$\delta'_j = 3 \frac{a'}{a} (\delta\omega_j) = -(1 + \omega_j) (kV_{j,\bar{k}} + 3\Phi'_{\bar{k}}), \quad (4.111)$$

где индекс  $j$  нумерует компоненту и

$$\omega_j = \frac{P_j}{\rho_j}, \quad (\delta\omega_j)_{\bar{k}} = \left( \frac{\delta P_j}{\delta \rho_j} - \omega_j \right) \delta_{j(\bar{k})}. \quad (4.112)$$

Подставляя (4.112) в (4.111) и вводя обозначение  $\Gamma_j = \left( \frac{\delta P_j}{\delta \rho_j} - C_{S(j)}^2 \right) \delta_{j(\bar{k})}$ , из уравнения (4.111) получим

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{\delta_{j(\bar{k})}}{1 + \omega_j} \right] = - \left( kV_{j(\bar{k})} + 3\Phi'_{(\bar{k})} \right) - 3 \frac{a'}{a} \omega_j \Gamma_j. \quad (4.113)$$

Как видно из определения,  $\Gamma_j$  характеризует изопотенциальную моду возмущений, для которой  $\Gamma_j \neq 0$ . В адиабатической моде  $\delta P_j / \delta \rho_j = C_{S(j)}^2$  и  $\Gamma_j = 0$ .

Обратимся к анализу возмущений гидродинамической скорости для каждой компоненты материи. Для этого, учитывая

уравнение (4.108), введём возмущение для вектора

$$\delta\left(\tilde{T}_{i;k}^k - u_i u^l \tilde{T}_{l;p}^p\right) = 0, \quad (4.114)$$

где  $\tilde{T}_i^k$  – тензор энергии-импульса каждой компоненты и  $u_i$  – четырёхмерная скорость. Следуя стандартной технике теории возмущений в линейном приближении будем иметь [Ну, 1995]

$$\begin{aligned} v'_{j(\bar{k})} + \frac{a'}{a}(1-3\omega_j)v_{j(\bar{k})} + \frac{\omega'_j}{1+\omega_j}v_{j(\bar{k})} = \\ = \frac{(\delta P_j / \delta \rho_j)}{1+\omega_j} k \delta_{j(\bar{k})} - \frac{2}{3} \frac{\omega_j}{1+\omega_j} \left(1 - \frac{E}{k^2}\right) k \Pi_{j(\bar{k})} + k \Psi_{j(\bar{k})}, \end{aligned} \quad (4.115)$$

где  $\Pi_{j(\bar{k})}$  – анизотропная часть возмущений тензора энергии-импульса,

$$\delta T_\alpha^\beta = P_j \left( \frac{\delta P_j}{P_j} \delta_\alpha^\beta Q + \Pi_{j(\bar{k})} Q_\alpha^\beta \right), \quad (4.116)$$

а остальные обозначения не изменены.

Для многокомпонентной среды связь между возмущениями метрики и возмущениями тензора энергии-импульса осуществляется посредством возмущённых уравнений Эйнштейна

$$\delta G_i^k = \frac{8\pi G}{c^4} \delta T_i^k. \quad (4.117)$$

Здесь компоненты тензора  $\delta T_i^k$  выражаются посредством суммирования по всем сортам материи через обобщённую плотность, давление и импульс материи,

$$\begin{aligned} \rho_{\text{tot}} \delta_{\text{tot}(\bar{k})} &= \sum_i \rho_i(\xi) \delta_{i(\bar{k})}, \\ \delta P_{\text{tot}(\bar{k})} &= \sum_i \delta P_{i(\bar{k})}, \\ (\rho_{\text{tot}} + P_{\text{tot}}) v_{\text{tot}(\bar{k})} &= \sum_i [\rho_i(\xi) + P_i(\xi)] v_{i(\bar{k})}, \\ P_{\text{tot}} \Pi_{\text{tot}(\bar{k})} &= \sum_i P_i(\xi) \Pi_{i(\bar{k})}, \\ \rho'_{\text{tot}} C_{\text{tot}}^2 &= \sum_i \rho'_i(\xi) C_i^2(\xi), \end{aligned} \quad (4.118)$$

где переменные  $\{x_i(\xi)\}$  обозначают невозмущённые величины.

Таким образом, система уравнений (4.110), (4.111), (4.115) и (4.118) исчерпывает математический аспект релятивистской постановки задачи о развитии возмущений в расширяющейся Вселенной в её наиболее общей постановке.

Наряду с анализом сложных систем, включающих несколько фракций материи в том числе и фракцию бесстолкновительных частиц (например, нейтрино), из общей постановки задачи следует ряд важных выводов относительно динамики развития возмущений в более простых системах. В частности, задолго до эпохи рекомбинации водорода на радиационной фазе эволюции материи оптическая толща плазмы по томпсоновскому рассеянию была чрезвычайно высока ( $\tau \gg 10^2$ ).

Отвлекаясь от роли бесстолкновительных нейтрино и массивной гравитирующей компоненты, связанной с нерелятивистской тёмной материей, излучение и барионы можно рассматривать как идеальную жидкость, характеризуемую адиабатической скоростью звука  $C_s^2 = 1/3$ . Для простоты будем считать, что изопотенциальные моды в такой среде отсутствуют и возмущения в смеси излучения и барионов являются адиабатическими. Наличие “сильной связи” между электронами, протонами и излучением, при условии  $\rho_\gamma \gg \rho_b$ , приводит к подавлению анизотропной части тензора энергии-импульса такой комбинированной жидкости и автоматически обуславливает связь между потенциалами  $\Psi = -\Phi$  в ньютоновской системе отсчёта. Тогда из компоненты  $\delta_0^0$  уравнений (4.117) немедленно следует

$$k^2 \Phi_{\bar{k}} = \frac{16}{3} \pi G a^2 \rho_T \Delta_{T(\bar{k})}, \quad (4.119)$$

где  $\Delta_{T(\bar{k})} = \frac{3}{4} \left( \delta_{\bar{k}} + 4 \frac{a'}{a} v_{\bar{k}} \right)$  и связь между  $\Delta_T$  и  $v_{\bar{k}}$  даётся следующими уравнениями (см. уравнения (4.111), (4.115) и (4.117)):

$$\Delta'_{T(\bar{k})} - \frac{a'}{a} \Delta_{T(\bar{k})} = -k v_{\bar{k}}, \quad (4.120)$$

$$v'_{\bar{k}} + \frac{a'}{a} v_{\bar{k}} = \left( C_s^2 k - \frac{16}{3} \pi G \rho_T a^2 \right) \Delta_{T(\bar{k})}.$$

На ранних фазах расширения Вселенной с уравнением состояния материи  $P = \epsilon/3$  ( $C_s^2 = \frac{1}{3}$ ) невозмущённые уравнения Эйнштейна

приводят к следующему соотношению:

$$\left(\frac{a'}{a}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho a^2, \quad a'' = 0. \quad (4.121)$$

Тогда для  $\Delta_{T(\bar{k})}$  из уравнений (4.119)÷(4.121) получим простое уравнение

$$\Delta''_{T(\bar{k})} + \left(\frac{k^2}{3} - \frac{2}{\xi^2}\right)\Delta_{T(\bar{k})} = 0, \quad (4.122)$$

решение которого представлено в виде

$$\Delta_{T(\bar{k})} = \left[ C_1 J_{3/2}\left(\frac{k\xi}{\sqrt{3}}\right) + C_2 Y_{3/2}\left(\frac{k\xi}{\sqrt{3}}\right) \right] \left(\frac{k\xi}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}, \quad (4.123)$$

где  $J_\nu(x)$  и  $Y_\nu(x)$  – функции Бесселя первого и второго рода соответственно, а  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования.

Рассмотрим асимптотики этого решения в пределе длинных и коротких волн. В длинноволновом приближении  $\frac{k\xi}{\sqrt{3}} \ll 1$  растущая мода возмущений даётся соотношением

$$\Delta_{T(\bar{k})} \approx C_1 \left(\frac{k\xi}{2\sqrt{3}}\right)^{3/2} \left(\frac{k\xi}{\sqrt{3}}\right)^{1/2} \propto \left(\frac{k\xi}{\sqrt{3}}\right)^2 \quad (4.124)$$

Для коротких волн  $\frac{k\xi}{\sqrt{3}} \gg 1$  и соответствующие асимптотики функций Бесселя приводят к следующему результату:

$$\Delta_{T(\bar{k})} \propto C_1 \cos \frac{k\xi}{\sqrt{3}} + C_2 \sin \frac{k\xi}{\sqrt{3}}. \quad (4.125)$$

Необходимо отметить, что осциллирующее решение в форме (4.125) было исследовано в целом ряде работ (см., например, [Bisnovatij-Kogan, Lukash, Novikov, 1983]) и его космологическая роль имеет непреходящее значение для физики реликтового излучения. В следующей главе мы остановимся подробнее на уточнении этого решения, реализуемого для описания среды, состоящей из космологической водородно-гелиевой плазмы и излучения непосредственно вблизи момента рекомбинации. Ниже мы рассмотрим абсолютно полярную асимптотику, когда скорость звука в системе  $C_s = 0$ , т.е. возмущения плотности, ско-



рости и гравитационного потенциала развиваются в “пылевой” среде. В “барионной” модели, являющейся основой для создания более сложных космологических моделей, включающих различного рода реликтовые массивные и безмассовые частицы, такая асимптотика возникает неизбежно. После рекомбинации водорода возмущения в барионах и излучении развиваются независимо, а так как  $\rho_b \gg \rho_\gamma$  (при  $\Omega_{bh^2} > 0,1$ ), то основной динамической компонентой является нерелятивистский газ барионов. Действительно, из уравнений (4.111), (4.115) и (4.117) следует, что развитие возмущений в пылевидной среде описывается уравнениями вида

$$\Delta'_{T(\bar{k})} = -kV_{\bar{k}}, \quad V'_k + \frac{a'}{a}V_{\bar{k}} = k\Phi, \quad k^2\Phi_{\bar{k}} = 4\pi G\rho_b\Delta_{T(\bar{k})}a^2, \quad (4.126)$$

откуда следует уравнение для  $\Delta'_{T(\bar{k})} = \delta b + 3\frac{a'}{a}V_{\bar{k}}$ :

$$\Delta''_{T(\bar{k})} + \frac{a'}{a}\Delta'_{T(\bar{k})} - 4\pi G\rho_b a^2\Delta_{T(\bar{k})} = 0. \quad (4.127)$$

С учётом  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  компоненты невозмущённых уравнений Эйнштейна

$$3\left(\frac{a'}{a}\right)^2 = 8\pi G\rho_b a^2 \quad (4.128)$$

и  $a \propto \xi^2$ , для растущей и затухающей мод возмущений плотности в барионах получим

$$\Delta'_{T(\bar{k})} = -kV_{\bar{k}}, \quad V'_k + \frac{a'}{a}V_{\bar{k}} = k\Phi, \quad (4.129)$$

где  $C_1^+$  и  $C_2^+$  – постоянные интегрирования. Таким образом, в барионной (пылевидной) материи после эпохи рекомбинации водорода темп роста возмущений принципиально отличается от ньютоновского экспоненциального режима, рассмотренного в предыдущем параграфе. Тем не менее степенной рост амплитуды флуктуаций плотности оказывается принципиально важным для понимания возможных механизмов формирования структур в расширяющейся Вселенной [Новиков, 1964].

Следует особо подчеркнуть, что с позиций современной космологии, базирующейся на концепции небарионной скрытой

массы, постановка задачи о гравитационной неустойчивости барионной среды выглядит несколько академической. Хорошо известно, что возмущения плотности в тёмной материи развиваются независимо от того, произошла рекомбинация водорода или нет. Иными словами, поскольку тёмная материя взаимодействует с электромагнитным излучением лишь гравитационно, для развития возмущений в ней наиболее важным является соотношение между плотностью “скрытой массы” и плотностью излучения [Bardeen, 1980]. В то же время, возвращаясь к классической барионной модели, мы преследуем вполне определённую цель.

Рассмотрение этой модели позволит нам наиболее просто описать возникновение систематических осцилляций в спектре возмущений плотности, возникающих после рекомбинации водорода. Механизм возникновения этих осцилляций был открыт Сахаровым [1965]. Описание их см. в книге [Zeldovich, Novikov, 1983], где они были названы “сахаровскими осцилляциями”. Явление, открытое А.Д. Сахаровым, оказалось чрезвычайно важным для космологии. Оно определяет природу модуляций углового спектра анизотропии и поляризации реликтового излучения, которую мы будем обсуждать в последующих разделах. Эти модуляции так же называют сахаровскими [Naselsky, I. Novikov, 1993; Jørgensen et al., 1995]. Они связаны с существованием акустических мод в малых возмущениях космологической среды до эпохи рекомбинации. Разумеется акустические моды возмущений существуют не только в барионной модели, но и во всех современных космологических моделях.

#### **4.7. Сахаровские модуляции спектра возмущений плотности в барионной Вселенной**

«Можно предполагать, что на ранней стадии расширения вещество во Вселенной было почти однородным и “первичные” астрономические объекты возникли в результате гравитационной неустойчивости. Хотя со стороны ряда астрономов и астрофизиков такая точка зрения встречает возражения, исследование её представляется необходимым. Для развития такой гипотезы большое значение имеет изучение законов нарастания малых неоднородностей плотности и нахождение статистических характеристик начальных неоднородностей»...

Этот раздел мы начали с цитаты, взятой из введения к работе

А.Д. Сахарова [1965] “Начальная стадия расширения Вселенной и возникновение неоднородностей распределения Вещества” Любопытно, что для специалистов в области квантовой гравитации эта работа известна тем, что в ней Андрей Дмитриевич попытался обосновать связь между классическими догалактическими возмущениями материи и квантовыми шумами в рамках широко обсуждавшейся тогда “холодной” модели Вселенной и низкими начальными температурами плазмы и удельной энтропией излучения. Сам Андрей Дмитриевич так характеризует свои впечатления об этой статье: “Использование ‘холодной’ модели в значительной степени обесценило мою первую космологическую работу. Некоторый интерес представляют результаты, относящиеся к теории гравитационной неустойчивости, в том числе (в особенности) квантовой, и гипотезы об уравнении состояния при сверхвысоких плотностях. Квантовый случай неустойчивости я рассмотрел с помощью точного автомоделного решения для волновой функции гармонического осциллятора с переменными параметрами: тут большие трудности представил учёт эффектов давления, но я их преодолел (как – отсылаю интересующихся к моей работе; я запомнил день, когда мне удалось найти решение – 22 апреля 1964 года)” [А.Д. Сахаров, Научные труды (1999) (Комментарии к статье 21 стр. 213)].

Отметим три важных момента, о которых идёт речь в статье и комментариях к ней.

1) А.Д. Сахаров впервые рассматривал развитие возмущений в среде, имеющей сложное уравнение состояния вида  $\epsilon = A(n) n^{4/3}$ , включающего и возможные зоны отрицательного давления.

2) Для этой среды он разработал метод анализа возмущений как для классического, так и для квантового подхода.

3) Он впервые показал, что при смене уравнения состояния среды с более “жёсткого” на “пылевое” ( $P \ll \epsilon$ ), амплитуды возмущений на заключительной фазе “наследуют” модуляции, обусловленные эффектом градиента давления на предыдущей, “жёсткой” фазе (формула 38а статьи [Сахаров, 1965])<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> На “современном языке” функция  $F(N) = \frac{\Delta N}{N}$ , где  $\Delta N$  – среднеквадратичное отклонение числа частиц  $N$  в выделенном объёме  $V$ , используемая А.Д. Сахаровым (1965), это не что иное, как контраст плотности  $\delta\rho/\rho = \frac{v\Delta N}{mN}$ , где  $m$  – масса частицы.

Следует отметить, что цитируемая работа А.Д. Сахарова обладает одной важной особенностью: там используется техника расчёта, резко отличающаяся от общепринятой. Кроме того, переход плазмы из ионизованного в нейтральное состояние в ходе рекомбинации водорода формально включён в обсуждаемую модель уравнения состояния, однако нигде речь не идёт конкретно именно об этом виде “фазового перехода”. По-видимому, первыми, кто дал наглядную детальную интерпретацию сахаровского эффекта модуляций амплитуды возмущений в ходе рекомбинации водорода, были Я.Б. Зельдович и И.Д. Новиков в своей монографии [1975, 1983], которая была хорошо известна в России, начиная с момента выхода её русского варианта в 1975 г. Позже, в 1981 г. Peebles детально исследовал переходные эффекты в барионно-фотонном газе в эпоху рекомбинации водорода и показал, как сахаровские колебания могут проявить себя в корреляционной функции галактик [Peebles, 1981]. Ниже мы будем следовать общей идеологии описания сахаровских колебаний в спектре адиабатических возмущений в “барионной” Вселенной, предложенной в монографии Зельдовича и Новикова.

Прежде всего, учтём, что осциллирующий режим для флуктуаций плотности и скорости фотонно-барионной “жидкости” характерен для высокочастотных мод возмущений, размер которых существенно меньше космологического горизонта  $\sim ct$  в эпоху до рекомбинации водорода. Очевидно, в этом случае эффекты гравитационного взаимодействия частиц не существенны и возмущения эволюционируют в режиме звуковых волн<sup>4</sup>:

$$\delta'_{b(\bar{k})} \simeq C_1 \cos \frac{k\xi}{\sqrt{3}} + C_2 \sin \frac{k\xi}{\sqrt{3}}. \quad (4.130)$$

Из уравнения неразрывности для смеси барионов и фотонов немедленно следует, что поле скорости связано с возмущениями плотности простым соотношением

$$v_{b(\bar{k})} = +ik^{-1} \delta'_{b(\bar{k})} \quad (4.131)$$

и тоже осциллирует во времени:

$$v_k(\xi) = \frac{i}{\sqrt{3}} \left[ C_2 \cos \frac{k\xi}{\sqrt{3}} - C_1 \sin \frac{k\xi}{\sqrt{3}} \right]. \quad (4.132)$$

В момент  $\xi = \xi_{\text{rec}}$  происходит рекомбинация водорода и воз-

<sup>4</sup> Заметим, что первичные звуковые волны затухают в коротких масштабах из-за наличия вязкости. Это так называемое силковское затухание [Silk, 1968]. Для настоящего обсуждения этот эффект не принципиален.

мушения в барионах и излучении развиваются независимо. Оговоримся при этом, что после момента рекомбинации возмущения в пылевой компоненте начинают нарастать. Темп роста, как функция конформного времени  $\xi$ , зависит от соотношения плотностей барионов и излучения. При выводе уравнения (4.132) считалось, что  $\rho_\gamma \gg \rho_m$  и скорость звука в смеси практически совпадает с  $C_s^2 = 1/3$ . Если это соотношение между скоростями сохраняется до момента  $\xi = \xi_{\text{rec}}$ , то сразу же после рекомбинации темп роста возмущений в барионах будет несколько ниже, чем (4.129) в силу влияния плотности излучения. Интересуясь в дальнейшем качественной стороной эффекта, ниже мы будем пренебрегать влиянием излучения на поведение  $\delta_b(\xi > \xi_{\text{rec}})$ , отсылая читателя к работе [Reebls, 1981], где эти эффекты описаны детально. Итак, будем моделировать поведение возмущений в барионной фракции материи сразу же после момента рекомбинации с помощью решения вида (4.129). Соответствующее выражение для поля скорости даётся уравнением неразрывности (4.131), из которого следует

$$v_k(\xi)^+ = \frac{i}{k} \left[ 2C_1^+ \xi - \frac{3C_2^+}{\xi^4} \right], \quad (4.133)$$

а для  $\delta_b^+(\xi)$  сохраняется выражение (4.129). Индекс + означает, что соответствующие величины относятся к моменту  $\xi \geq \xi_{\text{rec}}$ . Наша задача состоит в нахождении связи между коэффициентом  $C_1^+$ , относящимся к амплитуде растущей моды возмущений  $\delta_b^+$  через постоянные  $C_1$  и  $C_2$ , заданные на акустической фазе развития возмущений. Основная идея “сшивки” решений заключается в том, что поле скорости в барионах не претерпевает “скачков” в момент рекомбинации водорода  $\xi = \xi_{\text{rec}}$ . Это означает, что

$$\frac{i}{k} \left[ 2C_1^+ \xi_{\text{rec}} - \frac{3C_2^+}{\xi_{\text{rec}}^4} \right] = \frac{i}{\sqrt{3}} \left[ C_2 \cos \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} - C_1 \sin \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \right]. \quad (4.134)$$

Аналогично для поля возмущений плотности в момент  $\xi = \xi_{\text{rec}}$  будем иметь

$$\left( C_1 \cos \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} + C_2 \sin \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \right) = C_1^+ \xi_{\text{rec}}^2 + C_2^+ \xi_{\text{rec}}^{-3}. \quad (4.135)$$

Для возмущений с  $k\xi_r / \sqrt{3} \gg 1$  из уравнений (4.134), (4.135)

получим

$$C_1^+ \approx \frac{k\xi_{\text{rec}}}{5\sqrt{3}} \left( C_2 \cos \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} - C_1 \sin \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \right) \left( \frac{\xi}{\xi_{\text{rec}}} \right)^2 \quad (4.136)$$

и, следовательно, растущая мода возмущений при  $\xi > \xi_{\text{rec}}$  имеет следующий вид:

$$\delta_b^+(\xi) \approx \frac{k\xi_{\text{rec}}}{5\sqrt{3}} \left( C_2 \cos \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} - C_1 \sin \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \right) \left( \frac{\xi}{\xi_{\text{rec}}} \right)^2 \quad (4.137)$$

Из уравнения (4.137) следуют два важнейших вывода. Во-первых, амплитуда возмущений возрастает по мере уменьшения длины волны (или, что то же самое, увеличения  $k$ ), как  $\frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \gg 1$ .

Этот эффект "подскока" был впервые предсказан А.Д. Сахаровым (1965). Во-вторых, как в амплитуде  $C^+$ , так и в спектре возмущений

$$\begin{aligned} \left\langle \left| \delta_{b(\bar{k})}^{(\xi)} \right|^2 \right\rangle \approx & \frac{k^2 \xi_{\text{rec}}^2}{75} \left( \frac{\xi}{\xi_{\text{rec}}} \right)^4 \left\{ \left\langle \left| C_{2(\bar{k})} \right|^2 \right\rangle \cos^2 \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} + \right. \\ & \left. + \left\langle \left| C_{1(\bar{k})} \right|^2 \right\rangle \sin^2 \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} - \left\langle \left| C_{1(\bar{k})} C_{2(\bar{k})} \right| \right\rangle \sin^2 \frac{2k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} \right\} \end{aligned} \quad (4.138)$$

возникают осцилляции, обусловленные акустическими модуляциями амплитуды возмущений в момент перехода при  $\xi = \xi_{\text{rec}}$ . Собственно, этот эффект также был предсказан А.Д. Сахаровым [1965] в его классической работе. Необходимо отметить, что в самом общем случае модуляционная часть спектра (4.138) содержит гармонические функции от удвоенной фазы

$$\varphi = 2 \frac{k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} :$$

$$V(k) = \frac{1}{A(k)} + \frac{B^{(k)}}{A(k)} \cos \frac{2k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}} + \frac{C^{(k)}}{A(k)} \sin \frac{2k\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}}, \quad (4.139)$$

где

$$A^{(k)} = \frac{1}{2} \left[ \left\langle C_{1(\bar{k})}^2 \right\rangle + \left\langle C_{2(\bar{k})}^2 \right\rangle \right], \quad B^{(k)} = \frac{1}{2} \left[ \left\langle C_{2(\bar{k})}^2 \right\rangle - \left\langle C_{1(\bar{k})}^2 \right\rangle \right],$$

$$C^{(k)} = - \left\langle C_{1(\bar{k})}^2 C_{2(\bar{k})}^2 \right\rangle.$$

Как мы уже отмечали выше, детальный анализ развития адиабатических возмущений в эпоху рекомбинации космологического водорода был дан в работе [Peebles, 1981]. В этой работе автор аппроксимировал результаты численных расчётов следующей функцией модуляций:

$$M_p(k) = \cos^2(\Phi + Wk + \nu k^2). \quad (4.140)$$

Здесь  $\Phi$ ,  $W$  и  $\nu$  – численные константы, зависящие от параметра  $\Omega_b h^2$ . В частности, в модели с  $\Omega_b h^2 = 0,03$  Пиблс [Peebles, 1981] приводит следующие значения для этих постоянных:  $\Phi = 5,75$  радиан,  $W = 182,9$  Мпк<sup>-1</sup> и  $\nu = -18,3$  Мпк<sup>-2</sup>. Для того, чтобы воспользоваться результатами этой работы, конкретизируем связь между функциями модуляций  $M(k)$  и  $M_p(k)$ . Обозначим  $\frac{\xi_{\text{rec}}}{\sqrt{3}}$  в уравнении (4.139) через  $r_{\text{rec}}$  – акустический горизонт эпохи рекомбинации, пересчитанный на современный момент  $z = 0$ . Сопоставление выражений (4.139) и (4.140) показывает, что  $r_H = W$ . Далее пренебрежём квадратичным по модулю волнового вектора  $k$  слагаемым в фазе (4.140), что приводит к соответствующим ограничениям на масштабы неоднородностей:

$$1 \ll kr_H \ll \left| \frac{W^2}{\nu} \right| \approx 1,8 \cdot 10^3$$

Тогда сравнение выражений (4.139) и (4.140) приводит к следующей нормировке функций:

$$g(k) = \frac{B(k)}{A(k)} = \cos 2\Phi = 0,98 \approx 1, \quad (4.141)$$

$$f(k) = f = \frac{C(k)}{A(k)} = -\sin 2\Phi \approx -0,2.$$

Зададимся вопросом как и, самое главное, для каких характеристик распределения барионной материи должны проявляться сахаровские осцилляции? На первый взгляд сама постановка вопроса кажется несколько странной. Мы уже не раз подчёркивали академический характер рассматриваемой барионной модели, не учитывающей космологической скрытой массы и, следовательно, не претендующей на сколько-нибудь серьёзное сравнение с современными наблюдательными данными. Однако особенность проявления сахаровских модуляций как раз и может



являться дополнительным аргументом в пользу того, что космологическая скрытая масса действительно существует и более того – она действительно имеет небарионную природу. Итак, действуя от противного, предположим, что небарионной скрытой массы во Вселенной нет. Тогда, как мы видели несколько выше, спектр возмущений плотности в веществе после момента рекомбинации должен содержать сахаровские модуляции вида (4.140). Временная эволюция возмущений на фазе  $\xi \gg \xi_{\text{rec}}$  идентифицируется легко:  $\delta_B(\xi) \propto \xi^2$  для растущей моды возмущений в пространственно-плоской модели Вселенной. Следуя [Peebles, 1981], введём двухточечную корреляционную функцию

$$\xi(r, \xi) = \langle \rho(\bar{r} + \bar{s})\rho(\bar{s}) \rangle / \langle \rho \rangle^2 - 1 \quad (4.142)$$

для возмущений плотности и представим её пространственную часть в виде

$$\xi(r) = \int k^2 \langle |\delta_k^2| \rangle \frac{\sin kr}{kr} dk, \quad r = |\bar{r}|, \quad (4.143)$$

где  $\langle |\delta_k|^2 \rangle$  – пространственный спектр мощности флуктуаций.

Из уравнений (4.139), (4.140) следует, что спектр  $\langle |\delta_k|^2 \rangle$  может быть представлен в виде произведения монотонного и осциллирующего сомножителей

$$\langle |\delta_k|^2 \rangle \approx C(k)[1 + g(k)\cos 2kr_H + f(k)\sin 2kr_k], \quad (4.144)$$

где  $C(k)$  соответствует немодулированной части спектра. Тогда, подставляя выражение (4.144) в (4.143) получим

$$\xi(r) = \xi_0(r) + \xi_1(r) + \xi_2(r), \quad (4.145)$$

где

$$\xi_0(r) = \int k^2 C(k) \frac{\sin kr}{kr} dk,$$

$$\xi_1(r) = \int k^2 C(k) \cdot g(k) \frac{\sin kr}{kr} \cos 2kr_H dk,$$

$$\xi_2(r) = \int k^2 C(k) \cdot f(k) \frac{\sin kr}{kr} \sin 2kr_H dk.$$

Воспользуемся тем обстоятельством, что  $g(k) \approx 1$ , тогда после элементарных тригонометрических преобразований функция



$\xi_1(r)$  выражается через функцию  $\xi_0(r)$  следующим образом:

$$\xi_1(r) = \frac{1}{3} \left[ \frac{2r_H - r}{r} \xi_0(2r_H - r) - \frac{2r_H + r}{r} \xi_0(2r_H + r) \right]. \quad (4.146)$$

Как видно из этой формулы, поведение функции  $\xi_1(r)$  при  $r \rightarrow 2r_H$  обладает целым рядом особенностей. Во-первых, при  $r \rightarrow 2r_H$  вторым слагаемым в правой части уравнения (4.146) можно пренебречь, так как  $\xi_0(4r_H) \rightarrow 0$  при  $r_H \gg r_c$ , где  $r_c$  – корреляционный радиус для функции  $\xi_0(r)$ :

$$r_c^2 = -\frac{\xi_0(0)}{\xi_0''(0)}. \quad (4.147)$$

В окрестности  $r \rightarrow 2r_H$  корреляционная функция  $\xi_0(r)$  может быть разложена в ряд Тейлора по малому параметру  $r - 2r_H \ll \ll |r_c|$ . Введём переменную  $y = \frac{r - 2r_H}{r_c}$ . Тогда в терминах  $y$  поведение  $\xi_0(r \rightarrow 2r_H)$  в окрестности  $y \ll 1$  даётся выражением

$$\xi_1(y) = \frac{1}{6} \frac{r_c}{r_H} \sigma^2 \cdot y \left( 1 - \frac{y^2}{2} + \beta \frac{y^4}{4!} \right), \quad (4.148)$$

где  $\sigma^2 \equiv \xi_0(0)$ ,  $\beta = \frac{\xi_0(0)\xi_0^{IV}(0)}{|\xi_0''(0)|^2}$ ,  $\xi_0^{IV}$  – четвёртая производная от  $\xi_0(y)$  по  $y$ , взятая в точке  $y = 0$ .

Обратимся к анализу поведения функции  $\xi_2(r)$  в окрестности точки  $r = 2r_H$ ,

$$\xi_2(r \rightarrow 2r_H) \approx \frac{f}{2r_H} \int kG(k) \left[ 1 - \frac{k^2 r_c^2}{2} y^2 + \frac{k^4 r_c^4}{24} y^4 \right] dk. \quad (4.149)$$

Важная особенность функции  $\xi_2(r)$  заключается в том, что её поведение не выражается через моменты  $\xi_0$ ,  $\xi_0''$  и  $\xi_0^{IV}$ . В частности, значение функции  $\xi_2(y = 0)$  выражается через интеграл от регулярной части спектра,

$$\xi_0(y = 0) = \frac{f}{2r_H} \int kC(k) dk, \quad (4.150)$$

который отличается от  $\xi_0(0)$  на фактор  $k^{-1}$  в подынтегральном выражении:

$$\xi_0(k) \approx \int k^2 C(k) dk. \quad (4.151)$$

Введём среднее значение волнового вектора  $k^n$ , взвешенное по

спектру  $C(k)$  следующим образом:

$$\langle k^n \rangle = \frac{\int k^2 k^n C(k) dk}{\int k^2 C(k) dk} \quad (4.152)$$

для положительных и отрицательных значений  $n$ . Предположим, что монотонная часть спектра имеет вид

$$G(k) = Ak^m T_b(k), \quad (4.153)$$

где  $k^m$  соответствует первичному спектру возмущений (например,  $P(k)Ak$  – спектр Харрисона–Зельдовича) и  $T_b(k)$  – передаточная функция, учитывающая различный закон поведения возмущений в режиме  $k\xi \gg 1$  и  $k\xi \ll 1$ , кроме модуляционной части. Для качественного описания эффекта будем моделировать  $T_b(k)$  экспоненциальной функцией вида

$$T_b(k) = e^{-k^2 r_\alpha^2}, \quad (4.154)$$

где  $r_\alpha$  – характерный масштаб высокочастотного обрезания спектра. Тогда из уравнения (4.152) получим простую оценку для  $\langle k^n \rangle$  в классе спектров вида (4.153)

$$\langle k^n \rangle \approx r_\alpha^{-n} \frac{\Gamma\left(\frac{n+m+1}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{2} + 1\right)}, \quad (4.155)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. В терминах  $\langle k^n \rangle$  выражения для корреляционного масштаба  $r_c^2$ , параметра  $\beta$  и  $\xi_2(y \rightarrow 0)$  выглядят следующим образом:

$$r_c^2 = \frac{3}{2} \langle k^2 \rangle^{-1}, \quad \beta = \frac{g}{20} \frac{\langle k^4 \rangle}{\langle k^2 \rangle^2}, \quad (4.156)$$

$$\xi_2(y) = \frac{f}{2r_H} \langle k^{-1} \rangle \sigma^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{r_c^2 \langle k \rangle}{\langle k^{-1} \rangle} y^2 + \frac{r_c^4}{24} y^4 \frac{\langle k^3 \rangle}{\langle k^{-1} \rangle} \right].$$

Поскольку  $\xi_0(r = 2r_H)$  пренебрежимо мала, поведение функции  $\xi(r)$  при  $r \rightarrow 2r_H$  будет определяться суперпозицией функций  $\xi_1(r)$  и  $\xi_2(r)$ . В самом общем виде из уравнений (4.148) и (4.156) следует, что  $\xi(r) \approx \xi_1(y) + \xi_2(y)$  имеет форму кривой четвертого порядка по параметру  $y$ . В самом общем случае для определения экстремумов функции  $\xi(y)$  уравнение для соответствующих  $y$ .

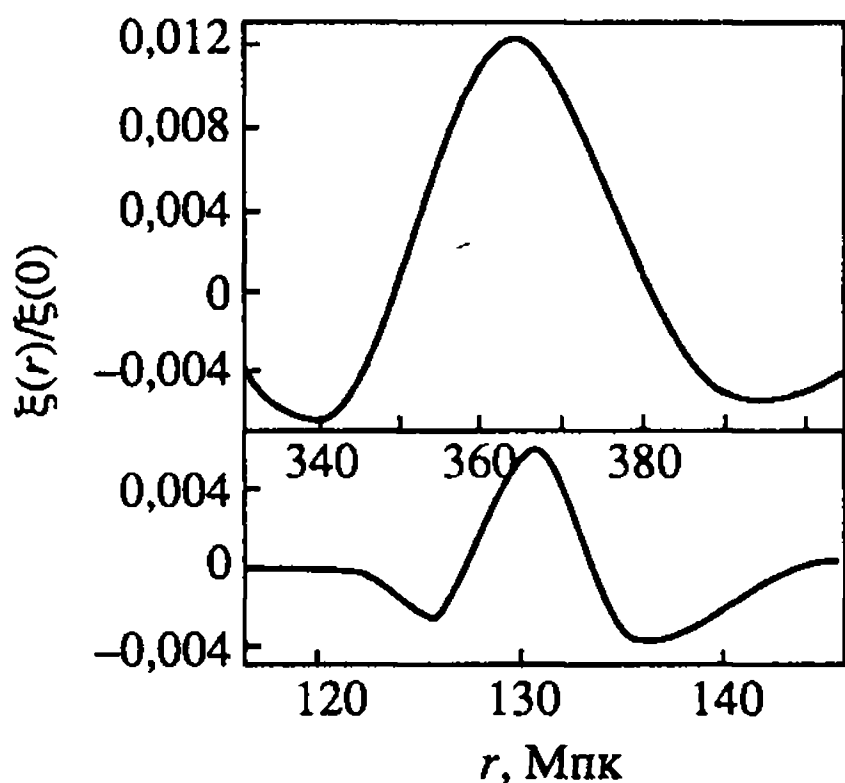
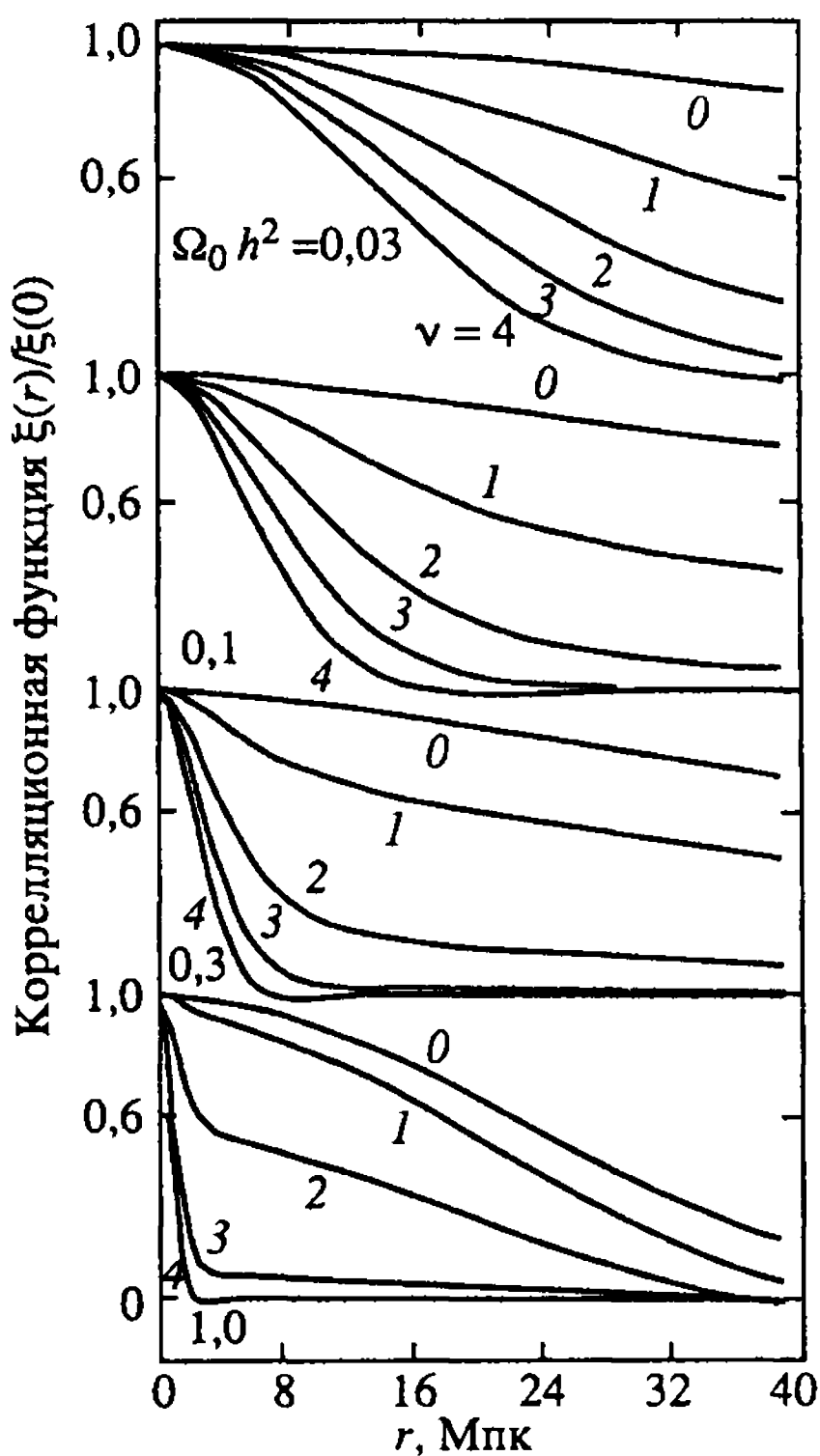
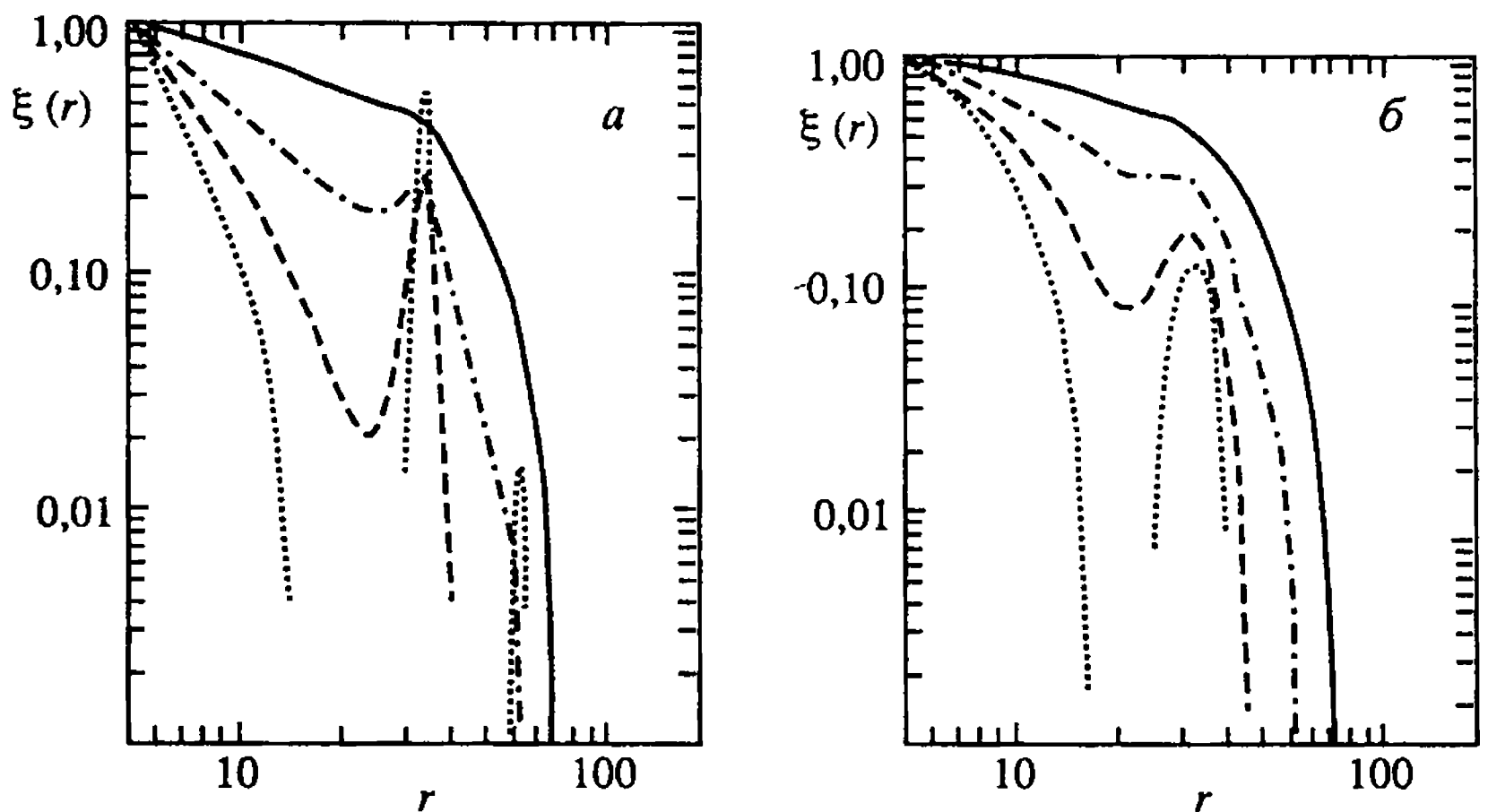


Рис. 4.2. Поведение корреляционной функции для адиабатических возмущений на масштабах  $r \sim 2r_H$  [Peebles, 1981]

Рис. 4.3. Поведение корреляционной функции в моделях [Peebles, 1981] при  $r \ll 2r_H$



будет третьего порядка. Следовательно, структура  $\xi(y)$  в окрестности этих точек будет соответствовать либо двум минимумам и одному максимуму между ними, либо двум максимумам и минимуму в случае трёх действительных корней. Расчёты Peebles [1981] показывают, что реализуется первый вариант, представленный на рис. 4.2. Для сравнения на рис. 4.3 приведена зависимость корреляционной функции  $\xi(r)$  от радиуса  $r$  при  $r \ll 2r_H$  [Peebles, 1981]. Таким образом, из этих двух рисунков видно, что сахаровские модуляции спектра проявляют себя наиболее отчётливо на пространственных масштабах  $r \approx 2r_H$ , а не на малых  $r$ , где высокочастотные модуляции спектра усредняются и сильно сглаживаются. Для “барионной” модели Вселенной характерный масштаб пекулярностей оказывается чрезвычайно велик. При  $\Omega_b h^2 \approx 0,03$  он близок к 360 Мпк, что лежит далеко за пределами возможностей современных обзоров галактик и скоплений. В то же время обнаружение подобной аномалии в корреляционной функции явилось бы веским аргументом в пользу барионной модели Вселенной с первичными адиабатическими возмущениями.



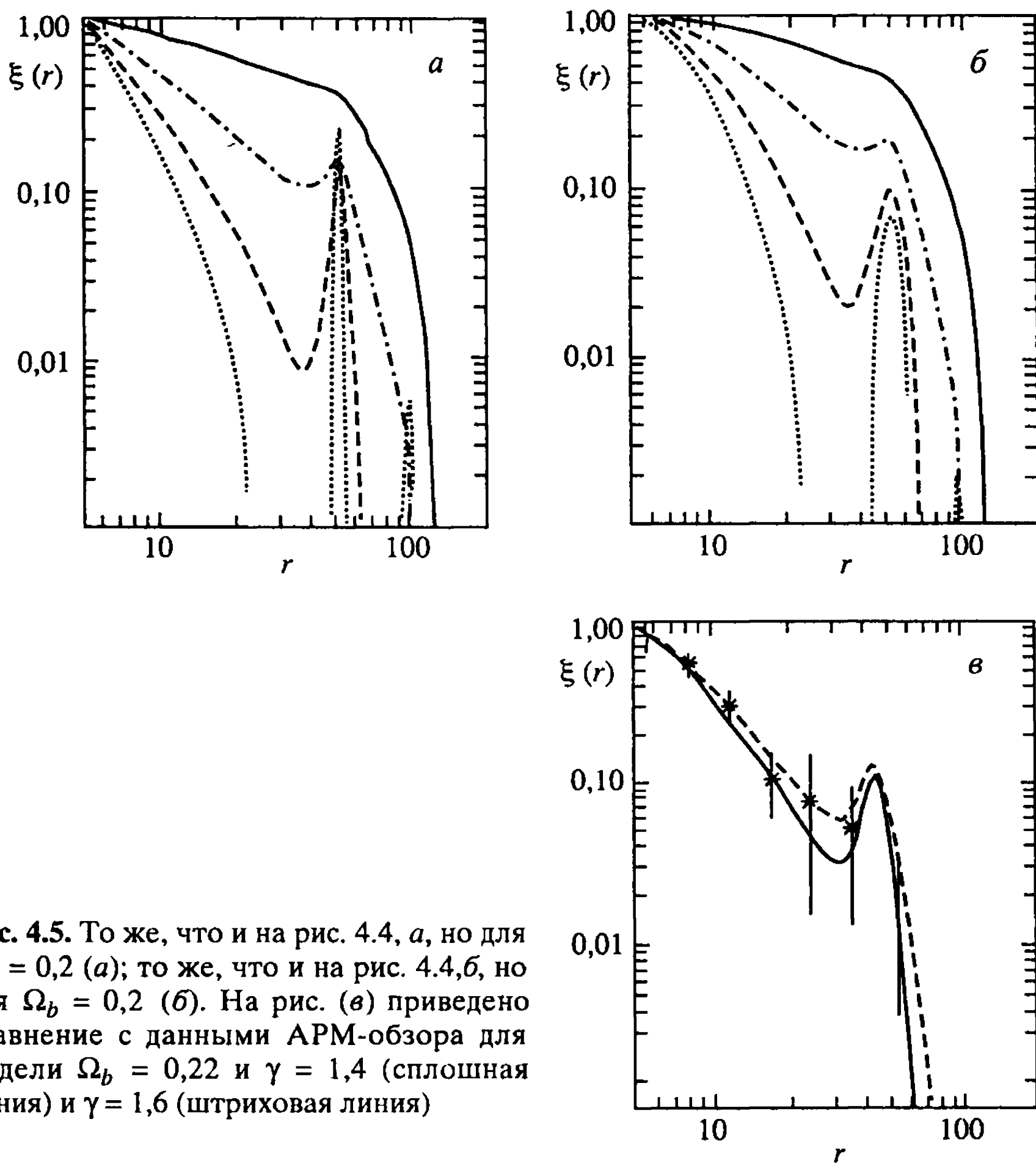
**Рис. 4.4.** Корреляционная функция  $\xi(r)$  для модели с  $\Omega_b = 0,3$  и  $h = 1$  и спектром  $P_0(k) \propto \exp(-k^2 r_*^2 / 2) k^\gamma$ ;  $r_* = 1 \cdot h^{-1}$  Мпк, нормализованная на 1 при  $r = r_* = 5 h^{-1}$  Мпк. Сплошная линия соответствует  $\gamma = 3$ , штрих-пунктир –  $\gamma = 2$ ,  $\gamma = 1,2$  и пунктир –  $\gamma = 0,5$  (а). То же, но при нормировке  $r_* = 5 h^{-1}$  Мпк (б)

Отметим ещё одну важную особенность проявления сахаровских модуляций в корреляционной функции возмущений плотности, связанную с изопотенциальными моделями возмущений. Эта барионная модель детально рассмотрена в работе [Kotok et al., 1995], и её выводы можно считать дополнением к так называемой РИВ-модели барионной Вселенной [Peebles, 1983]. Основное отличие изопотенциальных (энтропийных) возмущений от адиабатических заключается в том, что по мере возрастания вклада барионной компоненты в темп расширения Вселенной  $\left(\frac{\rho_\gamma}{\rho_b} \rightarrow 1\right)$  начальные возмущения энтропийного типа генерируют

вторичные возмущения адиабатического типа. Этот вопрос детально исследовался в работе [Чернин, 2001]. Появление смеси мод в эпоху, близкую к моменту рекомбинации водорода, отражается на виде передаточной функции  $T_b(k)$ , которая имеет вид [Шандарин, Дорошкевич и Зельдович, 1983]

$$T(k) \approx \frac{k^4 R^4}{(1 + k^2 R^2)^2} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{kr_\alpha}{2}\right) \sin kR \right]^2, \quad (4.157)$$

где  $R \equiv r_H$  и  $r_\alpha$  – характерный масштаб затухания вторичных адиабатических возмущений вследствие трения вещества об изотропный фон излучения (см. в той же работе).



**Рис. 4.5.** То же, что и на рис. 4.4, *a*, но для  $\Omega_b = 0,2$  (*a*); то же, что и на рис. 4.4, *б*, но для  $\Omega_b = 0,2$  (*б*). На рис. (*в*) приведено сравнение с данными АРМ-обзора для модели  $\Omega_b = 0,22$  и  $\gamma = 1,4$  (сплошная линия) и  $\gamma = 1,6$  (штриховая линия)

Наряду с модуляциями с фазой  $\Phi = 2kR$  особенностью передаточной функции является появление модуляций спектра  $\tilde{\Phi} = kR$ . Эти модуляции напрямую отражают особенность генерации адиабатической моды из первичной энтропийной. Но тогда, в отличие от “чистой” адиабатической моды, peculiarity в корреляционной функции  $\xi(r)$  будут возникать как при  $r \rightarrow 2R$ , так и при  $r \rightarrow R$ , что более примечательно [Jørgensen et al., 1993]. Детальное поведение  $\xi(r)$  в окрестности точки  $r \rightarrow R$  было исследовано в уже цитированной выше работе [Kotok et al., 1995]. Общее поведение корреляционной функции показано на рис. 4.4 и 4.5 для различных моделей начального спектра энтропийной моды возмущений. Заслуживает внимания тот факт, что

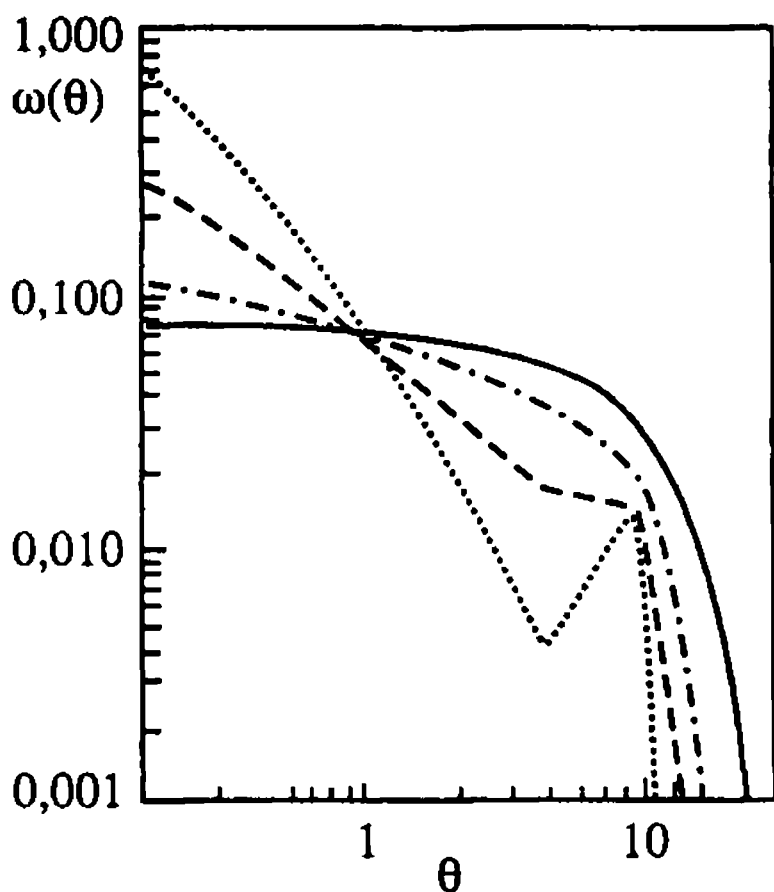
для начальных энтропийных флуктуаций проявление сахаровских осцилляций в корреляционной функции возмущений плотности материи и связанной с ней корреляционной функцией галактик оказывается гораздо более сильным, чем для адиабатической моды. Соответствующая амплитуда аномалий достигает величины  $\sim 10\%$  при нормировке  $\xi_0(r=0) = 1$ . Причина столь значительной амплитуды модуляций  $\xi(r)$  предельно ясна. В отличие от адиабатической моды, для которой характерный масштаб аномалии  $\xi(r)$  близок к удвоенному масштабу акустического горизонта  $r_H$  на момент рекомбинации, модуляции  $\xi(r)$  для энтропийной моды возникают непосредственно вблизи  $r = r_H$ . Поскольку этот масштаб  $r = r_H$  оказывается ближе к корреляционному масштабу  $r_c$ , ясно, что и уровень корреляций, включая эффект сахаровских модуляций, оказывается выше для энтропийной моды, чем для адиабатической [Jorgensen et al., 1993].

#### 4.8. Сахаровские осцилляции. Наблюдения корреляций

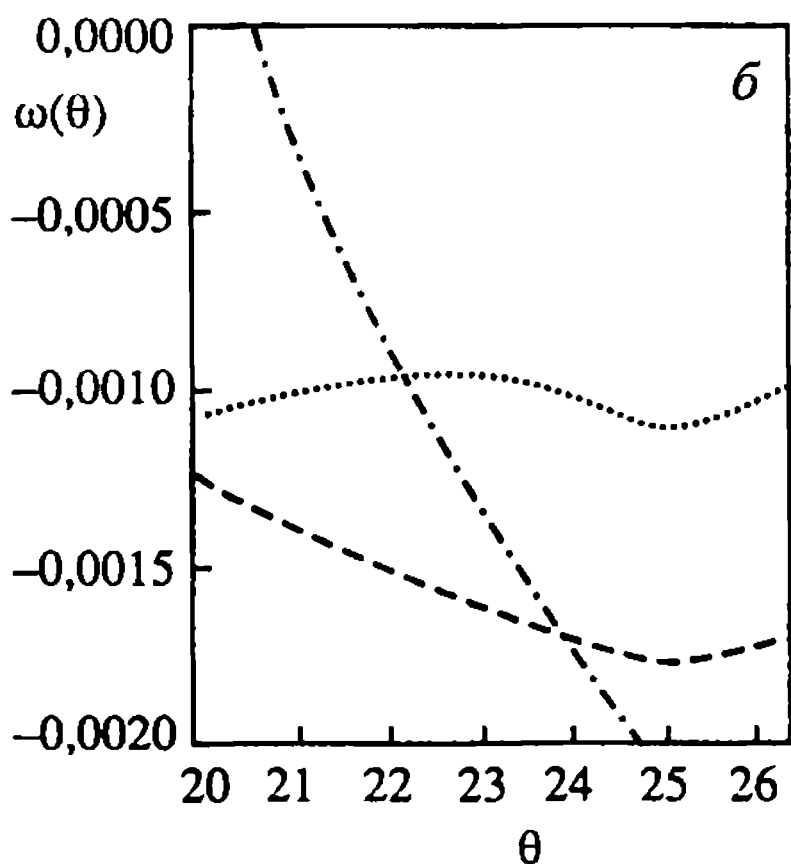
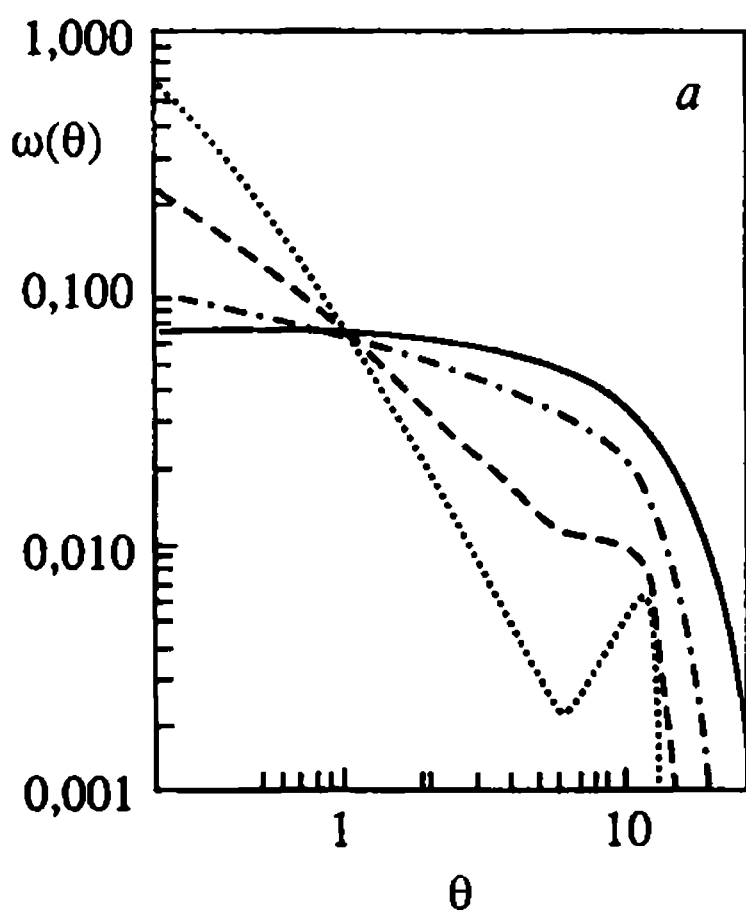
Итак, в “барионной” Вселенной наличие сахаровских модуляций спектра приводит к появлению аномально высоких корреляций в распределении возмущений плотности на масштабах  $r = r_H$  и  $r = 2r_H$  для энтропийных и адиабатических флуктуаций соответственно. Горизонт рекомбинации  $r_H$  зависит от величины параметра  $\Omega_b h^2$  и варьирует в пределах от 100 до 200 Мпк в пересчёте на момент  $z = 0$ . Естественно предположить, что между корреляционной функцией возмущений плотности и наблюдаемой корреляционной функцией плотности распределения галактик должна существовать линейная связь, по крайней мере, для очень больших пространственных масштабов.

Напомним, что основной вопрос, ответ на который мы пытаемся найти в современных наблюдениях, следующий: нельзя ли обнаружить возможность исключить проявления сахаровских модуляций в корреляционной функции галактик и тем самым, получив ещё один независимый аргумент в пользу существования космологической (не барионной) скрытой массы? В реализации этой программы ключевую роль играет выбор объектов, которые, как мы считаем, очерчивают распределение корреляций поля флуктуаций плотности материи. Наиболее часто в роли таких объектов выступают галактики. Обратимся к анализу наблюдательных данных для каталогов распределения галактик,

**Рис. 4.6.** Угловая корреляционная функция для модели  $\Omega_b = 0,3$ ,  $h = 1$  и спектра  $P_0(k) \propto k^{-\gamma}$ . Сплошная линия соответствует  $\gamma = 3$ , штрихпунктирная —  $\gamma = 2$ , штриховая —  $\gamma = 1,2$  и пунктирная —  $\gamma = 0,5$ . Нормировка соответствует  $\omega(\theta) = 7 \cdot 10^{-2}$  при  $\theta = 1^\circ$



**Рис. 4.7.** То же, что и на рис. 4.6, но для  $\Omega_b = 0,2(a)$ . На рисунке (б) показано поведение  $\omega(\theta)$  в окрестности  $\theta = 2\theta_R$ , соответствующего резонансу



в которых фиксируется положение этих объектов на небе и их звёздные величины. Типичным и одним из наиболее информативных каталогов галактик такого типа является АРМ-каталог [Maddox et al., 1990; Loveday et al., 1992]. Первое, что мы можем проанализировать, обращаясь к АРМ-каталогу галактик, — это угловые корреляции распределения галактик на небе  $\omega(\theta)$  [Peebles, 1980]. Связь между  $\omega(\theta)$  и пространственной корреляционной функцией  $\xi(r)$  даётся уравнением Лимбера

$$\omega(\theta) = \int_0^\infty v^4 \Phi(v) dv \int_{-\infty}^\infty \xi\left(\theta^2 \sqrt{u^2 + v^2}\right) du, \quad (4.158)$$

где  $\Phi(v)$  — функции селекции для двумерного каталога (детали см. в [Maddox et al., 1990], [Jørgensen et al., 1993]). Учитывая связь

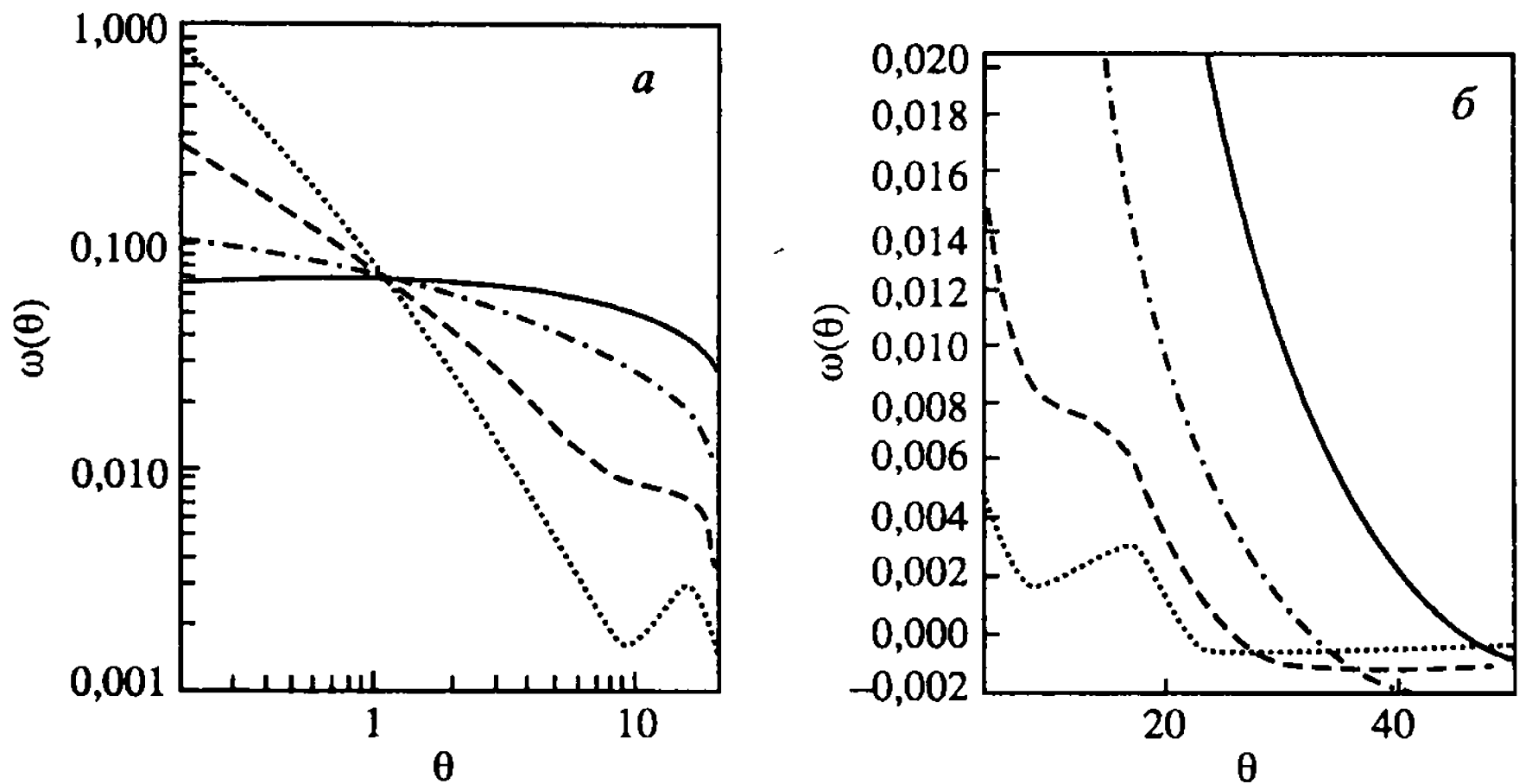


Рис. 4.8. То же, что и на рис. 4.7, но для  $\Omega_b = 0,1$

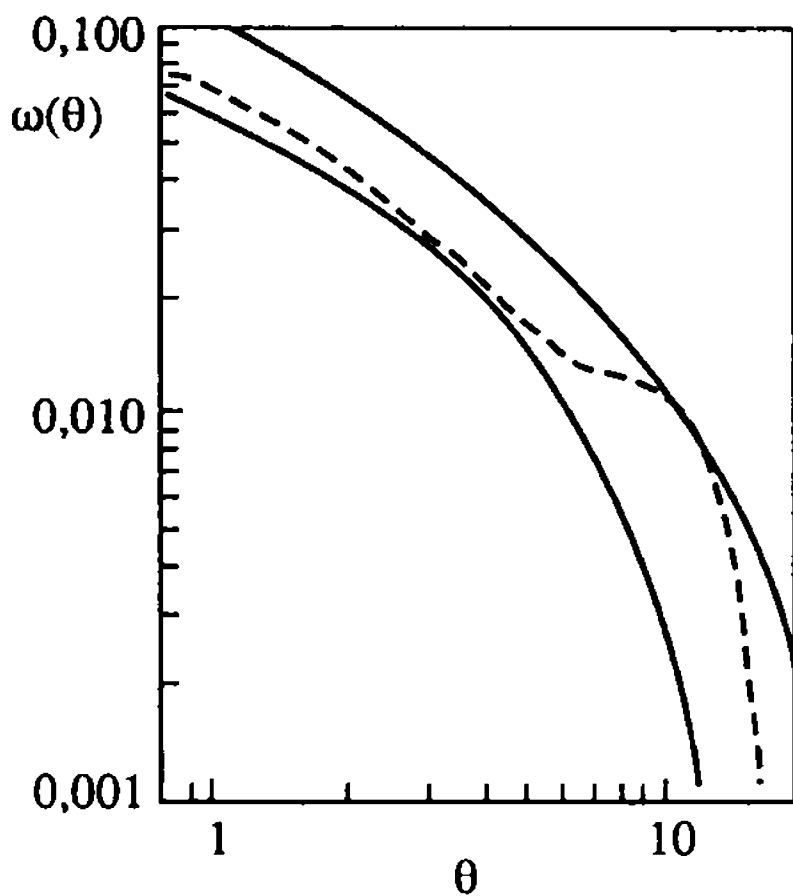


Рис. 4.9. Сравнение  $\omega(\theta)$  – (штриховая линия) при  $\Omega_b = 0,2$ ,  $h = 1$ ,  $\gamma = 1,2$  и  $\theta_* = 0,7^\circ$  с данными АРМ-обзора [Maddox et al., 1990]. Сплошные линии соответствуют верхнему и нижнему уровням ошибок

между  $\xi(r)$  и начальным спектром возмущений  $P_0(k)$  и передаточной функцией  $T_b(k)$  из уравнения (4.143), предсказанные в предыдущем параграфе пекулярности пространственной корреляционной функции легко трансформируются в особенности  $\omega(\theta)$  (Jørgensen et al., 1993). На рис. 4.6–4.8 приведены результаты расчётов  $\omega(\theta)$  для АРМ-каталога для различных значений параметра  $\Omega_b h^2$  и различных показателей спектра начальных энтропийных возмущений

$$P_0(k) = A \cdot k^{-\gamma}. \quad (4.159)$$

На рис. 4.6–4.8 показан общий характер поведения функции  $\omega(\theta)$  в зависимости от параметров спектра, а на рис. 4.9 дано сопоставление модели  $\Omega_b = 0,2$ ,  $h = 1$  с данными АРМ-каталога. Как



видно из этого рисунка, пекулярности  $\omega(\theta)$ , связанные с проявлением сахаровских модуляций спектра энтропийных возмущений, полностью лежат в зоне погрешностей определения  $\omega(\theta)$  и сделать какие-либо выводы о наличии или отсутствии этого эффекта крайне затруднительно. В самом общем случае можно лишь констатировать, что поведение  $\omega(\theta)$  согласуется с данными АРМ-обзора, однако исключить или подтвердить наличие сахаровских осцилляций в спектре возмущений практически не удаётся.

Аналогичный вывод следует из анализа более поздних обзоров [Guzzo et al., 2000; Tucker et al., 1997; Ratcliffe et al., 1996], которое систематизирует распределение галактик по красному смещению  $z$ . Соответствующая корреляционная функция  $\xi(S)$  связана с пространственной корреляционной функцией  $\xi(r)$  следующим соотношением: выберем произвольно два момента из каталога распределения галактик по красному смещению и определим расстояния до них  $\bar{d}_1$  и  $\bar{d}_2$ . Определим векторы  $\bar{l} = \frac{1}{2}(\bar{d}_1 + \bar{d}_2)$  и  $\bar{S} = \frac{1}{2}(\bar{d}_1 - \bar{d}_2)$ . Тогда, переходя к переменным

$$\pi = \frac{\bar{S} \cdot \bar{l}}{|\bar{l}|}, \quad r_p^2 = \bar{S} \cdot \bar{S} - \pi^2, \quad (4.160)$$

представим корреляционную функцию в пространстве красных смещений в виде  $\xi(u_p, \pi)$ . После этого, проецируя  $\xi(u_p, \pi)$  на  $\pi$ -направление, мы получим зависимость

$$\omega_p(r_p) = 2 \int_0^{\infty} d\pi \xi(r_p, \pi) = 2 \int_0^{\infty} \xi\left(\sqrt{r_p^2 + y^2}\right) dy, \quad (4.161)$$

где  $\xi_{\sqrt{r_p^2 + y^2}}$  – пространственная корреляционная функция.

Отметим важную особенность уравнения (4.161). Если пространственная корреляционная функция имеет форму  $\xi(r) \sim (r/r_0)^{-\gamma}$ , то и  $\omega_p(r_p)$  будет иметь степенную форму с константами  $\gamma_* = \gamma - 1$  [Guzzo et al., 1997]. На рис. 4.10 мы приводим  $\xi(S)$ -корреляционную функцию в пространстве красных смещений из работы [Guzzo et al., 2000] в диапазоне  $hS$  от 0,4 до  $hS = 200$  Мпк. Как видно из этого рисунка, в наиболее интересной области масштабов  $hS \sim 10^2$  Мпк функция  $\xi(S)$  имеет крайне нерегулярный характер, что свидетельствует и о нерегулярном характере  $\xi(r)$ . К сожалению, высокий уровень погрешностей опреде-

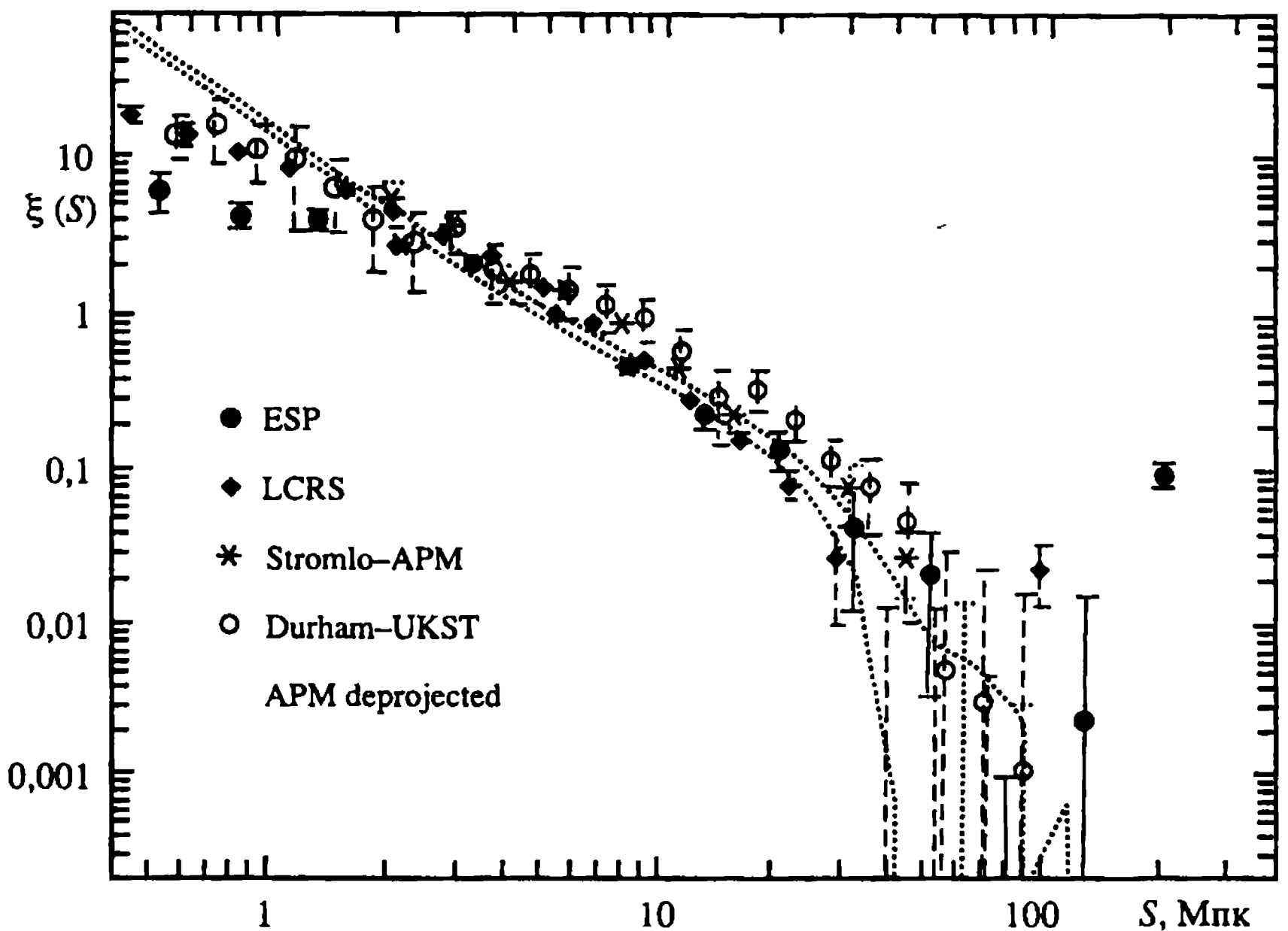


Рис. 4.10. Корреляционная функция  $\xi(S)$  по данным ESP-обзора (см. [Guzzo et al., 2000] и литературу там)

ления  $\xi(S)$  в этом диапазоне масштабов, как и в случае угловой корреляционной функции APM, не позволяет получить достоверный ответ на вопрос: не сталкиваемся ли мы с проявлением сахаровских осцилляций в наблюдаемом распределении галактик и не является ли скрытая масса барионной?<sup>5</sup> Однако можно надеяться, что развитие наблюдательной базы астрономии позволит уже в ближайшие несколько лет продвинуться к надёжному измерению корреляций на пространственных масштабах  $r \sim 100 \div 200$  Мпк и тем самым, независимым образом подтвердить или опровергнуть гипотезу о барионной природе скрытой массы, составной частью которой является наличие сахаровских модуляций спектра первичных возмущений плотности.

<sup>5</sup> Заметим, что в моделях с небарионной скрытой массой наблюдательные проявления сахаровских осцилляций могут играть существенную роль только, если  $\Omega_b/\Omega_m \leq 0,3$  [Eisenstein et al., 1998].

# ПЕРВИЧНАЯ АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 5.1. Введение

В этой главе мы приступаем к анализу одного из наиболее впечатляющих предсказаний современной теории строения и эволюции Вселенной: предсказанию угловой анизотропии распределения температуры реликтового излучения на небесной сфере и к анализу наблюдений этого феномена. Эта анизотропия обусловлена взаимодействием реликтового излучения с возмущениями плотности и скорости барионной материи и возмущениями метрики, являющимися неотъемлемой частью любого сценария формирования структур в расширяющейся Вселенной. В этом вводном разделе мы поделимся нашими субъективными впечатлениями о природе, когда создавалась теория анизотропии реликтового излучения и делались первые попытки её обнаружения. Эти заметки субъективны и не претендуют на роль исторического анализа. Тем не менее, мы надеемся, что они будут интересны читателю. Прежде всего мы хотим отметить, что в отличие от самого реликтового излучения, которое было открыто случайно, его анизотропия была открыта в результате планомерных наблюдательных поисков, основанных на предсказаниях тщательно разработанной теории.

Один из авторов этой монографии (И. Новиков) стоял у истоков создания этой, теперь уже самостоятельной, области астрофизики и хорошо помнит историю зарождения теории и драму экспериментальных попыток обнаружения анизотропии реликтового излучения в конце шестидесятых – начале семидесятых годов прошлого века. Напомним, что в этот период космология, казалось, прочно базировалась на “барионной” модели горячей Вселенной (реликтовое излучение уже было открыто Пензиасом и Вилсоном) и уже была опубликована пионерская работа Сакса и Вольфа [Sachs, Wolf, 1967] о возмущениях его температуры. Более того, уже была создана теория космологической рекомбинации водорода (Зельдович, Курт, Сюняев, 1969; Peebles, 1968) и была ясна роль этого процесса в тепловой

истории космической плазмы и кинетике электромагнитного излучения. Дополняя картину, отметим и пионерские работы по гравитационной неустойчивости материи (Лифшиц, 1946; Лифшиц, Халатников, 1960; Новиков, 1964), которые нашли своё развитие в предложенной Я.Б. Зельдовичем “блинной” теории образования структур Вселенной [Zeldovich, 1970].

Фактически теоретическая база “вокруг” предсказания ожидаемой анизотропии реликтового излучения была полностью подготовлена и теория горячей Вселенной была беременна этим ожиданием. “Появление младенца” не заставило себя ждать. В 1968 г. Дж. Силк публикует работу [Silk, 1968] о развитии возмущений в эпоху рекомбинации водорода и предсказывает эффект остаточных флуктуаций  $\Delta T$ , обусловленных адиабатическим поджатием вещества. Практически через два года выходят в свет работы Зельдовича и Сюняева [Zeldovich, Sunyaev, 1970a, b] и [Peebles, 1970], в которых предсказываются характеристики остаточных флуктуаций  $\Delta T/T$ , порождаемых макроскопическими движениями вещества непосредственно в период рекомбинации водорода. Сразу же становится ясно, что дисперсия  $\Delta T/T$  должна быть чрезвычайно малой ( $\approx 10^{-2} \div 10^{-3}$ ), хотя с позиций сегодняшнего дня она выглядит просто огромной! Но в начале 70-х годов попытки измерить анизотропию реликтового излучения на таком низком уровне кажутся просто фантастическими. Отдавая дань истории, следует сказать, что именно в этот период (70-е годы) в Советском Союзе сложились уникальные условия как для теоретических (группа Я.Б. Зельдовича), так и для экспериментальных (группа Ю.Н. Парийского, РАТАН-600) исследований анизотропии реликтового излучения. Казалось, что всё уже готово для успешного эксперимента. Есть и отличные предсказания теории, и уже вошёл в строй крупнейший в мире (до сих пор!) шестисотметровый радиотелескоп, и уже появился первый опыт наблюдений, но сигнала, свидетельствующего об анизотропии реликтового излучения, не было! Его не было как в записях интенсивности флуктуаций радионеба на РАТАН-600, так и в записи самых мощных зарубежных радиотелескопов.

Ситуация стала напоминать известную детскую игру в “прятки”. Теоретики пытались объяснить, почему анизотропия реликтового излучения ненаблюдаема на достигнутом в наблюдении уровне (именно тогда впервые всерьёз стала обсуждаться возможность вторичного разогрева и ионизации водорода при больших красных смещениях  $z > 10$ ), а экспериментаторы методично

понижали наблюдательный период на уровень флуктуаций сигнала до  $10^{-3}$ , а к концу 70-х – началу 80-х годов и до уровня  $10^{-4}$  [Berlin et al., 1983].

Нам представляется, что качественный перелом в сознании как теоретиков, так и экспериментаторов произошёл в начале 80-х годов, когда группа Ю.Н. Любимова из Института теоретической и экспериментальной физики (Москва) сообщила о возможном обнаружении ненулевой (на уровне 30 эВ!) массы покоя у электронных нейтрино [Любимов и др., 1980]. Бомба взорвалась! Скрытая масса – возможно, в форме нейтрино, а затем и в форме других гипотетических частиц заявила о своём существовании! Все обсуждения космологического следствия этого феномена и термин “нейтрино” можно было услышать не только на знаменитых семинарах В.Л. Гинзбурга (в ФИАН) или объединённом астрофизическом семинаре (ОАС) в ГАИШ, но даже в автобусе или в метро. У каждого поколения учёных сохранились свои воспоминания об обаянии этой эпохи.

Один из авторов этой монографии (И. Новиков) застал этот период, будучи уже сформировавшимся учёным.

Другой автор (П. Насельский) только-только защитил кандидатскую диссертацию, а Д. Новиков ещё ходил в шестой класс средней школы и вряд ли думал, что судьба сведёт его с астрофизикой или, конкретнее, с физикой реликтового излучения. Поэтому естественно, наши впечатления о начале 80-х годов, которые прошли под знаком “массивных нейтрино”, различны. Одному из нас (П. Насельскому) в качестве курьёза запомнилось, как сразу же после эксперимента Любимова он, вместе с Н. Заботиным, рассчитал ожидаемую анизотропию реликтового излучения в модели с массивными нейтрино и был чрезвычайно удивлён, что она оказалась на том же  $\approx 10^{-4}$  уровне, что и в ряде барионных моделей [Заботин, Насельский, 1982б]. А следовательно, она была высока и противоречила данным эксперимента. Эти результаты обсуждались тогда между ещё молодыми В.Н. Лукашем, Д.А. Компанейцем, П.П. Насельским и приехавшим в Москву (тоже ещё молодым) А. Мелоттом в бане, причём Адриан Мелотт отпечатал специально для этого случая ряд формул на своей майке, поскольку знал, что в бане будет не очень удобно пользоваться бумагой с заметками. Примечательно, что эпоха начала–середины 80-х годов повсеместно носила отпечаток надвигающегося открытия. Было ясно, что теоретические модели вышли на “насыщение” и вот-вот, буквально через год-два, анизотропия реликтового излучения должна быть

обнаружена, тем более, что в 1983 г. в Советском Союзе был запущен специализированный спутник “Реликт”, призванный зарегистрировать крупномасштабную анизотропию  $\Delta T$  на угловых масштабах  $\theta \gg 1^\circ$ , где влияние рекомбинации плазмы уже не существенно и распределение флуктуаций интенсивности этого излучения на небе сохранилось в первозданном виде, невзирая на возможную пекулярность ионизационной истории Вселенной [Клыпин и др., 1987; Струков, Скулачёв, 1984]. В обсуждении результатов этого эксперимента принимала участие, как тогда говорилось, вся научная общественность. Анизотропии не нашли на уровне  $(2\div 3) \cdot 10^{-5}$  и единственная возможность хоть как-то согласовать предсказания теории и наблюдения заключалась в том, что “скрытая масса” является не “горячей”, какими являются, например, массивные нейтрино, а “холодной”! Либо, если верить, в “горячую” скрытую массу, то спектр возмущений плотности должен не совпадать со спектром Харрисона–Зельдовича и убывать по мере увеличения пространственных масштабов флуктуаций, что тоже было плохо. Согласование данных наблюдений проекта “Реликт” с предсказаниями теории означало, что убывание спектра в область  $k \rightarrow 0$  автоматически означает его возрастание в коротковолновом участке, наиболее близком к масштабам галактик и скоплений. Но тогда уровень флуктуаций  $\Delta T$  в угловых масштабах  $\theta \propto k^{-1} \sim 5\div 10'$  должен быть ещё выше, чем для спектра Харрисона–Зельдовича и проблема с наблюдательными ограничениями на  $\Delta T$  на этих углах усложняется ещё больше.

“Холодная” скрытая масса (CDM) явилась буквально спасательным кругом для теории, хотя её появление на арене физики реликтового излучения не предвещало ничего хорошего. Кажется, что в рамках CDM-моделей не удастся совместить не только детали распределения крупномасштабной структуры Вселенной, но и сам факт его существования. Образно говоря, в отличие от “горячей” скрытой массы, для которой формирование структур шло “сверху вниз” – от массивных блинов к менее массивным галактикам, для CDM-моделей характерна обратная последовательность: от малых масштабов к большим. При этом было абсолютно не ясно, как в таком скучивании смогут возникать плоские конфигурации и филаменты, типичные для крупномасштабного распределения вещества во Вселенной. К счастью, эта проблема была успешно разрешена в начале и середине 90-х годов, хотя у нас до сих пор нет абсолютной

уверенности, насколько же “холодна” космологическая скрытая масса (см. по этому поводу [Dolgov, Sommer-Larsen, 2001]).

Собственно, очень кратко остановившись на истории открытия космологической роли CDM-моделей, мы вплотную подошли к одному из наиболее важных разделов физики реликтового излучения, посвящённому предсказанию основных механизмов генерации  $\Delta T$  в эпоху космологической рекомбинации водорода. Отдавая дань истории вопроса, мы начнём обсуждение механизмов генерации анизотропии реликтового излучения с анализа эффекта Сакса и Вольфа (Sachs, Wolf, 1967), сыгравшего ключевую роль в формировании современного статуса наблюдательной космологии уже хотя бы потому, что именно анизотропия, связанная с этим эффектом, была обнаружена первой.

## 5.2. Эффект Сакса и Вольфа

Рассмотрим процесс формирования анизотропии в масштабах  $\lambda \gg r_H$ , где  $r_H$  – масштаб горизонта рекомбинации, пренебрегая рассеянием квантов на электронах и учитывая только возмущение метрики в качестве источника  $\Delta T$ . В этом приближении из уравнения (4.10) немедленно следует, что флуктуации температуры  $\theta = \frac{\Delta T}{T}$  связаны с возмущениями метрики  $h_{\alpha\beta}$  наиболее простым образом:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\gamma_\alpha}{a} \frac{\partial \theta}{\partial x^\alpha} + \dot{\gamma}_\alpha \frac{\partial \theta}{\partial \gamma^\alpha} - \frac{1}{2} \gamma^\alpha \gamma^\beta \dot{h}_{\alpha\beta} = 0, \quad (5.1)$$

где  $\gamma_\alpha$  – направление прихода квантов.

