

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ
А. А. РУЗМАЙКИН
Д. Д. СОКОЛОВ

Магнитные поля в астрофизике

Перевод с английского
Е. В. Ивановой

Под редакцией
Д. Д. Соколова



Москва ♦ Ижевск

2006

УДК 52
ББК 22.63



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 05-02-30010.

Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д.
Магнитные поля в астрофизике. — Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. — 384 с.

Предлагаемая книга написана классиком отечественной науки, одним из лидеров советской атомной программы, академиком Я. Б. Зельдовичем в последний период его творчества вместе с двумя — тогда еще молодыми — соавторами А. А. Рузмайкиным и Д. Д. Соколовым (сейчас проф. А. А. Рузмайкин работает в Калифорнии, США, а проф. Д. Д. Соколов — в МГУ, Россия). Впервые книга была издана на английском языке нью-йоркским издательством Gordon and Breach в 1983 г.

Авторы вводят здесь ряд новых концепций электродинамики и магнитной гидродинамики космических сред, в частности, дают представление о быстром динамо и топологическую трактовку условий быстрой генерации магнитного поля, рассматривают образование магнитных полей в спиральных галактиках и в конвективных оболочках звезд. Вместе с другими монографиями, опубликованными в этот период, книга сформировала современную парадигму изучения магнитных полей в космосе. За прошедшие годы она не утратила своей актуальности, широко цитируется в научной литературе, представлена практически во всех зарубежных библиотеках астрономического профиля. Однако до настоящего времени эта книга оставалась практически недоступной отечественному читателю.

ISBN 5-93972-578-3

ББК 22.63

- © А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов, 2006
- © Наследники Я. Б. Зельдовича, 2006
- © НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006

<http://shop.rcd.ru>
<http://ics.org.ru>

Оглавление

Предисловие к русскому изданию	7
Предисловие к выпуску	10
Предисловие	12
ГЛАВА 1. Введение	18
ГЛАВА 2. Проявления космического магнетизма	26
I. Введение	26
II. Эффект Зеемана	29
III. Биения при атомных переходах	33
IV. Эффект Ханле	36
V. Фарадеевское вращение	40
VI. Гиролинии	46
VII. Другие методы	48
VIII. Напряженность и масштаб магнитных полей в астрофизике	49
ГЛАВА 3. Происхождение магнитных полей	52
I. Особенности космической среды: большие числа Рейнольдса	52
II. Вмороженные магнитные поля	54
III. Гипотеза реликтового (остаточного) поля	56
IV. Необходимость динамо	59
ГЛАВА 4. Динамо	63
I. Униполярное динамо	63
II. Двойное дифференциальное вращение	67
III. Спиральное динамо	72
IV. Веревоочное динамо	76
ГЛАВА 5. Условия генерации магнитных полей	80
I. Введение	80
II. Перенос скаляра	83
III. Перенос магнитного поля	88

IV.	Кинематическое динамо	90
V.	Необходимое условие для действия динамо	93
VI.	Теоремы запрета	94
VII.	Медленное динамо	97
ГЛАВА 6.	Вкратце о топологии течений	100
I.	Узлы, зацепления и теорема запрета	102
II.	Зацепления и спиральность	107
III.	Другие спиральности	113
ГЛАВА 7.	Магнитные поля в стационарных течениях	117
I.	Быстрое динамо	117
II.	Течение с постоянной деформацией	119
III.	Течения с растяжениями на компактном многообразии	126
IV.	Выталкивание магнитного поля	132
ГЛАВА 8.	Кинематические турбулентные динамо	138
I.	Случайное блуждание частиц в среде	140
II.	Динамо среднего поля	144
III.	Спектр мелкомасштабных полей	149
IV.	Магнитное поле в зеркально-симметричной турбулентности	154
ГЛАВА 9.	Турбулентное динамо в диске	160
I.	Уравнения генерации и граничные условия	161
II.	Свойства основных мод	166
III.	Некоторые примеры	169
IV.	Асимптотические решения	174
ГЛАВА 10.	О нелинейной теории турбулентного динамо	180
I.	Линейная модель	181
II.	Нелинейная задача	187
III.	Уравнение Ландау в теории динамо	191
IV.	Динамика средней спиральности в магнитном поле	192
V.	Численное моделирование МГД-турбулентности	198
ГЛАВА 11.	Звездные циклы	204
I.	Проблемы звездной таксономии	204
II.	Свидетельства звездной активности	206
III.	Механизмы солнечной активности	211
IV.	Характеристики кинематической теории динамо	215
V.	Характер 11-летней активности	223

VI. Вскосая модуляция	228
VII. Стохастическая природа глобальных минимумов	229
VIII. Пекулярные магнитные звезды	239
ГЛАВА 12. Галактика и ее магнитное поле: наблюдения	244
I. Галактика	244
II. Магнитное поле Галактики	249
III. Локальные наблюдения галактического поля	250
IV. Крупномасштабное галактическое поле	252
V. Случайная составляющая галактического поля	259
VI. Асимметрия галактического поля	260
ГЛАВА 13. Галактическое динамо	262
I. Источники галактического поля	262
II. Модель галактического динамо	266
III. Затравочные поля	268
IV. Роль спиральных рукавов	270
V. Другие спиральные галактики	272
ГЛАВА 14. Роль магнитного поля в звездообразовании	274
I. Современный взгляд на формирование звезд	274
II. Наблюдательный фон	277
III. Эволюция магнитных облаков	280
IV. Перенос углового момента	287
V. Торможение вращения звезд	292
VI. Магнитные поля и космогония	295
ГЛАВА 15. Магнитные поля в космологии	299
I. Общие соображения	299
II. Наблюдательные ограничения на межгалактические поля	300
III. Роль магнитного поля в образовании галактик	304
IV. Возбуждение магнитных полсей в радиационной плазме	307
ГЛАВА 16. Аккреция на черных дырах	313
I. Черные дыры	314
II. Аккреция на невращающуюся черную дыру в магнитном поле	316
III. Вращающаяся черная дыра	320
IV. Аккреционные диски в двойных звездных системах	324
V. Природа переноса углового момента в аккреционном диске	327
VI. Динамо в аккреционных дисках	329

ГЛАВА 17. Сильные магнитные поля	333
I. Атомы и молекулы в сильных магнитных полях	333
II. Частицы, фотоны и вакуум в сильных магнитных полях	335
III. Пульсары	339
IV. Монополи	345
Литература	347
Предметный указатель	379

Предисловие к русскому изданию

Представляя читателю книгу классика советской физики, трижды Героя социалистического труда, одного из руководителей советской ядерной программы академика Якова Борисовича Зельдовича, которую он опубликовал вместе со своими тогда молодыми учениками и коллегами, А. А. Рузмайкиным и Д. Д. Соколовым, в 1983 г. в Нью-Йорке в издательстве «Гордон энд Брич», кажется необходимым объяснить, почему более 20 лет эта книга была практически недоступна для отечественного читателя. Мне самому сегодня кажется совершенно невероятным, что за несколько лет до перестройки вполне успешный советский академик мог испытывать трудности с публикацией научной книги, не имеющей видимой политической окраски. Однако реальная жизнь советского общества была сложнее, чем это нам вспоминается сейчас. Тривиальные академические дразги, о которых сейчас не хочется вспоминать, закрыли дорогу для публикации книги в солидных советских издательствах. Возможно, эти трудности были преодолимыми, и, пойдя на определенные жертвы, книгу можно было бы напечатать в каком-нибудь периферийном для научной литературы издательстве. Однако в то время уже открылась узкая дверца, разрешающая публикацию научной литературы за границей, и авторы воспользовались этой возможностью.

Книга привлекла внимание читателя. На нее ссылались и ссылаются до сих пор. Вопросы, изложенные в книге, интенсивно изучались. Оказалось, что нам удалось правильно предугадать направление развития во многих ключевых направлениях, так что уже через несколько лет двум молодым соавторам совместно с подключившимся к работе А. М. Шукуровым удалось развить один из маленьких разделов этой книги в целую монографию, посвященную магнитным полям галактик. Эту книгу благодаря поддержке будущего нобелевского лауреата В. Л. Гинзбурга удалось уже опубликовать не только на английском языке в голландском издательстве «Клувер», но и по-русски в издательстве «Наука». Впрочем, русская публикация далась гораздо сложнее английской.

В это время тратить силы на борьбу с отечественной научной и издательской бюрократией не хотелось, тем более что за границей пришлось опубликовать еще одну монографию и большой обзор, написанные с уча-

стием Я. Б. Зельдовича. Для них по-прежнему находились издатели за границей, но не дома. Потом пришли кризисные времена, когда на публикацию русского издания трудно было рассчитывать.

За это время ушел из жизни один из соавторов, а другой стал американским ученым. Меня много раз спрашивали молодые коллеги, где можно прочитать ставшую известной книгу. Она была переиздана по-английски, находится практически во всех научных библиотеках соответствующего профиля, но в России ее нет ни в одной библиотеке — сгоряча мы не догадались подарить несколько авторских экземпляров в ведущие библиотеки. Оставшийся у меня авторский экземпляр зачитан до дыр.

Теперь появилась возможность исправить, насколько это возможно, такое странное положение. Конечно, ушедшего не вернешь. За прошедшие годы физики и астрономы узнали много нового о космических магнитных полях. Внесение этих сведений в книгу привело бы к написанию совершенно новой монографии. Возможно, она и была бы интересной (хотя чаще подобные переработки лишь ухудшают ситуацию), но это была бы другая книга. В то же время анализ ссылок на нашу книгу в текущей научной печати показывает, что содержащиеся в ней идеи остаются интересными для современных исследователей.

За прошедшие годы меня часто спрашивали о том, как писалась книга. Далекие от науки люди иногда говорили, что, наверное, маститый академик организовал договор с издательством, договорился о разрешении на публикацию от советских властей, а молодые авторы написали текст. На самом деле все, конечно, обстояло совершенно иначе. Некоторое разделение труда существовало, но авторы интенсивно работали вместе над всей книгой. На одном этапе подготовки рукописи я простудился и был несколько дней на бюллетене, который пришлось закрывать в поликлинике. Возвратившись домой, я увидел, что мой маленький сын героически поддерживает светскую беседу за чаем с двумя моими соавторами, которые устали ждать моего выздоровления и приехали ко мне домой работать над рукописью. За рулем машины был Я. Б., страстный автомобилист. Когда мы собирались у него, то требовалось определенное усилие, чтобы убедить, что не стоит подвозить нас на машине до метро.

Книга несет на себе печать времени. Перечитывая ее сейчас, видишь, что авторы стремятся как можно более неформально говорить со своей аудиторией. Их завораживает сама возможность выплеснуть свои мысли зарубежному читателю, которого они еще очень плохо знают. Иногда эмоции переклещивают через край. Видно, что авторы далеко не всегда справляются с английским языком, и тогда речь становится не совсем связной. Большое внимание авторы уделяют тому, чтобы познакомить западного читателя с со-

ветской наукой и написать о тех иностранных ученых, которых они хорошо знают. Видно, что стена между нашей страной и западными странами еще очень высока. Эти особенности книги хотелось сохранить в переводе, при этом не придавая изданию мемориально-филологического характера. Поэтому при переводе пришлось пойти на ряд непоследовательностей. Иногда текст сглажен, а иногда оставлена угловатая конструкция оригинала. Обычно отечественные авторы цитируются в тексте по-русски, а иностранные — по-английски, но во многих случаях мы по тем или иным соображениям (хотя бы потому, что сейчас далеко не всегда легко сказать, кого считать отечественным автором) нарушали это правило. Надеюсь, что это не помешает читателю, который имеет хоть какие-то элементарные представления об английском языке. Зато такой стиль перевода соответствует намеренно раскованной манере, в которой написана книга.

Д. Д. Соколов,
Москва, 12 сентября 2004 г.

Предисловие к выпуску

Просматривая книжные полки средней научной библиотеки, легко убедиться, что большая часть растущего числа научных публикаций по гидромеханике пришлось на период после Второй мировой войны. В рамках механики жидких сред возрастающей популярностью стали также пользоваться публикации астрофизической и геофизической направленности. На то есть ряд понятных причин, от чисто теоретических до практических. Известны перспективные замыслы изучения и, частично, управления атмосферой Земли, результаты которых простираются от минимизации загрязнения окружающей среды губительными выбросами производственных отходов до увеличения сельскохозяйственной выработки. В наше время развития океанских ресурсов не менее остро стоит проблема понимания движений водной поверхности Земли, того, как эти движения могут распространять отходы, расположенные на дне океана, как можно использовать их для выработки столь необходимой человечеству энергии, как они воздействуют на океанские живые организмы и продукты, которые человек черпает из моря. Сейсмология и вулканология имеют едва ли меньшее практическое значение для многих густонаселенных районов, и они обязаны своим существованием напряжениям земной коры, вызываемым движениями подстилающей мантии. Под мантией находится ядро Земли, внутренние движения которой являются причиной геомагнетизма. Подобно геомагнетизму, большинство вопросов астрофизической механики жидкостей трудно смоделировать в лабораторных условиях. Во всяком случае они представляют интерес главным образом для теоретического изучения. Исключениями являются: взаимодействие солнечного ветра с внутренним магнитным полем Земли, магнитные бури и их влияние на передачу радиосигналов в ионосфере. В механике жидких сред тоже есть множество вопросов, которые представляют в основном теоретический интерес, и к ним относятся изучение звездного ветра вообще, движение облаков газа и областей H II, пульсация звезд, их вращение, магнетизм и их формирование под действием гравитационного коллапса, распространение волн плотности в галактиках, поддержание галактических магнитных полей, магнитосферы пульсаров, взрывы сверхновых, движение планетарных атмосфер и т. д. Некоторые из

этих тем имеют старую и почтенную историю, но многие еще новы. Иногда стимулом становятся открытия, совершаемые во время космических исследований или на орбитальных обсерваториях, но чаще всего понимание приходит как часть естественного прогресса. Например, по мере того как классическая проблема структуры и эволюции статической сферически-симметричной звезды становится все лучше разрешимой, возникает вопрос: что в таком случае наиболее естественно рассматривать в качестве «исключительных» отклонений: пульсации звезд, их деформацию вращением, приливы или магнетизм?

Путеводной нитью, подходящей ко многим из этих тем, является гидромеханика вращающихся многослойных (и, возможно, электропроводящих) жидкостей. Неудивительно, что концепции, подходящие для крупномасштабной атмосферной динамики и океанографии, находят соответствия в солнечной, планетарной и космической физике. Ученый, специализирующийся в одной из этих дисциплин, может обрести себя, читая, осмысливая и, возможно, даже находя поддержку в научной работе из другой области. Руководствуясь именно этим соображением, издатели в 1977 г. поспособствовали мне в расширении рамок журнала *Geophysical Fluid Dynamics* для включения в него работ астрофизической направленности. Реакция оказалась столь благоприятной, что они убедили меня издавать цикл книг, чтобы дополнить его.

Это третий том из цикла *Механика жидкостей в астрофизике и геофизике*. Том выходит вслед за книгами *Магнитогидродинамика солнечных вспышек* и *Звездный и планетарный магнетизм*. Предыдущие тома были сборниками обзоров и статей, которые издатели (Е. Р. Прист и А. М. Совард соответственно) представили как единое целое с использованием собственных дополнительных материалов. Формат настоящей книги традиционен. Ее авторы, всемирно известные за личный вклад в своей области, объединили свои усилия в изложении некоторых наиболее волнующих предметов из области физики. Передавая это восприятие своим читателям, академик Зельдович и его коллеги, доктора Румзайкин и Соколов, имели своей целью обучить честолюбивых студентов, которые хотят познакомиться с излагаемыми в книге вопросам. Кроме того, эта книга может быть в одинаковой мере полезна как специалисту, так и начинающему. Уверен, что она будет оценена как достойный приемник двух предшествующих томов этой серии.

П. Х. Робертс,
редактор

Предисловие

В этой книге обсуждаются магнитные поля, их диагностика, поведение и то, какое влияние они могут оказывать в астрофизических условиях. Наряду с магнитными полями звезд, пульсаров и черных дыр рассматриваются также магнитные поля, проникающие в межзвездный газ. Принципиальное значение придается проблеме генерации магнитных полей, особенно посредством гидродинамических движений плазмы, т. е. посредством так называемого процесса «динамо». Такой выбор был продиктован не только внутренней важностью этого предмета для астрофизики, но также быстрым развитием этой теории и ее приложениях, вклад в которые внесли и авторы этой книги.

Статьи и книги по космической электродинамике, опубликованные в 1950–1960-х гг., касались в основном поведения частиц в магнитных полях, условий звездного равновесия и изучения спиральных рукавов в Галактике и т. д., в присутствии магнитного поля. Магнитное поле предполагалось заданным и, как правило, достаточно сильным, сравнимым с гравитацией и давлением. Многое было позаимствовано из лабораторного опыта, приобретенного в попытках ограничить плазму рамками магнитной конфигурации, причем последнее десятилетие внесло разительные изменения в этот подход.

Наблюдения показывают, что величина магнитного поля во многих астрофизических объектах довольно мала, так что его вкладом в их равновесие можно пренебречь. В противоположность этому было установлено, что магнитное поле играет существенную роль в неравновесных, динамических, активных процессах. Это хорошо видно на примере солнечной, или, более широко, звездной активности, все проявления которой (пятна, вспышки, нагрев короны и т. д.) являются атрибутами магнитных полей.

Двадцатидвухлетний солнечный цикл является хорошим примером быстрого изменяющегося магнитного поля. Его объяснение дает ключ к правильному пониманию природы космического магнетизма. Столь быстрое изменение магнитного поля в наблюдаемых динамических процессах невозможно объяснить только лишь омической диффузией. Характерное время такой диффузии пропорционально произведению электропроводности на квадрат

масштаба поля, так что оно велико по астрономическим меркам. Этот факт был известен уже давно. В астрофизике такие поля называют «вмороженными» в плазму. Столь быстрое изменение магнитного поля может объясняться только движениями плазмы и существенной разницей между космическим и лабораторным магнитными полями. Поля гигантских пульсаров являются явным доказательством триумфа концепции вмороженности магнитного поля. С другой стороны, нельзя упускать из виду омическую диффузию. Она оказывается в поле зрения всякий раз, когда движение чрезмерно уменьшает масштабы поля.

В свете вышеупомянутых замечаний становится очевидной значимость теории гидромагнитного динамо. В 1919 г. для объяснения поддержания и усиления магнитных полей под действием движения проводящих жидкостей Дж. Лармором была выдвинута концепция динамо. Фундамент теории был заложен в середине 60-х гг. Каулингом, Паркером, Гейзенбергом, Брагинским и другими выдающимися исследователями. Важность теории динамо была оценена, когда она была использована для объяснения магнитного поля Земли и солнечного цикла. Следует особо отметить ценность пионерских работ и энтузиазм Эльзассера, но в целом влияние работ по динамо было значительно меньшим, чем влияние публикаций, в которых для космических магнитных полей использовался квазилабораторный подход.

Широкую известность получил цикл работ Штеенбека, Краузе и Рэдлера по теории турбулентного динамо, опубликованных в конце 60-х гг., которые стали поворотной точкой в развитии теории динамо. Они построили простую для применения технику (так называемую «электродинамику средних полей»), с помощью которой условия генерации и структура поля могли быть легко вычислены и которая давала ясное объяснение физики генерации в терминах средней спиральности турбулентности. В простейшем случае средняя спиральность определяется корреляцией флуктуационной скорости и ее ротора, которая типична для движения множества хаотично распределенных и хаотично вращающихся вихрей с выделенным (например, правосторонним) направлением вращения. Такая корреляция отсутствует в случае зеркально-симметричного движения — правосторонний вихрь под действием зеркального отражения превращается в левосторонний вихрь и наоборот. Конвекция, создаваемая радиальным градиентом температур во вращающейся звезде, как раз имеет такую корреляцию, т. е. спиральность. Эта спиральность имеет разные знаки в северном и южном полушариях звезды. Подход, использующий спиральность, быстро завоевал популярность и с тех пор применялся во множестве астрофизических контекстов. Теория динамо перестала быть пасынком геофизики и астрофизики.

В астрофизике недостаточно знать средние значения полей. Наблюдения показывают множество интересных процессов, происходящих на малых масштабах. Для описания мелкомасштабных магнитных полей необходимо дальнейшее развитие теории динамо.

Линейная теория говорит об условиях, необходимых для наблюдения экспоненциального роста магнитного поля. Эта теория дает экспоненту с вещественным показателем или — в некоторых случаях — экспоненту с комплексным показателем с положительной действительной частью. Мнимая часть подразумевает, что рост сопровождается осцилляцией, в процессе которой все поля меняют знак, но, очевидно, результат линейного роста зависит от начального поля. Во многих ситуациях, вследствие долговечности астрофизических объектов, экспоненциальный рост, предсказываемый линейной теорией, приводит к нелогично большим оценкам для напряженностей полей. Очевидно, это означает, что линейная теория преувеличивает границы своей применимости. Необходима нелинейная теория. На самом деле следует учитывать обратное действие магнитного поля на движение плазмы. Можно ожидать, что случай вещественного показателя экспоненты приведет в результате к статическому распределению поля. С другой стороны, если скорость роста комплексная, то действительная часть будет обращаться в нуль, оставляя лишь мнимую часть. В итоге это дает предсказание периодических нелинейных осцилляций с инверсией поля. Именно такая ситуация имеет место для 22-летнего солнечного цикла. Если учесть нелинейность точнее, введя новое дифференциальное уравнение, то можно объяснить стохастическое поведение поля в целом, которое, по-видимому, проявляется в глобальных минимумах солнечной активности, таких как минимум Маундера.