В ньютоновской калибровке возмущения метрики  $h_{\alpha\beta}$  выражаются через функции  $\Psi(\vec{x}, t)$  и  $\Phi(\vec{x}, t)$  (см. [Hu, Sugiyama; 1994, Hu, 1995]). Переходя в уравнении (5.1) к переменной  $\xi = \int \frac{dt}{a}$  и учитывая ( $\Phi$  и  $\Psi$ ), мы получим уравнение для возмущения температуры в следующем виде:

$$\theta' + \gamma^\alpha \frac{\partial(\theta + \Psi)}{\partial x^\alpha} + \gamma'_\alpha \frac{\partial \theta}{\partial \gamma^\alpha} + \Phi = 0. \quad (5.2)$$

Ограничимся для простоты анализом пространственно-плоской модели Вселенной. Несмотря на простоту формы поиск



решений уравнения (5.2) представляет собой достаточно сложную задачу при учёте пространственной кривизны Вселенной  $E \neq 0$ . В общем случае, выбрав произвольным образом систему координат с центром в точке наблюдений, распределение возмущений  $\theta(\xi, \bar{x}, \bar{\gamma})$  можно представить в виде ряда [Wilson, 1983]

$$\theta(\xi, \bar{x}, \bar{\gamma}) = \sum_{l=0}^{\infty} \theta_l(\xi) M_l^{-1/2} G_l(\bar{x}, \bar{\gamma}), \quad (5.3)$$

где  $M_l$  определено в разделе 4.2 и функции  $G_l(\bar{x}, \bar{\gamma})$  представляют собой набор собственных функций, удовлетворяющих следующим условиям. Будем считать, что возмущения метрики и температура реликтового излучения обусловлены потенциальными модами. Из потенциальной функции  $Q$  можно сконструировать вектор  $Q_\alpha$  и тензор  $Q_{ij}$ , согласно определению

$$\begin{aligned} Q_\alpha &\equiv -\frac{1}{k} Q_{|\alpha}, \\ Q_{\alpha\beta} &\equiv k^{-2} Q_{|\alpha\beta} + \frac{1}{3} \gamma_{\alpha\beta} Q, \end{aligned} \quad (5.4)$$

и  $Q_{|\alpha}$  означает ковариантную производную в пространственной метрике  $\gamma_{\alpha\beta}$ . С помощью векторов  $Q_\alpha$  и  $\gamma^\alpha$  можно построить следующие скаляры:  $G_1 = \gamma^\alpha Q_\alpha$  и  $G_2 = \frac{3}{2} \gamma^\alpha \gamma^\beta Q_{\alpha\beta}$ . Очевидно, что наращивая порядок дифференцирования от скаляра  $Q$  и проектируя результат на  $\gamma^\alpha$ , последовательность  $G$  можно легко расширить. Вилсон [Wilson, 1983] предложил использовать такой метод для обобщения разложения произвольной функции координат  $\bar{x}$  и направления  $\bar{\gamma}$  в метрике  $\gamma_{\alpha\beta}$ .

$$f(\bar{x}, \bar{\gamma}) = \sum_{\bar{k}} \sum_{l=0}^{\infty} f_l(\bar{k}) g_l(\bar{x}, \bar{\gamma}, \bar{k}), \quad (5.5)$$

где

$$g_l(\bar{x}, \bar{\gamma}, \bar{k}) = (-k)^{-l} Q | \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_l (\bar{x}, \bar{k}) \times P_l^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_l} (\bar{x}, \bar{\gamma}) \quad (5.6)$$

и

$$P_0 = 1, \quad P_1^\alpha = \gamma^\alpha, \quad P_2^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (3\gamma^\alpha \gamma^\beta - \gamma^{\alpha\beta}) \dots, \quad (5.7)$$

$$P_{l+1}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{l+1}} = \frac{2l+1}{l+1} \gamma^{(\alpha_1} P_l^{\alpha_2 \dots \alpha_{l+1})} - \frac{l}{l+1} \gamma^{(\alpha_1 \alpha_2} P_{l-1}^{\alpha_3 \dots \alpha_{l+1})}.$$

Использованные в уравнениях (5.7) круглые скобки означают



операцию симметризации по соответствующим индексам. В пространственно-плоской Вселенной с  $E = 0$  выражения (5.6) и (5.7) переходят в простую комбинацию плоской волны и полиномов Лежандра индекса  $l$ ,

$$g_l(\bar{x}, \bar{\gamma}, \bar{k}) = (-i)e^{i\bar{k}\bar{x}} P_l(\bar{k} \cdot \bar{\gamma}) \quad (5.8)$$

и представляет собой не что иное, как комбинацию Фурье-разложения по пространственным координатам  $\bar{x}$  и разложение по полиномам Лежандра по угловой координате  $\bar{k} \cdot \bar{\gamma} = \cos\theta_k$ , где  $\theta_k$  – угол между направлением прихода квантов и волновым вектором возмущений  $\bar{k}$ . Для моделей с произвольной топологией пространственного сечения переход от функций  $G_l(\bar{x}, \bar{\gamma})$  к функциям  $g_l(\bar{x}, \bar{\gamma}, \bar{k})$  осуществляется непосредственно из уравнения (5.5),

$$G_l(\bar{x}, \bar{\gamma}) = \sum_{\bar{k}} a_l(\bar{k}) g_l(\bar{x}, \bar{\gamma}, \bar{k}), \quad (5.9)$$

где  $a_l(k) = M_l^{-1/2}$ . Важной особенностью функций  $G_l(\bar{x}, \bar{\gamma})$  является следующее рекуррентное соотношение

$$\begin{aligned} \gamma^\alpha G_{l\alpha} &= \frac{d}{d\xi} G[(\bar{x}, \xi), \bar{\gamma}(\xi)] \equiv \dot{x}^\alpha \frac{\partial G_l}{\partial x^\alpha} + \dot{\gamma}^\alpha \frac{\partial G_l}{\partial x^\alpha} = \\ &= k \left\{ \frac{l}{2l+1} k_l G_{l-1} - \frac{l+1}{2l+1} G_{l+1} \right\}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

где  $k_l = 1 - (l^2 - 1) \frac{E}{k^2}$ ,  $l \geq 1$ ,  $k_0 = 1$  и  $\frac{dG}{d\xi}$  означает полную (лагранжеву) производную от функции  $G_l$ . После сделанных замечаний вернёмся к уравнению (5.2). В наиболее общем случае ( $E > < 0$ ) уравнения для компонент  $\theta_l(\xi)$  имеют следующий вид [Ну, 1995]:

$$\begin{aligned} \theta'_0 &= -\frac{k}{3} \theta_1 - \Phi' & \text{а,} \\ \theta'_1 &= -k \left[ \theta_0 + \Psi - \frac{2}{5} k_2^{1/2} \theta_2 \right] & \text{б,} \\ \theta'_l &= -k \left[ \frac{l}{2l-1} k_l^{1/2} \theta_{l-1} - \frac{l+1}{2l+3} k_{l+1}^{1/2} \theta_{l+1} \right] & \text{в.} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Как видно из уравнений (5.11а–в), в модели пространственно-

плоской Вселенной ( $E = 0$ ) все  $k_l$  при  $l \geq 0$  тождественно равны 1. В приближении  $k\xi \ll 1$  главными компонентами в уравнении (5.11a) являются  $\theta_0$  и  $\Phi$ , в то время, как дипольным слагаемым с  $\theta_1$  в правой части уравнения (5.11a) можно пренебречь. Тогда

$$\theta'_0 = -\Phi' \quad (5.12)$$

В пределе длинных волн можно пренебречь влиянием давления на гравитационный потенциал и положить  $\Phi = -\Psi$ . Тогда из уравнения (5.12) получим

$$(\theta_0 + \Psi)(\xi) = \theta_0(0) + 2\Psi(\xi) - \Psi(0). \quad (5.13)$$

Из уравнения (5.13) следует, что флуктуации температуры на момент последнего рассеяния  $\xi = \xi_{\text{rec}}$  равны

$$\Delta = (\theta_0 + \Psi)|_{\xi=\xi_{\text{rec}}} = \theta_0(0) + \Psi_0(0) + 2[\Psi(\xi_{\text{rec}}) - \Psi(0)]. \quad (5.14)$$

Для адиабатических возмущений связь между  $\theta_0(0)$  и  $\Psi(0)$  имеет следующий вид:  $\theta_0(0) = -\frac{1}{2}\Psi(0)$  [Hu, 1995]. Тогда, учитывая изменения  $\Psi$  при переходе от радиационно-доминированной эпохи к эпохе доминирования плотности “скрытой массы”, получим

$$[\theta_0 + \Psi] = \begin{cases} \frac{1}{2}\Psi & \text{при } z > z_{\text{eq}}, \\ \frac{1}{3}\Psi & \text{при } z < z_{\text{eq}}, \end{cases} \quad (5.15)$$

где  $z_{\text{eq}}$  – красное смещение, соответствующее моменту равенства плотностей релятивистской и нерелятивистской подсистем материи. Напомним, что приведённое выше решение для  $\theta_0$  получено в приближении длинных волн, когда  $k\xi \ll 1$  и в уравнениях (5.11a–в) можно было пренебречь всеми мультиполями с  $l > 0$ . Однако для произвольной Фурье-гармоники с масштабом  $k\xi_{\text{now}} \gg 1$ , где  $\xi_{\text{now}}$  – современный горизонт, всегда найдётся такой момент времени  $\xi_k$ , когда соответствующая длина волны неоднородности сначала сравняется с горизонтом частиц ( $k\xi_k \approx 1$ ), а затем станет меньше него (горизонта) ( $k\xi \gg 1$  при  $\xi \gg \xi_k$ ). Для таких Фурье-мод решение уравнения (5.11a–с) имеет вид

$$\frac{\theta_l(\xi, k)}{2l+1} = [\theta_0 + \Psi](\xi_{\text{rec}}, k) j_l[k(\xi - \xi_{\text{rec}})], \quad (5.16)$$

где  $j_l(x)$  – сферические функции Бесселя. В силу связи  $\theta_0$  и  $\theta_l(\xi, k)$  с возмущениями гравитационного потенциала ясно, что статис-

тические свойства распределения флуктуаций температуры на небесной сфере будут определяться свойствами распределения возмущений потенциала и отражать особенности его формирования.

Предположим, что пространственное распределение потенциалов  $\Phi(\bar{x}, \xi)$  и  $\Psi(\bar{x}, \xi)$  является реализацией случайного гауссова процесса. В силу линейности уравнения переноса (5.3) угловое распределение флуктуаций температуры будет также являться реализацией случайного гауссова процесса с корреляционной функцией [Bond, Efstathiou, 1987],

$$\langle \theta^*(\xi, \bar{x}, \bar{\gamma}) \theta(\xi, \bar{x}, \bar{\gamma}) \rangle = \frac{V}{2\pi^2} \int_0^\infty \sum_{l=0}^\infty \frac{k^3}{2l+1} |\theta_l(\xi, k)|^2 \times P_l(\bar{\gamma}' \cdot \bar{\gamma}) dk, \quad (5.17)$$

где  $P_l(\cos\theta)$  – полиномы Лежандра,  $\cos\theta = \bar{\gamma}' \cdot \bar{\gamma}$ ,  $\theta$  – угол между направлениями прихода квантов  $\bar{\gamma}'$  и  $\bar{\gamma}$ . Особенностью гауссова случайного процесса является то, что все его статистические характеристики определяются спектром (см., например, [Adler, 1981]). Тогда спектр мощности имеет вид

$$\frac{2l+1}{4\pi} C_l = \frac{V}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 \frac{|\theta_l(\xi, k)|^2}{2l+1} dk. \quad (5.18)$$

Подставляя (5.15) в (5.17), окончательно получим

$$C_l^{SW} = \frac{9}{200\sqrt{\pi}} B \xi_0^{1-n} \frac{\Gamma\left(\frac{3-n}{2}\right) \Gamma\left(l + \frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{4-n}{2}\right) \Gamma\left(l + \frac{5-n}{2}\right)}, \quad (5.19)$$

где  $\xi_0 = 2\left(\Omega_{\text{tot}} H_0^2\right)^{-1/2} \left(1 + \ln \Omega_{\text{tot}}^{0,085}\right)$  – современный горизонт,  $\Omega_{\text{tot}}$  – полная плотность всех форм материи в долях критической плотности,  $n$  – показатель спектра начальных возмущений плотности и  $B$  – амплитуда спектра. Заметим, что для наиболее привлекательного с теоретической точки зрения спектра Харрисона–Зельдовича, показатель спектра  $n = 1$ . Тогда из уравнения (5.19) немедленно следует

$$C_l^{SW} \propto \frac{1}{l(l+1)}, \quad (5.20)$$

и основная мощность флуктуаций  $\Delta T$ , обусловленная эффектом Сакса–Вольфа, концентрируется на малых мультиполях  $l \approx 0, 1, 2$ . Мода с  $l = 0$  соответствует однородному распределению  $\Delta T$ , не зависящему от угла и следовательно должна быть устранена обычным изменением уровня отсчёта  $\Delta T$ . Мода с  $l = 1$  соответствует среднему значению дипольной компоненты и в принципе может быть наблюдаема. Однако аналогичная анизотропия создаётся также локальным движением нашей Галактики относительно реликтового излучения. Следовательно, космологическая дипольная анизотропия будет значительно искажена этим эффектом. Наконец, мода с  $l = 2$  соответствует вкладу в дисперсию возмущений температуры реликтового излучения от квадрупольной анизотропии. Фактически по своей мощности это одна из наиболее представительных мод в распределении  $\Delta T$  по углу. Именно поэтому первые эксперименты по поиску крупномасштабной анизотропии  $\Delta T$  были особо сконцентрированы на возможно более точном измерении квадрупольной компоненты, включая и уже не раз упоминавшийся в нашей монографии проект COBE.

В заключение этого раздела заметим, что иногда эффект Сакса–Вольфа подразделяют ещё на “локальный” и “глобальный”. Мы не будем здесь останавливаться на этом (см., например, [Hu et al., 1995; Hu, Sugiyama, Silk, 1997]).

### 5.2.1. Дипольная анизотропия

Рассмотрим несколько подробнее свойства дипольной анизотропии реликтового излучения, детально измеренной с помощью спутника COBE. Предположим, что наблюдатель движется со скоростью  $\vec{v}$  в некотором направлении относительно реликтового излучения. Наблюдаемое им угловое распределение интенсивности квантов в пересчёте на температуру чернотельного излучения даётся хорошо известной формулой (Ландау, Лифшиц, 1984)

$$T_{\text{obs}}(\theta) = T_0 \frac{(1 - \beta^2)^{1/2}}{(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (5.21)$$

где  $\theta$  – угол между вектором  $\vec{v}$  и направлением наблюдения.

Будем считать, что  $\beta = \left| \frac{\vec{v}}{c} \right| \ll 1$ , т.е. движение осуществляется с нерелятивистской скоростью. Разложим выражение (5.21) в ряд

Тейлора по малому параметру  $\beta \ll 1$ . Тогда, с точностью до членов  $\sim \beta^2$ , искажения температуры будут равны

$$\frac{\Delta T(\theta)}{T_0} \approx \beta \cos \theta + \frac{\beta^2}{2} \cos 2\theta + O(\beta^3). \quad (5.22)$$

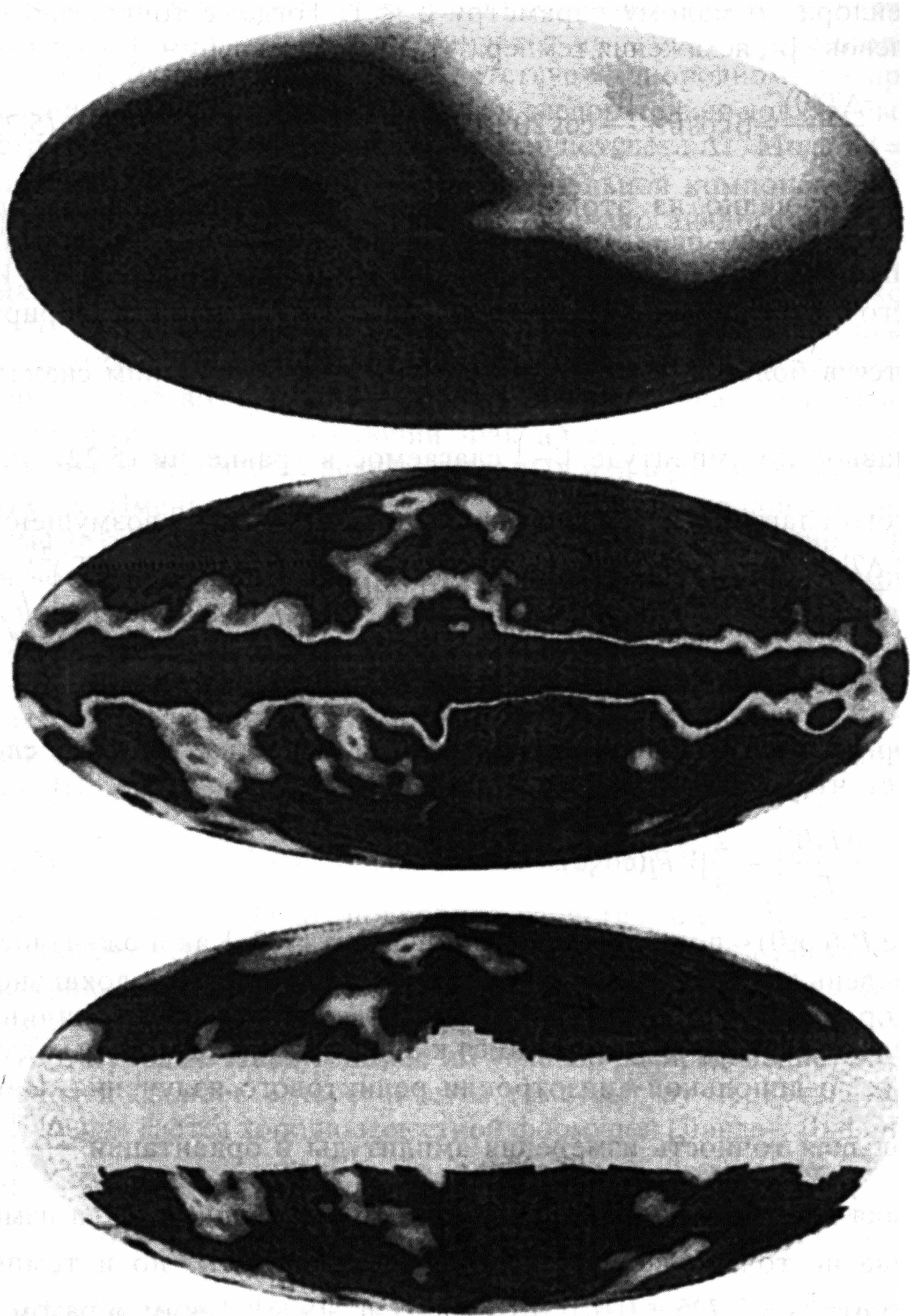
Как видно из этого уравнения, движение наблюдателя относительно реликтового излучения приводит к появлению дипольной компоненты  $\sim \beta$  и квадрупольной компоненты  $\sim \beta^2$ . Из него также следует, что более высокие мультиполи генерируются в более высоких порядках по  $\left(\frac{v}{c}\right)$ . Рассмотрим сначала

главное по амплитуде  $\left(\frac{v}{c}\right)$  слагаемое в уравнении (5.22). Для этого слагаемого среднеквадратичная амплитуда возмущений  $\left\langle \left(\frac{\Delta T(\theta)}{T}\right)^2 \right\rangle$  будет порядка  $\frac{\beta^2}{2}$ . Примем для оценок  $\left\langle \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \right\rangle_d = \sim \frac{\beta^2}{2} \sim 10^{-6}$  и оценим уровень квадрупольной анизотропии, генерируемый локальными движениями вещества. Из (5.22) следует, что

$$\left. \frac{\Delta T(\theta)}{T_0} \right|_q \approx \frac{2}{3} \beta^2 P_2(\cos \theta), \quad (5.23)$$

где  $P_2(\cos \theta)$  – полином Лежандра индекса  $l = 2$ . Как и ожидалось, уровень квадрупольной компоненты, обусловленный локальной скоростью наблюдателя, оказывается по порядку величины близким к  $10^{-6} (\sim \beta^2)$ . Обратимся к анализу наблюдательных данных по дипольной анизотропии реликтового излучения. Наибольшая точность измерения амплитуды и ориентации  $\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{dip}$  была достигнута в рамках проекта COBE, причём была измерена не только величина  $\Delta T|_{dip} = 3,35 \pm 0,024 \text{ мК}$ , но и температура  $T_0 = 2,725 \pm 0,020 \text{ К}$  [Kogut et al., 1996]. Таким образом, в безразмерных единицах  $\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{dip} \approx 1,23 \cdot 10^{-3}$ , а его ориентация в галактических координатах  $(l, b)$  соответствует  $l = 264,26^\circ \pm$





**Рис. 5.1.** Крупномасштабная ( $\theta > 7^\circ$ ) анизотропия реликтового излучения по данным COBE [Bennett et al., 1996]. Вверху – распределение дипольной анизотропии, в середине – карта радионеба на частоте 53 ГГц исключая диполь, внизу – суммарная карта неба, полученная комбинацией трёх частот: 31, 53 и 90 ГГц. Серая полоса в центре карты – сглаженная эмиссия Галактики

$\pm 0,33^\circ$ ,  $b = 48,22^\circ \pm 0,13^\circ$ . В экваториальных координатах ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) это приводит к значениям  $\alpha = 11^h 12,2^m \pm 0,8^m$ ,  $\delta = -7,06^\circ \pm 0,16^\circ$  (эпоха 2000°). На рис. 5.1 приведена карта распределения дипольной анизотропии, измеренной спутником COBE, по данным работы [Bennett et al., 1996]. Карта получена на частоте  $\nu = 53$  ГГц. В галактических координатах распределение дипольной анизотропии характеризуется не одной, а тремя амплитудами  $\Delta T_x$ ,  $\Delta T_y$  и  $\Delta T_z$  в соответствии с представлением [Kogut et al., 1996]:

$$\Delta T(l, b) = \Delta T_x \cos(l) \cos(b) + \Delta T_y \sin(l) \cos(b) + \Delta T_z \sin(b). \quad (5.24)$$

Соответствующие значения амплитуд  $\Delta T_x$ ,  $\Delta T_y$  и  $\Delta T_z$ , измеренные в рамках проекта COBE, приведены в табл. 5.1 для частотных диапазонов 31, 53, и 90 ГГц без учёта коррекции галактической эмиссии. В табл. 5.2 и 5.3 приведены вклады от галактической компоненты (синхротронная, свободно-свободная эмиссия и излучение пыли) и амплитуда скорости движения наблюдателя относительно реликтового излучения.

Переходя к системе координат с углом  $\theta$  между вектором  $\vec{v}$  и направлением прихода квантов, можно преобразовать данные COBE к виду уравнения (5.22). На рис. 5.2 приведена зависимость антенной температуры от угла  $\theta$ , полученной в ходе обработки данных экспериментов [Kogut et al., 1996a, b]. Как видно из рис. 5.2 поведение  $T_A(\theta)$  прекрасно согласуется с теоретическими предсказаниями.

Рис. 5.3 иллюстрирует точность измерения амплитуды и ориентации дипольной компоненты с учётом коррекции галактической эмиссии для всех частотных диапазонов COBE. Для сравнения здесь же приводятся наблюдательные данные других групп, полученные для разных частот. Заслуживает внимания тот факт, что результаты COBE с высокой точностью соответствуют отсутствию частотной зависимости  $\Delta T_{\text{dip}}$ , как это и должно быть для чернотельного планковского излучения. Нижняя панель рисунка 5.3 показывает на диаграмме ( $l$ ,  $b$ ) направление движения наблюдателя относительно реликтового излучения. Как видно из этой диаграммы, данные COBE обладают наименьшей погрешностью и попадают в интервал погрешностей предыдущих экспериментов. Однако локализация диполя с помощью дифференциального радиометра (DMR) и FIRAS-инструмента COBE оказывается различной на уровне 68% CL (доверительный интервал). На 95% уровне значимости это различие оказывается в пределах погрешностей измерений.

Таблица 5.1

Канал	Тип	$\Delta T_x$ , мКК	$\Delta T_y$ , мКК	$\Delta T_z$ , мКК	Амплитуда, мКК	$l''$ (град)	$b''$ (град)
31А	Среднее	-200	-2216	2406	3277	264,82	47,25
	Шум	21	31	23	27	0,56	0,49
	Выигрыш	5	55	60	57	0,00	0,00
	Систематика	16	22	14	18	0,43	0,34
	Итоговая ошибка	27	67	66	66	0,71	0,60
31В	Среднее	-190	-2180	2396	3245	265,00	47,60
	Шум	24	35	26	31	0,65	0,56
	Выигрыш	4	50	55	52	0,00	0,00
	Систематика	21	29	27	28	0,56	0,50
	Итоговая ошибка	32	68	67	67	0,86	0,75
53А	Среднее	-198	-2082	2314	3120	264,56	47,89
	Шум	7	10	8	9	0,21	0,18
	Выигрыш	1	14	16	15	0,00	0,00
	Систематика	9	17	10	13	0,25	0,27
	Итоговая ошибка	11	24	21	22	0,33	0,32



Таблица 5.1 (окончание)

Канал	Тип	$\Delta T_r$ , мКК	$\Delta T_y$ , мКК	$\Delta T_z$ , мКК	Амплитуда, мКК	$l''$ (град)	$b''$ (град)
53B	Среднее	-199	-2067	2353	3139	264,48	48,56
	Шум	8	12	9	10	0,23	0,20
	Выигрыш	1	14	16	15	0,00	0,00
	Систематика	7	11	10	10	0,22	0,20
	Итоговая ошибка	11	22	21	21	0,31	0,29
90A	Среднее	-180	-1820	2058	2753	264,33	48,37
	Шум	13	19	15	17	0,42	0,37
	Выигрыш	3	36	41	39	0,00	0,00
	Систематика	8	17	11	14	0,27	0,32
	Итоговая ошибка	16	44	45	45	0,50	0,49
90B	Среднее	-174	-1830	2029	2738	264,56	47,82
	Шум	9	13	10	12	0,29	0,26
	Выигрыш	2	23	26	25	0,00	0,00
	Систематика	6	13	11	12	0,20	0,26
	Итоговая ошибка	11	30	30	30	0,35	0,37

Таблица 5.2

Тип излучения	$\Delta T_x$ , мК	$\Delta T_y$ , мК	$\Delta T_z$ , мК
Синхротронное	$3,8 \pm 1,2$	$1,2 \pm 0,4$	$-1,5 \pm 0,5$
Свободно-свободное	$-1,3 \pm 8,7$	$-8,1 \pm 21,0$	$-11,6 \pm 20,8$
Пылевое	$0,3 \pm 0,1$	$0,3 \pm 0,1$	$-0,2 \pm 0,1$
Комбинированное	$2,8 \pm 8,8$	$-6,6 \pm 21,0$	$-13,3 \pm 20,8$

Тип излучения	Амплитуда, мК	$l^{II}$ (град)	$b^{II}$ (град)
Синхротронное	$4,3 \pm 1,1$	$18 \pm 8$	$-21 \pm 8$
Свободно-свободное	$14,2 \pm 20,8$	$261 \pm 64$	$-55 \pm 84$
Пылевое	$0,5 \pm 0,1$	$45 \pm 13$	$-25 \pm 9$
Комбинированное	$15,1 \pm 20,5$	$293 \pm 92$	$-62 \pm 75$

Таблица 5.3

Тип	Скорость (км/с)	$l^{II}$ (град)	$b^{II}$ (град)	Ссылка
Sun-CMB	$369,5 \pm 3,0$	$264,4 \pm 0,3$	$48,4 \pm 0,5$	Kogut et al., 1993
Sun-LSR	$20,0 \pm 1,4$	$57 \pm 4$	$23 \pm 4$	Kerr, Lynden-Bell, 1986
LSR-GC	$222,0 \pm 5,0$	$91,1 \pm 0,4$	0	Fich, Blitz, Stark, 1989
GC-CMD	$552,2 \pm 5,5$	$266,5 \pm 0,3$	$29,1 \pm 0,4$	
Sun-LG	$308 \pm 23$	$105 \pm 5$	$-7 \pm 4$	Yahil et al., 1977
LG-CMB	$627 \pm 22$	$276 \pm 3$	$30 \pm 3$	

LSR – локальная система координат, GC – галактический центр и LG – локальная группа.

Ещё раз подчеркнём, что дипольная анизотропия реликтового излучения связана с движением наблюдателя в локальной группе относительно реликтового излучения. Это движение индуцировано локальными неоднородностями гравитационного потенциала. Для невозмущённой температуры реликтового излучения  $T_0 = 2,73$  величина дипольной анизотропии соответствует

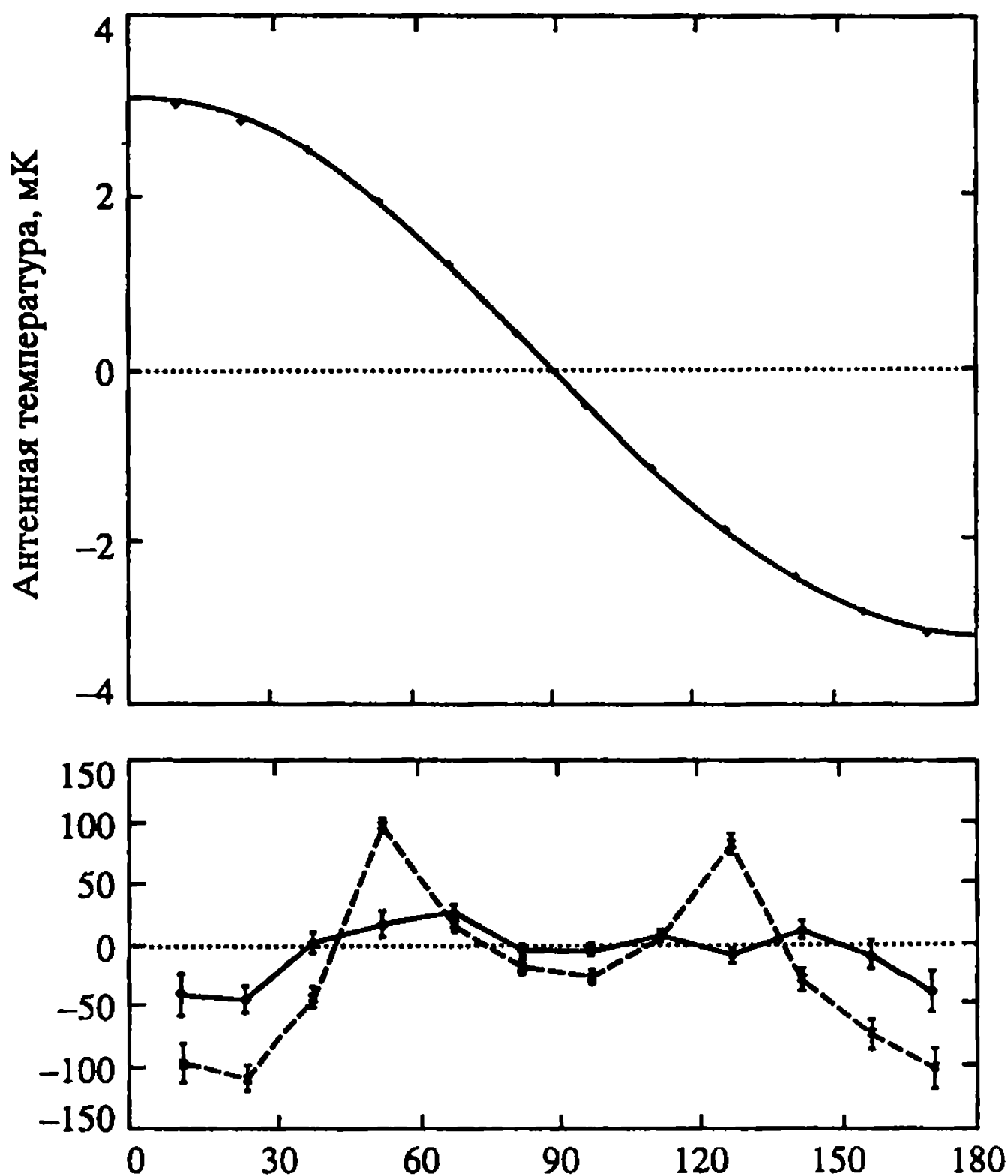


Рис. 5.2. Зависимость антенной температуры от угла  $\theta$  (вверху) и отклонения от дипольного распределения (внизу) по данным [Kogut et al., 1996]

$\beta$  – параметру, равному  $\beta = (1,23 \pm 0,01) \cdot 10^{-3}$ , что эквивалентно модулю скорости  $v \approx 370 \pm 3$  км/с. Это значение скорости в сочетании с измеренной ориентацией диполя позволяет оценить скорость и направление движения локальной группы:  $v_{LG} \approx 627 \pm 22$  ( $l^{II}, b^{II}$ ) = ( $276^\circ \pm 3^\circ, 30^\circ \pm 3^\circ$ ).

Заметим, однако, что это предсказание достаточно трудно сравнить с данными дипольной анизотропии, полученными другими методами, например, анизотропией рентгеновского фона, измеренной спутником HEAO-1, из-за высокой погрешности:  $v_\alpha \approx 475 \pm 165$  и ( $l^{II}, b^{II}$ )  $\approx$  ( $280^\circ, 30^\circ$ ). Кроме того, в силу интерференции между космологическим диполем и локальными неоднородностями гравитационного потенциала, чрезвычайно трудно разделить вклад от каждой компоненты. Именно поэтому

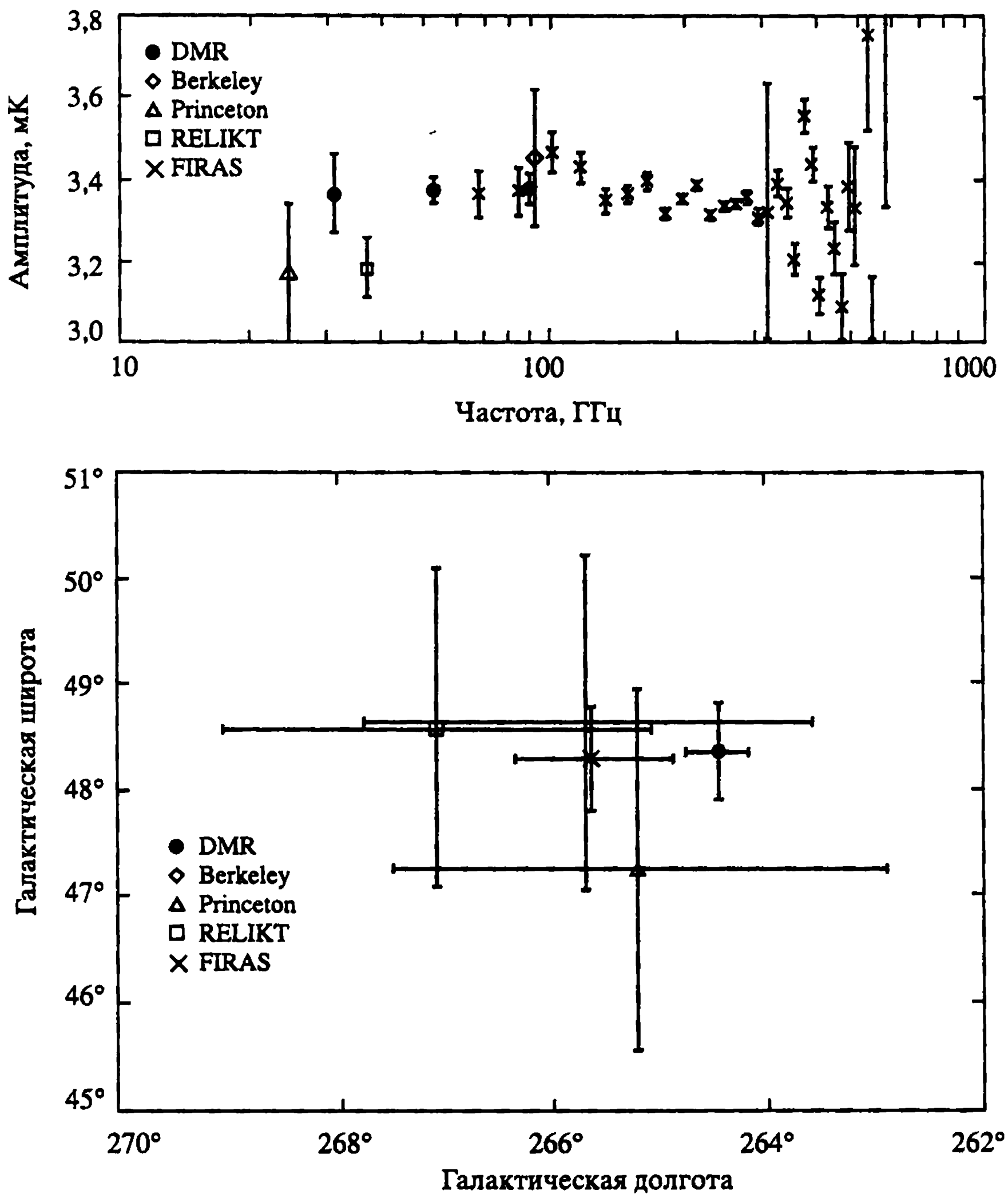


Рис. 5.3. Амплитуда и ориентация диполя

основная информация о поведении и распределении неоднородностей во Вселенной с масштабом выше  $(10^2 \div 3 \cdot 10^2)$  Мпк заключена в гармониках  $l \geq 2$ , анализ которых мы даём в следующих подразделах этого раздела.

### 5.2.2. Квадрупольная анизотропия реликтового излучения и высшие гармоники

Для квадрупольной моды анизотропии реликтового излучения вклад от нашей Галактики оказывается сопоставимым с амплитудой первичной (космологической) компоненты [Bennet et al., 1996]. На основе результатов COBE соответствующая величина среднеквадратичного уровня квадрупольной компоненты оказывается равной  $Q_{rms} = 10,0_{-4}^{+7}$  мкК<sup>1</sup> (68% уровень значимости) [Bennet et al., 1996].

На 95% уровне значимости амплитуда квадруполя заключена в интервале  $4 \text{ мкК} \leq Q_{rms} \leq 28 \text{ мкК}$  [Kogut et al., 199a, b] и при такой широте доверительного интервала может быть легко совмещена с любой реалистичной моделью спектра адиабатических возмущений. Следует особо подчеркнуть, что идея сравнения амплитуды каждого конкретного мультиполя с предсказаниями теории обладают очевидным внутренним дефектом. В принципе, источником анизотропии реликтового излучения в угловых масштабах выше  $1 \div 3^\circ$  могут являться возмущения любого типа (адиабатические или изопотенциальные), включая и гравитационные волны. Свободными параметрами, осуществляющими “стыковку” между спектром возмущений  $P(k)$  и соответствующими характеристиками  $\Delta T(\theta, \varphi)$  естественно являются амплитуда и форма спектра  $P(k)$ . Можно задаваться целью, зафиксировав тип возмущений или их суперпозицию, максимально сблизить теоретически представленный характер корреляционной функции  $\xi_{th}(\theta)$  и её экспериментальное значение  $\xi_{ex}(\theta)$ , взятое, например, из данных COBE. Если считать, что форма спектра для потенциальных возмущений и гравитационных волн является свободным параметром, то такую задачу минимизации отклонений  $\xi_{th}(\theta)$  и  $\xi_{ex}(\theta)$  можно решить всегда. Однако практическая ценность такого решения будет близка к нулю, поскольку сами экспериментальные значения  $C_{l(ex)}$  для каждого  $l$  могут обладать разным уровнем погрешностей, включая и эффекты систематики, которые будут немедленно трансформированы в неточности определения спектра. Более того, напомним, что крупномасштабная анизотропия  $\Delta T(\theta, \varphi)$  соответствует пространственным масштабам возмущений  $r_{LS} > 100 \div 300 \text{ Мпк}$  (в зависимости от величины параметров  $h, \Omega_{tot}, \Omega_b, \Omega_{dm}, \Omega_\lambda$  и т.д.). Для этих масштабов у нас нет надёжных наблюдательных тестов,

<sup>1</sup> rms-среднее квадратичное значение.

позволяющих немедленно осуществить проверку спектра  $P(k)$ , используя данные о крупномасштабном распределении вещества. Следовательно космологическая ценность такой “техники” минимизации  $\xi_{\text{th}}(\theta)$  и  $\xi_{\text{ex}}(\theta)$  будет близка к нулю, поскольку она не ведёт к сколько-нибудь верифицируемым результатам. Более конструктивным, а следовательно, и более предпочтительным нам представляется подход, в рамках которого мостик между типичными галактическими шкалами ( $\sim 1$  Мпк) и  $r_{LS}$  задаётся моделью спектра  $P(k)$ , параметры которой верифицируются с помощью данных о пространственном распределении материи как в диапазоне  $r \ll r_{LS}$ , так и данными по анизотропии реликтового излучения ( $r \geq r_{LS}$ ). Одной из наиболее успешных моделей такого рода является уже не раз обсуждавшийся ранее степенной закон поведения  $P(k) = Ak^n$  для адиабатической моды возмущений плотности, заданный на всём интервале изменения модуля  $k$ .

Наиболее простой для аналитических исследований крупномасштабного распределения анизотропии реликтового излучения является CDM-модель с  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_{\lambda} = 0$  и показателем спектра адиабатических возмущений  $n = 1$ .

В рамках этой модели удаётся аналитически проследить за поведением функции  $\xi_{\text{th}}(\theta)$ , а затем легко обобщить результаты на более сложные космологические модели, включающие ненулевую космологическую постоянную или неадиабатические моды возмущений. Следуя Кофману и Старобинскому [1985], представим корреляционную функцию  $\xi_{\text{th}}(\theta)$  для “стандартной” CDM-модели в виде

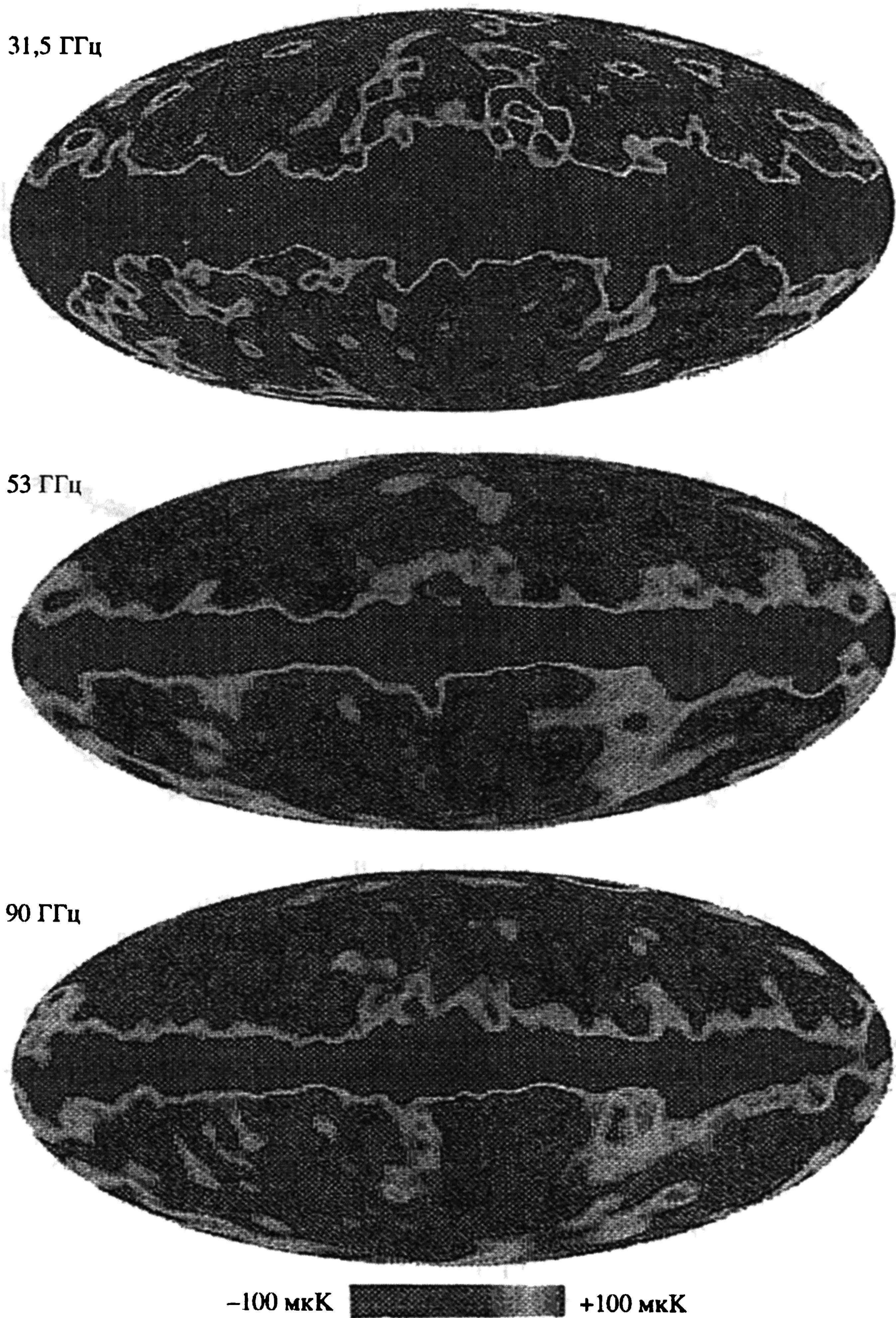
$$\xi_{\text{th}}(\theta) = \bar{A} \sum_{l=2}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} P_l(\cos \theta), \quad (5.25)$$

где  $A$  – нормировочная постоянная, пропорциональная амплитуде спектра Харрисона–Зельдовича для адиабатических неоднородностей ( $n = 1$ ). Из уравнения (5.25) вычтены монополярная и дипольная компоненты. Выражение для корреляционной функции (5.25) может быть представлено в виде комбинации тригонометрических функций [Кофман, Старобинский, 1985]:

$$\xi_{\text{th}}(\theta) = \bar{A} \left\{ -\frac{3}{2} \cos \theta - 1 - 2 \ln \left( \sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}. \quad (5.26)$$

Это выражение формально имеет особенность при  $\theta \rightarrow 0$ , природа которой ясна. Суммирование в выражении (5.25) до любых, сколь угодно больших  $l$  оказывается за пределами применимости теории, основанной на эффекте Сакса–Вольфа. Фор-





**Рис. 5.4а.** Распределение  $\Delta T$  на небе для трёх частотных диапазонов: 31,5, 53 и 90 ГГц по данным COBE

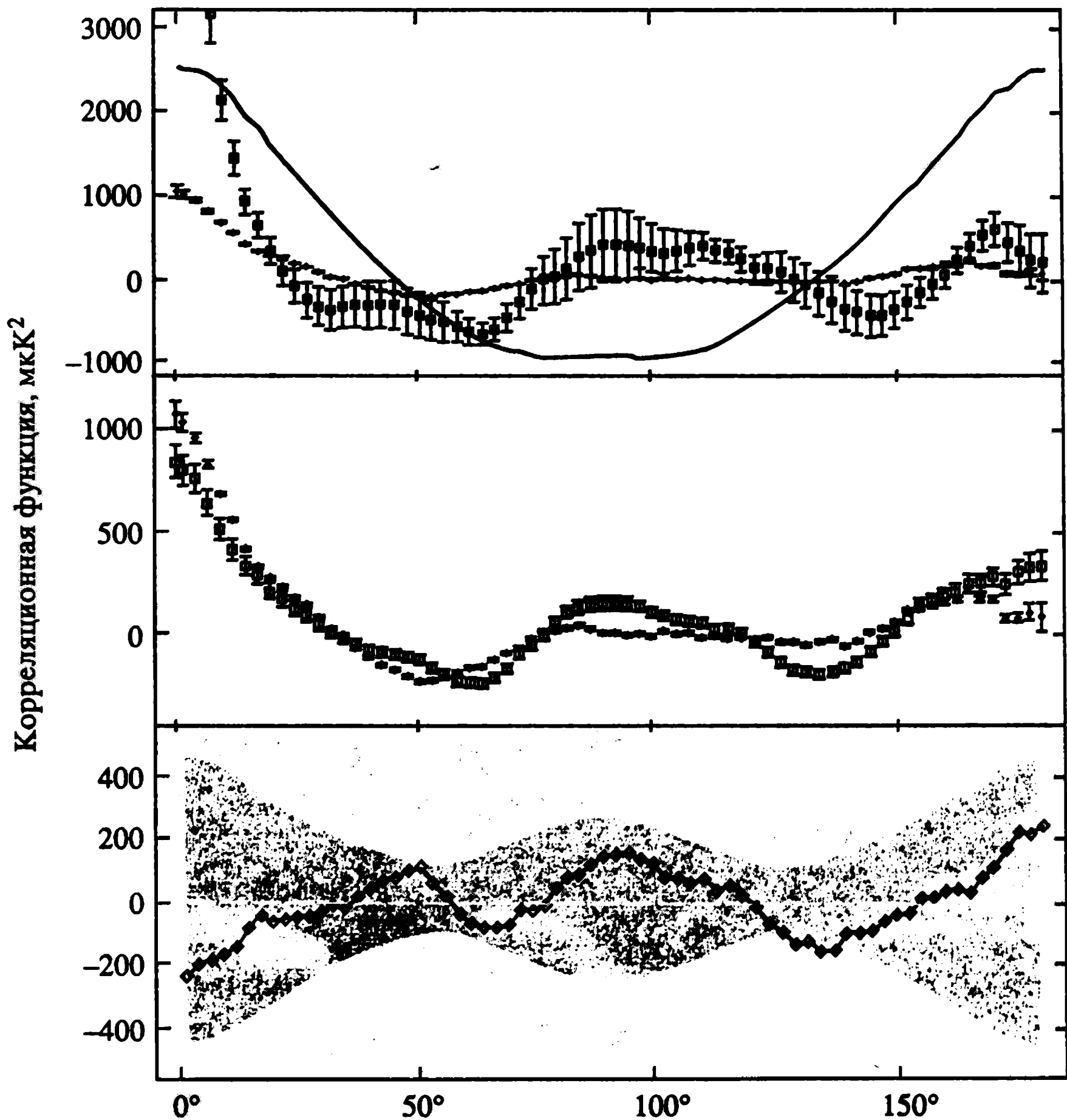


Рис. 5.46. Авто- и кросс-корреляция сигнала на картах COBE. Верхний рисунок – автокорреляционные функции: DMR (ромбики) и FIRAS (квадратики). Сплошная линия – вклад квадрупольной компоненты. Средний – кросс-корреляция DMR  $\times$  FIRAS данных. Нижний – разность (FIRAS  $\times$  DMR) – (DMR  $\times$  DMR)

мально в качестве верхнего предела суммы в уравнении (5.25) нужно использовать  $l_{\text{гес}}$ , соответствующее условию  $l_{\text{гес}}\theta_{\text{гес}} \approx 1$ , где  $\theta_{\text{гес}}$  – угловая мера горизонта рекомбинации, пересчитанная на современный возраст Вселенной.

Другая причина, которую также следует иметь в виду при сравнении предсказаний теории с наблюдениями, – это угловое разрешение антенны приёмной системы, которое может оказаться хуже, чем  $\theta_{\text{гес}}$ . Примером такой ситуации является эксперимент COBE, для которого  $\theta_A \sim 10^\circ \gg \theta_{\text{гес}}$  (см. рис. 5.4а, б).



С учётом отмеченной корректировки теоретических предсказаний корреляционная функция флуктуаций  $\Delta T(\theta)$  в угловых масштабах, определяемых эффектом Сакса–Вольфа, имеет чрезвычайно простую структуру (5.26), отражающую два важнейших фактора – выбор пространственно-плоской модели Вселенной и масштабно-инвариантного спектра возмущений метрики  $P_g(k)$ , связанного со спектром возмущений плотности простым соотношением  $P_g(k) = k^{-4}P(k) \sim k^{-3}$ . При этом дисперсия возмущений метрики в интервале  $k \div k + \Delta k$ ,

$$\langle h^2 \rangle \sim \int_k^{k+\Delta k} dk \cdot k^2 P_g(k) \sim \int_k^{k+\Delta k} \frac{dk}{k}, \quad (5.27)$$

практически не зависит от выбора ширины интервала.

Воспользовавшись результатами анализа спектра  $C(l)$  и корреляционной функции  $\xi_{th}(\theta)$  в рамках стандартной CDM-модели, легко понять природу изменения этих характеристик в более сложных космологических моделях. Рассматривая наблюдательный статус проблемы скрытой массы в предыдущей части монографии, мы уже не раз отмечали важность учёта космологической постоянной в динамике расширения Вселенной. Появление плотности вакуума  $\Omega_\lambda$  в распределении анизотропии реликтового излучения характеризуется двумя основными эффектами. Во-первых, изменяется закон роста возмущений на стадии после рекомбинации водорода в особенности при  $z \rightarrow 0$  [Peebles, 1983]. Во-вторых, в силу относительно резкого возрастания масштаба современного горизонта под воздействием плотности вакуума через расширение Вселенной происходит перенормировка угловых масштабов, под которыми видны неоднородности  $\Delta T$  [Заботин, Насельский, 1983; Кофман, Старобинский, 1985]. В совокупности это приводит к следующей модификации спектра для крупномасштабных мод  $\Delta T(\theta)$  [Кофман, Старобинский, 1985] для адиабатических возмущений метрики со спектром Харрисона–Зельдовича:

$$C(l) = \frac{\bar{A}}{l(l+1)} K_l^2(\Omega_\lambda), \quad (5.28)$$

где

$$K_l^2(\Omega_\lambda) = 1 + D_l \left[ \left( \frac{\Omega_\lambda}{1 - \Omega_\lambda} \right)^{1/6} - d \right], \quad l \geq 5, \quad (5.29)$$

$d \approx 1,04$ ,  $D_2 = 1,58$ ,  $D_3 = 1,31$ ,  $D_4 = 1,12$ . При  $l \geq 5$  аппроксимация

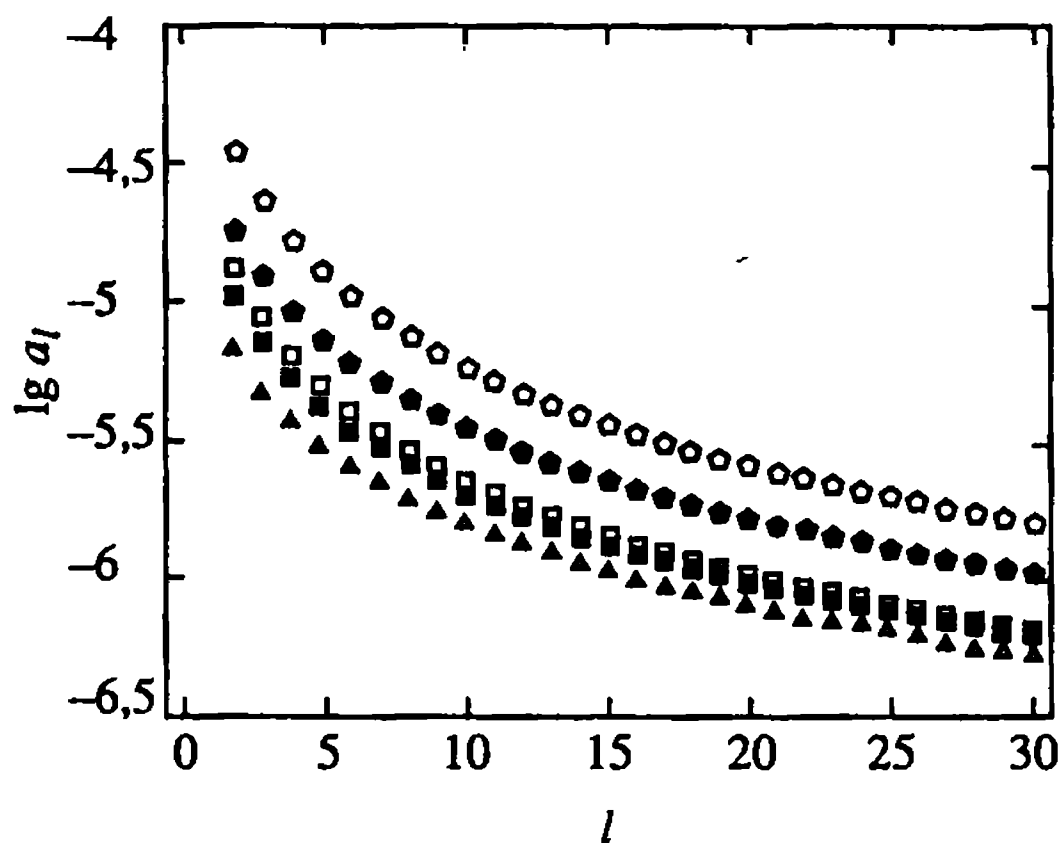


Рис. 5.5. Зависимость  $a_l$  от  $l$ ,  $h$  и  $\Omega_m$  в  $\Lambda$ CDM космологической модели [Gorski et al., 1992]. Значки соответствуют следующим моделям: белый пятиугольник –  $\Omega = 0,1$ ,  $h = 0,5$ , чёрный пятиугольник –  $\Omega = 0,2$ ,  $h = 0,5$ , белый квадрат –  $\Omega = 0,1$ ,  $h = 1,0$ , чёрный квадрат –  $\Omega = 0,2$ ,  $h = 0,75$ , треугольник –  $\Omega = 1,0$ ,  $h = 0,5$

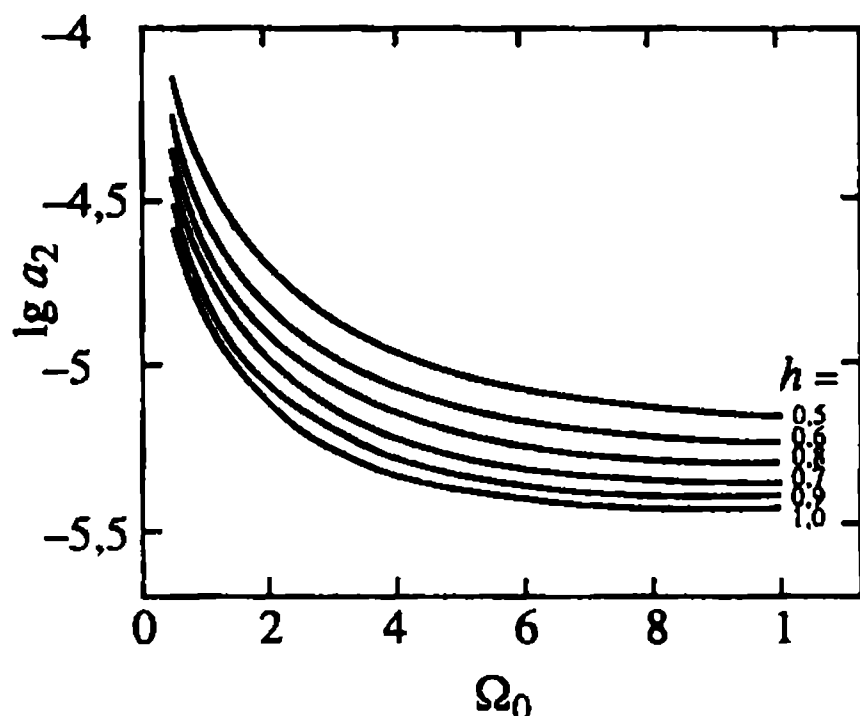


Рис. 5.6. Зависимость коэффициента  $a_2$  от  $\Omega_0 = \Omega_m$  и  $h$  в  $\Lambda$ CDM-модели ( $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ )

для коэффициентов трансформации спектра  $K_l$  изменяется,

$$K_l^2(\Omega_\lambda) = 1 + \frac{B(\Omega_\lambda)}{l + 1/2}, \quad (5.30)$$

и для наиболее предпочтительных значений параметра  $\Omega_\lambda = 0,7 \div 0,9$  соответствующие коэффициенты  $B$  равны: 1,53, 2,707 и 5,325. На рис. 5.5 и 5.6 показано поведение функции  $a_l$ , связанной со спектром  $C_l$  условием  $a_l = C_l^{1/2}(l)$  для различных  $\Lambda$ CDM-моделей из работы [Gorski, Silk, Vittorio, 1992]. Общим условием для этих моделей является  $\Omega_{tot} = 1 = \Omega_0 + \Omega_\lambda$ . Отдельно (рис. 5.6) приведена зависимость квадрупольной компоненты от величины  $\Omega_0$  и различных значений постоянной Хаббла. Общей особенностью  $\Lambda$ CDM космологических моделей является повышение уровня крупномасштабной анизотропии реликтового излучения по мере увеличения  $\Omega_\lambda$ . Этот результат объясняется довольно просто. Чем выше плотность энергии вакуума, тем раньше наступает момент равенства плотностей холодной

материи  $\rho_{dm} = \Omega_{dm}\rho_{cr}(1+z)^3$  и  $\rho_\lambda = \Omega_\lambda\rho_{cr}$ :

$$1 + z_{eq}^* = \left( \frac{\Omega_\lambda}{\Omega_{dm}} \right)^{1/3} = \left( \frac{\Omega_\lambda}{1 - \Omega_\lambda} \right)^{1/3} \quad (5.31)$$

Учтём, что на фазе доминирования плотности вакуума рост адиабатических возмущений прекращается [Peebles, 1983]. Следовательно, для того, чтобы в  $\Lambda$ CDM-модели сформировались нелинейные структуры в распределении вещества, необходимо, чтобы начальные амплитуды были тем выше, чем выше  $z^*$ , а следовательно, и  $\Omega_\lambda$ . В силу слабой зависимости  $z^*$  от  $\Omega_\lambda$  этот эффект автоматически оказывается небольшим по амплитуде, но тем не менее он весьма существен, когда речь идёт о флуктуациях температуры реликтового излучения.

Следует особо подчеркнуть, что не только адиабатические возмущения являются источником крупномасштабной анизотропии реликтового излучения. Первичные изопотенциальные возмущения или гравитационные волны будут приводить к анизотропии распределения интенсивности реликтового излучения на небесной сфере в силу создаваемых ими возмущений гравитационного потенциала и соответствующего гравитационного смещения частоты квантов. В следующем подразделе этого параграфа мы более детально рассмотрим роль гравитационных волн в формировании крупномасштабных угловых вариаций  $\Delta T$ .

### 5.2.3. Гравитационные волны как источник крупномасштабной анизотропии реликтового излучения

Одним из важнейших предсказаний современных теорий ранних фаз эволюции Вселенной, базирующихся на моделях инфляции, является предсказание фона гравитационных волн, генерируемого в процессе перестройки вакуума физических полей [Старобинский, 1979]. Качественные отличия в характеристиках анизотропии, генерируемой адиабатическими возмущениями в эпоху до и после рекомбинации водорода, и гравитационными волнами можно понять, анализируя особенности их эволюции. Прежде всего важнейшим отличием гравитационных волн от адиабатических возмущений метрики, в силу тензорного характера первых, является независимость от распределения материи – гравитационные волны малой амплитуды не вызывают перераспределения плотности и скорости материи и эволю-

ционируют независимо. Это обстоятельство было отмечено ещё в пионерской работе Е.М. Лифшица [1946]. Амплитуда гравитационной волны в силу расширения Вселенной является функцией времени (см. [Грищук, 1974]),

$$h_{\alpha}^{\beta}(\xi, \bar{x}) = \sum_{\bar{k}} \frac{\mu_{\bar{k}}(\xi)}{a(\xi)} G_{\alpha}^{\beta}(\bar{k}, \bar{x}) + k \cdot c. \quad (5.32)$$

Ограничимся для простоты анализом пространственно-плоской модели Вселенной, для которой эволюция амплитуды  $\mu_{\bar{k}} \equiv \mu_{\bar{k}}(\xi)$  описывается хорошо известным уравнением [Грищук, 1974].

$$\mu_{\bar{k}}'' + \left( k^2 - \frac{a''}{a} \right) \mu_{\bar{k}}(\xi) = 0. \quad (5.33)$$

Из (5.33) легко получить асимптотики функции  $\mu_{\bar{k}}(\xi)$  в пределе длинных ( $k\xi \ll 1$ ) и коротких ( $k\xi \gg 1$ ) гравитационных волн. В первом случае ( $k\xi \ll 1$ ) зависимость  $\mu_{\bar{k}}(\xi)$  даётся хорошо известным решением [Грищук, 1974]

$$\mu_{\bar{k}} \approx C_1 \cdot a + C_2 \cdot a \int \frac{d\xi}{a^2}. \quad (5.34)$$

В пределе коротких волн уравнение для амплитуды  $\mu_{\bar{k}}(\xi)$  соответствует уравнению для гармонического осциллятора и имеет простое аналитическое решение

$$\mu_{\bar{k}} \approx \tilde{C}_1 \sin k\xi + \tilde{C}_2 \cos k\xi. \quad (5.35)$$

Заметим, что в случае, когда уравнение состояния материи в ранней Вселенной соответствует ультрарелятивистскому пределу  $P = \epsilon/3$ , высокочастотное приближение (5.35) соответствует точному решению (5.33), так как  $a''/a \equiv 0$  [Грищук, 1974].

Воспользовавшись выражениями (5.34) и (5.35), проследим как изменяется амплитуда возмущений метрики в каждой моде  $k$  в зависимости от соотношения между длиной гравитационной волны и масштабом космологического горизонта. Будем считать, что  $\xi \gg \xi_{\text{req}}$  и динамика расширения Вселенной определяется скрытой массой с  $\Omega_{\text{tot}} = 1$  и  $\Omega_{\lambda} = 0$ . Соответствующее обобщение на модели с  $\Omega_{\lambda} \neq 0$  может быть построено по аналогии с адиабатическими модами, рассмотренными в предыдущем разделе.

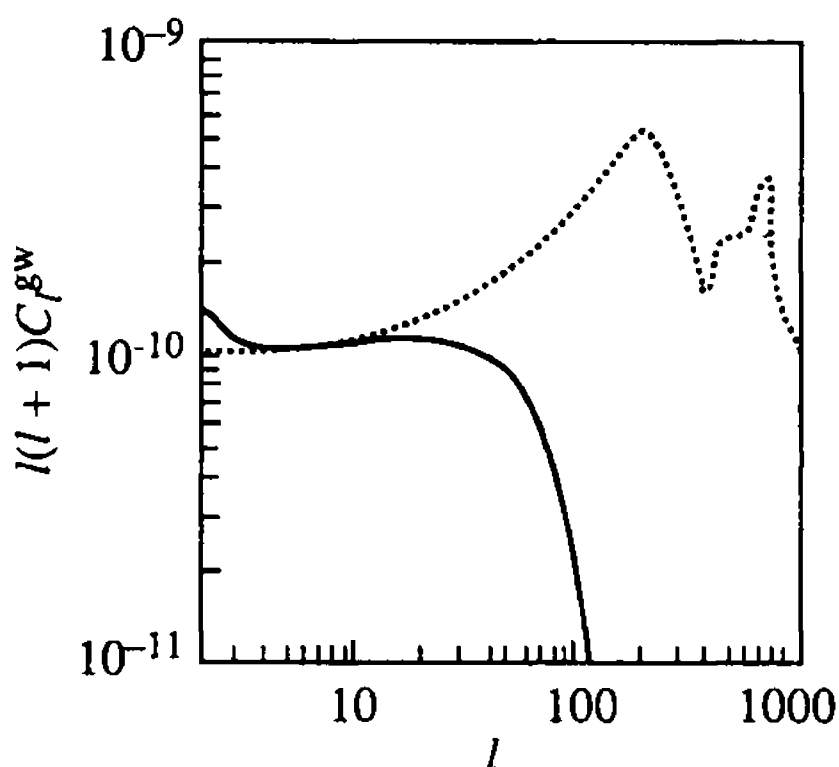
Итак, при  $k\xi \ll 1$  в соответствии с уравнением (5.34), растущая мода даётся выражением  $\mu_{\bar{k}} \propto C_1(\bar{k}) \cdot \xi^2 \approx g_{\bar{k}} \cdot k^2 \xi^2$ , а убывающей модой можно пренебречь. Функция  $\mu_{\bar{k}}$  достигает максимума  $\mu_{\bar{k}} \approx g_{\bar{k}}$  при  $k\xi \sim 1$  и переходит от режима изменения (5.34) к режиму осцилляций (5.35). Эти осцилляции происходят с постоянной амплитудой, не превышающей  $g_{\bar{k}}$ :

$$\tilde{C}_{1(\bar{k})} = g_{\bar{k}} k^2 \xi_*^2 \left( \sin k\xi_* + 2 \frac{\cos k\xi_*}{k\xi_*} \right), \quad (5.36)$$

$$\tilde{C}_{2(\bar{k})} = g_{\bar{k}} k^2 \xi_*^2 \left( \cos k\xi_* - 2 \frac{\sin k\xi_*}{k\xi_*} \right).$$

Здесь  $k\xi_* \approx 2\pi$  отвечает условию равенства длины гравитационной волны и горизонта. При этом возмущения метрики, создаваемые гравитационной волной, оказываются порядка  $h_k \sim \mu_k/a \sim g_k/\xi^2$  и убывают по мере увеличения конформного времени  $\xi$ . Таким образом, основной вклад в возмущения гравитационного потенциала, а следовательно и анизотропию реликтового излучения вносят гравитационные волны с  $k\xi_* \approx 2\pi$ , когда  $n_k$  достигает максимума. При этом, как и для адиабатических мод, распределение анизотропии реликтового излучения по углу полностью определяется заданием спектра гравитационных волн  $\Phi_g(k)$ . В простейших моделях инфляции, предсказывающих масштабно инвариантный спектр возмущений метрики  $\Phi_g \sim k^{-3}$ , спектр гравитационных волн также является масштабно инвариантным:  $\Phi_g(k) \propto k^{-3}$  [Старобинский, 1985а, б]. Это означает, что для угловых масштабов  $\theta \gg \theta_{\text{гес}}$ , где  $\theta_{\text{гес}}$  – угловая мера горизонта рекомбинации, мультипольная структура  $C_l^{\text{gw}}$  будет близка к структуре  $C_l$  для адиабатических мод. Детальный численный анализ уравнения переноса квантов в присутствии гравитационных волн приводит к зависимости  $C_l^{\text{gw}}$  от  $l$ , представленной на рис. 5.7. Как видно из этого рисунка, пекулярность гравитационных волн проявляется при  $l = 2$  (квадрупольная компонента) и при  $l > 10^2$ , где вклад гравитационных волн (gw) в анизотропию реликтового излучения подавлен в силу рассеяния квантов на электронах.

Заметим, что для любых инфляционных моделей, использующих условие медленного изменения потенциала инфлантона, соотношение между вкладом гравитационных волн и скалярных



**Рис. 5.7.** Спектр анизотропии, генерируемой гравитационными волнами в  $\Lambda$ CDM-модели (сплошная линия) в сравнении со спектром анизотропии, вызванной адиабатическими модами (пунктирная линия). При  $l > 100$  показаны сахаровские осцилляции, которые рассматриваются в разделе 5.3

(адиабатических) возмущений в анизотропию реликтового излучения удобно характеризовать в терминах так называемого  $T/S$ -соотношения (см. [Polarski, Starobinsky, 1994],

$$\frac{T}{S} = \frac{C_l^{gw}}{C_l^A} = \bar{k}_l |n_T|; \quad n_T < 0, \quad (5.37)$$

где  $n_T = [d \lg(k^3 \Phi_g^2(k))] / d \lg k$  – отклонение спектра мощности гравитационных волн от масштабно инвариантного спектра,

$$\bar{k}_l = 6,2 \quad \text{при } l \geq 1 \quad \text{и} \quad |n_T| \ll 1 \quad (5.38)$$

и  $\bar{k}_2 = 6,93$ ,  $\bar{k}_3 = 5,45$ ,  $\bar{k}_5 = 6,10$ ,  $\bar{k}_{10} = 5,3$  при  $|n_T| \ll 1$  [Polarski, Starobinsky, 1994].

Как видно из уравнений (5.37) и (5.38), наиболее вероятно, что вклад от гравитационных волн не превышает вклада от адиабатических возмущений. Однако не исключено, что для специальных моделей инфляции он может быть сопоставим с вкладом от адиабатических мод и даже превышать его (см. по этому поводу [Lukash, Mikheeva, 1999]).

### 5.3. Эффекты Силка и Доплера.

#### Сахаровские осцилляции спектра реликтового излучения

Рассматривая механизмы генерации первичной анизотропии реликтового излучения в предыдущем разделе, мы отмечали, что она связана с тремя важнейшими физическими процессами: гравитационным смещением частоты квантов (эффект Сакса-Вольфа), адиабатическим поджатием излучения до эпохи реком-

бинации водорода в зонах повышенной и пониженной плотности (эффект Силка) и рассеянием квантов на движущихся в адиабатических возмущениях свободных электронах как до, так и в ходе рекомбинации (эффект Доплера).

Сейчас стало модным подразделять каждый из механизмов, перечисленных выше, на “подклассы” в зависимости от того, какую часть спектра флуктуаций  $C(l)$  мы будем описывать и комбинация каких физических процессов даёт основной вклад в  $C(l)$  при заданном значении  $l$ . В принципе, наверное, это правильно, когда мы говорим о детализированной теории формирования анизотропии (и добавим, поляризации) реликтового излучения, базирующейся на серьёзном математическом фундаменте. Однако с эстетической точки зрения, отдавая дань истории исследований реликтового излучения, мы считаем естественным сохранить прежнюю классификацию, которая, с одной стороны, уже “отпраздновала” свой почти уже 35-летний юбилей, а с другой, наглядно отражает природу основных источников генерации анизотропии реликтового излучения, фигурирующих в правой части уравнения (10) первого параграфа второй главы нашей книги. Как и раньше (см. предыдущие разделы этой части), мы будем использовать ньютоновскую калибровку для возмущений метрики, предложенную в работах [Mukhanov, Feldman, Brandberger, 1992]; [Ma, Bertshinger, 1995], для которой пространственный интервал даётся выражением (4.2).

Отличительной особенностью высокочастотного приближения, анализу которого посвящён настоящий раздел, является учёт эффектов просветления (изменение оптической толщи  $\tau$  в процессе рекомбинации водорода). Сравнивая это приближение с длинноволновой асимптотикой уравнения переноса квантов в слабо неоднородной среде, можно констатировать, что высокочастотное приближение описывает характер распределения анизотропии реликтового излучения по углу в масштабах, меньших или порядка угловой меры космологического горизонта  $r_{\text{rec}}$ , взятого в момент рекомбинации водорода и пересчитанного на сегодняшний день с учётом расширения Вселенной.

Используя тот же метод разложения возмущений температуры  $\theta = \Delta T/T$ , что и при анализе эффекта Сакса–Вольфа (см. раздел 5.2), приведём соответствующее обобщение системы уравнений для мультипольных компонент  $\theta_l$ , с учётом изменения оптической толщи плазмы во времени (конформном). Для удобства, как и раньше, рассмотрим сначала пространственно-плоскую космологическую модель ( $E = 0$ ), а затем обобщим резуль-



таты на более сложные модели с  $E \neq 0$ . Соответствующая модификация уравнений переноса для каждой  $l$ -моды  $\theta_l$  выглядит следующим образом [Hu, White, 1996]:

$$\begin{aligned}\theta'_0 &= -\frac{k}{3}\theta_1 = \Phi', \\ \theta'_1 &= k\left[\theta_0 + \Psi - \frac{2}{5}\theta_2\right] - \tau'(\theta_1 - v_b), \\ \theta'_2 &= k\left[\frac{2}{3}\theta_1 - \frac{3}{7}\theta_3\right] - \tau'\left(\frac{3}{4}\theta_2\right), \\ \theta'_l &= k\left[\frac{l}{2l-1}\theta_{l-1} - \frac{l+1}{2l+3}\theta_{l+3}\right] - \tau'(\theta_l), \quad l > 2.\end{aligned}\tag{5.39}$$

Напомним, что как и ранее, связь между  $k$ -й модой флуктуаций температуры в направлении прихода квантов  $\bar{\gamma}$  и  $\theta(\xi, \bar{k}, \bar{\gamma})$  даётся выражением

$$\theta(\xi, \bar{k}, \bar{\gamma}) = \sum_l (-i)^l \theta_l P_l(\bar{k} \cdot \bar{\gamma}),\tag{5.40}$$

$v_b$  обозначает  $k$ -ю гармонику в разложении возмущений поля скорости в веществе (см. формулу (5.39)) и  $\tau' = n_e \sigma_T a$  – производную от оптической толщи плазмы по времени  $\xi = \int \frac{dt}{a}$ , где  $a$  – масштабный фактор,  $n_e$  – концентрация свободных электронов и  $\sigma_T$  – томпсоновском сечение. Систему уравнений (5.39) необходимо дополнить уравнением для  $V_b$  (см. [Hu, White, 1996]). Кроме того, при получении системы (5.39) важное допущение состоит в том, что поляризационные эффекты при рассеянии квантов на электронах не играют существенной роли в формировании анизотропии реликтового излучения. Справедливость этого предположения подтверждается a posteriori (подробнее об этом см. следующую главу).

Базируясь на уравнениях гидродинамики для барионной фракции материи, представим соответствующую связь между возмущением плотности и скорости в виде [Hu, White, 1996]

$$\delta'_b = -k v_b - 3\Phi', \quad v'_b = -\frac{a'}{a} v_b + k\Psi + \frac{\tau'}{R}(\theta_1 - V_b),\tag{5.41}$$

где  $R = (3\rho_b)/(4\rho_\gamma)$ . Напомним, что как и ранее,  $\theta_0 \equiv \frac{\Delta T}{T} = \frac{1\delta\rho_\gamma}{4\rho_\gamma}$ ,



где  $\rho_\gamma$  – плотность квантов реликтового излучения. Кроме того, связь между возмущениями метрики и возмущениями плотности и скорости многокомпонентной материи даётся соотношениями [Bardeen, 1980]

$$k^2\Phi = 4\pi G a^2 \sum_i \left[ \rho_i \delta_i + 3 \frac{a'}{a} (\rho_i + P_i) \frac{V_i}{k} \right], \quad (5.42)$$

$$k^2(\Psi + \Phi) = -8\pi G a^2 \sum_i P_i \Pi_i,$$

где индекс  $i$  соответствует каждому виду материи во Вселенной (включая скрытую массу, массивные и безмассовые нейтрино, барионную фракцию и реликтовое излучение), а  $\Pi_i$  – анизотропная часть давления.

Система уравнений (5.39)÷(5.42) полностью описывает процесс генерации первичной анизотропии реликтового излучения в расширяющейся Вселенной в эпоху до и после рекомбинации водорода. Она естественно не учитывает возможных искажений характеристик  $\theta(\vec{k}, \vec{\gamma}, \xi)$  на поздних этапах эволюции, когда уже сформировались первые галактики и квазары, способные изменить ионизационный баланс плазмы и вызвать дополнительное рассеяние квантов на электронах. Подробнее этот аспект проблемы будет рассмотрен нами в следующей главе. Следует особо подчеркнуть, что анализ решений системы (5.39)÷(5.42) представляет собой достаточно сложную математическую проблему. Как мы уже упоминали ранее, если первичные адиабатические возмущения метрики, скорости и плотности плазмы родились из квантовых флуктуаций вакуума в период инфляции, естественно ожидать, что случайные величины  $\Theta_b$ ,  $V_b$ ,  $\delta_b$ ,  $\Phi$  и  $\Psi$  распределены по нормальному (гауссову) закону. В этом случае все статистические свойства случайных гауссовых полей полностью определяются соответствующими спектрами мощности.

Для анизотропии реликтового излучения мы ранее уже ввели определение спектра  $C(l)$ . Таким образом ясно, что если нас интересует поведение функции  $C(l)$  при  $l \approx 5000$ , то для нахождения  $C(l)$  из системы (5.39)÷(5.42) нам требуется учитывать примерно 5000 уравнений, относящихся к классу “жестких” систем, в которых наряду с медленно изменяющимися переменными (например, масштабным фактором  $a(t)$  или температурой реликтового излучения) фигурируют “быстрые” переменные – такие, как оптическая толща плазмы или сами величины  $\Theta_l(\xi)$

при  $l \gg 10^2$ . В общем случае для различных космологических моделей корректный анализ системы (5.39)–(5.42) возможен лишь в рамках численного моделирования и представляет собой достаточно сложную математическую задачу. В то же время ряд асимптотик, прекрасно согласующихся с результатами численных экспериментов, можно получить аналитически, выявив при этом основные закономерности формирования первичной анизотропии реликтового излучения и её связь с возмущениями метрики, скорости и плотности материи. Эта связь уникальна хотя бы уже тем, что соответствующие масштабы возмущений, порождающих  $\Delta T$ , оказываются близки к пространственным масштабам современных структур. Следовательно, анализируя угловое распределение  $\Delta T$  на небе, мы можем заглянуть в самое начало процесса гравитационного роста возмущений, обусловившего структуризацию материи в космосе. А поскольку современный этап эволюции структур во Вселенной сильно нелинеен, нет необходимости детально пояснять, насколько важно нам знать начальные условия этого процесса для понимания основных закономерностей его развития. Эти “начальные условия” можно (и нужно!) извлечь из анализа анизотропии реликтового излучения.

Существенное упрощение аналитического исследования решений системы (5.39)–(5.42) связано с анализом так называемого высокочастотного приближения, при котором параметр  $k/\tau'$  считается бóльшим:  $k/\tau' \gg 1$ . Впервые это приближение было использовано при анализе процесса генерации  $\Delta T$  в барионной модели Вселенной в работах [Peebles, Yu, 1970] и [Зельдович, Сюняев, 1970]. При высокой непрозрачности плазмы  $\tau \gg 1$  (но  $\tau/\tau' \sim \xi$ ), высокочастотное приближение  $k/\tau' \gg 1$  эквивалентно условию  $k\xi \gg \tau$ . В этом приближении, следуя работе [Peebles, Yu, 1970], в уравнениях системы (5.39) мы можем ограничиться лишь монопольной ( $\theta_0$ ) и дипольной ( $\theta_1$ ) компонентами, для которых система (5.39) преобразуется к виду

$$\theta'_0 = -\frac{k}{3}\theta_1 - \Phi', \quad \theta'_1 = -\frac{R}{1+R}\frac{a'}{a}\theta_1 + \frac{k}{1+R}\theta_0 + k\Psi \quad (5.43)$$

Отметим важное свойство системы (5.43). Как видно из этой системы, характеристики анизотропии реликтового излучения ( $\theta_0$ ) и ( $\theta_1$ ) зависят от поведения гравитационных потенциалов  $\Phi$  и  $\Psi$ . В стандартной барионной модели, исследовавшейся детально в начале семидесятых годов прошлого века, вкладом  $\Phi$  и  $\Psi$  в

систему уравнений (5.43) можно пренебречь в силу следующей причины. Обратим внимание на систему (5.42), из которой ясно следует, что как потенциал  $\Phi$ , так и  $\Psi$  связаны с возмущениями температур реликтового излучения соотношениями

$$\Phi, \Psi \sim \frac{4\pi\rho_\gamma G\theta_0 a^2}{k^2} \simeq \theta_0 (k^2 \xi^2)^{-1} \ll \theta_0.$$

Причина малости создаваемых возмущений метрики предельно проста. Высокочастотные возмущения плотности реликтового излучения и барионной материи создают тем меньшие возмущения, чем меньше их длина волны. Формально это означает, что в барионной Вселенной (без учёта скрытой массы) в системе уравнений (5.43) можно пренебречь слагаемыми  $\Phi'$  и  $\Psi$ , после чего поиск решения становится тривиальным. Подставляя  $(\theta_1)$  из первого уравнения (5.43) во второе, получаем

$$\frac{d}{d\xi} [(1+R)\theta'_0] + \frac{k^2}{3} \theta_0 = 0. \quad (5.44)$$

Очевидно, решения этого уравнения носят осцилляторный характер и описывают звуковые волны в барионно-фотонном газе.

В моделях, учитывающих космологическую роль небарионной материи, проявляющейся себя в форме скрытой массы, ситуация с возмущениями метрики становится несколько более сложной по сравнению с рассмотренной выше. Дело в том, что наряду с возмущениями плотности реликтового излучения и барионов, в формировании возмущений гравитационного потенциала принимают участие и возмущения плотности скрытой массы. Формально, по сравнению с предыдущей оценкой уровня возмущений  $\Phi$  и  $\Psi$ , в теории появляются новый параметр  $\delta_x$ , который соответствует возмущениям плотности в скрытой массе, и параметр  $\rho_x/\rho_b \gg 1$ , который показывает, насколько плотность скрытой массы превышает плотность барионной фракции материи. Фактически это означает, что как  $\Phi$ , так и  $\Psi$  формируются под воздействием возмущений в тёмной материи, а следовательно, они выступают в роли внешних источников анизотропии в системе уравнений (5.43). С учётом этого обстоятельства уравнение (5.44) обобщается следующим образом:

$$\frac{d}{d\xi} [(1+R)\theta'_0] + \frac{k^2}{3} \theta_0 = -\frac{k^2}{3} (1+R)\Psi - \frac{d}{d\xi} [(1+R)\Phi']. \quad (5.45)$$

Необходимо отметить, что дальнейший анализ уравнения

(5.45) зависит от точности аппроксимации, которую мы хотим достичь. В качестве нулевого приближения, иллюстрирующего качественную сторону проблемы, мы можем пренебречь (как уже говорилось выше) влиянием возмущений в барионно-фотонном газе на гравитационный потенциал, считая его связанным лишь с возмущениями скрытой массы<sup>2</sup>. В общем случае, включающем обратное влияние возмущений температуры реликтового излучения и плотности вещества на потенциалы  $\Phi$  и  $\Psi$ , из уравнений (5.45), (5.41) и (5.42) следует хорошо известное уравнение для комбинации нулевого и первого моментов [Hu, White, 1996],

$$\Delta = \theta'_0 + \frac{a'}{ak} \theta_1, \quad (5.46)$$

следующего вида:

$$\begin{aligned} & \left[ 1 + \frac{6}{y^2} (1+R) \right] \left[ \Delta' - \frac{y' \Delta}{y(1+R)} \right] + \\ & + \frac{1}{3} \left[ 1 - 3 \frac{y''}{y} + 6 \left( \frac{y'}{y} \right)^2 \right] \theta_1 = \frac{y''}{y} \Psi_s - \Phi'_s, \\ & \theta'_1 + \frac{y'}{y} \theta_1 - \left[ 1 - \frac{6}{y^2} + (1+R)^2 \right] \frac{\Delta}{(1+R)} = \Psi_s. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Здесь штрих означает производную по переменной  $x = k\xi$  при фиксированном  $k$ ,  $y = (\Omega_\gamma H_0^2)^{1/2} ak$ ,  $\Omega_\gamma$  – современная плотность квантов реликтового излучения в долях критической плотности.  $\Psi_s$  и  $\Phi_s$  соответствуют потенциалам  $\Psi$  и  $\Phi$ , зависящим только от плотности и возмущений в скрытой материи.

Рассмотрим поведение  $\theta_1$  и  $\Delta$  в пределе  $z \gg 10^3$ , когда можно пренебречь плотностью барионной компоненты по сравнению с плотностью электромагнитного излучения. Формально это соответствует устремлению параметра  $R$  к нулю, а параметр  $y$  становится пропорциональным  $x$ , так как  $a(\xi) \propto \xi$ . В этом приближении из уравнений (5.47) получим

$$\Delta' - \frac{1}{x} \Delta + \frac{\theta'}{3} = \frac{x^2}{x^2 + 6} \left[ \frac{\Psi_s}{x} - \Psi'_s \right], \quad \theta' + \frac{\theta_1}{x} - \left[ 1 - \frac{6}{x^2} \right] \Delta = \Psi_s. \quad (5.48)$$

<sup>2</sup> Одновременно с этим мы будем пренебрегать и вкладом нейтрино.

Из уравнений (5.48) следует [Hu, White, 1996], что

$$\Delta'' + \frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{6}{x^2} \right] \Delta = S(x), \quad (5.49)$$

где

$$S(x) = - \left[ \frac{1}{3} - \frac{12}{(x^2 + 6)^2} \right] \Psi_s - \frac{x^2(x^2 + 18)}{(x^2 + 6)^2} \Phi'_s + \\ + \frac{x}{x^2 + 6} \Psi' - \frac{x^2}{x^2 + 6} \Phi''_s. \quad (5.50)$$

Заметим, что в пределе малых  $x$  гравитационное воздействие со стороны скрытой массы на поведение возмущений в газе излучения и барионов становится малым и формально в уравнении (5.49) можно положить  $S(x) \approx 0$ . В этом приближении уравнение для  $\Delta$  имеет вид уравнения Бесселя, а его решение выражается через тригонометрические функции [Дорошкевич, 1985; Starobinsky, 1988; Kodama, Sasaki, 1984; Naselsky, Novikov, 1993],

$$\Delta = A \Delta^+ + B \Delta^-,$$

$$\Delta^+ = -\cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{x} \sin\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right), \quad (5.51)$$

$$\Delta^- = -\sin\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\sqrt{3}}{x} \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right),$$

где  $A$  и  $B$  – постоянные. Используя уравнения (5.51) в качестве фундаментального решения, Хью и Уайт [Hu, White, 1996] предложили использовать метод функций Грина для нахождения решения при наличии внешнего источника  $S(x)$ . Основная идея сводится к тому, что постоянные  $A$  и  $B$  в уравнения (5.51) предполагаются теперь функциями параметра  $x$ ,

$$\Delta(x) = A(x)\Delta^+(x) + B(x)\Delta^-(x),$$

где

$$A(x) = A(x_{in}) - \sqrt{3} \int_{x_{in}}^x \Delta^-(x') S(x') dx', \quad (5.52)$$

$$B(x) = B(x_{in}) - \sqrt{3} \int_{x_{in}}^x \Delta^+(x') S(x') dx',$$

где  $x_{in}$  соответствует моменту времени, когда задаётся амплитуда начальных флуктуаций  $A(x_{in})$  и  $B(x_{in})$ .

Такой подход позволяет существенно упростить математическое исследование задачи, которое тем не менее требует привлечения численных методов анализа. Заметим, что при переходе в область анализа численных решений на наш взгляд более предпочтительным является рассмотрение режимов поведения возмущений температуры реликтового излучения в рамках точной постановки задачи, которые естественно включают рассмотренную выше асимптотику (5.49)÷(5.52) в качестве частного случая.

В то же время простое аналитическое решение для собственных мод возмущений  $\Delta$  в форме уравнения (5.51) обладает чрезвычайно прозрачным смыслом. Оно описывает эволюцию звуковых волн в космологической плазме задолго до эпохи рекомбинации водорода. Поскольку при выводе уравнения (5.51) сразу предполагалась малость параметра  $R = \frac{3}{4}(\rho_b / \rho_\gamma)$ , ясно, что скорость звука в барионно-фотонном газе оказывается равной  $1/\sqrt{3}$  от скорости света в вакууме и соответствующие возмущения в плотностях барионов и излучения эволюционируют в режиме акустических волн. По мере увеличения возраста Вселенной и уменьшения её температуры параметр  $R \sim a$  начинает играть всё более существенную роль. Фактически это означает, что скорость звука в среде меняется со временем, и это обстоятельство необходимо принимать во внимание при анализе высокочастотного приближения для возмущений температуры реликтового излучения. Формально этот тезис можно проиллюстрировать на примере системы (5.47), ограничиваясь самым “грубым” высокочастотным приближением  $x \gg 1$ . В этом приближении из первого уравнения системы (5.47) имеем

$$\Delta' + \frac{1}{3}\theta_1 = 0, \quad (5.53)$$

а из второго уравнения (5.47) следует, что

$$\theta_1' - \frac{\Delta}{1+R} = 0. \quad (5.54)$$

Подставляя  $\theta_1$  из уравнения (5.53) и (5.54), окончательно получим

$$\Delta'' + \frac{1}{3(1+R)}\Delta = 0. \quad (5.55)$$

Как видно, уравнение (5.55) описывает звуковые волны в барионно-фотонном газе, скорость которых равна  $C_s = 1/\sqrt{3(1+R)}$  скорости света в вакууме. Присутствие барионной материи проявляется через параметр  $R = \frac{3}{4}(\rho_b/\rho_\gamma)$ , который возрастает по мере приближения к моменту рекомбинации водорода  $z \approx 10^3$ . Оценим величину этого параметра, принимая  $\Omega_b h^2 \approx 0,02$ ,  $\Omega_x \sim 0,25$ ,  $z_{\text{rec}} \approx 10^3$ :

$$R \approx \frac{3\Omega_b}{4\Omega_x} \frac{z_{\text{eq}}}{z_{\text{rec}}}, \approx 0,37 \quad (5.56)$$

Здесь  $z_{\text{eq}} \approx 1,2 \cdot 10^4 \Omega_x h^2$  – красное смещение эпохи равенства плотностей излучения и скрытой массы.