Исследования в области астрофизических магнитных полей сталкиваются и с другими проблемами. Одна из них возникла после открытия пульсаров, мощных источников как пульсирующих радиоволн, так и рентгеновского, гамма и других видов излучения. Считается общепринятым, что энергия импульсов исходит из энергии вращения нейтронных звезд. Магнитное поле играет роль связующего звена между вращением и излучением. Поле не наблюдается напрямую; предполагается, что оно имеет конфигурацию диполя, наклоненного к оси своего вращения с мощностью порядка 10^{12} гс. Гиролинии, предсказанные Гнединым и Сюняевым (1974) и зарегистрированные Трюмпером и др. (1978) при энергиях около 58 ГэВ, непосредственно доказывают, что мощность поля на поверхности нейтронной звезды в двойной системе, Her X-1, порядка $5 \cdot 10^{12}$ гс. Предполагается, что поле является остаточным от начального поля, сжатого в процессе превращения звезды в пульсар. На основании таких предположений были

получены подробные выводы для физики пульсаров: ускорение электронов и позитронов, их гамма-излучение и цепная реакция, когда фотоны превращаются в пары под действием магнитного поля.

Проблема происхождения магнитных полей и связанные с ними химические аномалии в пекулярных А-звездах в течение многих лет оставались загадкой. В отличие от Солнца, эти звезды не имеют обширных конвективных оболочек, в которых магнитные поля легко могли бы быть сгенерированы. Эта и некоторые другие сходные астрофизические проблемы являются крепкими орешками для теории динамо. Возможно, что динамо работало на ранних стадиях эволюции этих звезд.

Пульсары часто бывают окружены газовыми туманностями. Хорошо известным примером является пульсар NP 05032 из Крабовидной туманности. Напомним, что синхротронное излучение релятивистских электронов в магнитном поле в Крабе было впервые предсказано Гинзбургом, Шкловским и Гордоном в 1953 г. Значительный вклад в изучение магнитного поля в Крабе внес Кардашев в 1964 и 1970 г.

Сейчас магнитные поля обнаружены в межзвездных облаках, начиная от очень небольших, очень плотных облаков и заканчивая протяженными и рассеянными. Их зарождение связывают с магнитным полем Галактики. Это поле имеет случайную турбулентную структуру на малых масштабах (~ 100 пс), где оно напрямую взаимодействует с облаками. Крупномасштабная компонента (несколько килопарсек) галактического поля также является немаловажной. В настоящее время у нас есть простые модели динамо для среднего поля, которые объясняют его происхождение.

Это примерная история вопроса, с которой мы начинаем книгу о магнитных полях в астрофизике. Мы хотим рассказать читателю о реальных магнитных полях в астрофизике. Это стало возможным благодаря замечательному прогрессу наземных и космических обсерваторий. В гл. 2 обсуждаются наблюдательные методы, имеющиеся результаты и предсказываемые оценки для напряженностей магнитных полей.

Обсуждение происхождения магнитных полей приведено в гл. 3. Мы надеемся, что затем читателю захочется изучить теорию динамо. Мы не обсуждаем здесь основы этой теории в строго математической манере. Это уже было сделано в обзоре Робертса (1971) и в книгах Моффатта (1978), Паркера (1979), Краузе и Рэдлера (1980), Вайнштейна, Зельдовича и Рузмайкина (1980). Вместо этого значительная часть посвящена обсуждению качественных аспектов и теоретических результатов. Главной целью является понять и изучить, как применять теорию динамо к реальности.

Наша книга представляет собой нечто среднее между обзором и учебником. По сравнению с обзором она дает возможность избежать ненужных

деталей, упомянуть все имеющиеся результаты и дать все ссылки. Мы приводим небольшое количество ссылок, и, как правило, они нужны не для расстановки приоритетов. С их помощью читатель может получить больше информации о предмете обсуждения. В отличие от учебника, монография не подчинена необходимости излагать только хорошо обоснованные и проверенные материалы. Пользуясь таким правом, мы взяли на себя риск, возможно не всегда оправданный, представить к рассмотрению читателя новаторские, спекулятивные идеи. Мотивацией для такого риска является незавершенный, но развивающийся характер науки о космических магнитных полях. Наряду с численными моделями генерации магнитного поля (солнечный цикл и галактическое динамо), поднимаются вопросы о магнитных полях таких гипотетических объектов, как, например, черные дыры. Мы упоминаем и актуальные современные проблемы поляризации вакуума в сильных магнитных полях и магнитных монополей. С другой стороны, представлены не все астрофизические приложения. Ни размеры книги, ни возможности авторов не позволили осуществить этого.

Эта книга отличается от других книг на похожие темы, таких как монографии Паркера «Космические магнитные поля» (1979) и Вайнштейна и др. «Турбулентное динамо в астрофизике» (1980, издана по-русски), тем, что она подходит несколько иначе к основам теории динамо и содержит в себе как множество астрофизических примеров, так и обсуждение методов наблюдений поля. В упомянутых выше монографиях в качестве основных астрофизических примеров рассматривались Солнце и Галактика. Мы попытались сделать эту книгу понятной не только тем, кто интересуется теорией динамо, но также астрофизикам, работающим в других областях, как теоретикам, так и практикам. Этим частично объясняется структура книги. По этой же причине мы иногда меняем порядок изложения материала, нарушая логичное правило движения от известного к неизвестному, от аргументов к результатам. Предоставим читателю самому судить, в какой степени такой метод помогает пониманию предмета.

Во время написания этой книги мы пользовались работами, советами и помощью многих друзей и коллег. Мы выражаем особую свою признательность В. И. Арнольду, С. И. Брагинскому, У. Фришу, Т. С. Ивановой, Г. К. Моффатту, С. А. Молчанову, А. Пуке, М. Р. Е. Проктору, А. Шукурову, Р. Сюняеву, В. В. Усову и Н. О. Вейсу. Мы благодарим нашего переводчика Н. А. Соколову, а также Н. Гулу и А. А. Гуськову, которые печатали рукопись. Также выражаем нашу глубокую признательность редактору выпуска, члену Королевского общества профессору Полу Робертсу, чье глубокое понимание нашего предмета в сочетании с тщательной работой по улучшению научного и образовательного содержания нашей книги явились решающими

ми для ее преобразования к окончательному виду. Последний, не менее важный, вклад совершил профессор Робертс, преобразовавший ломаный английский первоначальной рукописи к его нынешнему виду. Тем не менее мы должны взять на себя ответственность за все ошибки, которые остались в тексте.

В заключение мы отметим, что часть книги, посвященная динамо (гл. 3 и 10), обсуждалась и была написана совместными усилиями всех трех авторов, тогда как ответственность за остальные главы лежит, главным образом, на двух из них (А. А. Р. и Д. Д. С.). Глава 14 была написана Т. В. Рузмайкиной.

ГЛАВА 1

Введение

Исследование и использование человеком магнитных явлений имеют длинную историю, простирающуюся более чем на тысячу лет назад. Компас, который был создан в Китае (во втором веке н. э.) и достиг Европы в XIII в., сыграл огромную роль в навигации и развитии географии. Он, конечно же, использует естественное магнитное поле Земли.

В «Истории физики» (1950) фон Лауэ описал смятение Христофора Колумба во время его знаменитого путешествия в 1492 г., когда он обнаружил, что стрелка компаса начала отклоняться к западу от севера, вместо того чтобы отклоняться к востоку, как он ранее знал по опыту путешественников по Южной Европе. Уильям Гильберт внес большой вклад в науку, исследовав с помощью компаса картину расположения магнитных линий вокруг намагниченных железных сфер и обнаружив ее сходство с магнитным полем Земли.

Эффект магнита в кусочке железа поразил древний мир. Фалес Милетский утверждал, что «магнит имеет душу, чтобы двигать железо» (Arist. 405a). Это дало повод считать магнетизм чем-то сверхчувственным и мистическим. Месмер намагничивал своих знатных пациентов, которые часто обретали чудесное исцеление. Упоминания о могуществе магнетизма появились в литературе. Например, русский поэт М. Ю. Лермонтов (1814–1841 гг.) писал: «Такая мудрая супруга, в часы любовного досуга... магнетизировать начнет — и счастлив муж, коли заснет!..» Воспоминания Эйнштейна о его детском интересе и удивлении, когда он в возрасте четырех лет увидел представление с использованием магнита, отражают очарование, также широко испытываемое простыми смертными. Далекими отзвуками мистического и сверхчувственного восприятия магнитных полей является ореол, все еще окружающий так называемое магнитное лечение водой, зерном, цементом и чем угодно еще, к чему верующий может прикоснуться.

В XIX в. стала ясна взаимосвязь между электрическим и магнитным полями. В 1820 г. Х. К. Эрстед обнаружил, что магнитное поле порождается электрическим током. В 1830 г. Майкл Фарадей открыл явление индукции, описание которого на языке дифференциальных уравнений было

дано Дж. К. Максвеллом. Профессор Якоби из Санкт-Петербурга, коллега Е. Х. Ленца, который и сам был выдающимся исследователем явления индукции, изобрел первое магнитоэлектрическое устройство, которое он незамедлительно использовал практически. В 1838 г. на его основе вверх по течению реки Невы было запущено судно с 14 пассажирами. Наступила эпоха электричества! В ходе развития обнаружилось множество важных приложений магнитных полей и электрических токов в лабораториях, инженерии и индустрии, и это отодвинуло на задний план проблемы естественного магнетизма.

В течение XX в. теория относительности развивалась главным образом на основе теории электромагнитного поля. Лоренц-инвариантность являлась свойством уравнений Максвелла, что было установлено за полвека до Эйнштейна, Лоренца и Пуанкаре. Было доказано, что электрическое и магнитное поля являются компонентами общего антисимметричного тензора второго ранга в четырехмерном пространстве Минковского, и, таким образом, эти два поля лишились своей индивидуальности. Утверждение типа: «здесь присутствует магнитное поле, а никак не электрическое» или наоборот уже не может быть абсолютным. Если какое-то из этих утверждений верно для одного наблюдателя, то оно неверно для другого наблюдателя, находящегося в движении относительно первого. Может показаться, что это противоречит наглядному представлению Фарадея о линиях магнитного поля. Однако мы увидим, что гениальная концепция Фарадея обретает второе рождение в современной магнитогидродинамике и астрофизике.

Объединение электромагнитной и квантовой теорий приводит к появлению идеи фотонов, т. е. квантов света, квантов электромагнитного излучения. Квантовая теория движения электронов в атомах, включающая в себя квантовую электродинамику, является полной теорией. Было достигнуто прекрасное соответствие с экспериментом с точностью до 10^{-11} – 10^{-12} для атомных энергетических уровней.

Квантовая электродинамика, включая теорию заряженных частиц и античастиц (электронов, позитронов и т. д.), предсказала нелинейные эффекты, которые находились вне компетенции теории Максвелла, например, для рассеяния взаимодействующих фотонов и для рассеяния фотона кулоновским полем ядра. Однако эти эффекты были подтверждены экспериментально. Теория также предсказала возникновение электрон-позитронных пар в сильном электростатическом поле, двойное преломление фотонов и поглощение тяжелых фотонов ($h\nu > 2mc^2$) с образованием реальных пар в сильном магнитном поле. Эффекты сверхсильных магнитных полей до сих пор приходилось наблюдать лишь в лабораторных условиях, но ученые верят в существование весьма важных процессов в магнитосферах пульсаров.

Трудно усомниться в таких предсказаниях электродинамики¹.

В квантовой электродинамике отсутствуют внутренние противоречия или трудности для энергий, достижимых на сегодняшний день. Теория предоставляет хорошо определенный метод для расчетов всех наблюдаемых эффектов и предсказывает результаты некоторых экспериментов, гипотетических или реальных. Никого не удивит тот факт, что ответы на такие вопросы имеют чаще всего статистический характер. Такова сама природа, и, следовательно, такой должна быть квантовая механика для адекватного описания природы.

Сегодня теория развивается в следующих направлениях.

Рассмотрение постепенно усложняющихся систем со все большим количеством электронов и ядер, расчет коллективных взаимодействий. Блестящим примером являются успехи теории сверхпроводимости. В этом контексте практически вся макроскопическая физика (так же как и химия) является частью электродинамики.

Воздействие других видов взаимодействия (сильное ядерное и частично слабое) на свойства атомов. Это направление может показаться слишком специфическим и узким, особенно если сравнить его с предыдущим. Однако слабое взаимодействие между электронами и ядром посредством механизма нейтральных токов привносит в атомную теорию идею нарушенной зеркальной симметрии. Предсказано вращение плоскости поляризации свободными атомами. Обнаружение этого эффекта имеет принципиальное значение для физики частиц. Также предсказано небольшое отличие энергий правых и левых изомеров органических молекул. Возможно, зеркальная асимметрия в биохимии связана именно с этими эффектами.

Наконец, квантовая электродинамика является эталоном для построения теорий других видов взаимодействия. Она является наиболее видным и удачным звеном многочисленного семейства теорий и поэтому представляет собой предмет для подражания. Такое подражание не всегда разумно; следует учитывать индивидуальность каждой теории. Тем не менее тенденция к подражанию неминуема в виду успехов электродинамики.

В современной теории слабые взаимодействия усовершенствованы посредством так называемых «промежуточных векторных бозонов», которые схожи с фотонами. Глюоны, отвечающие за взаимодействие кварков и за

¹ Важно отметить, что дельбрюкковское рассеяние гамма-квантов в сильном электростатическом поле тяжелых нуклонов было зафиксировано экспериментально. Это можно рассматривать как прямое подтверждение существования нелинейных эффектов в электродинамике. Категоричные слова «трудно усомниться» оправданы поразительным согласием эксперимента с расчетами квантовой электродинамики для аномального магнитного момента электронов и сдвига энергетических уровней атомов.

более общее сильное взаимодействие, также напоминают фотоны. В конечном счете гипотетические частицы, которые вызывают гипотетические процессы спонтанного распада протона, предположительно могут походить на фотоны. В отличие от фотонов, эти частицы обладают ненулевой массой покоя. Таким образом, вместо закона Кулона они приводят к короткодействующим силам. У глюонов нет массы покоя, но они являются «заряженными»; вместо кулоновского они порождают взаимодействие, напряженность которого не уменьшается с ростом расстояния; на самом деле их потенциальная энергия увеличивается пропорционально расстоянию!

Невозможно отделить кварк от нуклона тем же способом, которым электрон можно выдернуть из атома. Несмотря на такие внешние различия, общей чертой электродинамики и приведенных выше теорий взаимодействия является наличие векторных потенциалов и взаимодействия этих потенциалов с соответствующими им «токами» и «зарядами».

Электродинамика доказала, что является первопроходцем в построении объединенной теории поля. Объединение сил различной природы в единую теорию является давней целью физиков. Сходство кулоновского закона взаимодействия заряженных частиц с ньютоновским законом гравитационного взаимодействия масс привело к идее об объединении электродинамики и гравитации. Фарадей поставил несколько пробных экспериментов, но тщетно. Было отмечено глубокое отличие между этими двумя теориями: с одной стороны, гравитация всегда вызывает притяжение масс, а с другой — в электродинамике присутствуют заряды обоих знаков. Следовательно, невозможно в гравитации соединить две массы силовыми линиями поля.

Успех общей теории относительности Эйнштейна, которая объяснила гравитацию в терминах кривизны пространства-времени, вселил новые надежды на возможность объединения гравитации и электродинамики. Но, несмотря на упорную работу, эти надежды были перечеркнуты. Прогресс науки пошел по другому направлению, которое невозможно было предвидеть до исследования радиоактивности и космических лучей, усовершенствования ускорителей и открытия новых элементарных частиц. Только недавно, после осознания всей важности проблемы, возможность объединения гравитации с теориями других полей стала реальной.

На этом фоне серьезного продвижения в электромагнетизме прогресс космического магнетизма может показаться весьма скромным. Магнитное поле Солнца было обнаружено лишь в 1908 г., т. е. на несколько сотен лет позже открытия магнитного поля Земли. Это открытие совершил Джордж Хэйл, который умер в 1938 г. Именно Хэйл убедил чикагского трамвайного миллионера, Йеркса, финансировать строительство 40-дюймового за-

писывающего телескопа-рефрактора. Тот же Хэйл был основателем обсерватории Маунт Вильсон и Калтеха, и он же был первым редактором *Astrophysical Journal*. Этот человек потрясающей дальновидности и выдающихся организаторских способностей первым осознал всю важность исследования магнитного поля Солнца (Hale, 1908). Поля других звезд были зафиксированы лишь на полвека позже другим выдающимся астрофизиком, Гарольдом Бэбкоком, при помощи изобретенного им магнитографа. И только в течение последних нескольких лет, благодаря захватывающему прогрессу в оптике и особенно в астрономии рентгеновских лучей, стало очевидно, что магнитные поля присутствуют практически вокруг всех звезд.

Магнитное поле в межзвездной среде Галактики стало предметом обсуждения только после Второй мировой войны благодаря возросшему интересу к космическим лучам. Первые исследования осуществили Х. Альфвен, Э. Ферми и другие выдающиеся исследователи, среди которых были В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский. Мы бы хотели отдать должное советскому астрофизику С. Б. Пикельнеру за фундаментальный вклад в понимание вопроса межзвездных магнитных полей. Стремительный прогресс в области космических исследований, который начался в 1960-х гг., также привел к открытию магнитных полей других планет.

Другой новой областью является теория космического магнетизма. Первая попытка понять природу магнитных полей Земли и Солнца была предпринята Дж. Лармором в 1919 г., в то время, когда специальная теория относительности была еще нова и открытию общей теории относительности еще только предстояло свершиться. Тот год примечателен рождением теории гидромагнитного динамо. В соответствии с этой теорией магнитные поля поддерживаются и эволюционируют вследствие гидродинамического движения электропроводящей среды. Знаменитая работа Т. Г. Каулинга (1934) явилась поворотным пунктом для этой теории. Хотя эта работа называлась «Магнитное поле солнечных пятен», ее основным результатом была теорема о невозможности поддержания осесимметричного магнитного поля посредством течения жидкости. Прочитав эту работу, теоретики тут же забывали все разумные основания теории динамо и устремлялись в математические лабиринты теорем и формул. И мы должны признать, что они достигли определенных успехов. После некоторых расширений теоремы запрета Каулинга, сделанных, в частности, одним из авторов настоящей книги (Зельдович, 1956), были построены первые математические модели динамо (Герценберг, 1958; Бекас, 1958). В процессе изучения теорем запрета было получено много интересных результатов. В качестве примера мы можем привести открытие турбулентного диамагнетизма (Зельдович, 1956).

Также прекрасная, хотя и громоздкая теория динамо для полей и потоков, слабо отклоняющихся от осевой симметрии, была построена В. Брагинским (1964).

В то время (как и теперь) теория динамо исследовала уравнение индукции для движущихся сред. Удивительно, что это не было сделано в прошлом веке, в эпоху Фарадея–Максвелла–Герца. Вероятной причиной этого было то, что дверям космической лаборатории еще предстояло распахнуться. Даже вплоть до 1950-х гг. лишь некоторые исследователи полностью посвятили себя изучению космических, астрофизических магнитных полей. Среди них были В. М. Эльзассер и Ю. Н. Паркер, основоположники современной теории солнечного цикла.

Вторым поворотным пунктом, который продемонстрировал всем важность приложений теории гидромагнитного динамо, стал ряд работ М. Штеенбека, Ф. Краузе и К.-Х. Рэдлера в конце 60-х гг. С одной стороны, они разработали рациональный и удобный математический подход — электродинамику средних полей, — который существенно упростил изучение крупномасштабных магнитных полей. С другой стороны, они продемонстрировали, как можно интерпретировать механизм генерации крупномасштабных полей в турбулентных жидких средах. Было доказано, что это связано со спиральностью потока, — идея, сыгравшая ключевую роль в ранних моделях Паркера (1955) и Брагинского (1964). Однако только после выхода в свет работы Штеенбека и его коллег это стало отчетливо понятным и общепринятым фактом. Появление топологического подхода к проблеме гидродинамического динамо (Моффатт, 1969) явилось свидетельством дальнейшего прогресса этой теории.

Сегодня эти работы, достигнув своих целей, стали уже классическими. Сейчас, наряду с крупномасштабными полями, стало важным проявить также роль, которую играют мелкомасштабные, флуктуирующие поля. В частности, проблема генерации магнитного поля в турбулентности с нулевой средней спиральностью, затронутая Дж. К. Бэтчелором (1950), приобрела известность. Другой важный вопрос касается эффекта обратного воздействия поля на движение среды (проблема нелинейного динамо). Оба эти вопроса являются насущными как для развития теории, так и для практической астрономии. Объяснение поведения крупномасштабных полей звезд и галактик в среднем больше не является единственной интересной и важной задачей. Актуальными являются расчеты спектров случайных полей и сравнение этих результатов с наблюдениями. Необходим и нетривиальный подход к вопросу обратного воздействия магнитного поля на турбулентность и вращение, объясняющий не только среднее значение амплитуды магнитного поля, но и такое удивительное явление, как дли-

тельная стохастическая изменчивость звездной активности, как, например, минимум Маундсра.