Как видно из уравнения (5.56), влияние барионной компоненты на скорость звука в момент просветления плазмы оказывается достаточно велико ( $\sim 40\%$ ).

Более того, в силу переменности скорости звука происходит изменение длин волн для акустических возмущений в плазме, а следовательно, в момент просветления плазмы низкомультипольные и высокомультипольные участки спектра чувствительны к акустическим модам различной длины волны. Однако одним из наиболее важных процессов формирования первичной анизотропии реликтового излучения естественно является процесс просветления плазмы в ходе рекомбинации космологического водорода. В этот период, который по длительности составляет сравнительно небольшую ( $\sim 3 \div 10\%$ ) часть возраста Вселенной на момент  $z = 10^3$ , резкое уменьшение концентрации свободных электронов приводит к разрушению связи между излучением и барионами и после этого момента кванты реликтового излучения распространяются свободно от поверхности “последнего рассеяния” ( $z = 10^3$ ) к наблюдателю, положение которого соответствует  $z = 0$ . Собственно, именно в момент рекомбинации водорода и происходит фазовый переход в системе излучение – барионная материя, при котором резко (практически на 4.5 порядка) падает упругость среды. Эта ситуация уже рассматривалась нами в гл. 4 в связи с сахаровскими осцилляциями в распределении барионной материи сразу же после момента просветления плазмы. Тогда же мы отмечали, что в моделях со значительным преобладанием плотности тёмной материи над плотностью барионной фракции сахаровские



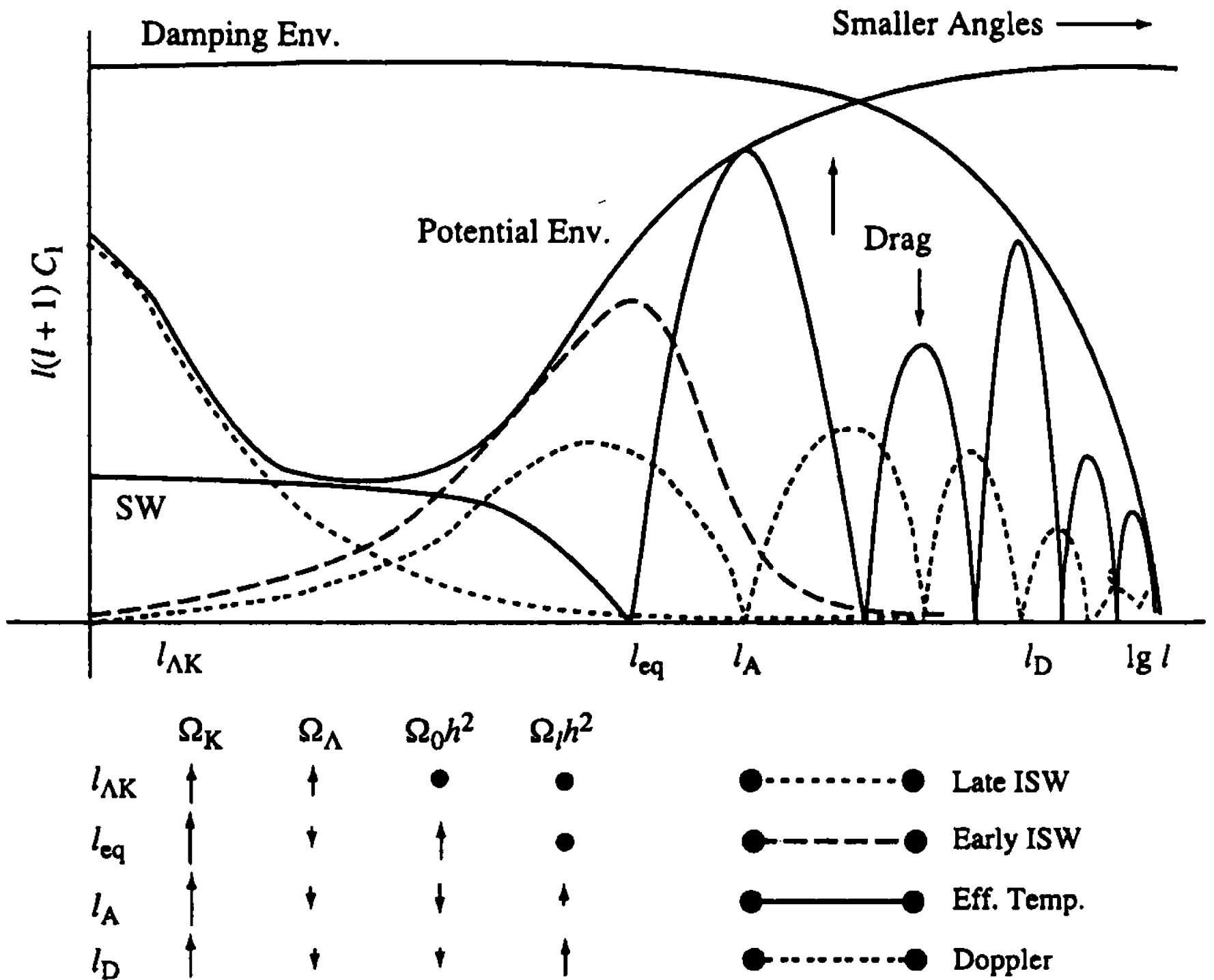


Рис. 5.8. Спектр анизотропии, порождаемой адиабатическими возмущениями в  $\Lambda$ CDM-модели. Различные линии обозначают различные механизмы формирования анизотропии реликтового излучения и указывают диапазоны  $l$ , для которых эти механизмы оказываются наиболее эффективными. Стрелки указывают направление изменения соответствующих шкал по мере увеличения значений космологических параметров. Жирные точки означают независимость шкал от соответствующих параметров

модуляции амплитуды возмущений в барионной компоненте будут сглажены. Однако они полностью сохраняются в реликтовом электромагнитном излучении, которое выступает в роли уникального зонда свойств космической плазмы и догалактической иррегулярности материи!

На рис. 5.8 приведена качественная зависимость спектра первичной анизотропии реликтового излучения от номера мультиполя  $l$  в зависимости от значений параметров  $\Omega_k \equiv (1 - \Omega_\lambda - \Omega_0)$ ,  $\Omega_\lambda$ ,  $\Omega_0 h^2$ ,  $\Omega_b h^2$ , где  $\Omega_k$  соответствует кривизне  $\Omega_\lambda$  – плотность вакуума,  $\Omega_0$  – плотность скрытой массы, вошедшей в структурные элементы материи – галактики и скопления и  $\Omega_b$  – плотность барионов.



Параметры  $l_{\Lambda k}$ ,  $l_{eq}$ ,  $l_A$  и  $l_D$  обозначают соответственно диапазон изменения мультиполей, где существенно влияние кривизны и вакуума  $l_{\Lambda k}$ , эффекта Сакса–Вольфа ( $l_{eq}$ ), акустических сахаровских колебаний ( $l_A$ ), диссипативного демпинга и немгновенности просветления плазмы для электромагнитного излучения ( $l_D$ ). Обращает на себя внимание тот факт, что в диапазоне  $l \leq l_{eq}$  существует сравнительно небольшой участок, где доплеровское рассеяние квантов на электронах вносит заметный вклад в формирование  $C(l)$  по сравнению с эффектом адиабатического поджатия излучения (эффекта Силка [Silk, 1968]). При  $l \leq l_A$  эффект Силка преобладает при  $l \sim l_A$  и для целого ряда зон в области  $l > l_A$ , где проявляются оба эффекта (Доплер-эффект и эффект Силка). Как и следовало ожидать, спектр  $C(l)$ , формируемый доплеровским механизмом, сдвинут по фазе по отношению к эффекту Силка. Это стандартный сдвиг фазы в звуковой волне между возмущениями плотности и скорости.

Как видно из рис. 5.8, начиная с мультиполей  $l \geq l_D$  амплитуда спектра анизотропии резко понижается. Этот эффект обусловлен влиянием диссипативных процессов на динамику развития возмущений в барионно-фотонном газе, на котором мы подробнее остановимся в следующем подразделе этого раздела.

### 5.3.1. Диссипация возмущений в эпоху рекомбинации водорода

Для анализа спектра анизотропии реликтового излучения в пределе  $l > l_D$  обратимся к системе уравнений (5.42), явным образом учитывающей анизотропию тензора энергии-импульса  $\Pi_i$ . Очевидно, что электромагнитное излучение выступает в роли одного из источников этой анизотропии [Chibisov, 1972a, б; Hu, Sugiyama, 1995; Weinberg, 1972]. В частности, следуя [Hu, White, 1996], для анизотропной части тензора энергии-импульса примем для оценок выражение

$$\Pi_\gamma \approx \frac{8}{5} \left( \frac{k}{\tau'} \right) f_2^{-1} \theta_1, \quad (5.57)$$

где  $f_2 \approx 1$  для неполяризованного излучения [Chibisov, 1972a, б; Weinberg, 1972]). С учётом уравнения (5.57) для связи гидродинамической пекулярной скорости барионов и  $\theta_1$  – компоненты возмущений температура реликтового излучения принимает следующий вид (см. уравнение (5.42) [Hu, White, 1996]):

$$V_b - \theta_1 = -(\tau')^{-1} R [I\omega\theta_1 - k\Psi] - (\tau')^{-2} R^2 \omega^2 \theta_1. \quad (5.58)$$

При получении уравнения (5.58) было использовано высокочастотное приближение для акустических волн как для  $\theta_1$ , так и для  $\Delta$  компонент (см. уравнение (5.46)) в виде  $\exp(i \int \omega d\xi)$ . Тогда из уравнений (5.42), (5.57) и (5.58) мы приходим к дисперсионному уравнению вида [Hu, White, 1996]

$$\omega = \pm kc + \frac{ik^2(\tau')^{-1}}{6} \left[ \frac{R^2}{(1+R)^2} + \frac{4}{5} f_2^{-1}(1+R)^{-1} \right]. \quad (5.59)$$

Как видно из уравнения (5.52), мнимая часть частоты колебаний звуковых волн описывает затухание осцилляций в ходе рассеяния квантов на электронах, декремент которого равен [Hu, White, 1996]

$$k_D^{-2} \simeq \frac{1}{6} \int \frac{d\xi}{\tau'} \cdot \frac{R^2 + \frac{4}{5} f_2^{-1}(1+R)}{(1+R)^2}. \quad (5.60)$$

Декременту  $k_D$  из уравнения (5.60) соответствует фактор демпфирования амплитуды акустических осцилляций вида  $\exp(-k^2/k_D^2)$ , описывающий диффузионное ослабление звуковых волн. Следует особо отметить, что диссипативный масштаб  $k_D$  зависит от ионизационной истории космической плазмы. Как видно из уравнения (5.60), в эпоху рекомбинации водорода степень ионизации быстро уменьшается и оптическая толща по томпсоновскому рассеянию достаточно быстро убывает от  $\tau \sim 10 \div 10^2$  в начале рекомбинации ( $z \sim 3 \cdot 10^3$ ) до  $\tau \ll 1$  при  $z \ll 800 \div 900^3$ .

Формально убывание оптической толщи  $\tau$  сопровождается убыванием скорости её изменения  $\tau'$ , а следовательно, характерный диффузионный масштаб  $\lambda_D \sim k_D^{-1}$  резко возрастает. Означает ли это, что все пекулярности в распределении анизотропии реликтового излучения на поверхности последнего рассеяния будут сглажены до размера акустического горизонта? Ответ очевиден: нет, не означает, поскольку само диффузионное приближение ограничено вполне конкретными рамками применимости.

Как мы уже отмечали в начале этого раздела, приближение “сильной связи” между фотонами и электронами применимо

<sup>3</sup> Заметим, что речь идёт о стандартной ионизационной истории, не учитывающей эффекты реионизации при малых  $z$ .

лишь для тех волн, модуль волнового вектора которых удовлетворяет соотношению  $\tau'/k \gg 1$ . Поскольку в процессе рекомбинации водорода  $\tau$  резко уменьшается, ясно, что для каждого  $k$  можно определить момент времени  $\xi_*$ , при котором диффузионное приближение будет неприменимо ( $\tau'/k \approx 1$ ).

Естественно, что в рамках точной численной схемы такая перестройка режимов будет происходить автоматически, и нет необходимости детализировать динамику этого процесса. Однако при аналитическом исследовании ситуации чрезвычайно полезно предложить простую схему оценки эффекта, позволяющую как качественно, так и количественно проверить предсказания численных схем и в более полном виде проанализировать зависимость диссипативного масштаба от параметров космологической модели. Итак, введём параметр  $\Delta\eta_r/\eta_r = \xi_r$ , характеризующий длительность периода просветления плазмы для реликтового излучения в момент, когда  $\tau(\eta_r) \approx 1$ . По порядку величины уравнение

$$\tau'/k = 1 \quad (5.61)$$

определяет момент времени  $\xi_r$ , при котором нарушается приближение диффузии:

$$k\eta_k \approx \tau(\eta_k) \left( \frac{\Delta\eta_k}{\eta_k} \right)^{-1}, \quad (5.62)$$

где  $\Delta\eta_k/\eta_k = \tau(\eta_k)/\eta_k$ . Из уравнения (5.62) следует, что момент  $\eta_k$  обратно пропорционален  $k$ . В окрестности момента просветления  $\Delta\eta_k/\eta_k \sim \eta_k$  и  $\tau(\eta_k) \sim \tau(\eta_r) \sim 1$ . Это означает, что  $\eta_k \sim k^{-1} \xi_r^{-1}$ . Подставим эту оценку для  $\eta_k$  в верхний предел интеграла (5.61). Тогда

$$k_D^{-2} \sim \int_0^{\eta_k} \frac{d\eta}{\tau'} \sim \frac{\Delta\eta_r}{k} = \xi_r \frac{\eta_r}{k}. \quad (5.63)$$

Как видно из этой оценки, характерный масштаб диссипации акустических мод теперь зависит от  $k$  и соответствующий декремент  $D = k^2/k_D^2$  теперь будет линейной функцией от  $k$  [Дорошкевич, Зельдович, Сюняев, 1978]:

$$D(k) \approx k\xi_r\eta_r. \quad (5.64)$$

Фактически это означает, что для акустических мод с  $k\xi_r\eta_r \leq 1$

можно пренебречь влиянием диссипативных процессов, в то время как моды с  $k\xi_r, \eta_r \sim 1$  будут затухать сначала экспоненциально по  $k$ , а по мере увеличения  $k$  – в соответствии с диффузионным законом. При этом величина декремента явным образом зависит от длительности периода рекомбинации водорода  $\Delta\eta_r$ . Следовательно, любые “затяжки” рекомбинации, сопровождающиеся увеличением  $\Delta\eta_r$ , будут ослаблять высокомультипольную часть спектра  $C(l)$ . Одновременно с этим любые “задержки” рекомбинации будут приводить к смещению  $\eta_r$  в область меньших  $z$  и сдвигать спектр  $C(l)$  в область меньших  $l$ . Таким образом, анализ спектра анизотропии реликтового излучения позволяет получить уникальную информацию о параметрах космологической модели и ионизационной истории Вселенной, базирующейся на характерных особенностях  $C(l)$ , каковы в общих чертах эти особенности и насколько точно современная теория генерации первичной анизотропии может предсказать их численные характеристики? Ответу на этот вопрос посвящён следующий раздел.

#### **5.4. Зависимость $C(l)$ от параметров космологической модели**

Итак, одно из важнейших предсказаний современной теории генерации анизотропии реликтового излучения базируется на существовании в период рекомбинации водорода возмущений плотности, скорости и метрики, эволюционирующих в режиме звуковых волн. Амплитуда возмущений реликтового излучения после рекомбинации модулируется акустическими модами на фазе до рекомбинации в точном соответствии с предсказанным А.Д. Сахаровым [1965] эффектом. Одной из важнейших характеристик анизотропии реликтового излучения является спектр  $\Delta T$  в пространстве мультиполей, аналитически исследованных в работах [Peebles, 1980; Старобинский, 1983; Jørgensen et al., 1995; Hu, Sugiyama, 1995] и численно в работах [Wilson, Silk, 1981; Silk, Wilson, 1981; Bond, Efstathiou, 1984; Vittorio, Silk, 1984; Zaldarriaga, Seljak, Bertshinger, 1998] и др. Естественно, что при анализе динамики возмущений необходимо конкретизировать параметры космологической модели, служащие своеобразной сценой как для развития малых возмущений, приводящих к образованию галактик, так и анизотропии реликтового излучения. Попыта-

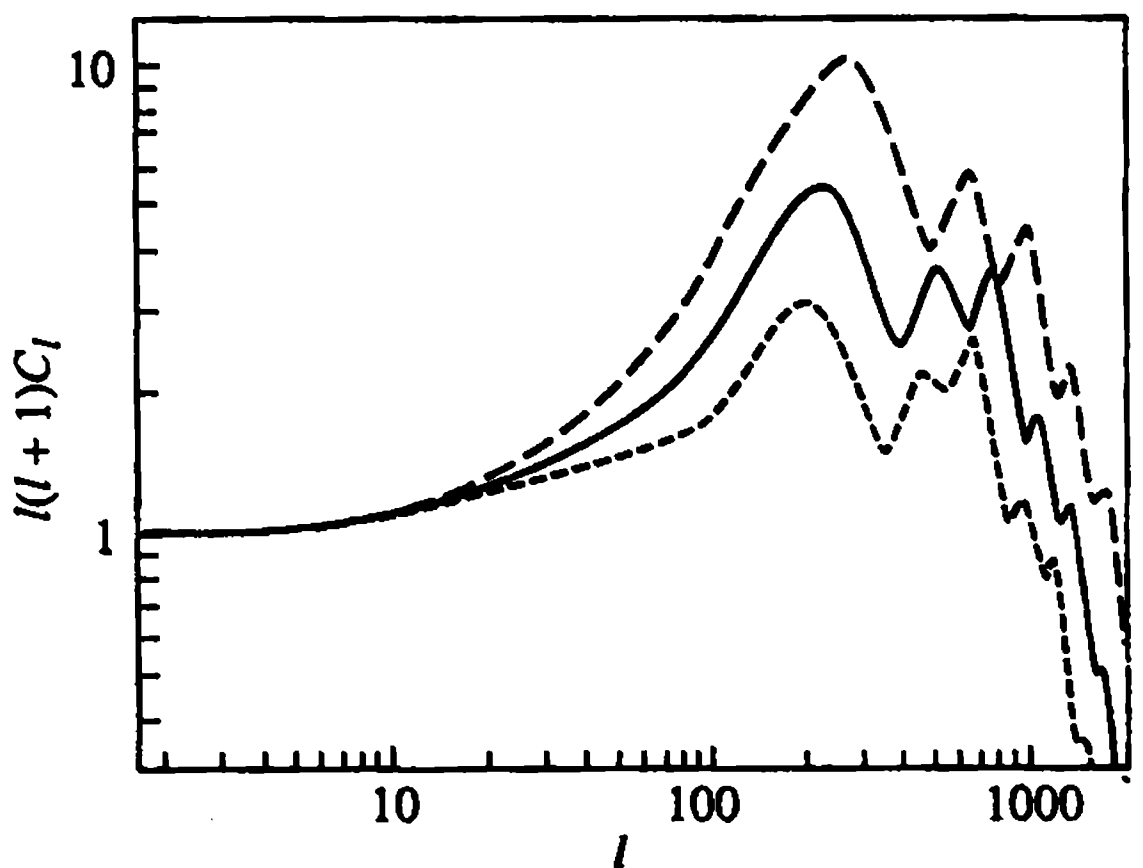
емся классифицировать основные параметры космологической модели по степени их влияния на различные возмущения, следуя работе [Hu, Sugiyama, 1995].

### 5.4.1. Плотность тёмной материи в галактиках и скоплениях

Роль этого фактора характеризуется параметром  $\Omega_m h^2$  и проявляется в следующих трёх основных аспектах. Во-первых, плотность тёмной материи определяет динамику расширения Вселенной непосредственно в эпоху рекомбинации водорода. Во-вторых, потенциальные возмущения в тёмной материи взаимодействуют с электронно-фотонно-барионной плазмой только гравитационно. Следовательно, они не подвержены затуханию в процессе просветления плазмы для реликтового излучения и выступают в роли “генератора” анизотропии. В то же время, через влияние на темп расширения они определяют поведение степени ионизации плазмы. В-третьих, “доживая” до настоящего времени, они влияют на современный масштаб горизонта частиц и определяют связь между пространственными размерами флуктуаций в момент рекомбинации и их современными угловыми размерами.

На рис. 5.9 мы приводим зависимость спектра  $C(l)$  от номера мультиполя  $l$  для различных значений параметра  $\Omega_0 \equiv \Omega_m$ . Как видно из этого рисунка, по мере уменьшения значения параметра  $\Omega_0 h^2$  происходит увеличение амплитуды первого сахаровского пика ( $l \sim 200$ ) с одновременным сдвигом его позиции. При получении рис. 5.9 использовался спектр Харрисона–Зельдовича

**Рис. 5.9.** Зависимость спектра анизотропии  $C(l)$  от параметра  $\Omega_0 h^2$  при условии, что  $\Omega_b h^2 = 0,015$  и  $\Omega_0 = 1,0$ . Линии соответствуют следующим значениям параметра  $\Omega_0 h^2$ : сплошная –  $\Omega_0 h^2 = 0,25$  при  $h = 0,5$ , длинноштриховая –  $\Omega_0 h^2 = 0,09$  при  $h = 0,3$ , короткоштриховая –  $\Omega_b h^2 = 0,64$  при  $h = 0,8$



начальных адиабатических возмущений. Плотность барионной фракции материи не варьировалась и принималась равной  $\Omega_b h^2 = 0,015$ .

### 5.4.2. Плотность барионной фракции материи

Как и плотность тёмной материи, плотность барионной фракции является одним из важнейших параметров тепловой и ионизационной истории космической плазмы. В меньшей степени эта фракция материи определяет динамику расширения Вселенной (в силу малости отношения  $\Omega_b/\Omega_0 \sim 10^{-1}$ ), однако в гораздо большей степени она влияет на кинетику рекомбинации и в особенности на амплитуды и расположение сахаровских пиков. Для иллюстрации зависимости спектра анизотропии  $C(l)$  от  $\Omega_b h^2$ -параметра на рис. 5.10 мы приводим распределение  $C(l)$  по мультиполям в пространственно плоской космологической CDM-модели с адиабатическими возмущениями (спектр Харрисона-Зельдовича). Как видно из этого рисунка, по мере понижения плотности барионной фракции материи происходит существенная перестройка спектра  $C(l)$ . Положение первого пика ( $l \sim 200$ ) практически не зависит от параметра  $\Omega_b h^2$ , хотя его амплитуда изменяется существенно. Для остальных пиков с ( $l \geq 200$ ) происходит как смещение позиций, так и изменение амплитуд. Заслуживает внимания тот факт, что по мере уменьшения  $\Omega_b h^2$ -параметра происходит резкое повышение декремента затухания звуковых волн, что сопровождается более быстрым убыванием спектра при ( $l \geq 300 \div 500$ ). Примечательно, что в высокомульти-

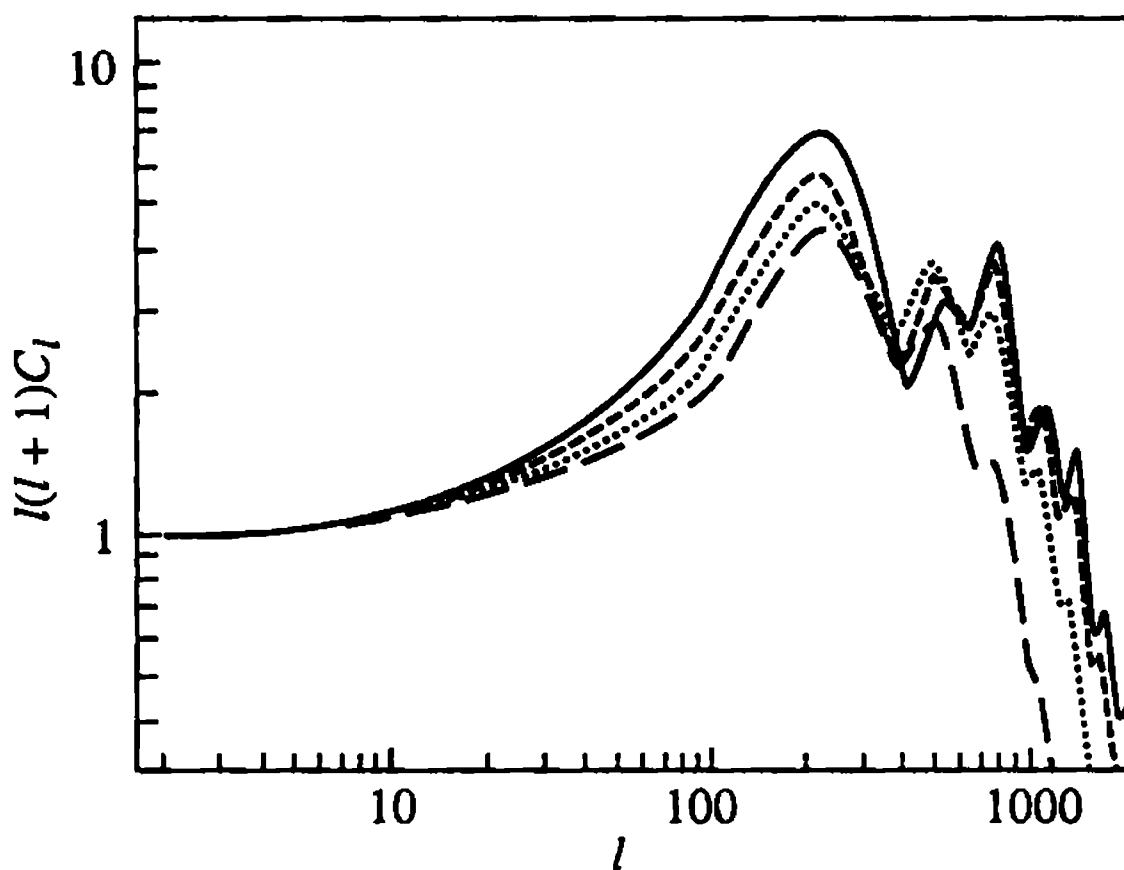


Рис. 5.10. Зависимость  $C(l)$  от параметра  $\Omega_b h^2$  при условии, что  $\Omega_0 = 1$  и  $h = 0,5$ . Линии соответствуют следующим значениям параметра  $\Omega_b h^2$ : сплошная —  $\Omega_b h^2 = 0,025$ , пунктирная —  $\Omega_b h^2 = 0,075$  длинноштриховая —  $\Omega_0 h^2 = 0,025$ , короткоштриховая —  $\Omega_b h^2 = 0,015$

польной области спектра различие в амплитудах  $C(l)$  для различных значений параметра  $\Omega_b h^2$  достигает практически одного-двух порядков и более. Тем самым эта часть спектра является прекрасным индикатором величины параметра  $\Omega_b h^2$

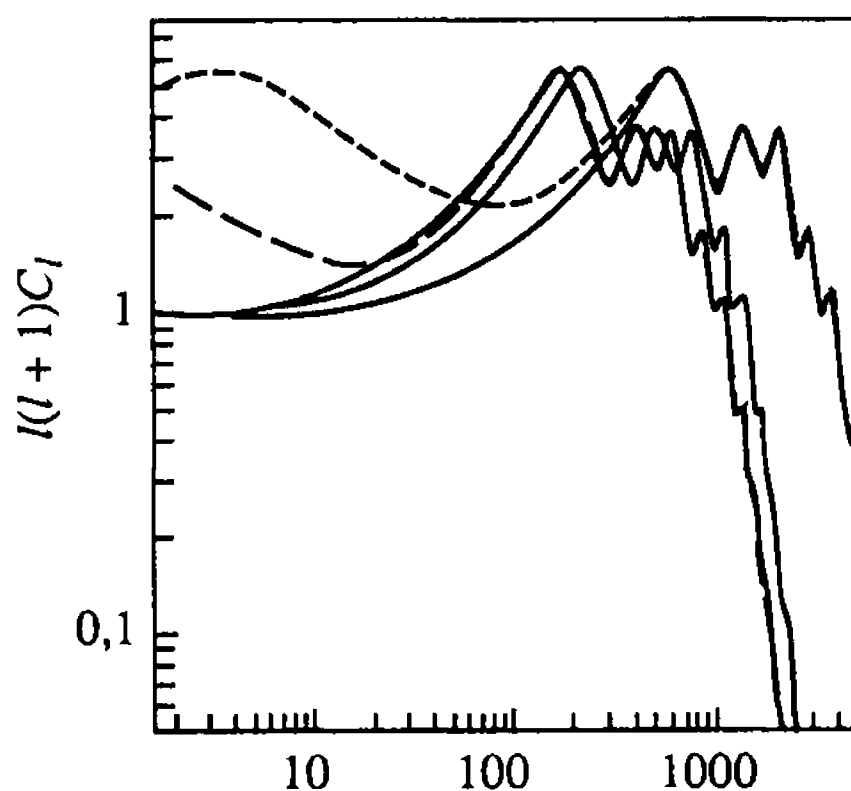
### 5.4.3. Космологическая постоянная

Как уже было отмечено в самом начале монографии, внимание к возможным наблюдательным проявлениям космологической постоянной стимулируется не только современными наблюдательными данными по спектру анизотропии реликтового излучения, но также и в связи с космологическими сверхновыми SN1a. Влияние плотности энергии вакуума, проявляющееся в форме космологической постоянной в уравнениях Эйнштейна, приводит к изменению современного возраста Вселенной, а следовательно, и угловой меры горизонта рекомбинации.

В свою очередь это приводит к перераспределению мощности спектра анизотропии по углу, а следовательно, и в пространстве мультиполей  $l$ . На это обстоятельство было обращено внимание в работах [Заботин, Насельский, 1982а, б; Кофман, Старобинский, 1985; Hu, White, 1996].

На рис. 5.11 приведена зависимость  $C(l)$  от  $l$  для различных значений параметров  $\Omega_\Lambda$ . Для сравнения на этом же рисунке показано распределение  $C(l)$  в открытой модели с  $\Omega_0 = 0,1$  и пространственно-плоской модели с  $\Omega_\Lambda = 0$  и  $\Omega_0 = 1$ . Заслуживает внимания тот факт, что присутствие космологической постоянной, во-первых изменяет поведение спектра мощности при  $l \leq 10$ . Мы рассматривали этот эффект в разделе 5.1.

Рис. 5.11. Спектр анизотропии, генерируемой в  $\Lambda$ CDM космологической модели, в зависимости от  $\Omega_\Lambda h^2$  при условии, что  $\Omega_b h^2 = 0,25$  и  $\Omega_c h^2 = 0,0125$ . Линии соответствуют следующим значениям параметра  $\Omega_0 h^2$ : сплошная –  $\Omega_0 = 1,0$  при  $\Omega_\Lambda = 0,0$ , длинноштриховая –  $\Omega_0 = 0,1$  при  $\Omega_\Lambda = 0,9$ , короткоштриховая –  $\Omega_b h^2 = 0,1$  при  $\Omega_\Lambda = 0,0$





Во-вторых, существенно изменяется положение первого сахаровского пика под воздействием  $\Omega_\Lambda$  по сравнению, например, со стандартной CDM-моделью или открытой CDM-моделью.

В-третьих, общее распределение пиков по  $l$  претерпевает значительный сдвиг, что обеспечивается перенормировкой угловых масштабов и соответствующих  $l$ . Этот сдвиг является одним из наиболее существенных факторов трансформации спектра  $C(l)$  в  $\Lambda$ CDM-космологических моделях.

#### 5.4.4. Показатель спектра адиабатических возмущений

В предыдущих трёх подразделах, анализируя зависимость  $C(l)$  от космологических параметров, мы полагали спектр начальных адиабатических возмущений соответствующим масштабнo инвариантному спектру Харрисона–Зельдовича. Применительно к возмущениям плотности материи этот спектр характеризуется степенным законом  $P_\delta(k) \propto k^n$  при  $n = 1$ . Заметим, что с точностью до логарифмических факторов такая форма спектра предсказывается простейшими моделями инфляции [Линде, 1990], хотя в более сложных моделях показатель спектра может быть функцией от  $k$ , по крайней мере в некотором диапазоне волновых векторов (см., например, [Starobinsky, 1992; Ivanov, Naselsky, I. Novikov, 1994]). Считая, что в диапазоне сахаровских пиков спектра  $C(l)$  изменение  $n(k)$  происходит слабо, восполь-

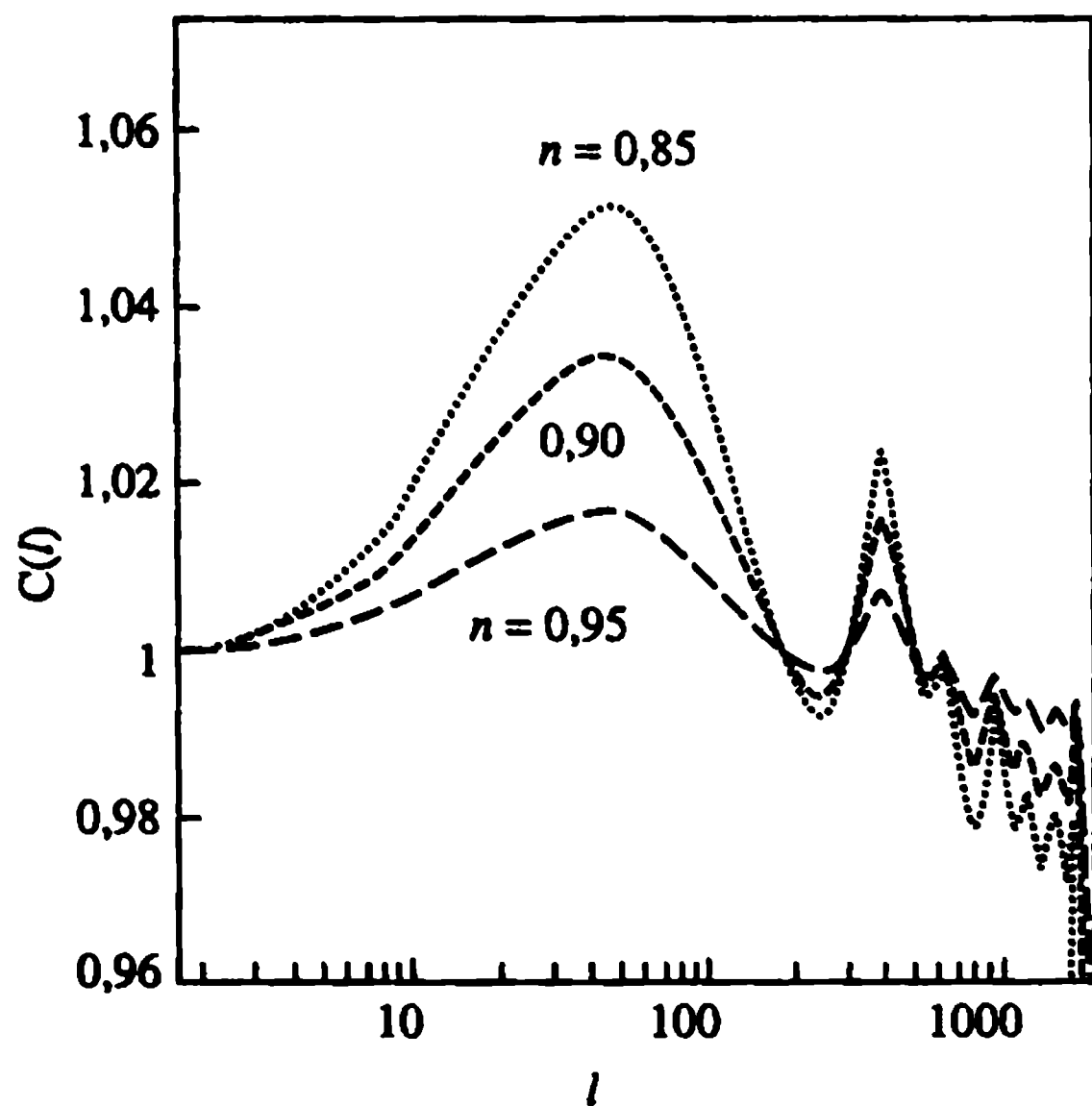


Рис. 5.12. Зависимость  $C(l)$  от показателя спектра адиабатических возмущений  $n$  как параметра



зуемся данными работы [Hu, Sugiyama and Silk, 1997] для ответа на вопрос, насколько спектр анизотропии  $C(l)$  чувствителен к показателю  $n$ . На рис. 5.12 мы приводим зависимость  $C_l(n)/C_l(n=1)$  в стандартной  $\Lambda$ CDM-космологической модели, которая качественно и количественно правильно отражает тенденцию процесса и для любой модели. Изменение наклона спектра от  $n=1$  до  $n=0,85$  приводит к появлению уровня флуктуаций в крупномасштабном ( $l < 10^2$ ) участке спектра. При этом в зоне первого сахаровского пика, как видно из рис. 5.12, происходит увеличение мощности спектра по мере уменьшения  $n$ , а затем в области  $l < 200$  наблюдается систематическое понижение мощности  $C(l)$ . Природа этого эффекта очевидна. Понижение показателя спектра приводит к концентрации мощности на малых  $l$  (больших пространственных масштабах), что естественно ослабляет высокомультипольный участок спектра. Очевидно, что при  $n > 1$  поведение  $C_l(n)$  будет абсолютно противоположным. Основная мощность будет концентрироваться на больших  $l$ , в то время, как низкомультипольный участок спектра будет ослабляться.

#### 5.4.5. Изопотенциальные (isocurvature) начальные возмущения

Начальные возмущения материи, генерируемые в ходе инфляции, в принципе могли быть не адиабатического, а изопотенциального типа. Более того, не исключено, что наряду с “чистыми” соотношениями могли реализоваться и смешанные моды, когда например, адиабатическая мода смешана с изопотенциальной. Обратимся к анализу различий в спектрах  $C(l)$

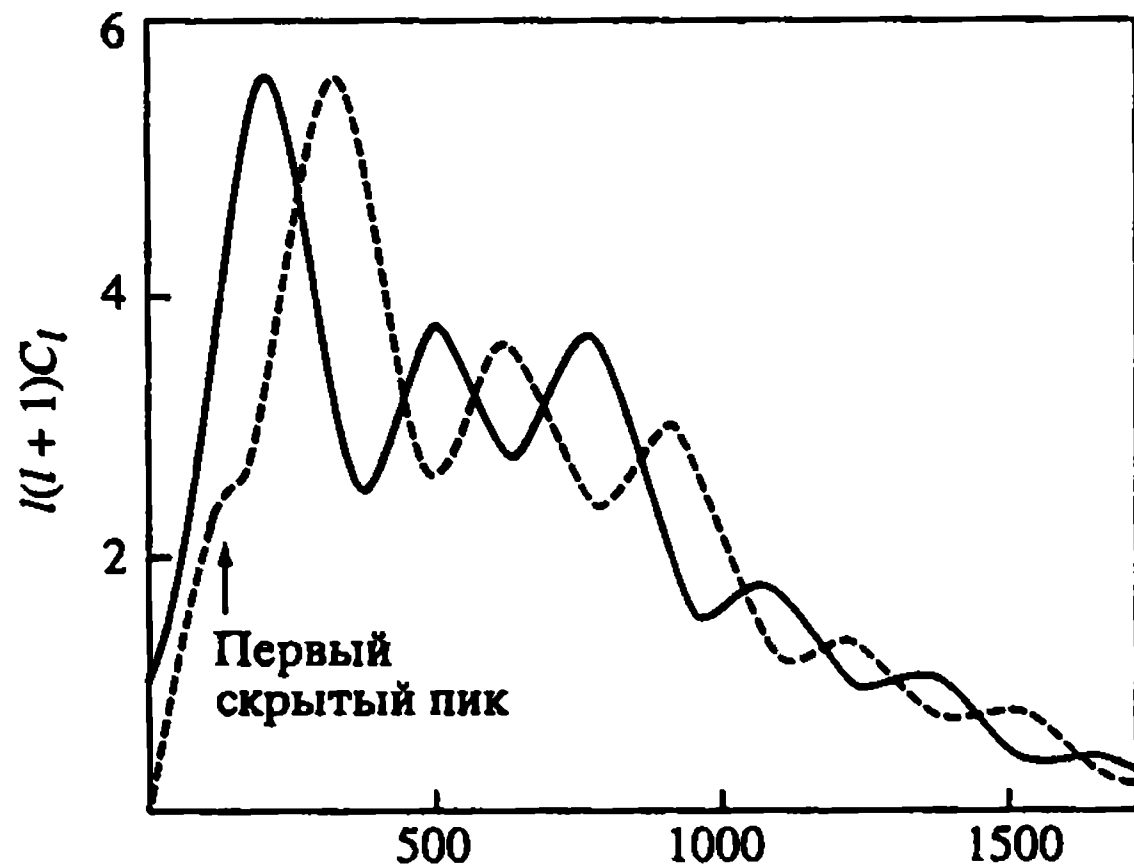


Рис. 5.13. Сравнение  $C(l)$  для адиабатических и изопотенциальных (isocurvature) возмущений. Линии соответствуют следующим моделям: сплошная — инфляционной CDM-модели, штриховая — изопотенциальным (isocurvature) возмущениям

для адиабатической и изопотенциальной первичной неоднородности Вселенной на примере аксионной скрытой массы [Hu, White, 1996].

Если в пространственных масштабах, охватывающих галактики и их скопления вплоть до  $r \sim 10^3$  Мпк начальная иррегулярность материи была изопотенциального типа, то спектр  $C_{iso}(l)$  для этой моды радикально отличается от спектра адиабатической (рис. 5.13). Во-первых, принципиально изменяется структура сигнала. Первый сахаровский пик, отчётливо проявляющийся в  $C_a(l)$ , для изопотенциальной моды практически сглажен. При этом первый максимум  $C_{iso}(l)$  приходится не на  $l = 200$ , а на  $l \approx 300 \div 500$ . Кроме того, все остальные пики находятся строго в противофазе по отношению к адиабатической моде.

#### 5.4.6. Роль безмассовых нейтрино

Основное влияние этой компоненты материи сводится к изменению момента равенства плотностей скрытой массы и реликтового излучения + нейтрино в сторону меньших красных смещений. Поскольку плотность нейтрино пропорциональна числу сортов  $N_\nu$ , ясно, что увеличение  $N_\nu$  должно приводить к увеличению амплитуды  $C(l)$ . Чем выше  $N_\nu$ , тем меньше красное смещение эпохи равенства плотностей нерелятивистской и ультрарелятивистской материи и тем большие амплитуды начальных флуктуаций необходимы для формирования структур к моменту  $z = 0$ . На рис. 5.14 эта тенденция отчётливо прослеживается на примере моделей с  $N_\nu = 2$  и  $N_\nu = 4$ , в особенности в районе первого сахаровского пика. В то же время безмассовые нейтрино являются источником анизотропии тензора энергии–импульса, изменяя структуру пиков в высокомультипольном участке спектра  $C(l)$ . На рисунке видно, что роль этой компоненты в формировании  $C(l)$  чрезвычайно значительна, если мы интересуемся формой спектра с точностью  $\sim 5 \div 10\%$  и выше.

#### 5.4.7. Массивные нейтрино

В самом начале этой главы мы уже говорили о роли идеи массивности нейтрино в формировании современного статуса теории генерации анизотропии реликтового излучения. К сожалению, первые (и добавим, ошибочные) оценки массы покоя нейтрино теперь уже стали достоянием истории. Однако складывается впечатление, что в настоящем и самом ближайшем

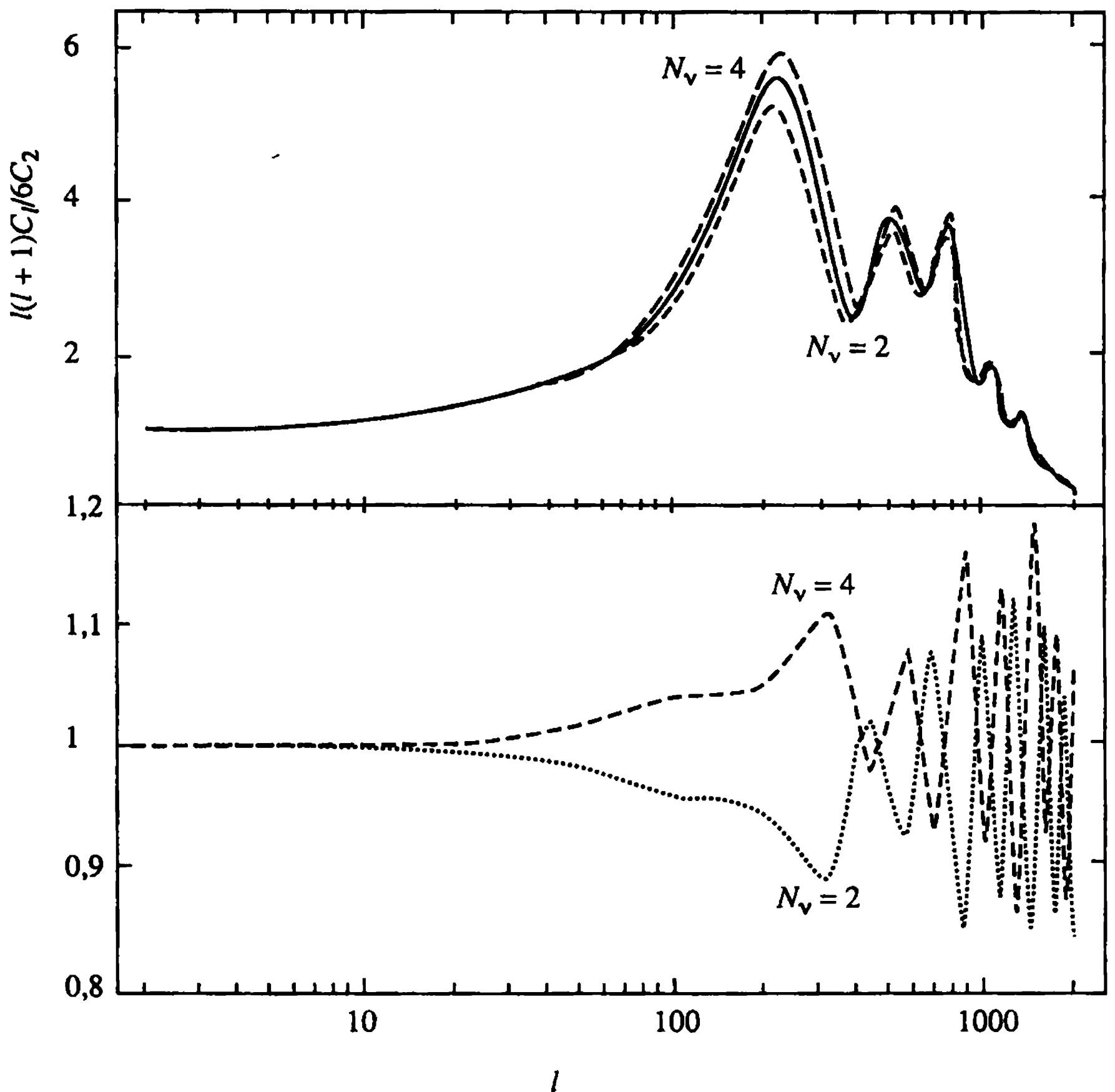
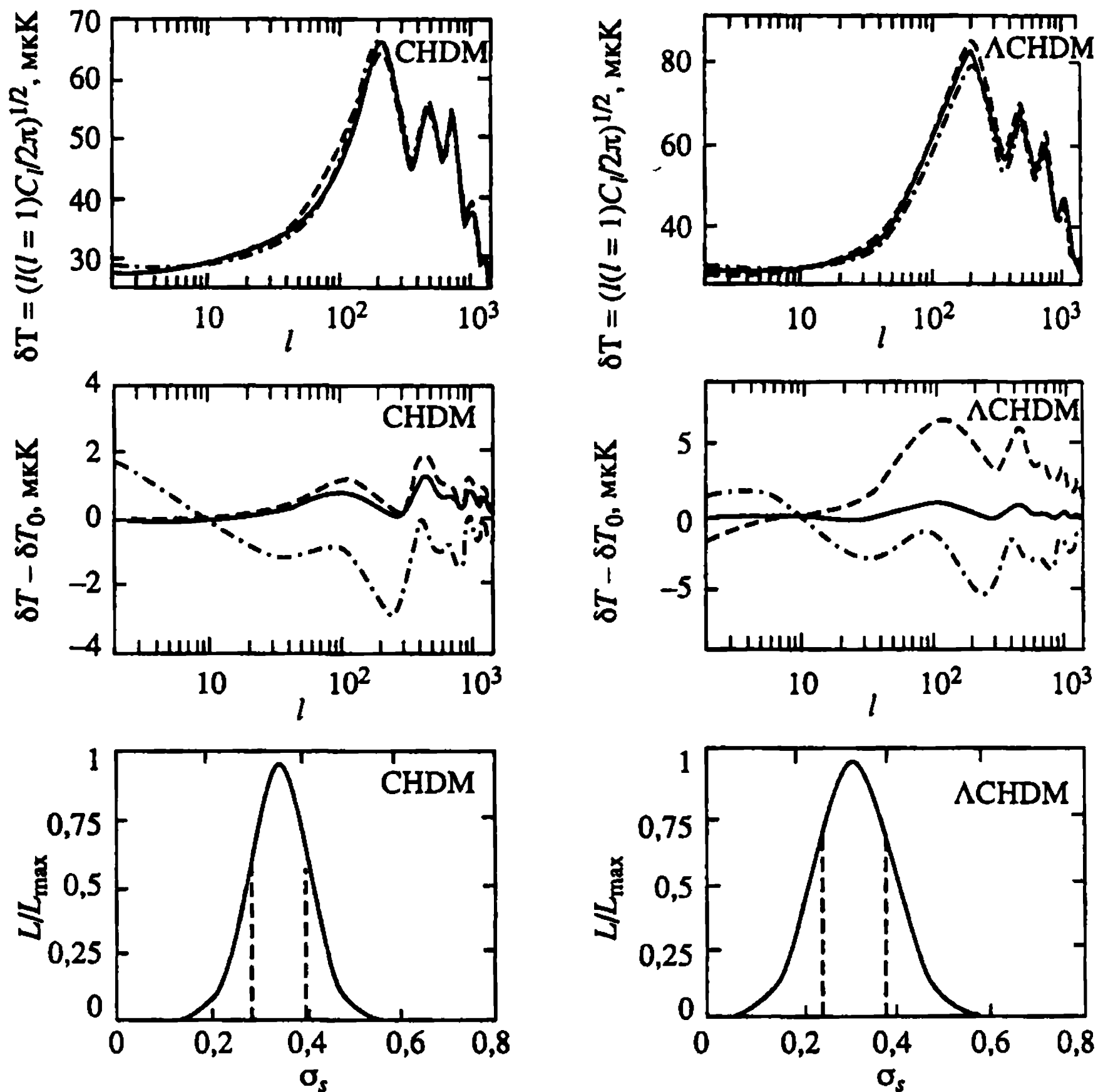


Рис. 5.14. Верхний рисунок: спектры  $C(l)$  для адиабатических возмущений при различных сортах безмассовых нейтрино. Сплошная линия соответствует  $N_\nu = 3$ . Нижний рисунок: отношение спектров  $C_l(N_\nu)/C_l(N_\nu = 3)$  в зависимости от  $l$  для  $N_\nu = 4$  (штриховая линия) и  $N_\nu = 2$  (пунктирная линия)

будущем концепция массовости нейтрино займёт достойное место в современной космологии. Наш оптимизм базируется на наблюдательных данных по потоку атмосферных нейтрино, полученных на установках Super-Kamiokande [Fukuda et al., 1998] и MACRO [Ambrosio M., et al., 1998, 2001]. Согласно этим данным весьма вероятно, что в природе реализуются  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  осцилляции, впервые обсуждавшиеся ещё Б. Понтекорво. Две характеристики  $\nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  являются принципиально важными для описания эффектов  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  осцилляции. Прежде всего речь идёт о среднеквадратичном сдвиге масс покоя этих частиц. По данным



**Рис. 5.15.** Спектры  $C(l)$  для модели с осцилляциями нейтрино. Левый верхний рисунок для Cold + HotDM-моделей правый верхний – для  $\Lambda$ CHDM. Средние левый и правый рисунки показывают отличия в  $\delta T$ , генерируемые при учёте осцилляций. Различные типы линий соответствуют различным нормировкам амплитуды возмущений ( $\sigma_g = 0,2$  – штриховая линия,  $\sigma_g = 0,3$  – сплошная линия и  $\sigma_g = 0,5$  – штрихпунктирная линия). Нижние рисунки показывают распределение вероятности для значений  $\sigma_g$  соответственно в моделях Cold + HotDM и  $\Lambda$ CHDM. Все приведённые спектры получены усреднением по 10 численным симуляциям и нормированы на COBE/DMR данные

цитированных выше экспериментов для  $\Delta m^2$  наблюдательные ограничения весьма определённые:  $5 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}^2 \leq \Delta m^2 \leq 6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$ . Вторая важная характеристика – угол смешивания, который оказывается близок к  $40^\circ$ – $45^\circ$ . Более точно –  $\sin^2 2\theta \geq 0,82$ . Подтверждение выводов Super-Kamiokande и MACRO коллабораций следует из данных эксперимента LSND [Athanassopoulos C. et al., 1998]. ( $\Delta m^2 \leq 0,2 \text{ эВ}^2$ ) и экспериментов по солнечным

нейтрино [Bahcall, Kravtsov, Smirnov, 1998]. Если принять гипотезу, что все три сорта нейтрино (электронное, мюонное и  $\tau$ -нейтрино) имеют массу, то их влияние на динамику расширения Вселенной в эпоху рекомбинации водорода оказывается таким же, как и в случае с  $m_\nu = 0$ , при условии, что  $\sum_i m_{\nu_i} \ll 1$  эВ.

К сожалению, эксперименты по осцилляциям нейтрино ограничивают лишь разницу квадратов масс покоя различных частиц, но практически ничего не говорят о самой массе. С определённой долей осторожности можно утверждать, что заведомо хотя бы для одного сорта частиц  $m_{\nu_i} \geq \Delta m^2 \geq 5 \cdot 10^{-4}$ , а следовательно,  $m_{\nu_i} \geq 2,2 \cdot 10^{-2}$  эВ. Ясно, что через изменение

темпа расширения Вселенной эти частицы влияют на акустический горизонт в эпоху рекомбинации водорода и тем самым изменяют положение и амплитуду сахаровских пиков в спектре  $C(l)$ . На рис. 5.15 приведены результаты расчёта спектра  $C(l)$  в модели с массивными нейтрино, взятые из работы [Pora et al., 2001]. Как видно из этого рисунка, влияние массивных нейтрино оказывается достаточно сильным для того, чтобы принимать во внимание этот фактор при обработке данных эксперимента по поиску анизотропии реликтового излучения.

## Глава 6

# ПЕРВИЧНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 6.1. Введение

Следствием начальных возмущений плотности являются не только вариации температуры реликтового излучения, но и поляризация его [Rees, 1968; Баско, Полнарёв, 1979; Полнарёв, 1985; Kaiser, 1983; Насельский, Полнарёв, 1987; Crittenden, Coulson, Turok, 1995; Zaldarriaga, Narari, 1995; Ng K.L., Ng K.W., 1995, 1996; Hu, White, 1997] и др. Измерения поляризации реликтового излучения позволяют получить добавочную информацию, которая позволит избежать двусмысленностей в выделении космологических параметров из наблюдательных данных. В частности, поляризация очень чувствительна к присутствию тензорных возмущений (гравитационным волнам) а, как показано в [Zaldarriaga, Narari, 1995], отклонение от нуля так называемой псевдоскалярной или “магнитной” составляющей поляризации будет недвусмысленным указанием на наличие гравитационных волн.

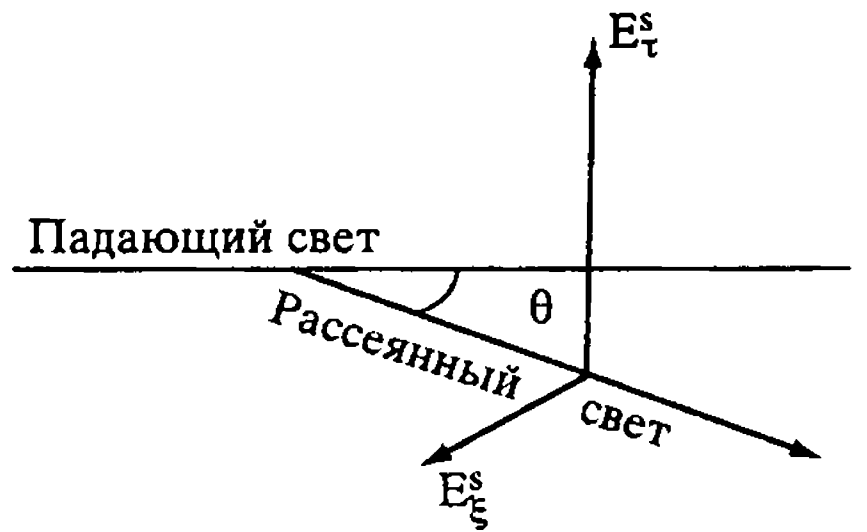
Рассмотрим свойства поля поляризации, генерируемой на поверхности последнего рассеяния квантов на электронах. В общем случае для эллиптически поляризованной волны можно ввести разложение вектора электрического поля на две ортогональные компоненты (рис. 6.1) [Hu, White, 1997]. Обозначим их  $E_\xi$  и  $E_\tau$  считая, что система координат выбрана. После рассеяния кванта на электроны обозначим соответствующие компоненты векторов  $\vec{E}$  через  $E_\xi^S$  и  $E_\tau^S$ . До рассеяния компоненты  $E_\xi$  и  $E_\tau$  меняются в зависимости от времени по закону

$$\begin{aligned} E_\xi &= E_\xi^0 \sin(\omega t - e_1), \\ E_\tau &= E_\tau^0 \sin(\omega t - e_2), \end{aligned} \tag{6.1}$$

где  $E_\xi^0$  – амплитуда волны,  $\omega$  – частота волны,  $e_1$  и  $e_2$  – начальные фазы. Основываясь на уравнении (6.1), введём характерис-

**Рис. 6.1.** Диаграмма рассеяния кванта на электроне.  $\theta$  – угол рассеяния

тики поля излучения, называемые параметрами Стокса,



$$I = (E_{\xi}^0)^2 + (E_{\tau}^0)^2 \equiv I_{\xi} + I_{\tau},$$

$$Q = E_{0\xi}^2 - E_{0\tau}^2 \equiv I_{\xi} - I_{\tau},$$

$$U = 2E_{0\xi}E_{0\tau} \cos(e_1 - e_2), \quad (6.2)$$

$$V = 2E_{0\xi}E_{0\tau} \sin(e_1 - e_2),$$

где  $I_{\xi}$  и  $I_{\tau}$  – интенсивность  $\xi$ - и  $\tau$ - компонент. Из определения (6.2) следует очевидное неравенство  $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$ . Здесь уместен вопрос, каким образом осуществляется преобразование параметров Стокса при вращении системы координат на угол  $\alpha$ ? В силу определения (6.2)  $I$ - и  $V$ -компоненты не изменяются при повороте системы координат на этот угол по часовой стрелке, в то время как  $Q$ - и  $U$ -компоненты преобразуются в соответствии с законом, определяемым как воздействие оператора поворота

$$\tilde{L}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \frac{1}{2} \sin 2\alpha & 0 \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -\frac{1}{2} \sin 2\alpha & 0 \\ -\sin 2\alpha & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

на вектор  $\vec{I} = (I_{\xi}, I_{\tau}, U, V)$ .

Рассмотрим, как изменяются параметры Стокса после рассеяния кванта на электроне. В единичном акте столкновения (см. рис. 6.1) связь между компонентами векторов  $\vec{I}^S$  и  $\vec{I}$  даётся соотношением

$$\vec{I}^S = \sigma_T \hat{R} \times \vec{I}, \quad (6.4)$$

где

$$\hat{R} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Для анализа изменения параметров Стокса в ходе рассеяния кванта на электроне выберем лабораторную систему координат, как это показано на рис. 6.2. В этой системе вектор Стокса после рассеяния выражается через компоненты вектора  $\vec{I}(\theta', \varphi')$  до рассеяния следующим образом [Hu, White, 1997; Balbi et al., 2001]:

$$\vec{I}(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} [\hat{P}(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \times \vec{I}(\theta', \varphi')] d\Omega'. \quad (6.5)$$

Здесь

$$\hat{P} = \hat{Q} \times$$

$$\times \left[ \hat{P}_0(\mu, \mu') + \sqrt{(1-\mu^2)}\sqrt{(1-\mu'^2)}\hat{P}_1(\mu, \varphi, \mu', \varphi') + \hat{P}_2(\mu, \varphi, \mu', \varphi') \right],$$

$$\hat{Q} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

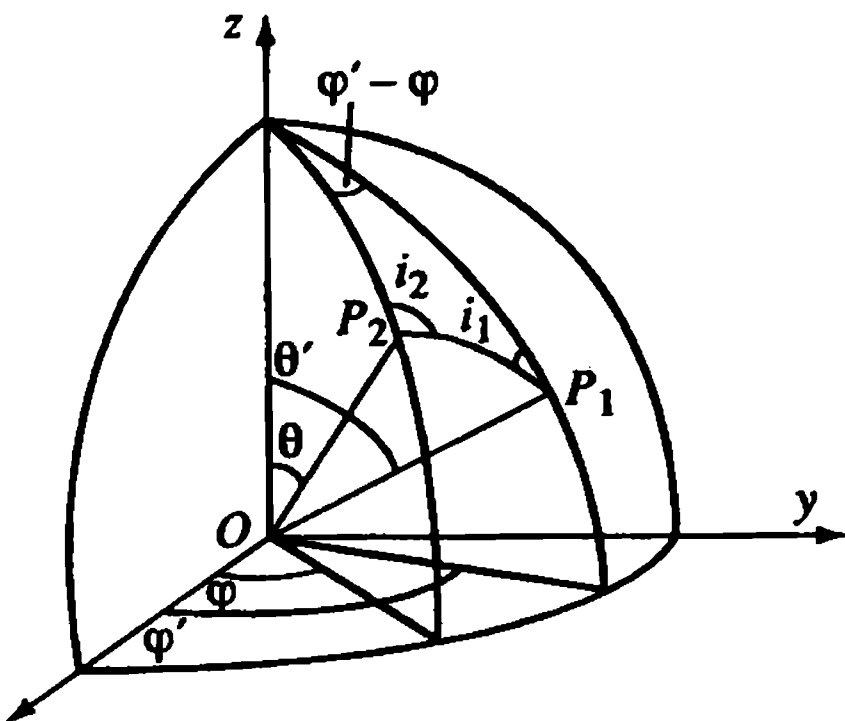


Рис. 6.2. Поляризация в лабораторной системе отсчёта. Обозначения углов см. в тексте



$$\hat{P}_0 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 2(1-\mu^2)(1-\mu'^2) + \mu^2\mu'^2 & \mu^2 & 0 & 0 \\ \mu'^2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu\mu' \end{pmatrix},$$

$$\hat{P}_1 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} 4\mu\mu' \cos(\varphi - \varphi') & 0 & 2\mu \sin(\varphi' - \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\mu' \sin(\varphi - \varphi') & 0 & \cos(\varphi - \varphi') & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\varphi - \varphi') \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$

$$\hat{P}_2 = \frac{3}{4} \begin{pmatrix} \mu^2\mu'^2 \cos 2(\varphi' - \varphi) & \mu^2 \cos 2(\varphi' - \varphi) & \mu^2\mu'^2 \sin 2(\varphi' - \varphi) & 0 \\ -\mu'^2 \cos 2(\varphi' - \varphi) & \cos 2(\varphi' - \varphi) & -\mu' \sin 2(\varphi' - \varphi) & 0 \\ -\mu'^2\mu \sin 2(\varphi - \varphi') & \mu \sin 2(\varphi - \varphi') & \mu\mu' \cos 2(\varphi' - \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $\mu = \cos \theta$  и  $\mu' = \cos \theta'$ .

Отметим важное свойство поляризации, заключающееся в том, что она генерируется только начиная с квадрупольных мод для  $I(\theta', \varphi)$  в уравнении (6.5). Это связано со свойствами поляризационного оператора  $\hat{P}$  для рассеяния кванта на электроне. Кроме того, важно подчеркнуть, что в отсутствии пекулярных движений плазмы и возмущений плотности и гравитационного потенциала в эпоху рекомбинации водорода сам факт “последнего рассеяния” не приводит к появлению поляризации: изначально неполяризованное реликтовое излучение остаётся неполяризованным и после отделения электромагнитного излучения от электронов. Однако ситуация меняется радикальным образом при наличии малых флуктуаций плотности, скорости и метрики в эпоху рекомбинации водорода. Как мы уже видели раньше, слабая анизотропия реликтового излучения является источником формирования углового распределения поляризации, свойства которой напрямую зависят от характеристик “источника”.

Следуя работе [Peebles, Yu, 1970] (см. также [Peebles, 1980]) введём флуктуации параметров Стокса

$$\begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} = \frac{\rho_\gamma(t)}{4\pi} \begin{pmatrix} 1+i \\ q \\ u \\ v \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

и воспользуемся кинетическими уравнениями Больцмана для нахождения угловой зависимости этих параметров. Решения этих уравнений в общем виде исследовались как аналитически, так и численно в работах [Peebles, Yu, 1970; Crittenden, Coulson, Turok, 1995], и интересующихся подробностями мы отсылаем к этим оригинальным работам. Важнейшей характеристикой поляризации реликтового излучения является, как и в случае анизотропии, спектр мощности флуктуаций, задаваемый в пространстве мультиполей  $l$ . В отличие от спектра мощности анизотропии определение спектра для поляризации требует определённой детализации. Как мы уже видели в начале этого раздела (см. уравнение (6.2)), параметры Стокса  $Q$  и  $U$  преобразуются друг в друга при повороте системы отсчёта на угол  $\alpha$  в плоскости поляризации.

Следуя работе [Crittenden, Coulson, Turok, 1995], определим корреляционную функцию для  $Q$ -компоненты как<sup>1</sup>

$$\left\langle \frac{Q(\bar{\gamma}_1)Q(\bar{\gamma}_2)}{T_0^2} \right\rangle = A(\theta) + B(\theta, \varphi), \quad (6.8)$$

где

$$A(\theta) = P_l(\cos \theta), \quad (6.9)$$

$$B(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1) B_l \cos(4\varphi) \cdot P_l(\cos \theta), \quad (6.10)$$

и  $C(l)^Q$  – мультипольный спектр  $Q$ -компоненты,  $B_l$  – так называемый спектр  $UQ$ -корреляций [Crittenden, Coulson, Turok, 1995]. Специально отметим, что аналогичным образом определяются

<sup>1</sup> Мы приводим выражение для  $A(\theta)$  и  $B(\theta, \varphi)$  в приближении малых углов  $\theta$  и  $\varphi$ .

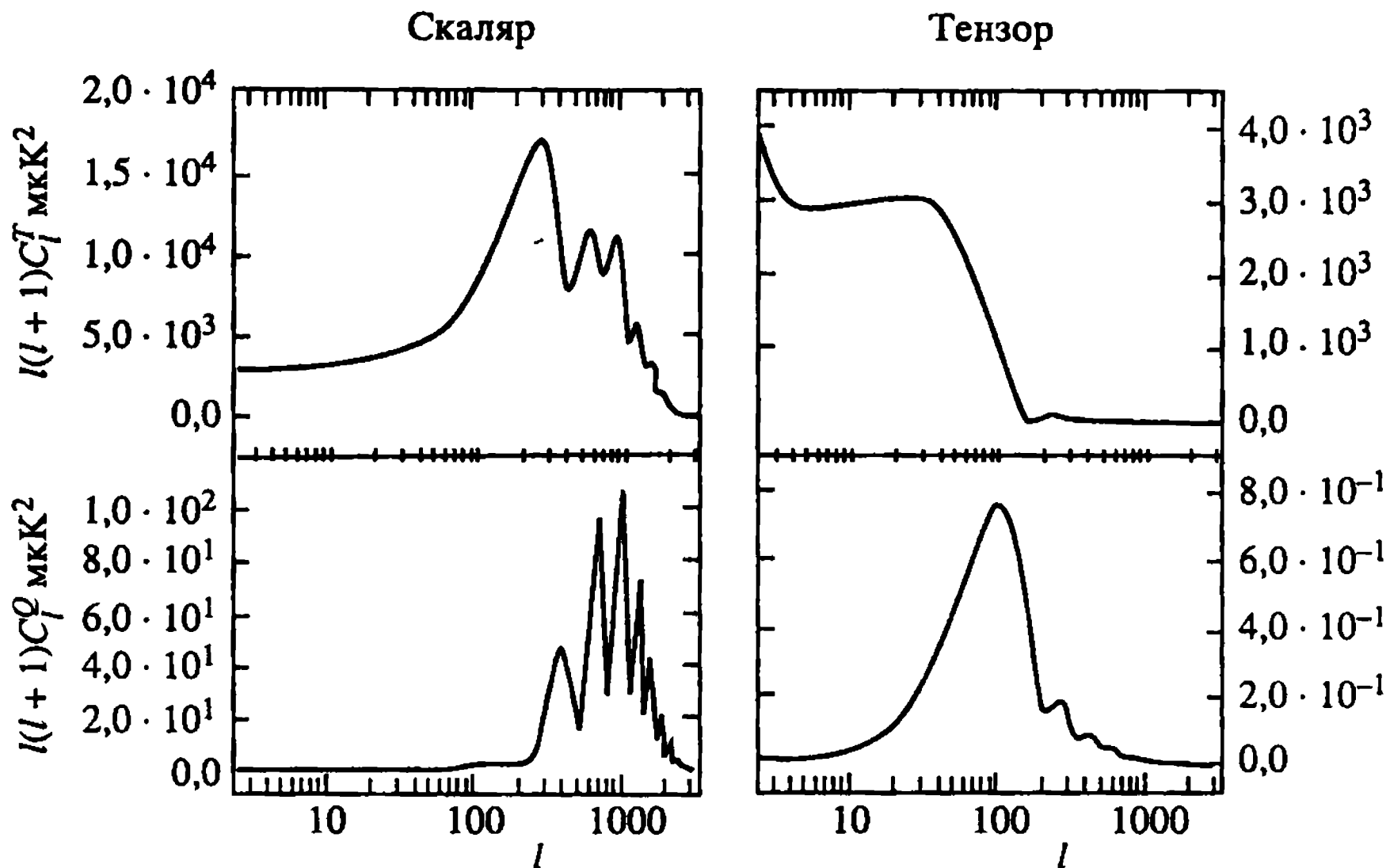
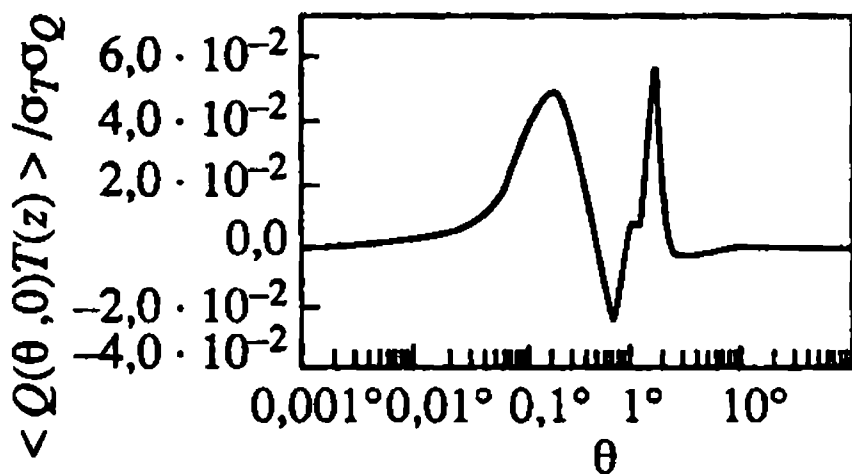


Рис. 6.3. Спектральное распределение анизотропии (вверху) и поляризации (внизу) для скалярных и тензорных мод

Рис. 6.4. Кросс-корреляционная функция для анизотропии и поляризации в зависимости от угла  $\theta$



спектры для  $U$ -компоненты и гравитационных волн. Новый элемент теории появляется при учёте кросс-корреляции между анизотропией и поляризацией реликтового излучения. Согласно работам [Crittenden, Coulson, Turok, 1995; Zaldarriaga, Seljak, 1997], соответствующая кросс-корреляционная функция даётся выражением

$$\left\langle \frac{\delta T(\bar{\gamma}_1) Q(\bar{\gamma}_2)}{T_0^2} \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1) C_l^{QT} \cos(2\varphi) P_l^2(\cos\theta), \quad (6.11)$$

где  $P_l^2(\cos\theta)$  – присоединённые полиномы Лежандра.

На рис. 6.3 мы приводим результаты численных расчётов спектров анизотропии и поляризации, генерируемых в космологической модели  $\Lambda$ CDM адиабатическими возмущениями и гравитационными волнами. Параметры модели выбраны следующим образом:  $\Omega_b = 0,05$ ,  $\Omega_\lambda = 0$ ,  $\Omega_0 = 95$ ,  $n_s = 1$  (спектр Харрисона–Зельдовича),  $h = 0,5$  и рекомбинация водорода имеет стан-

дартный характер. Заметим, что чисто тензорные моды (гравитационные волны) иллюстрируют тенденцию перестройки структуры спектра анизотропии и поляризации. Как видно из сравнения спектров поляризации для адиабатических мод и гравитационных волн, последние создают чрезвычайно малую поляризацию. На рис. 6.4 приведено поведение кросс-корреляционной функции анизотропии и поляризации для адиабатической моды возмущений в зависимости от угла  $\theta$ . Как видно, заметные корреляции проявляются в диапазоне  $0,1 \pm 1$  градус, в то время как вне этого диапазона они практически отсутствуют.

## 6.2. Электрическая и магнитная компоненты поля поляризации

Как мы уже отмечали в предыдущем разделе, параметры Стокса  $Q$  и  $U$  в силу природы поля поляризации преобразуются друг в друга при повороте системы координат на угол  $\alpha$  в плоскости, перпендикулярной вектору в направлении прихода квантов,  $\vec{n}$ .

Сделаем упрощение, предположив, что исследуемый угловой масштаб в поляризации настолько мал, что соответствующий участок неба можно считать плоским. При таком приближении поле поляризации на небе может рассматриваться как двумерное поле на плоскости  $(x, y)$ . Фотонная поляризация описывается тензором второго ранга  $a_{ij}$  в плоскости, перпендикулярной траектории фотонов. След этого тензора по определению равен нулю, что соответствует нулевой поляризации и может быть включён в полную интенсивность излучения. Удобно выразить этот член через матрицы Паули  $\sigma_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ), которые образуют полную систему  $2 \times 2$  бесследового матричного пространства:

$$a = \xi_\alpha \sigma_\alpha. \quad (6.12)$$

Параметр  $\xi_2$  равен амплитуде круговой поляризации, которая не возникает при томпсоновском рассеянии. Поэтому предполагается что  $\xi_2 = 0$ . В этом случае матрица  $a$  симметрична и определяется двумя функциями:

$$a = \begin{pmatrix} Q & U \\ U & -Q \end{pmatrix}. \quad (6.13)$$

Функции  $Q$  и  $U$  зависят от координатной сетки. Они являются компонентами тензора  $a_{ij}$  и подчиняются соответствующему

закону преобразования тензоров

$$a'_{ij} = T_i^k T_j^l a_{kl}, \quad (6.14)$$

где коэффициенты трансформирования даются формулой  $x_i = T_i^k x_k$ . В частности, при повороте системы координат имеем

$$T = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix}, \quad (6.15)$$

где  $c = \cos \varphi$ ,  $s = \sin \varphi$ , а  $\varphi$  – угол поворота, параметры  $Q$  и  $U$  трансформируются следующим образом:

$$Q' = Q \cos 2\varphi + U \sin 2\varphi, \quad U' = -Q \sin 2\varphi + U \cos 2\varphi. \quad (6.16)$$

Во многих случаях удобнее работать с инвариантными величинами или, по крайней мере с векторами, направления которых хорошо видны на картах поляризации. Существуют следующие инварианты (или, что то же самое, скаляры), которые могут быть сконструированы из тензоров второго ранга. Первый инвариант – это, очевидно, след матрицы:  $\text{Tr } a = \sum a_{ii}$ . В рассматриваемом случае он равен нулю. Второй инвариант – это определитель (детерминант) матрицы  $a$

$$\det a = Q^2 + U^2. \quad (6.17)$$

Максимальное значение поляризации даётся выражением  $\sqrt{Q^2 + U^2}$ . Направление максимальной поляризации определяется одним из собственных векторов матрицы  $a_{ij}$  (см. [Dolgov et al., 1999]).

Это хорошо известные алгебраические инварианты, которые существуют в пространстве любой размерности. Используя векторный оператор дифференцирования, можно построить ещё два инварианта. Их можно выбрать следующим образом:

$$S = \partial_i \partial_j a_{ij}, \quad P = \varepsilon_{kj} \partial_k \partial_i a_{ij}, \quad (6.18)$$

где  $j = 1, 2$ , а  $\partial_j = \partial / \partial x^j$ . Через  $Q$  и  $U$  эти инварианты выражаются так:

$$S = (\partial_1^2 - \partial_2^2)Q + 2\partial_1 \partial_2 U, \quad P = (\partial_1^2 - \partial_2^2)U - 2\partial_1 \partial_2 Q. \quad (6.19)$$

Первый скалярный инвариант имеется в пространстве любой размерности, тогда как второй псевдоскаляр существует только в двумерном пространстве из-за наличия антисимметричного

псевдотензора  $\varepsilon_{ij}$  (аналогичный антисимметричный тензор в  $D$ -мерном пространстве имеет  $D$  индексов). Значение  $S$  и  $P$  совпадают с точностью до скалярного множителя с соответствующими величинами  $E$  и  $B$ , введёнными в работах [Seljak, 1996; Zaldarriaga, Seljak, 1997]. По терминологии этих авторов  $E$  является аналогом электрической составляющей поля в электромагнитной волне, а  $B$  – соответственно аналогом магнитной. С нашей точки зрения более естественно обозначать их через  $S$  и  $P$ , чтобы подчеркнуть их скалярную и псевдоскалярную природу, а не электрическую и магнитную части поляризации, так как эти величины не имеют никакого отношения к векторам. Поэтому мы согласны с терминологией [Stebbins, 1996] (см. также [Kamionkowski, Kosowsky, Stebbins, 1997a, b]).

Важным свойством псевдоскаляра  $P$  является то, что он исчезает, если поляризация вызвана только скалярными возмущениями плотности. В этом случае матрица Стокса может быть выражена через производные одной скалярной функции

$$a_{ij} = (2\delta_i \partial_j - \delta_j \partial_i) \Psi. \quad (6.20)$$

Легко проверить, что в этом случае  $P$  действительно равно нулю. Мы не разделяем мнение и терминологию, принятую в [Kamionkowski, Kosowsky, 1998], где утверждается, что соответствующее поле не имеет вихря. Как было указано в [Dolgov et al., 1999], это не так, и в общем случае собственные векторы матрицы Стокса не являются безвихревыми. Правомерность этой общей установки может быть проверена на простых примерах. Это означает, в частности, что поток линий направлений максимума поляризации может иметь ненулевую завихрённость.

Если имеются тензорные возмущения (гравитационные волны), то матрица поляризации имеет общий вид, определяемый двумя независимыми функциями. Хорошо известно, что произвольный трёхмерный вектор может быть выражен через скалярный и векторный потенциалы:

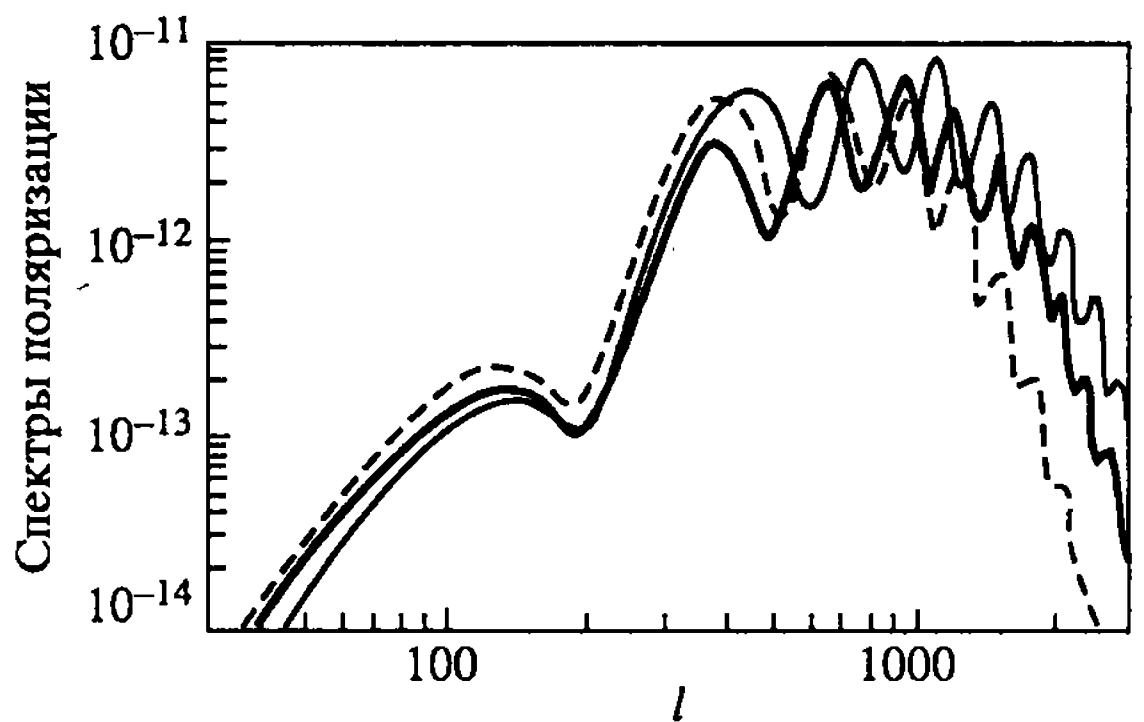
$$\vec{V} = \text{grad } \Phi + \text{cur } \vec{A}. \quad (6.21)$$

В двумерии произвольный вектор может быть определён через производные от скаляра и псевдоскаляра:

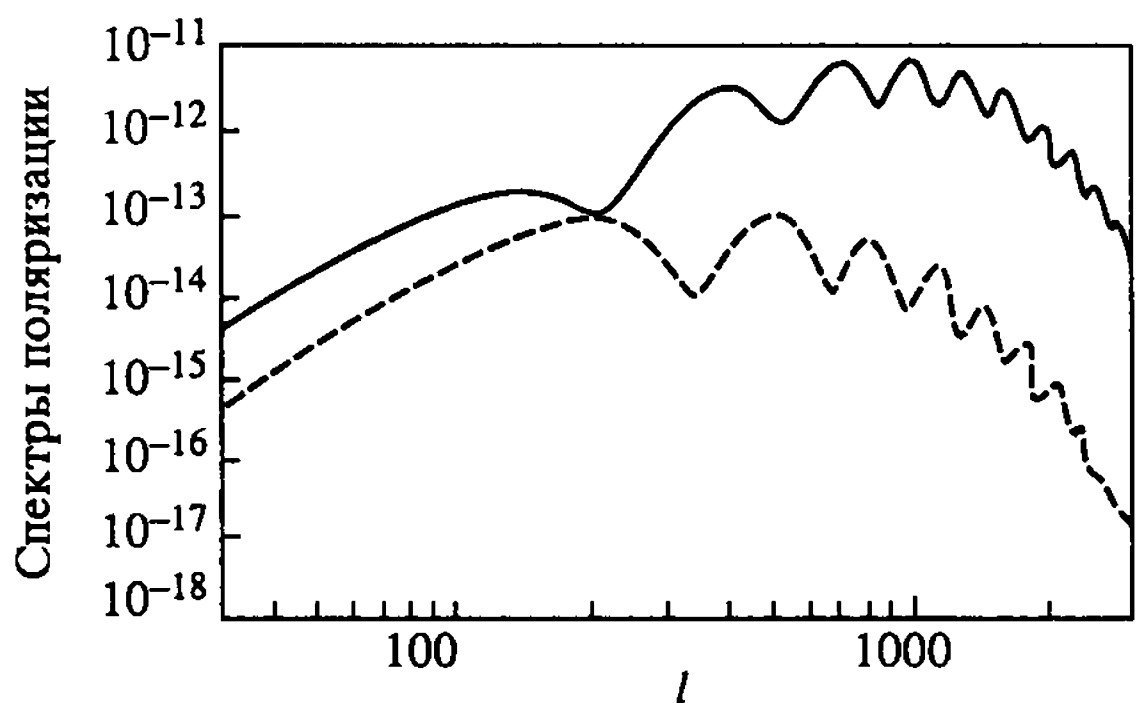
$$V_j = \partial_j \Phi_1 + \varepsilon_{jk} \partial_k \Phi_2. \quad (6.22)$$

В прямой аналогии с этим произвольная бесследовая симметричная матрица  $2 \times 2$  может быть выражена через скалярный

**Рис. 6.5.** Спектры  $E$  компоненты поляризации в  $\Lambda$ CDM (жирная сплошная линия),  $\Lambda$ CDM (тонкая сплошная линия) и  $\Lambda$ CDM с  $\Omega_b = 0,02$  (штриховая линия). Параметры моделей см. в тексте



**Рис. 6.6.**  $E$  – компонента поляризации. Сплошная линия соответствует модели CDM с адиабатическими возмущениями, штриховая – изопотенциальным возмущениям



и псевдоскалярный потенциалы

$$a_{ij} = (2\partial_i\partial_j - \delta_{ij}\partial^2)\Psi + (\epsilon_{ik}\partial_k\partial_j + \epsilon_{jk}\partial_k\partial_i)\Phi. \quad (6.23)$$

Теперь скаляр  $P$ , описанный уравнением (6.18), не исчезает и это свойство позволяет изучать возможные тензорные возмущения с помощью измерений поляризации реликтового излучения. Если  $\Psi = 0$ , то скаляр  $S$  исчезает. К сожалению, это не значит, что тензорные возмущения доминируют, потому что они вносят свой вклад и в  $\Phi$ , и в  $\Psi$ .

Зададимся вопросом, насколько чувствительна  $E$ -компонента поля поляризации к параметрам космологической модели и типу начальных возмущений, порождающих как анизотропию, так и поляризацию реликтового излучения. В гл. 5, посвящённой анализу анизотропии реликтового излучения, мы уже видели, что для  $C(l)$  зависимость от перечисленных выше факторов представлена достаточно ярко. В полной мере этот вывод применим и к полю поляризации, для которого на рис. 6.5 мы приводим спектры  $E$ -компоненты поляризации, порождаемой

адиабатическими возмущениями в  $\Lambda$ CDM-модели ( $\Omega_b = 0,05$ ,  $\Omega_{tot} = 0,95$ ,  $h = 0,5$ ), в  $\Lambda$ CDM-модели ( $\Omega_b = 0,05$ ,  $\Omega_d = 0,3$ ,  $\Omega_\alpha = 0,65$ ,  $h = 0,5$ ) и в CDM-модели с низкой плотностью барионной фракции ( $\Omega_d = 0,2$ ), но  $\Omega_\alpha = 0,98$ , так что  $\Omega_{tot} = 1$ . Как видно из этого рисунка, спектр поляризации оказывается весьма чувствительным к выбору параметров космологической модели.

На рис. 6.6 приведено сравнение спектров  $E$ -компонент поляризации в уже рассмотренной выше  $\Lambda$ CDM-модели с адиабатическими и изопотенциальными начальными возмущениями. Как видно из этого рисунка, начиная с  $l \geq 200 \div 300$ , различия в спектрах достигают двух и более порядков. Тем самым поляризация реликтового излучения оказывается чрезвычайно чувствительной к типу начальных возмущений метрики.

### 6.3. Локальное и нелокальное описание поляризации

Интересной наблюдательной задачей является вопрос, какую из составляющих поля поляризации легче измерить – локальную или глобальную (усреднённую по некоторой области неба)?