Одним из величайших достижений нашего столетия стало понимание магнетизма твердого состояния. Теории диа-, пара- и ферромагнетизма вышли далеко за рамки обычной электродинамики. В то время как магнетизм и электричество сводятся в основном к фундаментальным свойствам элементарных частиц, для понимания этих новых теорий необходимо знать, помимо электродинамики, также квантовую механику и статистическую физику.

По сравнению с этим природа космического магнетизма действительно очень проста. В космосе практически отсутствуют твердые тела. Гигантские планеты (Юпитер, Сатурн), звезды, галактики, межзвездная среда и другие астрофизические объекты состоят из плазмы. Температуры высоки, тепловые энергии выше, чем магнитные энергии жидких частиц. (Исключением является поверхность пульсаров.) Таким образом, важны только электропроводность и коллективное движение. Магнитные поля рождаются, живут и умирают в плазме. Их судьба зависит от свойств плазмы. Например, электропроводность плазмы, как известно, определяет характерное время омического затухания полей. Нарушение баротропности, например, несоответствие поверхностей постоянного давления и постоянной плотности, или различие взаимодействия электрона и иона с излучением, может объяснить присутствие магнитных полей в плазме. Однако основную роль играют движения плазмы. Именно эти движения приводят к быстрому изменению космических магнитных полей. Таким образом, теория динамо стала естественным и необходимым инструментом для изучения космических магнитных полей.

Когда мы говорим здесь о теории динамо, мы имеем в виду, возможно, нечто большее, чем то, что обычно называют «теорией гидромагнитного динамо». В узком смысле этот термин подразумевает проблему кинематического динамо: построение поля скоростей, допускающего поддержание и усиление изначально заданного магнитного поля. Сегодня, когда ответ на этот вопрос, по существу, уже найден (есть множество примеров действующих кинематических динамо), смысл понятия «теория динамо» несколько расширился. С одной стороны, все еще интересно попытаться отыскать общее решение кинематической проблемы, иначе говоря, сформулировать все условия для поля скоростей, выполнение которых обеспечит неограниченное поддержание магнитного поля. С другой стороны, сейчас предпринимаются замечательные попытки рассчитать обратное влияние магнитного поля на движение, т.е. разрешить самосогласованную нелинейную задачу. Происходит также ускоренное развитие астрофизических приложений,

в которых абсолютно элементарные теоретические модели сочетаются с наблюдательными данными, гипотезами и правдоподобными рассуждениями.

Р. З. Сагдеев однажды заметил, отчасти в шутку, что ранние астрофизики использовали только $H^2/8\pi$ для объяснения магнитных явлений и, что поразительно, получали разумные результаты. В наши дни этот наивный и счастливый для космической науки период уже миновал. Для дальнейшего продвижения вперед сегодня необходимо понять и быть способным рассчитать описанные плазменные эффекты. То же самое можно сказать и о теории динамо. Какой простой кажется сегодня изначальная кинематическая проблема по сравнению с нелинейной самосогласованной задачей! И какой тривиальной выглядит генерация азимутального магнитного поля неравномерным вращением в сравнении с нелинейным (и до сих пор не изведенным) процессом формирования глобального минимума в звездной активности!

Основным предметом данной книги являются астрофизические магнитные поля. Можно много сказать о них с помощью теории динамо; много, но не все. Наблюдаемая действительность куда разнообразнее теории. Основная задача — разобраться с сильными магнитными полями, энергии которых значительно превосходят энергии гидромагнитного движения. Эта проблема обсуждается в заключительной главе. Кто знает, что в будущем может стать основной темой науки о космическом магнетизме? Пока можно лишь строить предположения. С другой стороны, привлекательность вопросов звездного магнетизма, космической магнитогидродинамической турбулентности и многих других «простых» проблем едва ли ослабнет.

ГЛАВА 2

Проявления космического магнетизма

I. Введение

В отличие от полей, которые возникают в лабораторных условиях, космические магнитные поля расположены на очень далеких расстояниях. Их измерение не является тривиальным и стало возможно лишь недавно. Целью этой главы является описание принципов измерения, технические детали опущены и не ставилось задачи сделать обзор всех доступных методов. Мы предпочитаем на некоторых простых примерах продемонстрировать закоренелому теоретику, как могут быть определены напряженность и конфигурация магнитного поля, и предложить наблюдателю не только теоретический способ проникновения в суть измерительных методов, но также показать ему, наблюдательные тесты какого типа наиболее благоприятны для лучшего понимания сущности и происхождения магнитных полей.

В пределах Солнечной системы для некоторых измерений магнитных полей возможно использование космических кораблей. В 1973 г., в рамках полета Пионера-10, было измерено поле Юпитера с расстояний от 2.84 до 6 планетарных радиусов, где оно имело двухполюсную структуру с напряженностью 4.2 гс на экваторе планеты (Smith et al., 1974). Магнитные поля с напряженностью порядка 0.2 гс были обнаружены вблизи экватора Сатурна при помощи Пионера-11 (Акуна и др., 1980; Smith et al., 1980; Ness et al., 1981). Хотя для этого использовались сложные магнетометры, поля с такой напряженностью можно было бы зафиксировать даже с помощью обычного компаса. Однако, чтобы это осуществить, пришлось бы сначала подлететь поближе к Юпитеру или Сатурну. На самом деле очень чувствительные магнетометры необходимы для измерения магнитных полей в межпланетном пространстве, где оно порядка 10^{-5} гс. Кроме того, некоторые планеты обладают очень слабыми магнитными полями. Например, согласно измерениям Марс-2 и Марс-3, поле вблизи Марса всего лишь в 7 или 10 раз сильнее, чем в межпланетном пространстве (Долгинов и др., 1973). Поле Меркурия также слабое (Маринер-10), $3.3 \cdot 10^{-3}$ гс на экваторе (Несс и др., 1975), а поле Венеры и вовсе не было зафиксировано.

Данные о магнитном поле Солнца или о полях, находящихся вне Солнечной системы, могут быть получены только благодаря излучению (или космическим лучам). Регистрируется излучение, возникающее во время взаимодействия заряженных частиц, атомов, молекул или всей плазмы с магнитным полем. Простейшим и лучшим примером такого взаимодействия является движение электрона (или какого-то другого заряда) в магнитном поле.

Рассмотрим электрон, находящийся в свободном движении вдоль линий магнитного поля. Радиус его орбиты и соответствующая частота его движения в поперечном сечении определяются через напряженность магнитного поля и энергию электрона (Ландау и Лифшиц, 1962):

$$r = pc/eH, \quad \omega_H = (eH/mc)(\mathcal{E}/mc^2)^{-1},$$

где m и e — соответственно масса и заряд электрона; c — скорость света; $p = mc[(\mathcal{E}/mc^2)^2 - 1]^{1/2}$ — импульс частицы. Центробежное ускорение электрона вынуждает его излучать с полной интенсивностью, пропорциональной квадрату напряженности поля:

$$\mathcal{P} = (2e^2/3c^2)(eH/mc)^2(p/m)^2.$$

Это излучение, называемое «тормозным магнитным излучением» (или, в релятивистском случае, синхротронным излучением), является типичным для многих астрофизических объектов. Предполагается, что, например, релятивистские электроны из Крабовидной туманности именно таким образом теряют свою энергию. К сожалению, невозможно напрямую определить напряженность магнитного поля из тормозного излучения, поскольку энергия электрона обычно неизвестна. Напряженность поля может быть найдена при помощи исследования более детальных характеристик излучения — его спектра и поляризации. (Спектр излучения электрона в магнитном поле состоит из дискретных линий с частотами ω_H , где $n = 1, 2, 3, \dots$ зависит от значения напряженности поля.) Несмотря на простоту этой идеи, ее пригодность для определения поля была доказана лишь недавно, благодаря прогрессу в технологиях для измерения поляризаций и спектров обширных диапазонов длин волн. Однако сильные поля белых карликов и нейтронных звезд были успешно измерены значительно раньше именно этим путем.

Мы отложим обсуждение этого способа и полученных с его помощью результатов до конца главы и начнем с более традиционных методов.

Один из них, эффект Зеемана, основан на изучении спектральных линий, которые возникают в результате взаимодействия атома или молекулы (а более точно — атомных или молекулярных электронов) с магнитным

полем. Измерив величину зеемановского расщепления, можно непосредственно определить напряженность поля. Более совершенные измерения относительной интенсивности и поляризации зеемановских составляющих позволяют получить информацию об ориентации магнитного поля.

Более тонкие эффекты, обсуждаемые в связи с лабораторной спектроскопией (Александров, 1972), связаны с эффектом Зеемана и в принципе могут применяться в астрофизике (см. параграфы III и IV). Объединенное воздействие плазмы на магнитные поля обсуждается в параграфе V, например, фарадеевское вращение плоскости поляризации космического радиоизлучения. Этот метод может быть успешно использован для определения очень слабых крупномасштабных магнитных полей.

Исследователи с методическим складом ума могут различить 4 способа получения информации о магнитных полях путем анализа наблюдаемого излучения. Первый состоит в определении типичных частот (или длин волн) спектральных линий, формирующихся под воздействием магнитного поля. Он включает в себя измерение частот зеемановского расщепления и циклотронного излучения. Второй способ заключается в измерении линейной и круговой поляризации и ориентации плоскости поляризации в зависимости от значения напряженности и расположения по отношению к направлению распространения излучения. Для этого требуется: а) исследование фарадеевского вращения плоскости поляризации радиоволн; б) изучение частичной поляризации звездного света, прошедшего через упорядоченную магнитным полем межзвездную пыль, хотя пока это изучение имеет, скорее, морфологическое свойство; в) определение степени поляризации магнитотормозного излучения и, в частности, синхротронного излучения; г) поляризация спектральных линий. Третий метод состоит в определении магнитного поля по интенсивности синхротронного излучения, которое по природе своей существенно связано с магнитным полем. К несчастью, плохое знание плотности излучающих релятивистских частиц вносит значительную неопределенность в этот метод. Подготовленный читатель заметит, что второй и третий способы связаны с определением так называемых «параметров Стокса», характеризующих интенсивность и поляризацию излучения. И наконец, четвертый метод, искусно применявшийся астрономами-наблюдателями старшего поколения, можно назвать морфологическим. Выводы о наличии магнитного поля основываются на характеристиках (т. е. конфигурации и структуре) наблюдаемых объектов. Например, Шайн (1955) сделал вывод о существовании крупномасштабного галактического магнитного поля, исходя из вытянутой формы и ориентации газовых галактических туманностей. Некоторые активные солнечные образования (арки, корональные стримеры и т. д.) связывают обычно с магнитными полями.

Очевидно, что такие морфологические выводы о магнитных полях являются качественными и очень грубыми. Как правило, они основываются на предположении, что магнитные поля играют существенную роль в равновесии или динамике рассматриваемого объекта. Случай магнитного поля в спиральных галактических рукавах является хорошей иллюстрацией того, как такие факторы бывали преувеличены. Со времен хорошо известной работы Чандрасекара и Ферми (1953а) в течение долгого времени считалось, что спиральные галактические рукава поддерживаются благодаря крупномасштабному магнитному полю порядка 10^{-5} гс, расположенному вдоль рукавов. После того как была осознана природа спиральных рукавов (как волн плотности) и напряженность и конфигурация магнитного поля были определены с помощью более точных методов, эти идеи были причислены к разряду исторических материалов. Но труд выдающихся ученых оставил свое наследие. Было доказано, что крупномасштабные компоненты магнитного поля, ориентированные вдоль спиральных рукавов, действительно существуют, хотя и кажутся слабыми ($2 \cdot 10^{-6}$ гс, см. гл. 12) по сравнению с неупорядоченными составляющими поля.

II. Эффект Зеемана

Естественно начать с рассмотрения наиболее простых и точных методов определения магнитных полей, которые основаны на эффекте Зеемана. Хотя этот эффект был известен в течение долгого времени и изложен в стандартных учебниках, мы берем на себя смелость вкратце напомнить ключевые моменты, которые очень часто забываются или пересматриваются специалистами. При отсутствии внешних полей энергетические уровни атомов не зависят от направления полного момента количества движения, т. е. они являются вырожденными. В магнитном поле \mathbf{H} , которое определяет выделенное направление в пространстве, атом приобретает дополнительную энергию $-\mu(\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \cdot \mathbf{H}$ (где $\mu = e\hbar/2mc = 7 \cdot 10^{-21}$ эрг/гс — магнетон Бора, а \mathbf{L} и \mathbf{S} — орбитальный и спиновый моменты количества движения соответственно), которая устраняет вырожденность. Энергетические уровни расщепляются, каждый расщепленный уровень определяется сохраняющейся проекцией полного момента количества движения \mathbf{M} на направление поля (Ландау и Лифшиц, 1958). Обычно в астрофизике магнитные поля слабые (однако см. гл. 17), и дополнительная энергия

$$\Delta \mathcal{E} = \mu g \mathbf{M} \cdot \mathbf{H},$$

которую они придают атому, мала даже по сравнению с расстоянием между уровнями сверхтонкой структуры. Множитель g (фактор расщепления

Ланде) главным образом учитывает спин. Для атома с нулевым полным спином $g = 1$, и в магнитном поле атом ведет себя как классический ротор.

Расщепление энергетических уровней приводит к соответствующему расщеплению спектральных линий излучения и поглощения атома. В простейшем случае, когда фактор Ланде для высшего и низшего энергетического уровней совпадает, спектральная линия распадается на триплет:

$$\nu_{\pi} = \nu_0, \quad \nu_{\sigma} = \nu_0 \pm g(e/4\pi mc)H \quad (1)$$

(нормальный зеемановский триплет). Несдвинутая π -компонента соответствует смещению, которое сохраняет проекцию момента количества движения атома неизменным. Эта составляющая линейно поляризована, тогда как симметричные σ -компоненты соответствуют смещениям, при которых M меняется на ± 1 , и имеют правую и левую круговые поляризации соответственно. В целях иллюстрации их можно изобразить двумя ротаторами с угловой скоростью (деленной на 2π), равной $\nu_0 \pm g(e/4\pi mc)H$. Полные энергии зеемановских компонент, проинтегрированные по всем направлениям, равны между собой. На самом же деле астрофизические наблюдения возможны только вдоль определенного направления по отношению к магнитному полю. Если магнитное поле направлено к наблюдателю, видны только σ -компоненты с круговой поляризацией. Однако если поле направлено перпендикулярно к лучу зрения, то видны все три компоненты, но при этом интенсивность σ -линий вдвое меньше, чем в предыдущем случае. Более того, теперь они линейно поляризованы в перпендикулярном полю направлении. Таким образом, соотношение между интенсивностью и поляризацией наблюдаемой структуры зеемановских компонент зависит от ориентации магнитного поля по отношению к лучу зрения наблюдателя. Однако абсолютная величина эффекта Зеемана определяется лишь напряженностью магнитного поля. Мы рассмотрели здесь эффект Зеемана более подробно, чем обычно делается в астрофизической литературе, для того чтобы подчеркнуть эти выводы. Иногда можно услышать или прочесть ошибочное утверждение, будто с помощью эффекта Зеемана можно измерить только значение продольной компоненты магнитного поля. На самом деле можно получить полную напряженность магнитного поля, измеряя зеемановские компоненты по отдельности; знание относительных интенсивностей и поляризаций этих компонент дает информацию об ориентации магнитного поля.

Фактически применять этот метод в астрофизике достаточно сложно, поскольку зеемановские сдвиги малы, а доплеровское уширение спектраль-

ных линий велико. В области оптики, где более удобно изъясняться в терминах длин волн, интервал между σ -компонентами составляет (в ангстремах):

$$\Delta\lambda \approx \frac{eg}{2\pi mc^2} \lambda^2 H = 2 \cdot 10^{-5} \text{g} \left(\frac{\lambda}{4500 \text{ \AA}} \right)^2 \left(\frac{H}{\text{гс}} \right),$$

в то время как ширина спектральных линий обычно превышает значение 0.1 \AA , соответствующее температуре порядка 10^4 K . Таким образом, непосредственное измерение эффекта Зеемана возможно только для магнитных звезд и солнечных пятен, где $H \gtrsim 10^3 \text{ гс}$. Первые такие измерения осуществили Хейл и Бэбкок. На практике уширение спектральных линий фотографируется и затем производится тщательное измерение контуров спектральных линий. Для более слабых магнитных полей невозможно непосредственно снять фотографические измерения эффекта Зеемана. Вместо этого используется фотоэлектрический метод. Узкая щель электрофотометра подводится к краю спектральной линии и при помощи поляризующего фильтра последовательно, одна за другой, определяются компоненты с круговой поляризацией. Яркость излучения в щели прибора будет меняться, поскольку интенсивность σ -компоненты отличается на краю спектральной линии. Усиленный сигнал может быть зафиксирован даже для магнитных полей с напряженностью порядка 1 гс . Таким образом можно получить информацию о продольной составляющей магнитного поля, так как именно оно определяет интенсивности σ -компонент с круговой поляризацией. Для получения более полной информации о магнитном поле необходимо знать контуры спектральных линий полностью (см., например, Beckers and Schröter, 1968).

Эффект Зеемана позволяет измерять намного более слабые магнитные поля по спектральным линиям из радиочастотного диапазона. В 1957 г. Болтон и Вайлд предсказали, что поля с напряженностью порядка 10^{-5} гс , характерные для газообразных облаков в межзвездном пространстве, можно будет определять при помощи измерения зеемановского расщепления 21 см спектральной линии водорода. Интервал между σ -компонентами (в Гц, общепринятая единица для радиочастотного диапазона) определяется как

$$\Delta\nu \approx 2.8 \cdot 10^6 \text{ Н Гц},$$

т. е. всего лишь 2.8 Гц на микрогаусс, в то время как доплеровское уширение спектральных линий составляет обычно порядка 20 кГц (Каплан и Пикельнер, 1970). Здесь вновь весьма эффективным оказывается дифференциальный метод, основанный на измерении разницы между право- и левополяризованными компонентами на границе спектральной линии. Профиль

спектральных линий имеет гауссовскую форму, так что наиболее сильный сигнал исходит от самой узкой и интенсивной спектральной линии. Как правило, это линия поглощения. На практике для измерения разницы температур

$$\Delta T/T_a = \Delta\nu/\nu_G$$

используют радиотелескоп, где T_a — антенная температура на максимуме линии поглощения и ν_G — гауссовская ширина профиля спектральной линии. Например, для источника радиоизлучения Кассиопея А $T_a = 10^4$ К, $\nu_G = 10^4$ Гц, а $\Delta T = 3 \cdot 10^6$ К. На деле можно зафиксировать зеемановский сигнал для линий поглощения с антенной температурой в сотни градусов. Эти измерения занимают много времени, и радиотелескоп должен между тем постоянно следить за источником. Результаты таких измерений будут приведены в гл. 12.

До сих пор мы рассматривали атомы. Для определения магнитного поля могут также быть использованы измерения эффекта Зеемана молекулярных спектральных линий (Хайлес, 1976). Они оказываются бесценными в случае космических мазерных источников, наиболее мощные из которых соответствуют H_2O и OH . Очень интенсивные мазерные радиолнии оказываются циркулярно поляризованными, что можно объяснить тем фактом, что только одна зеемановская компонента молекулы OH подвергается мазерному усилению. Например, если накачка мазера осуществляется инфракрасной спектральной линией, тогда, благодаря доплеровскому сдвигу, одна из зеемановских компонент молекулы OH приходится на долю спектральной линии накачки, которая из-за этого становится слабее (Варшалович и Бурдюжа, 1975). Такой поляризационный механизм эффективен для источников с плотностью от 10^5 до 10^8 см $^{-3}$ и напряженностью магнитного поля от 10^{-2} до 10^{-3} гс.

Поскольку доплеровское уширение значительно превышает зеемановское расщепление, это представляет главную трудность в применении эффекта Зеемана для определения магнитных полей в астрофизике. Оказывается, магнитные поля порождают другие, даже более выраженные эффекты в квантовых системах, например в случае простейшего триплета, эффекты, которые незначительно подвержены доплеровскому уширению (Александров, 1972). Идея заключается в следующем.

Положим, что ν_1 и ν_2 являются частотами переходов из первого и второго энергетических уровней в основное состояние в результате зеемановского расщепления (рис. 2.1а). Для астрофизических магнитных полей резонансная частота

$$\nu_{12} = \nu_1 - \nu_2 = (e/mc)H \quad (2)$$

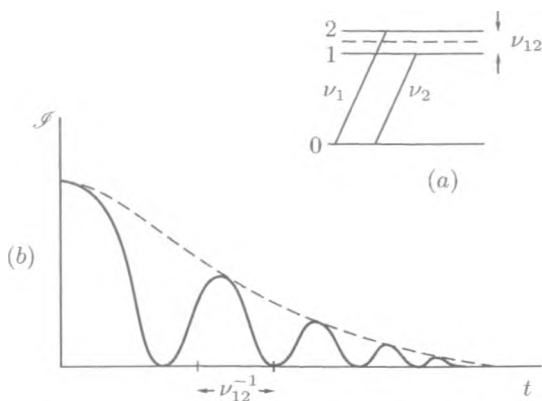


Рис. 2.1. Когда суперпозиция верхних уровней трехуровневой системы (а) возбуждена, интенсивность (б) излучения с поляризацией e испытывает биения с частотой $\nu_{12} = eH/2\pi mc$. Линии 1 и 2 являются результатом зеемановского расщепления спектральной линии, изображенной на рисунке пунктирной линией

гораздо меньше, чем каждая из частот ν_1 и ν_2 , доплеровское уширение очень невелико:

$$\Delta\nu_{12} = \nu_{12}v/c \ll \Delta\nu_1.$$

Следовательно, при измерении разницы частот ν_{12} доплеровским уширением можно пренебречь.

Ниже мы рассматриваем два таких эффекта для простейшей трехуровневой системы (рис. 2.1а). В принципе их можно использовать как источник для получения данных о магнитных полях в астрофизике.

III. Биения при атомных переходах

Можно определить разницу частот ν_{12} и затем самым непосредственным образом получить напряженность магнитного поля, проследив зависимость от времени интенсивности спектральной линии. Поскольку эта спектральная линия является суперпозицией двух линий с соседними частотами, наблюдаемые биения интенсивности могут осциллировать с частотой ν_{12} . В самом деле, волновая функция атома, возбужденного в начальный момент времени t_0 до суперпозиции состояний 1 и 2

$$\psi(t - t_0) = C_1|1\rangle \exp 2\pi i \nu_1(t - t_0) + C_2|2\rangle \exp 2\pi i \nu_2(t - t_0),$$

будет (в простейшем случае дипольного излучения) испускать излучение с интенсивностью (рис. 2.1b)

$$\mathcal{I} \propto |\langle \mathbf{0} | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e} | \psi \rangle|^2 \propto \exp[-\gamma(t - t_0)] \{a + 2|b| \cos[2\pi\nu_{12}(t - t_0) + \phi_{12}]\}, \quad (3)$$

где \mathbf{d} и \mathbf{e} представляют собой дипольный момент и вектор поляризации, γ — это ширина (предполагаемая равной) 1-го и 2-го уровней и

$$a = \sum_{1,2} |C_i|^2 \langle \mathbf{0} | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e} | 1 \rangle|^2,$$

$$b = C_1 C_2^* \langle \mathbf{0} | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e} | 1 \rangle \langle 2 | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e} | 0 \rangle,$$

где

$$\phi_{12} = \arg b.$$

На языке классической механики, суммируются осцилляции с близкими частотами, и в результате происходят биения интенсивности с частотой ν_{12} . Обычно $a = b$, а определяется только заселенными энергетическими уровнями. Чтобы одновременно перевести в возбужденное состояние несколько энергетических уровней, поле должно иметь достаточно широкий спектр и гармоники возбуждающего поля должны иметь коррелированные фазы и иметь надлежащую поляризацию. Очевидно, что для σ -компонент рассмотренного ранее земановского триплета такая корреляция возникает, когда возбуждающее излучение является линейно-поляризованным. Напомним, что линейно-поляризованная волна может быть представлена фазовой суммой право- и левополяризованных волн.

Следует отметить, что спектр интенсивности биений состоит из главной линии с $\nu = 0$ и двух сопутствующих линий с амплитудой в четыре раза меньшей, расположенных на частотах $+\nu_{12}$ и $-\nu_{12}$:

$$\Phi_\nu = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(t) \exp 2\pi i \nu t dt \right|^2 \simeq$$

$$\simeq (\gamma^2 + \nu^2)^{-1} + \frac{1}{4} [\gamma^2 + (\nu - \nu_{12})^2]^{-1} + \frac{1}{4} [\gamma^2 + (\nu + \nu_{12})^2]^{-1}.$$

Таким образом, для определения напряженности поля важно измерить частоту биений интенсивности спектральной линии ν_{12} . Очевидно, необходимо, чтобы несколько периодов биений (ν_{12}^{-1}) укладывались в характеристическое время затухания интенсивности γ^{-1} , т. е.

$$\gamma < \nu_{12},$$

где γ — естественная ширина спектральной линии.

В только что рассмотренном случае элементарных биений (одиночный атом) ситуация чрезвычайно проста. Однако на практике присутствует огромное количество атомов, чьи биения интенсивности могут частично перекрывать друг друга, тем самым размывая общую картину. Встает важный практический вопрос: может ли огромное количество атомов быть «сваренным» друг с другом, т. е. находиться в одной фазе?

Фаза биения (3) зависит от трех параметров: ν_{12} , ϕ_{12} и t_0 . Можно положить, что изменения магнитного поля в рассматриваемом объеме пренебрежимо малы, т. е. ν_{12} одинаково для всех атомов. Начальная фаза ϕ_{12} определяется параметрами атомов и поляризацией испускаемых квантов. Так как энергетические уровни 1 и 2 являются состояниями с различными проекциями момента количества движения для фиксированного момента, то, как упоминалось выше, возбуждающий источник должен быть поляризованным и определенная поляризация должна быть выбрана для наблюдения.

Следует заметить, что в случае когда магнитный поток, испускающий излучение, является направленным, поляризация возникает благодаря выравниванию момента количества движения атома, даже в том случае, если возбуждающее поле не было поляризованным. Причина этого заключается в том, что магнитная заселенность энергетического подуровня и, следовательно, коэффициент затухания излучающего магнитного потока, вдоль направления поля и перпендикулярно ему, зависят от угла между направлением поля и магнитным потоком. Сам по себе этот факт может быть использован для определения направления магнитного поля (Варшавович, 1970).

Наконец, начальный момент возбуждения можно сделать идентичным для всех атомов, если использовать короткий импульс продолжительностью $\Delta t \ll \nu_{12}^{-1}$. Разрывы между биениями отдельных атомов окажутся тогда порядка Δt , т. е. они будут синфазными.

До сих пор рассмотренный здесь метод не нашел практического применения, хотя он и не нов. Рузмайкин (1975) предположил, что биения интенсивностей запрещенных спектральных линий в волокнах туманности, окружающей пульсар, должны поддаваться наблюдению. Излучение возбуждается короткими, резкими импульсами пульсаров. Чтобы избежать размывания картины в результате интерференции от различных частей туманности, телескоп должен обладать высоким угловым разрешением (около $0.01''$). Однако если выбрано очень удачное волокно, угол будет четко определяться самой излучающей областью. В действительности можно было бы провести соответствующие наблюдения с обсерваторий, обладающих хорошим астроклиматом, или при помощи космического телескопа.

IV. Эффект Ханле

Другой эффект, которому не вредит доплеровское уширение, основан на чувствительности флуоресценции атомов к слабым магнитным полям. В 1922 г. Рэлей обнаружил, что резонансное излучение, наблюдаемое вдоль линии, перпендикулярной к направлению луча естественного света, вызвавшего возбуждение, является поляризованным. В 1924 г. Ханле экспериментально показал, используя спектральную линию ртути 2537 \AA (переход $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$), что поляризация резонансного излучения весьма чувствительна к магнитному полю. Конкретно, когда магнитное поле перпендикулярно лучу и направлено к наблюдателю, то при амплитудах поля, принадлежащих определенному интервалу значений, плоскость поляризации поворачивается, степень поляризации резко падает. Брейт (1933 г.) при помощи квантовой теории определил поляризацию рассеянного излучения. Простое полуклассическое изложение и обсуждение возможных приложений в астрофизике можно найти в работе Рузмайкина (1976 г.).

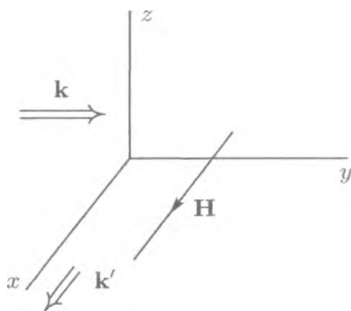


Рис. 2.2. Падающий (k) и рассеянный (k') световые лучи, в случае когда магнитная составляющая поля направлена вдоль луча зрения

Направим пучок излучения (рис. 2.2) вдоль оси, направленной к осциллятору (атому), расположенному, предположим, в начале координат и имеющему собственную частоту ω_0 и постоянную затухания γ . Для простоты положим, что магнитное поле направлено вдоль оси x , вдоль которой и производятся наблюдения. Падающее излучение возбуждает осцилляции вдоль осей x и z . Осциллятор с перемещениями вдоль оси x не излучает в x -направлении, несмотря на то что поле действует именно в этом направлении. Поэтому предположим для простоты, что электрический вектор падающего

излучения направлен вдоль оси x . Тогда, с поправкой на затухание излучения осциллятора, уравнение движения для него имеет вид:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \mathbf{r} = e m^{-1} [\mathbf{E} + c^{-1} \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{H} + (2e/3c^2) \ddot{\mathbf{r}}].$$

Поскольку сила Лоренца, сила затухания излучения и eE/m малы, мы можем воспользоваться приближением $\ddot{\mathbf{r}} = -\omega_0^2 \mathbf{r}$ и ввести обозначения

$$\gamma = e^2 \omega_0^2 / 3 m c^3, \quad \frac{1}{2} \omega_H = e H / 2 m c$$

для коэффициента затухания и ларморовой частоты соответственно. Двумерный осциллятор удобно описывать, используя комплексную переменную $\xi = z + i y$, для которой мы тут же получаем:

$$\ddot{\xi} + (2\gamma - i \omega_H) \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = e E / m.$$

В отсутствие внешнего электрического поля осциллятор будет иметь три собственные частоты: $\omega_0, \omega_0 \pm \frac{1}{2} \omega_H$.

При возбуждении монохроматическим излучением с частотой $\omega = \omega_0$ (резонансное возбуждение) частота осциллятора будет той же, что и у внешней силы, при этом ее собственные частоты будут несущественны. В этом случае магнитное поле никак не будет влиять на степень поляризации излучения осциллятора. Ситуация существенно отличается, когда частота ω возбуждающего поля отлична от ω_0 . Для простоты рассмотрим все частоты, $eE/m = a_0 \omega_0 \delta(t)$. Тогда для $\gamma \ll \omega_0$ и $t > 0$:

$$y = a_0 \exp(-\gamma t) \sin \omega_0 t \sin \frac{1}{2} \omega_H t,$$

$$z = a_0 \exp(-\gamma t) \sin \omega_0 t \cos \frac{1}{2} \omega_H t.$$

Траекторией движения является эллипс, вращающийся с частотой $\frac{1}{2} \omega_H$, размеры которого экспоненциально уменьшаются с характеристическим временем γ^{-1} .

Степень поляризации излучения, испускаемого осциллятором, существенно зависит от магнитного поля, в соответствии с

$$p \equiv (\mathcal{I}_z - \mathcal{I}_y) / (\mathcal{I}_z + \mathcal{I}_y) = p_0 / \left(1 + \frac{1}{4} \omega_H^2 \gamma^{-2} \right) = p_0 / [1 + (g e H / \gamma m c)^2], \quad (4)$$

где $\mathcal{I}_z \propto \int z^2 dt$, $\mathcal{I}_y \propto \int y^2 dt$, а p_0 — поляризация в отсутствие внешнего магнитного поля, равная в нашем случае единице. Окончательное выражение для p имеет в точности такой вид, какой и должен иметь в соответствии с квантовой теорией (g — фактор Ландэ и γ^{-1} — коэффициент затухания).

В плоскости zy есть направление ϕ , для которого поляризация максимальна. Для определения этого направления необходимо вычислить значение $\mathcal{I}_z - \mathcal{I}_y$ и найти его максимум в системе отсчета, повернутой на угол ϕ . В результате мы получим:

$$\operatorname{tg} 2\phi = \omega_H / 2\gamma = geH / \gamma mc. \quad (5)$$

Если магнитное поле очень слабое, $\omega_H \ll \gamma$, оно не влияет на поляризацию. В сильном поле, $\omega_H \gg \gamma$, плоскости поляризации удается совершить множество поворотов за характеристическое время потери энергии осциллятором (γ^{-1} с), т. е. радиационная диаграмма становится сферически-симметричной и поляризация, измеренная таким образом, стремится к нулю. Однако наибольший интерес представляет случай, когда

$$geH / \gamma mc = O(1). \quad (6)$$

Для того чтобы уменьшить степень поляризации (4), магнитное поле поворачивает плоскость поляризации на конечный угол ϕ в течение времени γ^{-1} . Измеряя этот угол и p , можно определить (зная g , γ и p_0) напряженность магнитного поля.

Попытаемся объяснить в терминах теории поля физический смысл наличия линейно-поляризованного излучения в повернутой плоскости поляризации. Обратимся опять к простому триплету (рис. 2.3). В результате переходов из энергетических состояний 1 и 2 в основное состояние возникают поляризованные по кругу σ -компоненты, которые могут взаимодействовать между собой, когда расстояние между энергетическими уровнями сравнимо с вызываемым полем расщеплением eH/mc (см. условие (6)). Взаимодействующие σ -компоненты, как два ротатора с угловыми скоростями $\omega_0 \pm \frac{1}{2}\omega_H$, вместе дают поляризованное излучение с повернутой плоскостью поляризации. Заметим, что для $eH/mc \gg \gamma$, когда уровни не вырождены, бисния интенсивности могут быть эффективными. В этом пределе можно рассмотреть заполненность каждого магнитного подуровня по отдельности. Интенсивность и поляризация несфазированных атомов зависит только от направления поля, но не от его напряженности (Чарвин, 1965; Варшалович, 1970). В частности, когда магнитное поле направлено к наблюдателю, $p = 0$.

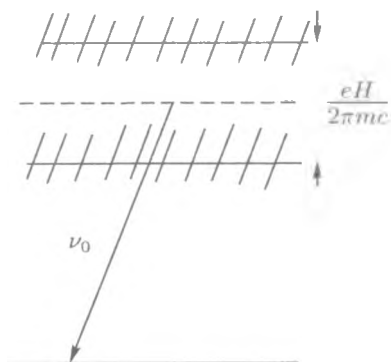


Рис. 2.3. Магнитные подуровни с $m = \pm 1$ простейшей квантовой системы. Штрихи показывают ширину энергетических подуровней по сравнению с величиной $eH/2\pi mc$ расщепления, вызванного магнитным полем

Сформулируем условия, при которых этот метод определения магнитных полей может быть применен.

1. Излучение, вызывающее возбуждение, должно быть анизотропным (как в пучке) и должно иметь достаточную интенсивность на резонансной или высшей частотах (резонансное излучение или флуоресценция) для того, чтобы вероятность возбуждения превосходила вероятности возбуждения и затухания, вызываемых другими механизмами, например, столкновениями атомов. Заметим, что анизотропные пучки частиц могут вызывать аналогичные эффекты. Максимальная поляризация имеет место в направлении, перпендикулярном направлению падающего потока.

2. Должно выполняться условие (6). Так как мы не обладаем априорным знанием величины магнитного поля, нужно наблюдать несколько линий с различными значениями g и γ . Очевидно, выбранные линии должны быть поляризованы и в отсутствие магнитного поля ($p_0 \neq 0$).

3. Поворот плоскости поляризации, находящийся под воздействием компоненты поля, параллельной лучу зрения наблюдателя.

Расчетные вероятности переходов, соответствующие условию (6), представлены в табл. 2.1. Очевидно, что разрешенные дипольные переходы могут быть использованы только для обнаружения поля с напряженностью около 1 гс (магнитные поля планет или звезд). Вероятности, типичные для запрещенных переходов на оптических частотах, соответствуют другому предельному случаю — гипотетического межгалактического поля с напряженностью порядка 10^{-9} гс или галактического поля порядка 10^{-6} гс. Для

Таблица 2.1. Оценки для вероятности излучения спектральных линий для различных астрофизических объектов

	Планеты, звезды	Кометы, солнечная корона, галактические ядра, молекулярные облака	Галактики	Межгалак- тическое поле
H , гс	1	$10^{-3} - 10^{-5}$	10^{-6}	10^{-9}
γ , c^{-1}	10^7	$10^4 - 10^2$	10	10^{-2}

промежуточных напряженностей необходимые вероятности характерны для молекулярных переходов.

До сих пор фактические измерения поляризации спектральных линий проводились только для Солнца. Хайдер (1964) измерил степень поляризации и угол поворота плоскости поляризации для спектральной линии H_{α} из протуберанца. Он получил $p \simeq 0.8\%$ и $20-25^\circ$, последний из которых был измерен с касательного к солнечному лимбу направления. Оценка для магнитного поля H протуберанца составила 45–60 гс. Во время затмения 7 марта 1970 г. Могилевский и др. (1973) определили поляризацию солнечной короны в $\lambda 5303$ зеленой спектральной линии Fe XIV и пришли к выводу, что направление магнитного поля было приблизительно радиальным на расстоянии примерно $0.1R_{\odot}$ от поверхности (исследуемой области). Заметим, что для напряженностей полей солнечной короны $eH/mc \gg \gamma$, так что этот метод может быть применен только для определения конфигурации поля (Чарвин, 1965).

V. Фарадеевское вращение

Если магнитное поле настолько слабое, что его трудно определить локальными методами, то можно использовать тот факт, что магнитные поля в астрофизике крупномасштабные и, следовательно, способны оказывать интегральное влияние на проходящее сквозь них излучение. Фарадеевское вращение плоскости поляризации излучения под влиянием магнитного поля является одним из самых важных эффектов такого рода. Похожий метод используется в пищевой промышленности для определения концентрации оптически активных ингредиентов, например сахара, в растворах. Существует два вида зеркально-асимметричных молекул сахара, и они вызывают вращение плоскости поляризации проходящего сквозь них света по часовой и против часовой стрелки. Конечно же, в плазме нет таких молекул. Неэквивалентность вращений по и против часовой стрелки возникает в плазме

из-за обтекающего ее магнитного поля \mathbf{H} (псевдовектор). Важной величиной является псевдоскаляр $\mathbf{H} \cdot \mathbf{k}$, где \mathbf{k} — направление распространения волны. Такой псевдоскаляр меняет знак под действием преобразования отражения $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, и этим объясняется различное поведение двух поляризаций. Здесь мы даем упрощенный вывод этого эффекта. (Читатель, заинтересованный в более детальном и точном обосновании, может обратиться, например, к книге Гинзбурга, 1970.)

Для начала рассмотрим циркулярно поляризованные волны с частотой ω , распространяющиеся вдоль оси x . В отсутствие каких-либо магнитных полей, электроны в плазме, которая предполагается холодной, будут под действием волновых полей двигаться по кругу в плоскости yz ; координаты электрона, двигающегося вокруг источника, определяются выражением:

$$z + iy \equiv \xi = |e| m^{-1} \omega^{-2} E \exp i\omega t.$$

Перемещением ионов можно пренебречь. Как известно, переизлучение волны электроном эквивалентно изменению скорости распространения волны. Таким образом, эффективная фазовая скорость — это не скорость света, а $c(1 - \omega_p^2/\omega^2)^{-1/2}$, где $\omega_p = (4\pi n_e e^2/m)$ — плазменная частота.

При наличии магнитного поля плазменные электроны имеют еще другую частоту $\omega_H = |e|H/mc$, соответствующую вращению электронов вокруг линий магнитного поля. В присутствии электромагнитного поля их движение становится еще более сложным. Для простоты предположим, что магнитное поле также направлено вдоль оси x . Тогда уравнение движения электрона имеет следующий вид:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} \exp i\omega t + ec^{-1}\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{H}$$

или

$$\dot{\xi} + i\omega_H \xi = (i|e|/m\omega)E \exp i\omega t.$$

Отсюда немедленно следует, что вдобавок к ларморову вращению с частотой ω_H электроны в поле волны будут совершать круговое движение того же типа, что и сама волна:

$$\xi = |e|[m\omega(\omega + \omega_H)]^{-1} E \exp i\omega t.$$

По сравнению с немагнитиченной плазмой возникает качественно новый эффект. Теперь амплитуда движения электрона зависит от знака волновой частоты. Она оказывается больше для правополяризованной волны ($\omega < 0$), чем для левополяризованной, а когда $\omega = -\omega_H$, правополяризованная волна

входит в резонанс с ларморовым вращением. Скорости лево- и правополяризованной волны в плазме, очевидно, различны. Легко видеть (сравните с выражением для ξ), что в рассматриваемой ситуации ω^2 можно заменить на $\omega(\omega + \omega_H)$, и, таким образом, фазовые скорости имеют вид:

$$u_{\pm} = c[1 - \omega_p^2/\omega(\omega \pm \omega_H)]^{-1/2},$$

где знаки « \pm » соответствуют случаям лево- и правополяризованной волн. Теперь легко получить интересующую нас формулу для эффекта Фарадея.