Мы думаем, что ответ на этот вопрос очень сильно зависит от свойств шума. Например, если шум поля поляризации при измерении реликтового излучения образован хаотически расположенными на небе точечными источниками со средним расстоянием между ними большим, чем разрешение антенны, то менее трудоёмкими (более лёгкими) кажутся измерения локальных величин, т.е. прямые измерения  $S$  и  $P$  из уравнения (6.18). Однако могут быть источники шума, которые легче подавить, если измерять величины усреднённые по части неба. Для детализации этого вопроса введём выражения для усреднённых значений  $S$  и  $P$  (или  $E$  и  $B$ ) [Seljak, Zaldarriaga, 1998]. Определим сначала Фурье-образы полей  $Q$  и  $U$

$$\tilde{Q}(\vec{l}) = \int y e^{-i\vec{l}\vec{y}} Q(\vec{y}) d^2y \quad (6.24)$$

и аналогично для  $U$ . Фурье-образы для скалярного и псевдоскалярного полей можно записать следующим образом ( $\varphi_l$  – полярный угол в пространстве Фурье координат  $\vec{l}$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{S}_N(\vec{l}) &= N(l^2) \int e^{-i\vec{l}\vec{y}} [Q(\vec{y}) \cos 2\varphi_l + U(\vec{y}) \sin 2\varphi_l] d^2y, \\ \tilde{P}_N(\vec{l}) &= N(l^2) \int e^{-i\vec{l}\vec{y}} [U(\vec{y}) \cos 2\varphi_l - Q(\vec{y}) \sin 2\varphi_l] d^2y. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Скалярная функция  $N(l^2)$  произвольна. Это сохраняет скалярные



и псевдоскалярные свойства  $S$  и  $P$ . Для соответствия выражений (6.25) и (6.18) необходимо выбрать функцию  $N(l)$  в виде  $N(l^2) = l^2$ . Определение, используемое в работе [Seljak, Zaldarriaga, 1998], соответствует выбору  $N(l^2) = 1$ . Это означает, что нелокальность вводится в координатное пространство обратным оператором Лапласа  $1/\partial^2$ , т.е. функцией Грина для лапласиана. Чтобы получить функции  $S_N$  и  $P_N$ , сделаем обратное преобразование Фурье

$$S_N(\bar{x}) = \int \frac{d^2 l}{(2\pi)^2} N(l^2) \int e^{i\vec{l}(\bar{x}-\bar{y})} [Q(\bar{y}) \cos 2\varphi_l + U(\bar{y}) \sin 2\varphi_l] d^2 y,$$

$$P_N(\bar{x}) = \int \frac{d^2 l}{(2\pi)^2} N(l^2) \int e^{i\vec{l}(\bar{x}-\bar{y})} \times \quad (6.26)$$

$$\times [-Q(\bar{y}) \cos 2\varphi_l + U(\bar{y}) \sin 2\varphi_l] d^2 y,$$

где  $\varphi_l$  – угол между вектором  $\vec{l}$  и некоторым фиксированным направлением, которое удобно считать направлением вектора  $\bar{x}$ , т.е.  $\varphi_l = \varphi_{xl}$ .

Теперь можно произвести полное интегрирование по всем направлениям вектора  $\vec{l}$ . Для простоты обозначений введём вектор

$$\bar{\rho} = \bar{x} - \bar{y} \quad (6.27)$$

и три угла  $\varphi_{lp}$ ,  $\varphi_{px}$  и  $\varphi_{xl}$  между направлениями  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ . Очевидно

$$\varphi_{lp} + \varphi_{px} + \varphi_{xl} = 0. \quad (6.28)$$

Интеграл по угловым переменным сводится к

$$\int_0^{2\pi} e^{i l \rho \cos \varphi_{lp}} (A \cos 2\varphi_{lp} + B \sin 2\varphi_{lp}) d\varphi_{lp}, \quad (6.29)$$

где функции  $A$  и  $B$  не зависят от  $\varphi_{lp}$ . Второй член исчезает, а первый даёт

$$\int_0^{2\pi} e^{i l \rho \cos \varphi_{lp}} \cos 2\varphi_{lp} d\varphi_{lp} = -2\pi J_2(l\rho), \quad (6.30)$$

где  $J_2(z)$  – функция Бесселя (см. [Gradstein, Ryzhik, 1994]).

Интегрирование по  $l$  зависит от вида функции  $N(l^2)$ , а результатом этого интегрирования является функция модуля

вектора  $\bar{p}$ :

$$\int_0^{\infty} l N(l^2) J_2(l\rho) dl = F_N(\rho). \quad (6.31)$$

Для частного случая  $N(l^2) = 1$ , приведённого в [Seljak, Zaldarriaga, 1998], интеграл может быть взят следующим образом. Формально он расходится и процедура регуляризации необходима. Это может быть достигнуто добавлением малой мнимой части к  $l$ , чтобы обеспечить сходимость (другими словами, мы должны сдвинуть контур интегрирования в верхнюю половину  $l$ -плоскости). Используя соотношение

$$zJ_2(z) = J_1(z) - zJ_1'(z) \quad (6.32)$$

и интегрируя по частям, получаем

$$F_1(\rho) = \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\infty} zJ_2(z) dz = \frac{1}{\rho^2} \left[ 2 \int_0^{\infty} J_1(z) - zJ_1'(z) dz \right] = \frac{2}{\rho^2}. \quad (6.33)$$

Наконец, учитывая все вклады, получаем

$$\begin{aligned} S_N(\bar{x}) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \rho F_N(\rho) d\rho \int_0^{2\pi} [Q(\bar{x} - \bar{\rho}) \cos 2\varphi + U(\bar{x} - \bar{\rho}) \sin 2\varphi] d\varphi, \\ P_N(\bar{x}) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \rho F_N(\rho) d\rho \int_0^{2\pi} \times \\ &\quad \times [-Q(\bar{x} - \bar{\rho}) \sin 2\varphi + U(\bar{x} - \bar{\rho}) \cos 2\varphi] d\varphi. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Для частного случая  $F_N(\rho) = F_1(\rho) = 2/\rho^2$ , приведённого в работе [Seljak, Zaldarriaga, 1998], мы получаем почти тот же результат, что и в упомянутой работе, с единственной разницей: мы не видим причины считать window-функцию  $F_1(\rho) = 2/\rho^2$  равной нулю при  $\rho = 0$ . В любом случае это отличие имеет меру нуль и не влияет на величину интеграла (6.34). Таким образом, различием можно пренебречь. На наш взгляд более существенным является вывод, сделанный в работе [Seljak, Zaldarriaga, 1998], который гласит: чтобы избежать трудного (или даже невозможного) интегрирования данных по всему небу, можно использовать модифицированную функцию сглаживания

$$F_{sz}(\rho) = -g(\rho) + \frac{2}{\rho^2} \int_0^{\rho} \rho' g(\rho') d\rho', \quad (6.35)$$

где функция  $g(\rho)$  подчиняется условию

$$\int \rho g(\rho) d\rho = 0 \quad (6.36)$$

и где последний интеграл берётся по всему небу.

Мы полагаем, что можно пользоваться любой функцией сглаживания и что не требуется никаких дополнительных условий, ограничивающих её форму. Для того, чтобы показать это, мы рассчитываем функции  $S_N(\bar{x})$  и  $P_N(\bar{x})$  для частного случая скалярных возмущений, когда матрица Стокса определяется уравнением (6.9). Расчёт производных в полярных координатах прост и после несложных алгебраических действий получим

$$\begin{aligned} S_N(\bar{x}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \rho W(\rho) d\rho \int_0^{2\pi} \left( \Psi_{\rho,\rho}(\bar{x} - \bar{\rho}) - \frac{\Psi_\rho(\bar{x} - \bar{\rho})}{\rho} \right) d\varphi, \\ P_N(\bar{x}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \rho W(\rho) d\rho \int_0^{2\pi} \times \\ &\quad \times \left( \frac{2\Psi_{\rho,\varphi}(\bar{x} - \bar{\rho})}{\rho} - \frac{2\Psi_\varphi(\bar{x} - \bar{\rho})}{\rho^2} \right) d\varphi, \end{aligned} \quad (6.37)$$

где нижние индексы  $\rho$  или  $\varphi$  означают дифференцирование по соответствующей переменной, а  $W(\rho)$  – произвольная функция сглаживания. Из второго выражения (6.37) видно, что  $P$  действительно исчезает для любой функции сглаживания. Таким образом, чтобы доказать отсутствие тензорных возмущений, нужно либо убедиться в исчезновении локальной величины  $P(\bar{x})$ , даваемой уравнением (6.8), либо в исчезновении нелокальной величины, даваемой уравнением (6.37), с произвольной функцией  $W(P)$ . Какой метод окажется более эффективным, зависит от свойств шума.

#### 6.4. Геометрическое представление поля поляризации

Для исследования свойств поля поляризации реликтового излучения и, в частности, распределения этой поляризации по небесной сфере, необходимо разработать способ (или способы) визуализации (картографирования). Для карт анизотропии эта

задача не вызывает особых трудностей, поскольку значения  $\Delta T(\theta, \varphi)$  на сфере характеризуются скалярной функцией и легко визуализируются с использованием линейной или цветовой шкалы, ставящей в соответствие значению  $\Delta T$  определённый цвет. Для поляризации реликтового излучения, которая заведомо не является линейной функцией, этот метод очевидно не работает. Более того ясно, что можно предложить сразу несколько методов, отражающих основные свойства поляризованного сигнала. Так, например, для построения карт поля поляризации Bond и Efstathiou [1987] использовали “вектор”  $\vec{P}(\theta, \varphi)$ , длина которого  $|\vec{P}|$  равна  $|\vec{P}| = P = \sqrt{Q^2 + U^2}$ , а направление определяется условием  $\operatorname{tg} 2\varphi = U/Q$ . Zaldariaga и Sekjak [1997] предложили и использовали карты  $E(\theta, \varphi)$  и  $B(\theta, \varphi)$  компонент поля поляризации.

В работе [Dolgov et al., 1999] для визуализации особенностей поля поляризации было предложено использовать “векторное” поле  $\vec{n}$ , соответствующее собственным векторам матрицы Стокса. Отметим, что любое преобразование величин  $Q$  и  $U$  может (и должно) отражать особенности их распределения на небесной сфере. Поскольку модуль вектора поляризации  $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$  является инвариантом относительно поворота плоскости поляризации, его свойства неизбежно будут трансформироваться на любое преобразование вида  $\tilde{L}(\theta, \varphi)$ . В частности, особый интерес вызывает структура поля в окрестностях так называемых особых точек поля поляризации, когда  $P = 0$  в силу обращения в нуль  $Q$ - и  $U$ -компонент в одной и той же точке пространства.

Конечно, измерение поляризации реликтового излучения в окрестности точек её исчезновения – задача чрезвычайно трудная для наблюдателей. Однако нет необходимости приближаться вплотную к точке, где  $Q^2 + U^2 = 0$ . Тип особенности может быть выяснен по картине потока линий в области, где поляризация ещё не исчезает.

Анализ особых точек такого поля приведён в работах [Naselsky, D. Novikov, 1998] и [Dolgov et al., 1999]. В работе [Dolgov et al., 1999] обнаружено, что типы этих точек не описываются хорошо известной классификацией особых точек векторных полей в стандартной теории динамических систем. Из-за неаналитического поведения векторов вблизи нулевых точек  $Q^2 + U^2 = 0$

сепаратриссы кончаются на особенности, тогда как в обычном случае они гладко продолжаются и за этими точками. Это необычное поведение, обнаруженное в работе [Dolgov et al., 1999], хорошо прослеживается на картах поляризации, рассчитанных в работе [Seljak, Zaldarriaga, 1998]. Следуя работам Насельского и Д. Новикова [1998] и [Dolgov et al., 1999], рассмотрим проблему особых точек поля поляризации более детально. Для характеристик углового распределения поляризации на небесной сфере будем использовать собственные векторы матрицы Стокса, введённые в работах [Dolgov et al., 1999].

Собственные векторы матрицы (2) выражаются через параметры Стокса  $Q$  и  $U$  следующим образом:

$$\bar{n}^+ \sim \{U, \lambda - Q\}, \quad \bar{n}^- \sim \{-U, \lambda + Q\}, \quad (6.38)$$

( $\lambda = \sqrt{Q^2 + U^2}$  – собственное значение, а  $\bar{n}^\pm$  соответствует положительному и отрицательному собственному значению  $\pm\lambda$ ). Вектор  $\bar{n}^+$  параллелен направлению максимума поляризации, тогда как вектор  $\bar{n}^-$  направлен вдоль минимума поляризации. Это очевидно в базисе собственных векторов, при котором поляризационная матрица диагональна,  $a = \text{diag}(\lambda, -\lambda)$ . Полная интенсивность света, поляризованного вдоль  $\bar{n}^\pm$ , даётся выражением  $I_\pm = I_0 \pm \lambda$ . Таким образом, интенсивность вдоль направления  $\bar{n}^+$  оказывается больше, чем вдоль направления  $\bar{n}^-$ .

Для определённости мы будем рассматривать поле направлений вектора  $\bar{n}^+$  и особые точки этого поля. Мы рассматриваем проблему особых точек векторного поля  $\bar{V}$  для случая, когда направление компонент  $[x(t), y(t)]$  этого двумерного векторного поля подчиняется уравнению

$$\frac{dy}{dx} = \frac{F_1(x, y)}{F_2(x, y)}. \quad (6.39)$$

Особенности могут появляться, когда обе функции  $F_{1,2}(x, y)$  исчезают. В этом случае условие единственности решения дифференциального уравнения не выполняется и через одну и ту же точку может пройти не одна интегральная кривая. Стандартная теория пригодна в случае, когда функции  $F_{1,2}(x, y)$  являются аналитическими в окрестности этих нулей и первый порядок разложения Тейлора для них имеет вид

$$F_j = a_j(x - x_0) + b_j(y - y_0). \quad (6.40)$$

В этом случае существуют три вида особых точек: узел, седло и

фокус (см. [Бронштейн, Семендяев, 1955]). Сепаратрисами решений являются две пересекающиеся линии, которые в линейном приближении суть просто прямые. Однако в случае векторного поля поляризации основные уравнения имеют вид

$$\frac{dx}{dy} = \frac{n_y^+}{n_x^+} = \frac{\lambda - Q}{U}. \quad (6.41)$$

Как и ранее, особые точки могут появиться, если исчезают и числитель, и знаменатель. Это эквивалентно условию  $Q = U = 0$ . Главное отличие от стандартного случая это то, что числитель не аналитичен вблизи нуля. Этот факт приводит к совершенно иному поведению интегральных кривых вблизи таких точек. В данном случае стандартная теория неприменима. Ниже мы прямо исследуем структуру решений в окрестностях этих точек. Предположим, что функции  $Q$  и  $U$  являются аналитическими вблизи  $Q = U = 0$  и могут быть описаны уравнениями

$$Q \approx q_1 x + q_2 y, \quad U \approx u_1 x + u_2 y. \quad (6.42)$$

Для краткости мы положили, что  $Q$  и  $U$  исчезают при  $x = y = 0$ . Для удобства введём новые координаты

$$\xi = q_1 x + q_2 y, \quad \eta = u_1 x + u_2 y. \quad (6.43)$$

Так как преобразование этих координат соответствует повороту и изменению масштаба, тип особых точек остаётся тем же самым. Введём полярные координаты на плоскости

$$\xi = r \cos \varphi, \quad \eta = r \sin \varphi. \quad (6.44)$$

В этих координатах уравнение (6.41) примет вид

$$\frac{d \ln r}{d \varphi} = \frac{N}{D} \equiv \frac{q_2 t^3 + (q_1 - 2u_2)t^2 - (q_2 + 2u_1)t - q_1}{u_2 t^3 + (u_1 + 2q_2)t^2 + (2q_1 - u_2)t - u_1}, \quad (6.45)$$

где  $t = \operatorname{tg}(\varphi/2)$ .

В общем случае знаменатель  $D$  имеет три корня  $t_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ . Не теряя общности, можно предположить, что  $u_2 = 1$ , тогда эти корни удовлетворяют условию

$$t_1 t_2 t_3 = u_1, \quad t_1 t_2 + t_2 t_3 + t_3 t_1 = 2q_1 - 1, \quad t_1 + t_2 + t_3 = -(u_1 + 2q_2). \quad (6.46)$$

Интегрирование уравнения (6.45) становится простым, если мы

разложим правую часть на элементарные сомножители

$$\frac{d \ln r}{d\varphi} = q_1 + \sum_j^3 \frac{B_j}{t-t_j}, \quad (6.47)$$

где, как легко видеть, в  $D_j = N(t_j)/(t_j - t_k)(t_j t_l)$  ни один из индексов  $j, k, l$  не равен другому. Легко проверить, что

$$B_1 = -\frac{(1+t_2 t_3)(1+t_1^2)^2}{2(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)}. \quad (6.48)$$

Оставшиеся параметры  $B_2$  и  $B_3$  находятся с помощью циклической перестановки индексов в формуле (6.48). Так как  $d \ln r / d\varphi = (d \ln r / dt)(1+t^2)/2$ , то в конце концов уравнение может быть переписано в виде

$$\frac{d \ln r}{dt} = \frac{2}{1+t^2} \left( q_1 + \sum_j^3 \frac{B_j}{t-t_j} \right) \quad (6.49)$$

и интегрирование становится простым. Соответствующее решение имеет вид

$$r = r_0 (1+t^2) \prod_j^3 (t-t_j)^{2\nu_j}, \quad (6.50)$$

где  $r_0$  – произвольная константа, а  $\nu_j$  – показатели степеней – суть

$$\nu_j = \frac{B_j}{1+t_j^2} \quad (6.51)$$

с константами  $B_j$ , полученными из уравнения (6.48). Можно убедиться, что  $\nu_j$  удовлетворяют условиям

$$\sum_l^3 \nu_l = -1, \quad (6.52)$$

$$\sum_j^3 \nu_j t_j = -\frac{1}{2} \left( \sum_j^3 t_j + \prod_j^3 t_j \right) = q_1, \quad (6.53)$$

$$\prod_j^3 \nu_j = \frac{(1+t_1^2)(1+t_2^2)(1+t_3)}{8(t_1 - t_2)^2(t_2 - t_3)^2(t_3 - t_1)^2} (1+t_1 t_2)(1+t_2 t_3)(1+t_3 t_1). \quad (6.54)$$

Последние три множителя в уравнении (6.54) пропорциональны

детерминанту  $D = q_1 u_2 - q_2 u_1$  и

$$(1 + t_1 t_2)(1 + t_2 t_3)(1 + t_3 t_1) = 2(q_1 u_2 - u_1 q_2) / u_2^2 \equiv 2d / u_2^2. \quad (6.55)$$

Если все корни  $t_j$  действительные, то знак произведения  $\prod_j v_j$  совпадает со знаком детерминанта  $D$ . Однако если один из корней  $t_1$  действителен, а два других являются комплексно-сопряжёнными, то знаки детерминанта и произведения противоположны.

Теперь мы можем приступить к классификации особых точек. Следуя работе [Dolgov et al., 1999], рассмотрим сначала случай, когда все три корня  $t_j$  действительны. Поведение решений определяется знаками показателей степени  $v_j$ . Как следует из уравнения (6.52), хотя бы один из этих показателей должен быть отрицательным. Чтобы узнать, какие ещё знаки возможны, предположим (без потери общности), что

$$t_1 > t_2 > t_3. \quad (6.56)$$

В этом случае действительны следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \text{sign}[v_1] &= \text{sign}[-(1 + t_2 t_3)], \\ \text{sign}[v_2] &= \text{sign}[(1 + t_1 t_3)], \\ \text{sign}[v_3] &= \text{sign}[-(1 + t_1 t_2)]. \end{aligned} \quad (6.57)$$

Следовательно, если  $t_3 > 0$ , то реализуются следующие знаки для  $v_j$ :  $(-, +, -)$ . Если  $t_3 < 0$ , а  $t_2 > 0$ , то  $v_3 < 0$  и один или оба  $v_1$  и  $v_2$  являются отрицательными. Они не могут оба быть положительными, так как если  $(1 + t_1 t_3) > 0$ , то и  $(1 + t_2 t_3) > 0$  и  $v_1 < 0$ . Аналогично и в случае  $t_1 > 0$ , и  $t_2 < 0$ , при котором невозможно соотношение знаков  $(-, +, +)$ . В случае, когда все  $t_j < 0$ , знаковый ряд имеет вид  $(-, -, +)$ . Итак, возможны только две комбинации знаков для  $v_j$ : это  $(-, -, -)$  и  $(-, -, +)$ . Первая комбинация реализуется в случае  $d < 0$  в соответствии с уравнениями (6.54) и (6.55). Если же детерминант положительный, то комбинация знаков для  $v_j$  будет  $(-, -, +)$ .

При  $d < 0$  решение не проходит через ноль в окрестности особой точки, его поведение подобно поведению обычной седловой точки с единственной разницей, что в этом случае имеются три линейные асимптоты, а не четыре, как в обычном случае (см. рис. 6.7, *a*). Следуя работе [Dolgov et al., 1999], эти точки тоже назовём “седловыми”.

Тот факт, что в нашем случае сепаратрисы не проходят через особые точки, в противоположность обычным особенностям,



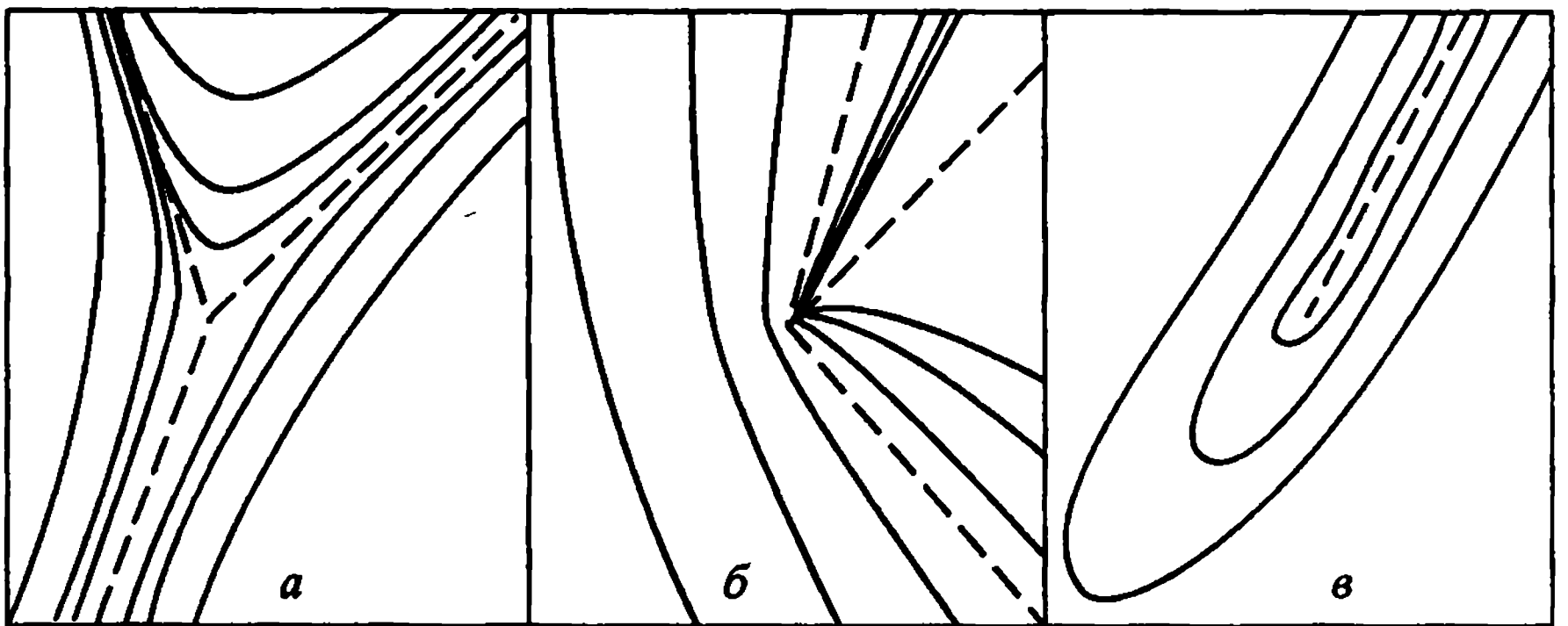


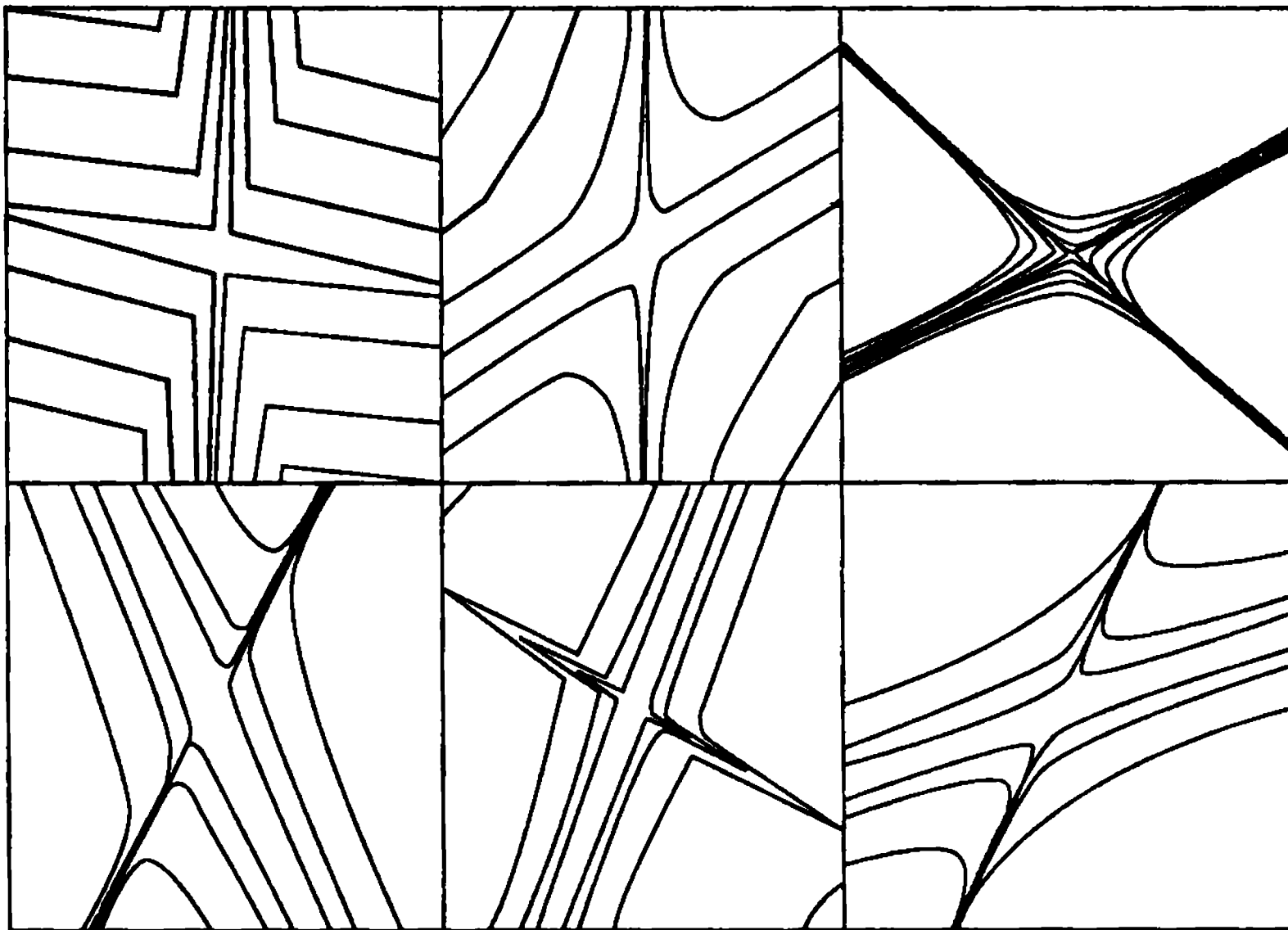
Рис. 6.7. Поток линий для трёх разных типов особых точек: седла (а), клювы (б), кометы (в). Штриховые линии соответствуют особым решениям (сепаратрисам)

соответствует неаналитическому поведению уравнения (6.41) из-за квадратного корня. Если  $d > 0$ , то комбинация знаков имеет вид  $(-, -, +)$ , и решение исчезает по одному из направлений и стремится к бесконечности по двум другим. Вид решения сильно отличается от стандартного. Линии поля не могут быть непрерывными от  $\varphi = \varphi_1$  до  $\varphi = \varphi_1 + \pi$ , что возможно в обычном случае. Назовём такой тип особенности – “клювом” (см. рис. 6.7, б). Если действительным является только один корень  $t_j$ , а два других комплексные, то решение имеет вид

$$\frac{r}{r_0} = (t^2 + 1) |t - t_2|^{4\operatorname{Re} v_2} \exp(4\beta \operatorname{Im} v_2) (t - t_1)^{2v_1}, \quad (6.58)$$

где  $\beta = \operatorname{tg}^{-1}[\Im t_2 / (t - \Re t_2)]$ . Действительный корень  $v_1 < 0$ , как видно из уравнения (6.58); таким образом,  $r$  не исчезает в окрестности такой особой точки. Поток линий поля поляризации для такого случая представлен на рис. 6.7, в. Этот тип особенности может быть назван “кометой”. Такое бывает при  $d > 0$  (см. рис. 6.8).

Вероятность реализации различных типов особенностей была рассчитана следующим путём. Очевидно, что вероятность появления “седловых” точек равна 50%, так как седло появляется только при  $d < 0$ . Вероятность появления “комет” и “клювов” была посчитана численно при условии  $d > 0$  и наличии одного действительного корня уравнения  $D = 0$  (для комет) или трёх для клювов, здесь  $D$  – знаменатель в уравнении (6.45) (см. [Dolgov et al., 1999]). Вероятности появления седел, клювов и



**Рис. 6.8.** Изменение потока линий вектора  $V$  от  $n^+$  вблизи “клюва” (верхние три картинки) и “кометы” (нижние три картинки), представленных на рис. 6.7, б и 6.7, в соответственно. Вторые и третьи в каждом рядке картинке соответствуют повороту на угол  $\varphi = 45^\circ$  и  $90^\circ$  по отношению к первой картинке

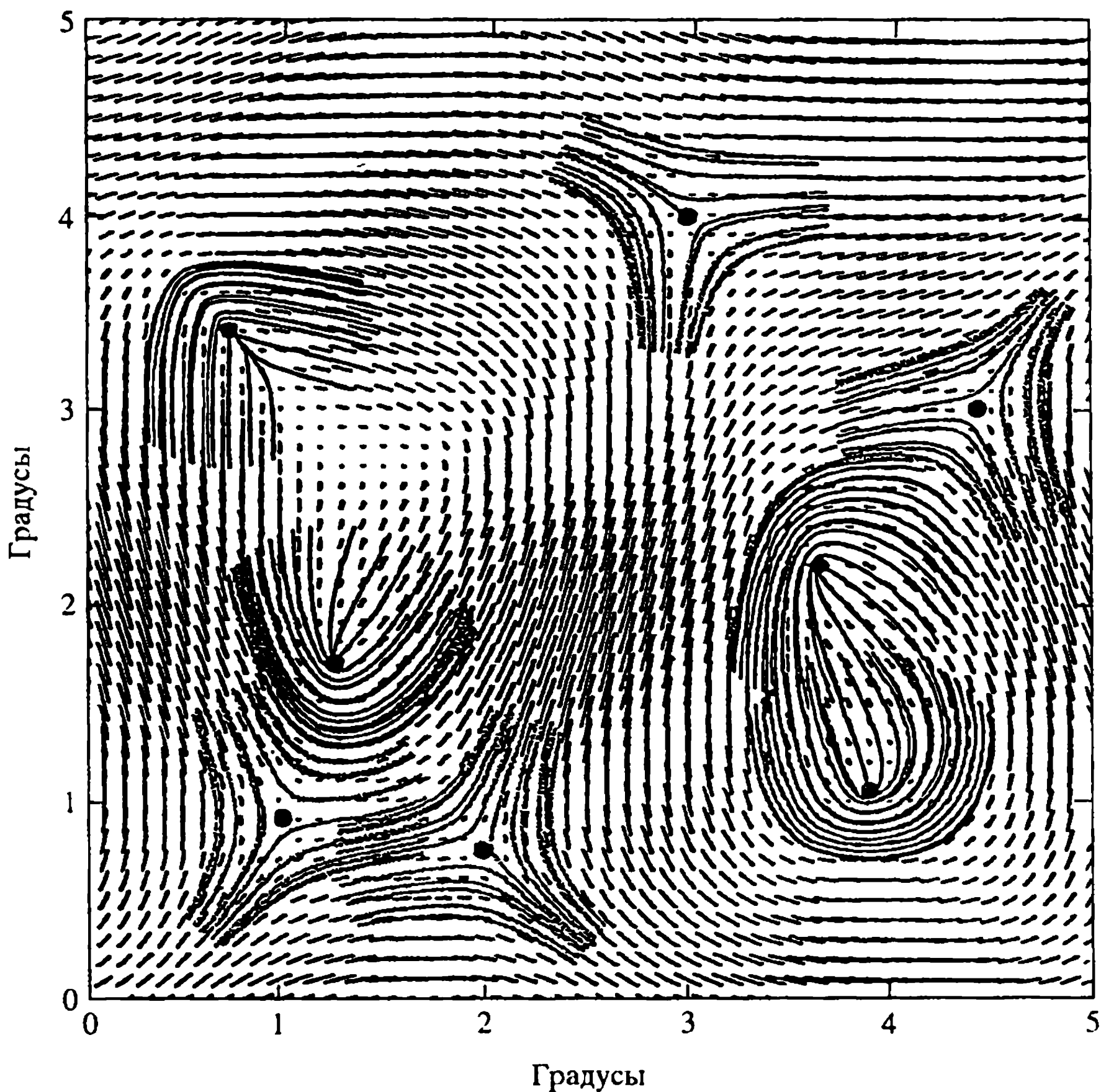
комет при случайном выборе  $q_1, q_2, u_1$  и  $u_2$  равны соответственно  $W_a = 0,500$ ,  $W_b \approx 0,116$  и  $W_c \approx 0,384$ .

Можно также оценить плотность особых точек на карте следующим образом (см. [Bond, Efstathiou, 1987; Naselsky, D. Novikov, 1998]). Все особые точки возникают в случае, когда  $Q = 0$  и  $U = 0$ . Плотность этих точек пропорциональна

$$dQdU = |d| dx dy \quad (6.59)$$

и таким образом плотность определяется через средние значения детерминанта  $d = q_1 u_2 + q_2 u_1$ . Можно показать, что сёдла дают 50% всех особых точек  $\langle n_s \rangle = 0,5n$ , где  $n$  – концентрация всех особых точек [Dolgov et al., 1999]. Расчёты концентрации клювов и комет сложнее и должны быть выполнены численно (рис. 6.9). Согласно нашим оценкам, поверхностные плотности клювов и комет выражаются как  $\langle n_b \rangle \approx 0,052n$  и  $\langle n_c \rangle \approx 0,448n$  соответственно. Отклонения от этих и найденных выше значений для  $W_{a,b,c}$  могут указывать на отклонения возмущений от гауссовости.

Причины подобных отклонений могут быть различны. Например, это присутствие в картах поляризации реликтового излучения различного рода помех, обусловленных синхротронным



**Рис. 6.9.** Карта вектора поляризации реликтового излучения  $n^+$ . Сплошные линии показывают поведение потока линий вблизи особых точек, в которых поляризация исчезает

излучением галактик, фоном дискретных источников и т.п. Важной помехой для первичного сигнала является также шум приёмной аппаратуры, неизбежно присутствующий во всех наблюдательных данных. Все эти источники будут искажать общие свойства поля поляризации в окрестностях особых точек, где  $Q$ - и  $U$ -компоненты обращаются в ноль. На первый взгляд ситуация с исследованием свойств сигнала в зонах, окружающих такие пекулярные точки, выглядит крайне неперспективной. Ведь формально и  $Q$ - и  $U$ -компоненты являются реализацией случайного гауссова процесса (естественно, если искомые возмущения тоже были гауссовыми) и, следовательно, поведение

полей  $Q$  и  $U$  в окрестности точек  $Q = 0$ ,  $U = 0$  является тоже случайным. Более того, локальные свойства поля необходимо измерять с высоким угловым разрешением, что для большинства экспериментов представляет собой изрядную трудность. В то же время необходимо отметить, что для анализа свойств полей поляризации важную роль играет тот факт, что характерный масштаб корреляции как  $Q$ -, так и  $U$ -компоненты  $\theta_c$  оказывается близок к  $10\div 15$  угловым минутам для наиболее реалистичных космологических моделей. Это означает, что по порядку величины зоны пекулярностей вокруг точек  $Q = 0$ ,  $U = 0$  будут иметь практически такой же характерный размер. При этом любой шум, например инструментальный, имеющий корреляционную шкалу меньше  $\theta_c$ , будет приводить к искажению (разрушению) поведения поля в окрестности особых точек и, следовательно, уменьшать их концентрацию и изменять структуру сигнала в их окрестности. Тем самым, в силу случайного характера шума, его проявления можно идентифицировать. Подробнее на этом аспекте мы остановимся в следующей главе.

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ АНИЗОТРОПИИ И ПОЛЯРИЗАЦИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 7.1. Введение

В этой главе мы уделим основное внимание тестированию статистических свойств полей анизотропии и поляризации, генерируемых первичными возмущениями плотности, скорости и гравитационного потенциала в эпоху рекомбинации водорода. Основной рабочей гипотезой, на которой базируется как современная теория формирования структур во Вселенной, так и теория генерации первичной анизотропии и поляризации, является предположение о случайном характере распределения значений амплитуд и фаз начальных возмущений.

Следует отметить, что идея о случайном характере начальных возмущений появилась в космологии задолго до того, как она нашла своё объяснение в рамках инфляционных моделей. В определённом смысле эта идея отражает тот факт, что в пространственных масштабах, превышающих  $10^2$  Мпк, распределение материи во Вселенной является в среднем однородным и изотропным. Тогда, если формирование структур в различных областях Вселенной, отстоящих друг от друга дальше, чем  $10^2 \div 10^3$  Мпк, осуществлялось независимо друг от друга, то естественно предположить, что и начальные распределения возмущений плотности, скорости и гравитационного потенциала были также независимы. Более того, мы знаем, что и в меньших масштабах нелинейные по амплитуде возмущений плотности конденсации материи развились из малых флуктуаций. Если между масштабами галактик и скоплений и масштабом ячейки однородности Вселенной не существует изначально выделенной границы, то естественно предположить, что на всей шкале пространственных масштабов первичные возмущения обладали случайным характером распределения амплитуд и фаз.

Случайность пространственного распределения возмущений при условии их малости<sup>1</sup> автоматически переносится на Фурье-амплитуды. В простейшем случае остаётся ещё два предположения: о виде функции распределения Фурье-амплитуд, которая предполагается гауссовой и равномерном распределении амплитуд возмущений метрики по значениям волнового вектора. После этого мы приходим к хорошо известному в космологии масштабно инвариантному спектру Харрисона–Зельдовича, широко используемому при обработке наблюдательных данных по анизотропии реликтового излучения. Именно спектр Харрисона–Зельдовича соответствует спектру первичных возмущений метрики, генерируемых, согласно большинству теорий инфляционного расширения ранней Вселенной, из квантовых флуктуаций вакуума физических полей (см., например, [Линде, 1990]). Однако необходимо отметить, что развитие моделей инфляции и, в частности, включение в рассмотрение нескольких полей, моделирующих более сложные свойства вакуума, наряду с возможностью генерации первичных гауссовых возмущений метрики, привело к предсказанию и более сложных негауссовых статистических свойств флуктуаций. В силу линейной связи между возмущениями метрики, скорости и плотности плазмы в эпоху рекомбинации водорода статистические свойства распределения анизотропии и поляризации реликтового излучения на небе полностью отражают статистику начальных возмущений. Следовательно, анализируя особенности статистики анизотропии и поляризации реликтового излучения, мы анализируем и свойства инфляционных моделей, описывающих процесс рождения Вселенной.

Заметим, что наряду с этой фундаментальной проблемой существует ещё и целый ряд важных “прикладных” проблем, требующих знания характера распределения анизотропии и поляризации реликтового излучения на небесной сфере. Прежде всего подчеркнём ещё раз зависимость мультипольных спектров анизотропии и поляризации от важнейших космологических параметров, детально рассматриваемую в этой главе. Однако только для гауссовых случайных процессов задание спектра полностью определяет все статистические свойства. Для негауссовых статистик ситуация имеет более сложный характер (см.,

<sup>1</sup> Малость амплитуды означает возможность пренебрегать нелинейными эффектами.

например, [Coles, Barrow, 1987]). Напомним, что наблюдения анизотропии и поляризации реликтового излучения неизбежно связаны с присутствием различных негауссовых источников радиоизлучения.

Например, излучение нашей Галактики отчетливо проявляется уже на картах анизотропии реликтового излучения, полученных в рамках проекта COBE. К числу негауссовых сигналов, проявляющих себя в форме дополнительных источников помех на фоне искомого сигнала, относятся и радиоизлучение активных галактических ядер, пульсаров, облаков пыли и горячего газа, и синхротронное излучение. Следовательно, возникает важнейшая задача разделения вкладов от этих компонент и первичного сигнала, в решении которой знание статистической природы первичной анизотропии и поляризации реликтового излучения начинает играть главенствующую роль. Более того, недоучёт или неправильный учёт перечисленных выше факторов приведёт к ложной структуре спектров мощности анизотропии и поляризации и, следовательно, к неправильному определению параметров космологической модели. Наконец, негауссовость наблюдаемого сигнала в анизотропии и поляризации может “сформироваться” непосредственно в процессе эксперимента в силу особенности свойств антенны радиотелескопа, стратегии наблюдений, неточности определения направленности антенны, запаздывания реакции болометров и т.д.

Все эти “аппаратурные” факторы нуждаются в детальном исследовании, подчинённом одной единственной задаче – минимизации уровня систематических погрешностей, вносимых самим экспериментом в структуру и амплитуду сигнала. Изучение этих особенностей неотделимо от изучения характеристик самого первичного сигнала, которые собственно и искажаются в ходе эксперимента.

Список проблем, возникающих в связи с изучением статистической природы сигналов анизотропии и поляризации можно продолжать и продолжать, однако уже перечисленных выше примеров вполне достаточно для иллюстрации важности и актуальности этого направления. В этой главе мы остановимся на анализе наиболее важных результатов, полученных современной космологией за последние два десятилетия теоретических и экспериментальных исследований статистических свойств анизотропии и поляризации реликтового излучения.



## 7.2. Спектральные параметры гауссова поля анизотропии

В этом разделе мы введём основные характеристики случайного гауссова поля анизотропии, предполагая рассмотреть статистические свойства поля поляризации в следующих параграфах этой главы. В основе нашего анализа лежит обобщение идеи Райса [Rice, 1944, 1945] описания свойств одномерных шумов, данное в работе [Bardeen et al., 1986] для трёхмерных и в работе [Bond, Efstathiou, 1987] – для двумерных гауссовых полей.

Для удобства чтения сначала мы суммируем основные определения и свойства гауссовых статистик анизотропии реликтового излучения, частично уже использованных ранее. Следуя работе [Bond, Efstathiou, 1987], рассмотрим распределение температуры реликтового излучения на небесной сфере. Предположим, что это поле является случайным двумерным гауссовым полем на сфере. Это поле полностью характеризуется спектром мощности  $C_l$ . Используя это описание можно предположить хорошо известное выражение для температуры реликтового излучения

$$T(\bar{q}) = \langle T(\bar{q}) \rangle + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_l^m C_l^{\frac{1}{2}} Y_l^m(\bar{q}), \quad (7.1)$$

где  $q$  – единичный вектор, тангенциальный к направлению движения фотонов,  $a_l^m$  – независимые случайные гауссовы числа,  $\langle T(\bar{q}) \rangle$  – усреднённая температура реликтового излучения, такая,

что  $\langle T(\bar{q}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int T(\bar{q}) d\Omega$ ,  $Y_l^m$  – сферические гармоники. Введём

следующее выражение для анизотропии реликтового излучения:  $\Delta T(\bar{q}) = (T(\bar{q}) - \langle T(\bar{q}) \rangle) / \langle T(\bar{q}) \rangle$ . Двухточечная корреляционная функция  $C(\theta)$  может быть найдена с помощью усреднения  $T(\bar{q}) \times T(\bar{q}')$  по всему небу при условии, что угол между направлениями  $\bar{q}$  и  $\bar{q}'$  остаётся постоянным:

$$C_{\text{obs}}(\theta) = \langle \Delta T(\bar{q}) \cdot \Delta T(\bar{q}') \rangle, \quad \bar{q} \cdot \bar{q}' = \cos \theta. \quad (7.2)$$

Принимая во внимание уравнение (7.2) и то, что  $\langle a_l^m a_{l'}^{m'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$ , получаем

$$C_{\text{obs}}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (a_l^m)^2 C_l P_l(\cos \theta). \quad (7.3)$$



Среднее значение наблюдательной корреляционной функции имеет вид

$$C(\theta) = \overline{C_{\text{obs}}(\theta)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta). \quad (7.4)$$

Наряду с анализом свойств сигнала  $\Delta T$  на небесной сфере важнейшую роль в изучении анизотропии реликтового излучения играет так называемое “flat sky”-приближение, когда малый участок сферы можно приближённо считать плоским. Это приближение позволяет использовать технику Фурье-анализа на плоскости, что значительно упрощает математическую сторону проблемы. В то же время “flat sky”-приближение вносит определённые погрешности в статистические характеристики сигнала, которые необходимо принимать во внимание даже при отсутствии посторонних шумов различной природы.

Следуя работе [Abbott, Wise, 1984], рассмотрим влияние конечного размера рассматриваемой области на свойства наблюдаемой корреляционной функции. Учтём, что наблюдаемая корреляционная функция отличается от своего среднего по ансамблю приблизительно на величину дисперсии, обусловленную “cosmic variance”<sup>2</sup>:

$$D_0(\theta) = \overline{C_{\text{obs}}^2(\theta)} - \overline{C_{\text{obs}}}^2 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \sum_l (2l+1) C_l^2 P_l^2(\cos \theta). \quad (7.5)$$

Нижний индекс 0 в левой части означает, что это значение получено усреднением по всему небу. Значение  $D_0(\theta)$  достаточно мало для  $\theta \sim 1^\circ$ , но если мы будем рассматривать лишь небольшую часть неба, то эта величина вырастает до

$$D_\Omega(\theta) \sim \sqrt{\frac{4\pi}{\Xi}} D_0(\theta), \quad (7.6)$$

где  $\Xi$  – площадь рассматриваемой области в долях  $4\pi$ . Как видно из уравнения (7.6), при уменьшении  $\Xi \rightarrow 0$  неопределённость в поведении  $C_l$  возрастает как  $\Xi^{1/2}$ , что автоматически приводит к погрешности  $\delta C_l / C_l \approx (\Xi l)^{-1/2}$  ([Abbott, Wise, 1984; Кнох, 1995]). Таким образом “flat sky”-приближение описывает общие характеристики спектра  $C(l)$  с погрешностью  $\delta C_l / C_l \ll 1$  лишь для мультиполей с номером  $l \Xi \gg 1$ .

<sup>2</sup> Этот термин отражает тот факт, что при анализе статистических свойств  $\Delta T$ -сигнала мы имеем лишь одну его реализацию на небесной сфере и не можем осуществить усреднение по ансамблю реализаций.

Если мы исследуем только маленький кусочек неба, то его геометрия приблизительно плоская, и мы можем ввести декартовы координаты  $(x, y)$  и представить  $\Delta T(x, y)$  как сумму ряда Фурье [Bond, Estathiou, 1987]

$$\Delta T(x, y) = \sum_{ij} a_{ij} C^{\frac{1}{2}}(k) \cos\left(2\pi \frac{ix + iy}{L} + \varphi_{ij}\right), \quad (7.7)$$

где  $C(k)$  – спектр мощности,  $k = \frac{2\pi}{L} \sqrt{i^2 + j^2}$ ,  $a_{ij}$  – независимые случайные гауссовы величины,  $\varphi_{ij}$  – случайные фазы, равномерно распределённые в интервале  $(0, 2\pi)$ ,  $L \approx \Xi^{1/2}$  – угловой размер исследуемой области.

Корреляционная функция  $C_{\text{obs}}(r) = \langle \Delta T(x, y) \cdot \Delta T(x', y') \rangle$  может быть получена усреднением по квадрату  $L \times L$  подобно уравнению (7.2),

$$C_{\text{obs}}(r) = \frac{1}{2} \sum_{ij} a_{ij}^2 C(k) J_0(kr), \quad (7.8)$$

где  $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$  Формально после усреднения по ансамблю реализаций получим

$$C(r) = \overline{C_{\text{obs}}(r)} = \frac{1}{2} \sum_{ij} C(k) J_0(kr), \quad (7.9)$$

где  $k$  определено выше как функция от  $k$  и  $j$ . Уравнение (7.9) находится в хорошем согласии с уравнением (7.4), так как если  $\theta \ll \pi$ , то  $P_l(\cos \theta) \approx J_0(l\theta)$  и  $l\theta \approx kr$ .

Таким образом, возмущения  $\Delta T$  могут быть описаны уравнением (7.7), где  $C(k) \approx C_l$ ,  $k \sim l/\xi_n$  ( $\xi_n$  – современный горизонт при  $z = 0$ ). Очевидно, что наблюдательная корреляционная функция отличается от средней по ансамблю на величину дисперсии

$$D(r) = \overline{C_{\text{obs}}^2(r)} - (\overline{C_{\text{obs}}(r)})^2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} C^2(k) J_0^2(kr). \quad (7.10)$$

Для  $r \ll L$  корреляционная функция и её дисперсия могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} C(r) &= \pi \int k C(k) J_0(kr) dk, \\ D(r) &= \pi \int k C^2(k) J_0^2(kr) dk, \end{aligned} \quad (7.11)$$

$$C_{\text{obs}}(r) \sim C(r) \pm \sqrt{D(r)}.$$

С помощью уравнений (7.11) введём спектральные параметры

подобно тому, как это сделано в работе [Bond, Estathiou, 1987]:

$$\begin{aligned}\sigma_0^2 &= \pi \int k C(k) dk, \\ \sigma_1^2 &= \pi \int k^3 C(k) dk, \\ \sigma_2^2 &= \pi \int k^5 C(k) dk, \\ R_* &= \sigma_1 / \sigma_2, \quad r_c = \sigma_0 / \sigma_1, \quad \gamma = \sigma_1^2 / (\sigma_0 \sigma_2).\end{aligned}\tag{7.12}$$

Как видно из (7.12), спектральные параметры полностью определяются значениями корреляционной функции и её второй и четвёртой производных по  $r$ , взятыми в точке  $r = 0$ ,

$$\sigma_i^2 = (-1)^i (i!) 2^{2i} \left. \frac{d^i C(\omega)}{d\omega^i} \right|_{\omega=0},\tag{7.13}$$

где  $\omega = 2 \sin \frac{\theta}{2}$ . Таким образом, спектральные параметры  $\sigma_i^2$  являются моментами спектра  $C(l)$  и, как было показано в работах [Bardeen et al., 1986; Bond, Efstathiou, 1987], они полностью определяют локальную топологию карт анизотропии реликтового излучения. Остановимся на этом аспекте проблемы более подробно.

### 7.3. Локальная топология случайного гауссова поля анизотропии. Статистика пиков

Напомним, что гауссово случайное поле – это то поле, для которого совместная гауссова вероятность распределения случайных переменных  $x_i$  даётся выражением

$$P(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \frac{e^{-Q}}{((2\pi)^n \det M)^{1/2}} dx_1 \dots dx_n,\tag{7.14}$$

$$2Q = \sum_{ij} \Delta x_i (M^{-1})_{ij} \Delta x_j.$$

Для определения матрицы ковариаций  $M_{ij}$  в уравнении (7.14) нужны только средние значения случайных величин  $\langle x_i \rangle$  и их дисперсии

$$M_{ij} = \langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle, \quad \Delta x_i = x_i - \langle x_i \rangle.\tag{7.15}$$

Предположим, что случайный гауссов процесс уже реализо-

вался на сфере, как это имеет место в данных по анизотропии реликтового излучения, измеренных COBE. В целом реализация анизотропии выглядит как совокупность светлых и тёмных зон, соответствующих максимумам (светлые зоны) и минимумам (тёмные зоны) сигнала  $\Delta T/T$ . Как связано количество этих зон со свойствами спектра гауссова распределения  $\Delta T/T$ ? Каковы наибольшие (положительные) и наименьшие (отрицательные) значения  $\Delta T/T$  на карте? Какова структура сигнала в окрестности точек максимумов и минимумов  $\Delta T/T$ ? Эти и другие вопросы составляют суть проблемы исследования локальной топологии поля анизотропии, на которые современная теория случайных полей даёт вполне определённые ответы. Почему так важно исследовать локальную топологию сигнала? Очевидно, что тестируя его топологические особенности можно подтвердить или опровергнуть гипотезу о нормальности (гауссовости) распределения анизотропии. Более того, в ряде случаев можно классифицировать и устранить возможные источники негауссовых искажений сигнала (эффекты систематики, проявления галактических и внегалактических помех и т.д.), тем самым приблизившись вплотную к решению задачи об определении статистической природы первичных неоднородностей метрики, плотности и скорости материи по данным об анизотропии реликтового излучения.

Возникает вопрос: а почему не воспользоваться такими стандартными тестами детектирования негауссовости сигнала, как анализ трёхточечной корреляционной функции или биспектр или моменты более высокого порядка?<sup>3</sup> Ответ оказывается на удивление прост. Не только можно, но и необходимо воспользоваться этими стандартными тестами при изучении статистических свойств реализаций случайных полей. На практике, однако, отрицательные или положительные результаты применения этих тестов едва ли могут считаться окончательными, так как только бесконечное число  $n$ -точечных корреляционных функций может подтвердить или опровергнуть гипотезу о гауссовой природе сигнала. Распределение может выглядеть гауссовым вплоть до очень высоких моментов, а затем стать негауссовым. Примеры такого рода аномалий хорошо известны (см., например, [Kendall, Stuart, 1977]). Именно поэтому любые дополнительные статистики и тесты, которые оказываются

<sup>3</sup> Детальный анализ этих методов дан в работах [Peebles, 1983; Heavens, Sneath, 1999].

чувствительными к различным свойствам гауссова процесса, взаимно дополняют друг друга и позволяют вплотную приблизиться к решению проблемы.

В качестве первого и одного из важнейших шагов в изучении локальной структуры карт анизотропии реликтового излучения мы рассмотрим статистику пиков  $\Delta T/T$ , впервые предложенную в качестве одного из критических тестов на гауссовость первичного сигнала в работах [Заботин, Насельский, 1985; Sazin, 1985]. Детальная разработка теории пиков в распределении  $\Delta(T\theta, \varphi)$  (для гауссова сигнала) была дана в работе [Bond, Efstathiou, 1987] и обобщена для конкретных негауссовых полей в работе [Coles, Barrow, 1987]. Следуя работам [Bardeen et al., 1986] (в дальнейшем [BBKS]) и [Bond, Efstathiou, 1987] (в дальнейшем [BE]), будем трактовать распределение пиков  $\Delta T/T$  на сфере как случайный точечный процесс, характеризуемый плотностью вероятности

$$n_{pk} = \sum_p \delta(\bar{q} - \bar{q}_p), \quad (7.16)$$

где  $\bar{q}$  – координаты произвольной точки на сфере, а  $\bar{q}_p$  – позиции точек экстремумов распределения  $\Delta T(\bar{q})$ :  $\bar{\nabla}(\Delta T(\bar{q})) = 0$ ;  $\bar{\nabla}$  – оператор градиента на сфере.

Рассмотрим поведение поля анизотропии в окрестности точки экстремума. Следуя BBKS, введём обозначение  $\xi(\bar{q}) \equiv \nabla(\Delta T(\bar{q}))$  и разложим  $(\Delta T(\bar{q}))$  в ряд Тейлора:

$$\Delta T(\bar{q}) = (\Delta T(\bar{q}_p)) + \frac{1}{2} \sum_{ij} \xi_{ij}(\bar{q} - \bar{q}_p)_i (\bar{q} - \bar{q}_p)_j. \quad (7.17)$$

Аналогичные действия произведём и для градиента поля,

$$\eta(\bar{q}) \approx \sum_{ij} \xi_{ij}(\bar{q} - \bar{q}_p)_j, \quad (7.18)$$

где  $\xi_{ij}$  – матрица вторых производных по переменной  $\bar{q}$  от  $\Delta T(\bar{q})$ . Считая матрицу  $\xi_{ij}$  несингулярной в точке  $\bar{q} = \bar{q}_p$ , найдём компоненты вектора  $(\bar{q} - \bar{q}_p)$  из уравнения (7.18),

$$(\bar{q} - \bar{q}_p)_i \approx \xi^{-1}(\bar{q}_p) \eta_i(\bar{q}), \quad (7.19)$$

где  $\xi^{-1}(\bar{q}_p)$  – матрица, обратная к матрице  $\xi_{ij}$ . Комбинируя урав-

нения (7.16) и (7.19) и учитывая свойства  $\delta$ -функции, получим [BBKS]

$$\begin{aligned} \langle n_{pk}(\bar{q}) \rangle &= \langle |\det \xi^{-1}(\bar{q})| \delta^{(2)}[\bar{\eta}(\bar{q})] \rangle = \\ &= \int d(dT) d^6 \xi |\det \xi^{-1}(\bar{q})| P(\Delta T, \bar{\xi} = 0, \xi), \end{aligned} \quad (7.20)$$

где  $P(\Delta T, \bar{\xi} = 0, \xi)$  – совместная функция распределения анизотропии  $\Delta T$  и её первых и вторых производных, взятых в точке  $\bar{\xi} = \{\xi_i\} = 0$ . Однородность и изотропия поля  $\Delta T$  означает в среднем, что среднее число пиков не зависит от координат на сфере. Следуя [BE], введём безразмерную переменную  $v \equiv \Delta T/\sigma_0$ , где  $\sigma_0$  определена в уравнениях (7.12), (7.13) и является корнем квадратным из дисперсии  $\Delta T$ .

Определим функции  $N_{\max}(v)dv$  и  $N_{\min}(v)dv$  как плотность числа максимумов и минимумов  $\Delta T$  на карте анизотропии, амплитуда которых заключена в интервале  $v \div (v + dv)$ . Отсылая читателя, интересующегося деталями расчётов, к оригинальным статьям [BBKS] и [BE], приведём окончательные выражения для  $N_{\max}(v)dv$  и  $N_{\min}(v)dv$  [D. Novikov, Jørgensen, 1966a, b]:

$$N_{\max}(v)dv = \frac{1}{2\pi\theta_*^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) \frac{dv}{(2\pi)^{1/2}} G(\gamma, \gamma v), \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} G(\gamma, x_*) &\equiv (x_*^2 - \gamma^2) \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{x_*}{[2(1-\gamma^2)]^{1/2}} \right\} \right] + \\ &+ x_*(1-\gamma^2) \frac{\exp\{-x_*^2/[2(1-\gamma^2)]\}}{[2\pi(1-\gamma^2)]^{1/2}} + \\ &+ \frac{\exp[-x_*^2/(3-2\gamma^2)]}{(3-2\gamma^2)^{1/2}} \left[ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{x_*}{[2(1-\gamma^2)(3-2\gamma^2)]^{1/2}} \right\} \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt e^{-t^2}$ ,  $\theta_* = \sqrt{2}\sigma_1/\sigma_2$ , а  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\gamma$  определены в уравнениях (7.12), (7.13):

$$\begin{aligned} (N_{\max} + N_{\min})(v)dv &= \\ &= \frac{\gamma^2}{2\pi\theta_*^2} \frac{\exp(-v^2/2)}{(2\pi)^{1/2}} \left\{ v^2 - 1 + \frac{\exp[-x_*^2/(3-2\gamma^2)]}{\gamma^2(3-2\gamma^2)^{1/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

Интегрирование уравнений (7.21), (7.22) в пределах от  $v_1$  до  $\infty$ , где  $v_1 = v_1$  – произвольно взятый уровень, даёт среднее число

максимумов и минимумов, имеющих амплитуду выше порога  $v_l$ , [BBKS; BE]:

$$n_{\max}(v_l) + n_{\min}(v_l) = \frac{\gamma^2}{(2\pi)^{3/2} \theta_*^2} v_l e^{-\frac{v_l^2}{2}} + \frac{1}{4\pi\sqrt{3}\theta_*^2} \operatorname{erfc}\left\{\frac{v_l}{[2(1-2\gamma^2/3)]^{1/2}}\right\} \quad (7.23)$$

Если  $v_l \rightarrow -\infty$ , то полное число экстремумов на карте анизотропии будет равно [BE]

$$n_{pk}(-\infty) = \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \theta_*^{-2} (\text{ср}^{-1}). \quad (7.24)$$

Соотношения (7.21)÷(7.24) открывают важное направление исследования гауссовой природы сигнала, основанное на подсчёте концентрации максимумов и минимумов на картах анизотропии для различных космологических моделей.

В то же время уравнения (7.21)÷(7.24) нуждаются в небольшой модификации, учитывающей реальные параметры эксперимента. В самом “простом” случае, когда свойства сигнала определяются первичной анизотропией реликтового излучения, сглаженной антенной приёмника и инструментальными шумами, спектральные параметры претерпевают модификацию. Предположим, что функция пропускания антенны имеет гауссову форму с характерным угловым масштабом  $\theta_A$ , а инструментальный шум является “белым” шумом, для которого спектр  $C_{l(\text{noise})}$  не зависит от  $l$ . Следуя работе [Vargheis et al., 1997], определим полную корреляционную функцию для смеси первичной анизотропии и шума в следующем виде:

$$C(\alpha, \sigma) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1) \left[ C_l e^{-l(l+1)\theta_A^2} + C_N \right] P_l(\cos\theta). \quad (7.25)$$

Тогда с учётом определения (7.13) все спектральные параметры случайного гауссова поля анизотропии реликтового излучения, включая и внешние инструментальные шумы, будут функциями  $\theta_A$  и  $C_N$ . Следуя [Vargheis et al., 1997], введём амплитуду шума  $A_N(10')$ , характеризующую уровень шума, сглаженного по масштабу  $10'$  с помощью гауссова фильтра. Не вдаваясь в детализацию конкретных экспериментов, выберем три значения<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Заметим, что параметр  $A_N(10')$  характеризует уровень флуктуаций  $\Delta T/T$  и поэтому безразмерен.

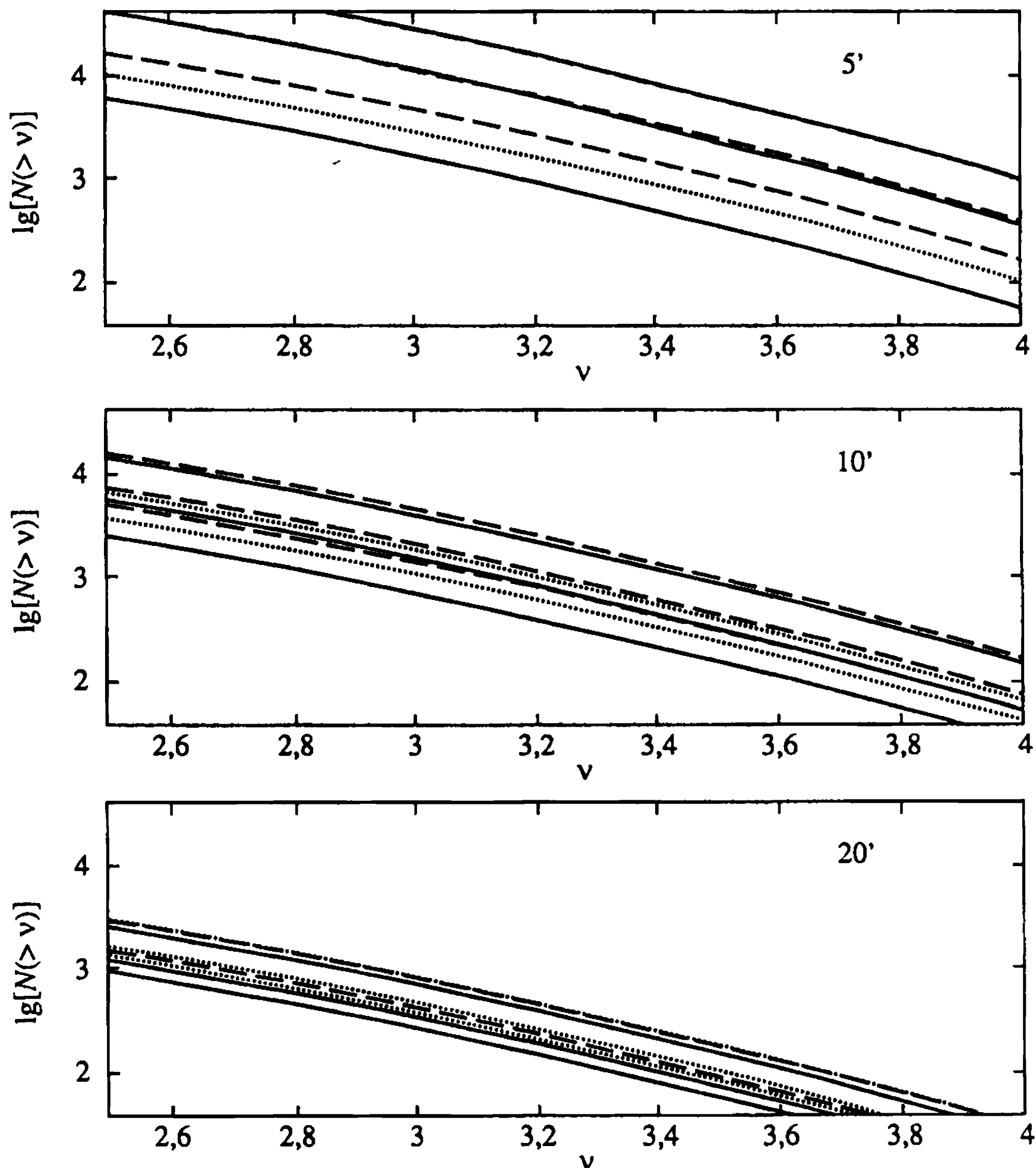
Таблица 7.1

PWHM	$\Omega$	$\theta_c$ (arcmin)	$\gamma$	$\theta_s$ (arcmin)	$\theta_c$ (arcmin)	$\gamma$	$\theta_s$ (arcmin)	$\theta_c$ (arcmin)	$\gamma$	$\theta_s$ (arcmin)
5'...	0,1	8,6	0,53	4,5	5,7	0,44	2,5	3,6	0,61	2,2
5'...	0,3	11,1	0,45	5,0	5,9	0,40	2,3	3,5	0,61	2,2
5'	1,0	15,0	0,40	6,1	6,1	0,37	2,3	3,6	0,60	2,1
10'...	0,1	15,0	0,49	7,4	12,8	0,45	5,7	8,4	0,54	4,5
10'...	0,3	17,0	0,52	8,9	13,7	0,42	5,8	8,5	0,53	4,5
10'...	1,0	22,0	0,43	9,4	16,0	0,34	5,5	8,9	0,50	4,4
20'...	0,1	32,3	0,44	14,2	29,7	0,42	12,3	21,1	0,45	9,6
20'...	0,3	30,2	0,48	14,6	28,0	0,45	12,7	20,5	0,48	9,7
20'...	1,0	35,9	0,49	17,5	32,9	0,42	13,9	23,0	0,43	9,9

Таблица 7.2

FWHM	$\nu$	$\Omega = 0,1$	$\Omega = 0,3$	$\Omega = 1$	$\Omega = 0,1$	$\Omega = 0,3$	$\Omega = 1$	$\Omega = 0,1$	$\Omega = 0,3$	$\Omega = 1$
5'...	3	4541	2912	1657	11019	10965	10459	25147	25883	25962
5'...	3,5	1011	636	357	2401	2362	2228	5674	5842	5794
5'...	4	174	108	60	407	397	271	986	1016	1007
10'	3	1518	1106	753	2192	1953	1615	4727	4660	4295
10'...	3,5	335	258	164	479	423	341	1055	1038	949
10'...	4	57	44	28	81	72	56	182	179	163
20'...	3	335	379	267	419	452	339	795	832	690
20'...	3,5	74	84	59	91	99	73	174	183	150
20'	4	13	14	10	15	17	12	30	31	25





**Рис. 7.1.** Зависимость логарифма числа пиков выше некоторого уровня сечения карты  $v$  от высоты сечения для различного углового разрешения антенны. Штриховая и пунктирная линии соответствуют открытым моделям Вселенной ( $\Omega = 0,1$  и  $0,3$  соответственно), сплошная линия соответствует плоской модели Вселенной. Каждая совокупность из трёх различных линий на каждом рисунке соответствует значениям  $A_{(N)} = (3, 1, 0) \cdot 10^{-5}$  (сверху вниз)

$A_N(10') = (0, 1, 3) \cdot 10^{-5}$ . Случай  $A_N(10') = 0$  относится к “идеальному” эксперименту, не искажающему свойства первичного сигнала на масштабе  $10'$  и выше. Два других значения модулируют эффект зашумления карты на уровнях, близких к амплитудам первичного сигнала. Зафиксируем далее три модели Вселенной с  $\Omega_{\text{tot}} = 1$ ,  $\Omega_{\text{tot}} = 0,3$  и  $\Omega_{\text{tot}} = 0,1$  при плотности барионов  $\Omega_b = 0,05$  и

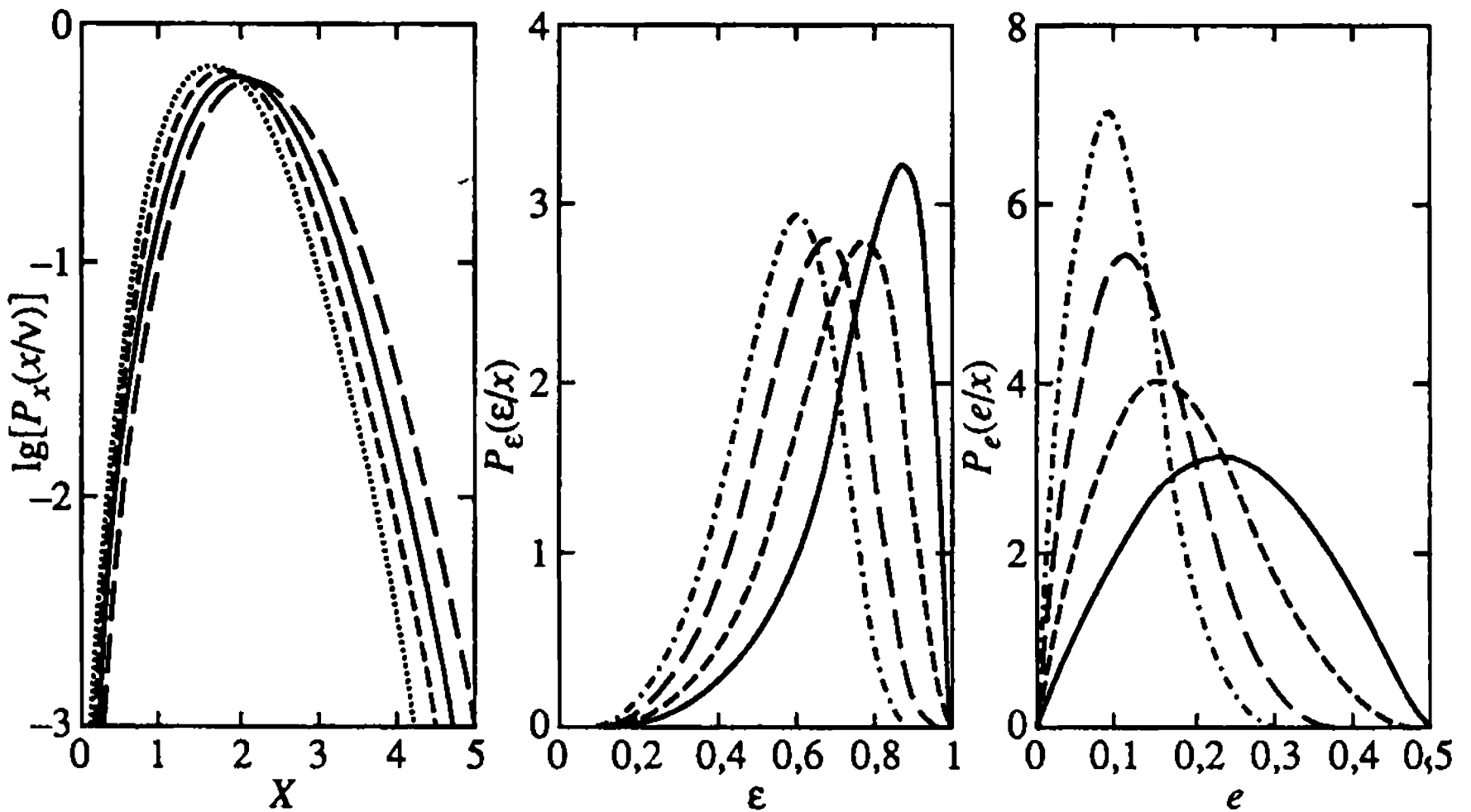
постоянной Хаббла  $h = 0,5$ . Скрытую массу считаем “холодной” и начальные возмущения полагаем адиабатическими со спектром Харрисона–Зельдовича.

Как ведут себя концентрации максимумов поля анизотропии  $N_{\max}(v_i)$  для этих трёх космологических моделей? В табл. 7.1 [Barreiro et al., 1997] приведена сводка спектральных параметров для различных значений  $\theta_A$  и  $A_N(10')$ . Связь между  $\theta_A$  и шириной диаграммы направленности антенны на половине её амплитуды (FWHM) даётся следующим соотношением:  $\theta_A = 0,425 \text{ FWHM}$ .

Необходимо отметить, что по мере уменьшения разрешающей способности антенны (увеличение FWHM) количество пиков на сфере уменьшается почти на три порядка (табл. 7.2). В то же время статистический разброс в числе пиков  $\Delta n \sim \sqrt{N}$  при  $\text{FWHM} = 5'$  оказывается несущественным для “идеального” эксперимента ( $A_N(10') = 0$ ) и становится определяющим при  $A_N(10') = 10^{-5}$  и  $A_N(10') = 3 \cdot 10^{-5}$ . Заметим, что параметры планируемого эксперимента PLANCK при анализе статистики пиков приближаются к параметрам “идеального” эксперимента. В остальных моделях свойства сигнала определяются шумом, который собственно и приводит к примерному равенству числа пиков на сфере. На рис. 7.1 приведено распределение плотности пиков поля анизотропии в рассматриваемых моделях в зависимости от  $v_i$ , FWHM и уровня шума [Barreiro et al., 1997]. В табл. 7.2 суммированы результаты, приведённые на рис. 7.1.

#### **7.4. Структура сигнала в области максимумов и минимумов анизотропии реликтового излучения**

Наряду с предсказанием среднего числа экстремумов случайного гауссова поля анизотропии теория позволяет рассчитать и наиболее вероятную структуру поля  $\Delta T$  в окрестности точки максимума или минимума [BBKS, BE]. Следуя [BH], выберем полярную систему координат  $\left( \bar{\omega} = 2 \sin \frac{\theta}{2}; \varphi \right)$  с центром в точке максимума поля  $\Delta T(q_i)$  и воспользуемся приближением “flat sky” для описания структуры  $\Delta T$  в окрестности этой точки. Будем считать, что высота пика равна  $v$ . Тогда распределение поля в

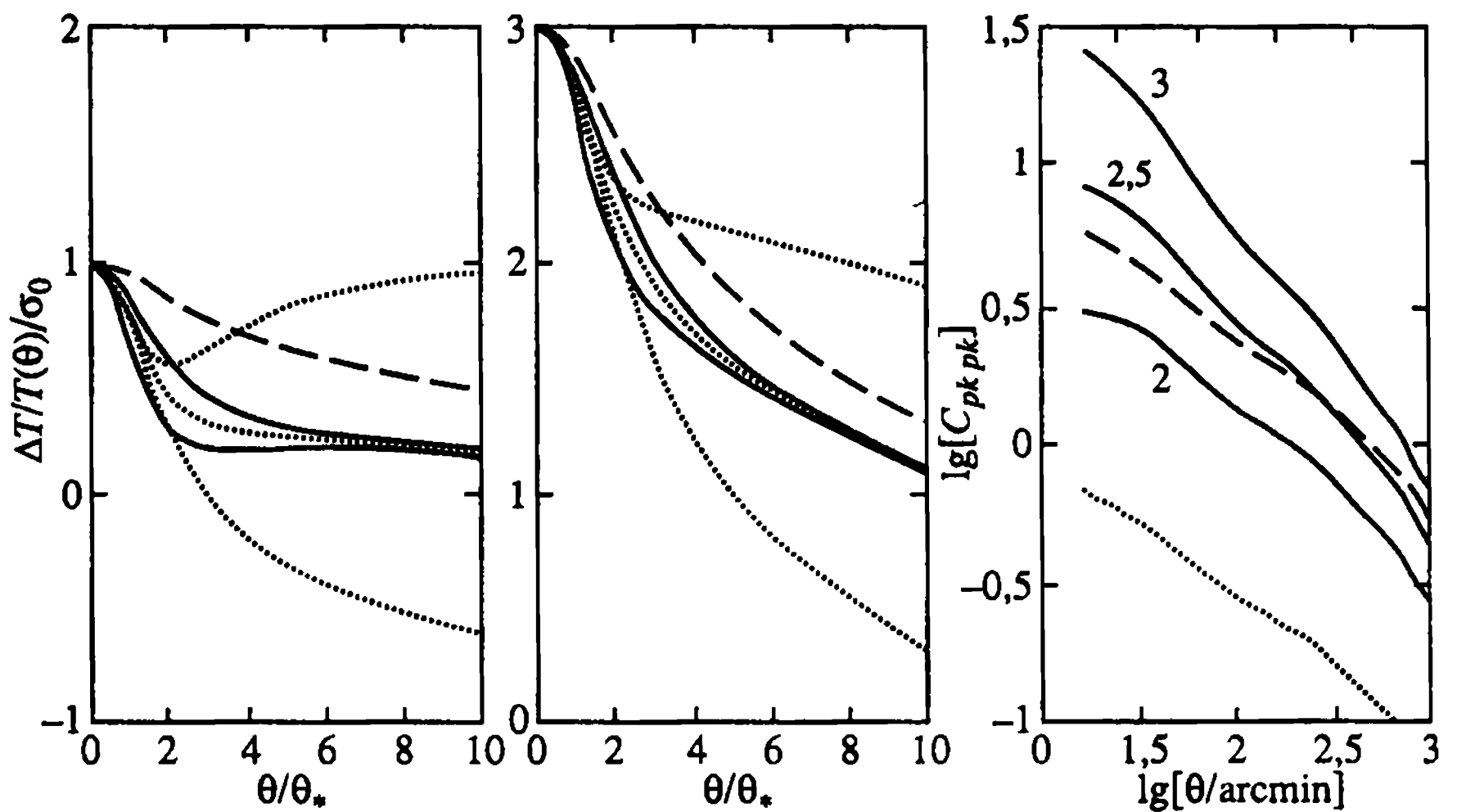


**Рис. 7.2.** Левый рисунок – условная вероятность распределения значений параметра кривизны  $x$  для пика с амплитудой  $v = 0$  (пунктирная линия),  $v = 1$  (линия из коротких штрихов),  $v = 2$  (сплошная линия),  $v = 3$  (линия из длинных штрихов) для модели с  $\gamma = 0,347$ , соответствующей  $\Lambda$ CDM модели. Средний и правый рисунки соответственно: распределение эксцентриситета и эллиптичности для  $x = 1$  (сплошная линия),  $x = 2$  (линия из коротких штрихов),  $x = 3$  (линия из длинных штрихов) и  $x = 4$  (штрих-пунктирная линия)

окрестности максимума имеет эллиптическую форму [BE]

$$\Delta_r(\bar{\omega}) = \sigma_0 \left\{ v - \frac{1}{2} \gamma x \left( \frac{\bar{\omega}}{\theta_c} \right)^2 [1 + 2c_1 \cos(2\varphi)] \right\}, \quad (7.26)$$

где  $x = \nabla^2(\Delta T)/\sigma_2$  – радиальная кривизна,  $e_1$  – асимметрия и система координат ориентирована вдоль большой и малой осей эллипсоида. В уравнении (7.26) радиальная кривизна  $x$  и асимметрия  $e$  являются случайными параметрами, изменяющимися от одной реализации к другой. Бонд и Ефстасиоу [BE] показали, что соответствующие функции распределения этих величин имеют ярко выраженные максимумы (рис. 7.2). Здесь же показана и функция распределения эксцентриситетов эллипсоида  $\epsilon = 2[e_1/(1 + 2e_1)]^{1/2}$ . Усреднённый профиль сигнала в окрестности пика с высотой  $v$  показан на рис. 7.3 как для низких ( $v = 1$ ,  $\epsilon = 0,76$ ), так и для высоких ( $v = 3$ ,  $\epsilon = 0,68$ ) пиков. Воспользовавшись этими данными, сравним характерный размер зон, охватываемых этими пиками на половине их высоты. В первом случае ( $v = 1$ ) соответствующий радиус зоны оказывается близок



**Рис. 7.3.** Наиболее вероятные профили  $\Delta T$  для пиков с  $\nu = 1$  (левый рисунок) и  $\nu = 3$  (средний рисунок). Для параметра эллиптичности  $e$  использовались значения 0,2 и 0,15. Для параметра кривизны выбраны  $\chi = 0,189$  и  $\chi = 0,224$ . Сплошные линии соответствуют распределению  $\Delta T$  вдоль главных осей эллипсоида. Штриховые линии соответствуют функции  $\nu\Psi$ . Зависимость  $\Psi(\theta)$  показана на правом рисунке. На этом же рисунке показана “пик-пик” корреляционная функция для  $\nu = 3$ ,  $\nu = 2,5$ ,  $\nu = 2$ . Штриховая линия на правом рисунке – сравнение результатов численного моделирования и аналитических расчётов (см. [Bond, Efststhiou, 1987])

к  $\theta_*$ , тогда как для  $\nu = 3$  пика он превышает  $\theta$  в три-четыре раза. В то же время средняя площадь зоны на уровне  $\nu_i$  в окрестностях пика с высотой  $\nu > \nu_i$  примерно равна по [BE]

$$S(\nu_i) \approx 2\pi \left( \frac{\theta_*}{\gamma_{\nu_i}} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{\nu_i^2} \right), \quad \nu_i \gg 1 \quad (7.27)$$

и уменьшается по мере увеличения уровня  $\nu_i$ . Таким образом, высокие пики гауссова поля  $\Delta T$  имеют острые вершущки и достаточно протяжённые основания. Их форма, по крайней мере для высоких ( $\nu > 2$ ) пиков, приближается к эллиптической, однако в основании каждого пика она имеет случайный характер.

Принимая во внимание перечисленные выше свойства статистики пиков случайного гауссова поля  $\Delta T$ , поставим вопрос об их практическом использовании. В частности, в следующем разделе мы уделим основное внимание анализу пиков в картах  $\Delta T$ , полученных в экспериментах BOOMERANG [Bernardis de et al., 2000] и MAXIMA-1 [Hanany et al., 2000].

## 7.5. Статистика пиков на картах анизотропии

В предисловии мы уже отмечали, что наблюдательные данные, полученные с помощью экспериментов BOOMERANG и MAXIMA-1 [Bernardis de et al., 2000; Hanany et al., 2000], открыли новую эпоху в изучении спектра реликтового излучения. На измеренном угловом спектре (рис. 7.4) ясно виден пик на угловых масштабах, соответствующих спектральной гармонике с номером мультиполя  $l \approx 200$ . Это сахаровский пик. Однако для  $l > 400$  структура анизотропии спектра реликтового излучения ещё не ясна и поэтому необходим последующий ряд экспериментов, таких как MAP и PLANCK.

Существует несколько факторов, играющих главную роль в будущих экспериментах. Например эксперименты MAP и PLANCK покроют значительно большую площадь неба, чем BOOMERANG и MAXIMA-1. К тому же в PLANCK имеется два HFI канала с  $\nu \approx 545$  ГГц и  $\nu \approx 857$  ГГц, которые обеспечивают разрешение  $\text{FWHR} = 5'$

В данном разделе мы анализируем статистику пиков (максимумов и минимумов) на карте анизотропии реликтового излучения. Мы сравниваем эту статистику для карт, полученных в экспериментах BOOMERANG и MAXIMA-1 со статистикой

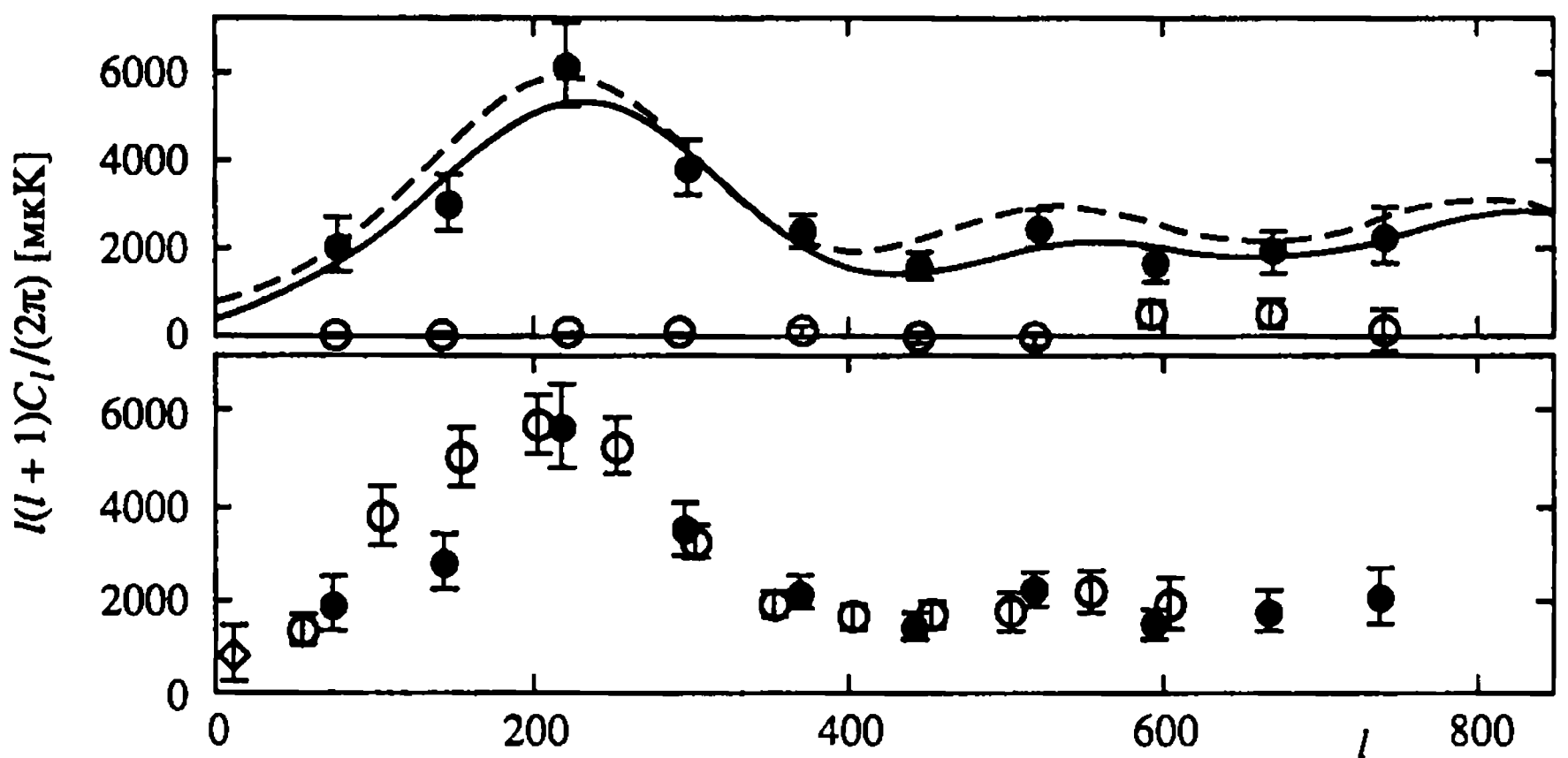
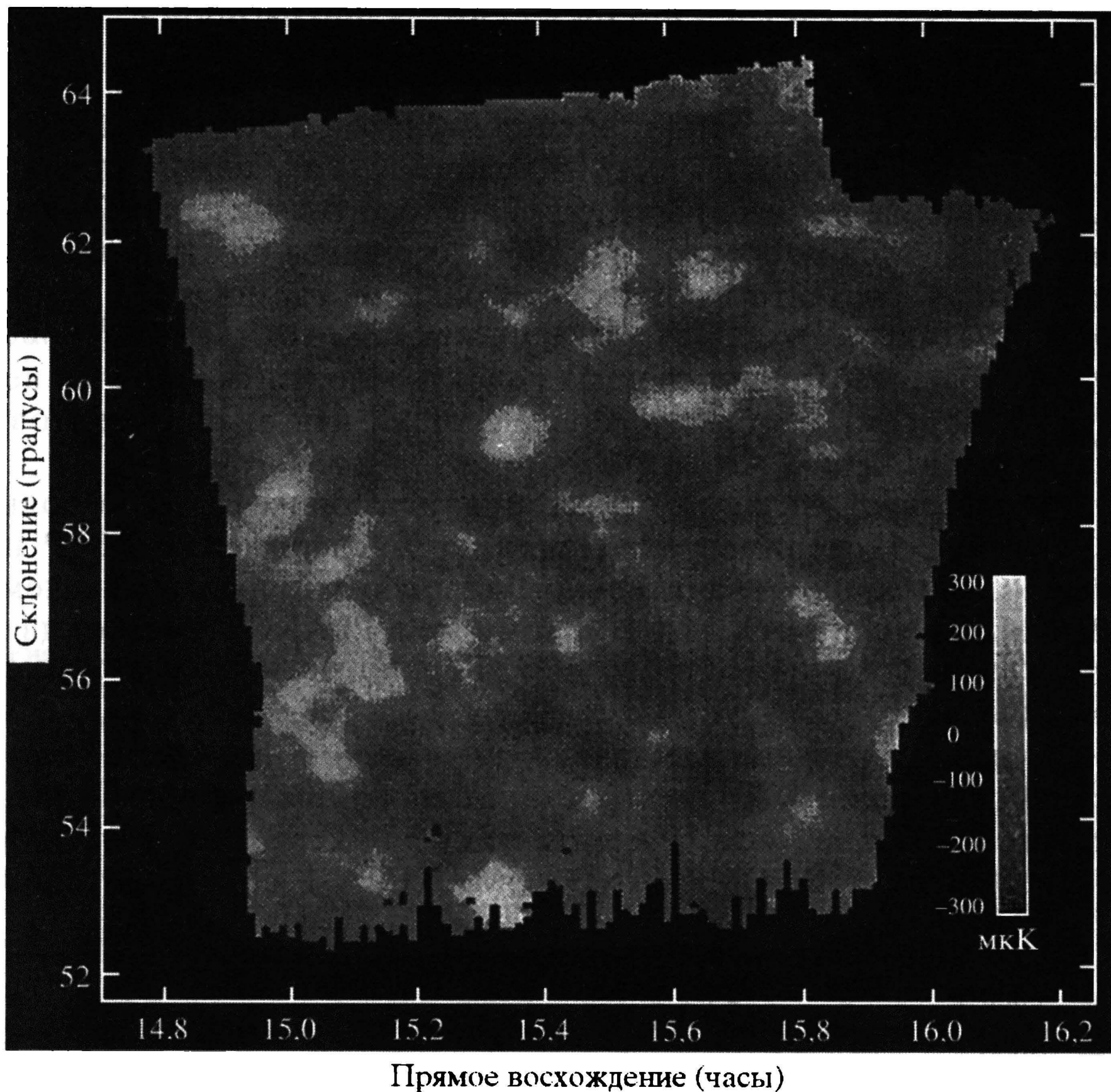


Рис. 7.4. Спектр анизотропии реликтового излучения, полученный в рамках эксперимента MAXIMA-1 [Hanany et al., 2000] (вверху), в сравнении с данными эксперимента BOOMERANG [de Bernardis et al., 2000] (внизу). Сплошная линия соответствует наиболее подходящей CDM-модели, штриховая – модели  $\Lambda$ CDM. Чёрные кружки соответствуют данным эксперимента MAXIMA-1, белые – данным эксперимента BOOMERANG, ромбики – данным DMR





**Рис. 7.5.** Карта участка неба, полученная в рамках эксперимента МАХИМА-1 (использован фильтр Винера). Карта аккумулирует три 150 ГГц канала и один 240 ГГц канал

будущих наблюдений MAP и PLANCK и предсказываем некоторые свойства пиков и их форму для этих наблюдений.