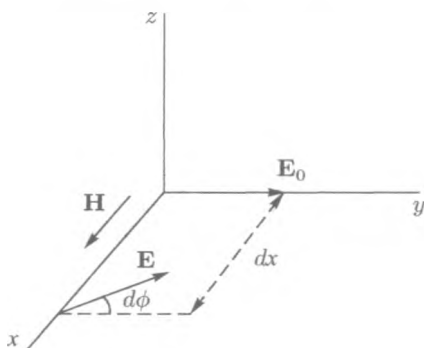


Рис. 2.4. Распространение линейно-поляризованной волны вдоль магнитного поля (оси x). При $t = 0$, когда волна находится в начале координаты $x = 0$, плоскость поляризации параллельна $z = 0$

Рассмотрим линейно-поляризованную волну, распространяющуюся вдоль магнитного поля (рис. 2.4). Линейные колебания электрической составляющей поля волны могут быть записаны в виде суммы двух круговых колебаний с противоположными направлениями вращения: $E = E_+ + E_-$. Из-за неэквивалентности правой и левой круговой поляризации эти волны будут распространяться вдоль магнитного поля с различными скоростями и

$$(E_y, E_z)_{\pm} = \frac{1}{2} E_c [\cos \omega(t - xu_{\pm}^{-1}), \pm \sin \omega(t - xu_{\pm}^{-1})].$$

Положим, что вектор E при $x = 0$ направлен вдоль оси y при $t = 0$, т. е. $E_z(0) = 0$. После того как волны переместятся на расстояние dx , сложим их вновь. Так как фаза волн изменилась, их сумма теперь будет иметь добавок к y - еще и z -составляющую, т. е.

$$E_z = E_y \operatorname{tg} \phi.$$

Подставляя в сумму $E_+ + E_-$, получаем:

$$\sin\left[\phi + \frac{1}{2}\omega(u_+^{-1} - u_-^{-1})x\right] = 0,$$

что дает для угла поворота полной волны

$$d\phi = \frac{1}{2}\omega(u_+^{-1} - u_-^{-1})dx.$$

Мы примем $d\phi$ положительным, когда магнитное поле направлено к наблюдателю. В астрофизике магнитные поля и плотности электронов обычно малы, так что $\omega \gg \omega_p$ и ω_H . Формула для угла поворота плоскости поляризации имеет очень простой вид:

$$d\phi = (\omega_H/2c)(\omega_p/\omega)^2 dx.$$

Таким образом, угол поворота пропорционален магнитному полю, плотности электронов и расстоянию от источника до волны, и обратно пропорционален квадрату волновой частоты. Более привычно выражать угол поворота в терминах квадратов длин волн, так что

$$\phi = (RM)\lambda^2 + \phi_0. \quad (7)$$

Множитель RM называют «мерой фарадеевского вращения». В астрофизических приложениях он может быть представлен особенно ясным и простым способом: если длина пути лучей измеряется в парсеках, плотность электронов в см^{-3} и напряженность магнитного поля в $\mu\text{гс}$, то

$$RM = 0.81 \int n_e \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} [\text{рад м}^{-2}]. \quad (8)$$

Коэффициент 0.81 (который заменяет $e^3/\pi m^2 c^3$) близок к единице, так что формула легка для запоминания. Она будет использоваться в гл. 12, где обсуждается измерение слабых галактических магнитных полей.

Сейчас мы объясним, каким образом из наблюдения фарадеевского вращения можно извлечь информацию о магнитном поле. Представьте себе линейно-поляризованное излучение, распространяющееся в среде, которая находится между наблюдателем и источником излучения. Измеряя угол между плоскостью поляризации и направлением (фиксированным) падающего излучения для различных (минимум двух) длин волн, можно определить меру фарадеевского вращения, т. е. тангенс угла (7), а затем, экстраполируя к $\lambda = 0$, найти угол ϕ_0 в источнике. Зная расстояние до источника и плотность

электронов в среде, можно найти проекцию поля на луч зрения. Необходимо выбрать корректный диапазон длин волн, для которых будут проводиться измерения. Для слабых полей, типичных для межгалактического или межзвездного пространства, мера вращения Фарадея не превышает нескольких сотен радиан на квадратный метр. Из этого следует, что подходящим является радиодиапазон частот (здесь $\Delta\phi \sim 1$ до 2π). Более точно, измерения меры фарадеевского вращения для внегалактических радиоисточников (радиогалактики, квазары) и пульсаров осуществляются примерно в диапазоне от 0.9 до 74 см. Для больших длин волн ϕ может повернуться на много радиан и будет наблюдаться неполяризованное излучение. Для более коротких длин волн (например, оптического диапазона) фарадеевское вращение, очевидно, мало.

При проведении измерений следует учитывать различные факторы, приводящие к деполяризации, особенно для малых углов $\Delta\phi$. Следует отдавать себе отчет, что детекторы регистрируют целый диапазон $\Delta\lambda$ (полоса пропускания), а не отдельную длину волны. Это, очевидно, приводит к дисперсии сигнала $\Delta\phi/(\phi - \phi_0) = 2\Delta\lambda/\lambda$, и необходимо, чтобы эта дисперсия давала очень малый вклад во вращение плоскости поляризации на данной длине волны. Детекторы с полосой пропускания в несколько кГц обычно используются для наблюдения солнечных вспышек. Для галактических и внегалактических источников излучения подходят полосы пропускания от 10 кГц до нескольких МГц. Обсуждение этой и других причин деполяризации можно найти в обзоре Верскера (1974).

Несмотря на внешнюю простоту формулы (7), приложение ее на практике сталкивается с несколькими серьезными трудностями. Первая заключается в том, что угол ϕ не может быть определен однозначно, так как для некоторого данного значения $\phi = \phi + k\pi$, $k = 1, 2, \dots$, также является правильным решением. Измерения обычно проводятся на отдельных дискретных длинах волн λ_i , и углы ϕ_i , очевидно, подвержены ошибкам $\delta\phi_i$ (в радиоастрономии $\delta\phi_i \sim 10^\circ$). При таких обстоятельствах задача нахождения значений RM и ϕ_0 в целом не имеет однозначного решения.

На рис. 2.5 показано, что можно провести три различные прямые (см. уравнение (7)), если измерения ϕ_i осуществляются на трех длинах волн с ошибкой $\delta\phi_i$. Однако по своему физическому смыслу значения величин RM и ϕ_0 должны быть однозначными.

Выбором минимального RM ($\text{tg } \phi$ в уравнении (7)) в данной ситуации не поможешь, так как другие прямые часто имеют близкие наклоны. Очевидно, во избежание этой сложности следует проводить измерения на весьма близких длинах волн. Вопросы о том, насколько близкими должны быть эти длины волн и что делать, если измерения осуществляются на боль-

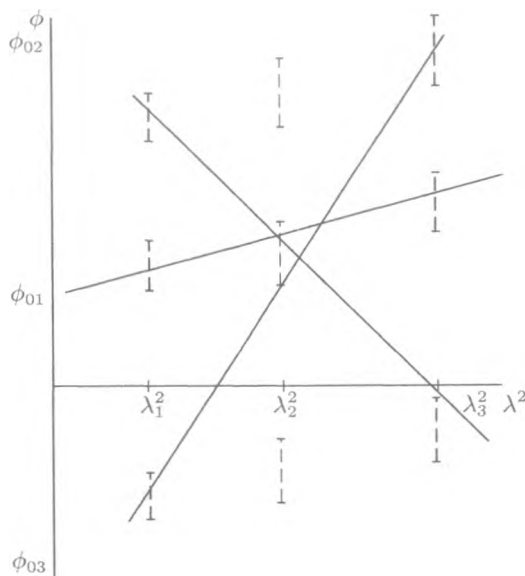


Рис. 2.5. Иллюстрация неоднозначности меры фарадеевского вращения и определения внутреннего позиционного угла. Если позиционные углы $\phi_i \pm \delta\phi_i$ определены на трех длинах волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ с точностью $\pm\pi$, то, основываясь на этих данных, можно провести три различные прямые: $\phi = RM\lambda^2 + \phi_0$. Заметим, что наличие ошибок измерения $\delta\phi_i$ является существенным. Если $\delta\phi_i = 0$, неоднозначность может возникать, только если длины волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ являются сравнимыми

шом количестве отдельных длин волн, обсуждаются в статье Рузмайкина и Соколова (1979), в которой также можно найти ссылки на другие работы по определению меры вращения Фарадея в радиодиапазоне.

Другая трудность возникает из-за того, что вращение Фарадея имеет место также и в самом источнике генерации излучения. В результате этого, как впервые показал В. А. Разин, нарушается простой закон (7), связывающий тип излучения со структурой источника (см., например, Рузмайкин и Соколов, 1979; Вали, 1980). Более того, поляризованное излучение космических источников часто является переменным, и отсюда возникает требование примерно одновременного измерения ϕ для различных длин волн. Например, половина квазаров и радиогалактик показывают переменную или нелинейную зависимость $\phi(\lambda^2)$. Измерение фарадеевского вращения для этих источников принесет бесценную информацию о магнитных полях,

находящихся на расстояниях тысяч и миллионов парсек от Земли. Такие исследования, по-видимому, не требуют новых приспособлений и могут быть выполнены сегодня.

Метод, использующий эффект Фарадея для определения магнитного поля, был применен для Галактики и дал отличные результаты (см. гл. 12). При этом использовались сотни радиисточников для исследования межзвездного пространства в различных направлениях. Можно получить достоверные данные о величине и направлении крупномасштабного магнитного поля и сделать некоторые выводы о флуктуирующих составляющих поля. Этот метод «радиоскопии» может также использоваться для определения магнитного поля солнечной короны (Stelzried et al., 1970; Рузмайкин и Соколов, 1978; Berlin et al., 1978).

Информация о вращении плоскости поляризации, дополненная данными о степени поляризации излучения, может многое рассказать нам о магнитных полях в самих источниках, особенно в тех частях Галактики, где присутствует непрерывное радиоизлучение. Поляризация континуума Галактики была открыта голландскими учеными для коротких радиоволн и советским радиофизиком В. А. Разиным для длинных волн. К сожалению, расчеты степени поляризации излучения, связанной с фарадеевским вращением, еще далеко не достигли того уровня, который был бы достаточным для практического применения. Известная работа Берна (1966) является скорее предварительной. Важное замечание в своей диссертации сделал Разин (1975): степень поляризации источника, имеющего совершенно хаотическое магнитное поле, не равна нулю, так как степень поляризации — это существенно положительная величина, и, следовательно, она не обращается в нуль в результате усреднения по множеству турбулентных ячеек. (Она не очень мала для Галактики, хотя и пропорциональна $N^{-1/2}$, где N — число ячеек, поскольку в этом случае N не очень велико.)

VI. Гиरोлинии

В некоторых астрофизических объектах, например источниках рентгеновского излучения, сформированных в окрестности нейтронных звезд, магнитное поле может быть очень сильным, возможно 10^{12} гс. В этих областях температуры, как правило, столь высоки, что атомы полностью ионизированы, и эффект Зеемана не может быть использован для определения магнитного поля. Однако можно попытаться оценить напряженность магнитного поля, приняв во внимание специфический характер спектрального распределения и поляризации магнитнотормозного излучения горячей релятивистской плазмы.

Известно [см., например, Ландау и Лифшиц (1962)], что спектр излучения частицы (электрона), двигающегося с энергией \mathcal{E} в магнитном поле H , состоит из дискретных линий, расположенных на частотах

$$\omega_n = \omega_H n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Эти линии называются гироспинами, и их определение немедленно приводит к нахождению напряженности магнитного поля. Частоты спектральных линий действительно велики по сравнению с расстоянием ω_H между ними, т. е. спектр близок к непрерывному (так как линии плотно расположены) с максимумом на частоте $\omega_{\max} \simeq (eH/2mc)(\mathcal{E}/mc^2)^2$. Вообще, магнитнотормозное излучение частицы является эллиптически-поляризованным. Поляризация — круговая при ее наблюдении примерно вдоль направления поля и линейная, когда наблюдается перпендикулярно ему (если движением вдоль направления поля пренебречь).

Спектральные свойства и поляризация магнитноактивной плазмы (набора частиц) в астрофизических условиях детально рассмотрены в гл. 6 монографии Долгинова, Гнедина и Силантьева (1979), где также представлено множество диаграмм и полезных формул. Здесь мы лишь вкратце рассмотрим некоторые из важных приложений.

Круговая поляризация среды, определенная для нескольких белых карликов, означает, что они имеют достаточно сильные магнитные поля, $H \simeq 10^6 - 10^8$ гс (Kemp, 1970; Angel, 1978). Интересно, что знак степени поляризации зависит от отношения ω_H и измеряемых частот: $p(\omega) > 0$, если $\omega < \omega_H$, и $p(\omega) < 0$, если $\omega > \omega_H$ (Долгинов и др., 1979). Оптические наблюдения белого карлика G195-19 позволили установить, что максимум поляризации в сине-зеленой части спектра согласуется с соответствующим минимумом в красной части. Это позволило непосредственно определить значение частоты ω_H , а значит, и проекции магнитного поля на луч зрения, $H_{\parallel} \simeq 10^8$ гс.

Тормозное излучение источников рентгеновского излучения (например, Her X-1, Cen X-3) также дает информацию об их магнитных полях. Эти источники представляют собой белый карлик или нейтронную звезду, которая является аккрецирующей материей с сопутствующим высвобождением гравитационной энергии. Например, в случае нейтронной звезды, которая ведет себя как рентгеновский пульсар в бинарной системе, ионизированный газ падает с видимых звезд. Сильное магнитное поле нейтронной звезды тормозит газ около так называемой «альфвеновской поверхности», на которой давления газа и магнитного поля соизмеримы. Затем оно направляет газ на полярную область намагниченной нейтронной звезды, в которой он передает энергию ($10^{36} - 10^{37}$) эрг/с. Поляризация и направление испускаемого из-

лучения зависят от магнитного поля, газового потока и параметров системы (Гнедин и Сюняев, 1973). Исследуя диаграмму направленности, можно сделать некоторые выводы о напряженности поля и его геометрии. Наблюдения наводят на мысль, что сильные магнитные поля 10^{10} – 10^{13} гс имеют форму диполей. Важной характеристикой для моделей рентгеновских пульсаров, которые исследуются на предмет этих сильных полей, являются гиरोлинии (Гнедин и Сюняев, 1974) с сильными линейной и круговой поляризациями, зависящими от направления поля. Гиरोлиния была определена в излучении пульсара Her X-1 (Grümper et al., 1978). Мазец и др. (1980) обнаружили линию поглощения в 30–60 кэВ в гамма-спектре нейтронной звезды с гравитационным потенциалом около $0.1c^2$. отождествляя это с гиролинией, они получили оценку для напряженности магнитного поля ($2.7 \cdot 10^{12}$ гс).

Определение магнитного поля с помощью гиролиний является, до известной степени, одним из самых простых методов (даже по сравнению с методом Зеемана), использующих только характеристическую частоту отдельной частицы. Сложности возникают из-за необходимости рассмотрения большого набора частиц (т. е. магнитоактивной плазмы).

Для определения слабых магнитных полей частоты гиролиний измеряются в радиодиапазоне. Таким образом были получены оценки, например, для магнитных полей Земли, Юпитера и Сатурна. Их максимальные частоты были найдены равными соответственно 0.3, 8.8 и 1.1 МГц. В итоге оценки для полей Юпитера и Сатурна были получены до проведения измерений *in situ* с космического корабля, которые впоследствии подтвердили эти оценки. Радиоастрономы из Горького, Каверин и др. (1980), измерили гиролинии для определения магнитного поля солнечной короны.

VII. Другие методы

Простейшим методом определения магнитных полей в астрофизике является измерение интенсивности магнитнотормозного излучения, называемого на рентгеновских энергиях синхротронным излучением. Этот известный метод был использован для оценки напряженности поля остатков сверхновой как в нашей, так и в других галактиках (Гинзбург и Сыроватский, 1963; Пикельнер, 1966; Шкловский, 1976; Чибисов и Птускин, 1981). Ограниченные знания о плотности излучающих релятивистских электронов, n_{re} , являются основной причиной неопределенностей при использовании этого метода. Интенсивность пропорциональна произведению этой плотности и напряженности поля в степени, такой как

$$\mathcal{I} \sim n_{re} H^{1/2(\tilde{\gamma}+1)},$$

где $2 < \bar{\gamma} < 3$ — показатель распределения энергии электронов. Возможно, это соотношение было бы полезнее применять для вычисления $n_{\text{ге}}$, с использованием напряженности магнитного поля, определенного при помощи других методов. Например, для галактического диска оно дает $n_{\text{ге}} \cong 5 \cdot 10^{-13} \text{см}^{-3}$ (Каплан и Пикельнер, 1970). Важно, чтобы распределение электронов было весьма неоднородным (Heiles, 1976), в то время как поле должно изменяться только на больших масштабах, т. е. быть гладким.

Некоторые методы (например, изучение ориентации межзвездных облаков или конфигурации солнечной короны и т. д.) являются морфологическими по своей сути и малопригодны для получения количественной информации о магнитном поле. Обычно может быть достоверно определено только направление магнитного поля. Наиболее популярный из этих методов определяет оптическую поляризацию света звезд через рассеяние межзвездной пылью. Предполагается, что анизотропно сформированные частицы пыли ориентированы магнитным полем, потоком частиц и излучением (Greenberg, 1968; Долгинов и др., 1979). Степень возникающей линейной поляризации дается выражением:

$$p = p_0 d \sin^2 \theta,$$

где p_0 является константой, зависящей от свойств структуры пылинок, θ — угол между направлением оси пылинки (которая оказывается совпадающей с направлением поля) и лучом зрения и d — расстояние до звезды.

Хотя механизм ориентации частиц пыли не вполне выяснен, эмпирические результаты от более чем 7000 звезд впечатляют (например, Mathewson and Ford, 1970). Частицы пыли имеют регулярную ориентацию на достаточно больших масштабах, подобно стальным стружкам в поле школьного магнита. Это дает возможность установить направление крупномасштабного галактического магнитного поля (Спулстра, 1977).

VIII. Напряженность и масштаб магнитных полей в астрофизике

В заключение, не претендуя на особо высокую степень точности или завершенности, мы хотели бы отразить состояние осведомленности о магнитных полях в астрофизике (табл. 2.2). Удивительно, что нам известно больше о слабых полях Галактики, чем о сильных полях пульсаров.

Таблица 2.2. Магнитные поля в астрофизике

Астрофизический объект	Значение поля, гс	Масштаб поля и его ориентация	Метод
Межгалактическое поле	$< 10^{-9}$?	Фарадеевское вращение (RM) внегалактических радиисточников
Галактика: регулярное поле случайная компонента	$2 \cdot 10^{-6}$ $\delta H/H \sim 1$	Несколько кпс $l = 100$ пс, ориентировано вдоль спиральных рукавов	Фарадеевское вращение внегалактических радиисточников и пульсаров; оптическая поляризация пыли; поляризация магнитнотормозного излучения межзвездной среды
Межзвездные облака	10^{-5}	10 пс	Эффект Зеемана на линии 21 см
Мазеры, плотные холодные облака, галактические ядра	$10^{-2}-10^{-3}$	$< 10^{16}$ см	Эффект Зеемана на молекулах OH
Квезары и радиогалактики	100	~ 1 пс	Внутреннее фарадеевское вращение и поляризация
Солнце: основное полярное поле	1	$0.1-1R_{\odot}$, дипольная + слабая квадрупольная составляющая	Эффект Зеемана в оптических линиях; эффект Ханле; фарадеевское вращение
нефотосферное азимутальное поле	$> 10^3$	Доминирует нечетное поле относительно	
корона	10^{-5}	отражения в экваториальной плоскости	

Таблица 2.2 (продолжение). Магнитные поля в астрофизике

Астрофизический объект	Значение поля, га	Масштаб поля и его ориентация	Метод
Планеты:			
Юпитер	4	Диполь, немного наклоненный к оси вращения	Измерения <i>in situ</i> с космического корабля; интенсивность и поляризация радионизлучения
Сатурн	0.2		
Земля	1		
Меркурий	$3 \cdot 10^{-3}$		
Марс	$6 \cdot 10^4$		
Ар-звезды	10^4	Вращающийся диполь или пятнистая структура	Эффект Зеемана в оптических линиях
Некоторые белые карлики	$10^6 - 10^8$	Диполь	Круговая поляризация магнитотормозного излучения
Источники рентгеновского излучения вблизи черных дыр в тесной двойной системе	$\sim 10^9$	$3-100r_g$ (r_g — гравитационный радиус черной дыры)	Сохранение энергии и механизм передачи момента импульса
Пульсары	10^{12}	Поле дипольного типа	Энергетические оценки и направление излучения
Источники рентгеновского излучения вблизи нейтронных звезд	$10^{10} - 10^{13}$	Поле дипольного типа, искаженное вблизи полюсов к коллонообразной форме	Гиропиния; поляризация магнитотормозного излучения

ГЛАВА 3

Происхождение магнитных полей

I. Особенности космической среды: большие числа Рейнольдса

Под космической средой, в широком смысле, мы подразумеваем материю, включая планеты, звезды, галактики и пространство между ними. Если пренебречь относительно небольшими областями, например твердыми частями планет, то космическая среда может рассматриваться как плазма, чаще всего газообразная плазма. Интервал температур в этой плазме весьма широк: от нескольких 10 К для плотных молекулярных галактических облаков, через десятки миллионов градусов для термоядерных звездных реакций, и до гигантских значений 10^{10} К и более, характерных для ранних этапов эволюции горячей Вселенной. В табл. 3.1 представлены оценки этих и других важных параметров для некоторого числа астрофизических объектов. Можно заметить, что электропроводность космической плазмы сравнима с электропроводностью чистых металлов¹. С одной стороны, в этом нет ничего примечательного. Даже холодные облака обладают значительной электропроводностью, являющейся следствием нетепловой ионизации газа ультрафиолетовым фоном и — внутри плотных объектов — проникновения космического и гамма-излучения. Как правило, гидродинамические скорости в плазме не очень велики; например, скорости вращения молодых звезд не превышают нескольких сот км/час, а случайные скорости межзвездного газа имеют порядок 10 км/ч. Исключением являются релятивистские объекты (нейтронные звезды и черные дыры); скорости газа в их гравитационных полях могут приближаться к скорости света.

Основное различие между условиями космической среды и наземной лаборатории заключается в «астрономических масштабах», которые в пер-

¹ Электропроводность меди (хороший проводник) при комнатной температуре составляет $\sigma = 5 \cdot 10^{17}$ СГСЕ, соответствующее ей значение $\nu_m = c^2/4\pi\sigma \simeq 10^2$ см²/с; для железа это $6 \cdot 10^2$ см²/с и для ртути $6 \cdot 10^3$ см²/с. Для полностью ионизированной плазмы, раскаленной до миллионов градусов, $\nu_m = 10^{13} T^{-3/2} = 10^4$ см²/с.

Таблица 3.1. Типичные параметры космической среды

	ρ $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	T К	Ω $\frac{1}{\text{с}}$	L см	v $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	ν $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	ν_m $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	Re	R_m
Жидкое ядро Земли	10	$4 \cdot 10^3$	$7.3 \cdot 10^{-5}$	$3.5 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$	$7.3 \cdot 10^4$	10^9	$5 \cdot 10^2$
Ядро Юпитера	1	10^4	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^9$	1-10	$3 \cdot 10^{-2}$	10^4	10^{12}	10^6
Конвективная зона Солнца	10^{-3}	10^5	$3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{10}$	10^5	0.3	10^7	$5 \cdot 10^{15}$	$2 \cdot 10^8$
Аккреционные диски черных дыр (Сугг X-1):									
а) внутренняя	10^{-5}	$2 \cdot 10^6$	40	10^7	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^6$	15	10^6	$3 \cdot 10^{13}$
б) промежуточная	10^{-6}	$3 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-2}$	10^8	$5 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^2$	$4 \cdot 10^3$	10^{11}	10^{10}
область, $r \sim 300r_g$									
Межзвездная среда									
а) области HI	$2 \cdot 10^{-23}$	10^2		$3 \cdot 10^{19}$	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{19}$	$5 \cdot 10^{21}$	$5 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^3$
б) области HII	$2 \cdot 10^{-25}$	10^4		$3 \cdot 10^{20}$	10^6	$5 \cdot 10^{18}$	$3 \cdot 10^{20}$	$5 \cdot 10^7$	10^3
в) туннели	$5 \cdot 10^{-27}$	10^6		$3 \cdot 10^{20}$	10^6	$3 \cdot 10^{26}$	$5 \cdot 10^{17}$	1	$6 \cdot 10^8$
Газовый диск	$2 \cdot 10^{-24}$	10^4	10^{-15}	10^{21}	10^6	$5 \cdot 10^{17}$	10^{21}	$5 \cdot 10^9$	10^6
(в среднем)									
Расширяющаяся	$3 \cdot 10^{-20}$	$4 \cdot 10^3$		$4 \cdot 10^{22}$	10^6	10^{17}	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{11}$	10^{21}
Вселенная при									
$z \approx 1400$									

Радиус сферического тела и толщина диска определяют типичный масштаб длины L . Для полностью ионизованной среды кинематический и магнитный коэффициент диффузии вычисляются по формулам $\nu = 1.2 \cdot 10^{-16} T^{5/2} \rho^{-1} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ и $\nu_m = 10^{13} T^{-3/2} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ соответственно. Для аккреционных дисков мы принимали для числа Маха значение $Ma = 0.1$ ($\alpha \approx 1/3$ для параметра, определяющего вязкость); во внутренней части ν — радиативная вязкость. Коэффициент магнитной диффузии для частично ионизованного межзвездного газа оценивался по амбиполарной диффузии. В «туннелях» резонансное взаимодействие тепловых ионов с магнитными флуктуациями является доминирующим диссипативным механизмом для межзвездной турбулентности, и здесь мы приводим соответствующие значения ν . В последней строке параметры космологической плазмы вычислены для плоской Вселенной в масштабе протоскопления галактик ($10^{15} M_{\odot}$); амплитуда адiabатических возмущений плотности полагается равной $\delta\rho/\rho = 10^{-3}$ при $z = 1400$ и ν оценивается как молекулярный коэффициент диффузии нейтрального водорода.

вом случае являются огромными. Это приводит к резкому увеличению характеристического времени $t \simeq L^2/\nu_m$ и к большим значениям безразмерных чисел Рейнольдса, которые определяют природу гидродинамических и магнитогидродинамических явлений в астрофизике. В теории, являющейся предметом этой книги, особую роль играют магнитные числа Рейнольдса. Они определяются как

$$R_m = Lv/\nu_m,$$

где L — характерный размер области, заполненной проводящей плазмой; v — характерная скорость ее гидродинамического движения; ν_m — магнитная вязкость, или, иными словами, коэффициент магнитной диффузии плазмы. Как часто бывает в теории подобия, определение магнитных чисел Рейнольдса является не вполне логически строгим. Действительно, что следует принять за L ? Скажем, что следует взять для случая звезды: ее радиус, шкалу высот градиента плотности¹, размер конвекционной области или размер чего-либо еще? Те же вопросы возникают относительно скорости и даже магнитной вязкости ν_m , так как последняя может быть обусловлена несколькими различными механизмами, например, омической диффузией или плазменными эффектами². На самом деле эти неопределенности могут быть устранены, если значение R_m определять в каждом конкретном случае точным заданием размера, скорости и наиболее эффективного механизма проводимости. Общей чертой для всех рассмотренных выше проблем является то, что в астрофизических условиях безразмерные магнитные числа Рейнольдса оказываются очень большими. Поскольку это определяет относительную значимость индукционных и диссипативных эффектов, можно сделать важный вывод о доминирующей роли движений в космической среде.

II. Вмороженные магнитные поля

На небольших временах вполне возможно пренебречь омической диссипацией магнитного поля, т. е. рассматривать среду как идеальный проводник, $R_m = \infty$. В этом случае поведение поля полностью определяется движением. Обычно говорится, что магнитное поле «вморожено в среду». Концепция вмороженных полей является весьма естественным продолжением фарадеевских идей о силовых линиях магнитного поля. Она была

¹Это разность высот, на которых плотность отличается в e раз, т. е. $L = (d \ln \rho / dr)^{-1}$.

²Заметим также, что электропроводность плазмы зависит от магнитного поля, которое вносит анизотропию. Величина этого эффекта в значительной мере зависит от плотности плазмы; он незначителен в недрах Солнца, но может быть велик в межзвездном газе.

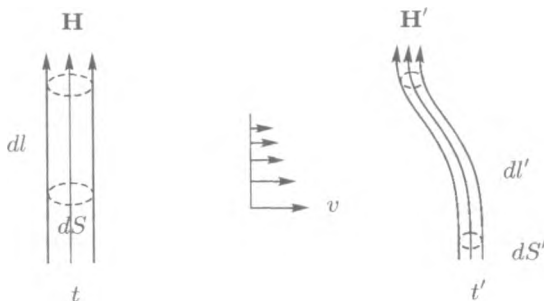


Рис. 3.1. Трансформация искусственно удлиненной трубки силовых линий магнитного поля в идеально проводящей среде, движущейся с эпюрой скоростей, показанной на рисунке. В несжимаемой жидкости уменьшение поперечного сечения трубки приводит к пропорциональному увеличению количества силовых линий магнитного поля на единицу площади, в результате чего магнитный поток остается постоянным

введена в новую теорию Кипенхойером и Альфвенom и оказалась очень полезной для качественного понимания поведения магнитных полей в космической среде. Поясним значение этой концепции.

Отсутствие электрического сопротивления означает постоянство количества силовых линий, обведенных контуром (тонким кольцом) в воображаемом уединении в движущемся потоке. Контур переносит это значение магнитного потока $\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}$ в ходе своего движения (см. рис. 3.1).

Существует иная интерпретация состояния вмороженности, предложенная Валеном (Каулинг, 1957), которая оказалась наиболее полезной. Представим себе тонкий пучок силовых линий магнитного поля с поперечным сечением dS , так называемую трубку магнитного потока. Пусть dl — расстояние вдоль трубки потока между двумя близкими поперечными сечениями. В процессе движения сохраняются две следующие величины: масса $\rho dl dS$, где ρ — плотность среды, и магнитный поток $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}$. Следовательно, $H/\rho \sim dl$, т. е. любое изменение dl на отрезке между соседними частицами, находящимися на одной силовой линии поля, вызывает соответствующее изменение величины H/ρ . Очевидно, что при движении несжимаемой жидкости $\mathbf{H} \sim dl$. Эту идею можно сформулировать в более общем виде. Возьмем две соседние частицы среды в несжимаемом потоке, такие что

$$\delta \mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \varepsilon \mathbf{H},$$

где ε — псевдоскаляр. Другими словами, мы перемещаемся на небольшое расстояние $\varepsilon |\mathbf{H}|$ от первой частицы в направлении \mathbf{H} , вдоль которого напряженность поля практически не меняется. Оказывается, что приведенное

выше соотношение остается в силе и для больших расстояний в среде с бесконечной электропроводностью при малых, но постоянных значениях ϵ для каждой такой пары частиц. В частности, это означает, что пара частиц, находящаяся на одной и той же силовой линии поля, всегда будет на ней оставаться, а пара частиц, которая не принадлежит одной и той же линии, соответственно никогда на ней не окажется. Аналогичные замечания имеют место и для сжимаемой жидкости с заменой \mathbf{H}/ρ на \mathbf{H} . Эту теорию можно также применять к нестационарному движению, не забывая о том, что интервал δt между частицами среды является бесконечно малым; применение к конечному $r_2 - r_1$ может привести к ошибочным результатам.

Состояние вмороженности означает, что в движущейся среде потоки развиваются, добавляя свои поля к начальному полю, изменяя последнее таким образом, что силовые линии поля двигаются во взаимодействии с частицами среды. В этом смысле картину вмороженности можно понимать как проявление коллективного взаимодействия заряженных частиц плазмы. Конечно, это описание того же явления, но другим языком. В обзоре Альфвена (1977) можно найти интересное обсуждение «полевого» и «токового» подходов к описанию явлений магнитной гидродинамики.

Условие вмороженности применимо в сплошной среде с высокой электропроводностью, в которой токи смещения не учитываются, т. е. когда имеет смысл понятие о силовых линиях магнитного поля. Очевидно, что оно не может применяться в какой бы то ни было форме, когда поля находятся в вакууме, в плохо проводящей среде или (более строго) когда магнитное число Рейнольдса мало.

Используя понятие вмороженности, легко изобразить поведение магнитных полей. Например, очевидно, что при сжатии слоя газа магнитное поле вдоль него должно усиливаться прямо пропорционально плотности, а при изотропном сжатии сферического облака $H \sim \rho^{2/3}$ плотность энергии магнитного поля $H^2/8\pi$ увеличивается пропорционально $\rho^{4/3}$. Этот же закон имеет место для изотропного адиабатического сжатия электромагнитных полей других типов: энергия кулоновского поля и энергия поля излучения увеличиваются таким же образом. В гл. 5 мы продемонстрируем другое, менее тривиальное применение концепции вмороженности поля для анизотропных движений при доказательстве теорем антидинамо и изложении понятия так называемого «медленного динамо».

III. Гипотеза реликтового (остаточного) поля

Сохранение магнитного потока благодаря состоянию вмороженности было основой для объяснения происхождения наблюдаемых косми-

ческих магнитных полей. В соответствии с этим, магнитные поля являются прямым следствием сжатия начального древнего «реликтового» поля (Хойл, 1958; Пиддингтон, 1972), возникновение которого постулируется или относится к космологической проблематике. Поясним, почему этот подход к происхождению магнитных полей оказался неудовлетворительным.

Наблюдения фонового ЗК-излучения показывают, что на больших пространственных масштабах Вселенная является однородной и изотропной (Зельдович и Новиков, 1975). Глобальное магнитное поле может быть вложено в нее без нарушения этой однородности. В соответствии с хаббловским законом расширения Вселенной $\mathbf{v} = \mathcal{H}\mathbf{r}$, где $\mathcal{H}^{-1} \simeq 10^{10}$ лет — постоянная Хаббла, однородное магнитное поле возбуждает электрическое поле $c^{-1}\mathbf{v} \times \mathbf{H} = (c\mathcal{H}^{-1})\mathbf{r} \times \mathbf{H}$ в каждой точке пространства. Наблюдатель, следующий за расширяющейся материей, не видит этого поля и Вселенная кажется ему однородной. Таким образом, магнитное поле не нарушает однородности Вселенной, но нарушает ее изотропию. На современном этапе однородное поле ограничивается наблюдаемой изотропией, в прошлом магнитное поле должно увеличиваться, потому что магнитное поле сохраняется, а все размеры уменьшаются (см. гл. 15).

Даже очень небольшого реликтового поля вполне достаточно для объяснения крупномасштабных магнитных полей, наблюдаемых в галактиках сегодня. В самом деле, крупномасштабная составляющая галактического магнитного поля имеет напряженность порядка $2 \cdot 10^{-6}$ гс. Чтобы получить такое поле путем уплотнения галактики до плотности 1 см^{-3} от межзвездной материи с плотностью 10^{-5} см^{-3} , вполне достаточно поля с напряженностью $2 \cdot 10^6 (10^{-5}/1)^{2/3} \simeq 10^{-9}$ гс. Интересно, что даже такое слабое магнитное поле может быть определено экспериментально. Благодаря эффекту вращения плоскости поляризации линейно-поляризованного излучения, получаемого от удаленных радиогалактик и квазаров, она поворачивается на некоторый конечный угол. Измеряя позиционные углы для нескольких длин волн, можно определить $\int n_e \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r}$ (см. гл. 2). Затем, зная расстояния до источников (их можно найти по красным смещениям оптических линий спектра) и независимо определенную электронную плотность межгалактической среды, можно произвести оценку межгалактического магнитного поля. Анализ наблюдательных данных, полученных от нескольких сотен удаленных радиоисточников, не обнаруживает существования какого-либо заметного реликтового поля. Верхний предел напряженности гипотетического однородного магнитного поля составляет порядка 10^{-9} гс. Главная неопределенность возникает из-за недостаточных знаний о плотности межгалактической среды. Тем не менее следует признать, что наблюдения не

подтверждают существования гипотетического однородного магнитного поля (более подробно см. гл. 15).

Основным аргументом в пользу реликтовой природы галактических магнитных полей явился тот факт, что крупномасштабные магнитные поля очень медленно затухают в результате омического рассеяния. Например, для поля с размерами 400 пс, определяемого полутолщиной газового диска Галактики, характеристическое время омического рассеяния (в предположении, что средняя температура газа примерно 10^4 К) составляет порядка 10^{26} лет, т. е. гораздо больше возраста Галактики. Важно, что магнитное поле может быть разрушено намного более эффективно в результате турбулентной диффузии, связанной с мелкомасштабными хаотическими движениями. В Галактике характеристическая среднеквадратичная скорость таких движений 10 км/с на масштабах 100 пс (гл. 12), что соответствует коэффициенту турбулентной диффузии 10^{26} см²/с (коэффициент омической диффузии составляет всего лишь 10^7 см²/с). В среде с таким коэффициентом турбулентной диффузии крупномасштабные магнитные поля затухают за время порядка 10^9 лет, которое меньше или сравнимо с возрастом Галактики (порядка 10^{10} лет).

С одной стороны, турбулентные движения губительны для крупномасштабных полей. Как же обстоит дело с состоянием вмороженности и соответствующим ему сохранением магнитного потока? Именно из-за вмороженности, т. е. прикрепления силовых линий поля к движущимся частицам среды, происходит уменьшение характерного масштаба поля с попутным уменьшением эффективного магнитного числа Рейнольдса. Конечно, этим дело не заканчивается, и последнее слово в вопросе диссипации полей меньших масштабов остается за омической диффузией и некоторыми другими видами диссипативных процессов на кинетическом (не гидродинамическом) уровне.

С другой стороны, движение среды может иметь созидательное значение для крупномасштабных магнитных полей, и в этом проявляется щедрость природы к самой себе. Это свойство лежит в основе других концепций происхождения магнитного поля, представленных в данной книге, представления о принципе действия гидромагнитного динамо (§ IV). Эта гипотеза должна заменить предположение о первоначальном происхождении астрофизических магнитных полей как реликтовых.

Но можем ли мы полностью отбросить гипотезу о реликтовом происхождении? Она, безусловно, доказала свою значимость, поставив вопрос о существовании магнитных полей максимального масштаба безотносительно проблемы генерации галактического поля. Ответ должен быть найден при анализе наблюдательных данных, полученных как при исследовании уда-

ленных космических источников, так и в процессе изучения физических процессов в сильно анизотропных решениях для космологических ситуаций раннего периода. Гипотеза о реликтовом происхождении все еще находится в силе и по-прежнему обсуждается в научной литературе, не в начальной форме, а на уровне приложения к звездным магнитным полям. Эта проблема заключается в происхождении сильных магнитных полей некоторых пекулярных звезд (Ар-звезды, см. гл. 11). Турбулентные течения на поверхности этих звезд оказываются недостаточными для того, чтобы существенно влиять на крупномасштабные магнитные поля. Мы полагаем, что магнитные поля этих звезд являются не остатком галактического поля, а результатом генерации на определенных этапах эволюции Вселенной, когда движения были более эффективными. Еще более поразительным примером являются пульсары, чьи магнитные поля имеют напряженность порядка 10^{12} гс. Предполагается, что эти поля возникают в результате сжатия магнитных полей звезд, из которых появились пульсары. Эта гипотеза обсуждается в гл. 17.

IV. Необходимость динамо

Вопрос о происхождении космических магнитных полей может быть разделен на несколько различных частей. Одна из них должна объяснять, как эти поля поддерживаются или усиливаются в течение долгих периодов времени и почему они могут претерпевать радикальные изменения за короткие его промежутки. Также она должна определять теоретически конфигурацию поля и распределение токов. Кроме того, она также должна предоставлять количественные оценки для характеристического времени усиления и изменения поля, а также для его амплитуды и конфигурации. Как правило, она должна учитывать влияние поля на движение.

При рассмотрении таких протяженных структур, как галактики, наибольший интерес представляет проблема усиления и поддержания крупномасштабного магнитного поля вопреки турбулентному беспорядку. Мелкомасштабные затравочные поля возникают естественным образом в плазме в результате действия тепловой электродвижущей силы или различных плазменных нестабильностей. Возникновение крупномасштабных магнитных полей, даже малой амплитуды, объяснить не так легко. Их усиление может быть рассмотрено подобно тому, как рассматриваются задачи на устойчивость. А именно нужно найти конфигурации поля в заданном распределении скоростей, которые экспоненциально растут со временем. Если произведение γt в показателе экспоненты достаточно велико, пробле-

ма затравочных полей теряет свою важность, но для полноты мы сейчас упомянем некоторые механизмы возбуждения затравочного поля. Один из них был предложен Харрисоном (1970) и усовершенствован Мишустиным и Рузмайкиным (1971), применившими его к галактикам на стадии образования. Он основан на различии комптоновского взаимодействия электронов и ионов с заполняющим пространство фоновым излучением. Легкие электроны во вращающемся газовом облаке (формирующаяся Галактика) сталкиваются с фотонами, и начинается вихревое движение электронов относительно ионов (т. е. электрический ток), результатом которого является возбуждение магнитного поля. Электрическое поле, вызываемое магнитным, стремится уравнять скорости электронов и ионов, и таким образом устанавливается квазистационарный процесс. Амплитуды магнитных полей, возбужденных таким образом, по прошествии времен космологических масштабов невелики (от 10^{-18} до 10^{-20} гс); однако масштабы этих полей сравнимы с размерами галактик. Детали см. в гл. 15.

Вопрос затравочных полей является не таким насущным, как проблема происхождения магнитных полей звезд, планет и других относительно мелкомасштабных тел. Галактика может обеспечивать начальные поля для своих звезд, а звезды — для своих планет. Однако даже в этих случаях процесс усиления магнитных полей должен быть очень быстрым (экспоненциальным) для достижения устойчивого состояния. Характеристическое время роста поля звезды должно быть сравнимо даже не с полным временем жизни звезды, а с типичными периодами ее эволюции.

Наличие процессов, которые быстро меняют магнитное поле, может быть ясно проиллюстрировано для планет. Например, известно, что электрические токи, поддерживающие магнитное поле Земли, протекают в ее ядре, где магнитная вязкость достаточно велика (около $3 \cdot 10^4$ см²/с). В соответствии с этим, характеристическое время омического затухания поля в наружной жидкометаллической части ядра Земли, которая образует сферический слой $(0.19-0.55)R_E$, оказывается всего лишь порядка 10^4 лет. С другой стороны, изучение магнитных свойств горных пород показало, что магнитное поле Земли существовало не менее 10^9 лет. Более того, палеомагнитный анализ (Кокс, 1969) обнаружил случайные инверсии направления геомагнитного диполя (со средним характеристическим временем порядка 10^5 лет), сопровождаемые более частыми отклонениями диполя относительно оси вращения. В настоящее время ось диполя отклоняется от оси вращения на небольшой угол 11° , и на временах порядка 10^4 лет диполь в среднем ориентирован вдоль оси вращения.