Рассмотрим модель, близкую к реальной, полученной благодаря успешным балонным наблюдениям МАХИМА-1. Согласно [Nanay et al., 2000] на карте, полученной с помощью этих наблюдений, имеется пик распределения  $\Delta T/T$  с высокой амплитудой (рис. 7.5). Этот пик имеет следующие координаты: склонение  $\approx 58,6^\circ$ , прямое восхождение  $15^{\text{h}}35^{\text{m}}$ . В отфильтрованной фильтром Винера карте этот пик будет иметь амплитуду  $\Delta T \sim (2,3 \div 2,5)\sigma$ , и величина анизотропии будет монотонно падать до уровня  $1\sigma$  при  $15,2^{\text{h}} < \alpha \leq 15,4^{\text{h}}$  и  $58,5^\circ < \delta < 60^\circ$ .

Ниже мы исследуем основные свойства строения таких пиков в будущих измерениях реликтового излучения в эксперименте PLANCK, которые будут выполняться с лучшим угловым разрешением, чем теперешние измерения. Аналогичное предсказание было предложено в работе [Bunn, Hoffman, Silk, 1995] для эксперимента на Тенерифе, в котором использовались данные COBE DMR, хотя и другим методом. Например, мы показываем, что более точные измерения не выявляют внутреннее строение в виде новых высоких ( $>1,5\sigma$ ) пиков внутри области: упомянутой выше.

В реальном эксперименте антенна имеет конечное разрешение, а спектральные параметры зависят от диаграммы направленности  $\theta_A$  и, следовательно, от количества сахаровских пиков, которые могут быть разрешены этой антенной. Это значит, что на будущих картах PLANCK строение высоких пиков  $\Delta T/T$  может оказаться отличным от соответствующего строения пиков на картах, полученных с помощью BOOMERANG и MAXIMA-1.

Для всех космологических моделей спектр анизотропии реликтового излучения  $C_l$  может быть описан в виде суммы гауссовых пиков с центрами в точках максимумов  $l_n$  ( $l \geq 30$ ) [Kotok et al., 2001]

$$\frac{l(l+1)C_l}{2N\pi} = \left\{ \sum_n A_n \exp\left[-\frac{(l-l_n)^2}{2d_n^2}\right] + 1 \right\} e^{-l^2 s^2}, \quad (7.28)$$

где  $n$  – количество пиков,  $d_n$  – ширина пика,  $l_n$  – его положение,  $N$  – нормировочный множитель для низких мультиполей (например, нормировка по COBE данным). Последний член уравнения (7.28) учитывает затухание Силка на угловом масштабе  $s$ . Заметим, что мы не ввели в уравнение (7.28) никаких низко- или высокомультипольных фильтров (функций пропускания и антенну). Это означает, что уравнение (7.28) описывает начальный спектр возмущений на небе без какого бы то ни было сглаживания. В действительности оба последних фактора очень важны и их влияние на карты  $\Delta T/T$  играет решающую роль. Спектр вида (7.28) даёт информацию о влиянии каждого сахаровского пика на топологию карт  $\Delta T/T$ . Таким образом, используя приближение (7.28), мы можем изучить влияние первого, второго и последующих сахаровских пиков на спектральные параметры будущих карт, полученных с помощью экспериментов MAP, PLANCK и др.

Следующий вопрос связан с функцией пропускания  $W(l)$  данного эксперимента. Мы будем моделировать основные свойства

функции  $W(l)$  в приближении малых угловых размеров карты следующим образом:

$$G(l) = \frac{W(l)}{l} = \exp[-l(l+1)\theta_A^2] \begin{cases} l^m & l \ll 30 \\ l^{-1} & l \gg 30 \end{cases} \quad (7.29)$$

(для двухлучевой схемы низкомультитипольной фильтрации  $m = 2$ , а для трёхлучевой  $m = 3$ ). Экспонента в уравнении (7.29) описывает антенну с  $\theta_A \approx 7,45 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\theta_{\text{FWHM}}}{1^\circ} \right)$ . Для описания асимптот множителя уравнения (7.29) введём функцию, которая соответствует обоим пределам,

$$G(l) \approx \frac{(lR)^{m+1}}{l[1 + (lR)^{m+1}]}, \quad (7.30)$$

где  $R$  – характерный угловой масштаб (см. уравнение (7.29)) для низкомультитипольной фильтрации. Таким образом, спектральные параметры для такой модели выражаются следующим соотношением:

$$\sigma_i^2 = \int_0^\infty dl l^{2i} g(l) \left[ 1 + \sum_n A_n \exp\left(-\frac{(l-l_n)^2}{2d_n^2}\right) \right] e^{-l^2(s^2 + \theta_A^2)}, \quad i = 0, 1, 2. \quad (7.31)$$

Заметим, что для второго и более далёких сахаровских пиков  $l_n^2 / d_n^2 \gg 1$  и только для первого пика  $l_n^2 / d_1^2 \approx 5$ . Для аналитического приближения интеграла в уравнении (7.31) требуется асимптотика  $l_n^2 / d_n^2 \gg 1$  для всех пиков спектра (7.28). Используя это приближение, получаем следующие формулы для спектральных параметров  $\sigma_i^2$ :

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{2} \left[ 2 \ln \frac{r}{\xi} - C + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_n A_n \frac{d_n}{l_n} \exp\left(\frac{-l_n^2 \xi^2}{1 + 2d_n^2 \xi^2}\right) \cdot (1 + 2d_n^2)^{1/2} \right], \quad (7.32)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2\xi^2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_n \frac{A_n l_n d_n \exp\left(\frac{-l_n^2 \xi^2}{1 + 2d_n^2 \xi^2}\right)}{(1 + 2d_n^2 \xi^2)^{3/2}} \left[ 1 + \Phi\left(\frac{l_n}{d_n \sqrt{2(1 + 2d_n^2 \xi^2)}}\right) \right], \quad (7.33)$$



$$\sigma_2^2 = \frac{1}{2\xi^4} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_n \frac{A_n l_n^3 d_n \exp\left(\frac{-l_n^2 \xi^2}{1+2d_n^2 \xi^2}\right)}{(1+2d_n^2 \xi^2)^{7/2}} \left[ 1 + \Phi\left(\frac{l_n}{d_n \sqrt{2(1+2d_n^2 \xi^2)}}\right) \right]. \quad (7.34)$$

Здесь  $C$  – константа Эйлера,  $\xi^2 = \theta_A^2 + s^2$ ,  $\Phi(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^x dx e^{-x^2}$  – интеграл вероятности. Как видно из уравнения (7.32), для расчёта дисперсии  $\sigma_0^2$  важен только первый сахаровский пик. Влиянием второго и последующих пиков можно практически пренебречь из-за падения амплитуды  $A_n$  и соотношения  $d_n l_n$ . Однако эти пики определяют топологическое строение карт  $\Delta T/T$  (см. уравнения (7.35), (7.36)) – например, количество максимумов и минимумов для различных порогов  $\nu_n \sigma_0 = \Delta T/T$ . Уравнения (7.33) и (7.34) описывают реальную модель с  $d_n^2 \xi^2 \ll 1$  и  $l_n^2 \xi^2 \leq 1$ . В этой модели плотность всех пиков при  $\nu(-\infty, \infty)$  выражается особенно просто,

$$N_{PK}^+ = N_{PK}^- = \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} (\text{ср})^{-1}, \quad (7.35)$$

где  $N_{PK}^+$  и  $N_{PK}^-$  – плотности всех максимумов и минимумов соответственно.

Рассмотрим теперь модельную ситуацию, в которой все сахаровские пики сглажены ( $A_n = 0$ ). Для такой модели спектральные параметры  $\theta_*$  и  $\gamma$  имеют вид

$$\theta_*^2 = 2\xi^2, \quad \gamma = \left( 2 \ln \frac{R}{\xi} - C \right)^{-1/2} \quad (7.36)$$

и плотности всех максимумов и минимумов произвольной высоты суть  $N_{PK}^+ = N_{PK}^- = \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \xi^{-3}$ . Если для некоторого  $\Delta T/T$  эксперимента обозначить степень покрытия неба через  $f_{\text{sky}}$  (например,  $f_{\text{sky}} \approx 0,3\%$  для эксперимента МАХИМА-1), то количество максимумов (или минимумов) на наблюдательной карте будет

$$N_{\text{max}} \approx 16 \left( \frac{f_{\text{sky}}}{0,003} \right) \left( \frac{\theta_{\text{FWHM}}}{1^\circ} \right)^{-2} \quad (7.37)$$

Согласно [de Bernardis et al., 2000; Hanany et al., 2000] для экспери-

ментов MAXIMA-1 и BOOMERANG антенна соответствует  $\text{FWHM} \approx 10'$ . Это означает, что при отсутствии сахаровских пиков в спектре мы можем обнаружить 576 максимумов на соответствующих картах. Однако из уравнений (7.32)–(7.34) следует, что наличие сахаровских пиков в первичном спектре уменьшает количество пиков на карте до 271. Таким образом, благодаря нашему анализу становится ясно, что влияние сахаровских пиков ведёт к уменьшению примерно в два раза количества горячих и холодных пятен на карте.

Следующий вопрос, который будет нас интересовать, это насколько чувствительна топология карты  $\Delta T/T$  к амплитудам второго  $A_2$  и третьего  $A_3$  пиков, если предположить, что амплитуда и положение первого пика известны. Чтобы дать ответ на этот вопрос, сравним  $\gamma(A_2, A_3)$  и  $N_{pk}(A_2, A_3)$  для следующих моделей. В первой модели берём амплитуду  $A_1$ , соответствующую данным [Hanany et al., 2000], а координаты и ширины последующих пиков будем считать такими:  $l_1 = 210$  при ширине  $d_1 = 95$ ,  $l_2 = 580$  при ширине  $d_2 = 110$  и  $l_3 = 950$  при ширине  $d_3 = 130$ . Соответствующие графики даны на рис. 7.6.

Следующая модель (рис. 7.7) соответствует гипотетической ситуации, когда амплитуда первого доплеровского пика в два раза меньше, чем в предыдущем случае. Как видно из уравнений (7.32)–(7.34) и рисунков 7.6 и 7.7, в этой второй “игрушечной модели” структура спектральных параметров  $\gamma(A_2, A_3)$  и  $N_{pk}(A_2, A_3)$  коренным образом изменяется. Количество максимумов возрастает и становится больше 420, тогда как параметр  $\gamma$  практически сохраняет своё значение  $\gamma \approx 0,4 \div 0,47$ . Этот результат важен и для анализа глобальной и локальной топологий карт. В экспериментах BOOMERANG и MAXIMA-1 положения и амплитуда первого сахаровского пика в спектре  $C_l$  были измерены с точностью 10%. Это означает, что теоретически предсказанное количество пиков реликтового излучения на наблюдательных картах может измениться от 263 до 279 из-за этой 10-процентной погрешности. Разница в 16 пиков соответ-

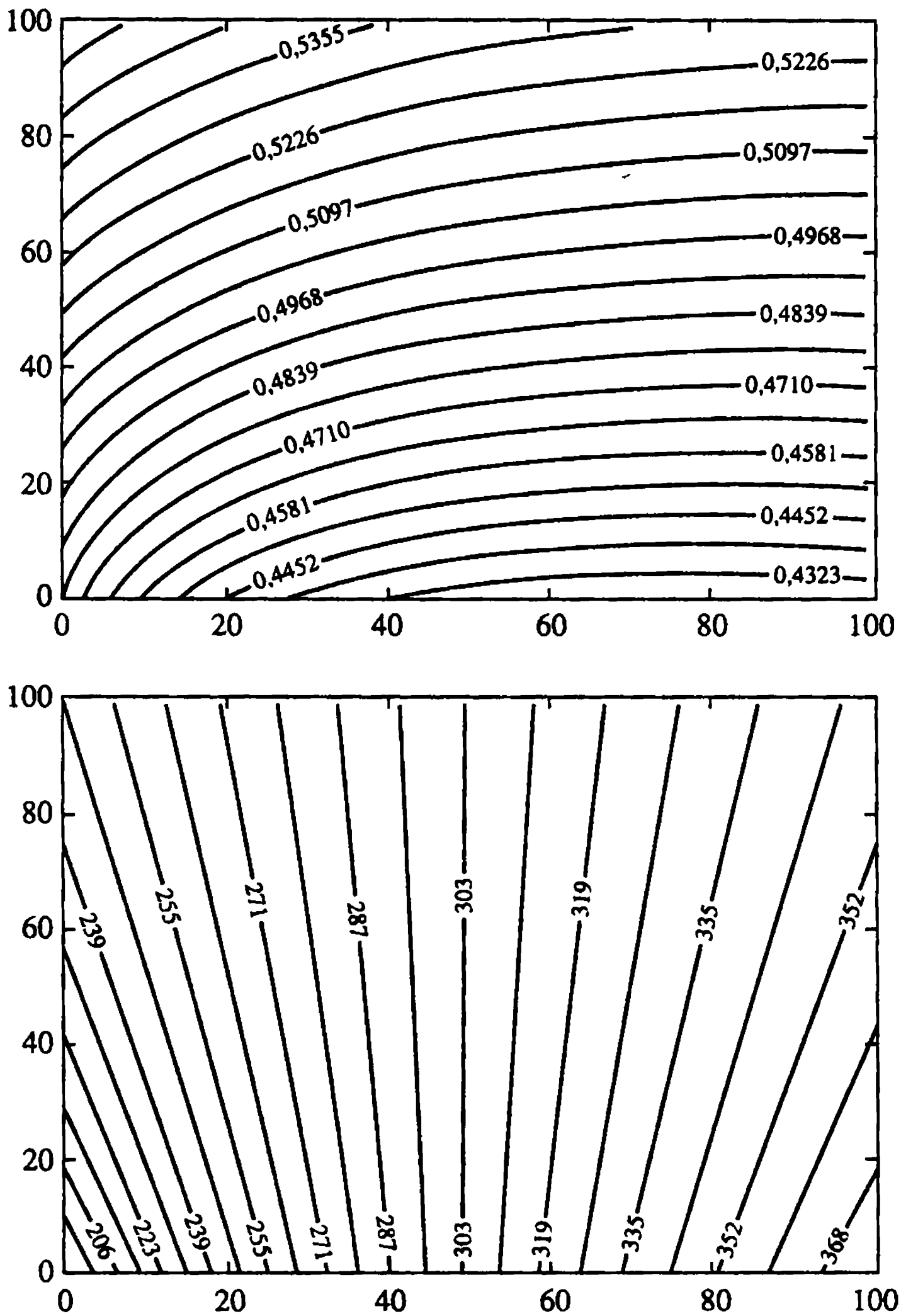
ствует  $\frac{\delta N}{N} \sim N^{-1/2}$  статистической флуктуации числа пиков  $N$  на карте практически без особых изменений параметра  $\gamma$ . В целом, основываясь на приведённых выше результатах, можно констатировать, что распределение пиков на картах MAXIMA-1 соответствует гипотезе о гауссовой природе сигнала.

Однако возникает вопрос: как изменится локальная топология карты реликтового излучения при увеличении разрешающей способности приёмной аппаратуры и уменьшении уровня её шумов? Смогут ли будущие измерения выявить внутреннее строение пиков, которые были найдены благодаря экспериментам BOOMERANG и MAXIMA-1? Например, смогут ли они обнаружить новые пики в тонкой структуре внутри области  $0 \leq \nu \leq 2$ ? И если да, то какова будет типичная высота этих пиков? Ответы на эти вопросы зависят от пик-пик корреляции на картах высокого разрешения. Разброс количества пиков от одной реализации к другой по сетке  $\Omega_p$  связан с пик-пик корреляционной функцией  $C_{pk-pk}$  следующим образом:

$$\langle (\Delta N_{pk}^+)^2 \rangle / \langle N_{pk}^+ \rangle^2 = \langle N_{pk}^+ \rangle^{-1} + \int \frac{d\Omega_{\bar{q}} d\Omega_{\bar{q}'}}{\Omega_p^2} C_{pk-pk}(\bar{q} - \bar{q}'), \quad (7.38)$$

где  $\langle N_{pk}^+ \rangle = n_{pk}^+(\nu_l) \Omega_p$ ,  $n_{pk}^+(\nu_l)$  – концентрация максимумов с высотой  $\nu$  выше некоторого порога  $\nu_l$ . Заметим, что первый член уравнения (7.38) соответствует пуассоновскому распределению пиков. Сравнительно недавно Хивенс и Снетс [Heavens, Sheth, 1999] провели аналитический и численный расчёты пик-пик корреляционной функции и показали, что  $C_{pk-pk}$  стремится к нулю при  $\theta < \theta_*$  и достигает отрицательного значения  $C_{pk-pk} = -1$  при  $\theta = 0$ . Этот результат отражает тот факт, что разные высокие пики не могут находиться близко друг к другу. Так, например, два высоких пика с амплитудами  $\nu_1 \sim \nu_2 \sim (2 \div 2,5)\sigma$  должны отстоять друг от друга на расстояние  $\theta \geq \theta_*$ . Согласно работе [Heavens, Sheth, 1999] типичный угловой масштаб  $\theta_*$  для наиболее предпочтительной космологической модели  $\Lambda$ CDM близок к  $20'$ . Этот масштаб в два раза больше, чем FWHM в экспериментах BOOMERANG и MAXIMA-1 и в четыре раза больше, чем в эксперименте PLANCK. Полезно, однако, отметить, что на хорошо разрешённой карте внутри упомянутой области вокруг высокого пика может оказаться около десяти низкоамплитудных  $\nu \leq 1$  пиков. Таким образом, можно заключить, что изолированные  $(2 \div 2,5)\sigma$  пики, обнаруженные на плохо разрешённых картах BOOMERANG и MAXIMA-1, проявят себя как изолированные пики на картах PLANCK.

Вернёмся к рассмотрению высокого пика с  $\sigma = 58,6^\circ$ ,  $RA = 15^h 35^m$  на карте MAXIMA-1. Расположение этого пика



**Рис. 7.6.** Зависимость  $\gamma(x, y)$  (вверху) и  $N_{pk}(x, y)$  (внизу) от параметров  $x = 10^2 A_2/A_1$  (горизонтальная ось) и  $y = 10^2 A_3/A_1$  (вертикальная ось). Числа на кривых соответствуют значениям  $\gamma(x, y)$  и  $N_{pk}(x, y)$ . Отметим, что точка  $x = 26$ ,  $y = 46$  соответствует амplitудам первого и двух следующих доплеровских пиков согласно экспериментам MAXIMA-1 и BOOMERANG

практически не зависит от хорошего углового разрешения будущего эксперимента PLANCK, а его амплитуда может быть описана следующим образом. Представим себе, что благодаря идеальному эксперименту с антенной в виде  $\delta$ -функции найден самый высокий пик с координатами  $\bar{\delta}$ ,  $\overline{RA}$ . Амплитуду такого

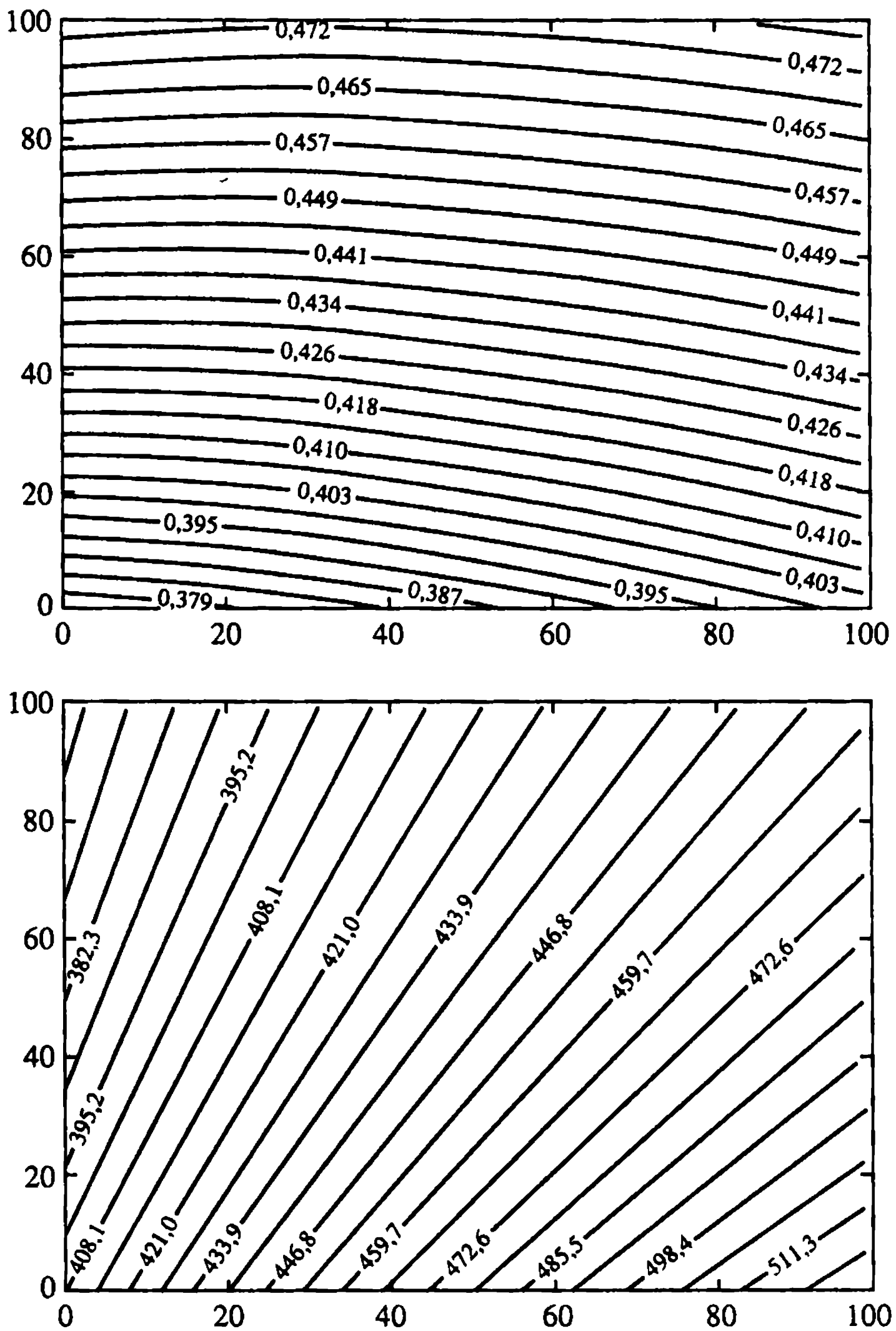


Рис. 7.7. То же, что и на рис. 7.6, но для игрушечной модели с амплитудой первого сахаровского пика в два раза меньшей, чем на рис. 7.6

пика, измеренную в единицах дисперсии, можно выразить в виде

$$v_{in} = \Delta T / \sigma_{0(in)}, \quad (7.39)$$

где  $\sigma_{0(in)}$  соответствует уравнению (7.33) при  $\theta = 0$  и  $\xi = s$ . Для простоты предположим, что распределение  $\Delta(x, y)$  вокруг точки максимума гауссово с характерными масштабами  $a$  и  $b = ka$ ,

$k$  – константа

$$\Delta T(x, y) = v_{\text{in}} \sigma_{0(\text{in})} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2}\right), \quad (7.40)$$

параметр  $a$  пропорционален типичному корреляционному масштабу первичного сигнала. Следуя [BE], можно описать локальную форму пика высотой  $v$ , измеряя радиальную кривизну  $\Gamma$  и “эллиптичность”  $\varepsilon$  в полярных координатах  $\theta$  и  $\varphi$ ,

$$\delta(\bar{\theta}, \bar{\varphi}) = \sigma_{0(\text{in})} \left[ v_{\text{in}} - \frac{1}{2} \gamma \Gamma \left( \frac{\bar{\theta}}{\theta_c} \right)^2 (1 + 2e_1 \cos 2\bar{\varphi}) \right]. \quad (7.41)$$

Пусть  $\theta^2 = x^2 + y^2$  и  $\cos 2\varphi = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ . После этого находим

$$a^2 = \frac{v_{\text{in}} \theta_c^2}{(1 + 2e) \gamma \Gamma}, \quad b^2 = \frac{v_{\text{in}} \theta_c^2}{(1 - 2e) \gamma \Gamma}, \quad \kappa^2 = \frac{1 + 2e_1}{1 - 2e_1}. \quad (7.42)$$

Учитывая эксцентricность, переписываем последнее соотношение уравнения (7.42) в виде

$$\kappa^2 = 1/(1 - \varepsilon^2). \quad (7.43)$$

Сравним два эксперимента, которые бы обследовали одну и ту же часть неба в окрестности пика с различным разрешением  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Предположим, что  $\theta_1$  соответствует эксперименту MAXIMA-1, а  $\theta_2$  – эксперименту PLANCK ( $\theta_1 \approx 2\theta_2$ ). Обозначим амплитуду максимума в плохо разрешённом эксперименте через  $v_{\text{maxima}}$ , а в хорошо разрешённом эксперименте –  $v_{\text{planck}}$ . Для таких моделей амплитуда выражается уравнением

$$\tilde{\Delta T}_j(x, y) = \frac{1}{2\pi\theta_j^2} \int dx' dy' \Delta T(x', y') \exp\left[-\frac{(\bar{r} - \bar{r}')^2}{2\theta_j^2}\right], \quad (7.44)$$

где индекс  $j = 1, 2$  соответствует  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , а  $\bar{r}(x, y)$  и  $\bar{r}(x', y')$  являются векторами в декартовой системе координат, которые берут начало в центральной точке максимума. Вид функции  $\tilde{\Delta T}_j(x, y)$  из уравнения (7.40) для плохо и хорошо разрешённых экспериментов описывается следующим уравнением:

$$\tilde{\Delta T}_j(x, y) = \frac{v_{\text{in}} \sigma_{0(\text{in})} ab}{\left[(a^2 + \theta_j^2)(b^2 + \theta_j^2)\right]^{1/2}} \exp\left[-\frac{x^2}{2(a^2 + \theta_j^2)} - \frac{y^2}{2(b^2 + \theta_j^2)}\right]. \quad (7.45)$$

Эта кривая определяет параметр  $\xi^2 = (b^2 + \theta^2)/(a^2 + \theta^2)$ , который можно измерить в окрестности пика при некотором пороге  $v_1 \sigma_0^{(1)}$ , где  $\sigma_0^{(1)}$  – дисперсия возмущений в плохо разрешённом эксперименте. В результате, согласно уравнению (7.41), амплитуда пика записывается как

$$V_{\text{maxima}} \sigma_0^{(1)} = \frac{v_{\text{in}} \sigma_0^{(\text{in})} \kappa}{\xi_1 (1 + \theta_1^2 / a^2)}. \quad (7.46)$$

Для хорошо разрешённых экспериментов из того же уравнения (15) имеем

$$V_{\text{planck}} \sigma_0^{(2)} \approx \frac{v_{\text{in}} \sigma_0^{(\text{in})} \kappa}{\left[ \left( 1 + \theta_2^2 / a^2 \right) \left( \kappa^2 + \theta_2^2 / a^2 \right) \right]^{1/2}}, \quad (7.47)$$

а поскольку разница между  $\sigma^{(\text{in})}$ ,  $\sigma^{(1)}$  и  $\sigma^{(2)}$  всего лишь логарифмическая, имеем

$$V_{\text{planck}} \approx V_{\text{maxima}} \frac{\xi_1 (1 + 4\mu^2)}{\left[ (1 + \mu^2) (\kappa^2 + \mu^2) \right]^{1/2}}. \quad (7.48)$$

Например, для пика из MAXIMA-1 с координатами  $\delta = 58,6^\circ$ ,  $\alpha = 15^{\text{h}}35^{\text{m}}$  это отношение равно  $\sim 1,2 \div 1,4$ . Принимая во внимание этот результат, мы можем трансформировать пики с  $v_1 \approx 2 \div 3$  из карты MAXIMA-1 в будущую карту PLANCK. Фактически это означает, что рассматриваемый нами пик с  $\delta \approx 58,6^\circ$  и  $\alpha = 15^{\text{h}}35^{\text{m}}$  соответствуют максимуму в распределении первичного сигнала на уровне  $v \approx 4$ . Совершенно очевидно, что аналогичное предсказание можно сделать и по поводу высокоамплитудных пиков на карте радионеба, полученной в эксперименте BOOMERANG.

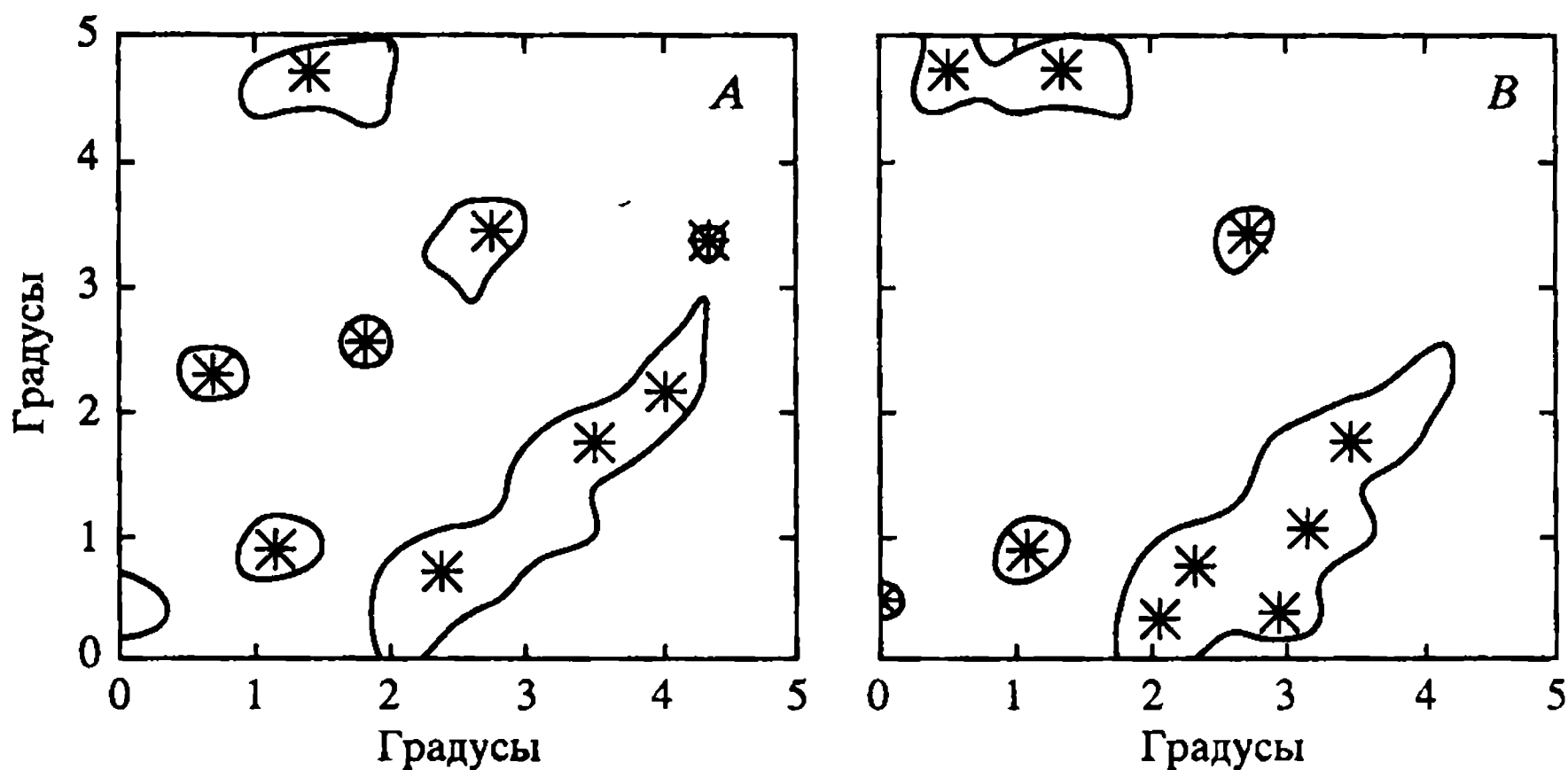
## 7.6. Кластеризация пиков на картах анизотропии

При анализе структуры  $\Delta T$  в окрестности точек экстремумов мы уже использовали результаты теории кластеризации пиков случайных гауссовых полей, астрофизические приложения которой были детально исследованы в работах [BBKS; BE; D. Novikov, Jørgensen, 1996a,b; Heavens, Sneath, 1999]. Очевидно, что в допол-

нение к статистике пиков в зависимости от высоты анализ их кластеризации является дополнительным тестом на гауссовость сигнала или возможные отклонения его характеристик от нормального закона распределения.

Во-первых, определим, что мы будем называть кластером пиков. На карте анизотропии  $\Delta T$ , полученной в рамках проекта МАХИМА-1, отчётливо видны светлые и тёмные зоны, соответствующие изолированным областям с аномально высоким, по сравнению со средним, уровнем сигнала и аномально низким значением поля  $\Delta T$ . Очевидно такое разделение носит чисто условный характер и зависит от уровня сечения поля  $\Delta T(x, y)$  плоскостью  $\Delta T^* = v_l \cdot \sigma_0$ . Если  $\Delta T^*(x, y) = v_l \sigma_0$ , то формальное решение этого уравнения даёт совокупность точек  $\{\bar{x}, \bar{y}\}$ , образующих “линию” уровня:  $L\{\bar{x}, \bar{y}\}$ . Строго говоря, для случайного поля эта линия уровня также является случайной функцией, свойства которой зависят, естественно, от спектральных параметров  $\sigma_l$ . Для высоких сечений  $v_l \gg 3 \div 5$  соответствующие линии выглядят как набор замкнутых контуров, значительно удалённых друг от друга. Объяснение этого эффекта чрезвычайно просто и полностью базируется на статистике высоких пиков гауссовых полей. Как мы видели в разделе 7.2, для больших  $v_l$  концентрация пиков убывает по мере роста  $v_l$ . Соответственно возрастает и среднее расстояние между пиками. Тогда для каждого изолированного пика  $\Delta T$  соответствующие линии уровня при  $v_l \gg 3 \div 5$  автоматически приближаются к эллипсам (см. раздел. 7.3). Эллиптичность линий уровня в окрестности точки экстремума является, тем самым, признаком его изолированности от других пиков. Уместен вопрос: как будут изменяться свойства линий уровней (их форма, длина и т.д.) по мере уменьшения уровня сечения карты  $v_l$ ? На рис. 7.8 приведены результаты численного моделирования распределения сигнала  $\Delta T$  на картах  $5^\circ \times 5^\circ$  при параметре  $v_l = 1$ . Модель А соответствует стандартной CDM-модели с адиабатическими возмущениями метрики и соответствующим спектром  $C(l)$ . Модель В иллюстрирует ситуацию, когда сахаровские модуляции  $C(l)$  отсутствуют. Этот пример, с одной стороны, наглядно иллюстрирует роль сахаровских осцилляций в формировании топологии карты, а с другой – показывает, что по мере понижения уровня сечения  $v_l$  изолированные ранее пики максимумов  $\Delta T(x, y)$  начинают объединяться в кластеры двух, трёх и более пиков,





**Рис. 7.8.** Примеры кластеризации пиков на картах анизотропии при наличии (A) и отсутствии (B) сахаровских модуляций спектра. Сплошные линии соответствуют сечению  $v_l = 1$ . Метками отмечены положения максимумов с амплитудой выше  $v_l$ . Полная площадь внутри контуров одинакова для обеих карт

имеющих общую линию уровня на высоте сечения  $v_l$ . Следуя работе [D. Novikov, Jørgensen, 1996a,b], определим размерность кластера  $k$  как число максимумов поля  $\Delta T(x, y)$ , охватываемых замкнутым контуром  $L(\bar{x}, \bar{y})$  на уровне сечения  $v_l$ . На рис. 7.8, A, в соответствии с этим определением, мы видим 6 кластеров с размерностью  $k = 1$  (изолированные максимумы) и один кластер с размерностью  $k = 3$ . На рис. 7.8, B ситуация меняется радикально. Теперь количество кластеров с размерностью  $k = 1$  уменьшилось до трех, сформировался один кластер с  $k = 2$  и один большой кластер с  $k = 5$ . При этом, как для карты A, так и для карты B использовался один и тот же набор случайных амплитуд  $a_{ij}$  и фаз  $\varphi_{ij}$ .

Таким образом, как видно из приведённых выше примеров, кластеризация пиков является важным и весьма чувствительным тестом негауссовости или наоборот, гауссовости сигнала  $\Delta T(x, y)$ . Рассмотрим более подробно математический аспект проблемы кластеризации пиков в приближении малости размера исследуемой области по сравнению со всей сферой. Предположим, что мы осуществили сечение поверхности  $\Delta T(x, y)$  плоскостью  $\Delta T^*(x, y) = v_l \sigma_0$  и подсчитали количество кластеров  $N_k$ ,

$$\sum_{k=1}^{\infty} N_k \cdot k = n_{\max}(v_l), \quad (7.49)$$

которое соответствует полному числу максимумов выше уровня  $v_i$  на исследуемой карте. Необходимо отметить, что наряду с пиками (максимумами)  $\Delta T$  каждый кластер может содержать внутри себя точки минимума и седловые точки. Если, например, кластер размерности  $k$  содержит  $k = k_{\max}$  максимумов и  $k_{\min}$  точек минимума, он автоматически содержит  $k_s$  седловых точек, причём  $k_s = k + k_{\min} - 1$ .

Следуя работе [D. Novikov, Jørgensen, 1996a,b], введём нормировку концентрации кластеров размерности  $k$ ,

$$\sum_{k=1} n_k = n_{\max}(v_i) + n_{\min}(v_i) - n_s(v_i), \quad (7.50)$$

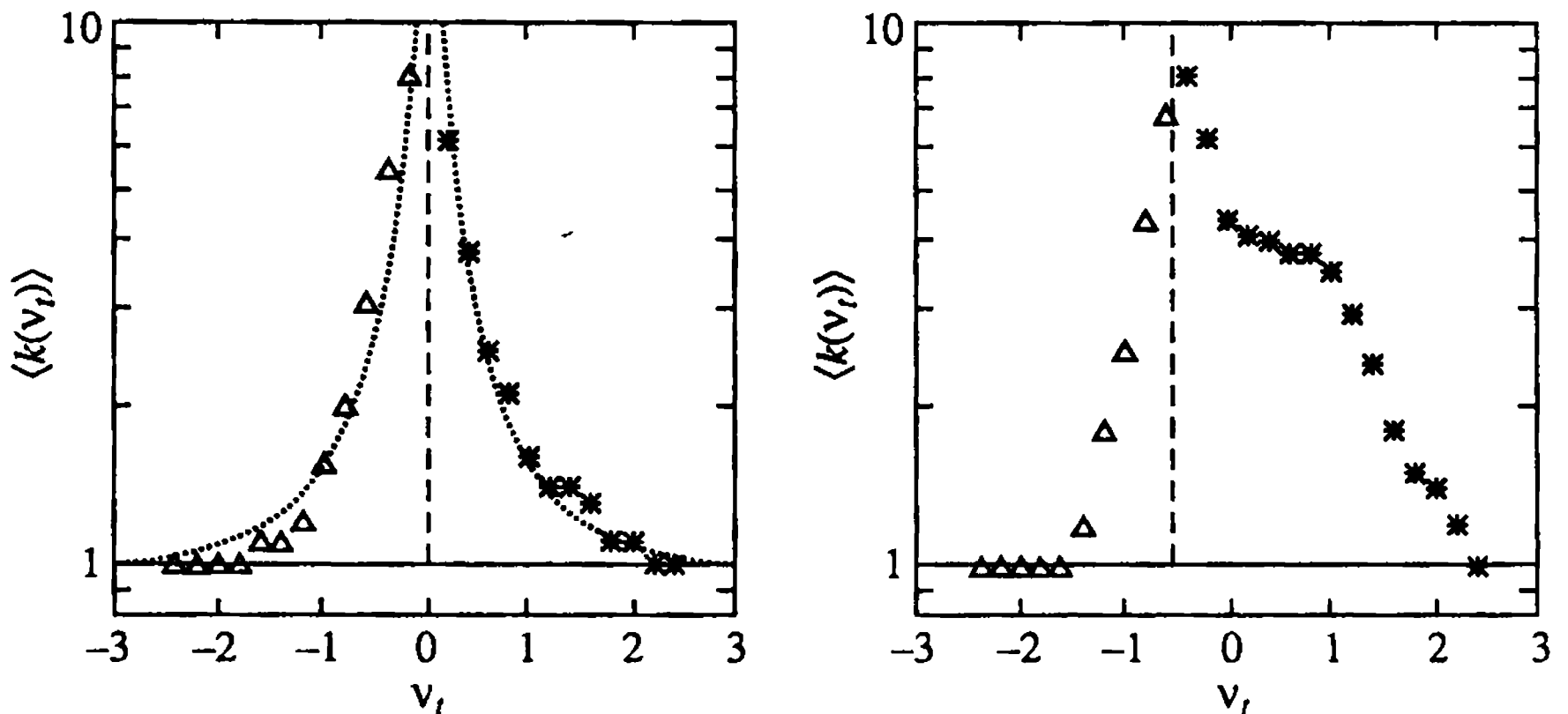
где  $n_s(v_i)$  – полное число седловых точек выше сечения  $v_i$ . Тогда, воспользовавшись уравнениями (7.49) и (7.50), можно определить среднюю длину кластера на уровне  $v_i$ :

$$\langle k \rangle = \frac{\sum k N_k}{\sum N_k} = \frac{n_{\max}(v_i)}{n_{\max}(v_i) + n_{\min}(v_i) n_s(v_i)}. \quad (7.51)$$

В разделе 7.3 мы описывали общие свойства экстремумов и уже использовали выражение для  $n_{\max}(v_i)$  и  $n_{\min}(v_i)$  в (7.23) и (7.24). Для концентрации седловых точек мы воспользуемся следующим выражением, полученным в работах Д. Новикова и Йоргенсена [D. Novikov, Jørgensen, 1996a,b]:

$$n_s(v_i) = \frac{1}{8\pi\sqrt{3}} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \left\{ 1 - \Phi \left[ \frac{\sqrt{3}v_i}{\sqrt{2(3-2\gamma^2)}} \right] \right\}, \quad (7.52)$$

где  $\Phi(x)$  – интеграл вероятности [Gradstein, Ryzhik, 1994]. Как видно из определения (7.51), средняя длина кластера на уровне  $v_i$  является функцией только от параметра  $\gamma$ . В свою очередь этот параметр определяется комбинацией спектральных параметров и характеризует общую топологию карт анизотропии. При  $\gamma \rightarrow 1$  кластеризация пиков в высокой степени подавлена и сигнал на карте выглядит как совокупность большого числа изолированных пиков. В противоположной асимптотике, когда  $\gamma \rightarrow 0$ , кластеризация максимумов чрезвычайно высока и карта  $\Delta T$  будет выглядеть крайне размыто. На рис. 7.9 приведена зависимость средней длины кластера от уровня сечения. Как видно из этого рисунка, указанные выше особенности поведения  $\Delta T(x, y)$  в зависимости от  $\gamma$  полностью соответствуют структуре  $\langle k \rangle(v_i, \gamma)$ .



**Рис. 7.9.** Кластер-анализ. На левой части рисунка звёздочками изображена средняя длина кластеров максимумов, а треугольниками – средняя длина кластеров минимумов для гауссовского сигнала. Штриховая линия соответствует уровню перколяции, а пунктирная – аналитическому результату (расчёту) для  $\langle r(\gamma) \rangle$  с  $\gamma = 0,77$ . На правой части рисунка изображено то же, что и на левой, но для карт с негауссовым шумом в форме точечных источников

Как и любой вид статистики гауссовых полей, распределение и кластеризация максимумов в зависимости от уровня сечения  $v_l$  может быть использована для тестирования возможных негауссовых шумов на карте  $\Delta T(x, y)$ . Рассмотрим в качестве такого рода шума фон неразрешённых точечных источников, создающих избыточный сигнал  $\Delta T_{ps} > 0$  в точках  $\{x_{ps}, y_{ps}\}$ . В целом присутствие такой помехи приводит к сдвигу уровня  $\Delta T_{CMB}(x, y) + \Delta T_{ps} = 0$ , где  $\Delta T_{CMB}$  – первичная анизотропия. Как качественно изменится темп кластеризации пиков при наличии помех такого типа? Ответ на этот вопрос легко найти из анализа поведения кривых  $\langle k \rangle(v_l, \gamma)$  для “чистого” сигнала и комбинации “сигнал + точечный источник”, приведённых на рис. 7.9. Верхняя часть этого рисунка соответствует модели без шума. Нижняя кривая описывает характерные изменения в поведении  $\langle k \rangle(v_l, \gamma)$ , генерирующиеся негауссовой компонентой. Кратко остановимся на их характеристиках. Как видно из левой части рис. 7.9, уровень  $v_l = 0$  является peculiarным для средней размерности кластера.

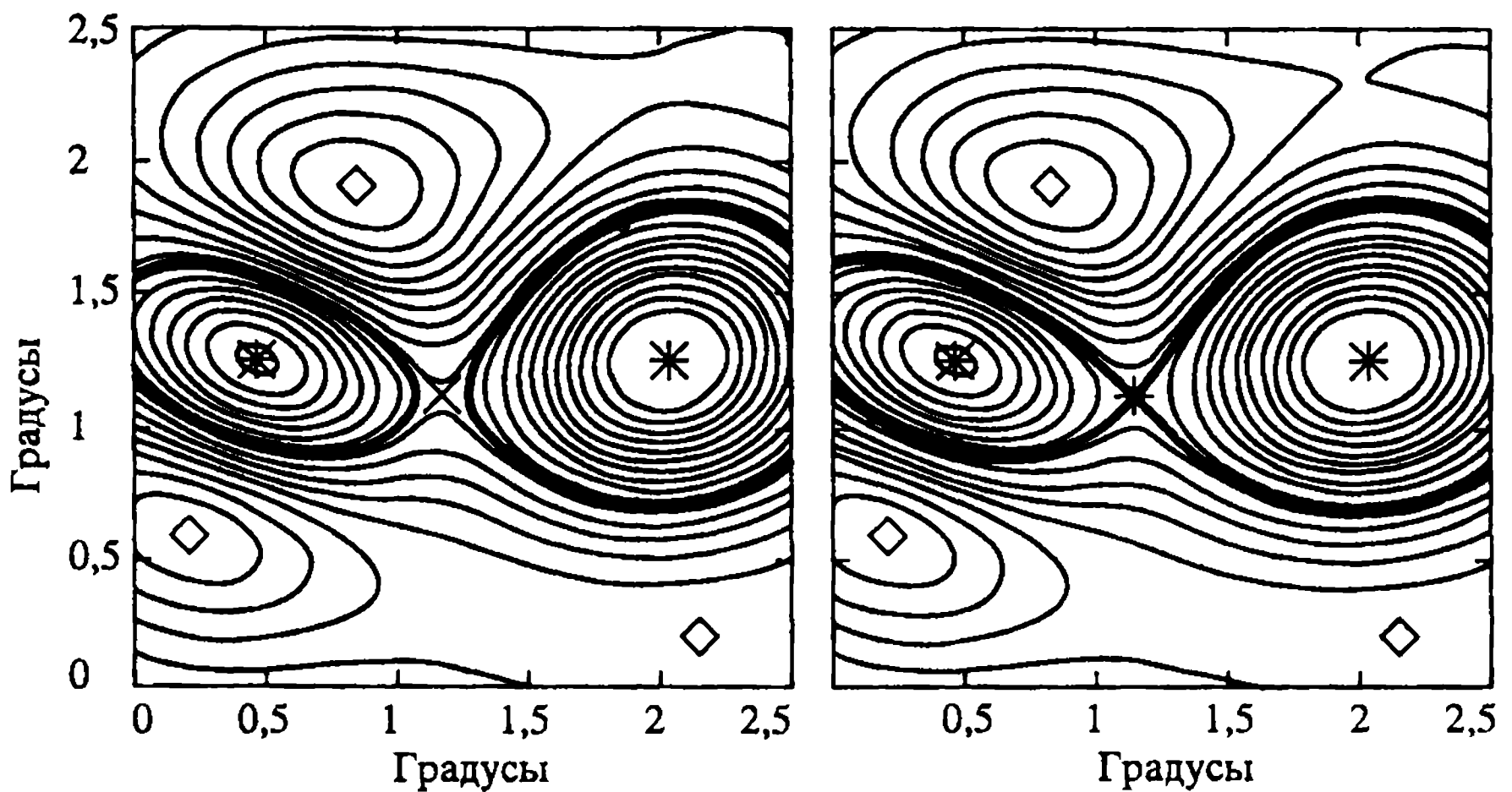
Для карты бесконечного радиуса формально он стремится к  $\infty$ , тогда как для конечной карты значение  $\langle k \rangle(v_l, \gamma)$  велико, но конечно. Такое резкое возрастание средней размерности кластера обусловлено эффектом перколяции, исследованным П.Д. На-

сельским и Д.И. Новиковым в 1995 г. Суть эффекта заключается в том, что по мере стремления  $v_t \rightarrow 0$  “сверху”, т.е. при  $v_t \geq 0$ , зоны с  $v > v_t$  собраны в кластеры большой размерности, но тем не менее, они отделены друг от друга областями отрицательных значений  $\Delta T$ . Аналогичная картина наблюдается, когда мы движемся в направлении  $v_t = 0$  из области  $v_t < 0$ . В этом случае картина имеет абсолютно симметричный характер, как в случае  $v_t > 0$ , но для минимумов поля  $\Delta T$ . Поверхность  $v_t = 0$  является, таким образом, пекулярной. Строго говоря, любое отклонение вверх ( $v_t > 0$ ) или вниз немедленно переводит систему “максимумы – минимумы” в одно из двух перечисленных состояний.

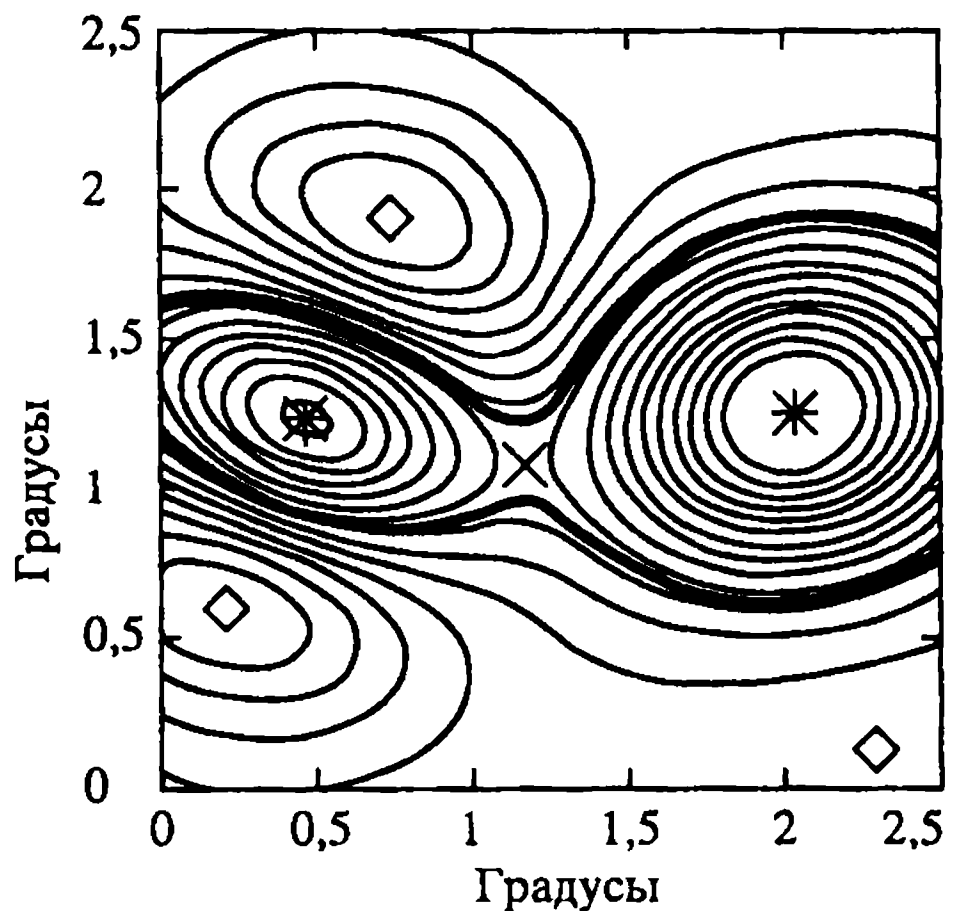
Как мы уже отмечали, присутствие шума на карте сдвигает уровень перколяции в область ( $v_t < 0$ ) и нарушает симметрию в распределении максимумов и минимумов поля  $\Delta T$ , что собственно и демонстрирует правая часть рис. 7.9.

В заключение этого раздела рассмотрим более подробно распределение поля  $\Delta T(x, y)$  в окрестности двух пиков, образующих кластер размерности 2 на уровне сечения  $v_t$ . Ещё раз обратим внимание читателя на тот факт, что разные статистики гауссова поля по-разному реагируют на присутствие негауссовых шумов или негауссовость самого сигнала. В этом смысле распределение поля в кластере размерности 2 является, в буквальном смысле, локальной характеристикой топологии сигнала и этот тест может быть использован для выделения локализованных помех, проявляющих себя в форме дополнительных пиков  $\Delta T$ .

Детальный анализ структуры распределения поля в кластере размерности 2 был дан в работах [D. Novikov, Jørgensen, 1996a,b] в приложении для гауссовых полей  $\Delta T$ . Для изолированных пиков структура сигнала вокруг каждого из них была исследована в работе [BE] (см. раздел 7.3). Основной вывод заключается в том, что форма сигнала в окрестности пика имеет вид эллипса, параметры которого зависят от высоты пика  $v$  и уровня  $v_t$ . Для кластеров размерности 2 это условие должно естественно сохраняться по мере увеличения высоты сечения  $v_t$ , поскольку при этом кластер размерности 2 автоматически распадается на два кластера с размерностью  $k = 1$ . Однако в силу пик-пик корреляций по мере уменьшения  $v_t$  происходит фазировка ориентации эллипсов, соответствующих любому сечению  $v_t^*$ ,  $v_t \geq v_t^* < v_{\max}$ , где  $v_{\max}$  – высота наименьшего из пиков, а  $v_t$  – уровень сечения, выделяющий кластер с  $k = 2$ . На рис. 7.10 приведено наиболее вероятное распределение поля в окрестности двух максимумов в



**Рис. 7.10.** Ожидаемые значения поля в окрестностях двух соседних максимумов в точках с амплитудами  $v^{(1)} = 1$  и  $v^{(2)} = 1,5$  и с данной относительной ориентацией ( $\xi_{11}^{(1)} = -0,3$ ,  $\xi_{22}^{(1)} = -0,6$  и  $\xi_{12}^{(1)} = -0,5$ ,  $\xi_{11}^{(2)} = -1$ ,  $\xi_{22}^{(2)} = -1,5$ ,  $\xi_{12}^{(2)} = -0,1$ ) для трёх различных космологических моделей: левый верхний рисунок –  $\Omega_b = 0,1$  ( $\gamma = 0,79$ ), правый –  $\Omega_b = 0,03$  ( $\gamma = 0,77$ ), нижний – модель без пиков Доплера ( $\gamma = 0,71$ ). Сплошные линии соответствуют одинаковым уровням сечения для всех моделей, жирные линии – сечениям карт на уровне седловой точки. Звёздочки обозначают позиции максимумов в точках, крестики – позиции седловых точек между ними и квадратики – позиции минимумов, обусловленных присутствием данных максимумов



кластере размерности 2, один из которых имеет высоту  $v_1 = 1$ , а второй –  $v = 1,5$ . Заслуживает внимания тот факт, что эллипсы, соответствующие распределению поля вокруг каждого пика, деформируются под воздействием пик-пик корреляций в направлении больших полуосей<sup>5</sup>. Таким образом, если на карте

<sup>5</sup> Соответствующие аналитические выражения для вероятности распределения значений поля в кластерах, размерности 2, приведены в работе [D. Novikov, Jørgensen, 1996a]. Ввиду их громоздкости мы отсылаем читателя к этой оригинальной работе.

$\Delta T(x, y)$  будут обнаружены кластеры размерности 2, внутри которых линии уровня поля пересекаются вдоль малых полуосей эллипсов, это будет означать, что один из пиков в кластере заведомо имеет шумовую природу и не связан с гауссовым сигналом. Подчеркнём ещё одну важную особенность локальной топологии сигнала в окрестности кластера с  $k = 2$ . На рис. 7.10 ромбиками помечены положения двух минимумов, “сопровождающих” формирование кластера  $k = 2$ , а крестиком обозначено положение седловой точки. Эта топология устойчива и не зависит от спектра начальных возмущений. Следовательно, любые её нарушения будут свидетельствовать о негауссовой природе сигнала.

В заключение этого параграфа заметим, что описанные выше методы анализа кластеров поля анизотропии легко обобщаются и на поле поляризации. Детальный анализ кластеризации  $Q$  и  $U$  компонент вектора Стокса дан в работах [Arbuzov et al., 1997a,b].

### 7.7. Функционалы Минковского

“По существу”, т.е. в контексте дифференциальной и интегральной геометрии, функционалы Минковского (ФМ) [Minkowski, 1903] были введены в космологию (Mecke, Buchert, Wagner, 1994) как трёхмерные статистики для распределений объектов во Вселенной, а затем для изоплотностных контуров непрерывных случайных полей [Schmalzing, Buchert, 1997].

Для карт анизотропии реликтового излучения идея тестирования статистической природы сигнала с помощью геометрических характеристик была развита в работах [Дорошкевич, 1970; Gott et al., 1990; Naselsky, D. Novikov, 1995; Schmalzing, Gorski, 1998; Winitzki, Kosowski, 1997; D. Novikov et al., 2001]. Анализ этого направления и особенно его прикладной аспект к картам анизотропии реликтового излучения для уже осуществлённых экспериментов (COBE, MAXIMA-1, BOOMERANG) показал высокую эффективность метода функционалов Минковского для проверки гауссовости сигнала. В значительной мере этот прогресс обусловлен тем, что ФМ аккумулируют в себе ряд характеристик, обсуждавшихся в процессе изучения статистики пиков реликтового излучения. Следуя работе [D. Novikov et al., 2001], будем различать глобальные ФМ:  $A = \sum a_i$  – вся исследуемая площадь областей внутри изотерм;  $L$  – вся длина контура, охва-

ывающего область на уровне сечения  $v_i$ ,  $G$  – генус или число изолированных максимумов минус число изолированных минимумов на данном уровне  $v_i$ , которые определены на всей карте  $\Delta T$ . Одновременно построим и локальные (частичные) функционалы Минковского, используемые для одной или нескольких выделенных областей карты. Необходимость такого разделения очевидна. Если какой-либо участок карты  $\Delta T$  площади  $S$  содержит явно выраженный негауссов шум, но площадь этого участка мала, ясно, что искажение глобальных ФМ будет порядка  $S/S_{\text{map}} \ll 1$ , где  $S_{\text{map}}$  – площадь всей карты.

Итак рассмотрим односвязную область  $R_i$  карты анизотропии с  $v(\theta, \varphi) \equiv (\Delta T(\theta, \varphi))/\sigma_0 > v_i$ . Для характеристики её топологии рассмотрим три параметра: площадь области  $a_i$ , длину контура  $l_i$  и число дырок в ней  $n_{ii}$ . Это и есть три функционала Минковского. Чтобы получить глобальные функционалы Минковского, посчитаем численные значения всех этих величин для всех отдельных областей карты, т.е. получим суммы  $A = \sum a_i$ ,  $L = \sum l_i$ ,  $G = \sum g_i$  – количество изолированных областей с  $v > v_i$  минус количество изолированных областей с  $v < v_i$ . Ясно, что полная площадь  $A(v_i)$  пропорциональна кумулятивной функции распределения случайного поля.

ФМ обладают математическими свойствами, которые делают их особенными среди других геометрических характеристик. Они трансляционно и вращательно инвариантны, аддитивны<sup>6</sup> и имеют простое (и интуитивное) геометрическое представление. К тому же, как показано в работе [Hadwiger, 1957], все глобальные морфологические свойства (удовлетворяющие свойству инвариантности при движениях и аддитивности) любого  $D$ -мерного пространства, можно полностью описать с помощью  $(D + 1)$  ФМ.

Глобальные ФМ гауссова поля известны аналитически, в плоском двумерном пространстве они имеют вид

$$A(v) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right),$$

$$L(v) = \frac{1}{8\theta_c} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right), \quad (7.53)$$

<sup>6</sup> В частности, аддитивность означает, что ФМ для конгломерата нескольких разъединённых областей могут быть легко получены, если известны ФМ для каждой отдельной области.



$$G(v) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\theta_c^2} v \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right),$$

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$  – функция ошибок. Зависимость этих функционалов от спектра можно выразить через длину коррелирующей поля  $\theta_c = \frac{\sigma_0}{\sigma_1}$ , где  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  можно рассчитать с помощью

спектра  $C_l$ :

$$\sigma_0^2 = 1/4\pi \sum_l (2l+1)C_l, \quad (7.54)$$

$$\sigma_1^2 = 1/4\pi \sum_l (2l+1)(l+1)lC_l.$$

К сожалению, для частичных ФМ нет аналитических формул даже для гауссовых полей. Однако это не является непреодолимым препятствием для их применения, поскольку их можно рассчитать численно. Хотелось бы подчеркнуть, что для практического применения необходимо знать не только средние значения какой-либо величины, но также и её дисперсию. В большинстве случаев дисперсию невозможно посчитать аналитически, даже если это возможно сделать для среднего значения. Например, можно рассчитать аналитически среднее значение горячих/холодных пятен, но дисперсию этого значения можно оценить только численно.

Рассмотрим применение ФМ к двумерным картам. Назовём все разъединённые области, лежащие выше порога ( $v > v_l$ ), положительными пиками, а те, что лежат ниже порога ( $v < v_l$ ), отрицательными. Для каждой области  $R_i$  посчитаем три ФМ:

площадь –  $v_1^i = a_i$ ,

периметр –  $v_2^i = l_i$ , т.е. длину границы,

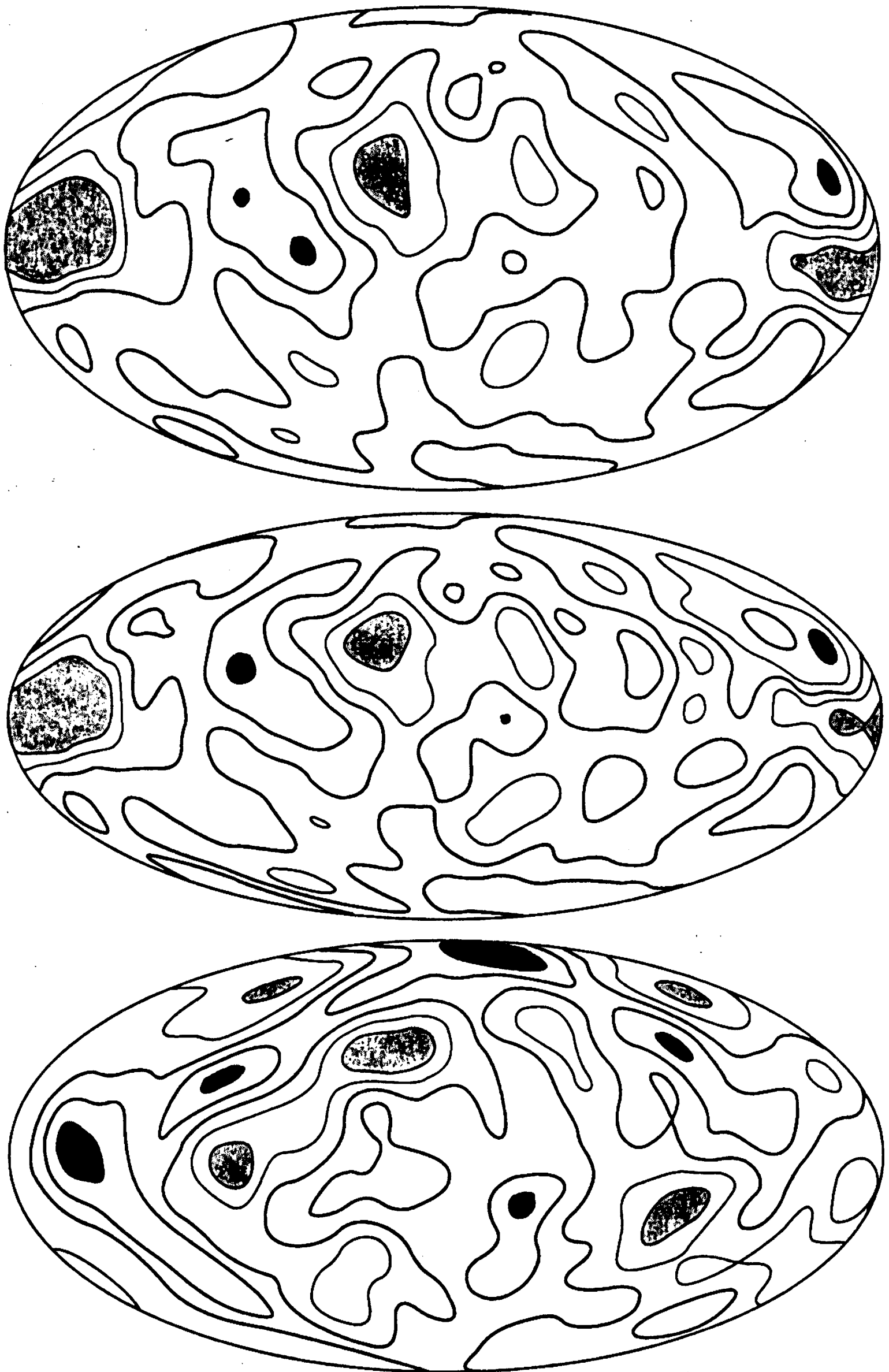
количество дыр – эквивалент генуса –  $v_3^i = g_i$ ,

количество максимумов внутри области  $v_4^i = n_{mi}$ .

Затем исследуем кумулятивную функцию распределения  $F(v_l, v^k)$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) для этих величин.

В качестве одного из примеров карт реликтового излучения рассмотрим данные СОВЕ, в которых было удалено всё излучение Галактики (весь галактический фон). Отделение галакти-





**Рис. 7.11.** Вверху – COBE карта 1, построенная с использованием комбинированного метода (см. текст). Жирные линии соответствуют  $0\sigma$ ,  $1\sigma$  и  $2\sigma$  (чёрным закрашены области, находящиеся внутри линии  $2\sigma$ ), тонкие линии соответствуют  $-1\sigma$  и  $-2\sigma$  (области, находящиеся внутри линий  $2 - \sigma$ , заштрихованы). В середине – COBE карта 2, построенная методом вычитания. Обозначения те же, что и на верхнем рисунке. Внизу – пример гауссовой карты с теми же амплитудами, что и на верхнем уровне (COBE карта 1).

ческого фона от космического сигнала было сделано двумя независимыми методами. Конструирование карт детально описано в работах [Bennet et al., 1992, 1994], которые изданы в DMR ASDS. Опишем эти два метода. Первый из них, это так называемый комбинационный метод (карта 1, приведённая на верхней части рис. 7.11). Здесь галактический фон удалён посредством линейной комбинации всех карт DMR, затем удалено свободно-свободное излучение и, наконец, космический сигнал нормирован по термодинамической температуре.

Второй метод – это метод вычитания (карта 2, средняя часть рис. 7.11). В этом случае конструируется карта синхротронного и пылевого излучения, а затем она вычитается из данных DMR. Затем вычитается галактическое свободно-свободное излучение. Ниже, следуя работе [D. Novikov, Feldman, Shandarin, 1999], будут проанализированы обе карты. Опишем численный алгоритм расчёта распределения частичных ФМ на сфере и применение этого алгоритма к данным COBE.

### 7.7.1. Расчёт карт

Для фиксированного положения пикселей на сфере выберем сферическую систему координат. Рассмотрим распределение температуры на пиксельной карте как функцию двух переменных в следующей системе координат:  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  и  $-\pi < \varphi < \pi$ . Фактически эта функция определена только в точках  $(\theta_k, \varphi_k)$ , так что

$$v_{k_1, k_2} = v(\theta_{k_1}, \varphi_{k_2}), \quad \theta_{k_1} = k_1 k_\theta, \quad \varphi_{k_2} = k_1 k_\varphi. \quad (7.55)$$

Предположим также, что  $h_\theta = h_\varphi = h = 2\pi/M$ , где  $M$  – это число пикселей по  $\varphi$ -координате. Тогда полное число пикселей равно  $M^2/2$ . Оригинальные карты COBE были пересчитаны согласно этой пикселизации следующим образом:

$$\Delta T_{\text{data}}(\theta, \varphi) = B \int \Delta T_{\text{COBE}}(\theta', \varphi') e^{-\frac{\gamma^2}{2\gamma_0^2}} d \cos(\theta') d\varphi' \quad (7.56)$$

Здесь  $\Delta T_{\text{COBE}}$  и  $\Delta T_{\text{data}}$  – это соответственно температура, определённая в точках пикселей COBE и в точках, определённых уравнением (7.55),  $\gamma$  – угол между пикселями,  $\gamma = 7^\circ$  – угол сглаживания, а  $B$  – нормировочный коэффициент. Возмущения температуры полностью описываются коэффициентами спектра

$C_k^m$  Используя это описание, можно записать выражение для температуры реликтового излучения в следующем виде:

$$\Delta T_{\text{data}}(\theta, \varphi) = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} C_l^m Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (7.57)$$

$$v_{\text{data}}(\theta, \varphi) = \Delta T_{\text{data}}(\theta, \varphi) / \left( \Delta T_{\text{data}}^2 \right)^{1/2},$$

где  $Y_l^m$  – сферические гармоники. Суммирование в уравнении (7.57) начинается с  $l = 2$ .

Д.И. Новиков, Г.Фельдман и С.Ф. Шандарин [D. Novikov, H. Feldman, S. Shandarin, 1999] численно посчитали 1000 различных гауссовых реализаций распределения температуры по сфере и сравнили распределение частичных ФМ в наблюдательных данных со случайным гауссовым полем. Следуя их работе, введём сечение карты на уровне  $v_l$ . Каждое изолированное горячее пятно (область с  $v > v_l$ ) можно рассматривать как кластер, который можно описать с помощью площади, длины границы и эйлеровой характеристики (последняя эквивалентна генусу и обе прямо связаны с количеством разъединённых границ). Например, полная площадь карты, для которой  $v > v_l$ , является суммой площадей всех изолированных горячих пятен с  $v > v_l$ . Глобальные ФМ, т.е. полную площадь, полную длину границы и полный генус можно найти суммированием их частичных величин по всем кластерам на карте. При расчёте частичных ФМ для пикселизованной карты требуется, чтобы алгоритм удовлетворял свойствам сходимости

$$\frac{\left( v_k^i \Big|_p - v_k^i \right)}{v_k^i} \sim O(h^m), \quad k = 1, 2, \quad (7.58)$$

где  $v_k^i \Big|_p$  это  $k$ -й ФМ в  $i$ -м кластере, сосчитанный по пикселизованной карте,  $v_k^i$  – точное значение этого функционала на непрерывном поле и  $m$  – индекс интерполяции. Далее мы используем линейную интерполяцию с  $m = 1$  для нашего алгоритма.

Пиксели  $(k_1, k_2)$  внутри области, где  $v > v_l$ , удовлетворяют условию  $v_{k_1, k_2} > v_l$ . Определим пиксель  $(k_1, k_2)$  внутри этой области как внутрigrаничный пиксель, если значение поля ниже порога  $v_l$ , хотя бы в одном из четырёх его соседей  $((k_1 + 1, k_2), (k_1 - 1, k_2), (k_1, k_2 + 1), (k_1, k_2 - 1))$ , т.е.  $v_{k_1+1, k_2} < v_l$ . Аппроксими-

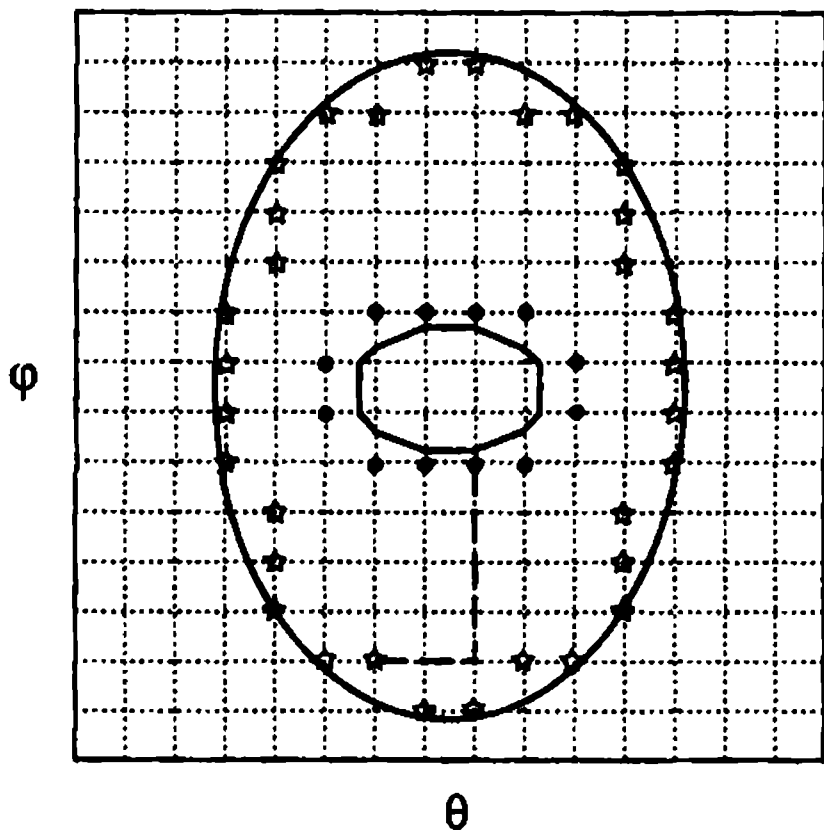


Рис. 7.12. Показана область, ограниченная линиями уровня  $v > v_r$ . Замкнутые полигоны являются приближениями для границ, основанными на линейной интерполяции. Звёздочки и кружки являются двумя рядами внутренних граничных пикселей, соответствующих границам. Штриховая линия соответствует возможному пути на сетке, связывающему пару внутренних пикселей, которые могут принадлежать одной и той же области или двум разным областям. Если такой путь пересекает обе границы (т.е. границы, соответствующие рассматриваемым

пикселям) чётное число раз, то оба пикселя принадлежат одной (связной) области, в противном случае они принадлежат разным областям. В данном случае оба числа нули (т.е. чётные) и пиксели принадлежат одной области

руем гладкую граничную кривую ломаной линией с помощью линейной интерполяции поля между внутренними и наружными пограничными пикселями (рис. 7.12). После этого найдём пересечение пограничной кривой с линиями сетки:

$$\theta_b = k_1 h + h \frac{v_i - v_{k_1, k_2}}{v_{k_1+1, k_2} - v_{k_1 k_2}}, \quad \varphi_b = k_2 h \quad (7.59)$$

для линий сетки  $\varphi$  и

$$\theta_b = k_1 h, \quad \varphi_b = k_2 h + h \frac{v_i - v_{k_1, k_2}}{v_{k_1+1, k_2} - v_{k_1 k_2}}, \quad (7.60)$$

для линий сетки  $\theta$ . Здесь  $\theta_b$  и  $\varphi_b$  – это координаты пограничных точек  $\bar{X}_m = (\theta_b, \varphi_b)$  на ломаной линии. Очевидно, эта ломаная линия сходится к линии гладкой границы когда  $h \rightarrow 0$ . Теперь алгоритм кластер-анализа состоит из двух шагов. Опишем эти шаги.

**1. Определение границ и расчёт их длин.** Сначала ищутся замкнутые пограничные линии на уровне  $v = v_r$ . Затем каждый ряд пограничных точек упорядочивается в предположении, что  $\bar{X}_{m+1}$  – это ближайшая пограничная точка к точке  $\bar{X}_m$ . Тогда длина замкнутой границы равна

$$l_n = \sum_{m=1}^{m=M_n+1} |\bar{X}_{m+1}^n - \bar{X}_m^n|, \quad (7.61)$$

где  $M_n$  – полное число пограничных точек на  $n$ -й замкнутой

линии на уровне  $\bar{X}_{M_{m+1}}^n = \bar{X}_1^n$  и норма

$$|\bar{X}_{m+1}^n - \bar{X}_m^n| = \left[ (\theta_{m+1} - \theta_m)^2 + \sin\left(\frac{\theta_{m+1} + \theta_m}{2}\right) (\varphi_{m+1} - \varphi_m)^2 \right]^{1/2}$$

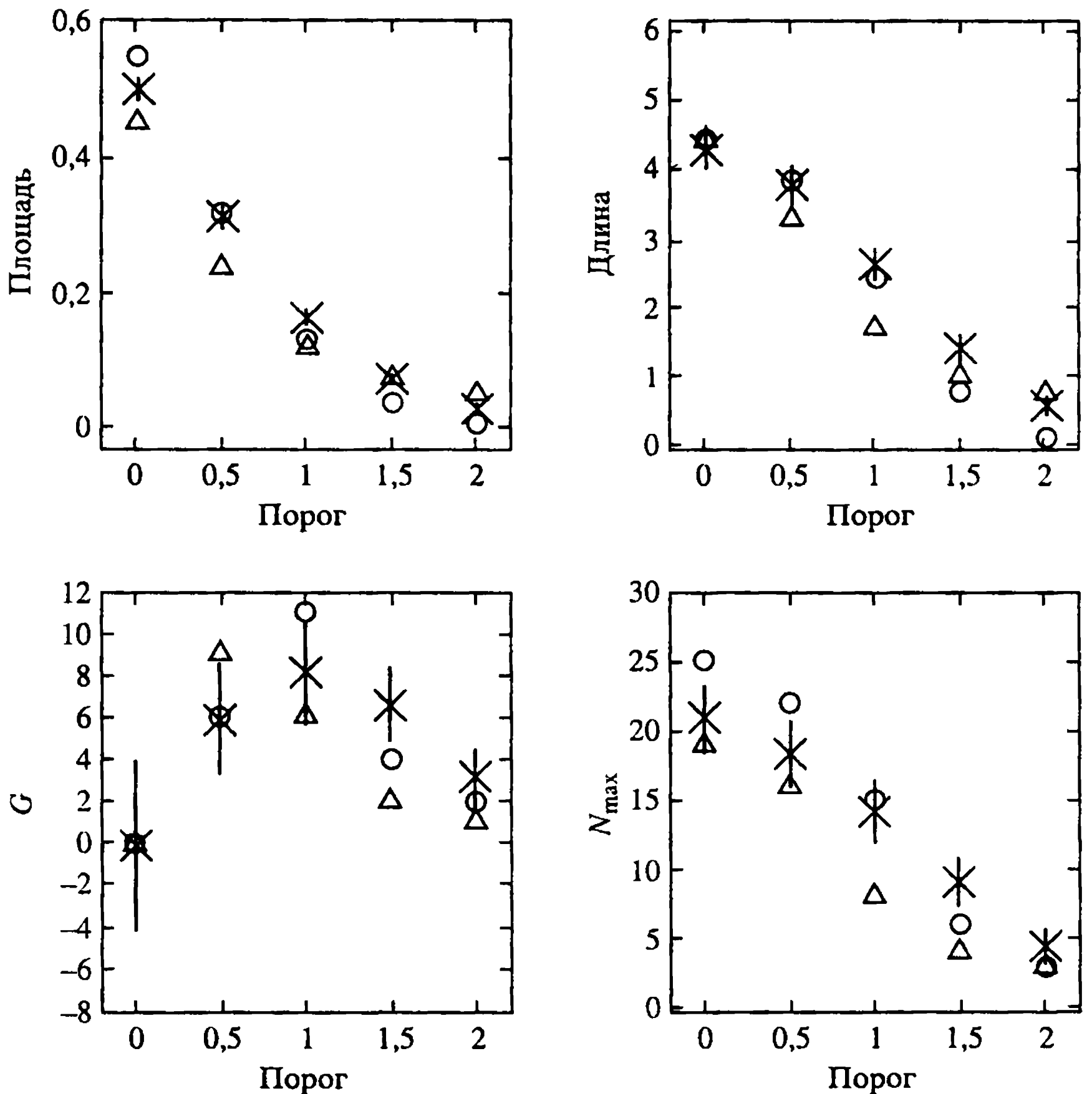
Первая точка  $X_1$  – произвольна. Различные пограничные линии на карте соответствуют массивам пограничных точек  $\bar{X}_{X_m}^n$  и внутриграничным пикселям  $\bar{Y}_{X_m}^n$ . Полная граница изолированных областей с  $v > v_i$  может состоять из множества замкнутых линий (две линии на рис. 7.12).

**2. Нахождение границ кластера. Расчёт полной границы и генуса.** Скомбинируем все замкнутые линии, которые являются границами одного и того же кластера, используя массивы внутриграничных пикселей  $\bar{Y}_m^n$ . Предположим, что мы хотим проверить, являются ли две разные линии границами одного и того же кластера. Эти линии соответствуют двум рядам внутриграничных пикселей  $\bar{Y}_m^{n_1}$  и  $\bar{Y}_m^{n_2}$ . Если взять два произвольных внутренних пикселя по одному из каждого ряда и соединить их отрезком вдоль линий сетки (см. рис. 7.12), то этот отрезок может пересечь границы  $N_{\text{int}}^i$  раз ( $i = 1, 2$ ), где  $N_{\text{int}}^i \geq 0$ . Если два числа  $N_{\text{int}}^1$  и  $N_{\text{int}}^2$  – чётные, то оба внутриграничных пикселя принадлежат одному и тому же кластеру, в противном случае они принадлежат двум разным кластерам. Следовательно, все пограничные линии, принадлежащие одному кластеру, образуют его границу, полная длина которой равна сумме длин их всех. Число замкнутых линий для каждого кластера эквивалентно генусу этого кластера. Таким образом, мы находим полное количество кластеров и два частичных ФМ для каждого из них – длину и генус.

### 7.7.2. Расчёт площади кластеров

Все пиксели, расположенные между внутренними границами кластера, принадлежат этому кластеру. Площадь кластера можно грубо аппроксимировать полной площадью всех этих пикселей, включая внутриграничные. После этого можно рассчитать полные и частичные функционалы Минковского.

На рис. 7.13 и 7.14 показаны кумулятивные функции распределения  $F(v_i, v_k)$  (из работы [D. Novikov, Feldaman, Shandarin,



**Рис. 7.13.** Совокупная функция распределения глобальных Функционалов Минковского и числа максимумов/минимумов как функция температурного порога (данного в единицах  $\sigma$  для COBE карты 1). Кружки и треугольнички показывают значения положительных и отрицательных порогов соответственно. Погрешности измерений соответствуют  $\sigma$ , посчитанной по 1000 гауссовых реализаций

1999]), где  $v_i = \sum_k v_k^i$  для двух, описанных выше, карт COBE со средними гауссовыми значениями и дисперсиями. Среднее значение и дисперсия были получены из 1000 случайных реализаций гауссова поля, имеющих те же амплитуды, что и показана, но с разными фазами. На обоих рисунках заметны значительные отклонения от гауссовости. Интересно отметить, что каждая статистика показывает наибольшее отклонение от гауссовости при разных порогах  $F(A)$  при  $v_i = 0,5$ ,  $F(L)$  при  $v_i = -1$ ,  $F(G)$  при  $v_i = \pm 1$  и  $F(N_{\max})$  при  $v_i = 0, 0,5, -1$ . Эти отклонения, грубо говоря,

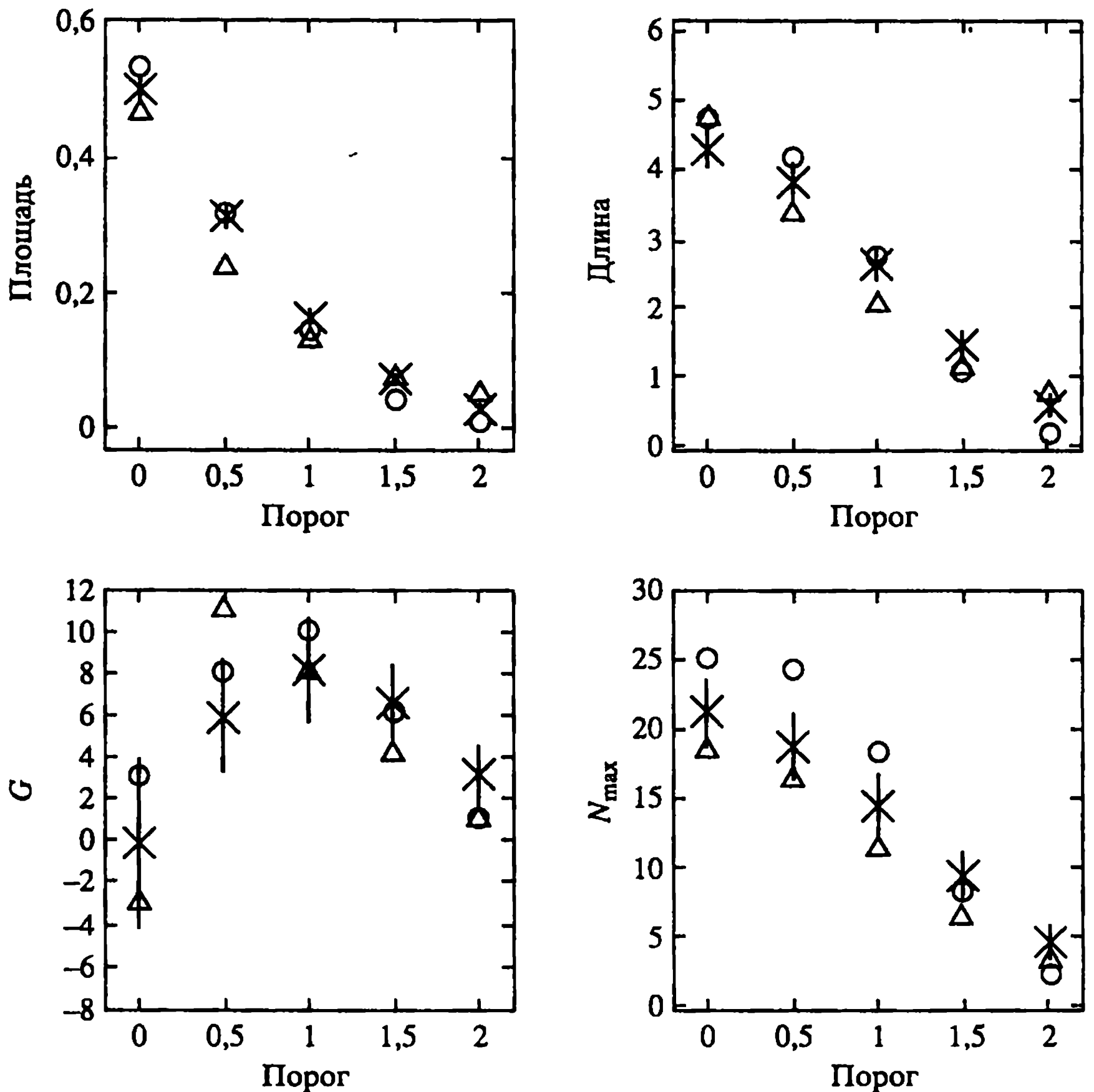
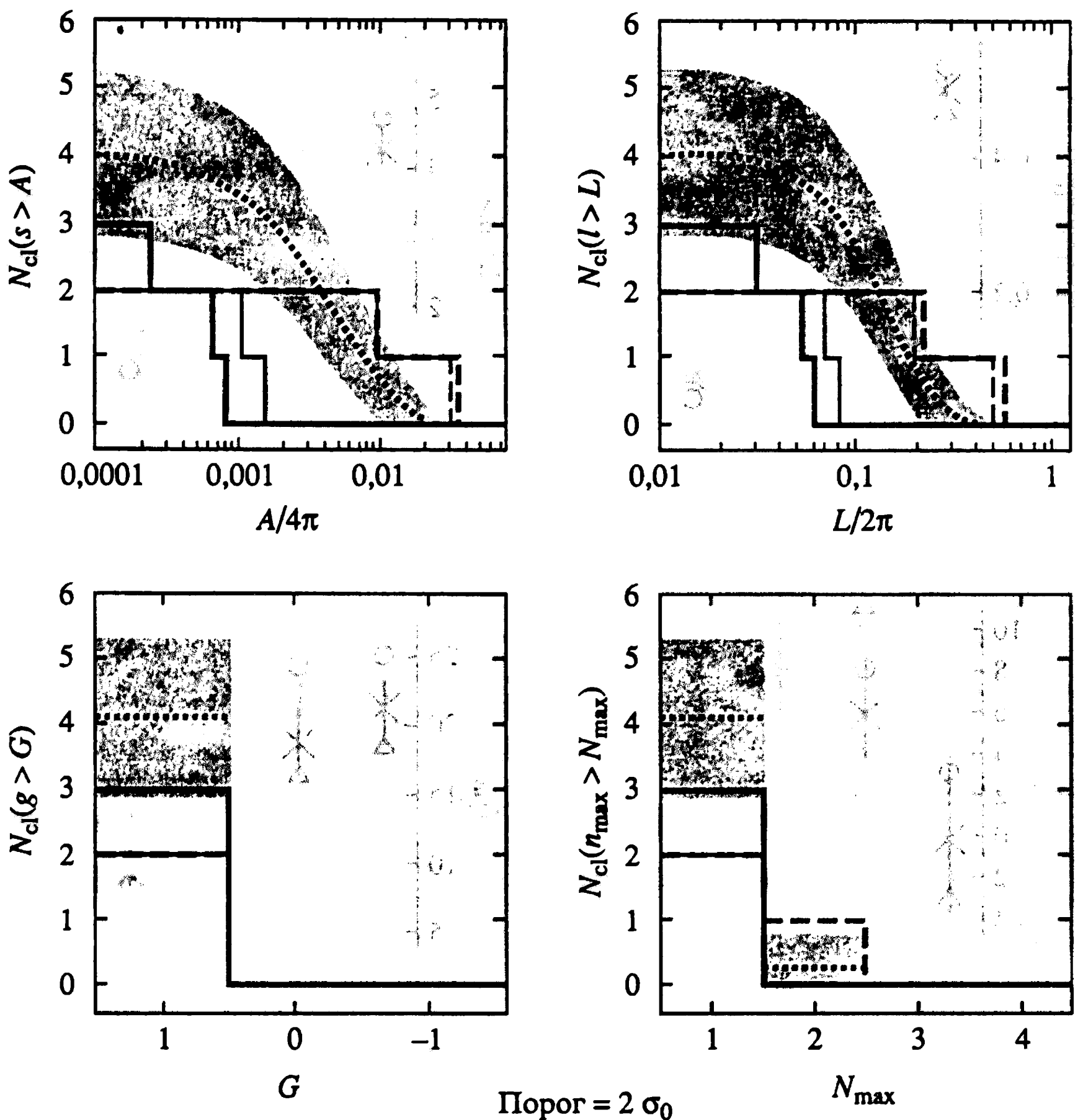


Рис. 7.14. То же самое, что и на рис. 7.13, но для COBE карты 2

одинаковы для обеих карт и предполагают, что каждая из четырёх статистик несёт свою статистическую информацию.

Можно ожидать, что частичные ФМ дадут более детальную информацию. На рис. 7.15 ÷ 7.19 представлены частичные ФМ для десяти порогов  $v_i = \pm 2, \pm 1,5, \pm 1, \pm 0,5$  и  $\pm 0^7$ . На каждом рисунке нанесены две кривые, одна для положительного порога  $v < v_i$  (сплошная линия), а другая для отрицательного,  $-v < v_i$  (штриховая линия). Порог  $v_i$  имеет одинаковую абсолютную величину  $|v_i|$  для каждой карты. Толстые и тонкие линии соответствуют картам COBE 1 и 2 соответственно. Сред-

<sup>7</sup> Пороги  $v_i = +0$  и  $v_i = -0$  соответствуют областям с  $v > 0$  и  $v < 0$  соответственно.



**Рис. 7.15.** Совокупная функция распределения частичных Функционалов Минковского для обеих СОВЕ карт. Заштрихованные области – это  $(\pm\sigma)$  области гауссовых реализаций. Сплошные линии – совокупная функция распределения для положительных ( $v > v_i$ ), а пунктирные – для отрицательных ( $v < v_i$ ) порогов. Жирные линии соответствуют СОВЕ карте 1, а тонкие – СОВЕ карте 2. Порог  $v_i = 2\sigma$

няя гауссова кривая, не зависящая от знака порога, изображена пунктирной линией. Заштрихованная область – это гауссова дисперсия  $1\sigma$ .

Главные особенности, следующие из рис. 7.15 ÷ 7.19, состоят в следующем:

Рис. 7.15 –  $v_i = 2$ ; функции  $F(a)$  и  $F(b)$  показывают сильный негауссов сигнал, а функции  $F(g)$  и  $F(n_m)$  грубо согласуются с гауссовостью.



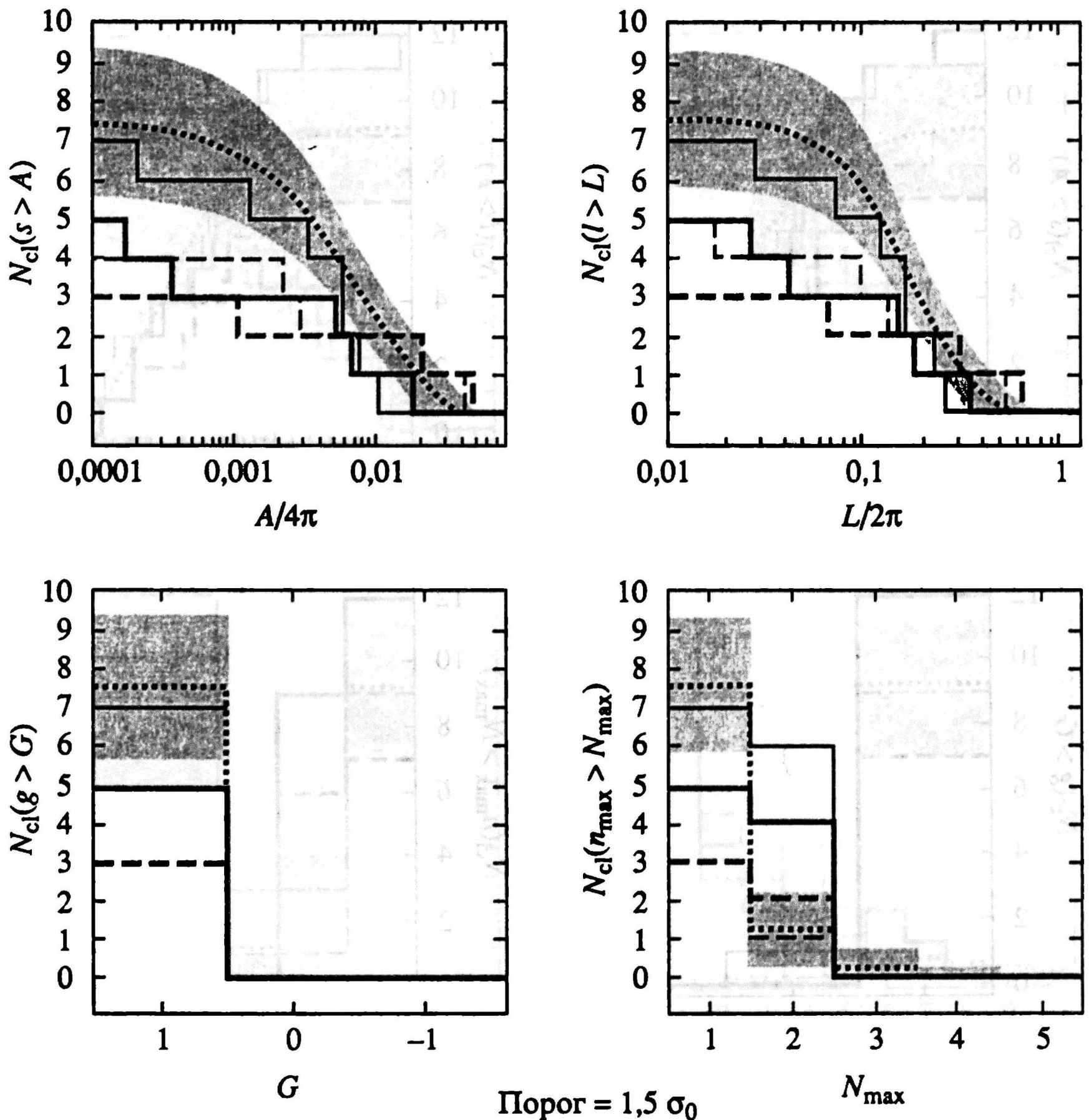


Рис. 7.16. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога  $v_r = 1,5\sigma$

Рис. 7.16 –  $v_r = 1,5$ ; все статистики указывают на негауссовость.

Рис. 7.17 –  $v_r = 1$ ; самый сильный негауссов сигнал даёт распределение максимумов  $F(n_m)$ , другие статистики грубо согласуются с гауссовостью.

Рис. 7.18 –  $v_r = 0,5$ ; все статистики показывают сильное несогласие с гауссовостью.

Рис. 7.19 –  $v_r = 0$ ; все статистики грубо согласуются с гауссовостью.

Какие выводы следуют из этих результатов? Прежде всего необходимо отметить, что в силу низкого углового разрешения спектр  $S(l)$  для СОВЕ данных простирается до  $30 \div 40$  мультиполей, причём, что очень важно, мы имеем дело с одной реали-

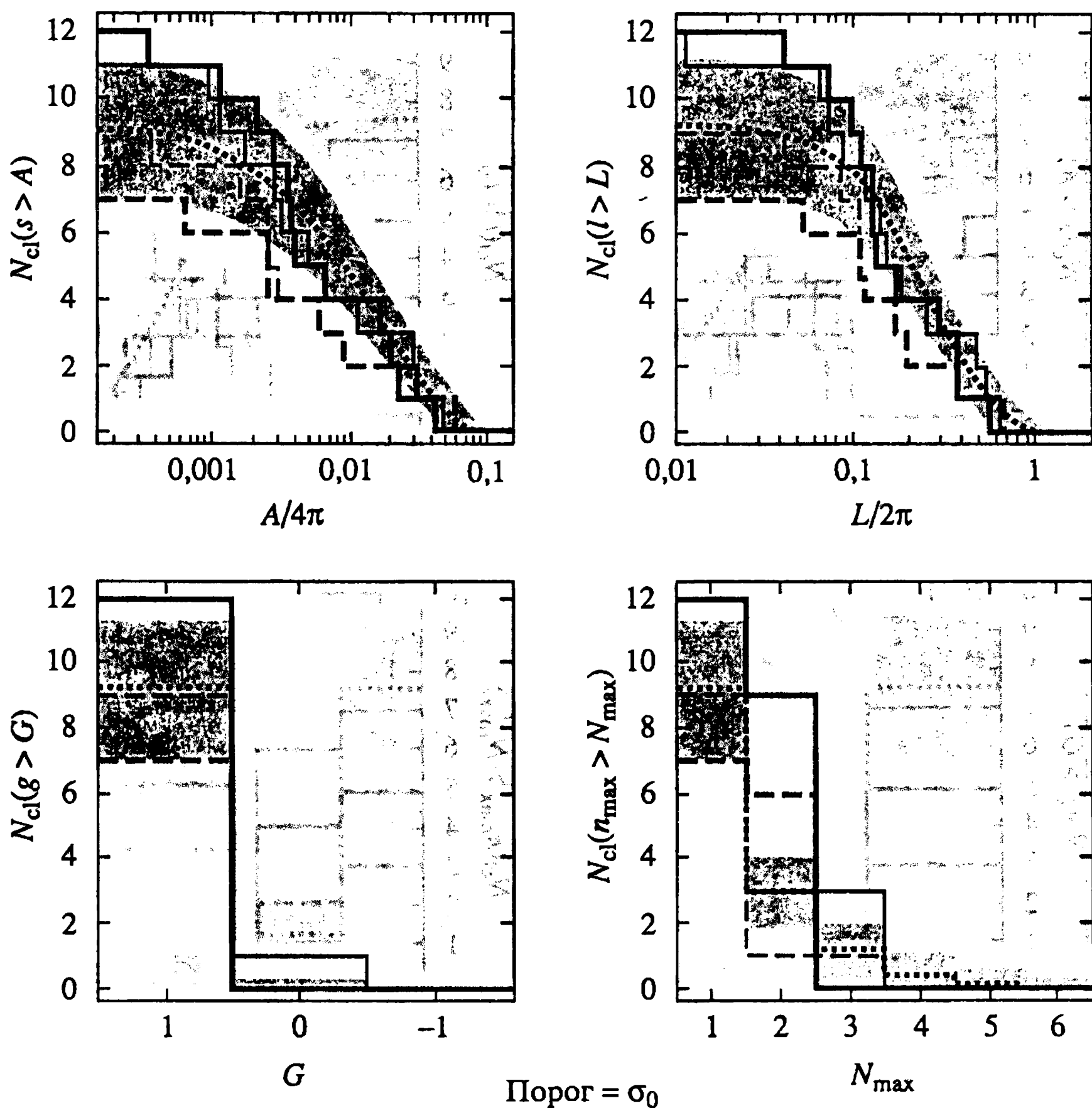


Рис. 7.17. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога  $v_t = 1\sigma$

зацией случайного процесса на сфере. Более того, мы видим, что основным источником негауссовости сигнала является излучение Галактики. Приведённые выше различные методы устранения этого сигнала показывают, что результат вычитания галактического фона содержит, тем не менее, остаточную негауссовость. В определённой мере этот вывод подтверждается анализом статистических особенностей сигнала в приполярных зонах, свободных от влияния галактической эмиссии. Например, авторы работы [Colley, Gott, Park, 1996] не нашли существенного отклонения от гауссовости, используя кривую генуса. К близким выводам пришли Шмальзинг, Горский [Schmalzing, Gorski, 1998] и Ферейра [Ferreira et al., 1998], также анализирующие свойства

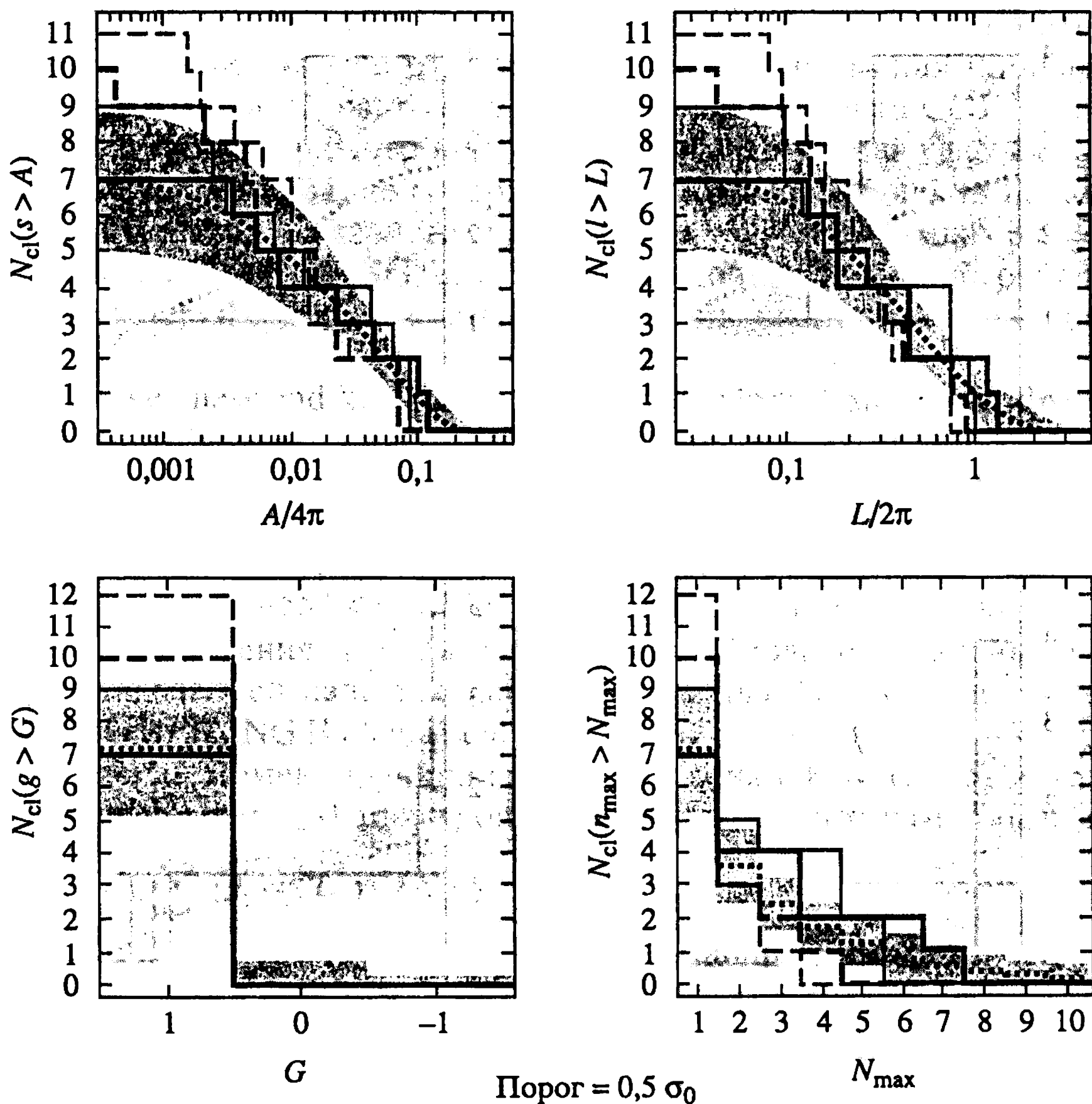


Рис. 7.18. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога  $v_r = 0,5\sigma$

СОВЕ-сигнала в приполярных областях. Заметим однако, что этот метод оказался достаточно эффективным для СОВЕ-данных, которые отличаются низким разрешением и низким уровнем сигнал/шум  $\sim 1$ .

Для будущих экспериментов с высоким уровнем разрешения проблема выделения вклада Галактики будет стоять наиболее остро не только для центральной области карты, где она доминирует, но и для остальных участков. В значительной мере это влияние обусловлено "просачиванием" галактического сигнала через боковые лепестки диаграмм направленности антенны. Таким образом анализ статистических свойств СОВЕ-данных ещё раз в полной мере высветил важность разработки

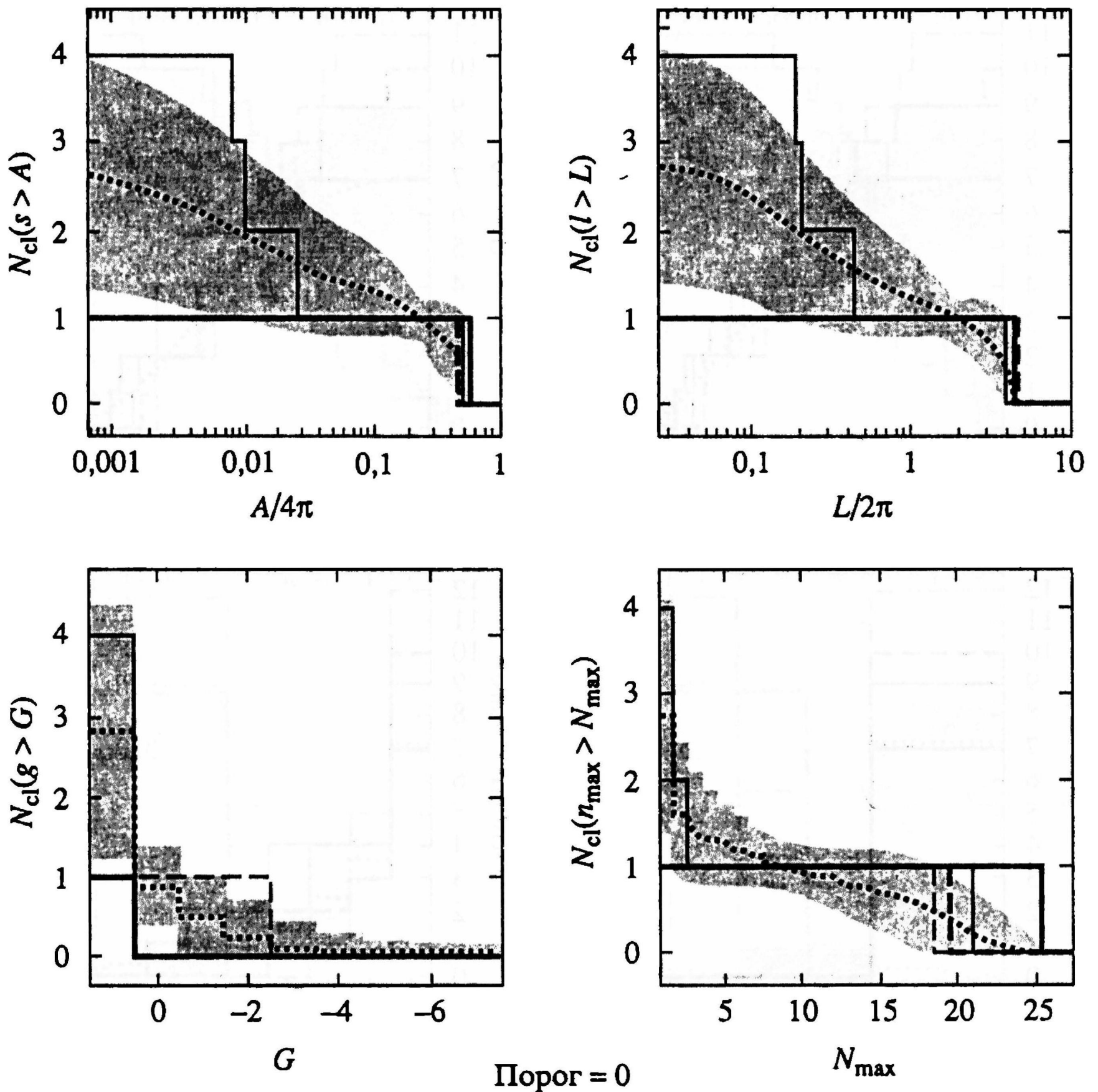


Рис. 7.19. То же самое, что и на рис. 7.15, но для порога  $v_l = 0$

методов устранения сильной негауссовости карт анизотропии реликтового излучения, обусловленной различного рода шумами некосмологической природы.

### 7.8. Статистическая природа сигнала в данных BOOMERANG и MAXIMA-1

Необходимо заметить, что наряду с данными эксперимента COBE, покрывающего всю поверхность неба, большую роль для тестирования свойств гауссовости первичной анизотропии реликтового излучения играет анализ статистической природы сигнала в экспериментах с малым покрытием неба – таких, как

BOOMERANG и MAXIMA-1. Особенностью этих экспериментов является, как мы уже отмечали, относительно малая площадь покрытия неба. Однако, в отличие от эксперимента COBE, при анализе свойств анизотропии реликтового излучения удаётся выбрать участки неба, не содержащие вклада от излучения Галактики. При анализе свойств сигнала, полученного в рамках эксперимента BOOMERANG, мы будем следовать недавней работе [Polenta et al., 2002], в которой использовались следующие тесты:

а) skewness and kurtosis (третий и четвёртый моменты функции распределения),

б) три ФМ – площадь, длина и генус.

Область неба, которая содержит сигнал, составляет 1,19% от полной площади сферы и покрывает зону с координатами  $70^\circ < \alpha < 105^\circ$ ;  $-55^\circ < \delta < -35^\circ$ , где отсутствуют дефекты карты и время накопления сигнала максимально. Приведём основные характеристики сигнала для частотного канала B150A эксперимента BOOMERANG [Polenta et al., 2002].

Третий момент функции распределения (skewness)  $S_3$  и четвёртый момент  $S_4$  (kurtosis) определяются стандартным образом,

$$\sigma_0^2 = \sum_i (T_i - \langle T \rangle)^2 / (N - 1),$$

$$\mu_3 = \sum_i (T_i - \langle T \rangle)^3 / N, \quad (7.62)$$

$$\mu_4 = \sum_i (T_i - \langle T \rangle)^4 / N,$$

и базируются на локальных значениях  $T_i$  и  $\langle T \rangle = \frac{1}{N} = \sum_i T_i$ , где

$N$  – количество пикселей на карте.

Нормализованные значения третьего и четвёртого моментов,  $S_3 = \mu_3 / \sigma_0^3$  и  $S_4 = \mu_4 / \sigma_0^4$ , после обработки данных соответственно равны  $S_3 = -0,03$ ,  $S_4 = 0,19$ . В силу влияния шума и эффектов систематики эти значения естественно отличаются от нулевых значений. Для тестирования гипотезы о гауссовой природе сигнала Полента и др. [Polenta et al., 2002] проанализировали модельные карты анизотропии реликтового излучения, симулированные при заданном виде спектра  $C(l)$ , полученном из анализа реальных карт эксперимента BOOMERANG. Отличие



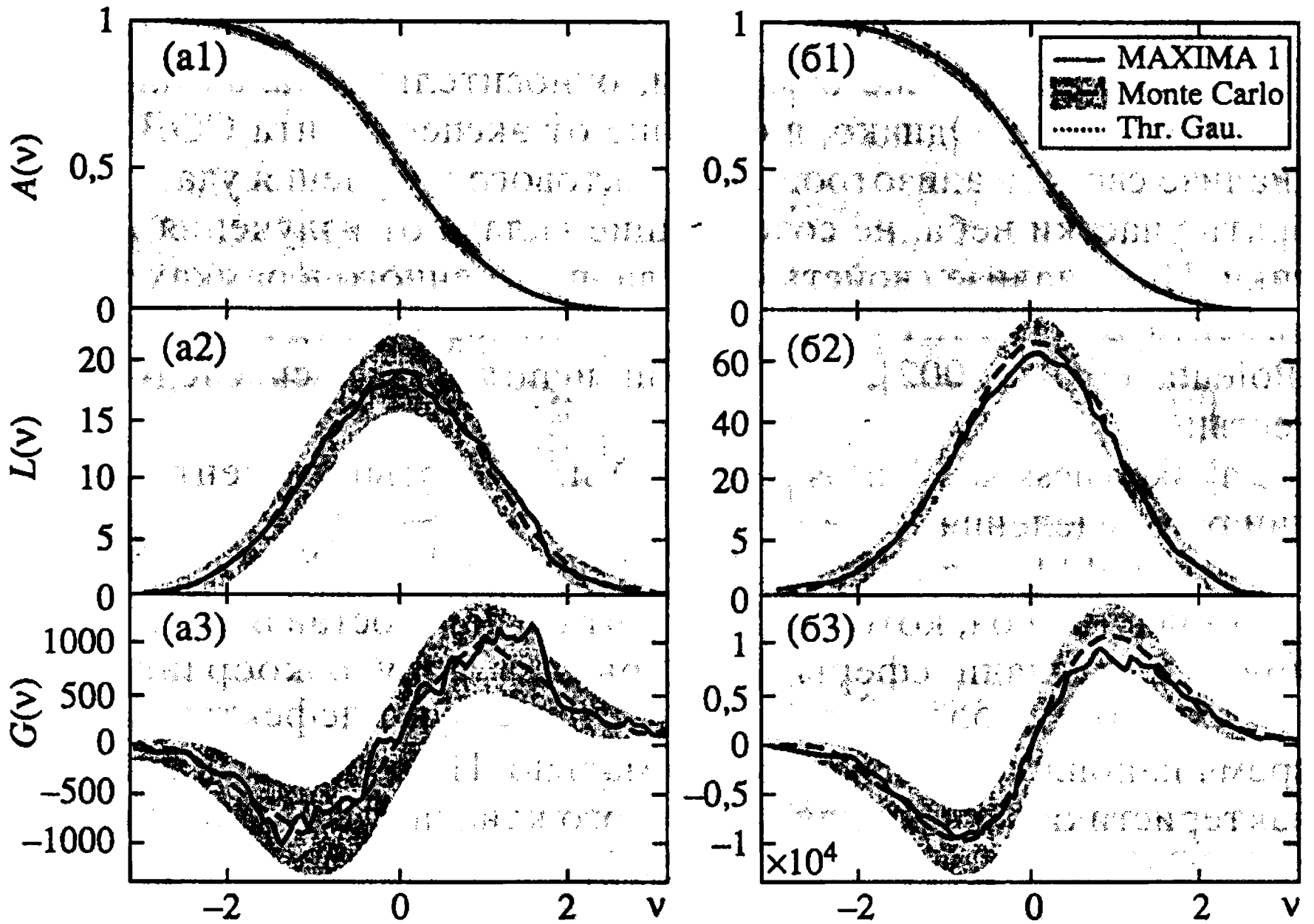


Рис. 7.20. Функционалы Минковского на МАХИМА-1 картах. Слева приведены ФМ для исходной карты сигнала, справа – для карты, отфильтрованной по Винеру

модельных  $S_3$  и  $S_4$  от полученных непосредственно из карты не превышают пределов погрешности моделирования. Аналогичные выводы следуют и для ФМ, рассчитанных для карт вдали от галактической плоскости. Эти выводы совпадают с выводами МАХИМА-1 коллаборации [Wu et al., 2001].

На рис. 7.20 приведены соответственно три ФМ для двух вариантов фильтрации карт. Как видно из этого рисунка, все ФМ находятся в прекрасном согласии с гауссовыми статистиками.

Означает ли это, что мы можем быть полностью уверены в статистической (гауссовой) природе сигнала  $\Delta T$  или вопрос всё ещё остаётся открытым и нуждается в более детальной экспериментальной и теоретической проверке? Мы попытались проанализировать возможные “подводные камни” гауссовых тестов на примере простой модели, предложенной Д.И. Новиковым и др. [2000] и составляющей основу следующего параграфа.

## 7.9. Простейшая модель негауссова сигнала и её проявление в функционалах Минковского

Следуя одному из важнейших предсказаний теории инфляции, в предыдущих разделах этой главы мы рассматривали первичные возмущения метрики, плотности и скорости плазмы как порождение квантовых флуктуаций вакуума физических полей на самых ранних этапах расширения Вселенной. В рамках этой парадигмы гауссовость квантовых шумов автоматически переносится на гауссовость углового распределения анизотропии реликтового излучения в силу линейности механизма её генерации. Все возможные отклонения от нормального закона  $\Delta T$  в рамках этой парадигмы интерпретировались как проявление либо шумов некосмологической природы, либо как проявление систематических погрешностей эксперимента. Однако возникает вопрос, а нет ли “дефекта” в такой логике анализа? Не может ли сам эксперимент, обладающий определёнными пекулярностями характеристик (например, конечное разрешение, характерное время релаксации приёмных элементов и т.п.) разрушить первичную негауссовость сигнала и трансформировать его в сигнал, “похожий на гауссов”? Иными словами, что кроется в пределах погрешностей, характеризующих, например, Функционалы Минковского в реальной и сглаженной картах МАХИМА-1?

Ответы на эти вопросы даны в недавней работе [D. Novikov et al., 2001], в которой проанализирована одна из простейших моделей инфляции, предсказывающая в отличие от нормального закона распределения флуктуаций так называемое  $\chi^2$ -распределение. Очевидно, что эту модель можно использовать как одну из возможных моделей глобальной негауссовости сигнала.

Итак рассмотрим возмущение температуры реликтового излучения  $\Delta T/T$  на небе в сферических координатах  $\vartheta$  и  $\varphi$ .

Нормируя  $\Delta T/T$  на дисперсию  $\sigma = \left\langle \left( \frac{\Delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2}$ , мы получаем случайное поле  $u(\vartheta, \varphi)$  со средним значением, равным нулю ( $\langle u \rangle = 0$ ) и единичной дисперсией  $\langle u^2 \rangle = 1$ . В дальнейшем мы будем рассматривать две модели случайного поля, представляющие собой нормализованные возмущения температуры на небе.

Стандартный путь – это моделирование  $u$  как случайного гауссова поля. Свойства такого случайного гауссова поля хорошо известны (см., например, [Adler, 1981]) и обсуждались нами в предыдущих разделах этой главы. Кроме этого, мы ещё ис-

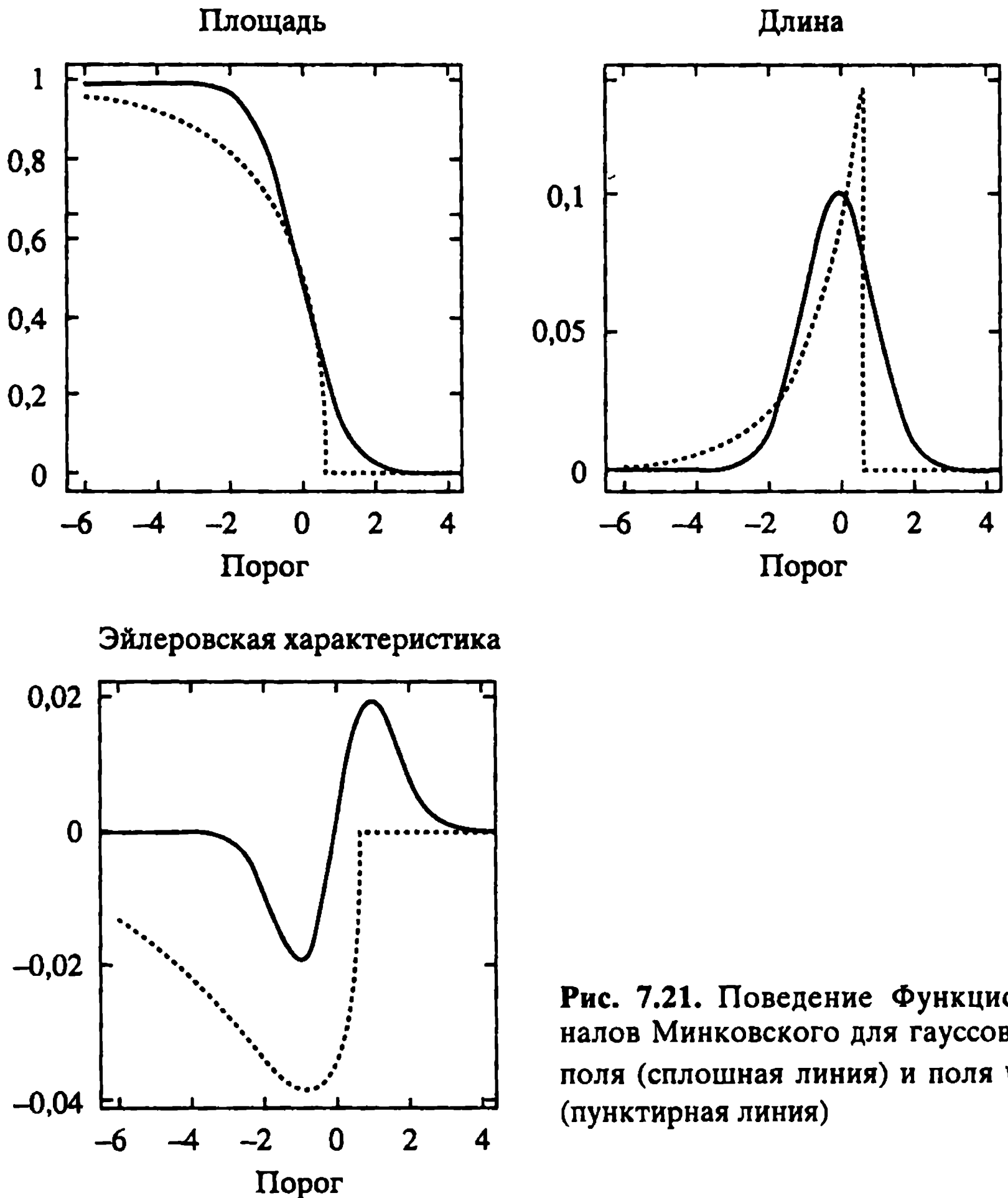


Рис. 7.21. Поведение Функционалов Минковского для гауссова поля (сплошная линия) и поля  $\psi$  (пунктирная линия)

пользуем и поле  $\Phi^2$  с одной степенью свободы, как было предложено в работе Линде и Муханова [Linde, Mukhanov, 1997]. Для сохранения нулевого среднего значения и единичной дисперсии используем соотношение

$$\psi = \frac{1 - \Phi^2}{\sqrt{2}}. \quad (7.63)$$

Таким образом, два поля  $u$  и  $\psi$  моделируют гауссово и негауссово распределение значений  $\Delta T$  [D. Novikov et al., 2001].

Будем моделировать негауссовость в  $\Delta T$  полем  $\psi^2$ , являющимся квадратичной функцией от гауссова поля  $\Phi$ . В частности,



в разложении поля анизотропии по сферическим гармоникам

$$\Delta T = \sum_l \sum_{l=0}^l a_{lm} C_l Y_{lm}$$

для поля  $u$  и распределение  $a_{lm}$  является гауссовым, а для поля  $\psi$   $a_{lm}$  распределены по закону  $\chi_{2l+1}^2$ . При этом дисперсия  $a_{lm}$  как для гауссова, так и для негауссова полей нормирована на 1 и  $C_l$  выбирается одним и тем же для обоих полей. На рис. 7.21 приведено поведение ФМ для гауссова и негауссова полей, а также распределение максимумов, минимумов и седловых точек в зависимости от уровня сечения  $v_i$ . Для гауссова поля эти функции были приведены нами ранее, а для  $a_{lm}$   $\chi^2$ -распределения имеют следующий вид:

	Гауссово поле	$\psi$ -поле
площадь $v_0$	$\frac{1}{2} \left( 1 - \Phi_0 \frac{v_i}{\sqrt{2}} \right)$	$\Phi \left( \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{v_i}{\sqrt{2}}} \right)$
длина $v_1$	$\frac{\sqrt{\tau}}{8} \exp(-v_i^2 / 2)$	$\frac{\sqrt{\tau}}{4\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} + \frac{v_i}{\sqrt{2}}\right)$
генус $v_2$	$\frac{\tau}{\sqrt{8\pi^3}} v_i \exp(-v_i^2 / 2)$	$\frac{\tau}{4\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{v_i}{\sqrt{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} + \frac{v_i}{\sqrt{2}}\right)$

Из рис. 7.21 видно, что как ФМ, так и распределения экстремумов резко отличаются по своим свойствам для гауссова и негауссова полей. В целом ситуация выглядит вполне предсказуемой: различия в свойствах поля порождают различия в его статистиках, что собственно и подтверждают результаты расчётов. Предположим, что свойства приёмной аппаратуры не идеальны. В частности, таким свойством обладает антенна, характеризующаясь вполне конкретным угловым разрешением. Как при этом могут изменяться свойства сигнала? Совершенно ясно, что ответ зависит от соотношения между характерными угловыми масштабами сигнала, где сконцентрирована (если сконцентрирована) негауссовость, и угловым разрешением антенны. Переведём вопрос из качественной плоскости в количественную, моделируя влияние антенны как линейный фильтр, действующий на образ первичного сигнала.

Сконцентрируем наше внимание на одноточечной функции распределения поля. Введём фильтр сглаживания  $g(x, t)$ , где  $t$  —

масштаб сглаживания, а  $g(\mathbf{x}, 0) = \delta(\mathbf{x})$ , тогда сглаженное поле  $u(\mathbf{x}, t)$  будет определяться как

$$u(\mathbf{x}, t) = N(t) \int d^2 y g(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) u(\mathbf{y}), \quad (7.64)$$

где константа  $N(t)$  выбрана так, чтобы сглаженное поле оставалось нормированным на единичную дисперсию. Если фильтр  $g$  гауссов<sup>8</sup>, то он удовлетворяет уравнению диффузии

$$\frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = t \Delta g(\mathbf{x}, t), \quad (7.65)$$

где  $\Delta$  – лапласиан в пространстве угловых переменных  $\bar{x}$ . Комбинируя уравнения (7.64) и (7.65), можно получить “уравнение эволюции” для поля  $u$  при изменении масштаба  $t$ :

$$\frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = t \left( \Delta + r_{\text{сог}}^{-2} \right) u(\mathbf{x}, t). \quad (7.66)$$

Второе слагаемое  $r_{\text{сог}}^{-2}$  в уравнении (7.66) появляется из-за масштабной зависимости нормировочного фактора  $N(t)$ . Это уравнение даёт возможность изучить одноточечную вероятность  $P(u, t)$  распределения сглаженного поля  $u(\mathbf{x}, t)$  при изменении масштаба сглаживания. Записав эту плотность вероятности как

$$P(u, t) = \langle \delta(u(\mathbf{x}, t) - u) \rangle \quad (7.67)$$

и взяв частную производную по  $t$ , получаем

$$\frac{\partial P(u, t)}{\partial t} = -t \frac{\partial}{\partial u} \left[ \left( \langle \Delta u \rangle_u + \frac{u}{r_{\text{сог}}^2} \right) P(u, t) \right]. \quad (7.68)$$

Величина  $\langle \Delta u \rangle_u$  – это усреднённое значение лапласиана поля  $u(\mathbf{x}, t)$  при условии, что значение поля  $u$  фиксировано. Интересно отметить, что это уравнение записано в консервативной форме, т.е. что его интеграл по  $du$  исчезает.

Условное среднее лапласиана для множества случайных полей может быть вычислено аналитически. Наиболее интересное соотношение для обоих полей, гауссова и поля  $\chi^2$ , – это  $\langle \Delta u \rangle_u = -(u / r_{\text{сог}}^2)$ . В этих случаях правая часть уравнения (7.68) просто становится равной нулю.

<sup>8</sup> Заметим, что гауссова аппроксимация диаграммы направленности антенны широко используется при обработке наблюдательных данных по анизотропии реликтового излучения.

Заметим, что  $P(u) \propto \exp(-u^2)$  является стационарным решением уравнения (7.68). Это отражает хорошо известный факт, что гауссово случайное поле остаётся таковым и после сглаживания, да и после любой линейной фильтрации. Однако для поля  $\chi^2$  распределение вероятности отлично от нуля только при  $u \ll 1/\sqrt{2}$  (см. уравнение (7.1)) и не дифференцируется на внешней границе поля. Поэтому поле при сглаживании эволюционирует от распределения  $\chi^2$  и в конце концов приближается к распределению, близкому к стационарному гауссову решению при больших длинах сглаживания.

Таким образом, влияние антенны (как гауссова фильтра) может приводить к тому, что первичная негауссовость сигнала, локализованная на масштабах, меньших полуширины диаграммы её направленности, будет тестироваться как гауссов сигнал. Именно поэтому особую важность приобретают эксперименты с максимально высоким угловым разрешением, позволяющие в принципе ограничить угловой масштаб  $\theta_*$  возможной первичной негауссовой системы.

## 7.10. Топологические особенности поля поляризации

В отличие от анализа статистических свойств поля анизотропии, для поляризации реликтового излучения вопрос о тестировании её природы разработан гораздо менее детально. Это обусловлено главным образом более сложными свойствами поля поляризации, которое, в отличие от анизотропии, не является скаляром. Кроме того, как мы видели в предыдущей главе, для описания поляризации используются как локальный, так и нелокальный подходы, причём выбор между ними диктуется, на наш взгляд, свойствами шумов, присутствующих на картах поляризации наряду с первичным сигналом. Первый вопрос, на котором мы хотим заострить внимание, заключается в том, какие именно характеристики поляризации несут информацию о статистической природе возмущений на поверхности последнего рассеяния квантов. В разделе 3.5 мы уже рассматривали геометрические характеристики поляризации реликтового излучения и, в частности, обратили внимание на появление аномалий поля в окрестности точек  $Q$ , где одновременно обращаются в нуль и  $U$ - и  $Q$ -компоненты Стокса. Ниже мы проанализируем результаты

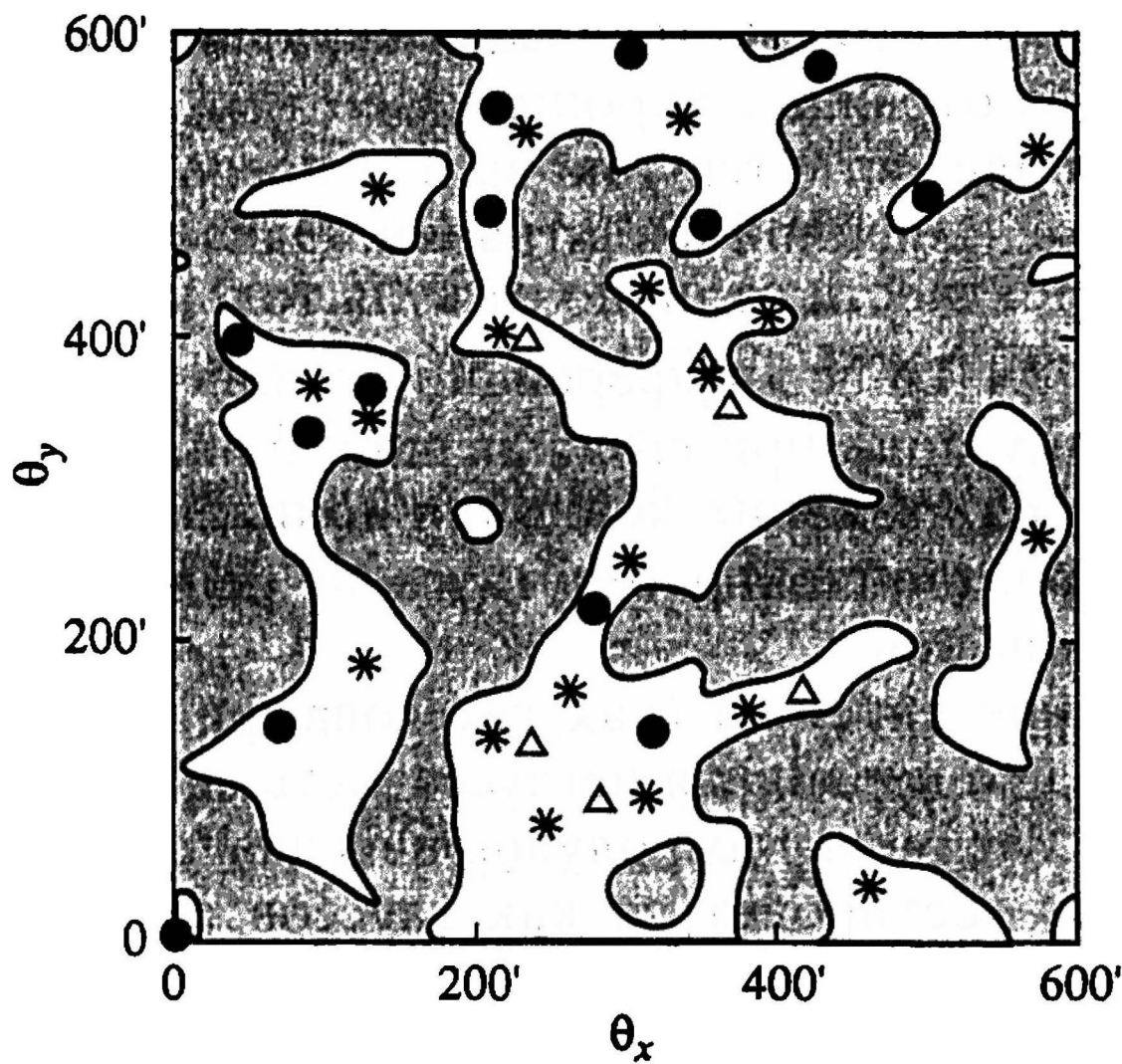


Рис. 7.22. Карта  $10^\circ \times 10^\circ$  поля поляризации реликтового излучения для CDM-модели. Серая область соответствует участкам со степенью поляризации  $p > p_r$ . Сплошными линиями изображены границы между областями с  $p > p_r$  и  $p < p_r$ . Кружки, треугольнички и звёздочки изображают фокусы, узлы и седла соответственно. Эта карта содержит 13 фокусов, 6 узлов и 19 седел

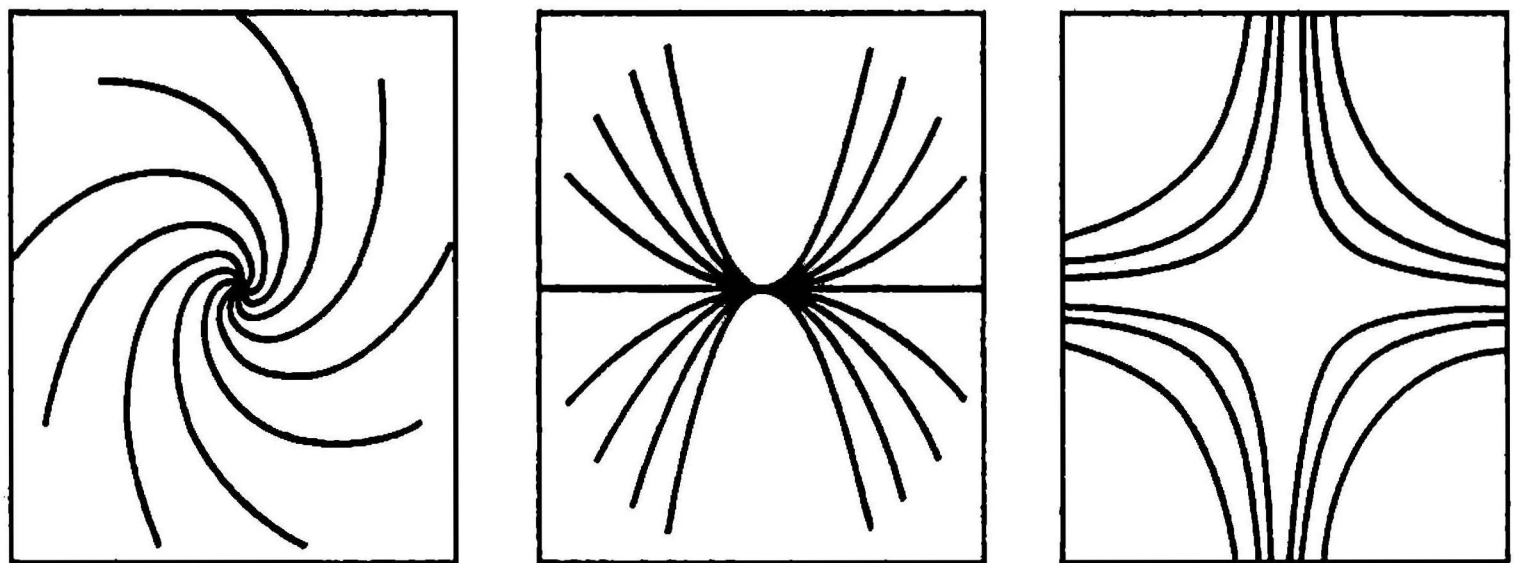
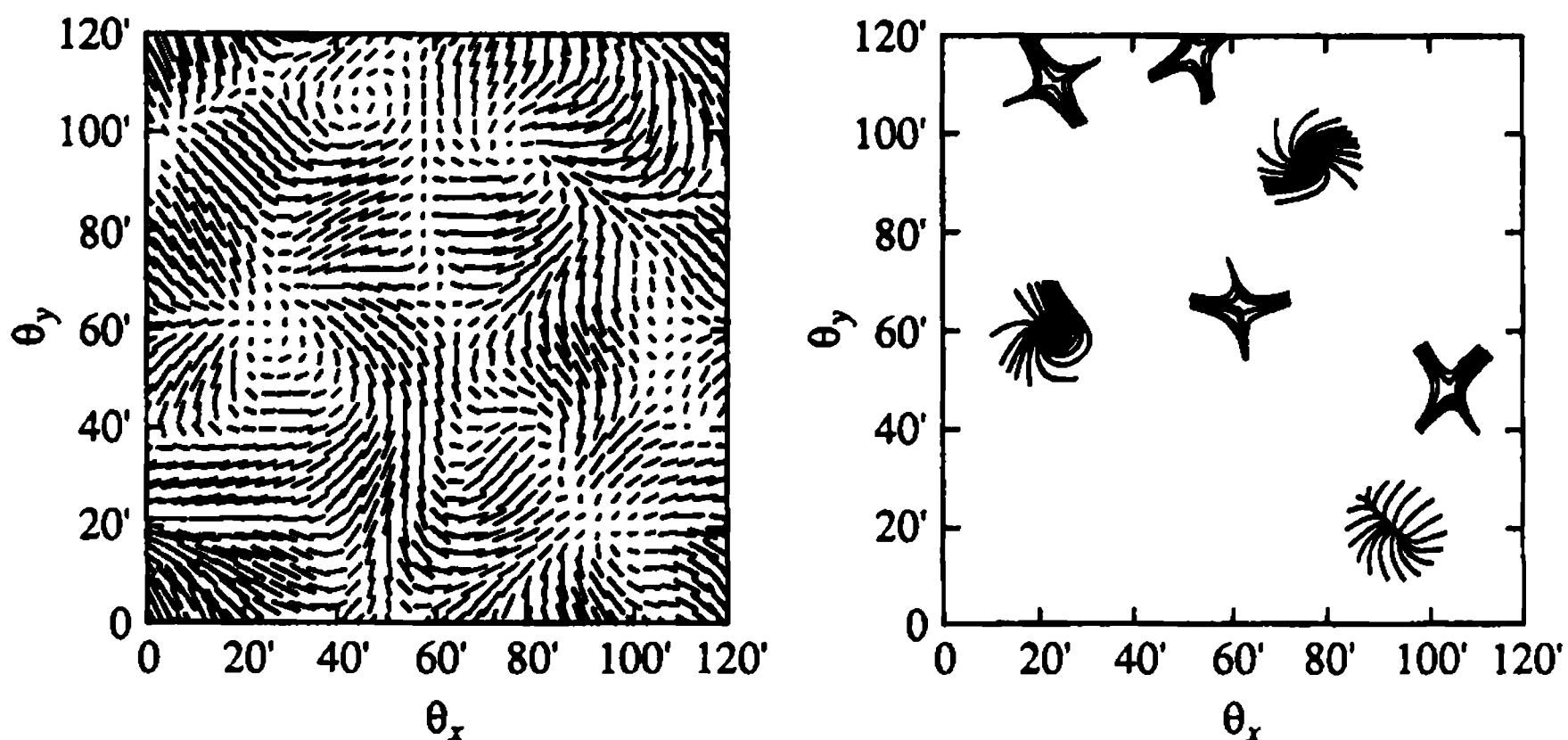


Рис. 7.23. Классификация особых точек для поля поляризации в окрестности особых точек  $p = 0$ . Линии показывают направление псевдовектора  $\bar{P}$  (но не его величины). Слева направо: фокус, узел, седло

расчётов статистики гёнуса величины  $p = \frac{|\bar{P}|}{\sigma_0}$ , где  $\sigma_0^2$  – дисперсия, а  $|\bar{P}|$  – модуль вектора поля поляризации [Naselsky, D. Novikov, 1998].

Разделим карту поляризации реликтового излучения на два вида областей: области с относительно сильной поляризацией  $p > p_0$  (“сильно поляризованные зоны”) и области с относительно слабой поляризацией  $p < p_0$  (“слабо поляризованные зоны”) (рис. 7.22 ÷ 7.25). Предположим, что мы можем измерить сигнал, имеющий поляризацию  $p \geq p_r$ , где  $p_r$  – порог, который определяется чувствительностью прибора. Если возможно измерить только “сильно поляризованный” сигнал  $p_r > 0$ , то будут видны



**Рис. 7.24.** Карта  $2^\circ \times 2^\circ$  поля поляризации реликтового излучения для масштабно-инвариантной адиабатической модели холодной тёмной материи с  $\Omega = 1$ ,  $\Omega_b = 0,03$  и  $h = 0,075$ , с углом сглаживания  $5'$  (FWHM). Техника расчёта для небольших частей неба и спектр заимствованы из работы [Bond, Efstathiou, 1987]. Левая картинка – поле поляризации. Длина каждого вектора пропорциональна степени поляризации, а ориентация даёт направление поляризации. Для простоты визуального восприятия использовано лишь  $50 \times 50$  векторов. Правая картинка та же, что и левая, но там нанесена только ориентация поляризации в окрестности неполяризованных точек (сплошные линии). Эта карта содержит 7 неполяризованных точек: два фокуса, один узел и четыре седла

только отдельные поляризованные пятна и перколяция между ними невозможна. Поэтому перколяция через поляризованные зоны может быть возможна только при чувствительности прибора  $p_i \leq p_0$ .

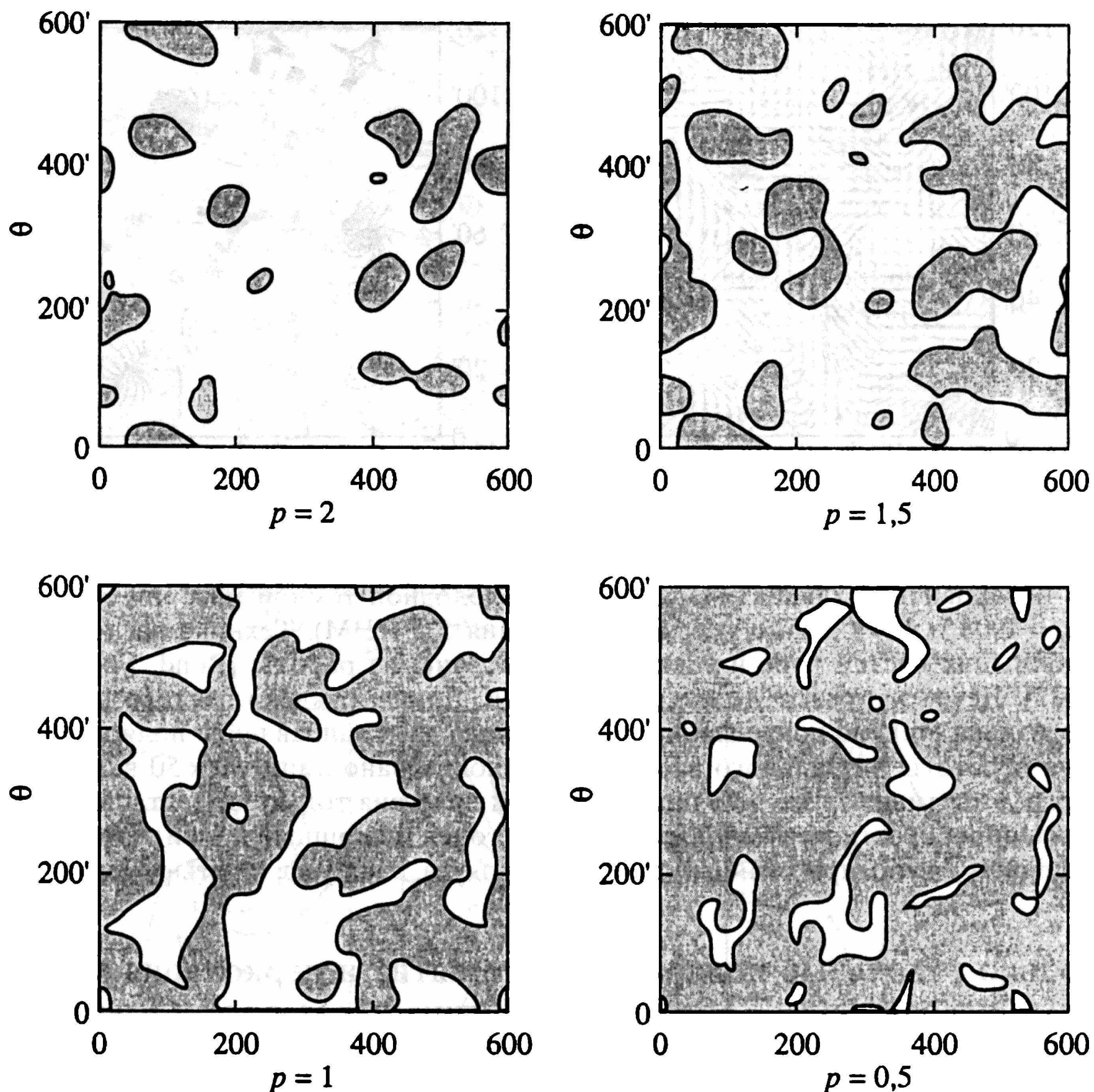
Значение  $p_0$  может быть найдено аналитически. Будем считать величину  $|\bar{P}|$  случайным двумерным скалярным полем с распределением Релея [Coles, Barrow 1987]. Это поле можно представить как двумерную поверхность в трёхмерном пространстве. Эта поверхность имеет точки экстремумов: минимумы, максимумы, седловые точки и особые точки. Плотности максимумов, минимумов и седловых точек для релеевского поля  $P$  определяются следующим образом:

$$N_{\max}(p) = \int_p^{\infty} n_{\max}(p') dp',$$

$$N_{\min}(p) = \int_p^{\infty} n_{\min}(p') dp',$$

(7.69)





**Рис. 7.25.** То же, что и на рис. 7.22, но без неполяризованных точек. Здесь нанесена область с  $p > p_i$  для  $p_i = 2, 1,5, 1$  и  $0,5$ . Области с  $p > p_i$  сообщаются (перколируют) при  $p_i = 1$ , их площадь составляет  $\sim 61\%$  площади карты

$$N_{\text{sad}}(p) = \int_p^{\infty} n_{\text{sad}}(p') dp'$$

Здесь  $n_{\text{max}}(p)$ ,  $n_{\text{min}}(p)$  и  $n_{\text{sad}}(p)$  – концентрации максимумов, минимумов и седловых точек соответственно на некотором интервале  $(p, p + dp)$ , а  $N_{\text{max}}(p)$ ,  $N_{\text{min}}(p)$  и  $N_{\text{sad}}(p)$  – концентрации максимумов, минимумов и седловых точек выше некоторого уровня  $p$ . Заметим, что в данном случае седловые точки – это седловые точки двумерной поверхности  $p(x, y)$ . Как и для поля анизотропии, определим генус для поля поляризации:

$$g(p) = n_{\text{max}}(p) + n_{\text{min}}(p) - n_{\text{sad}}(p). \quad (7.70)$$

Интегрируя (7.70) от некоторого уровня сечения  $P$  и до  $\infty$ , получим

$$G(p) = N_{\max}(p) + N_{\min}(p) - N_{\text{sad}}(p) = \int_p^{\infty} g(p') dp' \quad (7.71)$$

Прежде всего, с учётом определения (7.70), найдём уровень перколяции для поля поляризации из условия  $G(p_0) = 0$ . Заметим, что это условие не означает, что  $p_0$  автоматически является уровнем перколяции для любого скалярного поля. Хорошо известно, что для случайного гауссова поля уровень перколяции соответствует уровню, при котором кривая генуса пересекает нуль. В случае релеевского распределения это условие означает также, что уровень  $p_0$  соответствует контуру перколяции.

Введём, как и для поля анизотропии, комбинацию независимых случайных величин  $q, u$  и их первую и вторую производные  $q_i, u_i, q_{ij}, u_{ij}$ , ( $q_{ij} = Q_{ij} / \sigma_2, u_{ij} = U_{ij} / \sigma_2, i = 1, 2$ ), где  $\sigma_2$  – спектральный параметр, определённый как  $\sigma_2^2 = \langle Q_{ii}^2 \rangle = \langle U_{ii}^2 \rangle$ . Эти величины подчиняются следующим условиям:

$$p^2 = q^2 + u^2,$$

$$p_i = qq_i + uu_i,$$

$$\gamma p_i p_j + p_{ij} = \gamma(q_i q_j + u_i u_j) + qq_{ij} + uu_{ij},$$

$$\langle qu \rangle = \langle q_i u_j \rangle = \langle q_{ij} u_{kl} \rangle = \langle qu_i \rangle - \langle q_i u \rangle = 0,$$

$$\langle qq_{ij} \rangle = \langle uu_{ij} \rangle = -\frac{\gamma}{2} \delta_{ij}, \quad (7.72)$$

$$\langle q_i q_j \rangle = \langle u_i u_j \rangle = -\frac{1}{2} \delta_{ij},$$

$$\langle q_{ij} q_{kl} \rangle = \frac{1}{8} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ij} \delta_{kl}),$$

$$\gamma = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0 \sigma_2}.$$

Совместная функция распределения  $F$  для величин  $q, q_i, q_{ij}, u, u_i, u_{ij}$  выбирается гауссовой в соответствии с гипотезой о нормальном распределении возмущений метрики, скорости и

плотности материи,

$$F dq du dq_i du_i dq_{ij} du_{ij} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{12} \det M}} e^{-\frac{A}{2}} dq du dq_i du_i dq_{ij} du_{ij}, \quad (7.73)$$

$$A = v \times m^{-1} \times v^T,$$

где  $M$  – ковариантная матрица, а  $A$  – квадратичная форма 12-мерного вектора  $v(q, q_i, q_{ij}, u, u_i, u_{ij})$ . Подстановка  $p, p_i, p_{ij}$  в уравнение (7.73) из уравнения (7.72) и интегрирование по шести переменным даёт объединённую вероятность  $f dp dp_i dp_{ij}$  того, что величины  $p, p_i, p_{ij}$  лежат в интервале от  $p, p_i, p_{ij}$  до  $p + dp, p_i + dp_i, p_{ij} + dp_{ij}$ .

По аналогии с [ВЕ] дифференциальная плотность точек экстремумов подчиняется уравнению

$$n_{\text{ext}}(p) = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \int |\det(p_{ij})| f \delta(p_1) \delta(p_2) dp_{ij}, \quad (7.74)$$

где  $n_{\text{ext}}$  – плотность экстремумов. Эти экстремумы могут быть максимумами, минимумами или седловыми точками, зависящими от пределов интегрирования по  $du_{ij}$ . Эти пределы определяются величинами  $tr(p_{ij})$  и  $\det(p_{ij})$  матрицы вторых производных ( $p_{ij}$ ).

Из определений (7.71) и (7.74) найдём, что кривая генуса подчиняется следующему уравнению:

$$g(p) = n_{\text{max}}(p) + n_{\text{min}}(p) - n_{\text{sad}}(p) = \quad (7.75)$$

$$= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \int \det(p_{ij}) f(p, p_i = 0, p_{ij}) dp_{ij}.$$

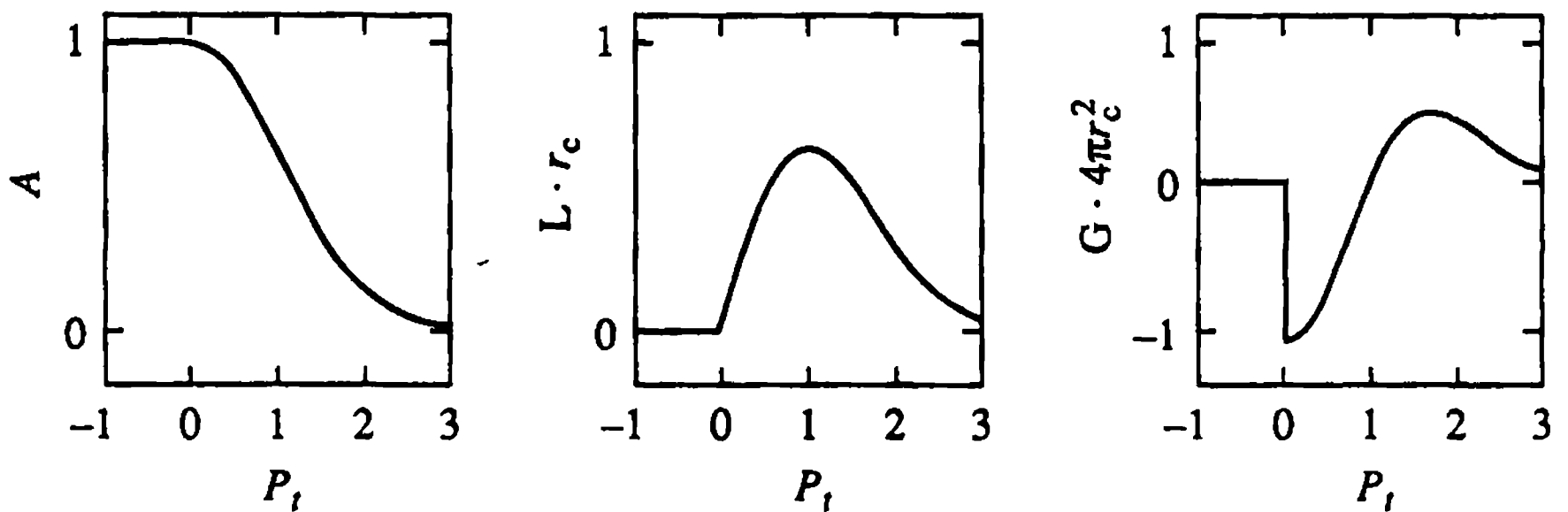
Проинтегрировав его, получаем

$$g(p) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right)^2 (p^2 - 3) e^{-\frac{p^2}{2}} \quad (7.76)$$

Тогда кривая генуса имеет вид

$$G(p) = \frac{1}{4\pi r_c^2} (p^2 - 1) e^{-\frac{v^2}{2}}. \quad (7.77)$$





**Рис. 7.26.** Функционалы Минковского  $A$ ,  $L$  и  $G$  для поля поляризации реликтового излучения.  $G$  не является непрерывной функцией в точке  $p_i = 0$  из-за наличия особых точек. Порог дан в единицах  $\sigma_0$

Условие  $G(p) = 0$  даёт нам значение  $p_0$ :

$$p_0 = 1. \quad (7.78)$$

Таким образом, принципиальным и важнейшим отличием поля модуля поляризации от поля анизотропии является сдвиг уровня перколяции с  $p_0 = 0$  (типичного для гауссова поля) до  $p_0 = 1$ , отражающий особенности релеевского распределения. Обратимся к анализу Функционалов Минковского для карт модуля “вектора” поляризации.

Геометрическая интерпретация ФМ на двумерной карте очень проста. Будем рассматривать интенсивность поляризации как двумерную поверхность в трёхмерном пространстве, как это сделано в предыдущем разделе. Если мы рассежём эту поверхность на некотором уровне  $p_i$ , то площадь карты разделится на две части: одна из них – это часть, где поляризация выше некоторого порога  $p_i$ , а другая – где поляризация ниже его,  $p < p_i$ . Для двумерного распределения ФМ соответствуют следующим величинам:

1.  $A$  – часть площади карты, где  $p > p_i$ .
2.  $L$  – длина границы между частями, где  $p < p_i$  и  $p > p_i$ , на единицу площади.
3.  $G = N_{\max} + N_{\min} - N_{\text{sad}}$  – эйлеровы характеристики на единицу площади (эквивалент генуса).

Следовательно, порог – это независимая переменная, от которой зависят все эти функционалы. Фактически третий функционал уже рассматривался нами выше при анализе уровня перколяции. Первый функционал – это  $\exp\left(-\frac{v}{2}\right)^2$  Второй функ-

ционал имеет вид [Naselsky, D. Novikov, 1998]

$$L = \frac{1}{r_c} p_l e^{-\frac{v_l^2}{2}} \quad (7.79)$$

На рис. 7.26 приведены ФМ для поля поляризации реликтового излучения. Функционалы для распределения Релея равны нулю при  $p_l < 0$ . Эти функционалы могут быть использованы для описания морфологии поля поляризации реликтового излучения таким же образом, как и для анизотропии реликтового излучения (Winitzki, Kosowski 1997).

# “ПЛАНКОВСКАЯ ЭРА” В ИЗУЧЕНИИ АНИЗОТРОПИИ И ПОЛЯРИЗАЦИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 8.1. Введение

С завершением недавних баллонных экспериментов BOOMERANG, MAXIMA-1, TOP-NAT и наземных экспериментов DASI, CBI и VSA экспериментальные исследования анизотропии и поляризации реликтового излучения вошли в новую фазу. Успешно запущенный в июне 2001 г. спутник MAP открывает новую эру в изучении анизотропии и поляризации реликтового излучения, отличающуюся от предыдущего этапа большей точностью в определении характеристик космологического сигнала, а следовательно, и космологических параметров. Речь идёт о постоянной Хаббла  $H_0$ , плотности барионной фракции материи во Вселенной  $\Omega_b$ , плотности скрытой массы  $\Omega_{\text{dm}}$ , плотности “тёмной энергии”  $\Omega_\gamma$  (вакуум?), показателе спектра адиабатических возмущений  $n$  и целом ряде других.

В 2007 г. намечен запуск международного спутника PLANCK, целью которого является измерение анизотропии и поляризации реликтового излучения с беспрецедентной точностью. Обще-признано, что планируемый эксперимент PLANCK подведёт итог более чем 35-летней истории теоретического и экспериментального изучения анизотропии и поляризации реликтового излучения и позволит вплотную приблизиться к созданию реалистической модели Вселенной.

Прежде, чем обсуждать основные особенности, вносимые в физику реликтового излучения экспериментами MAP и PLANCK, кратко суммируем результаты, достигнутые радио-астрономией и космологией в изучении анизотропии реликтового излучения. На рис. 8.1а,б приведена сводка основных результатов наблюдений спектра анизотропии реликтового фона с указанием погрешностей измерений (ссылки и описание экспериментов см. в работе [Wang, Tegmark, Zaldarriaga, 2002]) и сравнение результатов экспериментов BOOMERANG, MAXIMA-1 и

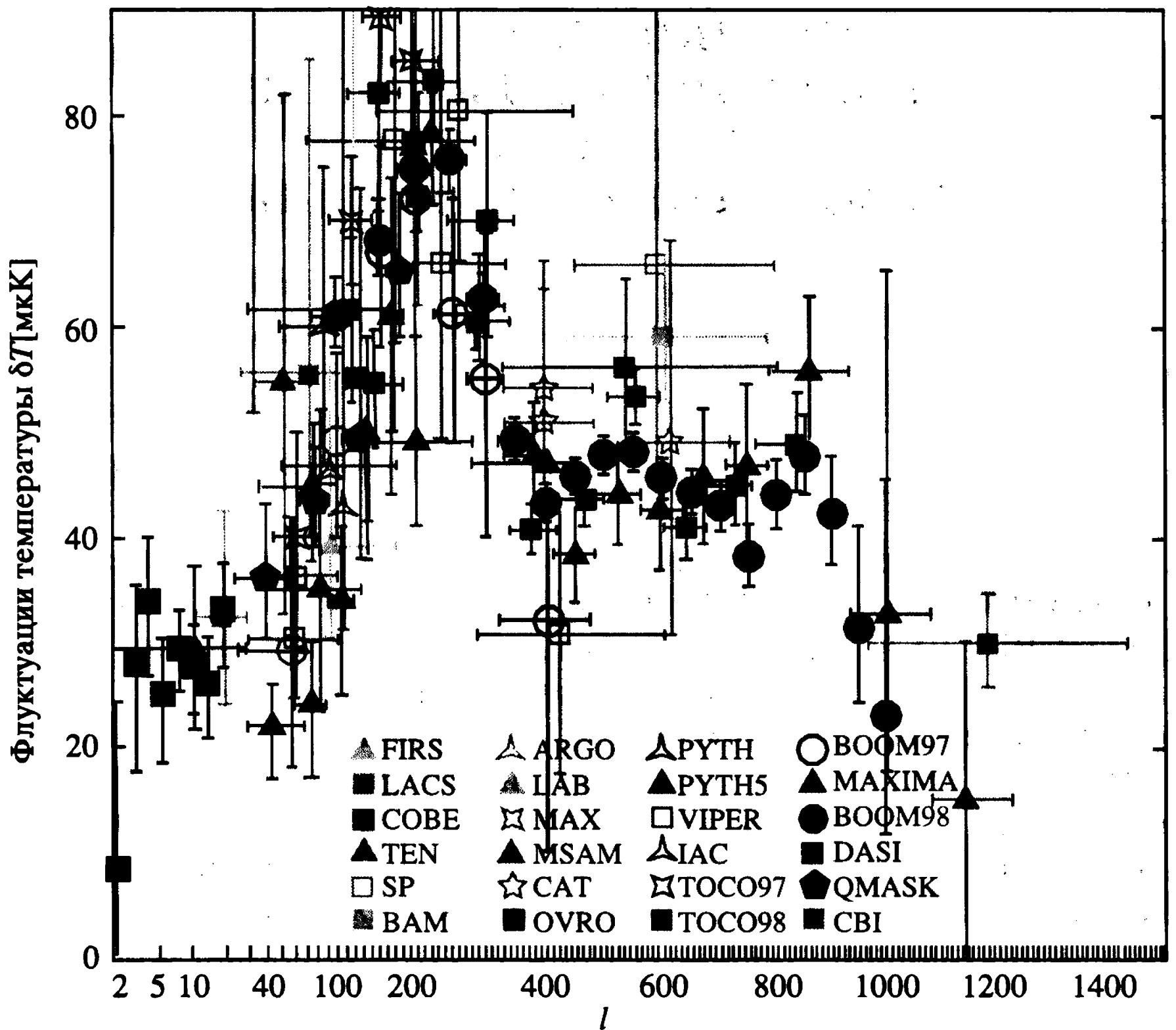


Рис. 8.1а. Зависимость  $\delta T(l)$  от номера мультиполя по данным 24-х экспериментов, завершенных в середине 2001 г. [Wang, Tegmark, Zaslardariaga, 2002]

DASI с данными эксперимента CBI. Как видно из этих рисунков, наблюдается вполне удовлетворительное согласие спектров  $C(l)$ , полученных в рамках отмеченных выше экспериментов. На основании этих данных в работе [Efstathiou et al., 2002] получены параметры CDM-модели, наилучшим образом описывающей имеющуюся совокупность наблюдательных данных (см. рис. 8.2). Согласно работе [Efstathiou et al., 2002], наилучшее согласие между предсказаниями теории и экспериментальными данными достигается в стандартной CDM-модели с адиабатическими возмущениями и следующим набором параметров:  $\Omega_b h^2 \approx 0,021$ ;  $\Omega_{dm} h^2 = 0,12$ ;  $\Omega_\Lambda = 0,7$ ;  $\Omega_k = 1 - \Omega_\Lambda - \Omega_b - \Omega_{dm} = 0$  (параметр кривизны);  $n_s = 1$  (спектр Харрисона–Зельдовича). Какие основные выводы для космологии могут быть получены из приведённого анализа наблюдательных данных?

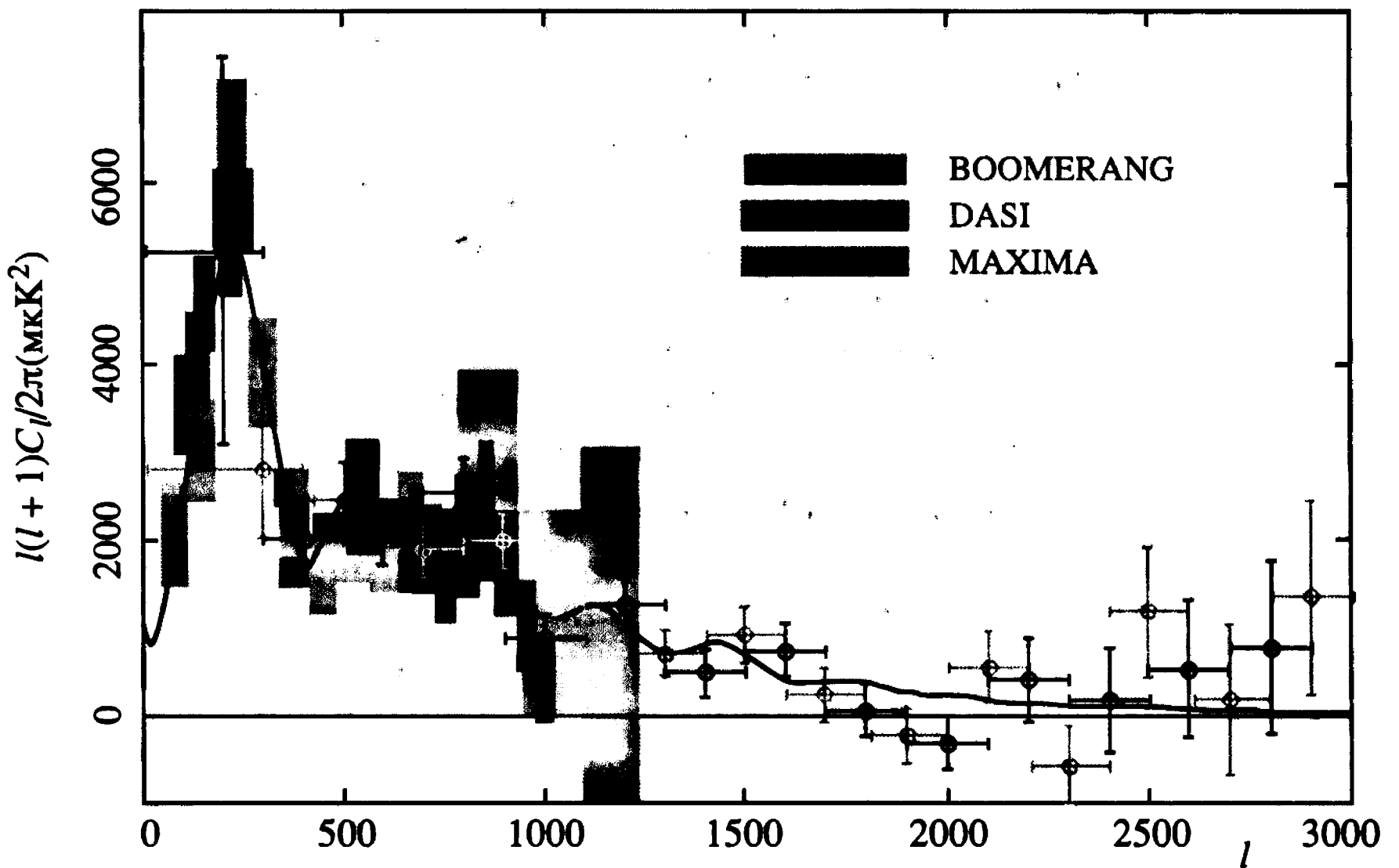


Рис. 8.16. Особенности спектра анизотропии по данным CBI [Mason et al., 2002]. Крестами отмечены данные для различных методов построения карт, заштрихованные области иллюстрируют результаты BOOMERANG, MAXIMA и DASI

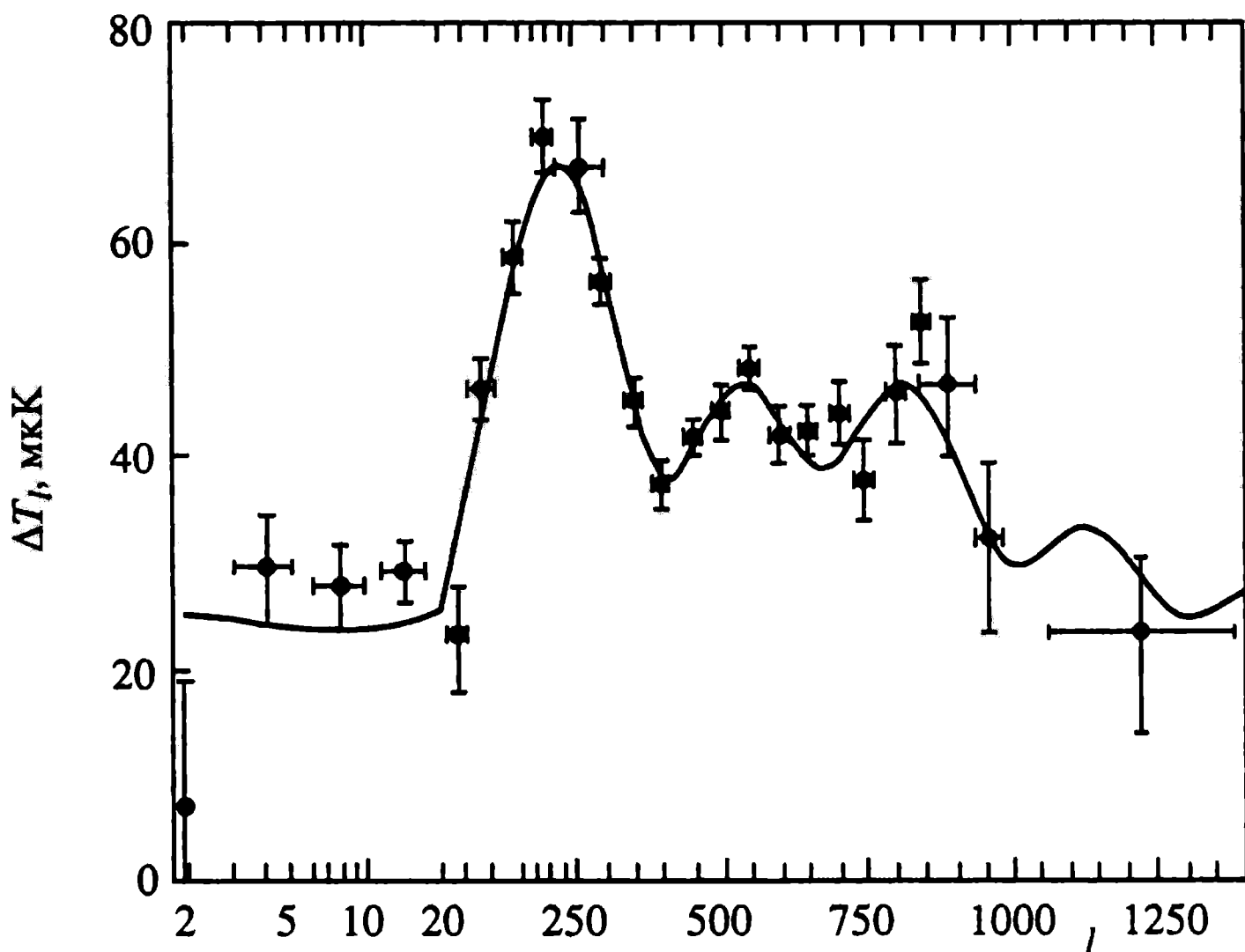


Рис. 8.2. Спектр анизотропии для CDM модели с набором параметров  $\omega_b = 0,022$ ,  $\omega_c = 0,12$ ,  $\Omega_k = 0$ ,  $\omega_\Lambda = 0,7$  [Efstathiou et al., 2002]. Сплошная линия соответствует наиболее подходящей CDM-модели

Во-первых можно определённо утверждать, что мелкомасштабная анизотропия (на углах  $\theta < 1^\circ$ ) обнаружена в полном соответствии с предсказаниями теории. Как на рис. 8.1а,б, так и на рис. 8.2 отчетливо виден первый сахаровский пик ( $l \sim 200$ ) и намечено хорошее согласие предсказаний теории и результатов экспериментов в районе второго и, возможно, третьего пиков. Такое совпадение формы теоретической кривой и экспериментальных данных свидетельствует о том, что наши представления о динамике процессов, происходивших в догалактической плазме в эпоху красных смещений  $z \leq 10^3$  с очевидностью верны.

Однако менее очевидным представляется ответ на вопрос: а какая именно космологическая модель является наилучшей? Но очевидность ответа заключается прежде всего в том, что, собственно, мы будем принимать за критерий “хорошей” или “плохой” модели. Интуитивно кажется, что чем меньше отклонение теоретического спектра анизотропии  $C_l'$  от экспериментального  $C_l^{\text{exp}}$ , тем выбранная теоретическая модель лучше других, не обеспечивающих этого минимума. Однако современные и будущие эксперименты не могут измерить спектр  $C_l^{\text{exp}}$  без погрешностей  $\Delta C_l$ . Следовательно, возникают две важнейшие задачи: минимизация погрешностей эксперимента (повышение точности предсказаний  $C_l'$  и уменьшение  $\Delta C_l$ ) и одновременное изучение природы погрешностей  $\Delta C_l$  (систематика + случайный разброс значений). В качестве иллюстрации важнейшей роли систематических и случайных погрешностей обратим внимание читателя на рис. 8.2. Как видно из этого рисунка, весь диапазон крупномасштабной анизотропии, измеренной COBE ( $l < 30$ ) оказывается вне оптимальной кривой, главным образом аппроксимирующей данные экспериментов BOOMRRANG, MAXIMA-1, DASI и CBI, о которых шла речь в предыдущих главах. Это означает, что массив наблюдательных данных, принятых к обработке, содержит систематические погрешности различных экспериментов, которые могут влиять на величину основных космологических параметров. Следуя общепринятой терминологии для наиболее важных космологических параметров, ниже мы будем использовать следующие обозначения:

а)  $\omega_b = \Omega_b h^2$  – плотность барионной фракции материи в долях критической плотности  $\rho_{\text{cr}}$ ,

б)  $\omega_c = \Omega_{\text{dm}} h^2$  – плотность CDM-фракции в долях  $\rho_{\text{cr}}$ ,

в)  $Q_{10}$  – амплитуда адиабатической моды, нормализованная на  $C_{10}^{1/2}$  при  $l = 10$ , относительно COBE-данных,

г)  $n_s$  и  $n_t$  – показатели спектра адиабатических возмущений и гравитационных волн соответственно,

д)  $r_2 = C_2' / C_2^S$  – отношение спектров гравитационных волн и адиабатических возмущений при  $l = 2$ ,

е)  $\Omega_k = 1 - \Omega_b - \Omega_c - \Omega_\Lambda$  – параметр кривизны Вселенной.

Предположим, что систематические погрешности эксперимента полностью устранены<sup>1</sup> и погрешности  $\Delta C_l$  носят статистический характер.

Зададимся вопросом: какой из будущих экспериментов, MAP или PLANCK, при выбранной модели случайных  $\Delta C_l$  сможет точнее определить космологические параметры, наилучшим образом соответствующие наблюдательным данным? Для этого, следуя работе [Bond, Efstathiou, Tegmark, 1997], рассмотрим две космологические модели, близкие друг другу по величине приведенных выше параметров. Первая из них такова:  $\Omega_k = 0$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ,  $\omega_b = 0,0125$ ,  $\omega_{dm} = 0,2375$ ,  $n_s = 1$ ,  $n_t = 0$  и  $r_2 = 0,2$ . На рис. 8.3 для этой модели  $C_l$  показано сплошной линией. Вторая модель отличается лишь 20%-ным увеличением барионной плотности и 5%-ным уменьшением плотности CDM-фракции (пунктирная линия на рис. 8.3). Сразу отметим, что обе эти модели неразличимы на основании имеющихся наблюдательных данных (см. рис. 8.1а,б) в пределах погрешностей измерений (68% – доверительный интервал). В рамках проекта MAP эти модели “различимы” на пороге чувствительности, а если принять во внимание роль систематических эффектов, практически неразличимы так же, как и в балонных экспериментах. Однако, как видно из рис. 8.3, для PLANCK эти две модели различаются существенно, начиная с мультиполей  $l \approx 400$ . Этот вывод остаётся в силе даже при учёте 5 ÷ 10%-го уровня систематических погрешностей, который в действительности должен быть ниже почти в 5 раз.