Юпитер предоставляет другой пример. Угловая скорость его поверхности $1.8 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹; его радиус $7 \cdot 10^9$ см. В соответствии с современными

знаниями (Герелс, 1976; Хайд, 1980), Юпитер имеет жидкометаллическое ядро с радиусом примерно $R_c = 5 \cdot 10^9$ см. Электропроводность ядра, состоящего в основном из водорода с небольшим процентным содержанием гелия, можно считать близкой к электропроводностям жидких металлов (например, ртуть), скажем, $\nu_m \simeq 10^4$ см² с. Таким образом, характеристическое время омической диссипации крупномасштабного магнитного поля в ядре Юпитера составляет $R_c^2/\nu_m \simeq 10^7$ лет, что значительно меньше возраста планеты, т. е. магнитное поле должно быть самовозбуждающимся. Магнитная ось Юпитера также отклоняется от оси его вращения на небольшой угол. Напротив, магнитный диполь похожей планеты, Сатурна, ориентирован примерно вдоль оси его вращения (Акуна и др., 1980). Возможно, что в наши дни мы наблюдаем две различные фазы осцилляции магнитных осей этих двух планет.

Движение в проводящих частях планет дает естественное объяснение изменениям магнитного поля. В случае Земли можно оценить скорости, необходимые для его генерации, по направленному на запад дрейфу (со скоростью примерно 0.2 градуса в год по результатам наблюдений) недипольной компоненты магнитного поля ($H_{nd} \simeq 0.02$ Гс). Получающееся значение, $v \simeq 4 \cdot 10^{-2}$ см/с, в миллионы раз больше, чем характерные для мантии скорости вблизи поверхности Земли, полученные по геологическим данным. Таким образом, направленный на запад дрейф магнитного возмущения является свидетельством сильного движения, возможно конвекционного или неравномерного вращения, в ядре. Оценки для скоростей движений в ядре Юпитера могут быть получены исходя из предположения, что в стационарном состоянии магнитные напряжения уравниваются кориолисовой силой

$$H_\phi H_p \simeq 4\pi \bar{\rho} v \omega R_c,$$

где $\bar{\rho} = 1.9$ г/см³ — средняя плотность, а $\omega = 1.8 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹ — угловая скорость планеты. Предполагая, что полоидальная компонента H_p магнитного поля в ядре имеет квазидипольный характер, $H_p \simeq H(R_j)(R_j/R_c)^3$, и постулируя, что азимутальная компонента обязана своим возникновением вращению H_p , вызываемому неравномерным вращением, мы получаем оценку для $v = 0.05$ см/с. Аналогичная оценка для Сатурна ($R_c \simeq 0.5R_s$, $\bar{\rho} \simeq 1.5$ г/см³, $\omega_s \sim \omega_j$, $H_{p_s} \simeq 0.2$ Гс, Акуна и др., 1980) дает меньшее значение скорости: $5 \cdot 10^{-3}$ см/с. Нужно принимать во внимание, что эти планеты вращаются очень быстро (они совершают один оборот примерно за 10 часов, т. е. их угловая скорость в сотни раз больше, чем у Солнца), так что их вращение должно влиять на конвекцию, как это происходит в атмосфере Земли (что приводит, в частности, к образованию циклонов).

В быстро вращающихся жидкостях возникает симметрия относительно перемещений вдоль оси вращения. Конвективные ячейки принимают форму бублика, вытянутого по меридианам. Соответствующий поток благоприятен для усиления магнитного поля (Буссе, 1976).

Для звездных магнитных полей характерны быстрые изменения. Более того, такие изменения ответственны за все проявления звездной активности. Помимо произвольного вращения звезд, интересными их характеристиками являются также периодические изменения поля.

Способность проводящей среды преобразовывать энергию своего гидродинамического движения в энергию магнитного поля обычно называется «гидромагнитным динамо» или просто «динамо». Оно действует естественным образом в ядрах планет, звезд и других астрофизических объектах, т. е. без применения внешних э.д.с., проводов, катушек и т. д. В основном по причине достаточно небольших размеров лабораторных установок такая динамо-машина до сих пор еще не приводилась в действие в лабораторных условиях. Иными словами, магнитное число Рейнольдса мало (≤ 30 , Гайлитис и др., 1977), т. е. влияние движения слабее, чем воздействие омической диффузии. Для увеличения магнитного числа Рейнольдса при фиксированных размерах необходимо очень мощное движение. Однако эти трудности имеют чисто экономический, не фундаментальный, характер.

С другой стороны, в космических условиях (см. табл. 3.1) магнитные числа Рейнольдса велики, так что движения даже с малыми скоростями могут быть существенными. Основная проблема, которая впервые была освещена Каулингом (1934), заключается в том, чтобы выяснить, какие виды движения способны поддерживать или усиливать магнитное поле. Следует заметить, что движение не обязательно способствует поддержанию или усилению поля; вместо этого оно может ускорять процесс его рассеяния. К примеру, крупномасштабные поля быстро затухают в сильных, однородных, изотропных, зеркально-симметричных турбулентностях. Значительная часть этой книги посвящена формулировке условий, при выполнении которых возможно действие динамо, и построению конкретных моделей динамо.

Прежде чем сформулировать эти условия и приступить непосредственно к рассмотрению проблемы, мы хотели бы привести некоторые примеры динамо (гл. 4). Хочется верить, что рассмотрение их качественных аспектов, не замутненных математическими формулами, поможет достаточно глубоко проникнуть непосредственно в суть теории динамо. Читатель, которого интересуют математические основания этих примеров, может найти подробное и строгое изложение в публикациях, ссылки на которые приводятся в конце книги.

ГЛАВА 4

Динамо

До того как мы начнем обсуждать теорию динамо и ее приложения в астрофизике, приведем несколько простых примеров динамо. Это позволит нам понять основные принципы (включая достаточно сложные аспекты), не углубляясь в изнурительный анализ математических формул и сложных уравнений. С этой точки зрения настоящая глава носит характер предварительного обсуждения. Точные решения и подробный анализ можно найти в соответствующих ссылках.

Слово «динамо» происходит от термина «динамо-машина», ныне забытого (или, если быть точным, замененного термином «генератор»). В связи с этим всплывают из школьных времен воспоминания о вращающейся рамке, помещенной между полюсами магнита для получения электрического тока. Таким образом механическая энергия преобразуется в электрическую. Можно упомянуть также, что электродвижущая сила (э.д.с.) динамо-машины пропорциональна произведению магнитного поля на скорость вращения. Обе эти идеи справедливы и в том случае, когда рассматривается генерация магнитного поля в движущейся проводящей среде (гидромагнитное динамо). Главным отличием является то, что в случае гидромагнитного динамо нет внешних магнитов, рамки или проводов. Мы начнем с рассмотрения «лабораторной» динамо-машины, которая, будучи сконструирована только лишь при помощи проводов и диска, демонстрирует некоторые важные свойства гидромагнитного динамо.

1. Униполярное динамо

Можно сконструировать простое действующее динамо (Bullard, 1955), используя явление униполярной (или гомеополярной) индукции, которая была открыта Фарадеем. Это явление состоит в появлении э.д.с. в замкнутом контуре, который включает в себя и движущийся, и покоящийся проводники в магнитном поле. (Мы замкнем контур для этих проводников при помощи скользящих контактов так, чтобы электрический ток мог течь по

этому контуру.) Объяснение основывается на том, что электрические поля в движущейся и неподвижной системах отсчета неравны. Электрическое поле отсутствует во вращающемся проводнике и равно $-\mathbf{v} \times \mathbf{H}/c$, где \mathbf{v} — скорость вращения, в неподвижном проводнике. Таким образом, электродвижущая сила возникает из-за разницы угловых скоростей при прохождении от одной части контура к другой. Эльзассер (1946) первым заметил, что может означать этот эффект для генерации магнитных полей в ядре Земли и звездах с дифференциальным вращением. В этих случаях мы вместо твердого проводника имеем дело с вращающейся плазмой. Для того чтобы подтвердить возникновение электродвижущей силы при вращении проводящей жидкой среды в магнитном поле, Ленерт (1958) поставил лабораторный эксперимент, в котором использовался цилиндр диаметром 40 см, наполненный 58 литрами жидкого натрия. Последний приводился в движение при помощи вращающегося медного диска с лопастями.

В качестве вращающегося проводника удобно использовать проводящий диск, приводимый во вращение парой сил \mathcal{H} (рис. 4.1). Неподвижный проводник представлен проволокой с сопротивлением R и индуктивностью L , закрученной в спираль и подключенной к краю диска и его оси с помощью скользящих контактов. Классические эксперименты по униполярной индукции вместо проводящего диска используют вращающийся магнит, но униполярное устройство, изображенное на рис. 4.1, не нуждается в постоянном магните. Достаточно, чтобы магнитное поле было обеспечено в начальный момент. Например, мы можем временно поместить данную систему в постоянное магнитное поле или пустить начальный ток I_0 по проволоке. Что же произойдет дальше?

Для простоты мы пренебрежем индуктивностью диска. Она достаточно велика для сплошного диска, но может быть значительно уменьшена путем замены его на чередующиеся проводящие и непроводящие радиальные спицы. Тогда баланс напряжений в контуре будет просто

$$c^{-2}L dI/dt + RI = \mathcal{E}, \quad (1)$$

где L , R — индуктивность и сопротивление электрического контура и

$$\mathcal{E} = c^{-1} \int \mathbf{v} \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = c^{-1} \omega \cdot \int_0^a \mathbf{H} r dr \quad (2)$$

есть униполярная э.д.с., поддерживающая ток I в контуре; a — радиус диска. Магнитное поле, определяющее униполярную э.д.с., генерируется током

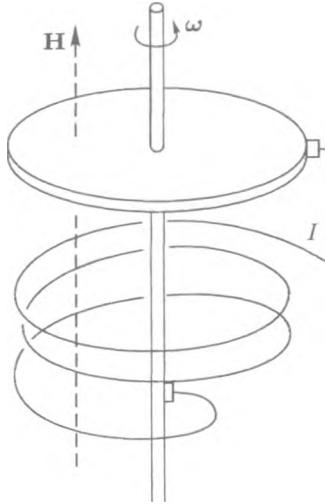


Рис. 4.1. Гомеоплярное динамо, составленное из двух проводников: подвижного (диск, вращающийся с угловой скоростью ω) и неподвижного (провода, закрученная в спираль и подсоединенная к диску при помощи скользящих контактов)

в закрученной части проволоки. В соответствии с законом Био – Савара

$$\omega \cdot \mathbf{H} = I c^{-1} \int \omega (d\mathbf{l} \times \mathbf{r}) r^{-3} = I c^{-1} \int r^{-3} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l},$$

т. е. знак э.д.с. определяется проекцией направления кручения в проволоке на скорость вращения. Удобно выразить э.д.с. через взаимную индуктивность двух контуров, спирального и контура обода диска: $\mathcal{E} = \pm M \omega I / 2\pi c^2$. Теперь можно решить уравнение (1) и получить:

$$I = I_0 \exp \gamma t,$$

$$\gamma = \omega M L^{-1} \left(\pm \frac{1}{2} \pi^{-1} - c^2 R / M \omega \right).$$

Таким образом, если проволока закручена в направлении вращения и $M \omega / c^2 R > 2\pi$, то электрический ток и, следовательно, магнитное поле и поток через поверхность диска будут экспоненциально расти. Очевидно, результат не зависит от направления начального магнитного поля. Мы имеем самовозбуждающееся магнитное динамо. Следует заметить, что скорость роста γ увеличивается при увеличении значения $M \omega / c^2 R$ (магнитное

число Рейнольдса). Динамо называют быстрым, если γ не стремится к 0 при стремлении магнитного числа Рейнольдса к бесконечности (см. гл. 7).

Из энергетических соображений понятно, что экспоненциальный рост тока и магнитного поля не может продолжаться вечно. Усиленное магнитное поле будет оказывать обратное воздействие на угловую скорость диска. Ситуация, когда скорость (или ω) является заданной, называется «задачей кинематического динамо» (кинематическое динамо), а самосогласованная проблема, учитывающая влияние поля на движение (или ω), называется «задачей динамического динамо». В нашем случае обратное воздействие легко подсчитать. Каждый элемент тока, вытекающий вдоль радиуса диска поперек магнитного поля H , перпендикулярного плоскости диска, действует на диск с силой $I dr H$. Эффективный крутящий момент этих сил по всему радиусу равен $I \int_0^a H r dr = MI^2/2\pi$. Следовательно:

$$C d\omega/dt = \mathcal{K} - (2\pi)^{-1} MI^2 - \nu_f \omega, \quad (3)$$

где C — момент инерции диска, ν_f — сила трения, а \mathcal{K} — приложенная пара сил. Уравнения (1) и (3) имеют стационарное решение:

$$I_*^2 = 2\pi \mathcal{K} M^{-1} - \nu_f 4\pi^2 R M^{-2}, \quad \omega = 2\pi R M^{-1}.$$

Буллард (1955) подробно исследовал систему (1)–(3) при $\nu_f = 0$, т. е. изучил устойчивость стационарного состояния. Теперь важно представить некоторые основные свойства динамо.

Как было впервые отмечено Моффатом (1978), униполярное динамо имеет два признака, характерных для гидромагнитного динамо. Первый заключается в разнице угловых скоростей диска и проволоки, создающей униполярную э.д.с. Неоднородное, или дифференциальное, вращение широко распространено в астрофизике тел, будь то планетарные ядра, звезды или галактики. Второй признак — направление закручивания проволоки. Мы получаем положительную скорость роста γ только для корректного выбора направления обмотки проволоки. Для намотки в противоположном направлении $\mathcal{E} = -MI$ и γ всегда отрицательна! В этом случае добиться экспоненциального роста можно, только изменив направление вращения. Очевидно, что закручивание проволоки не является зеркально-симметричным. В гидродинамике нет проволочек. Однако присутствие зеркально неинвариантной части гидромагнитного динамо также оказывается важным. Она может быть вызвана движением потока жидкости по спирали (см. гл. 8).

II. Двойное дифференциальное вращение

Дифференциальное вращение лишь один из ключевых элементов униполярного динамо. (Другим ключевым элементом является кручение.) Предпринимаются попытки сконструировать динамо, используя только дифференциальное вращение. Очевидно, что для этого недостаточно иметь только цилиндр, диск или сферу без спиральности. Дифференциальное вращение будет превращать полоидальное (термин, происходящий от слова «полюс») магнитное поле в азимутальное (или, что то же самое, тороидальное). Иными словами, оно будет генерировать э.д.с. и, следовательно, электрический ток, с которым связано появление азимутального магнитного поля. Однако обратной реакции уже не будет, т.е. ничто не будет поддерживать полоидальное поле и обеспечивать самовозбуждение. Рассмотрим две вращающиеся сферы, погруженные в электропроводящую среду. Будем называть их «звездами», хотя для реальных звезд рассматриваемый эффект представляется проблематичным (см. конец этого параграфа). Двухдисковое динамо (со спиральями из проволоки) изучалось в качестве модели геомагнетизма (Рикигаке, 1958; Аллан, 1962; Кук и Робертс, 1970). Также в качестве геомагнитной модели была исследована система из двух вращающихся дисков (Ловерс и Уилкинсон, 1963; 1968). Как известно, две сферы использовались в оригинальной модели Герценберга (1958).

Идея проста. Когда оси вращения звезд параллельны, то, очевидно, никакого качественно нового поля по сравнению со случаем одной сферы генерироваться не будет. Если же оси наклонены друг относительно друга, то азимутальное поле одной звезды, сгенерированное в результате дифференциального вращения, является полоидальным (по крайней мере частично) относительно другой звезды и наоборот (рис. 4.2). Таким образом, в системе из двух вращающихся звезд присутствует обратная связь. Остается найти условия самовозбуждения. Для простоты можно положить, что каждая из звезд является твердым телом вращения. Тогда, как и в случае униполярного механизма, есть скачок угловой скорости на поверхности звезды.

Картина столь очевидна, что может быть легко выражена на языке силовых линий поля без привлечения математики. Для начала пусть полоидальное поле первой звезды $H_p^{(1)}$ направлено, скажем, вдоль оси ее вращения. Отсюда мы можем построить азимутальное поле $H_\phi^{(1)}$, которое мы можем «распространить» до второй звезды с помощью диффузии; там поле $H_\phi^{(1)}$ имеет (относительно второй звезды) полоидальную составляющую $H_p^{(2)}$, которая аналогичным образом генерирует $H_\phi^{(2)}$, которое возвращает-

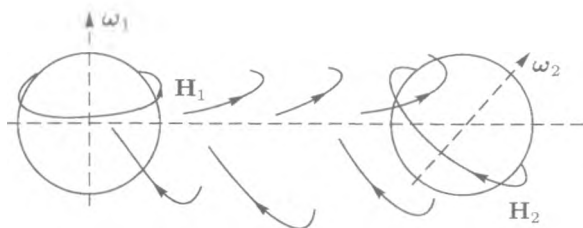


Рис. 4.2. Две вращающиеся звезды, помещенные в проводящую среду. Азимутальное поле H_1 , генерируемое скачком угловой скорости у поверхности первой звезды, служит для второй звезды полоидальным полем. В результате взаимодействия этого поля с вращением второй звезды возникает азимутальное поле H_2 , которое является полоидальным для первой звезды

ся к первой звезде, чтобы дать ей $H_p^{(1)}$. Однако здесь возникает непростой вопрос. Проблема заключается в том, что начальное поле генерирует азимутальное поле с определенной симметрией. Это поле меняется при отражении от экваториальной плоскости первой звезды. Вдобавок к этому относительно второй звезды это поле имеет компоненту, которая не меняет знак под действием отражения. Если начальное полоидальное поле у первой звезды обладает четной симметрией, то вторая звезда приобретает поле также и с нечетной симметрией. Заметим, что четное азимутальное поле происходит от полоидального поля с такой же симметрией. Таким образом, нужно учитывать обе гармоники поля, обладающие этими двумя симметриями.

Нечетная компонента азимутального поля соответствует симметрии поля дипольного типа, а четная — полю квадрупольного типа. В окрестности каждой из звезд нечетная компонента безусловно больше четной. Если бы звезды находились в вакууме, то азимутальное поле исчезло бы за их пределами. В среде с конечной электропроводностью распространяющаяся от первой звезды четная гармоника, изменение которой с полярным углом в два раза медленнее, чем у первой нечетной гармоники, уменьшается с расстоянием медленнее (как r^{-2}), чем нечетная гармоника (r^{-3}). Следовательно, у второй звезды эти компоненты, становясь полоидальными, меняются ролями. Четная компонента, которая была слабей близ первой звезды, генерирует более сильную полоидальную компоненту у второй звезды.

Качественным примером является рассматриваемая нами ситуация, когда оси вращения звезд наклонены друг к другу, но перпендикулярны вектору, соединяющему центры этих звезд [Моффатт (1978, § 6.9); для рас-

смотрения общего случая см. Гибсон (1968) и Робертс (1971)]. Электропроводности звезд и среды предполагаются одинаковыми и равными $\sigma = c^2/4\pi\nu_m$. Удобно использовать безразмерные магнитные числа Рейнольдса $R_m = \omega R^2/\nu_m$, где ω и R — соответственно угловая скорость и радиус, предполагаемые одинаковыми для обеих звезд. Можно достаточно легко получить грубую оценку критического значения магнитного числа Рейнольдса, при котором возможна генерация. Пусть в некоторый момент времени полоидальное поле первой звезды равно H_0 . Благодаря дифференциальному вращению (униполярный эффект) из него возникает азимутальное поле $H_0 R_m$. В процессе распространения ко второй звезде это поле уменьшится до $H_0 R_m (R/d)^3$, а затем будет усилено дифференциальным вращением второй звезды до значения $H_0 R_m^2 (R/d)^3$, которое по возвращении к первой звезде вновь будет уменьшено фактором $(R/d)^3$. Возвращаемое поле должно быть равно, или превосходить по амплитуде, начальному полю H_0 . Следовательно, $R_{m,crit} \sim (d/R)^3$. Однако приведенные соображения не могут гарантировать, что коэффициент пропорциональности отличен от нуля. Чтобы прояснить смысл и значение этого множителя, следует вернуться к рассмотрению симметрии.

Изучаемая нами система на первый взгляд обладает зеркальной симметрией относительно любой плоскости. В самом деле, выберем оси x, y, z и совершим последовательные отражения $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y, z \rightarrow -z$. На каждом этапе угол между осями вращения звезд одинаковый. Однако для генерации поля важна не только взаимная ориентация угловых скоростей звезд, но также расположение соединяющего их вектора \mathbf{d} . Составленный из трех векторов ω_1, ω_2 и \mathbf{d} псевдоскаляр $\mathbf{d} \cdot (\omega_1 \times \omega_2)$ однозначно определен и меняет знак под действием зеркального преобразования $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Следовательно, система является зеркально асимметричной! Эта асимметрия играет наиболее значительную роль в генерации магнитного поля. Действительно, азимутальное поле первой звезды пропорционально $\omega_1 \times \mathbf{d}$. У второй звезды оно дает вклад в полоидальное поле, пропорциональное $\omega_2 \cdot (\omega_1 \times \mathbf{d}) = -\mathbf{d} \cdot (\omega_1 \times \omega_2)$. Отсюда сразу становится ясно, что генерация невозможна, когда оси вращения звезд параллельны или когда одна из этих осей параллельна линии, соединяющей звезды.