Иными словами, планируемый эксперимент PLANCK в полном смысле слова открывает новую страницу как в теоретическом, так и в экспериментальном изучении анизотропии и по-

<sup>1</sup> Естественно, это предположение далеко от реальности. По-видимому, роль “систематики” будет определяющей в оценке уровня шумов как для MAP, так и для PLANCK экспериментов. В то же время такое упрощение позволяет сравнивать погрешности различных экспериментов в определении  $C_l$  по крайней мере в академическом плане.

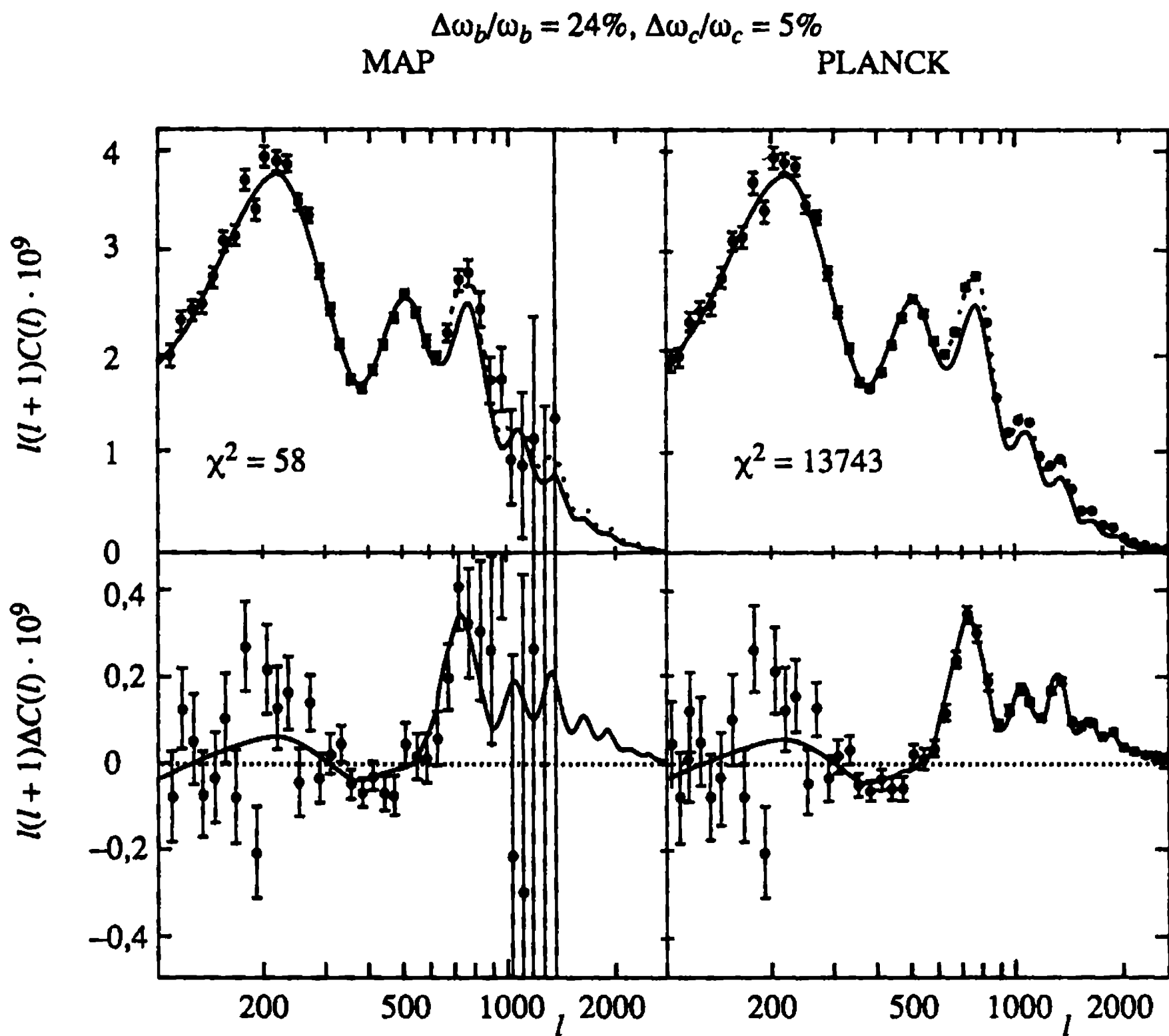


Рис. 8.3. Иллюстрация потенциальных возможностей экспериментов PLANCK и MAP

ляризации реликтового излучения, ставя новые задачи перед исследователями, лежащие за порогом чувствительности в несколько процентов. Очертим кратко горизонты этого поиска. Будем предполагать, как и раньше, что уровень систематических помех не превышает уровень случайных погрешностей. Тогда неопределённости в значениях основных космологических параметров выглядят следующим образом (табл. 8.1). В этой таблице колонка  $r_2 = 0$  соответствует ситуации, когда гравитационные волны отсутствуют, колонка  $r_2 = -7n_1$  – рассмотренной в гл. 5 инфляционной модели, базирующейся на приближении медленного изменения поля, а колонка “по const.” – возможностям эксперимента измерять космологические параметры без каких-либо дополнительных предположений о характеристиках гравитационных волн. Потенциальные возможности эксперимента PLANCK даже с оговоркой о важности учёта систематических погреш-



Таблица 8.1

Параметр	MAP			PLANCK		
	no const.	$r_2 = -7n_t$	$r_2 = 0$	no const.	$r_2 = -7n_t$	$r_2 = 0$
$\delta\omega_b/\omega_b$	0,052	0,028	0,030	0,0064	0,0056	0,0056
$\delta\omega_c/\omega_c$	0,097	0,028	0,031	0,0042	0,0042	0,0039
$\delta Q$	0,0066	0,0047	0,0050	0,0013	0,0010	0,0011
$\delta r$	0,49	0,043	–	0,33	0,023	–
$\delta n_s$	0,030	0,0061	0,0098	0,0049	0,0032	0,0042
$\delta n_t$	0,56	0,0061	–	0,40	0,0032	–
$\delta h/h$	0,082	0,020	0,028	0,0045	0,0045	0,0041
$\delta\Omega_\Lambda$	0,16	0,049	0,068	0,012	0,012	0,011

ностей впечатляют на фоне возможностей MAP, не говоря уже о баллонных экспериментах.

Напрашивается вопрос: чем обусловлена такая высокая чувствительность планируемого эксперимента PLANCK и какими методами она будет достигнута? Для ответа на него приведём формальное описание проекта, детали которого можно найти на web-странице PLANCK<sup>2</sup>. Прежде всего, уникальные возможности PLANCK базируются на двух инструментах, LFI и HFI, имеющих соответственно 56 детекторов в диапазоне 30÷100 ГГц и 56 детекторов в диапазоне 100–857 ГГц. Выбор 10 частотных каналов обусловлен необходимостью мультимчастотной фильтрации галактических и внегалактических помех. В табл. 8.2 приведены дисперсия анизотропии реликтового излучения, дисперсия пиксельного шума  $\sigma_{\text{noise}}$ , размер пикселей и полуширина диаграммы направленности антенны для всех частотных каналов PLANCK [Vielva et al., 2001]. Три HFI канала – 143, 217 и 545 ГГц будут осуществлять измерение поляризации реликтового излучения. Ожидается, что для первых двух диапазонов уровень галактических и внегалактических помех должен быть минимальным по сравнению с другими диапазонами (см. следующий раздел).

Запуск спутника PLANCK планируется на февраль 2007 г. с выводом на орбиту вокруг второй точки Лагранжа L2. Начало наблюдений радионеба – июль 2007 г. Предварительный вариант стратегии сканирования неба схематически показан на рис. 8.4. Общее вращение спутника осуществляется в плоскости эклипти-

<sup>2</sup> <http://astro.estee.esa.nl/PLANCK>.

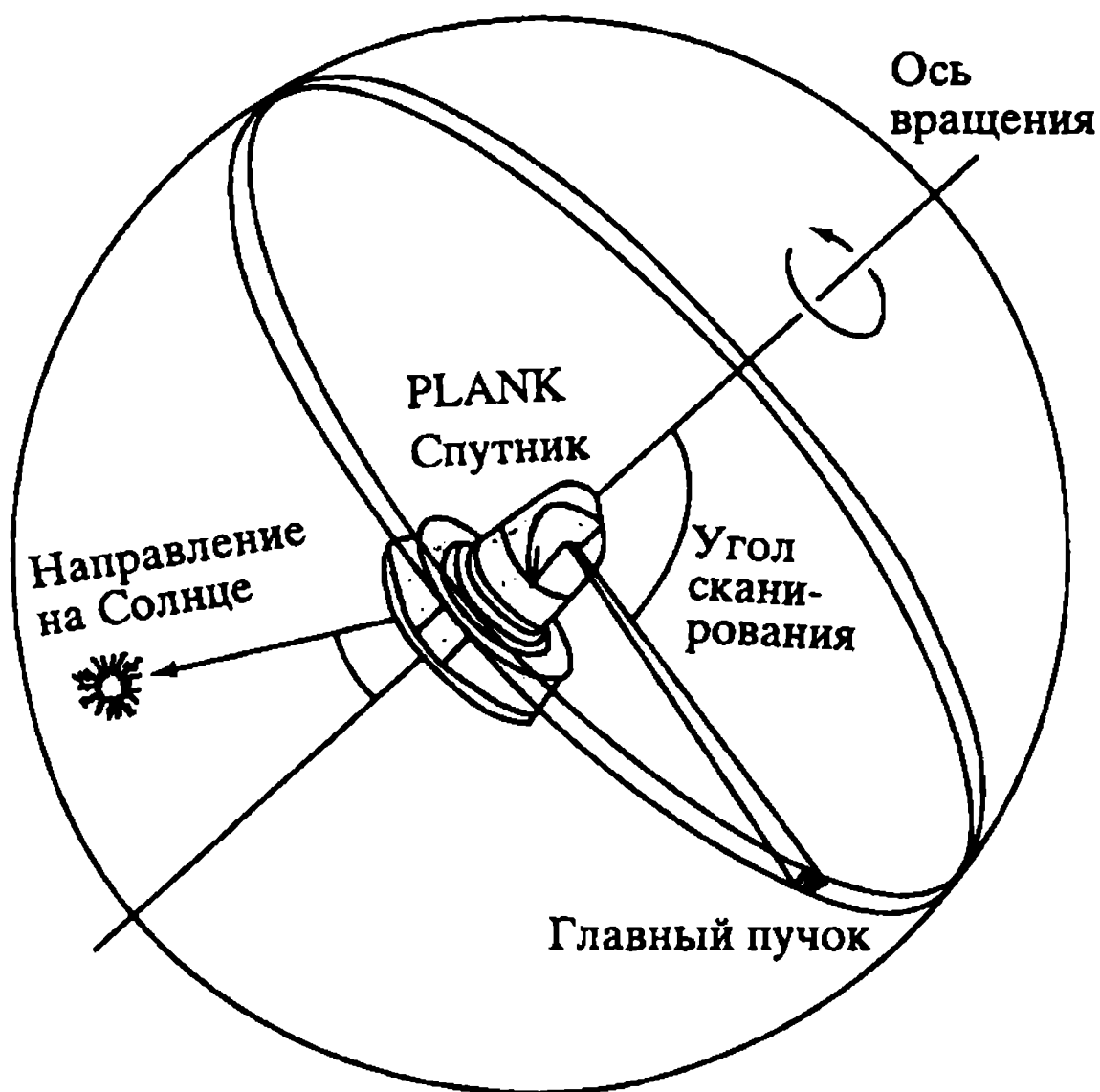


Рис. 8.4. Стратегия сканирования радионеба в эксперименте PLANCK. Угол между осью вращения и оптической осью составляет  $85^\circ$

Таблица 8.2

Частота, ГГц	$\sigma_{\text{СМВ}}, 10^{-5}$	$\sigma_{\text{noise}}, 10^{-5}$	FWHM, мин. дуги	Размер пикселей, мин. дуги
857	4,47	2221,11	5,0	1,5
545	4,47	48,951	5,0	1,5
353	4,48	4,795	5,0	1,5
217	4,43	1,578	5,5	1,5
143	4,27	1,066	8,0	1,5
100(HFI)	4,07	0,607	10,7	3,0
100(LFI)	4,10	1,432	10,0	3,0
70	3,88	1,681	14,0	3,0
44	3,43	0,679	23,0	6,0
30	3,03	0,880	33,0	6,0

ки с сохранением ориентации Солнце–Земля–спутник. Ось вращения спутника остаётся неизменной в выбранной системе координат в течение часа и за это время оптическая ось (Главный пучок на рис. 8.4) совершает 60 или 120 оборотов (при фиксированной ориентации оси вращения)<sup>3</sup>. Затем ориентация оси вращения изменяется на  $2,5'$  и так – каждый час. В силу смещения положения спутника по отношению к L2 и его вращения

<sup>3</sup> В различных вариантах стратегии сканирования обсуждаются именно эти две возможности.

имеет место медленный выход орбиты из плоской эклиптики на угол  $\leq 10^\circ$ . Планируется, что в течение первого года наблюдений будет покрыто всё радионебо. Особое отличие проекта PLANCK от уже реализованных проектов по измерению анизотропии и поляризации реликтового излучения заключается в детальнейшем анализе, моделировании и разработке методов устранения эффектов систематики, включающих калибровку профиля антенны, устранении низкочастотных шумов ( $1/f$  – шум) и др. (см. подробнее web-страницу PLANCK).

В то же время, при всей важности и актуальности проблем устранения систематики наибольший интерес, естественно, представляют новые горизонты физики реликтового излучения, на которых мы хотим остановиться более подробно в следующих разделах.

## **8.2. Вторичная анизотропия и поляризация реликтового излучения в эпоху реионизации**

Этот раздел описывает одну из новых страниц физики реликтового излучения, написанную научным сообществом в последние десятилетия под влиянием впечатляющих достижений экспериментов. Ещё двадцать лет назад гипотеза о более сложном характере ионизационной истории космической плазмы, чем предсказывалось стандартной моделью рекомбинации [Reeblies, 1968; Зельдович, Курт и Сюняев, 1969], обсуждалась в литературе применительно к проблеме отсутствия анизотропии реликтового излучения на уровне  $\Delta T/T \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ . В начале 80-х годов прошлого века вряд ли кто-нибудь всерьёз ожидал, что развитие оптической и радиоастрономии в буквальном смысле перевернёт наши представления о строении и эволюции Вселенной и откроет не только теоретические, но, что наиболее важно, и экспериментальные возможности изучения процесса зарождения структур во Вселенной. Тем не менее сейчас, после открытия объектов с красными смещениями  $z \geq 6$ , после открытия крупно- и мелкомасштабной анизотропии реликтового излучения на повестке дня стоит анализ новых возможностей теории строения и эволюции Вселенной, в создании которой значительная роль отводится физике реликтового излучения. Грандиозность задачи диктует требования, предъявляемые к теории и эксперименту, стимулируя их развитие. Применительно к физике релик-

тового излучения это заставляет по новому взглянуть на процессы формирования его анизотропии и поляризации, принимая во внимание тот факт, что это излучение распространяется к нам не в пустоте, а в пространстве, заполненном формирующимися или уже сформировавшимися галактиками и скоплениями галактик.

Эволюция этих объектов подобно гигантскому реактору трансформирует гравитационную энергию материи в излучение, приходящееся на разные диапазоны спектра и искажающее свойства среды, через которую реликтовое излучение доходит от поверхности “последнего рассеяния” квантов (при  $z \sim 10^3$ ) к наблюдателю ( $z = 0$ ). Термин “последнее рассеяние” теперь уже совершенно оправданно нужно заключать в кавычки, поскольку кванты реликтового излучения испытывают, к счастью, незначительное рассеяние по пути.

Сразу оговоримся, что как только мы “уходим” на уровень сигналов, генерируемых в эпоху вторичной ионизации плазмы, мы вплотную приближаемся к пределу чувствительности и углового разрешения современных и планируемых экспериментов. Поэтому в теоретических исследованиях эффектов генерации вторичной анизотропии нужно ввести разумное ограничение по уровню сигнала, которое автоматически ограничит и типы процессов, обеспечивающих формирование анизотропии и поляризации выше заданного предела. В качестве такого разумного порога естественно выбрать предел  $\Delta T \sim 1 \div 3$  мкК на площадке  $1,5' \times 1,5'$ , соответствующий пределу чувствительности как по амплитуде, так и по угловому размеру будущего эксперимента PLANCK. Тогда мы автоматически сужаем круг физических процессов, ответственных за формирование анизотропии реликтового излучения до следующей последовательности: эффект ослабления первичной анизотропии, линейный и квадратичный эффект Доплера и эффекты линзирования.

Эти эффекты отражают проявление как гравитационного влияния эволюционирующих возмущений на реликтовое излучение, так и эффекты дополнительного рассеяния, возникающего на сравнительно небольших красных смещениях  $z \leq 1 \div 20$ .

### **8.2.1. Ослабление первичной анизотропии и генерация поляризации**

Здесь мы прежде всего хотели бы особо подчеркнуть тот факт, что основную роль в формировании вторичной анизотропии реликтового излучения в эпоху реионизации играет фон космо-

логической скрытой массы, в которой частицы не взаимодействуют электромагнитным образом с фотонами реликтового излучения. Поэтому возмущения в скрытой массе развиваются независимо от реликтового излучения. Второй важнейший вывод, который следует из сравнения предсказаний теории и данных BOOMERANG и MAXIMA-1 и имеющий важнейшее предсказательное значение для MAP и PLANCK, заключается в том, что реионизация космической плазмы не сопровождалась значительным повышением оптической толщи  $\tau_T$  по томпсоновскому рассеянию и наиболее вероятные ограничения на  $\tau_T$  дают:  $\tau_T \leq 0,1 + 0,3$  [Tegmark, Zaldarriaga, 2000].

В то же время для анализа вторичной анизотропии реликтового излучения, порождаемой рассеянием квантов на электронах в эпоху реионизации, принципиально важным является возникновение этого “вторичного контакта”, который немедленно сопровождается доплеровским рассеянием. Это дополнительное рассеяние на сравнительно поздних этапах эволюции приводит прежде всего к ослаблению уровня первичной анизотропии на фактор  $e^{-\tau}$ , который не превышает 10% при  $\tau \sim 0,1$  и 40% при  $\tau \approx 0,3$ . В то же время, если принимать во внимание ожидаемую чувствительность эксперимента PLANCK, это ослабление обнаружимо, особенно, если речь идёт о поляризационных эффектах [Naselsky, Schmalzing, Sommer-Larsen, Hannestad, 2001]. Для иллюстрации этого тезиса рассмотрим несколько модификаций уже не раз использованной космологической модели  $\Lambda$ CDM со следующим набором параметров:  $\omega_c = 0,127$ ,  $\omega_b = 0,019$ ,  $\Omega_\Lambda = 0,7$ ,  $h = 0,65$ ,  $\Omega_k = \Omega_c = 0$ .

На рис. 8.5 приведено сравнение результатов моделирования спектра анизотропии реликтового излучения с данными экспериментов BOOMERANG, MAXIMA и CBI для различных модификаций исходной космологической модели. В качестве красного смещения эпохи реионизации выбрано красное смещение  $z_{re} = 15$ , обеспечивающее достижение оптической толщи  $\tau_T \approx 0,2$ . Для сравнения на рис. 8.5 приведены спектры анизотропии реликтового излучения в моделях, близких к стандартной, и включающих гравитационные волны ( $r_2 = 0,15$ ), слабый наклон спектра мощности для адиабатических мод по отношению к спектру Харрисона–Зельдовича ( $n = 0,95$ ), модель с “затянутой” рекомбинацией ( $\epsilon_\alpha = 7$ ).

Как видно из рис. 8.5, в рамках наблюдательного массива данных, эти модели практически не отличаются друг от друга. В то же время на уровне чувствительности эксперимента PLANCK

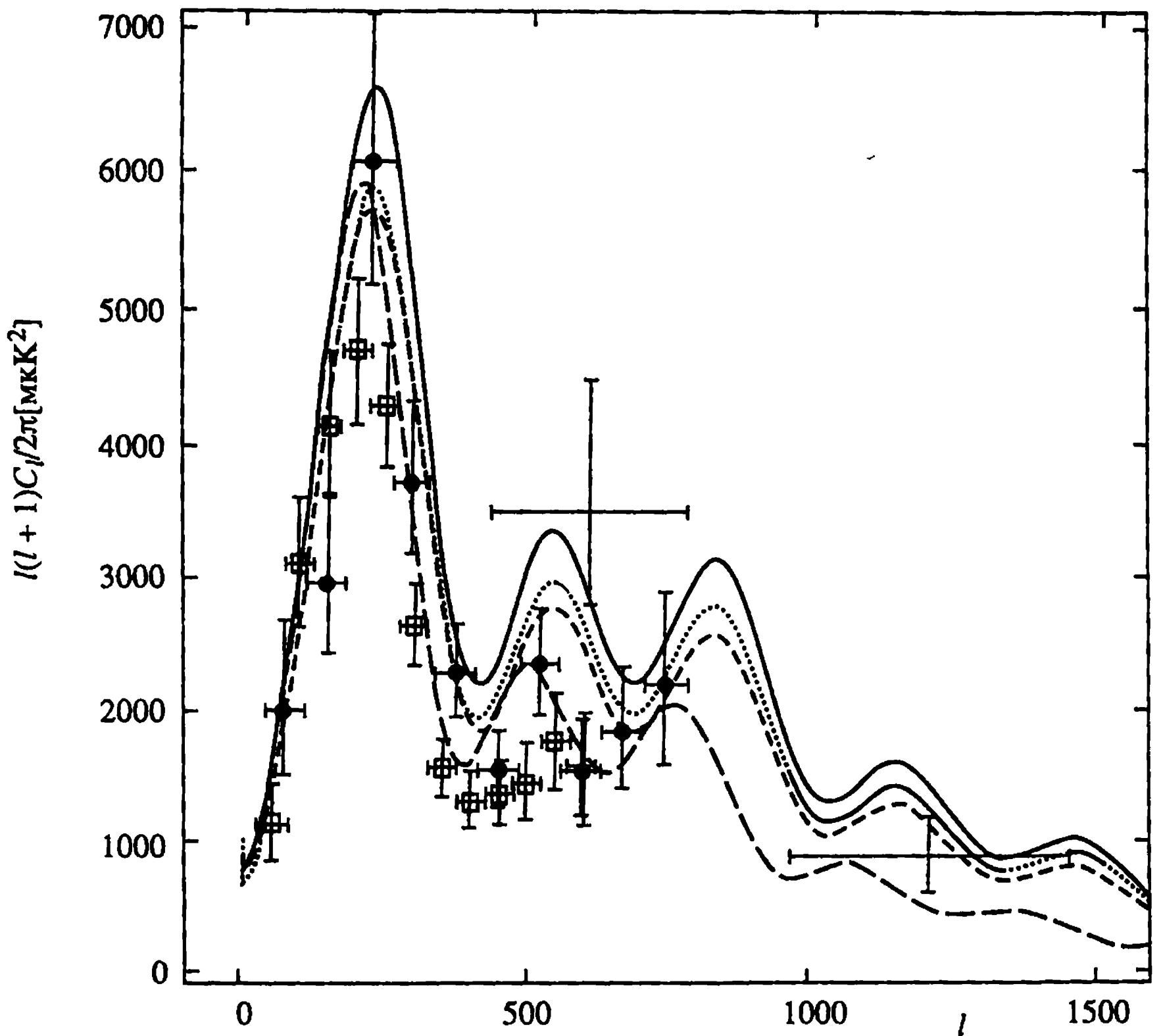


Рис. 8.5. Спектр анизотропии для различных моделей. Сплошная линия соответствует стандартной модели (см. рис. 8.2). Линия из длинных штрихов соответствует модели с затянутой рекомбинацией, линия из коротких штрихов – спектру с  $n = 0,95$ , а пунктирная линия – стандартной модели с оптической толщиной реионизации  $\tau \approx 0,1$

все они будут существенно отличаться друг от друга (см. табл. 8.1).

Особый интерес привлекает к себе реакция спектра  $E$ -моды поляризации реликтового излучения на эпоху вторичной ионизации. В отличие от анизотропии, которая главным образом уменьшается в диапазоне  $l \leq 10^3 \div 2 \cdot 10^3$ , в спектре мощности поляризации возникают существенные аномалии, отражающие особенности ионизационной истории в этот период (рис. 8.6 и 8.7).

Физика генераций этих аномалий была детально исследована (см. ссылки в работе [Zaldarriaga, 1997]). Гипотеза, лежащая в основе этого анализа заключается в том, что реионизация водорода в эпоху с красным смещением  $z_{re}$  осуществляется за харак-

Рис. 8.6. То же, что и на рис. 8.5, но для поляризации. Обозначения линий те же, что и на рис. 8.5

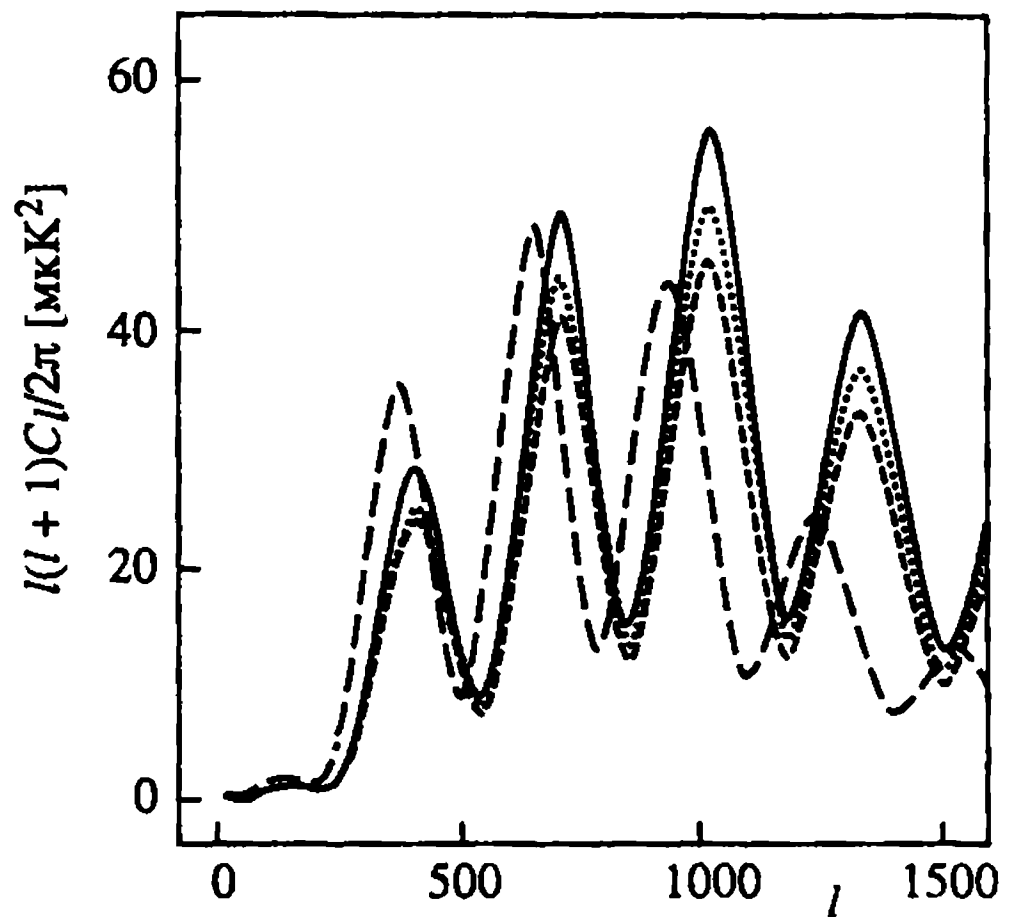
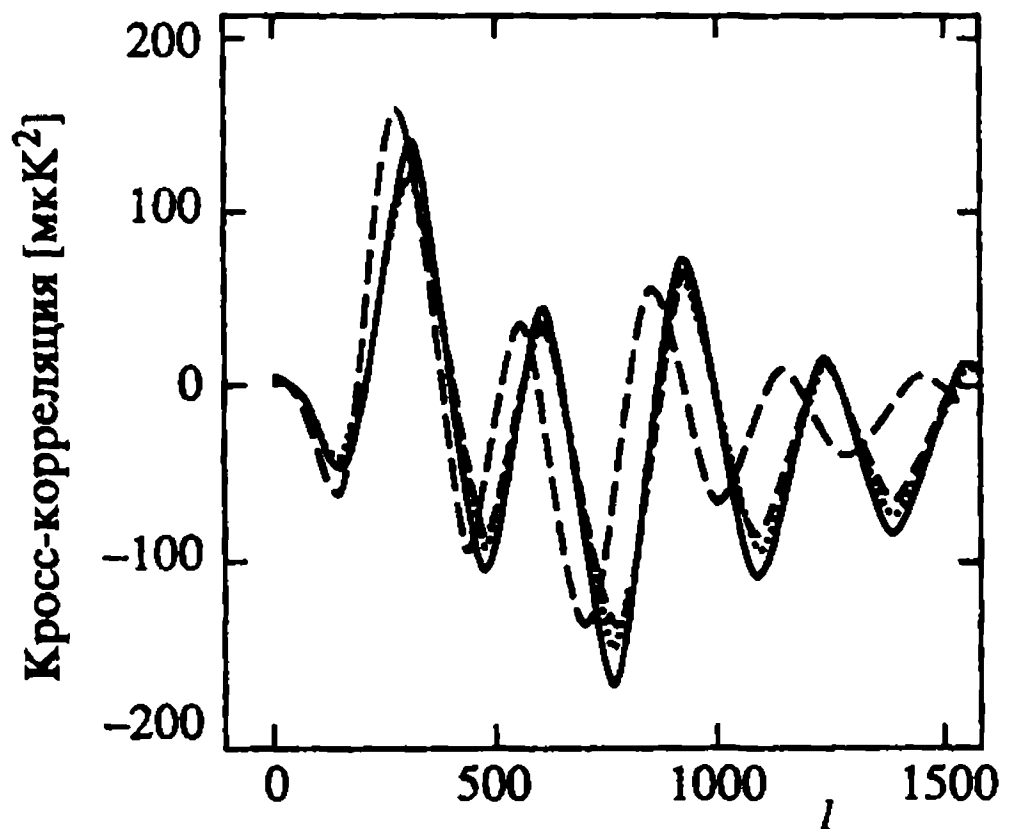


Рис. 8.7. Кросс-корреляция анизотропии и поляризации. Обозначения линий те же, что и на рис. 8.5



терные времена  $\Delta z \ll z_{\text{rec}}$ . Фактически, в нулевом приближении можно считать, что при  $z > z_{\text{re}}$  степень ионизации водорода  $x_{\text{H}} = 0$ , а при  $z < z_{\text{re}}$   $x_{\text{H}} = 1$ , т.е. весь водород полностью ионизован. Тогда уровень дополнительно генерируемой поляризации легко оценить следующим образом. В гл. 6 мы уже отмечали, что основным источником поляризации реликтового излучения является рассеяние квантов на электронах, движущихся в поле реликтового излучения. Для генерации поляризации при рассеянии важна квадрупольная компонента  $\Delta T/T \propto \nu_b$ , где  $\nu_b$  – пекулярная скорость электронов. Таким образом, уровень эффекта оказывается порядка  $\Delta p(k) \propto k\tau_T \Delta T$ , где  $k$  – волновой вектор и  $\Delta_p(k)$  – амплитуда поляризации в каждой точке  $k$  [Zaldarriaga, 1997].

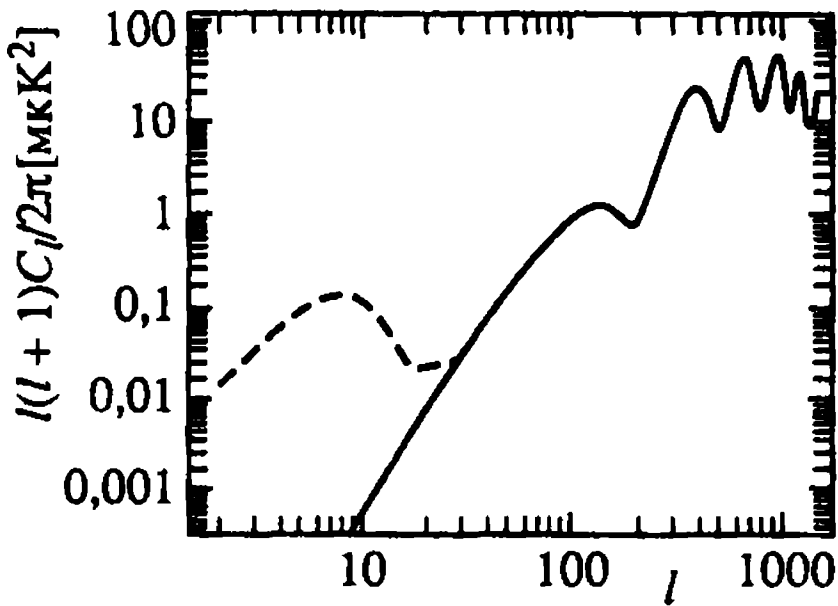


Рис. 8.8. Спектр  $E$  компоненты поляризации в стандартной CDM-модели при оптической толще реионизации  $\tau = 0,1$  (штриховая линия). Сплошная линия соответствует sCDM модели

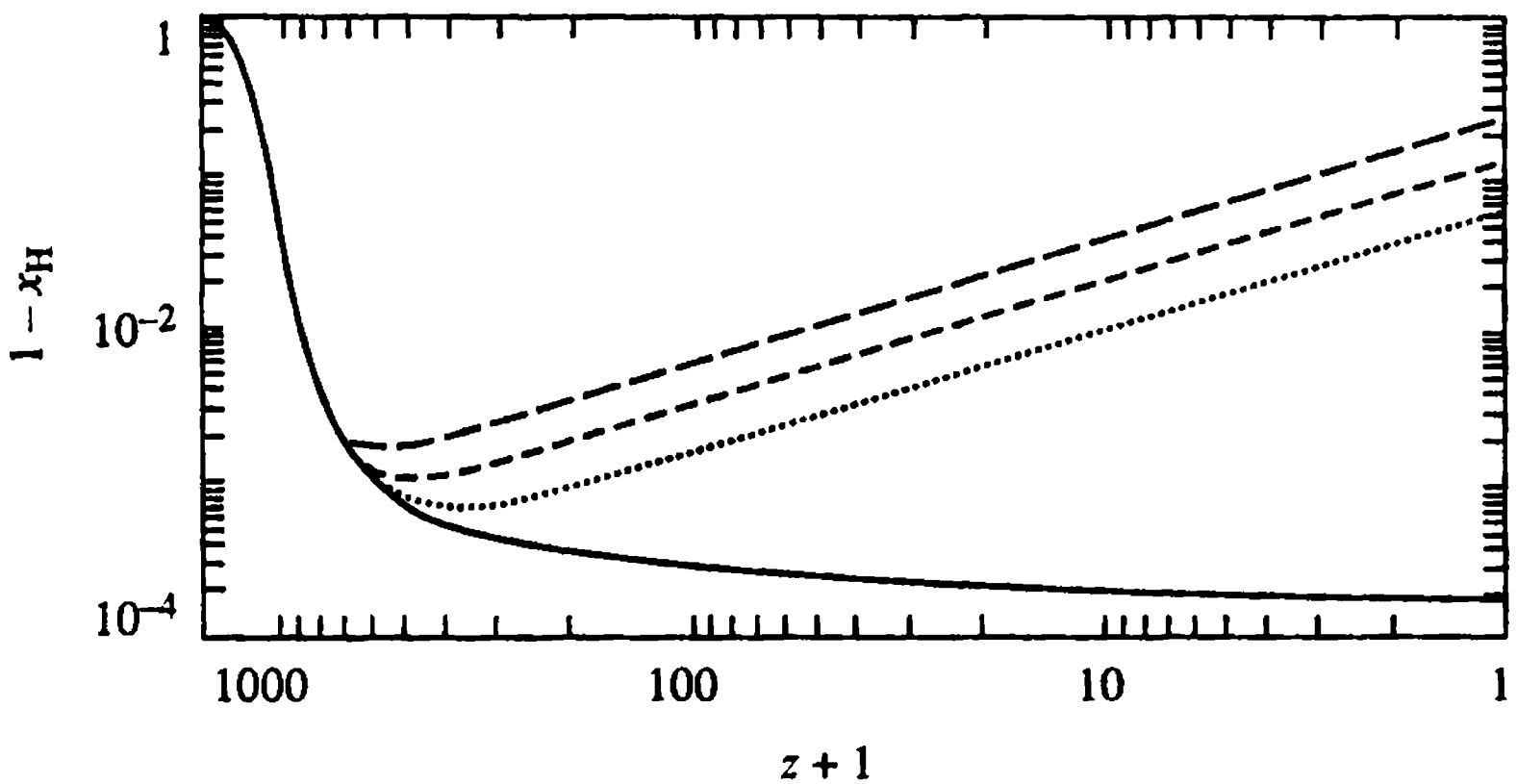


Рис. 8.9. Фракция ионизованного водорода в различных моделях мощности ионизатора. Пунктирная линия соответствует  $\epsilon_i = (1 + z)^{-1}$ ; линия из коротких штрихов соответствует  $\epsilon_i = 2(1 + z)^{-1}$ ; линия из длинных штрихов –  $\epsilon_i = 3(1 + z)^{-1}$ ; сплошная линия – стандартная модель

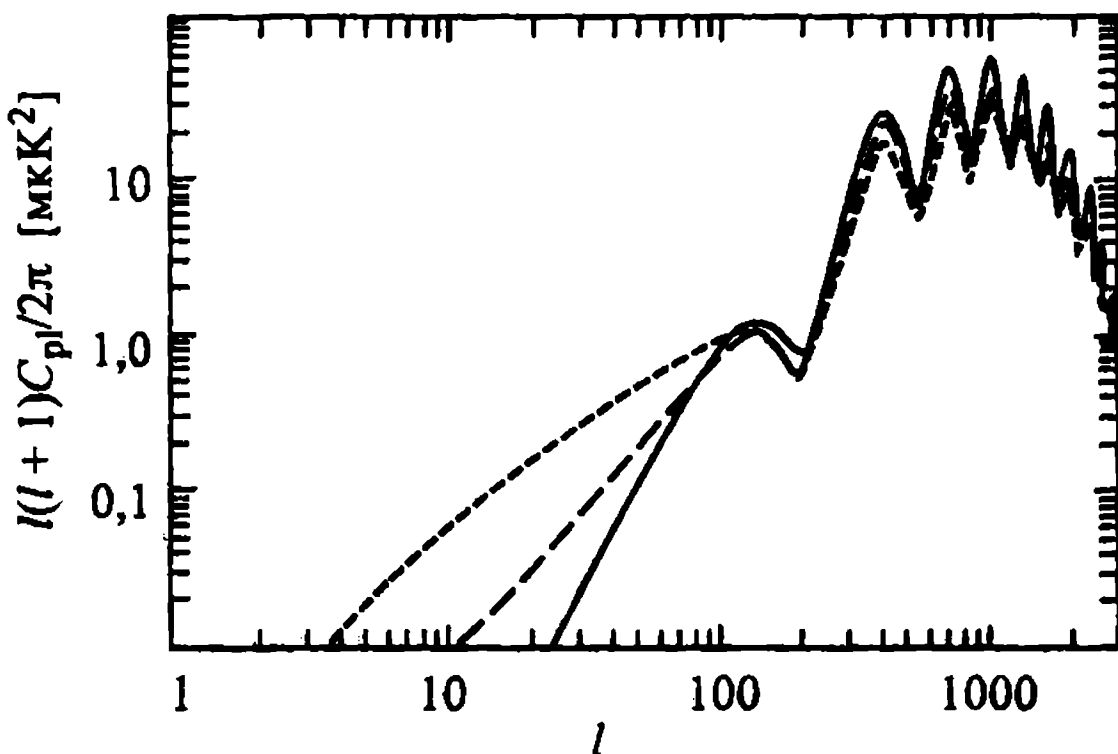


Рис. 8.10. Поляризация, соответствующая режимам, показанным на рис. 8.9. Сплошная линия соответствует стандартной модели, линия из коротких штрихов соответствует  $\epsilon_i = 3(1 + z)^{-1}$ , а из длинных штрихов –  $\epsilon_i = 2(1 + z)^{-1}$



Детальный численный анализ динамики генерации поляризации можно проделать с помощью уже упоминавшегося пакета программ CMBFAST.

На рис. 8.8 приведено поведение поляризации реликтового излучения в стандартной CDM-модели с учётом реионизации ( $\tau \approx 0,1$ ) из работы [Zaldarriaga, 1997]. Как видно из этого рисунка, основной особенностью спектра является появление пика в диапазоне  $l \leq 10$  и практическое сохранение формы спектра в диапазоне  $l > 40$ , как и в модели с  $\tau_T = 0$ . Заметим, что генерация подобных пиков в спектре мощности поляризации является типичной для всех космологических моделей, включающих практически мгновенное изменение степени ионизации водорода в эпоху  $z_{re}$ . Возникает вопрос, а как изменяются предсказания теории, если реионизация водорода осуществляется не скачкообразно, а постепенно, начиная с красных смещений  $z \gg 10^2$  и до  $z \sim 5 \div 10$ . Один из возможных вариантов такого ионизационного решения был рассмотрен Дорошкевичем и Насельским [Doroshkevich, Naselsky, 2002] применительно к модели распада сверхмассивных частиц, обуславливающих поток космических лучей сверхвысоких энергий у поверхности Земли. Распады этих частиц, начиная с эпохи рекомбинации водорода и вплоть до настоящего времени, приводят к постепенной ионизации водорода, динамика которой приведена на рис. 8.9 (обозначения см. в разделе 3.11).

На рис. 8.10 приведена зависимость спектра мощности поляризации для моделей ионизатора, показанных на предыдущем рисунке. Как видно из рис. 8.10, пик в спектре мощности в этом случае не формируется, однако происходит значительное, более чем на порядок, повышение мощности в диапазоне  $l \leq 20$ . Возникает вопрос, а можно ли детектировать подобные особенности ионизационной истории, проявляющие себя в поляризационном спектре, с помощью экспериментов MAP и PLANCK? Оставляя до следующего подраздела вопрос о роли галактических и внегалактических шумов в поляризационных экспериментах, приведём на рис. 8.11 сравнительную чувствительность поляризационных измерений для MAP и PLANCK. Как видно из этого рисунка, при  $20 < l < 100$  чувствительность PLANCK намного превосходит возможности MAP и лимитируется, в основном, влиянием галактических и внегалактических помех и уже упоминавшимся в гл. 5 эффектом “cosmic variance”. Для последнего уровень погрешностей  $\Delta C_L / C_l \sim (l \cdot f_{sky})^{-1/2}$  для  $l \leq 200$  оказывается порядка  $10\% (l/100)^{-1/2}$  при полном покрытии неба ( $f_{sky} = 1$ ).

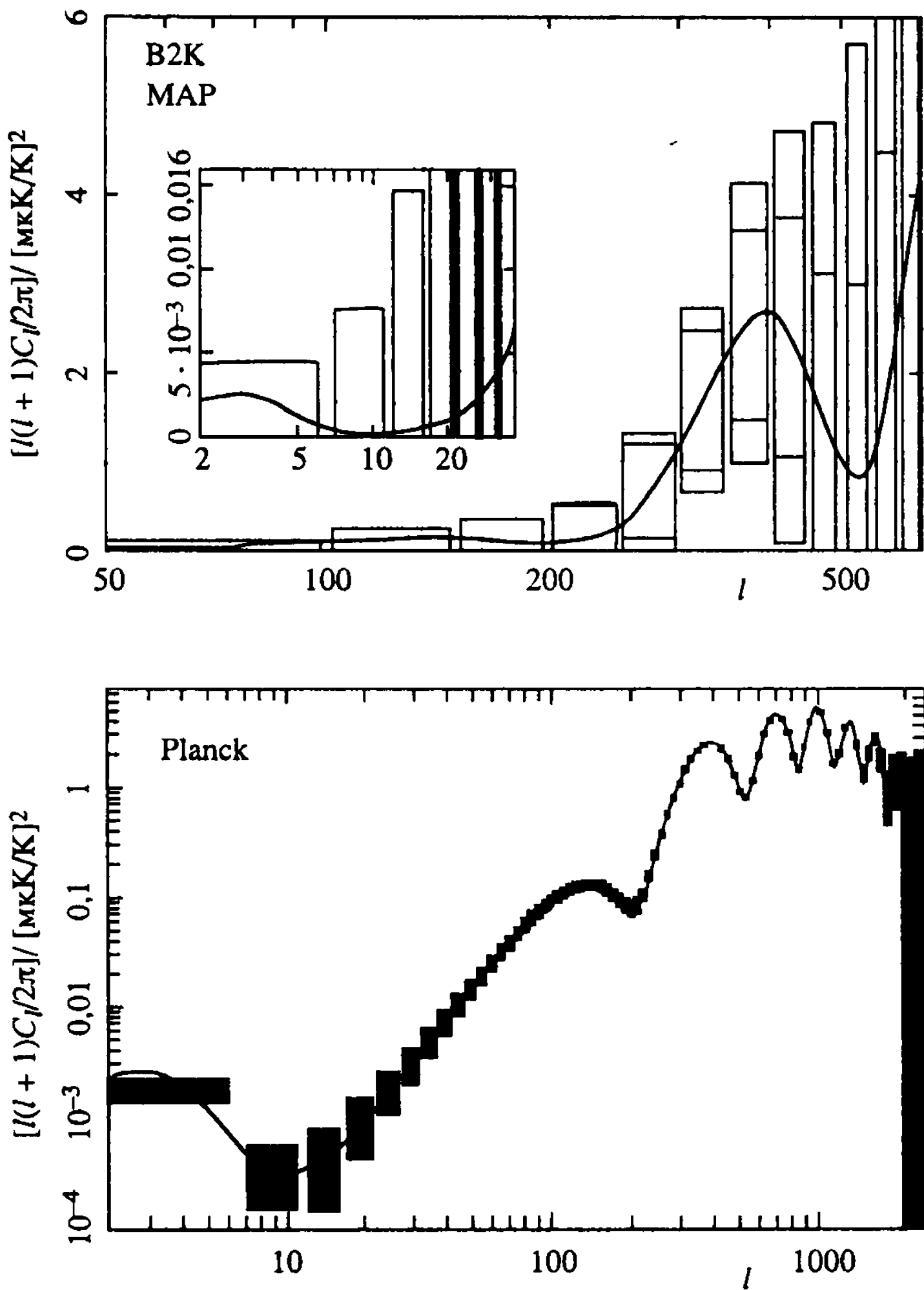


Рис. 8.11. Сравнения возможности измерения  $E$  компоненты поляризации для MAP и PLANCK

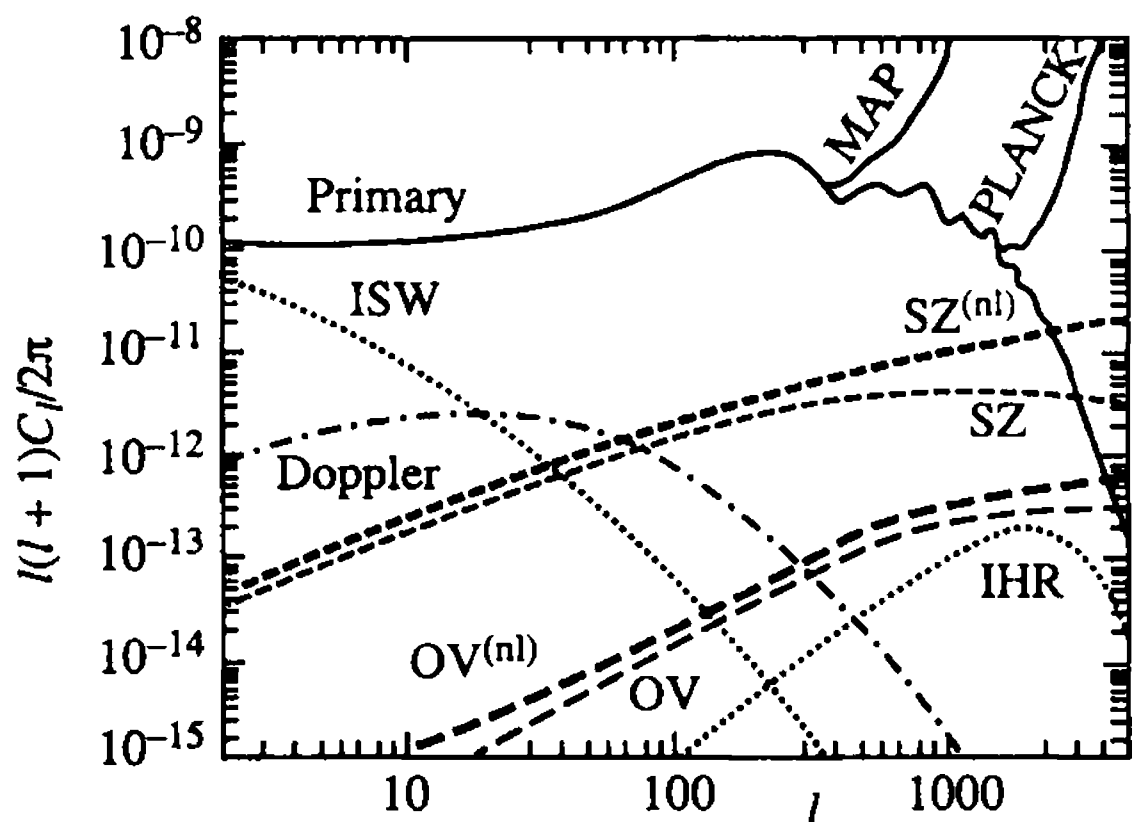
Как видно, даже при  $l \sim 10$ , где отклонения спектра ожидаются на уровне нескольких единиц, они будут надёжно детектированы с помощью поляризационных измерений PLANCK. Таким образом, одним из важнейших элементов физики реликтового излучения, связанным с запуском этого спутника, является уникальная возможность тестирования эпохи с  $z < 10^3$ , позволяющая приблизиться к современному возрасту Вселенной посредством поляризационных измерений.

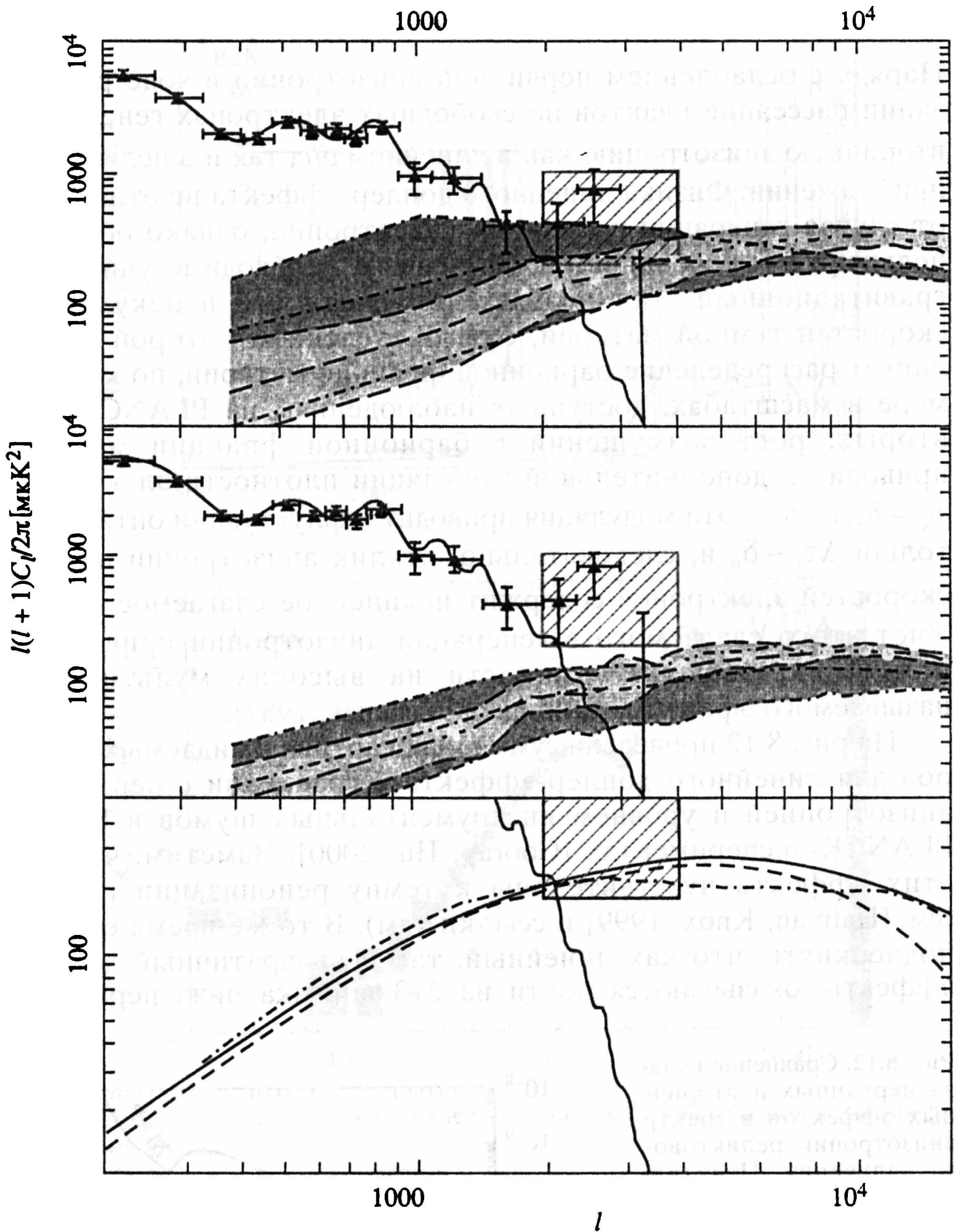
### 8.2.2. Линейный и квадратичный доплер-эффект

Наряду с ослаблением первичной анизотропии в ходе реионизации рассеяние квантов на свободных электронах генерирует вторичную анизотропию как в линейном  $v/c$ , так и в нелинейном приближении. Физика линейного доплер-эффекта не отличается от случая генерации первичной анизотропии, однако обладает целым рядом особенностей. Во-первых, необходимо учитывать гравитационный рост возмущений плотности и peculiar скоростей темной материи, с распределением которой коррелирует распределение барионной фракции материи, по крайней мере в масштабах, доступных наблюдениям на PLANCK. Во-вторых, рост возмущений в барионной фракции материи приводит к дополнительной модуляции плотности электронов  $n_e = \bar{n}_e (1 + \delta_b)$ . Эта модуляция приводит к флуктуации оптической толщи  $\Delta\tau_T \sim \delta_b$  и, следовательно, отклик анизотропии на поле скоростей электронов содержит нелинейное слагаемое  $\sim \delta \cdot v_b$ . Учёт этого слагаемого в генерации анизотропии приводит к появлению избытка мощности на высоких мультиполях, называемого эффектом Вишняка [Vishniak, 1987].

На рис. 8.12 приведена суммарная картина ожидаемых спектров для линейного доплер-эффекта в сравнении с первичной анизотропией и уровнем инструментальных шумов в MAP и PLANCK-экспериментах [Cooray, Hu, 2000]. Заметим, что оба этих эффекта чувствительны к темпу реионизации плазмы (см. [Naïman, Knox, 1999] и ссылки там). В то же время следует подчеркнуть, что как линейный, так и квадратичный доплер-эффекты оказываются почти на 2÷3 порядка ниже первичной

Рис. 8.12. Сравнение вклада первичных и вторичных эффектов в спектр анизотропии реликтового излучения. Пунктирная линия соответствует эффекту Сакса-Вольфа (ISW), штрих-пунктирная — линейному доплер-эффекту,  $OV^{nl}$  и  $OV$  означают эффект Вишняка в нелинейном и линейном приближениях. SZ — эффект Зельдовича-Сюняева в этих же приближениях. IHR — эффект Риса-Шиамы





**Рис. 8.13.** Высокомультимольный участок спектра анизотропии, включая область эффекта Зельдовича–Сюняева. Серые области показывают зависимость эффекта от нормировки амплитуды возмущений. Подробности см. в работе [Mason et al., 2002]

анизотропии в диапазоне  $l < 2000$  и их экспериментальное изучение представляют серьёзную проблему для PLANCK.

На этом же рисунке показаны вклады от эффекта Зельдовича–Сюняева, детально описанного в гл. 3, с учётом пространственного распределения скоплений галактик в эпоху их формирования. Как и для доплер-эффекта, вклад от эффекта Зельдовича–Сюняева оказывается на  $1\div 2$  порядка ниже уровня первичной анизотропии и уровня инструментального шума в диапазоне  $l < 2000$ . В диапазоне  $l > 2000$  роль эффекта Зельдовича–Сюняева становится заметной. Более того, частотная зависимость  $C_l$  позволяет надеяться, что этот эффект будет детально изучен в рамках проекта PLANCK. В значительной мере наш оптимизм базируется на недавних результатах наземного эксперимента CBI [Mason et al., 2002; Bond et al., 2002], в рамках которого получены первые указания на присутствие сигнала в диапазоне  $l \approx 2000\div 3500$  (см. рис. 8.13). Видно, что статистическая достоверность результата на больших  $l$  невысока, однако сама попытка “заглянуть” в область спектра, где преобладают вторичные эффекты анизотропии, имеет большое значение как для развития теории, так и для будущих экспериментов.

### 8.3. Вторичная анизотропия, порожденная гравитационными эффектами

В этом разделе мы хотим более подробно остановиться на анализе гравитационных эффектов, искажающих спектр первичной анизотропии реликтового излучения. Сразу оговоримся, что возможность обнаружения этих эффектов связывается с уникальными параметрами эксперимента PLANCK.

Гравитационные эффекты включают в себя рассмотренный ранее эффект Сакса–Вольфа [Sachs, Wolf, 1967] для той части спектра возмущений, которая ещё эволюционирует в линейном режиме, и эффект “рассеяния” квантов на возмущениях гравитационного потенциала, создаваемых нелинейными структурами [Rees, Sciama, 1968]. Последний эффект, носящий название эффекта Риса–Шамы, оказывается чрезвычайно мал для модели CDM с адиабатическими неоднородностями по вполне понятным причинам. Даже если контраст плотности  $\delta \gg 1$  на масштабе неоднородностей  $\lambda \ll ct$ , нелинейные добавки к потенциалу будут не

выше  $\delta\phi \sim \left(\frac{\lambda}{ct}\right)^2 \delta$ . Для типичных масштабов структур  $\lambda \geq 1$  Мпк

и  $ct \sim 10^4$  Мпк возмущения потенциала будут  $\Delta\phi \sim 10^{-8}\delta$ . Даже если в этих масштабах  $\delta \sim 10 \div 10^2$ ,  $\Delta\phi$  не превысит уровня  $10^{-6}$ , а для реалистичных значений среднеквадратичного уровня возмущений плотности будет ещё меньше [Seljak, 1996].

Одним из наиболее важных и нетривиальных гравитационных эффектов, способных существенно исказить спектр первичной анизотропии и поляризации, является эффект линзирования реликтовых фонов при распространении в пространстве. Гравитационное линзирование квантов на объектах, “собранных” в крупномасштабные структуры, приводит к искажению спектров анизотропии и поляризации реликтового излучения. Очевидно, что в отсутствии первичной анизотропии эффект линзирования не может самостоятельно генерировать её. В то же время первичная анизотропия может быть существенно искажена в процессе распространения квантов от поверхности последнего рассеяния ( $z = 10^3$ ) или дополнительного рассеяния при учёте реионизации ( $z \sim 10 \div 20$ ) к наблюдателю.

В приближении слабого линзирования угол, на котором происходит отклонение лучей, связан с проекцией гравитационного потенциала соотношением [Kaiser, 1992]

$$\bar{\Theta}_L(m) = -2 \int_0^{r_0} dr \frac{d_A(r_0 - r)}{d_A(r)d_A(r_0)} \Phi(r, \hat{m}r), \quad (8.1)$$

где  $r(z) = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$ ,  $H(z')$  – параметр Хаббла,  $r_0 = r(z = \infty)$ ,

$d_A(r) = H_0^{-1} \Omega_k^{-1/2} \sinh(H_0 \Omega_k^{1/2} r)$  – угловой диаметр,  $\Omega_k = 1 - \sum_i \Omega_i$ ,  $\Omega_i$  – плотность  $i$ -й компоненты материи в долях критической плотности,  $\Phi$  – гравитационный потенциал. Как видно из уравнения (8.1), угол  $\bar{\Theta}_L$  связан с проекцией градиента гравитационного потенциала на направление  $\bar{m}$ :

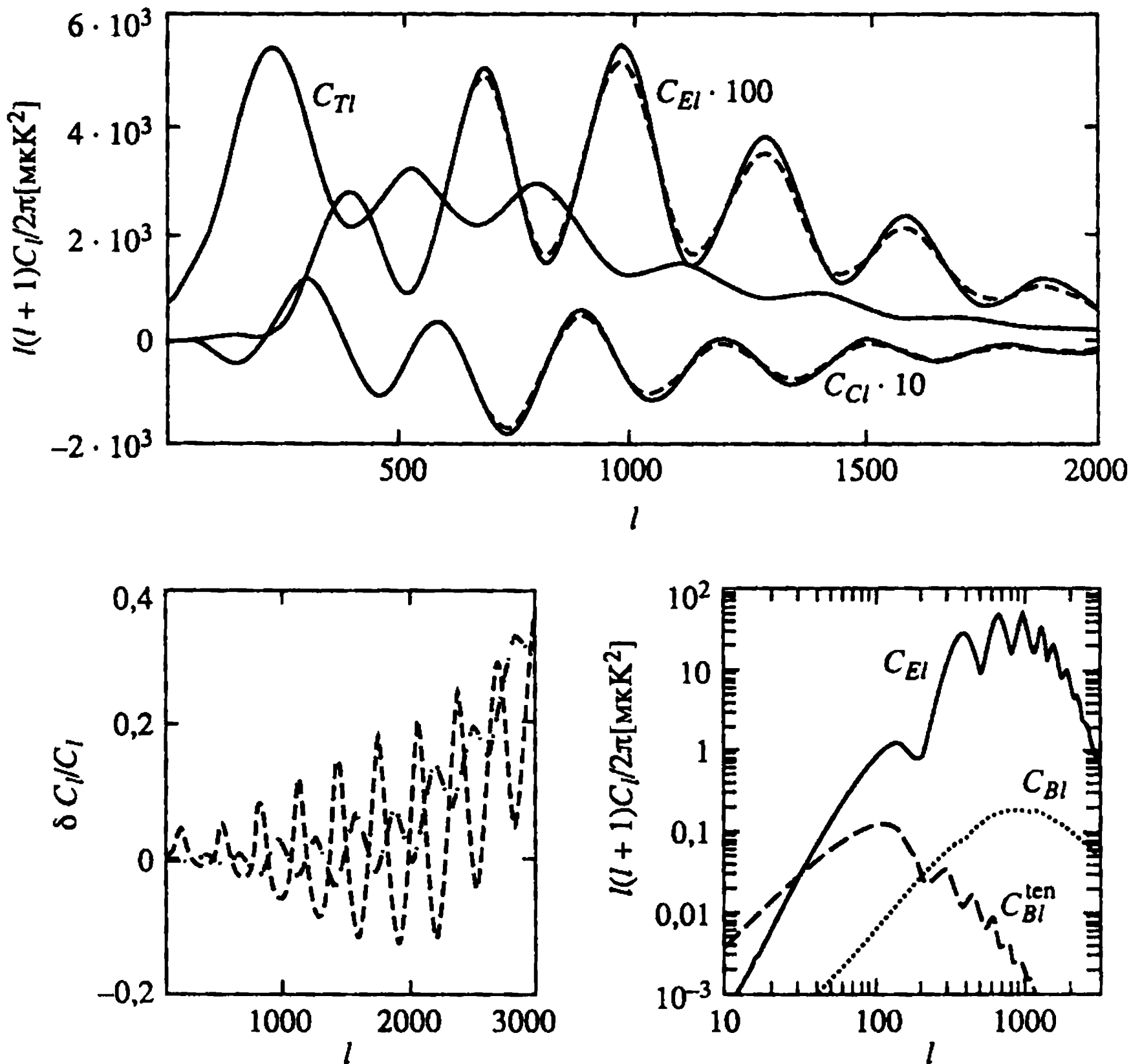
$$\bar{\Theta}_L(\bar{m}) = \nabla \Phi(\bar{m}).$$

В силу отклонения лучей от исходного направления в ходе линзирования смещённая величина анизотропии реликтового излучения в направлении  $\bar{n}$  теперь будет связана с начальными значениями (без линзирования) простым соотношением

$$\Delta T_L(\bar{n}) = \Delta T(\bar{n} + \bar{\Theta}_L). \quad (8.2)$$

В силу негауссовости распределения потенциала распределение  $\bar{\Theta}_L$  вокруг  $\bar{n}$  будет также негауссовым и, следовательно, ста-





**Рис. 8.14.** Роль линзирования в искажении спектров анизотропии и поляризации реликтового излучения. Верхний рисунок:  $C_{Tl}$  – спектр анизотропии,  $C_{El}$  и  $C_{Cl}$  – спектры линзированных  $E$ -компоненты и  $T$ - $E$  корреляций. Сплошные линии соответствуют моделям без линзирования, штриховые показывают искажения при учёте линзирования. Нижний рисунок –  $\delta C_l/C_l$  для температуры и поляризации (разность между линзированным и нелинзированным спектрами). Пунктирная линия – вклад  $B$ -моды,  $C_{Bl}^{ten}$  соответствует вкладу от гравитационных волн

статистические свойства линзированного сигнала  $\Delta T_L$  будут отличаться от свойств первичного сигнала. При этом эффект линзирования будет возмущать спектр анизотропии и поляризации реликтового излучения (см., например, [Zaldarriaga, Seljak, 1998; Hu, 2002]).

На рис. 8.14 приведены ожидаемые уровни искажений спектров анизотропии и поляризации реликтового излучения, связан-

ные с эффектом линзирования (см. [Zaldarriaga, Seljak, 1998]). Как и ожидалось, этот эффект практически не искажает спектр анизотропии в районах первых трёх пиков и начинает быть существенным (на уровне  $\frac{\delta C_l}{C_l} \sim 5\%$ ) лишь с  $l \geq 1200$  (см. нижнюю

левую картинку рис. 8.14). Для поляризации этот же эффект приводит к 5%-ным отклонениям уже при  $l \sim 200$ , которые возрастают до 10÷20% при  $l > 1000$ .

Таким образом, учёт эффектов линзирования приобретает первостепенное значение при анализе будущих экспериментальных данных PLANCK, поскольку, с одной стороны, они искажают спектр анизотропии и поляризации, а с другой – вызывают негауссовость сигнала. При этом оба проявления эффекта линзирования могут приводить к неправильным значениям важнейших космологических параметров, перечисленных нами во введении к настоящей главе, при попытке их определения без учёта линзирования данных PLANCK. На этом пути мы фактически сталкиваемся с ещё одним расширением горизонта применения реликтового излучения, как своеобразного зонда состояния материи во Вселенной, обусловленным уникальными возможностями эксперимента PLANCK.

#### 8.4. Галактические и внегалактические шумы

До этого раздела, обсуждая потенциальные возможности эксперимента PLANCK и сравнивая их с чувствительностью уже реализованных экспериментов, мы неоднократно подчёркивали, что наблюдательные данные не свободны от шума. Для теоретического моделирования различного рода эффектов зачастую было достаточно использовать простейшую модель инструментального шума, считая его некоррелированным как с сигналом, так и с самим собой. Эта модель “белого шума” часто бывает уже достаточной для того, чтобы остановить полёт фантазии на разумном, с точки зрения экспериментаторов, уровне и сузить круг эффектов, которые необходимо принимать во внимание при анализе наблюдательных данных. Однако помимо инструментальных погрешностей, включая и эффекты систематики, существует принципиально неустранимый класс помех, отражающий тот простой факт, что мы вместе с Землёй и Солнцем находимся на периферии Галактики и окружены магнитными полями, облаками пыли и газа, звёздами, излучение



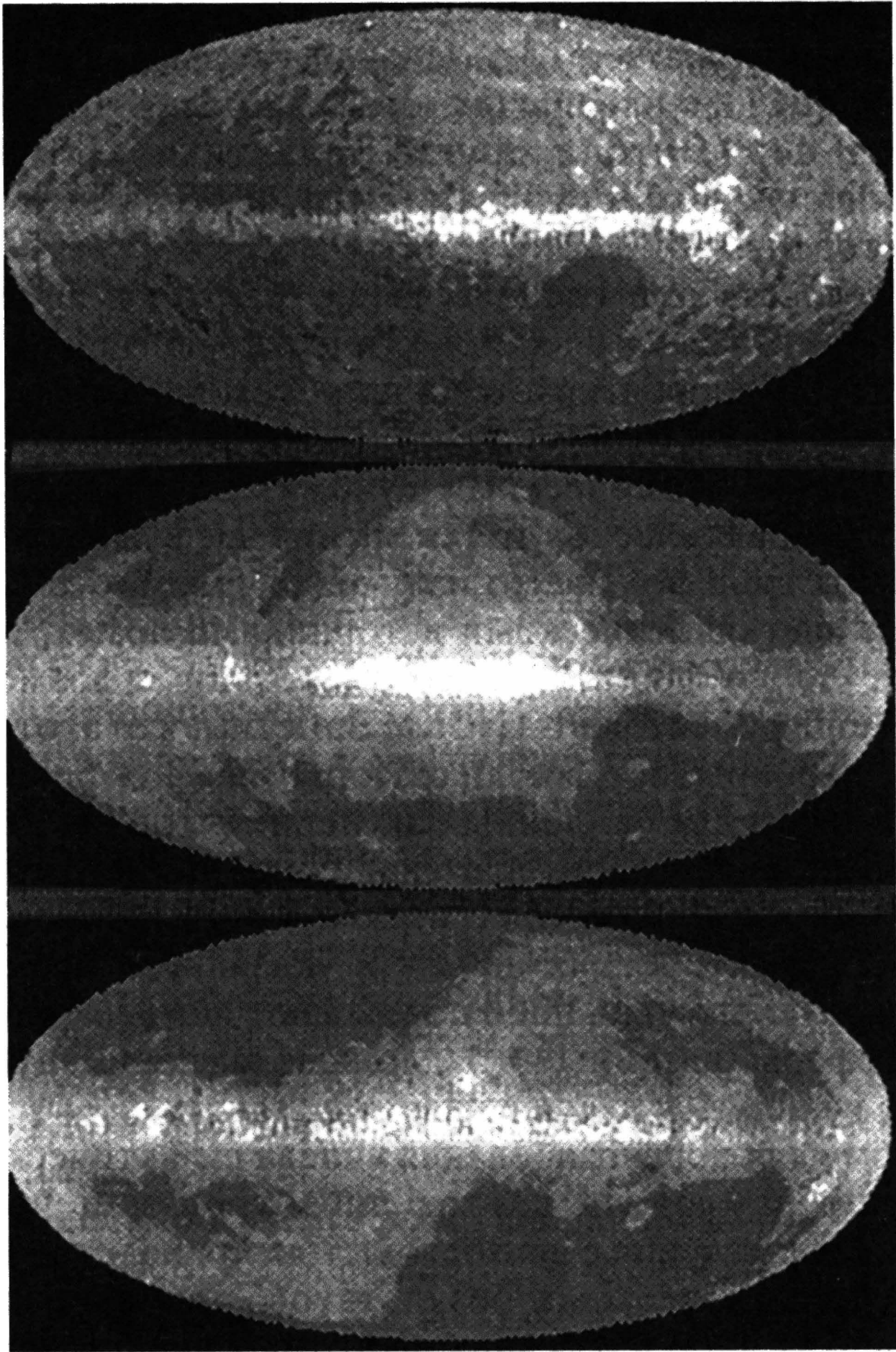
которых активизирует перечисленные выше компоненты, космическими лучами и т.д. Иными словами, условия эксперимента далеки от идеальных, особенно если принять во внимание тот факт, что и другие галактики с точки зрения зашумлённости, если и отличаются от нашей, то как правило в худшую сторону.

Совокупность приведённых выше факторов принято разделять на галактические и внегалактические источники помех, излучение которых простирается в широком диапазоне длин волн, начинаясь в области длинноволнового радиофона ( $\lambda \geq 0,5$  м) и заканчиваясь космическими лучами сверхвысоких энергий (см. гл. 1). С практической точки зрения нас в дальнейшем будет интересовать диапазон частот излучений, формируемых галактическими и внегалактическими источниками помех, простирающийся от 30 до 900 ГГц, в соответствии с возможностями LFI + HFI инструментов PLANCKa. Заметим, что этот частотный диапазон перекрывает все диапазоны как для реализованных наземных, так и для баллонных экспериментов и в этом смысле является наиболее общим для анализа различного рода помех. К сожалению, на уровне чувствительности PLANCK ( $\Delta T \sim 10^{-6}$  К) измерения галактических шумов в указанном диапазоне либо отсутствуют полностью, либо покрывают незначительную часть небесной сферы (наземные и баллонные эксперименты), обладая примерно на порядок худшей чувствительностью.

Поэтому для прогнозирования вклада галактических и внегалактических шумов на картах анизотропии и поляризации реликтового излучения с неизбежностью приходится прибегать к экстраполяции известных результатов, полученных в других экспериментах либо в соседних частотных диапазонах, либо при большой неопределённости характеристик спектра шума. В этой связи результаты проектов MAP и PLANCK представляются важными ещё и в плане изучения радиофона Вселенной, включая и его космологическую составляющую.

#### 8.4.1. Диффузные галактические источники

Следуя работам [Tegmark, Efstathiou, 1996; Giardino et al., 2002; Tegmark et al., 1999; de Oliveira-Costa et al., 2002] и др., рассмотрим важнейшие компоненты галактического излучения, связанные с галактической пылью [Neugebauer et al., 1984; de Oliveira-Costa et al., 2002], синхротронным излучением и свободно-свободным излучением. На рис. 8.15 приведена карта обзора неба на частоте



**Рис. 8.15.** Вверху – карта неба на частоте 19 ГГц, в середине – синхротронное излучение, внизу – излучение пыли на 100 мкм

19 ГГц [Boughn et al., 1992] вместе с картами синхротронного излучения на частоте 408 МГц [Haslam et al., 1981] и 100 мкм картой излучения пыли DIRBE [Bogges et al., 1982] (детали см. в работе [de Oliveira-Costa et al., 2002]).

Эти карты отражают общую закономерность распределения интенсивности излучения на небесной сфере, явным образом выделяя плоскость галактики. Авторы работ [Tegmark, Eftstathiou, 1996; de Oliveira-Costa et al., 2002] использовали степенную аппроксимацию для спектра мощности диффузных галактических компонент и нашли, что при  $l > 10 \div 15$ ,  $C(l) \propto l^{-\gamma}$   $\gamma \approx 3$ . Не

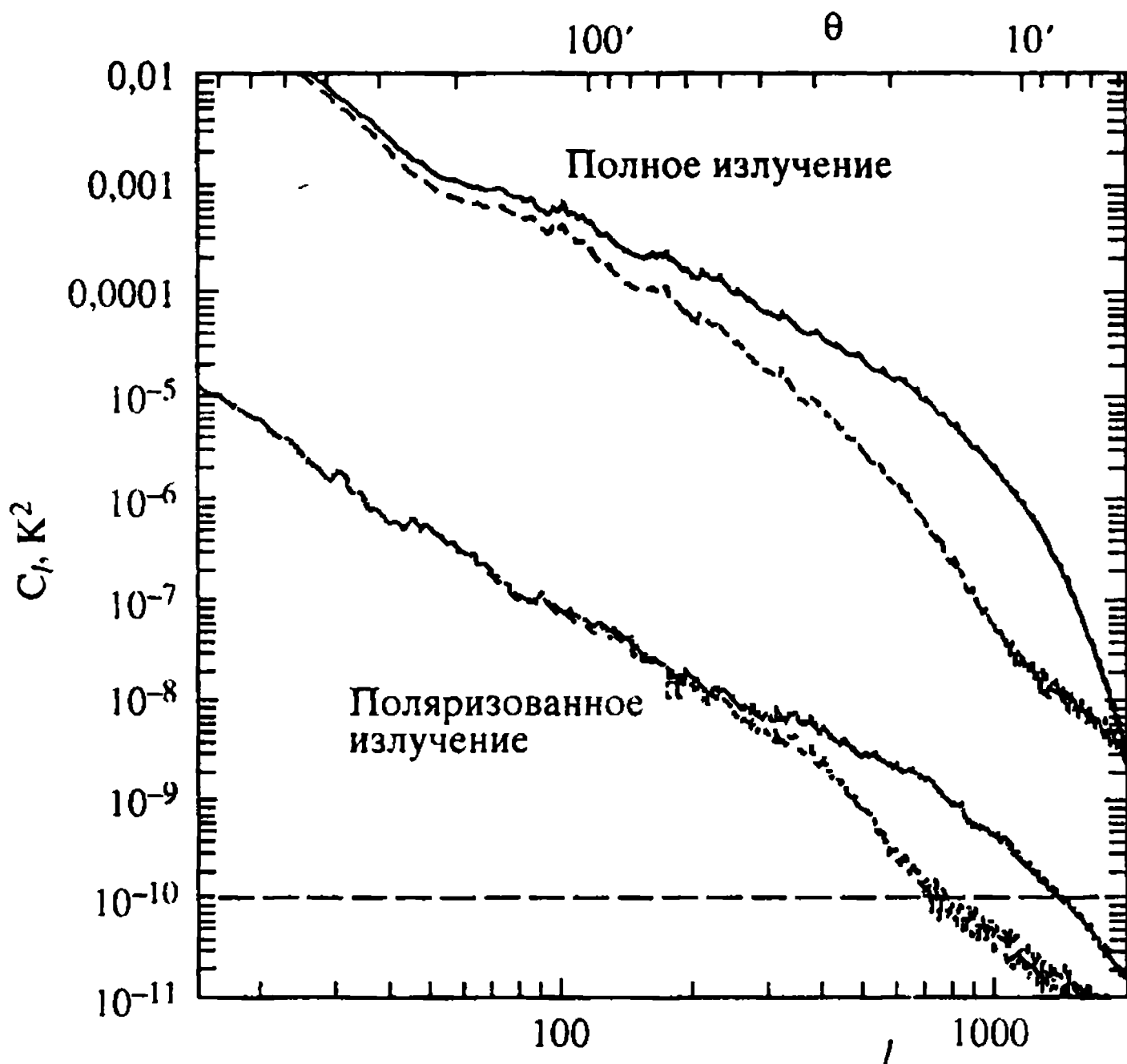


Рис. 8.16. Спектры мощности для Parkes-обзора. Вверху – анизотропия и результат её медианной фильтрации. Внизу – модуль поляризации и его медианная фильтрация

исключено, что для меньших  $l$  ( $l < 10 \div 15$ ) наклон спектра может измениться, приближаясь к  $\gamma \approx 6$ . К несколько иному результату приходят авторы работы [Giardino et al., 2002], анализируя данные 2,4 ГГц Parkers поляриметрического обзора. На рис. 8.16 приведены результаты определения спектра излучения для анизотропии и модуля поляризации из работы [Giardino et al., 2002], а на рис. 8.17÷8.20 – спектры мощности  $C_l$  для  $E$  и  $V$  компонент поляризации и температура–поляризация кросс-корреляционной функции. Джардино и др. [Giardino et al., 2002] отмечают, что наилучшее согласие с данными Parkers-обзора достигается при выборе параметра  $\gamma \approx \gamma_T = 2,05 \pm 0,15$  для анизотропии и  $\gamma = \gamma_p = 2,37 \pm 0,71$  для модуля поляризации.

Авторы работ [Tegmark, Efstathiou, 1996; de Oliveira-Costa et al., 2002] отмечают, что степенная модель мультипольного спектра с близкими к  $\gamma = 3$  значениями может быть использована для всех компонент галактического диффузного излучения.

Следующий важнейший вопрос: это зависимость интенсивности галактического фона от частоты. Следуя работе [Tegmark,

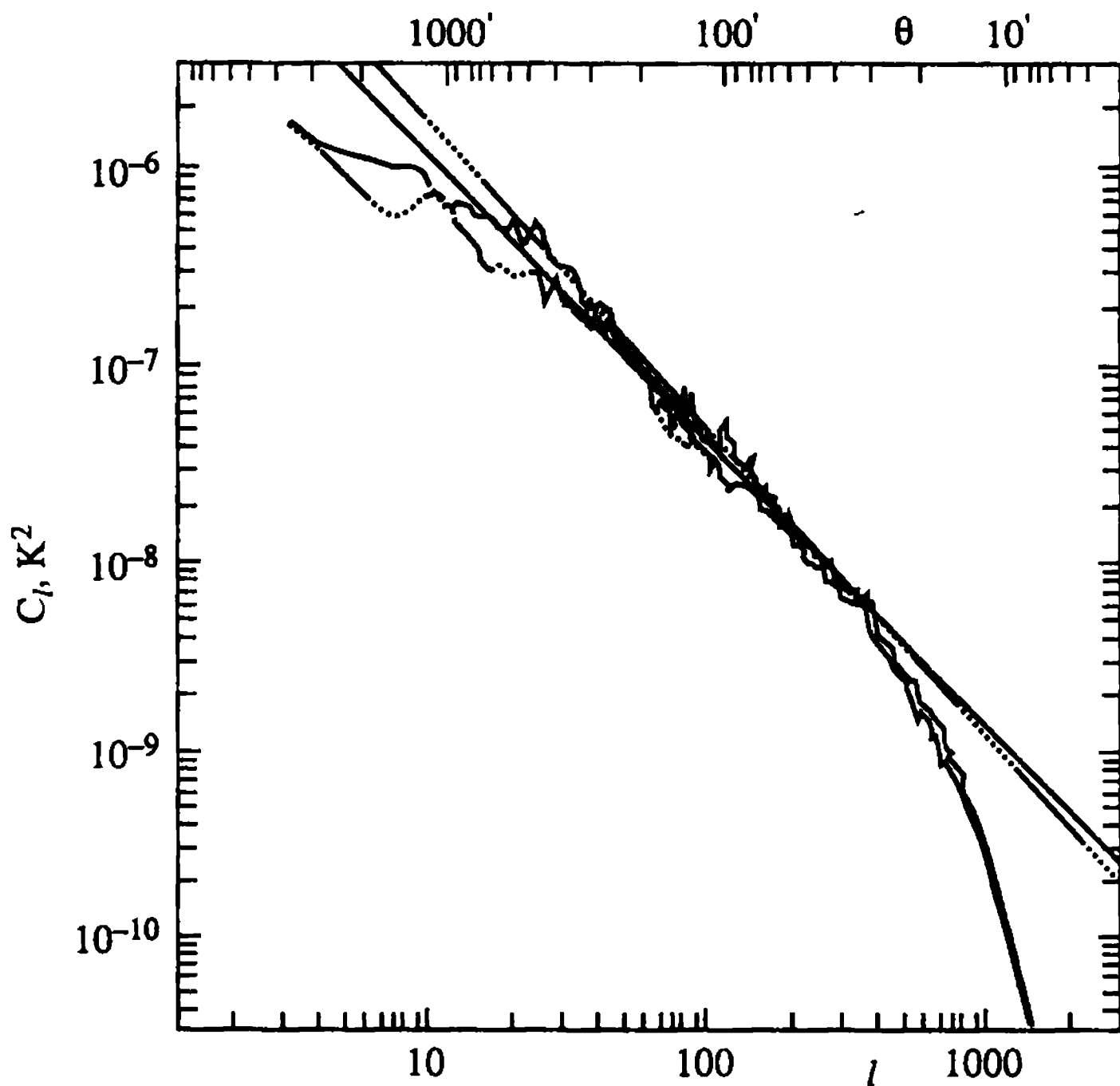


Рис. 8.17. Спектры  $E$  и  $B$  Parkes-обзора. Сплошная линия соответствует  $B$ -компоненте, а штриховая –  $E$ -компоненте

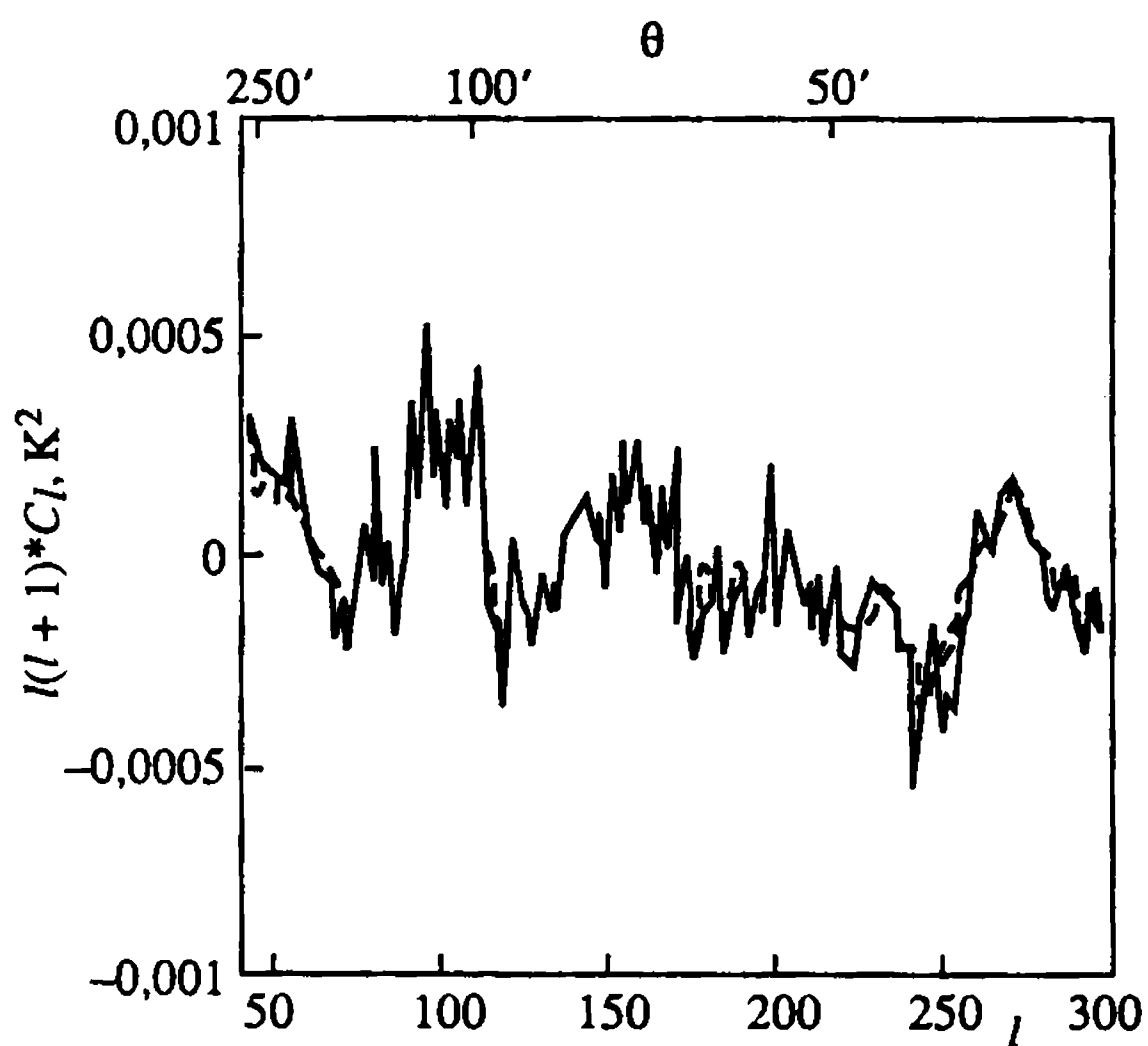
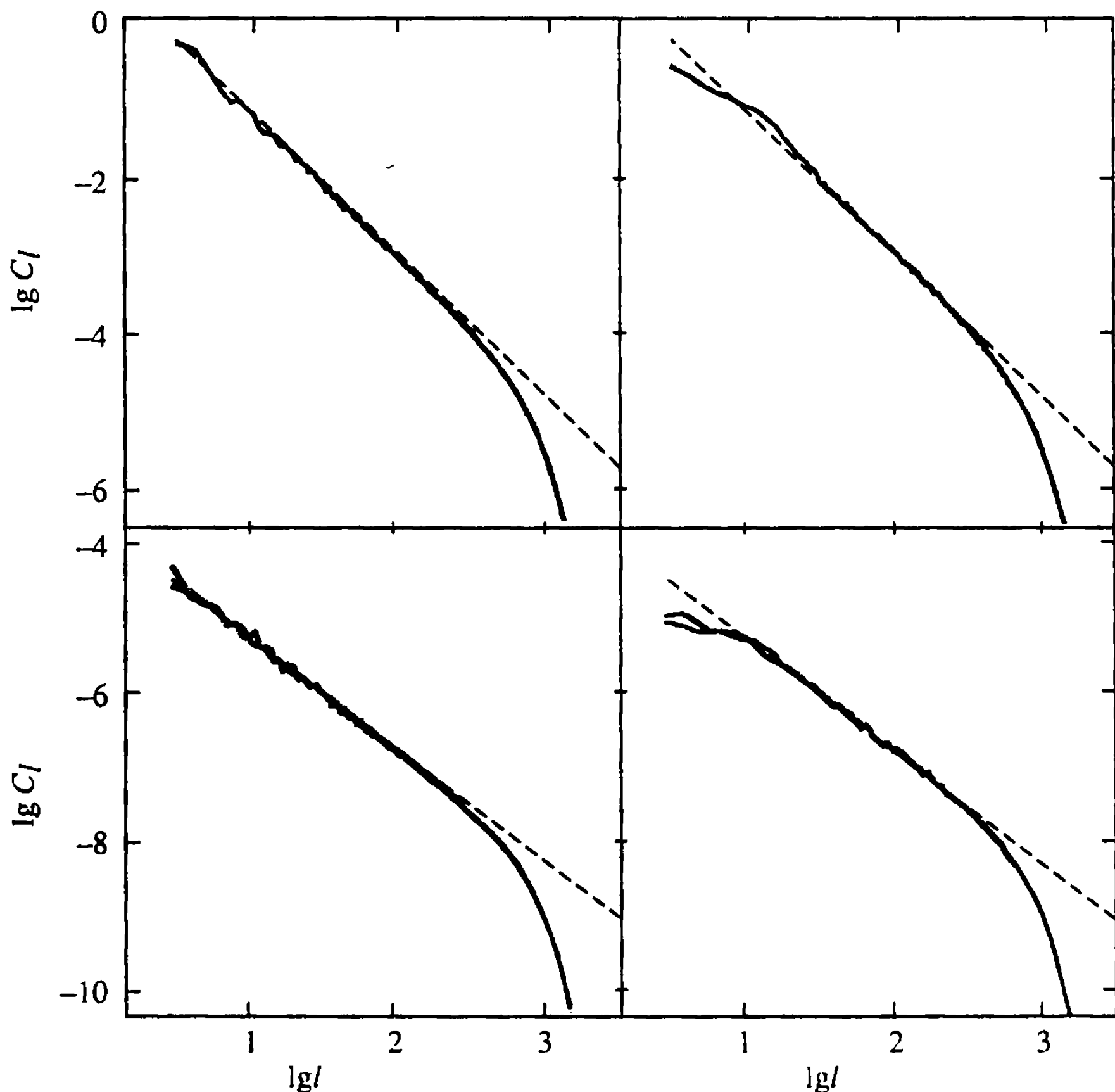


Рис. 8.18. Кросс-корреляция  $E \times T$ . Серая область демонстрирует зону с  $\pm 3\sigma$ . Сплошная линия соответствует кросс-корреляции  $E \times T$ , а штриховая – медианной фильтрации температуры ( $T$ )

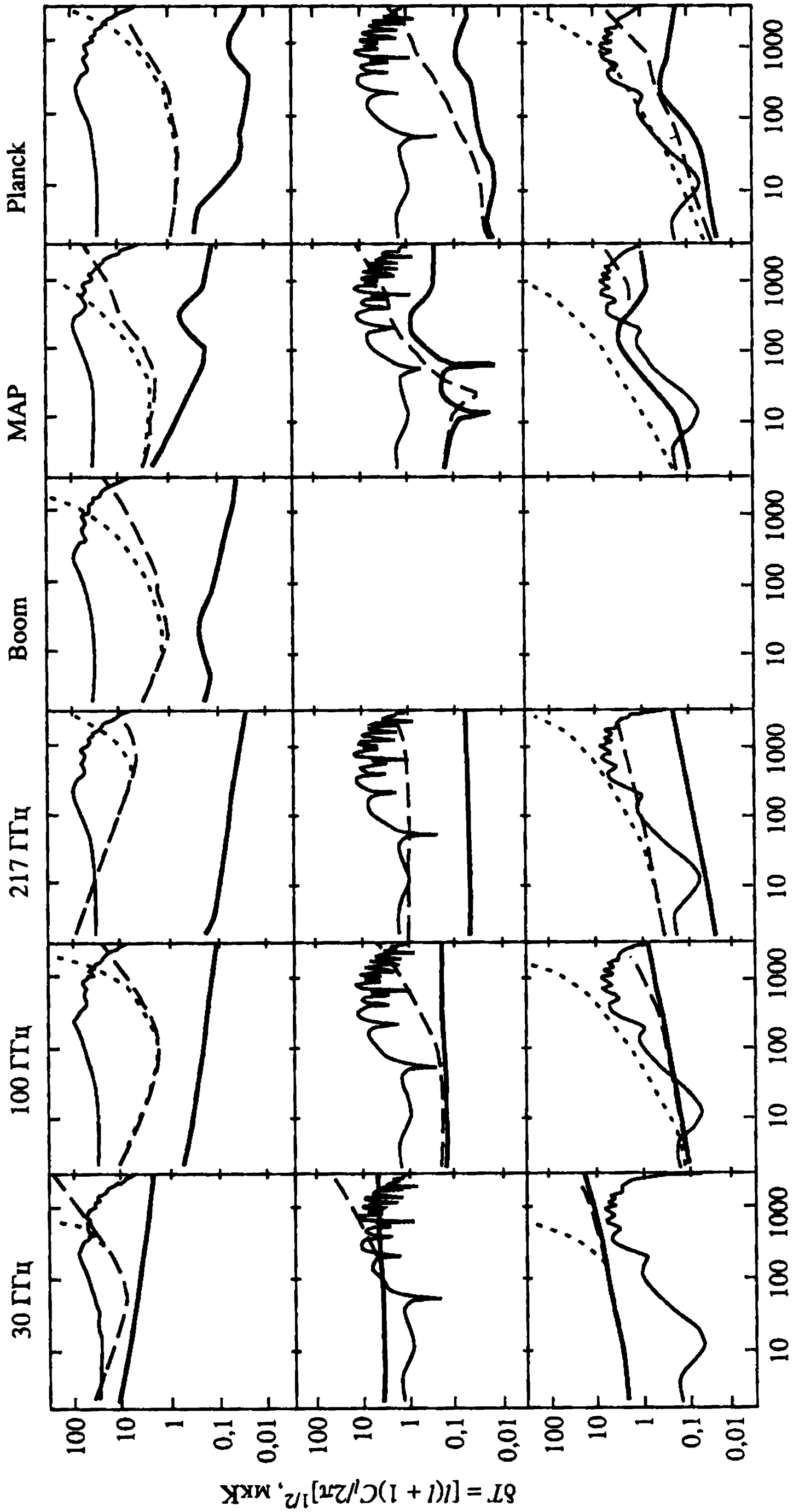


**Рис. 8.19.** Спектры анизотропии и поляризации в пересчёте на всё небо и сравнение с областью Parkes-обзора. Левые рисунки соответствуют всему небу, правые – Parkes-обзору. На верхних рисунках сплошная линия соответствует температуре ( $T$ ), а штриховая – степенной аппроксимации. На нижних рисунках более толстая линия соответствует  $E$ -модам, более тонкая –  $B$ -модам

[Efstathiou, 1996], будем описывать вклад каждого компонента в распределение  $\Delta T$  в терминах термодинамической температуры. Связь между этими двумя температурами даётся соотношением

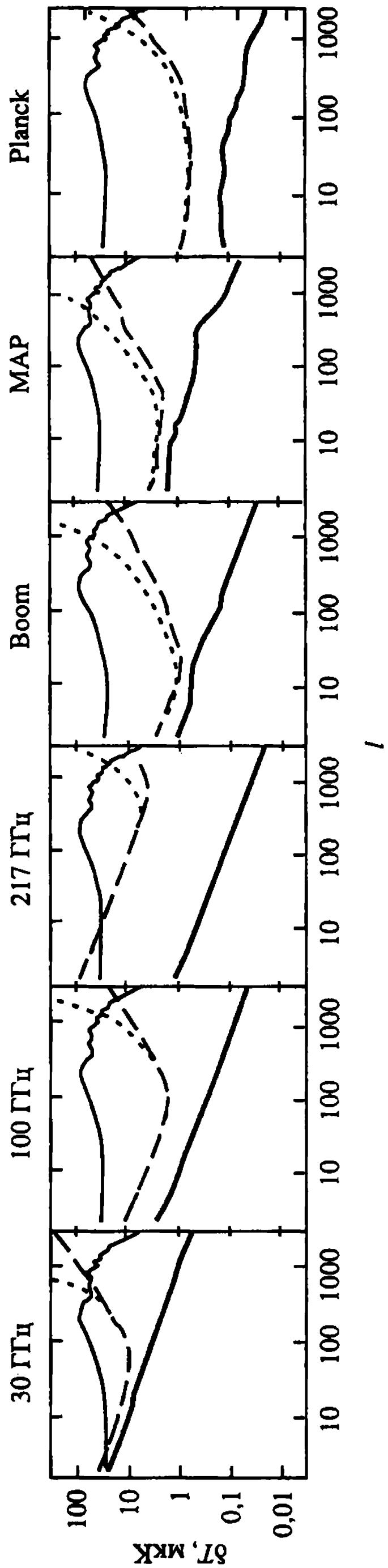
$$\Delta T = \left( \frac{2 \sinh \frac{x}{2}}{x} \right)^2 \Delta T_A = c(\nu) \Delta T_A, \quad (8.3)$$

где  $x = h\nu / kT_{\text{СМВ}} \approx \nu / 565,8$  ГГц. Для поверхностной яркости переход к антенной температуре осуществляется посредством



1

**Рис. 8.20а.** Наиболее вероятная модель синхротронной эмиссии для различных частотных диапазонов (жирные сплошные линии). Тонкие сплошные линии соответствуют первичной анизотропии, поляризации и кросс-корреляции. Пунктирные линии соответствуют полному спектру шума, включая излучение пыли и инструментальный шум. Штриховые линии отражают роль помех без учёта инструментального шума. Верхний ряд картинок – температура, средний – кросс-корреляция температуры и поляризации, нижний –  $E$ -компонента поляризации



**Рис. 8.20б.** То же, что и на рис. 20а, но для свободно-свободного излучения

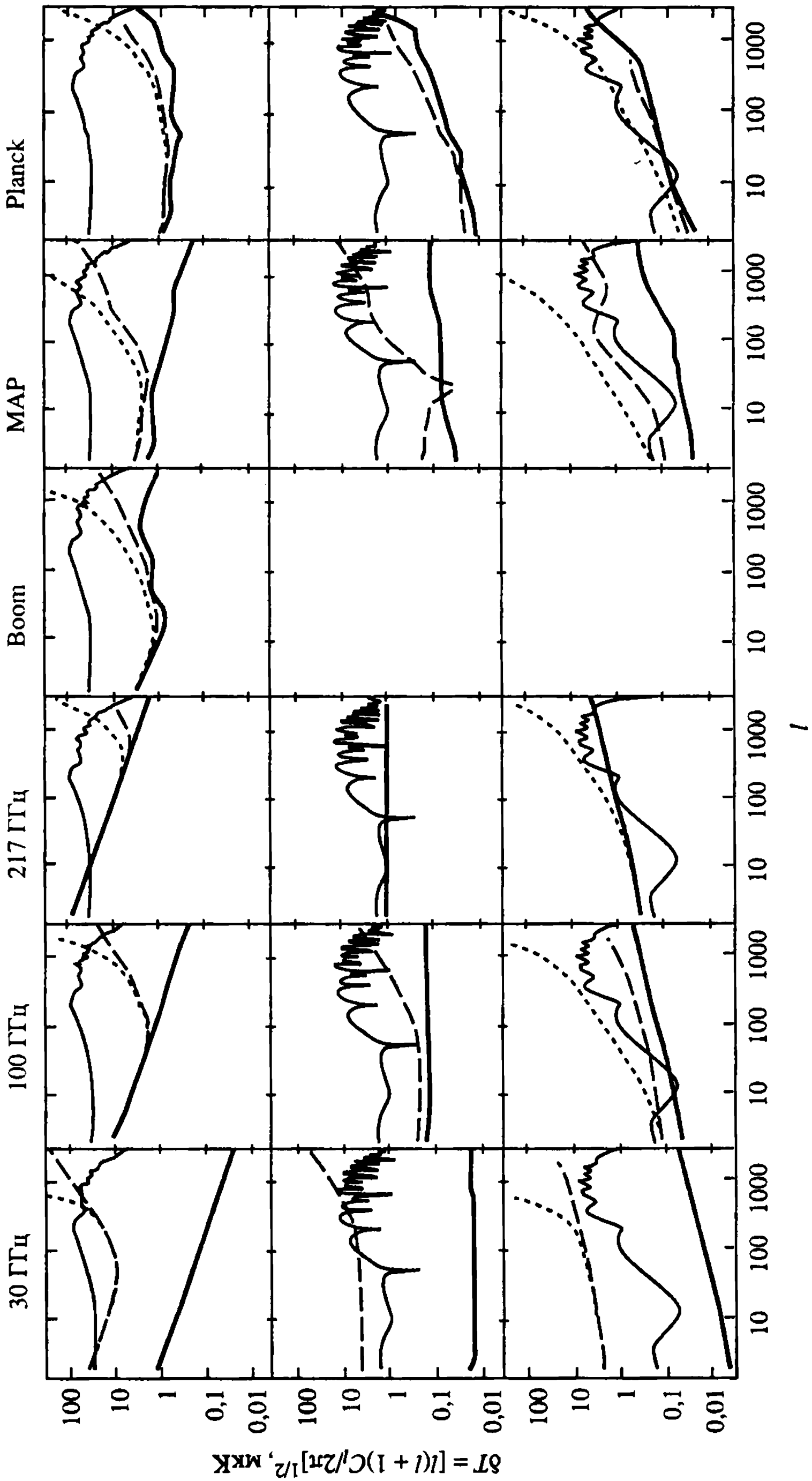


Рис. 8.20в. То же, что и на рис. 20а, но для колебательных степеней свободы пыли



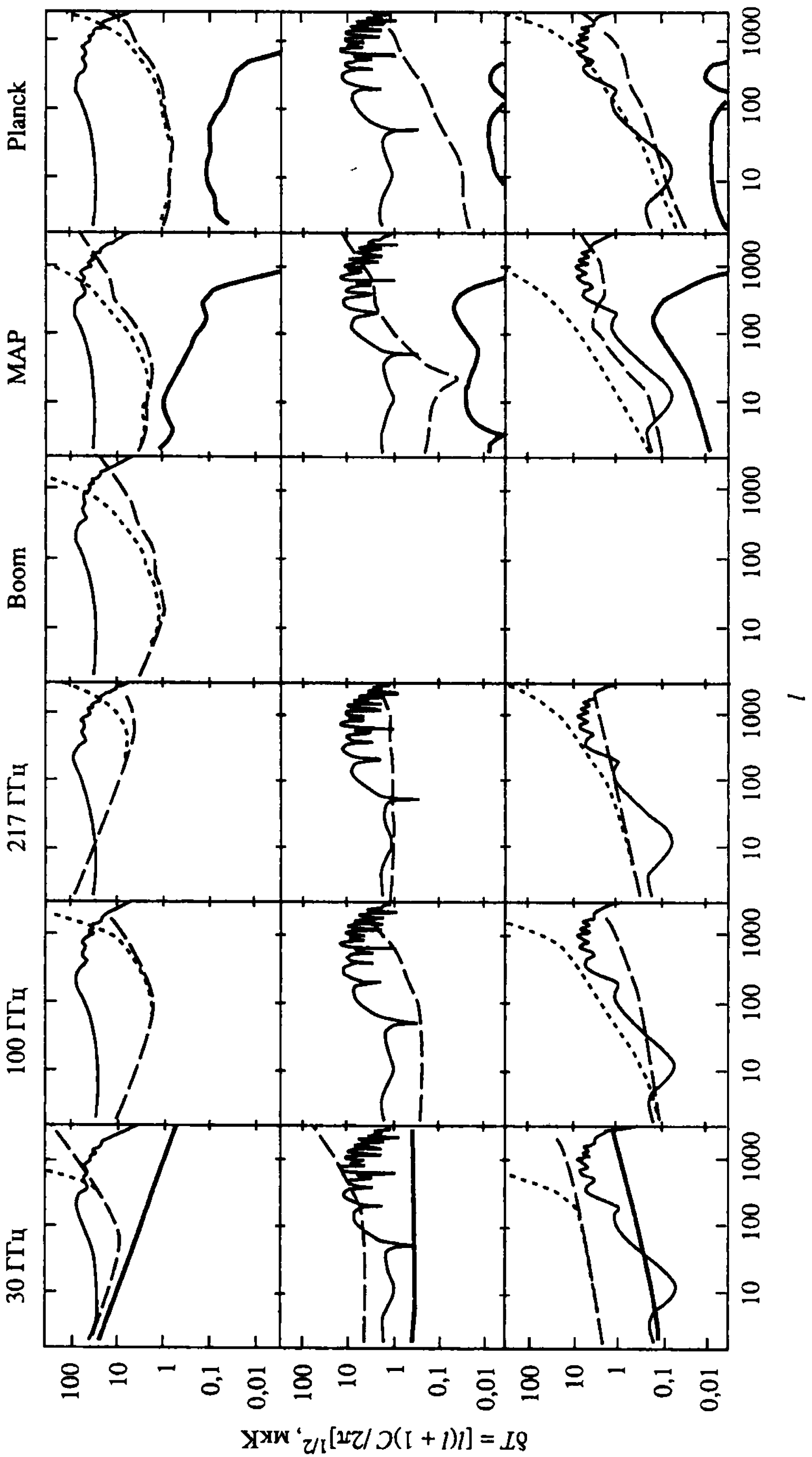


Рис. 8.20г. То же, что и на рис. 20а, но для вращательных степеней свободы пыли

фактора

$$c_*(x) = \frac{1}{2x^2 k} \left( \frac{hc}{kT_{\text{СМВ}}} \right)^2 \approx \frac{10 \text{ мК}}{x^2 \text{ MJ}_\nu / \text{ср}}. \quad (8.4)$$

С учётом уравнений (8.3), (8.4) интенсивность любого галактического излучения пересчитывается в термодинамическую температуру и может быть легко сравнена с  $\Delta T$  для реликтового излучения.

Введём функцию  $F(\nu)$ , описывающую частотную зависимость  $\Delta T$  для любого шума. Для синхротронного излучения  $F_S(\nu) \propto C(\nu) \cdot \nu^{-\alpha_s}$  и наклон спектра характеризуются параметром  $\alpha_s \approx 2,4 \div 2,8$  (см. работу [Tegmark et al., 2000] и ссылки там). Для спектра мощности этого компонента распределение по мультиполям имеет степенной вид  $C_l \propto l^{-\gamma_s}$  с показателем спектра  $2 < \gamma_s < 3$ . Для свободно-свободного излучения в работе [Tegmark et al., 2000] использовано то же представление, что и для синхротронного излучения, однако  $\alpha_{ff} \approx 2,15 \pm 0,02$  и  $\gamma_{ff} \approx 2,2 \div 3$ . Наконец, в работе [Tegmark et al., 2000] для колебательных степеней свободы излучения пылинок в межзвёздной среде использована аппроксимация

$$F_{\text{dust}}(\nu) \propto c(\nu)c_*(\nu) \frac{\nu^{3+\alpha}}{e^{h\nu/kT_{\text{dust}}} - 1}, \quad C_l \propto l^{-\gamma_{\text{dust}}} \quad (8.5)$$

и получено  $T_{\text{dust}} \approx 18\text{К}$ ,  $\alpha = 1,7$  и  $\gamma_{\text{dust}} \approx 2,5 \div 3$ . На рис. 8.20 приведена сводная диаграмма с использованием этих параметров, иллюстрирующая проявление различных компонент галактического излучения.

#### 8.4.2. Внегалактические точечные источники

Рассматривая частотное и мультипольное распределение диффузных галактических помех в предыдущем разделе, мы видели, что  $C(l)$  для них хорошо аппроксимируется степенным законом  $l^{-\gamma}$  при  $\gamma > 0$ . Это означает, что основная мощность спектра сконцентрирована на малых мультиполях  $l$  и, следовательно, больших углах  $\Theta \sim l^{-1}$ . Внегалактические точечные источники представляют собой принципиально иной тип шума на картах анизотропии и поляризации реликтового излучения, спектр мощности которого ровно распределён по всем масштабам  $l$ , а

основной вклад в угловые размеры формируется при больших  $l$ , сравнимых с полушириной диаграммы направленности антенны приёмника излучения. Мы не будем специально останавливаться на роли очень ярких (с потоками в десятки и сотни  $J_y$ ) источников в искажении сигналах на картах PLANCK по вполне понятной причине – такие источники достаточно хорошо изучены, каталогизированы и используются в ходе наземных баллонных и спутниковых экспериментов для калибровки сигнала, определения формы главного пучка антенны и др. (подробнее см. [Tegmark, 2000; Chiang et al., 2002b]).

Особый интерес вызывают источники с гораздо меньшими потоками, которые могут существенно исказить свойства сигнала на картах анизотропии и поляризации в силу возрастания их количества по мере увеличения разрешающей способности аппаратуры. Вклад этих относительно слабых источников в различные частотные диапазоны PLANCK будет различен в силу природы самих источников. Для LFI-диапазона основную опасность представляют радиоисточники (блазары и т.д.), а для HFI-диапазона – молодые галактики с пылью, особенно интенсивно искажающие свойства сигнала на 545 и 857 ГГц (см. [Vielva et al., 2001] и цитированную там литературу). Согласно работе [Tegmark, Efstathiou, 1996], мультипольная и частотная зависимость для разрешённых точечных источников (PS) связана с их функцией распределения по потоку  $n(S)$  следующим соотношением:

$$C_{l(PS)}^T(\nu) = [c(\nu)c_*(\nu)]^2 \int_{S_c}^{\infty} dS s^2 \left[ -\frac{\partial n}{\partial S} \right]. \quad (8.6)$$

Здесь  $S_c$  – порог детектирования источников, в качестве которого обычно используется критерий  $S_c = 5\sigma_f$ , где  $\sigma_f^2$  – дисперсия карты после использования различных методов удаления ярких точечных объектов (см., например, [Tegmark, de Oliveira-Costa, 1998; Naselsky, D. Novikov, Silk, 2002; Mirtinez-Gonzalesz et al., 2000; Hobson et al., 1999; Chiang et al., 2002] и др.)

Для неразрешённых источников, поток которых оказывается меньше порога обнаружения  $S_c$ , распределение  $\tilde{C}_{l(PS)}$  по  $l$  даётся формулой (8.6), но с интегрированием от 0 до  $S_c$ , где по-прежнему  $n(S, \nu)$  – число источников в стерадиане, поток которых превышает  $S$ . Как видно из уравнения (8.6),  $C_{l(PS)}$  является функцией от частоты, но не зависит от номера мультиполя. Таким

образом, фон неразрешённых источников ведёт себя подобно “белому шуму”, эффективно добавляясь к инструментальному шуму прибора.

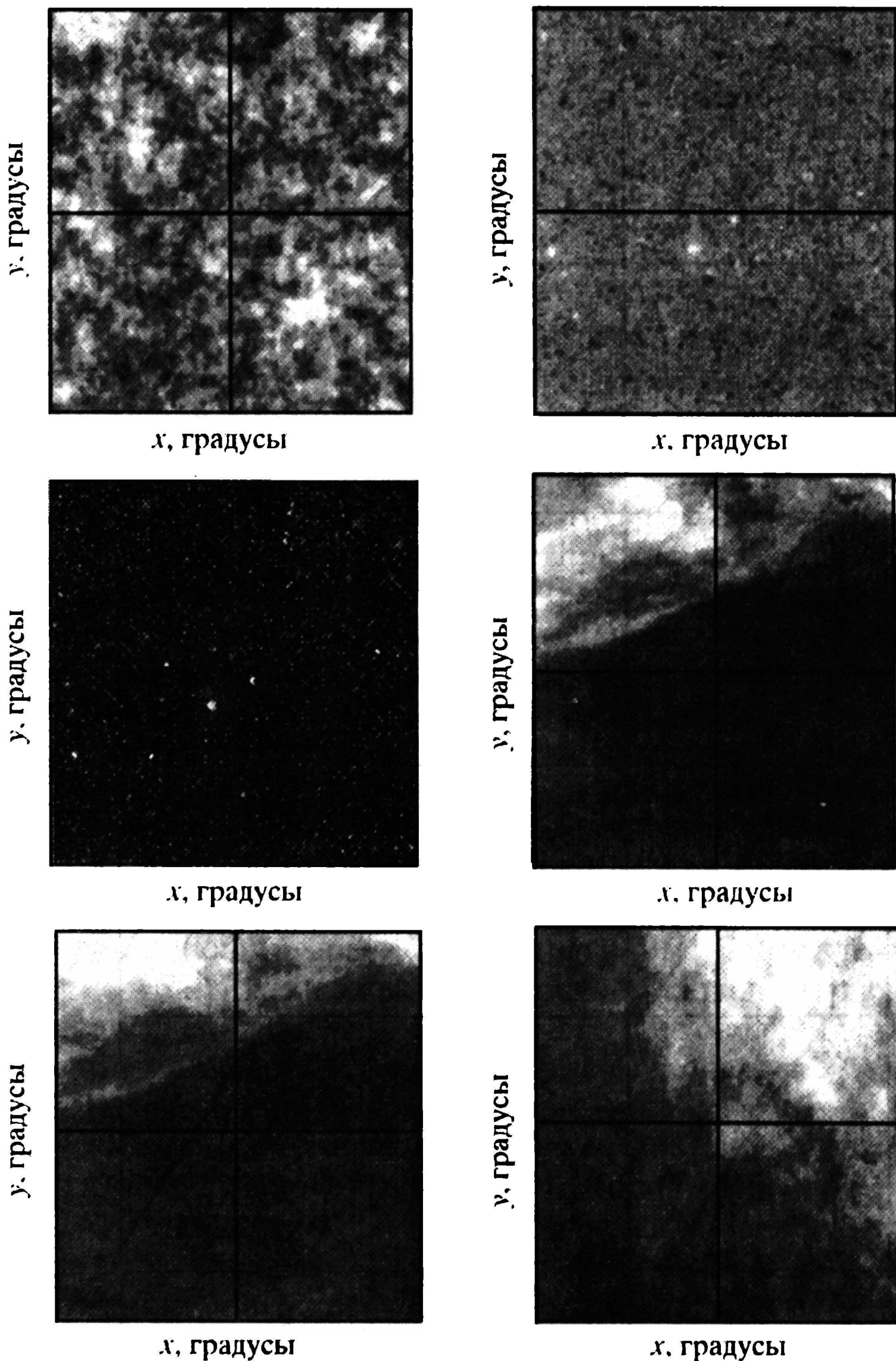
На первый взгляд определение порога обнаружения “разрешённых” точечных источников не представляет серьёзной проблемы. Однако ситуация оказывается не столь тривиальной, если мы вспомним, что все источники с  $S < S_c$  будут проявлять себя в форме “неконтролируемого” шума на картах анизотропии и поляризации, а остатки от устранения ярких (разрешённых) источников будут аддитивно суммироваться с неразрешённой компонентой. Именно поэтому вопрос о роли точечных источников и их остатков на будущих картах PLANCK приобретает особую важность и стимулирует развитие новых методов очистки массива исходных данных от этого шума.

Тегмарк и др. [Tegmark et al., 2000] использовали консервативную оценку выделения сигнала от точечных источников  $S_c \approx 5\sigma_{\text{const}}$ , где  $\sigma_{\text{const}} = \sigma_{\text{CC}} / 2\pi\theta^2$  и  $\sigma^2$  – дисперсия сигнала на карте после устранения точечных источников с  $S > S_c$ , и показали, что для остатков выделения имеем

$$\sigma_{PS} \approx \sqrt{\frac{\gamma-1}{3-\gamma}} N^{1/2} \cdot 5\sigma_{\text{const}}, \quad (8.7)$$

где  $N = \pi\Theta^2 n(S_c)$  – количество источников, устранённых на площадке карты, равной ширине диаграммы направленности антенны,  $n(S) \propto S^{-\gamma}$  и  $\gamma \approx 1,5+2,5$ . Наилучшая оценка для  $\sigma_{\text{const}}$  не может, по-видимому, быть ниже дисперсии пиксельного шума (до фильтрации), а в зависимости от метода выделения может быть и в 3÷4 раза выше. Тогда из уравнения (8.7) немедленно следует, что критическое значение  $N$ , удовлетворяющее условию выделения ярких источников без привлечения дополнительной информации об их распределении по другим каталогам, составляет  $N \approx 2 \cdot 10^{-3}$ . Используя ожидаемые параметры пиксельного шума для всех частотных каналов PLANCK, авторы работ [Cayon et al., 2000; Vielva et al., 2001] приводят оценки для полного числа разрешённых точечных источников на уровне пиксельного шума (см. табл. 8.1). Вторая колонка демонстрирует эффективность комбинированного метода Maximum Entropy + Mexican Hat Wavelet в сравнении с ожидаемым числом точечных источников на карте.

В качестве исходной модели сигнала в работе [Vielva et al., 2001] использована комбинация компонент, показанных на рис. 8.21. На рис. 8.22 приведены аналогичные оценки для вклада



**Рис. 8.21.** Модель фона точечных источников при учёте различных помех. Верхний левый рисунок – для реликтового излучения, верхний правый – кинематический эффект Зельдовича–Сюняева. В середине: слева – тепловой эффект Зельдовича–Сюняева, справа – вклад от галактической пыли. Нижний левый рисунок – свободно-свободная эмиссия, правый – синхротронное излучение. Все карты имеют размер  $12,8^\circ \times 12,8^\circ$ . Подробнее см. [Vielva et al., 2001]

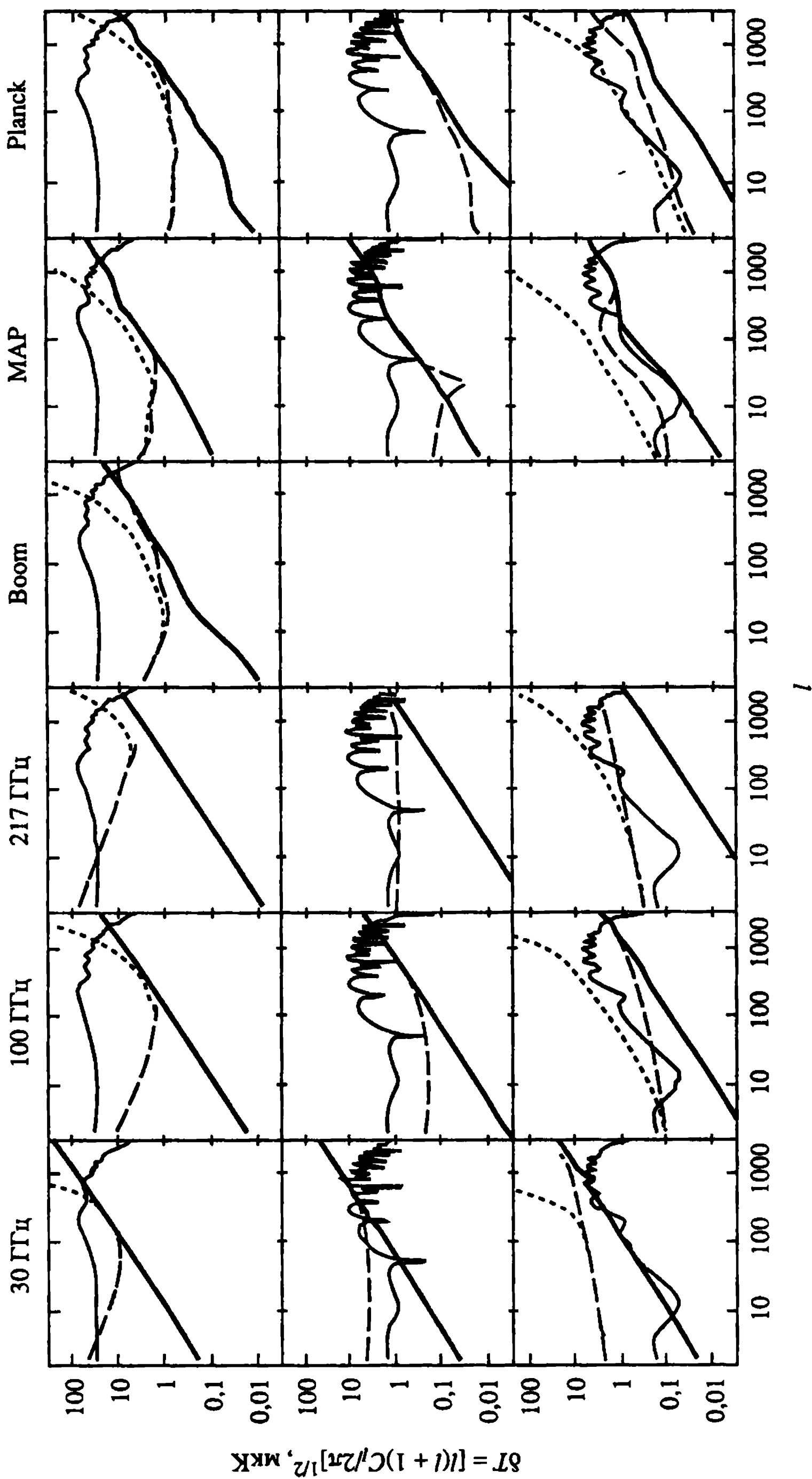


Рис. 8.22. То же, что и на рис. 8.20а, но для точечных источников



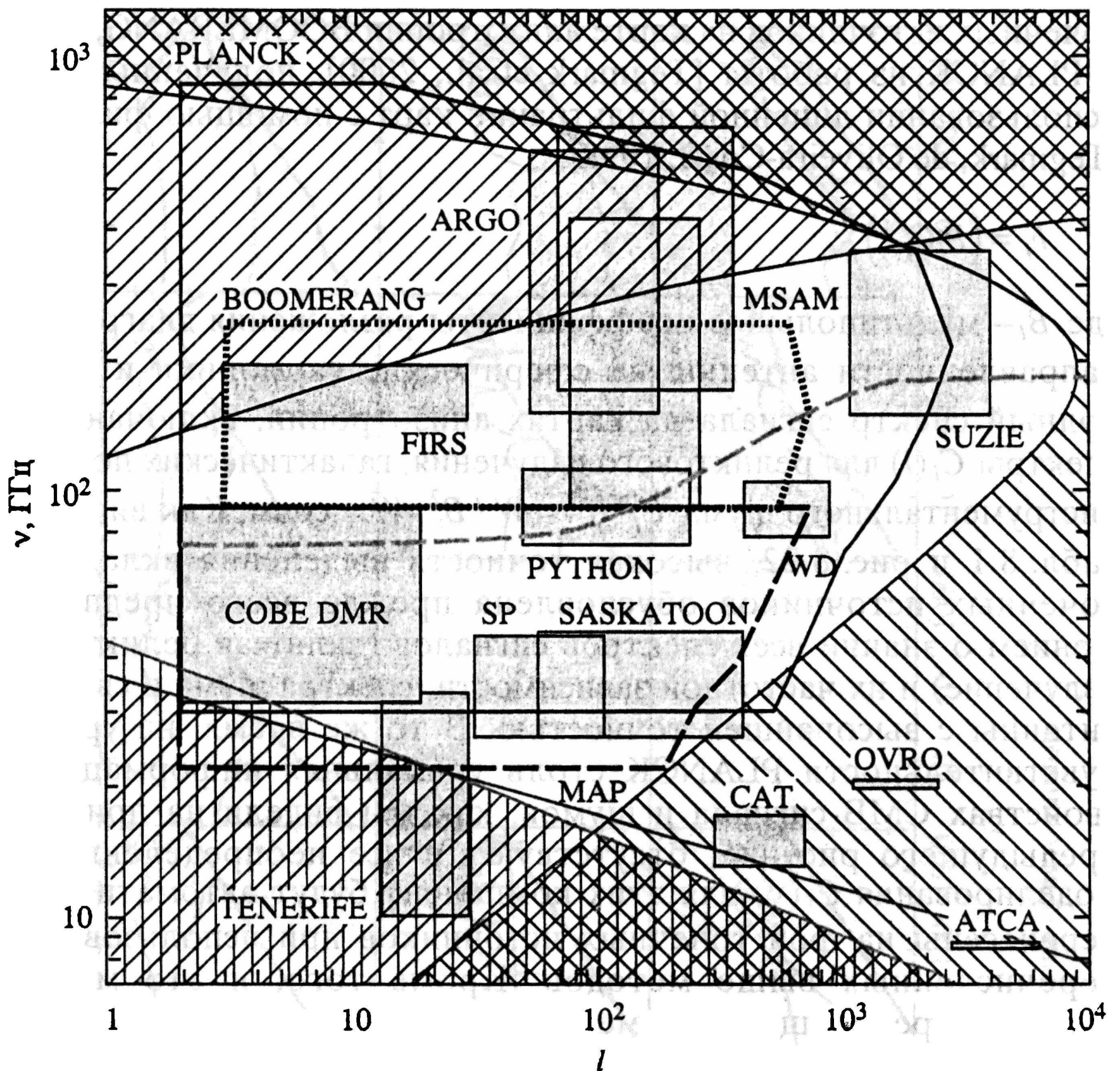
точечных источников на карте анизотропии BOOMERANG, MAP и PLANCK из работы [Tegmark et al., 2000], полученные при использовании линейной фильтрации карт с помощью фильтра [Tegmark, de Oliveira-Coşta, 1998]

$$F_l = (B_l C_l^{\text{tot}})^{-1}, \quad (8.8)$$

где  $B_l$  – мультипольные коэффициенты разложения диаграммы направленности антенны на сферические гармоники и  $C_l^{\text{tot}}$  – полный спектр сигнала на картах анизотропии, включающий спектры  $C_l(i)$  для реликтового излучения, галактических помех и инструментального шума  $C_l^{(\text{noise})} = W / B_l^2$ ,  $W = \text{const}$ . Как видно из табл. 8.1 и рис. 8.22, высокая точность выделения вклада от точечных источников обусловлена прежде всего предположением о знании всех спектров сигналов (включая реликтовое излучение) и их частотной зависимости, спектра шума и свойств антенны с высочайшей точностью. В то же время, на уровне чувствительности PLANCK столь уникальная информация о свойствах СМВ-сигнала и шумов, как мы видели на примере предыдущего рисунка, отсутствуют и все неопределённости моделирования  $C_l(\nu)$  для этих компонент будут автоматически перенесены на фон точечных источников при использовании перечисленных выше методов. Кроме того, и это может оказаться решающим аргументом, диаграмма направленности антенны PLANCK для каждого частотного канала не является гауссовой, а следовательно, в пересчёте на коэффициенты её разложения по сферическим гармоникам появляется зависимость не только от номера мультиполя, но и от азимутального номера  $m$ :  $B_l \rightarrow B_{lm}$ . Это обстоятельство создаёт дополнительные трудности и стимулирует развитие методов выделения фона точечных источников, обладающих большей универсальностью [Naselsky, D. Novikov, Silk, 2002a,b; Chiang et al., 2002]. В качестве одного из примеров такого рода фильтров приведём так называемый адаптивный фильтр, предложенный в работе [Chiang et al., 2002],

$$F_l = \Theta(l - L_{\min}) \Theta(l_{\max}), \quad (8.9)$$

в котором параметры  $l_{\min}$  и  $l_{\max}$  слабо варьируют в пределах, приведённых в табл. 8.2, и позволяющий выделить все максимумы сигнала на уровне  $5\sigma_f$ , где  $\sigma_f^2$  – дисперсия отфильтрованной карты.



**Рис. 8.23.** Роль помех на различных частотах и мультиполях для различных экспериментов. Заштрихованные зоны показывают влияние перечисленных выше галактических и внегалактических шумов. Не заштрихованная область – окно прозрачности [Tegmark, 1997]

В заключение этого раздела подчеркнём, что как проблема выделения диффузных шумов, так и точечных источников на картах PLANCK является одной из важнейших задач, решение которой позволит уверенно указать уровень погрешностей определения космологических параметров по данным об анизотропии и поляризации реликтового излучения. Не исключено, что именно этот фактор, влияние которого показано на рис. 8.23, а не свойства инструментального шума, будет играть роль ограничения наших реальных возможностей измерения  $C(l)$ , а следовательно, и определения перечисленных в начале этой главы важнейших параметров материи.



## ЛИТЕРАТУРА

- Баско М.М. // 1981, *Астрофизика* Т. 17. С. 69.
- Баско М.М., Полнарев А.Г. // 1979. *АЖ*. Т. 24. С. 3.
- Бисноватый-Коган Г.С., Новиков И.Д. // 1989, *АЖ*. Т. 57. С. 899.
- Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. // 1955. *Справочник по математике*, Гостехиздат, Москва.
- Варшалович Д.А., Иванчук А.В., Потехин А.Ю. // 1999, *ЖЭТФ*. Т. 144. С. 1001.
- Грищук Л.П. // 1974. *ЖЭТФ*. Т. 67. С. 825.
- Дорошкевич А.Г. // 1970. *Астрофизика*, Т. 6. С. 320.
- Дорошкевич А.Г. // 1985. *Письма в АЖ*. Т. 11. С. 723.
- Дорошкевич А.Г., Новиков И.Д. // 1964. *ДАН СССР*. Т. 154. С. 809.
- Дорошкевич А.Г., Новиков И.Д., Полнарев А.Г. // 1977. *АЖ*. Т. 54. С. 932.
- Дорошкевич А.Г., Зельдович Я.Б., Сюняев Р.А. // 1978. *АЖ*. Т. 22. С. 523.
- Дорошкевич А.Г., Лукаш В.Н., Новиков И.Д. // 1974. *АЖ*. Т. 51. С. 554.
- Заботин Н.А., Насельский П.Д. // 1982а. *АЖ*. Т. 42. С. 893.
- Заботин Н.А., Насельский П.Д. // 1982б. *Письма в АЖ*. Т. 8. С. 67.
- Заботин Н.А., Насельский П.Д. // 1983. *АЖ*. Т. 9. С. 335.
- Заботин А.Н., Насельский П.Д. // 1985. *АЖ*. Т. 29. С. 614.
- Зацепин Г.Т., Кузьмин В.А. // 1966. *Письма в ЖЭТФ*. Т. 4. С. 114.
- Зельдович Я.Б., Курт В.Г., Сюняев З.А. // 1968. *ЖЭТФ*. Т. 28. С. 146.
- Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. // 1966. *АЖ*. Т. 43. С. 758.
- Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. // 1975 *“Строение и эволюция Вселенной”* М: Наука. [книга].
- Иванчук А.В., Орлов А.Д., Варшалович Д.А. // 2001. *Письма в АЖ*. Т. 27. С. 615.
- Илларионов А.Ф., Сюняев Р.А. // 1975а. *АЖ*. Т. 18. С. 413.
- Илларионов А.Ф., Сюняев Р.А. // 1975б. *АЖ*. Т. 18. С. 691.
- Кардашев Н.С. // 1967. *Астрономический циркуляр* N 430.
- Клыпин А.А., Сажин М.М., Струков И.А., Скулачев Д.П. // 1987. *Письма в АЖ*. Т. 13. С. 104.
- Компанеец Д.А., Лукаш В.Н., Новиков И.Д. // 1982. *АЖ*. Т. 59. С. 424.
- Компанеец А.С. // 1957. *ЖЭТФ*. Т. 4. С. 730.
- Кофман Л.А., Старобинский А.А. // 1985. *Письма в АЖ*. Т. 9. С. 643.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // 1962, *Теория поля*. М. Наука [книга].
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // 1984. *Физическая кинетика*. М. Наука [книга].
- Линде А.Д. // 1990, *“Физика элементарных частиц и инфляционная космология”*. М. Наука. [книга].
- Лифшиц Е.М. // 1946. *ЖЭТФ*. Т. 16. С. 587.
- Лифшиц Е.М., Халатников И.М. // 1960, *ЖЭТФ*. Т. 39. С. 149.

- Лукаш В.Н. // 1980. ЖЭТФ. Т. 79. С. 1601.
- Любимов В.А., Новиков Е.Г., Нозик В.З., Третьяков Е.Ф., Козик В.С. 1980. Препринт ИТЭФ-62, Москва.
- Муханов В.Ф., Чибисов Г.В. // 1981. Письма в ЖЭТФ. Т. 33. С. 549.
- Насельский П.Д. // 1978. Письма в АЖ. Т. 4. С. 387.
- Насельский П.Д., Полнарев А.Г. // 1987. Астрофизика. Т. 26. С. 543.
- Новиков И.Д. // 1964. ЖЭТФ. Т. 46. С. 686.
- Новиков И.Д. // 1974. АЖ. Т. 57. С. 899.
- Парийский Ю.Н., Корольков Д.В. // 1986. Итоги науки и техники, Астрономия, Т. 31. С. 73.
- Полнарев А.Г. // 1985. АЖ. Т. 29. С. 607.
- Сахаров А.Д. // 1965. ЖЭТФ. Т. 49. С. 345.
- Соболев В.В. // 1960. Движущиеся атмосферы звёзд. (ЛГУ) [книга]
- Старобинский А.А. // 1979. Письма в ЖЭТФ. Т. 30. С. 719.
- Старобинский А.А. // 1983. Письма в АЖ. Т. 9. С. 302.
- Старобинский А.А. // 1985а. Письма в АЖ. Т. 11. С. 133.
- Старобинский А.А. // 1985б. Письма в АЖ. Т. 11. С. 643.
- Старобинский А.А. // 1985в. Письма в ЖЭТФ. Т. 30. С. 719.
- Старобинский А.А. // 1992. Письма в ЖЭТФ. Т. 55. С. 489.
- Старобинский А.А. // 1985. Sov. Astr. Lett. Т. 11. С. 133.
- Струков И.А., Скулачев Д.П. // 1984. Письма в АЖ. Т. 10. С. 3.
- Чернин А.Д. // 2001. УФН. Т. 44. С. 1099.
- Чибисов Г.В. // 1972а. АЖ. Т. 49. С. 74.
- Чибисов Г.В. // 1972б. АЖ. Т. 49. С. 286.
- Шандарин С.Ф., Дорошкевич А.Г., Зельдович Я.Б. // 1983. УФН. Т. 139. С. 336.
- Шкловский И.С. // 1965. АЖ. Т. 42. С. 893.
- Шкловский И.С. // 1966. АЖ. Т. 43. С. 747.
- Шмаонов Т.А. // 1957. Приборы и техника эксперимента. Т. 1. С. 83.
- Abbott L.F., Wise M.B. // 1984. Nucl. Phys. B. V. 244. P. 541.
- Adler R.J. // 1981. The geometry of random fields. Jon Wiley and Sons, Chichester [book].
- Alcock C. et al. // 1997. ApJ. V. 486. P. 697.
- Alpher R., Herman R. // 1953. Ann. Rev. Nucl. Sci. V. 2. P. 1.
- Ambrosio M., Atolini R., Arano C. et al. // 1998. Phys. Lett. B. V. 434. P. 451.
- Ambrosio M. et al. // 2001. ApJ. V. 546. P. 1038.
- Amici de G. et al. // 1985. ApJ. 298. P. 710.
- Amici de G. et al. // 1991. ApJ. 378. P. 341.
- Andersen T., Eriksen P., Poulsen O., Ramanujam P. // 1979. Phys. Rev. A. V. 20. P. 2621.
- Arbuzov P., Kotok E., Naselsky P., Novikov I. // 1997a, Int. Journal of Modern Physics D. V. 6. N 4.
- Arbuzov P., Kotok E., Naselsky P., Novikov I. // 1997b, Int. Journal of Modern Physics D. Vol. 6. N 5. 515.
- Athanassopoulos C., Auerbach L.B., Burman R.L. et al. // 1998. Phys. Rev. Lett. V. 81. P. 1744.

- Ave M. et al.* // 2000. *Phys. Rev. Lett.* V. 16. P. 405.
- Bahcall M.A., Chen R.* // 1993. *ApJ.* V. 40. L49.
- Bahcall M.A., Kratsev P.I., Smirnov A.Yu.* // 1998. *Phys. Rev. D.V.* 58. P. 096016.
- Bahcall M.A., Lubin L.M., Dorman V.* // 1995. *ApJ.* V. 447. P. L81.
- Balbi A., Cabella P., de Casperis G. et al.* // 2001. astro-ph/0112391.
- Bardeen J.M.* // 1980. *Phys. Rev. D.V.* 22. P. 1882.
- Bardeen J.M., Bond J.R., Kaiser N., Szalay A.S.* // 1986. *ApJ.* V. 304. P. 15.
- Barkana R., Loeb A.* // 2000. *ApJ.* V. 539. P. 20.
- Barreiro R., Sanz J., Martinez-Gonzales E. et al.* // 1997. *ApJ.* V. 478. P. 1.
- Bassani L., Dean A.J., Di Cocco G., Perotti F.* // 1985. in *Active Galactic Nuclei*. Ed. J.E. Dyson. Manchester: Manchester University Press, P. 252.
- Bennett C.L. et al.* // 1992. *ApJ.* V. 396. L7.
- Bennett C.L. et al.* // 1994. *ApJ.* V. 436. P. 423.
- Bennet C.L. et al.* // 1996. *ApJ.* V. 464. L1.
- Bensadoun et al.* // 1993. *Ann. NY Acad. Sci.* V. 668.
- Berlin A.V., Bulaenko E.V., Votkovsky V.V., Parijslij Yu.N., Petrov Z.V.* // 1983. in: *Early Evolution of the Universe and its Present Structure. Proc. of Symposium, Kolumbary, Greece, 1982.* Dordrecht ad Boston, D. Reidel Publishers Co. P. 121.
- Bernardis de P. et al.* // 2000. *Nature*, V. 404. P. 955.
- Bernstein L., Dodelson S.* // 1990. *Phys. Rev. D.V.* 41. P. 354.
- Bernstein et al.* // 1990. *ApJ.* V. 362. P. 107.
- Bersanelli M., Witebsky C., Bensadoun M. et al.* // 1989. *ApJ.* V. 339. P. 632.
- Bersanelli M., Bensadoun M., de Amici G. et al.* // 1994. *ApJ.* V. 424. P. 517.
- Bhattacharjee P., Sigl G.* // 2000. *Phys. Rep.* V. 327. P. 109.
- Biggs A.D. et al.* // 1999, *MNRAS*, V. 304. P. 349.
- Birkinshaw M.* // 1999. *Physics Reports.* V. 310. P. 97.
- Birkinshaw M., Hughes J.P.* // 1994. *ApJ.* V. 420. P. 331.
- Bisnovatij-Kogan G.S., Lukash V.N., Novikov I.D.* // 1983. In *Early evolution of the Universe and is present structure. Proc. of the Symp. Kolumbari, Greece, August 30-Sept.2. 1982.* Dordrecht and Boston D. Reidel Publishing Co, 1983. P. 327.
- Blasi P.* // 1999. *Phys. Rev. D.* V. 60. P. 023514.
- Bogges N.W. et al.* // 1992. *ApJ.* V. 397. P. 420.
- Bond G., Efstathiou G.* // 1984. *ApJ.* V. 285. P. L45.
- Bond G., Efstathiou G.* // 1987. *MNRAS.* V. 226. P. 665.
- Bond G., Efstathiou G., Tegmark M.* // 1997. *MNRAS.* V. 291. L33.
- Bond G., Contaldi C.R., Pen U.-L., et al.* // 2002. astro-ph/0205386.
- Bonnor W.B.* // 1957. *MNRAS.* V. 117. P. 104.
- Boshan P., Biltzinger P.* // 1998. *A&A.* V. 336. P. 1.
- Bough S.P. et al.* // 1992. *ApJ.* V. 391. L49.
- Boynnton P.E. et al.* // 1968. *Phys. Rev. Lett.* V. 21. P. 46.
- Boynnton P.E., Stokes R.A.* // 1974. *Nature.* V. 247. P. 528.
- Bunn E.F., Hoffman Y., Silk J.* // 1995. astro-ph/9609045.
- Calberg R.G. et al.* // 1996. *ApJ.* V. 462. P. 32.
- Calberg R.G., Yee H.K.C, Ellingson E.* // 1997. *ApJ.* V. 478. P. 462.
- Carlstrom J.E. et al.* // 1996. *Physica Scripta.* V. 60. P. 254.
- Carlstrom J.E. et al.* // DASI Collobaration, 2000. *A&A Suppl.* V. 197. P. 5501.

- Carlstrom J.E., Joy M., Grego L. et al. // 2001. astro-ph/0103480.*
- Cayon L. et al. // 2000. MNRAS. V. 315. P. 757.*
- Cayre R., Spite M., Spite F. et al. 1999, A&A. V. 343. P. 923.*
- Challinor A., Lasenby A. // 1997. In Current Topics in Astrofundamental Physics, ed N. Sanchez, (Kluwer Academic 1998), 37 pages, astro-ph/9702170.*
- Challinor A., Lasenby A. // 1998. ApJ. V. 499. P. 1.*
- Chandrasekhar S. // 1950. Radiative Transfer. New York [book].*
- Chiang L.-Y., Cristensen P.R., Jorgensen H.E. et al. // 2002. A&A. V. 392. P. 369.*
- Chiang L.-Y., Jorgensen H.E., Naselsky I.P. et al. // 2002. MNRAS. V. 335. P. 1054.*
- Chiu W.A., Gnedin N.Y., Ostriker J. // 2001. ApJ. V. 563. P. 21.*
- Clark T.A., Brown L.W., Alexander J.K. // 1970. Nature. V. 228. P. 847.*
- Coles P., Barrow J.D. // 1987. MNRAS. V. 228. P. 407.*
- Colley W.N., Gott J.R. III, Park C. // 1996. MNRAS. V. 281. L82.*
- Cook T., Cash W., Show T. // 1989. ApJ. V. 347. L81.*
- Cooray A., Hu W. // 2000. ApJ. V. 534. P. 533.*
- Crane P., Hegyi D.J., Mandolesi N., Danks A. // 1986. ApJ. V. 309. P. 822.*
- Crane P., Hegyi D.J., Kutner M.L., Mandolesi N. // 1989. ApJ. V. 346. P. 146.*
- Crittenden R.G., Coulson D., Turok N.G. // 1995. Phys. Rev. D. V. 52. P. 5402.*
- Davis M., Peebles P.J.E. // 1983. ARAandA. V. 21. P. 109.*
- Dekkel A. et al. // 1999. ApJ. V. 522. P. 522. P. 445.*
- Dell'Antonio J.P., Rybicki G.B. // 1993. In Observational Cosmology, ASF conference Series, P. 51.*
- Dicke R., Peebles P.J.E., Roll P., Wilkinson D. // 1965. ApJ. V. 142. P. 414.*
- Djorgovski S.G., Castro S.M., Stern D., Mahabal A. // 2001. ApJ. V. 560. L5.*
- Dolgov A.D., Doroshkevich A.G., Novikov D.I., Novikov I.D. // 1999. Int. Journal of Modern Phys. D. V. 8. N 2. P. 189.*
- Dolgov A.D., Hansen S.H., Pastor S., Semikoz D.V. // 2001. ApJ. V. 559. P. 123.*
- Dolgov A.D., Sommer-Larsen J. // 2001. ApJ. V. 551. P. 608.*
- Doroshkevich A.G., Naselsky P.D. // 2002. Phys. Rev. D. V. 65. P. 123517.*
- Dwek E., Arendt R.G. // 1998. ApJ. V. 508. L9.*
- Efstathiou G., Moody S., Peacock J.A. et al. // 2002. MNRAS. V. 330. P. L29.*
- Eisenstein D., Hu W., Silk J., Szalay A. // 1998. ApJ. V. 494. L1.*
- Epstein R., Lattimer J., Schramm D.N. // 1976. Nature. V. 263. P. 198.*
- Ewing V. et al. // 1967. Phys. Rev. Lett. V. 19. P. 1251.*
- Fabricant D., Beers T.C., Geller M.J. et al. // 1986. ApJ. V. 308. P. 530.*
- Fan Xiachi, Narayan V.K., Strauss M.A. et al. // 2002. ApJ. V. 123. P. 1247.*
- Ferrarese et al. // 2000. ApJ. V. 529. P. 745.*
- Ferreira P.G., Magueijo J.C.R., Gorski K.M. // 1998. ApJ. V. 503. L1.*
- Fish M., Blitz L., Stark A.A. // 1989. ApJ. V. 342. P. 272.*
- Field G.B., Hitchcock J.L. // 1966. Phys. Rev. Lett. V. 16. P. 817.*
- Fix J.D., Craven J.D., Frank L.A. // 1989. ApJ. V. 345. P. 203.*
- Fixsen D.J. et al. // 1997. ApJ. V. 486. P. 623.*
- Fixsen D.J. et al. // 1996. ApJ. V. 473. P. 576.*
- Franx M., Tonry J. // 1999. ApJ. V. 506. P. 1778.*
- Fukuda Y., Hayakawa T., Ichihara E. et al. // 1998. Phys. Rev. Lett. V. 81. P. 1562.*
- Fukugita M. // 2000. astro-ph / 0005069.*

- Fukugita M., Hogan C.J., Peebles P.J.E.* // 1998. *ApJ*. V. 503. P. 518.
- Gamov G.* // 1946. *Phys. Rev.* V. 70. P. 527.
- Gehrels N., Cheng W.* // 1996. *AAS*. V. 120. P. 315.
- Giardino G., Banday A.J., Gorski K. et al.* // 2002. *A&A*. V. 381. P. 82.
- Gibson B.K. et al.* // 1999. astro-ph/9908149.
- Gispert R., Lagache G., Puget J.-L.* // 2002. *A&A*. V. 360. P. 1.
- Gott III J.R., Park C., Juszkiewicz R. et al.* // 1990. *ApJ*. V. 352. P. 1.
- Gorsky K., Silk J., Vittorio N.* // 1992. *Phys. Rev. D. Lett.* V. 68. P. 733.
- Gradstein I.S., Ryzhik I.M.* // 1994. *Tables of Integrals, Series and Products*, Academic Press Inc. [book]
- Greisen K.* // 1966. *Phys. Rev. Lett.*, V. 16. P. 748.
- Gruber D.E.* // 1992. *The X-ray Background*. Ed. X. Barcons and A.C. Fabian, Cambridge University Press. P. 44.
- Gunn J.E., Peterson B.A.* // 1965. *ApJ*. V. 142. P. 1633.
- Gurvitz L.I., Mitrofanov I.G.* // 1986. *Nature*. V. 324. P. 349.
- Gush et al.* // 1990. *PRL*. V. 65. P. 537.
- Guth A.H.* // 1981. *Phys. Rev. D*. V. 23. P. 347.
- Guzzo L. et al.* // 2000. *A&A*. V. 355. P. 1.
- Guzzo L., Strauss M.A., Fisher K.B. et al.* // 1997. *ApJ*. V. 489. P. 37.
- Hadwiger H.* // 1957. *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie*, Springer Verlag, Berlin. [book]
- Haiman S., Knox L.* // 1999. In *ASP Conf. Ser. 181 Microwave foregrounds*, eds. A. de Oliveira-Costa and M. Tegmark (ASP: San Francisco).
- Halpern M., Scott D.* // 1999. astro-ph/9904188.
- Hamilton, A.J.S.* // 1998 in *the Evolving Universe*, Ed. D. Hamilton, Kluwer, Dordrecht. P. 185.
- Hamuy M. et al.* // 1996. *ApJ*. V. 112. P. 2391.
- Hanany S. et al.* // 2000. *ApJ*. V. 545. L5.
- Harrison E.R.* // 1970. *Phys. Rev. D*. V. 27. P. 26.
- Hasinger G., Burg R., Giacconi R. et al.* // 1993. *A&A Suppl.* V. 275. P. 1.
- Haslam C.G.T., Salter C.Y., Stoffel H. et al.* // 1982. *A&A Suppl.* V. 47. P. 1.
- Hauser M.G.* // 1998. *A&A Suppl.* V. 193. P. 6202.
- Hauser M.G. et al.* // 1991 *After the First Three Minutes*, AIP Conf. Proc. 222. Ed. S. Hoet, C.L. Bennett and V. Trimble, New York: AIP. P. 61.
- Hauser M.G. et al.* // 1998. *ApJ*. V. 508. P. 25.
- Hawking S.W.* // 1971. *MNRAS*. V. 152. P. 75.
- Hawking S.W.* // 1974. *Nature*. V. 248. P. 30.
- Hawking S.W.* // 1982. *Phys. Lett. B* V. 115. P. // 195.
- Hayashi C.* // 1950. *Pror. Theor. Phys.* V. 5. P. 224.
- Hayashida N. et al.* // 1994. *Phys. Rev. Lett.* V. 73. P. 3491.
- Heavens A., Sheth and R.* // 1999. *MNRAS*. V. 305. P. 527.
- Henry R.C., Murthy J.* // 1995. In "Extragalactic Background Radiation", Proceedings of the Extragalactic Background Radiation Meeting, Baltimore 1993. Ed. D. Calzetti, M. Livio and P. Madau, Cambridge University Press, PP. 51–73. *Hobson M.O., Berreiro R.B., Toffolatti L. et al.* // 1999. *MNRAS*. V. 306. P. 232.
- Holberg J.B.* // 1986. *ApJ*. V. 311. P. 969.

- Howell T.F., Shakeshaff Y.P. // 1966. *Nature*. V. 210. P. 1318.
- Howell T.F., Shakeshaff Y.P. // 1967. *Nature*. V. 216. P. 753.
- Hu W. // 1995 astro-hp/9508126.
- Hu W. 2002. *Phys. Rev. D*. V. 65. P. 3003.
- Hu W., Scott D., Silk J. // 1994. *Phys. Rev. D*. V. 49. P. 648.
- Hu W., Scott D., Sugiyama N., White M. // 1995. *Phys. Rev. D*. V. 52. P. 5498.
- Hu W., Silk J. // 1993. *Phys. Rev. D*. V. 48. P. 2.
- Hu W., Sugiyama N. // 1994. *Phys. Rev. D*. V. 50. P. 627.
- Hu W., Sugiyama N. // 1995. *ApJ*. V. 444. P. 489.
- Hu W., Sugiyama N., Silk J. // 1997. *Nature*. V. 386. P. 37.
- Hu W., White M. // 1996. *ApJ*. V. 471. P. 30.
- Hu W., White M. // 1997. *New Astronomy*. V. 2. P. 323.
- Hughes Y.P. // 1989. *ApJ*. V. 337. P. 21.
- Hui L., Haiman Z., Zaldarriaga M., Alexander T. // 2002. *ApJ*. V. 564. P. 525.
- Hummer D.G. // 1994. *MNRAS*. V. 268. P. 109.
- Hurwitz M., Bowyer S., Martin C. // 1990. in *Proc. IAU 139. The Galactic and Extragalactic Background Radiation*, ed. S. Bowyer, Ch. Leinet (Dordrecht Kluwer Academic) P. 229.
- Itoh N., Kawana Y., Nozawa S., Kohyama Y. // 2001. *MNRAS*. V. 327. P. 567.
- Ivanov P., Naselsky P., Novikov I. // 1994. *Phys. Rev. D*. V. 50. P. 71731.
- Izotov Y.I., Thuan T.X., Lopovetsky V.A. // 1994. *ApJ*. V. 435. P. 647.
- Izotov Y.I., Thuan T.X. // 1998. *ApJ*. V. 500. P. 188.
- Jakobsen P., Bowyer S., Kimble R. et al. // 1984 *A&A*. V. 139. P. 481.
- Jakobsen P. // 1996. In "Extragalactic Background Radiation", *Proceedings of the Extragalactic Background Radiation Meeting, Baltimore // 1993*. Ed. D. Calzetti, M. Livio and P. Madau, Cambridge University Press, p. 73.
- Jeans J.H. // 1902. *Phil. Trans.* V. 129. P. 44.
- Jha S. et al. // 1999. *ApJ*. V. Suppl. V. 125. P. 73.
- Johnson D.G., Wilkinson D.T. // 1987. *ApJ. Lett.* V. 313. L1.
- Jones B.J.T., Wyse R.F.G. // 1985. *A&A*. V. 149. P. 144.
- Jørgensen H., Kotok E., Naselsky P., Novikov I. // 1993. *MNRAS*. V. 265. P. 639.
- Jørgensen H., Kotok E., Naselsky P., Novikov I. // 1994. *A&A*. V. 294. P. 639.
- Joubert M., Mashou J., Lequeux J. et al. // 1983. *A&A*. V. 128. P. 114.
- Kaiser N. // 1983. *MNRAS*. V. 202. P. 1169.
- Kaiser N. // 1992. *ApJ*. V. 388. P. 1272.
- Kaiser M.E., Ewight E.L. // 1990. *ApJ. Lett.* V. 356. L1.
- Kamionkowski M., Kosowsky A., Stebbins A. // 1997a. *Phys. Rev. Lett.* V. 78. P. 2058.
- Kamionkowski M., Kosowsky A., Stebbins A. // 1997b. *Phys. Rev. D*. V. 55. P. 7368.
- Kamionkowski M., Kosowsky A. // 1998. *Phys. Rev. D*. V. 57. P. 685.
- Kappadath S.C. et al. // 1990. *HEAD*. V. 31. P. 3503.
- Karzas W.J., Latter R. // 1961. *ApJ. Suppl.* V. 6. P. 167.
- Kendall M.G., Stuart A. // 1997. *The advanced Theory of Statistics*, 4th edition Charles Griffin.
- Kelson D.D. et al. // 1999. astro-ph/9909222.
- Kerr F.J., Lynden-Bell D. // 1986. *MNRAS*. V. 221. P. 1023.

- Kodama H., Sasaki M. // 1984. Prog. Theor. Phys. V. 78. P. 1.*
- Kofman L., Linde A. // 1987. Nucl. Phys. B. V. 282. P. 555.*
- Kogut A., Bersanelli M., de Amici G. et al. // 1988. ApJ. V. 332. P. 1092.*
- Kogut A., Bensadoun M., de Amici G. et al. // 1990. ApJ. V. 355. P. 102.*
- Kogut A., Lineweaver C., Smoot G.F. et al. // 1993. ApJ. V. 414. L77.*
- Kogut A., Banday A.J., Bennett C.L. et al. // 1996a. ApJ. V. 470. P. 653.*
- Kogut A., Banday A.J., Bennett C.L. et al. // 1996b. ApJ. V. 464. L29.*
- Kolb E.W., Turner M.S. // 1990. The Early Universe, Addison-Wesley Pub. Co., [book 381pp].*
- Koopmans L.V.E., Fassnacht C.D. // 1999. ApJ. V. 527. P. 513.*
- Kotok E.V., Naselsky P.D., Novikov D.I. // 1995. MNRAS. V. 273. P. 376.*
- Kotok E.V., Novikov D.I., Naselsky P.D., Novikov I.D. // 2001. Int. Journal of Modern Physics D. V. 10. P. 501.*
- Krolik J.H. // 1990. ApJ. V. 353. P. 21.*
- Lagache G., Abergel A., Bonlanger F. et al. // 1998. A&A. V. 344. P. 322.*
- Landau S., Harari D., Zaldarriaga M. // 2001. Phys. Rev. D. V. 63. P. 3505.*
- Lawrence M.A., Reid R.J.O., Watson and A.A. // 1991. J. Phys. G., Nucl. Part. Phys. V. 17. P. 733.*
- Lepp S., Stancil P.C., Dalgarno A. // 1998. Memorie della Societa Astronomica Italiano. V. 69. P. 331.*
- Levin S., Witebsky C., Bensadoun M. et al. // 1998. ApJ. V. 334. P. 14.*
- Levin S., Bensadoun M., Bersanelli M. et al. // 1992. ApJ. V. 396. P. 3.*
- Lightman A.P. // 1981. ApJ. V. 244. P. 392.*
- Linde A. // 1994. Phys. Rev. D. V. 49. P. 748.*
- Linde A., Mukhanov V.F. // 1997. Phys. Rev. D. 56. 535.*
- Linsky J.L. // 1998. Sp. Sci. Rev. V. 84. P. 285.*
- Longair M.S. // 1993. "Extragalactic Background Radiation", Proceedings of the Extragalactic Background Radiation Meeting, Baltimore. Ed. D. Calzetti, M. Livio and P. Madau, Cambridge University Press. P. 223.*
- Longair M.S., Sunyaev R.A. // 1969. Nature. V. 223. P. N 5208. 719.*
- Loveday J., Peterson B.A., Efstathiou G., Maddox S.J. // 1992. ApJ. V. 390. P. 338.*
- Lyubarski Y.E., Sunyaev R.A. // 1983. Astroph. and Space Sci. V. 123. P. 171.*
- Ma C.-P., Bertschinger E. // 1995. ApJ. V. 455. P. 7.*
- Maddox S., Efstathiou G., Sutherland W., Loveday J. // 1990. MNRAS. V. 242. P. 43.*
- Mahaffy P.R. et al. // 1998. Sp. Sci. Rev. V. 84. P. 251.*
- Mandolesi N., Calzolari P., Cortiglioni S. et al. // 1986. ApJ. V. 310. P. 561.*
- Martin C., Bower S. // 1990. ApJ. V. 350. P. 242.*
- Martinez-Gonzalez E., Barreiro R., Diego J. et al. // 2000. Apl&C. V. 37. P. 335.*
- Muson B.S., Pearson T.J., Readhead A.C.S. et al. // 2002. astro-ph/0205384.*
- Mather J.C. et al. // 1994. ApJ. Lett. V. 420. P. 439.*
- Mayers S.T., Baker Y.E., Readhead A.C.S. et al. // 1997. ApJ. V. 485. P. 1.*
- Mecke K.R., Buchert T., Wagner H. // 1994. A&A. V. 288. P. 697.*
- Melchiorri B., Melchiorri F. // 1994. La Rivista del Nuova Chimento, V. 17. N 1. P. 1.*
- Meyer D.M., Jura M. // 1985. ApJ. V. 297. P. 119.*
- Meyer D.M. et al. // 1989. ApJ. Lett. V. 343. P. L1.*



- Mihalas D.M.* // 1978. In *Stellar Atmospheres* (San Francisco: Freeman) § 4.3. 5.4. 14.2.
- Millea M.F. et al.* // 1971. *Phys. Rev. Lett.* V. 26. P. 919.
- Minkowski H.* // 1903. *Mathematische Annalen.* V. 57. P. 443.
- Miralda-Escude J., Ostriker J.* // 1990. *ApJ.* V. 350. P. 1.
- Miyaji T., Ishisaki Y., Ogasaka Y. et al.* // 1998. *A&A.* V. 334. L13.
- Molaro P., Primas F., Bonifacio A.* // 1995. *A&A.* V. 295. L47.
- Mukhanov V., Feldman H.A., Brandberger R.H.* // 1992. *Phys. Rep.* V. 215. P. 203.
- Mukhanov V., Steinhard P.* // 1998. *Phys. Lett. B.* V. 442. P. 52.
- Mulchaey J., Davis D., Mushotzky R., Burstein D.* // 1996. *ApJ.* V. 456. P. 80.
- Naselsky P., Novikov I.* // 1993. *ApJ.* V. 413. P. 14.
- Naselsky P., Novikov D.* // 1995. *ApJ. Lett.* V. 444. L1.
- Naselsky P., Novikov D.* // 1998. *ApJ.* V. 507. P. 31.
- Naselsky P., Schmalzing J., Sommer-Larsen J., Hannestad S.* // 2001. astro-ph/0102378.
- Naselsky P., Novikov D., Novikov I., Silk J.* // 2001. *Proceedings of the IAU's 201.*
- Naselsky P., Novikov D., Silk J.* // 2002a. *ApJ.* V. 565. P. 655.
- Naselsky P., Novikov D., Silk J.* // 2002b. *MNRAS.* V. 335. P. 550.
- Neugebauer G., Soifer B.T., Miley G.* // 1984. *ApJ.* V. 278. L83.
- Ng K.L., Ng K.W.* // 1995. *Phys. Rev. D.* V. 51. P. 364.
- Ng K.L., Ng K.W.* // 1996. *ApJ.* V. 456. L1.
- Nordberg E., Smoot G.* // 1998. astro-ph/9805123.
- Novikov D., Feldman H., Shandarin S.* // 1999. *Int. Journal of Modern Physics D.* V. 8. N 3. P. 291 (astro-ph/9809238).
- Novikov D.I., Jørgensen H.E.* // 1996a. *Int. Journal of Modern Physics D.* V. 5. No 4. P. 3.
- Novikov D.I., Jørgensen H.E.* // 1996b. *ApJ.* V. 471. P. 521.
- Novikov D.I., Naselsky P.D., Jørgensen H.E. et al.* // 2001. *Int. Journal of Modern Physics D.* V. 10. P. 245.
- Novikov D., Schmalzing J., Mukhanov V.* // 2000. *A&A.* V. 364. P. 17.
- Novikov D.I.* // 2001. In *Historical Development of Modern Cosmology*, ASP Conference Series. P. 252.
- Olive K.A., Steigman G.* // 1995. *ApJ. Suppl.* V. 97. P. 49.
- Olive K.A., Steigman G., Walker T.P.* // 2000. *Phys. Rev. D.* V. 333. P. 389.
- Oliveira-Costa de A., Tegmark M., Finkbeiner D.P. et al.* // 2002. *ApJ.* V. 567. P. 363.
- O'Meara J.M., Tytler D., Krikman D. et al.* // 2001. *ApJ.* V. 552. P. 718.
- Onaka T.* // 1990. *Proc. IAU 139. The Galactic and Extragalactic Background Radiation*, ed. S. Bowyer, Ch. Leinet (Dordrecht Kluwer Academic). P. 379.
- Padmanabhan T.* // 1996. *Cosmology and Astrophysics through problems*, Cambridge University Press. [book].
- Pagel B.E.J., Simonson E.A., Terlevich R.J., Edmonds M.* // 1992. *MNRAS.* V. 255. P. 325.
- Palazzi et al.* // 1990. *ApJ.* V. 357. P. 14.
- Palazzi et al.* // 1992. *ApJ.* V. 398. P. 53.
- Parese F., Margon B., Bowyer S., Lampton M.* // 1979. *ApJ.* V. 230. P. 304.
- Partridge R.B.* // 1994. "3K: the cosmic microwave background radiation", (Cambridge; New York: Cambridge University Press) [book].
- Peacock J.A.* // 1997. *MNRAS.* V. 284. P. 885.

- Peacock J.A., Dodds S.J. // 1994. MNRAS. V. 267. P. 1020.*
- Peebles P.J.E. // 1968. ApJ. Lett. V. 153. P. 1.*
- Peebles P.J.E., Yu I.T. // 1970. ApJ. V. 162. P. 81.*
- Peebles P.J.E. // 1971. Physical Cosmology, Princeton University Press, Princeton. [book].*
- Peebles P.J.E. // 1980. The Large Scale Structure of the Universe, Princeton University Press, Princeton. [book].*
- Peebles P.J.E. // 1981. ApJ. V. 248. P. 885.*
- Peebles P.J.E. // 1983. ApJ. V. 274. P. 1.*
- Peebles P.J.E. // 1985. ApJ. V. 297. P. 350.*
- Peebles P.J.E. // 1993. Principles of Physical Cosmology, Princeton University Press, Princeton [book].*
- Peebles P.J.E. // 1999a. Formation on Structure in the Universe. Eds. A. Dekel and J.P. Ostriker, Cambridge University Press, Cambridge. P. 435.*
- Peebles P.J.E. // 1999b. Extragalactic Infrared Background and its Cosmological Implications, IAU Symp. Vol. 204. Ed. M. Harwitana and M.G. Hauser.*
- Peebles P.J.E., Seager S., Hu W. // 2000. ApJ. V. 539. P. 1.*
- Peebles P.J.E., Yu J.T. // 1970. ApJ. V. 162. P. 815.*
- Penzias A. // 1979. The origin of the elements. Nobel lecture, \*December 1978. Rev. Mod. Phys. V. 51. P. 430.*
- Penzias A., Wilson R.W. // 1965. ApJ. V. 142. P. 491.*
- Penzias A., Wilson R.W. // 1967. ApJ. V. 72. P. 315.*
- Pequignot D., Ptitjean P., Boisson C. // 1991. A&A. V. 251. P. 680.*
- Perlmutter S. et al. // 1999. ApJ. V. 517. P. 565.*
- Pointecouteau E. et al. // 1999. ApJ. V. 5 // 19. P. L115.*
- Polarski D., Starobinsky A.A. // 1994. Phys. Rev. D. V. 50. P. 6123.*
- Polenta G. et al. // 2002. astro-ph/0201133.*
- Popa L., Burigana C., Finelli F., Mandolesi N. // 2000. A&A. V. 363. P. 825.*
- Pozzetti L. et al. // 1998. MNRAS. V. 298. P. 1133.*
- Protheroe R.J., Biermann P.L. // 1996. APh. V. 6. P. 45.*
- Rao S., Briggs F. // 1993. ApJ. V. 419. P. 515.*
- Ratcliffe A. et al. // 1996. MNRAS. V. 281. P. 355.*
- Rauch M., Miralda-Escude J., Sargent W.L.W. et al. // 1997. ApJ. V. 489. P. 7.*
- Rees M.J. // 1968. ApJ. V. 153. P. L1.*
- Rees M.J., Sciama and D.W. // 1968. Nature. V. 217. P. 511.*
- Rephaeli Y. // 1995. Comptonization of the cosmic microwave background: The Sunyaev-Zeldovich effect. Ann. Rev. Astron. Astrophys. V. 33. P. 541.*
- Rice S.O. // 1944. Bell System Tech. J. V. 23. P. 282.*
- Rice S.O. // 1945. Bell System Tech. J. V. 24. P. 41.*
- Riess A.G., Press W.H., Kirshner R.P. // 1995. ApJ. V. 438. L17.*
- Riess A.G. et al. // 1998. AJ. V. 116. P. 1009.*
- Roberts M.S., Haynes M.P. // 1994. ARADLA. V. 32. P. 115.*
- Roll P.G., Wilkinson D.T. // 1966. Phys. Rev. Lett. V. 16. P. 405.*
- Roth K.C., Meyer D.M., Hawkins I. // 1994. ApJ. V. 413. L67.*
- Ryan S.G., Norris J.E., Beers T.C. // 1999. ApJ. V. 523. P. 654.*
- Ryan S.G., Beers T.C., Olive K.A. et al. // 2000. ApJ. Lett. V. 530. L57.*

- Rybicki G.B.* // 1984 in *Method in Radiative Transfer*, ed. W. Kalkofen, Cambridge University Press, chap. 3.
- Rybicki G.B., Dell'Antonio I.P.* // 1993. in *Observational Cosmology*, ASF conference Series. P. 51.
- Rybicki G.B., Dell'Antonio I.P.* // 1994. *ApJ*. V. 427. P. 603.
- Sachs R.K., Wolf A.M.* // 1967. *ApJ*. V. 147. P. 73.
- Saha A., Sandage A., Tammann G.A. et al.* // 1999. *ApJ*. V. 522. P. 802.
- Sakai S., Mould J.R., Hughes S.M.G. et al.* // 2000. *ApJ*. V. 529. P. 698.
- Sandage A., Tamman G.A.* // 1982. *ApJ*. V. 256. P. 339.
- Sazin M.V.* // 1985. *MNRAS*. V. 216. P. 25.
- Schmalzing J., Buchert T.* // 1997. *ApJ*. V. 482. L1.
- Schmalzing J., Gorski K.M.* // 1998. *MNRAS*. V. 297. P. 355.
- Schmidt B.P., Kirshner R., Eastman R.* // 1994. *ApJ*. V. 432. P. 42.
- Schmidt B.P., Suntzeff N.B., Phillips M.M et al.* // 1998. *ApJ*. V. 507. P. 46.
- Schmidt M.* // 1965. *ApJ*. V. 141. P. 1295.
- Seager S., Sasselov D.D., Scott D.* // 1999. *ApJ*. V. 523. L1.
- Seager S., Sasselov D.D., Scott D.* // 2000. *ApJ*. Suppl. V. 128. P. 407.
- Seljak U.* // 1996. *ApJ*. V. 463. P. 1.
- Seljak U.* // 1997. *ApJ*. V. 482. P. 6.
- Seljak U., Zaldarriaga M.* // 1998. astro-ph/9805010.
- Silk J.* // 1968. *ApJ*. V. 151. P. 459.
- Silk J., Wilson M.L.* // 1981. *ApJ*. V. 244. L37.
- Simon A.J.B.* // 1977. *MNRAS*. V. 180. P. 429.
- Sironi G., Limon M., Marcellino G. et al.* // 1990. *ApJ*. V. 357. 301.
- Sironi G., Bonelli G., Limon M.* // 1991. *ApJ*. V. 378. P. 550.
- Skillman E., Kennicutt R.C.* // 1993. *ApJ*. V. 411. P. 655.
- Skillman E. et al.* // 1994. *ApJ*. V. 431. P. 172.
- Skillman T., Terlevich E., Terlevich R.* // 1998. *Sp. Sci. Rev.* V. 84. P. 105.
- Smoot G., Davidson K.* // 1993. Book Review: *Wrinkles in time* / Little Brown, 1993: William Morrow and Co, 1994.
- Spitzer L., Greenstein J.L.* // 1951. *ApJ*. V. 114. P. 407.
- Sreekumar P., Bertsch D.L., Dingus B.L. et al.* // 1998. *ApJ*. V. 494. P. 523.
- Staggs S.T. et al.* // 1996. *ApJ.*, 458. 407.
- Staggs S.T. et al.* // 1996. *ApJ.*, 473. L1.
- Stankevich K.S. et al.* // 1970. *Australian. J. Phys.* V. 23. P. 52.
- Starobinsky A.A.* // 1980. *Phys. Lett. B.* V. 91. P. 99.
- Starobinsky A.A.* // 1988. *Sov. Astr. Lett.* V. 14. P. 166.
- Starobinsky A.A.* // 1992. *JETP Lett.* V. 55. P. 489.
- Stebbins A.* // 1996. astro-ph/9609149.
- Stokes R.A. et al.* // 1967. *Phys. Rev. Lett.* V. 19. P. 1199.
- Suntzeff N.B. et al.* // 1999. *ApJ*. V. 117. P. 1175.
- Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B.* // 1970a. *Space Sci.* V. 7. P. 3.
- Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B.* // 1970b. *Space Sci.* V. 9. P. 368.
- Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B.* // 1972. *Comments Ap. Space Phys.* V. 4. P. 79.
- Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B.* // 1972b. *A&A.* V. 20. P. 189.
- Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B.* // 1980. *Ann. Rev. A&A.* V. 18. P. 537.

- Takeda M. et al.* // 1998. *Phys. Rev. Lett.* V. 81. P. 1163. M.
- Tammann G.A.* // 1999. Proc. of the 2-nd Int. Conf on Dark Matter in Astrophys. and Particle Phys. Heidelberg, Germany 20–25 July, 2000. Ed by Klapdor-Kleingrothaus and L. Baudis. Philadelphia, PA; Institute of Physics Pub. P. 153.
- Tegmark M., Silk J., Blanchard A.* // 1994. *ApJ.* V. 420. P. 484.
- Tegmark M., Efstathiou G.* // 1996. *MNRAS.* V. 281. P. 1297.
- Tegmark M.* // 1997. *ApJ.* V. 480. L87.
- Tegmark M., de Oliveira-Costa A.* // 1998. *ApJ.* V. 500. P. 83.
- Tegmark M., de Oliveira-Costa A.* // 1999. ASP Conf. Ser. 181 Microwave foregrounds, (ASP: San Francisco).
- Tegmark M., Eisenstein D.J., Hu W., de Oliveira-Costa A.* // 1999. *ApJ.* V. 530. P. 133.
- Tegmark M., Zaldarriaga M.* // 2000. *Phys. Rev. Lett.* V. 85. P. 2240.
- Tegmark M. et al.* // 2000. *ApJ.* V. 541. P. 535.
- Tennison P.D., Henfy R.C., Feldman P.D., Hartig G.F.* // 1988. *ApJ.* V. 330. P. 435.
- Tonry J.L., Blakeslee J.P., Ajhar E.A., Dressler A.* // 2000. *ApJ.* V. 530. P. 625.
- Tucker D.L., Oemler A., Kirshner P. et al.* // 1997. *MNRAS.* V. 285. L5.
- Turok N.* // 1996. *ApJ.* V. 473. P. L5.
- Tytler D., Fan X.-M., Burles S.* // 1996. *Nature.* V. 381. P. 207.
- Udomprasert P.S., Mason B.S., Readhead A.C.S.* // 2000. astro-ph/0012248.
- Vaucouleurs de G.* // 1982. *The Observations.* V. 102. P. 178.
- Verner D.A., Ferland G.J.* // 1996. *ApJ. Suppl.* V. 103. P. 467.
- Viana P.T.P., Liddle A.R.* // 1999. astro-ph/9902245.
- Vielva P., Martinez-Gonzalez E., Cayon L. et al.* // 2001. *MNRAS.* V. 326. P. 181.
- Vishniak E.T.* // 1987. *ApJ.* V. 322. P. 597.
- Vittorio N., Silk J.* // 1984. *ApJ.* V. 285. P. L39.
- Wagoner R.V.* // 1973. *ApJ.* V. 179. P. 343.
- Wang X., Tegmark M., Zaldarriaga M.* // 2002. *Phys. Rev. D.* (in press), astro-ph/0005091.
- Weinberg S.* // 1972. *Gravitation and Cosmology*, Wiley, New York. [book].
- Weinberg S.* // 1977. *First Three Minutes*, New York: Basic books. [book].
- Welch D. et al.* // 1967. *Phys. Rev. Lett.* V. 18. P. 1068.
- White S.D.M., Efstathiou G., Frenk C.S.* // 1993. *MNRAS.* V. 262. P. 1023.
- White S.D.M., Fabian A.C.* // 1995. *MNRAS.* V. 273. P. 72.
- White S.D.M., Navarro J.F., Evrard A.E., Frenk C.S.* // 1993. *Nature.* V. 366. P. 429.
- Wilkinson D.T.* // 1967. *Phys. Rev. Lett.* V. 19. P. 1195.
- Wilson M.L.* // 1983. *ApJ.* V. 273. P. 2.
- Wilson M.L., Silk J.* // 1981. *ApJ.* V. 243. P. 14.
- Winitzki S., Kosowsky A.* // 1997. *New Astronomy.* V. 3. P. 75.
- Woosley S., Weaver T.* // 1986. IAU Colloq. 89. *Radiation Hydrodynamics*, ed. D. Mihalas and K.H. Winkler (Dordrecht: Reidel). P. 91.
- Wright E.L.* // 1979. *ApJ.* V. 232. P. 348.
- Wu J.H.P. et al.* // 2001. *ApJ. Suppl.* V. 132. P. 1.
- Yahil A., Tammann G.A., Sandage A.* // 1977. *ApJ.* V. 217. P. 903.
- Yoshida S. et al.* // 1995. *Astropart. Phys.* V. 3. P. 105. M.
- Yoshida S., Dai H.* // 1998. *J. Phys. G.* V. 24. P. 905.
- Zaldarriaga M.* // 1997. *Phys. Rev. D.* V. 55. P. 1822.

- Zaldarriaga M., Seljak U. // 1997. Phys. Rev. D. V. 55. P. 1830.*
- Zaldarriaga M., Seljak U. // 1998. Phys. Rev. D. V. 58. P. 023003.*
- Zaldarriaga M., Harari D. // 1995. Phys. Rev. D. V. 52. P. 3276.*
- Zaldarriaga M., Seljak U., Bertschinger E. // 1998. ApJ. V. 494. P. 491.*
- Zamorani G. // 1993. "Extragalactic Background Radiation", Proceedings of the Extragalactic Background Radiation Meeting, Baltimore. Ed. D. Calzetti, M. Livio and P. Madau, Cambridge University Press. P. 37.*
- Zaritsky D., Smoth R., Frenk C., White S.D.M. // 1997. ApJ. V. 478. P. 39.*
- Zeldovich Ya.B. // 1970. A&A. V. 5. P. 84.*
- Zeldovich Ya.B., Novikov I.D. // 1983. Relativistic Astrophysics. Vol. II., University Chicago Press, Chicago. [book].*
- Zeldovich Ya.B., Sunyaev R.A. // 1969. Astrophysics and Space Sci. V. 4. P. 301.*
- Zeldovich Ya.B., Sunyaev R.A. // 1970a. Astrophysics and Space Sci. V. 7. P. 3.*
- Zeldovich Ya.B., Sunyaev R.A. // 1970. Astrophysics and Space Sci. V. 7. P. 20.*
- Zwicky F. // 1957. Morphological Astronomy, Berlin, [book].*

Научное издание

**Насельский Павел Давидович  
Новиков Дмитрий Игоревич  
Новиков Игорь Дмитриевич**

**РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ  
ВСЕЛЕННОЙ**

*Утверждено к печати  
Ученым советом  
Физического института  
им. П.Н. Лебедева  
Российской академии наук*

Зав. редакцией *Н.А. Степанова*  
Редактор *Г.С. Куликов*  
Художник *М.А. Октябрьский*  
Художественный редактор *В.Ю. Яковлев*  
Технический редактор *З.Б. Павлюк*  
Корректоры *З.Д. Алексеева, Г.В. Дубовицкая,  
Р.В. Молоканова*

**Подписано к печати 04.03.2003**

**Формат 60×90<sup>1</sup>/16. Гарнитура Таймс**

**Печать офсетная**

**Усл.печ.л. 24,5. Усл.кр.-отт. 30,0. Уч.-изд.л. 24,7**

**Тираж 400 экз. Тип. зак. 4135.**

**Издательство "Наука"**

**117997 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90**

**E-mail: [secret@naukaran.ru](mailto:secret@naukaran.ru)**

**Internet: [www.naukaran.ru](http://www.naukaran.ru)**

**Санкт-Петербургская типография "Наука"**

**199034, Санкт-Петербург В-34, 9-я линия, 12**





Насельский Павел Давидович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики космоса Ростовского государственного университета. Известный специалист в области космологии и физики реликтового излучения, автор более 120 научных статей и двух монографий. В настоящее время работает в Институте физики им. Нильса Бора Центра теоретической астрофизики (Дания).



Новиков Дмитрий Игоревич, доктор физико-математических наук, специалист в области космологии и физики реликтового излучения, автор 35 научных публикаций. Научный сотрудник Астрокосмического центра Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. В настоящее время работает научным сотрудником в Оксфордском университете (Англия).



Новиков Игорь Дмитриевич, доктор физико-математических наук, ведущий специалист в области космологии и релятивистской астрофизики. Один из создателей отечественной школы в этих областях. Автор более 270 научных публикаций и 12 научных монографий. Им опубликовано 15 научно-популярных книг и более 150 научно-популярных статей, многие из которых на иностранном языке. Главный научный сотрудник Астрокосмического центра Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. В настоящее время является профессором Копенгагенского университета и ректором Центра теоретической астрофизики (Дания). Член-корреспондент Российской академии наук, член многих зарубежных академий и научных обществ.

ISBN 5-02-006368-1