Естественно предполагать, что между двумя этими звездами нет существенной разницы. Тогда для каждой звезды поле является суммой первых двух (или, быть может, и высших) гармоник¹. На рис. 4.3 показано крити-

¹Если мы откажемся от условия, что угловые скорости звезд должны быть перпендикулярны соединяющему их вектору, то направления ω_1 и ω_2 могут оказаться таковы, что для одной из звезд будет присутствовать только нечетная компонента азимутального поля, тогда как для другой будут присутствовать и четная, и нечетная компоненты.

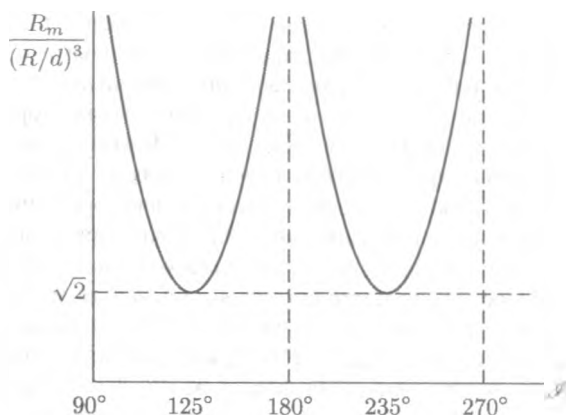


Рис. 4.3. Зависимость критического магнитного числа Рейнольдса от угла между угловыми скоростями звезд. Генерации магнитного поля не происходит ни в простейшем случае $\phi = 180^\circ$, когда оси звезд параллельны, ни в менее тривиальном случае $\phi = 90^\circ$, когда дипольные составляющие неэффективны. Систему легче всего возбудить (с минимальными магнитными числами Рейнольдса), когда $\phi = 125^\circ$ и $\phi = 235^\circ$. Наличие симметрии $\phi \rightarrow 2\pi - \phi$, очевидно, и соответствует зеркальному отражению относительно оси первой звезды. Интересно, что именно из-за этой симметрии ω_1 и ω_2 должны образовывать острый угол, т. е. направления вращения ни одной из звезд не могут меняться (иначе генерация превратится в ускоренную диссипацию)

ческое магнитное число Рейнольдса, при котором возможно стационарное динамо. Предполагается, что электропроводности звезд и окружающей их среды равны между собой, а радиусы звезд R малы по сравнению с расстоянием d между ними. В первую очередь мы видим, что критическое магнитное число Рейнольдса велико $R_{mc} \sim (d/R)^3$, т. е. влияние диффузии незначительно ($\omega R^2 \gg \nu_m$). Однако его нельзя положить равным нулю! Именно благодаря диффузии азимутальное поле, создаваемое одной из звезд, может достичь другой. Малость величины R_m^{-1} возникла из-за того, что в стационарном состоянии диффузия и диссипация звездного поля должны уравновешивать источник, соразмерный результатам дифференциального вращения и слабого «остаточного» поля другой звезды. С другой стороны, как было подчеркнуто Герценбергом (1958), только удаленность звезд позволяет нам игнорировать высшие гармоники, сохраняя лишь первые две. Из-за большого магнитного числа Рейнольдса компоненты магнит-

ного поля, асимметричные относительно осей вращения, не могут проникать внутрь звезды благодаря скин-эффекту. Следовательно, магнитное поле осесимметрично относительно каждой звезды. Ясно, что если магнитное число Рейнольдса превысит критическое значение, то динамо становится нестационарным. Скорость роста поля γ в значительной мере определяется магнитной диффузией: $\gamma \sim \omega R_{\text{cr}}^{1/2} R_m^{-3/2}$ (Гайлитис, 1973) и стремится к нулю при $R_m \rightarrow \infty$. Такое динамо называется «медленным». Можно упомянуть, что линии текучести незаузлены, тогда как силовые линии магнитного поля зацеплены между собой и с линиями тока.

Интересно, что можно обобщить рассматриваемую проблему для случая трех, четырех или даже для ансамбля вращающихся сфер (Робертс, 1971). Можно рассматривать это как шаг по направлению к турбулентности, совокупности вращающихся вихрей. Однако турбулентные вихри перемещаются в пространстве, вместо того чтобы быть закрепленными, как в нашем случае. Таким образом, прямой аналогии нет. Однако естественно предположить, что возникший ранее псевдоскаляр $\omega_2 \cdot (\mathbf{d} \times \boldsymbol{\omega}_1)$, замененный для случая ансамбля на $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$, будет играть ключевую роль. Если число вихрей (ротаторов), вращающихся по часовой стрелке, не равно числу вихрей с противоположным направлением вращения, то среднее по ансамблю отлично от нуля и называется «средней спиральностью». Известно, что эта величина имеет определяющее значение для генерации среднего магнитного поля. Однако, даже если $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle = 0$, в среде с зеркальной симметрией, при условиях, приведенных в гл. 8, имеется возможность генерации мелкомасштабных магнитных полей.

Можно ли применять рассмотренный здесь механизм динамо непосредственно к астрофизике? Естественно рассматривать две области применения: 1) двойные звезды и 2) звездные скопления.

Для звезд типа Солнца ($R_{\odot} = 7 \cdot 10^{10}$ см, $\omega = 3 \cdot 10^{-6}$ с $^{-1}$, $\nu_m \simeq 10^7$ см 2 /с) магнитное число Рейнольдса $R_m \simeq 10^9$. В системе, состоящей из двух таких звезд, где расстояние между ними $d \lesssim 10^3 R_{\odot}$, мы имеем $R_m > R_{m\text{cr}}$ и генерация в принципе возможна, хотя скорость роста будет очень небольшой, $\gamma^{-1} \approx \omega^{-1} R_m (R_m/R_{\text{cr}})^{1/2} \gtrsim 10^7$ лет. Для перехода в устойчивое состояние требуется время порядка d^2/ν_m , которое больше возраста звезды. Ситуацию можно улучшить, если рассматривать крупномасштабное магнитное поле, рассеивающееся под влиянием турбулентности. Одна из моделей генерации поля в закрытой двойной системе карликов, наблюдавшаяся, например, при образовании новых звезд, основана на такой идее (Долгинов и Урпин, 1979). Здесь можно воспользоваться следующими оценками: $R \simeq 10^{10}$ см, $d \simeq 5R$, $\nu_T \simeq 10^{12}$ см 2 /с, $\omega \sim 10^{-3}$ с $^{-1}$, т. е. $R_m \sim 10^5$, $R_{\text{cr}} \sim 10^2$. Тогда $\gamma^{-1} \sim 1$ год. Реально существующая

ситуация несколько сложнее: следует учесть орбитальное движение, разницу между коэффициентами диффузии звезд и окружающего пространства и другие факторы. Однако с качественной точки зрения результат останется таким же.

В качестве примера звездного скопления рассмотрим ядро Галактики. В других звездных скоплениях (открытых или сферических) плотность мала, т. е. звезды расположены слишком далеко друг от друга для магнитного взаимодействия. Масса ядра Галактики порядка $10^{10} M_{\odot}$ и плотность около ее центра около $10^7 M_{\odot}/\text{пс}^3$ (Оорт, 1977), т. е. среднее расстояние между звездами порядка 10^{-3} пс. Основная часть звездной массы представлена карликами с радиусами $R \simeq (1 - 3)10^{10} \text{ см} \sim 10^{-8}$ пс. Следовательно, критическое магнитное число Рейнольдса здесь очень велико: $(d/R)^3 \sim 10^{15}$ и условие $R_m > R_{m \text{ cr}}$ не соблюдается. Мы могли бы, конечно, попытаться уменьшить $R_{m \text{ cr}}$ и увеличить R_m , заменив карлики на молодые звезды, чьи радиусы значительно больше (до 10^{14} см) и которые вращаются быстрее карликов (скорости их вращения могут достигать 400 км/с). Однако известно, что ядро Галактики насчитывает максимум несколько десятков звезд О-типа. Кроме того, в этом случае нам пришлось бы учитывать истечение материи с поверхности этих звезд, а это могло бы полностью изменить картину. Было бы интересно выяснить, возможна ли генерация в ядрах квазаров, где звездные плотности намного выше, чем в Галактике. Следует принять во внимание, что в связи с увеличением плотности звезд в скоплении их относительная скорость будет расти в соответствии с законами гравитации, и они могут вообще разлететься друг от друга, прежде чем механизм усиления магнитного поля успеет как-то себя проявить.

III. Спиральное динамо

Рассмотрим теперь динамо, основным элементом которого является спиральное движение среды. «Плоская спираль», в которой течение двумерно, абсолютно неэффективна как динамо (см. гл. 6). Простейшее подходящее пространственное динамо связано со спиральным потоком вдоль цилиндрической поверхности. Следующим шагом является сгибание цилиндра в тор. Более запутанную конфигурацию можно получить, если соединить концы цилиндра после того, как он будет один или два раза завязан в узел. Во всяком случае локально можно рассматривать движение по спирали как движение вдоль линии, искривленной в двух направлениях (рис. 4.4). Мы подробно рассмотрим случай цилиндра, у которого один из радиусов кривизны бесконечен.

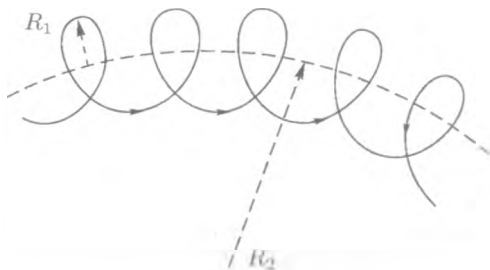


Рис. 4.4. Траектория элемента жидкости в спиральном потоке. Траектория искривлена в двух направлениях: R_1^{-1} и R_2^{-1}

Спиральный поток обладает замечательным свойством. Он является зеркально-асимметричным. Рассмотрим поток, намотанный на цилиндр, расположенный вдоль оси z . При отражении, например, относительно плоскости xy ($z \rightarrow -z$) направление вращательного движения остается неизменным, но зато движение вдоль оси z меняет направление. Это свойство нечетности может быть описано псевдоскалярном $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$.

В цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) спиральный поток имеет компоненты

$$\mathbf{v} = (0, \omega r, v_z); \quad (4)$$

в нерелятивистском случае он не может генерировать магнитное поле, если ω и v_z — константы. Очевидно, что в этом случае магнитное поле не меняется при переходе в систему отсчета, движущуюся по спирали:

$$\phi \rightarrow \phi - \omega t, \quad z \rightarrow z - v_z t.$$

Однако нельзя утверждать, что такая траектория продолжается во всем пространстве. Если объем не ограничен, то скорость должна уменьшаться на бесконечности. В случае конечного объема изменение скорости произойдет на границе. Благодаря появляющемуся в результате градиенту скорости могут возникать электродвижущие силы, которые генерируют магнитное поле.

Первый пример стационарного динамо со спиралеподобным полем скоростей был дан Лорцем (1968b). Это стало замечательным теоретическим, но не очень наглядным достижением. Пономаренко (1973) предложил очень простой пример спирального потока (4), действующего как нестационарное динамо. Здесь ω и v_z — константы, отличные от нуля при $r \leq r_0$ и равные нулю, когда $r > r_0$. Привлекательная простота этого примера заключается в том, что в любой области поле переносится лишь диффузией

(если $r \leq r_0$, то следует сначала перейти в спиральную систему отсчета). Процесс генерации полностью сосредоточен в области касательного разрыва потока при $r = r_0$. Поля в этих двух областях связаны обычными условиями электродинамического перехода для скачка от одной среды к другой. Для простоты предположим, что электропроводность везде одинакова. Тогда магнитное поле непрерывно на границе $r = r_0$, но его производная по радиусу — нет. Разрывность возникает из-за того, что магнитное поле меняется при переходе от системы отсчета вращающегося потока (где $\mathbf{E} = \mathbf{j}/\sigma$) к стационарной системе отсчета, в которой $\mathbf{E} = \sigma^{-1}\mathbf{j} - \mathbf{v} \times \mathbf{H}$. Следовательно, на границе $r = r_0$ электрический ток испытывает скачок. Соответственно производная магнитного поля испытывает похожий скачок $\mathbf{j} = (c/4\pi)\nabla \times \mathbf{H}$.

Магнитное поле, как и следовало ожидать, раскладывается по цилиндрическим гармоническим функциям $\exp(\gamma t + im\phi + ikz)\mathbf{H}(r)$, где радиальная часть $\mathbf{H}(r)$ составлена из цилиндрической функции Бесселя. Как обычно, основная мода соответствует решению с максимальной симметрией, при которой наклоны витков магнитного поля и скорость не изменяются по величине, но меняют свое направление на противоположное, т. е. $m/k = -v_z/\omega$. Последнее связано с тем, что такая конфигурация наиболее динамически выгодна для сохранения полного (гидродинамического плюс магнитного) момента количества движения. Однако в случае проблемы кинематического динамо, т. е. когда поле скоростей является заданным и поддерживается внешними силами, полный момент количества движения на самом деле не сохраняется и могут возбуждаться гармоники с противоположным винтовым направлением.

Диффузия (псевдо-)вектора магнитного поля в стационарной проводящей среде отличается от переноса скаляра, например, температуры или дымового облака в воздушной среде. В осесимметричной геометрии, в отличие от плоской геометрии, отдельные составляющие поля, вообще говоря, не могут распространяться независимо. В нашем случае ($\nu_m = c^2/4\pi\sigma$)

$$\begin{aligned} \partial H_z / \partial t &= \nu_m \nabla^2 H_z, \\ \partial H_r / \partial t &= \nu_m [(\nabla^2 - r^{-2})H_r - 2r^{-2}\partial H_\phi / \partial \phi], \\ \partial H_\phi / \partial t &= \nu_m [(\nabla^2 - r^{-2})H_\phi + 2r^{-2}\partial H_r / \partial \phi], \end{aligned} \quad (5)$$

и только H_z -компонента распространяется независимо. Тем не менее спиральная симметрия рассматриваемой задачи позволяет выбрать другие комбинации компонент, которые распространялись бы независимо. Действительно, перейдем от цилиндрической волны (H_r , H_ϕ) к лево- и правополяризованным волнам:

$$H_\pm = H_r \pm iH_\phi. \quad (6)$$

Подобно компоненте H_z , компоненты H_{\pm} распространяются независимо:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{(m \pm 1)^2}{r^2} - q^2 \right] H_{\pm} = 0, \quad (7)$$

где $q^2 = \nu_m^{-1} \gamma + k^2$. Для простоты будем предполагать, что ν_m является константой по всему пространству. Следует отметить, что разделение компонент поля возможно только при отсутствии градиента скорости. Следовательно, на границе $r = r_0$ эти компоненты оказываются перемешанными¹.

Обратимся теперь к условиям на разрыве. Как было отмечено выше, поле (H_z, H_+, H_-) является непрерывным, а непрерывность тангенциальных (ϕ, z) -составляющих электрического поля означает, что величины $\nu_m \partial H_{\phi} / \partial r + r_0 \omega H_r$ и $\nu_m \partial H_z / \partial r - v_z H_r$ являются непрерывными. Следствием условия $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ является непрерывность $\partial H_r / \partial r$. Следовательно, на границе раздела

$$(dH_{\pm} / dr)_{r_0+0} - (dH_{\pm} / dr)_{r_0-0} = \mp (i\omega / 2\nu_m) (H_+ + H_-). \quad (8)$$

В астрофизических условиях магнитное число Рейнольдса обычно очень велико,

$$R_m \equiv r_0 v_0 / \nu_m \gg 1, \quad v_0^2 = \omega^2 r_0^2 + v_z^2.$$

Таким образом, наибольший интерес представляют решения с $qr_0 \gg 1$. Решая уравнения (7) методом последовательного разложения по степеням малого параметра $(qr)^{-1}$, мы получаем:

$$H_{\pm} = \exp\{im(\phi - \omega z / v_z)\} \times \begin{cases} A_{\pm} r^{-1/2} e^{qr} (1 - [4(m \pm 1)^2 - 1] / 8qr + \dots), & r \leq r_0, \\ B_{\pm} r^{-1/2} e^{-qr} (1 + [4(m \pm 1)^2 - 1] / 8qr + \dots), & r \geq r_0. \end{cases}$$

Решение сосредоточено вблизи границы $r = r_0$ в пределах скин-слоя $\sim q^{-1}$.

Подставляя это решение в граничные условия (8), мы получаем выражение для максимальной скорости роста решения

$$\begin{aligned} \gamma &= (1 + i3^{1/2}) \nu_m r_0^{-2} \left[\frac{1}{2} (m\omega r_0^2 / 2\nu_m)^{2/3} - \nu_m m^2 (\omega / v_z)^2 + \dots \right] = \\ &= \omega (1 + i3^{1/2}) R_m^{-1/3} \left[\frac{1}{2} (m^2 v_z / 4r_0 \omega)^{1/3} - \dots \right]. \end{aligned}$$

¹Если угловая скорость и v_z зависят от радиуса, их можно аппроксимировать ступенчатыми функциями, т. е. можно рассматривать набор взаимно вложенных цилиндров со спиральными движениями и применять условия согласования на каждой границе. Подобным образом можно учесть и зависимость электропроводности от радиуса. Однако эти обобщения не приводят к каким-либо качественным изменениям результатов.

Полученное динамо является медленным, $\gamma \rightarrow 0$ (как $R_m^{-1/3}$) при $R_m \rightarrow \infty$. Спиральное динамо также представляет интерес в случае малых магнитных чисел Рейнольдса, поскольку из всех известных динамо оно, по видимому, обладает самым низким порогом возбуждения, а именно $(R_{m,c})_{\min} \approx 17$. Следовательно, оно может быть проще других реализовано в лабораторных условиях (Гайлитис и др., 1977). Разработка соответствующего динамо-эксперимента осуществляется Институтом физики Латвийской академии наук. В качестве рабочей среды они предлагают использовать жидкий натрий, движущийся по спиральному каналу. При полной длине агрегата около 3 м они ожидают, что значение сможет достичь $R_m \simeq 50$. Расчетное значение порога возбуждения для этого аппарата $R_{m,c} \simeq 24$.

IV. Веревоочное динамо

Весьма простой пример динамо был предложен Я.Б.Зельдовичем (Вайнштейн и Зельдович, 1972). Любой желающий может соорудить его при помощи обычной веревки или шнура от ботинка. Алгоритм динамо состоит в изготовлении фигуры «восьмерки» из замкнутой канатной петли, имитирующей границу силовых линий магнитного поля, и последующего ее сгибания. Таким образом, мы имеем две петли (рис. 4.5).

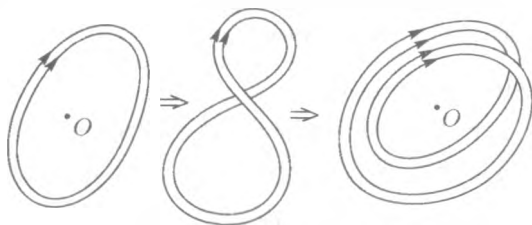


Рис. 4.5. Порядок выполнения трансформации петли. Заметим, что две конечные петли имеют одинаковые направления

Повторяя это действие, нужно каждый раз растягивать петли, чтобы удвоить длину их окружности (что вряд ли можно проделать со шнурком, но вполне допустимо для линий магнитного поля), и в то же время на половину уменьшать поперечное сечение результирующего тора. Таким образом, на каждом этапе значение магнитного потока удваивается. При повторении этого алгоритма n раз достигается усиление в 2^n раз. Другими словами, мы имеем экспоненциальный рост поля $\exp(n \ln 2)$, где число повторений операции n является аналогом времени.

Но простота красивых вещей бывает обманчива. Рассмотрим внимательно детали этого процесса. Прежде всего, топология нашей замкнутой линии меняется при каждом ее складывании. Она возвращается к своему начальному состоянию после первого витка, затем второго и, наконец, после n витков. Выражаясь на языке математики, действие веревочного динамо проявляется в росте коэффициента зацепления между канатом и осью, перпендикулярной плоскости бумаги, проходящей через точку O . Для возвращения границы силовых линий поля в начальное состояние необходимо произвести пересоединение линий в малой окрестности r , скажем, при помощи омической диффузии. Таким образом, диффузия оказывается совершенно необходимой. Обратим внимание на последовательность действий: *сначала* мы осуществляем процедуру складывания и *затем* вводим сколь угодно малые (но конечные) коэффициенты диффузии, а не *vice versa*. Это обстоятельство играет чрезвычайно важную роль в теории динамо при малых коэффициентах диффузии (больших магнитных числах Рейнольдса): переход к пределам $t \rightarrow \infty$ и $R_m \rightarrow \infty$ должен быть осуществлен в указанном порядке.

Мы также упомянем два других важных момента. На первый взгляд может показаться, что веревочное динамо усиливает только одну (тороидальную) компоненту поля. Однако на самом деле при складывании магнитная петля выступает над плоскостью бумаги, т. е. появляется полоидальная компонента магнитного поля (и она становится сильнее при каждом повторном появлении). Другой особенностью веревочного динамо является то, что за рост магнитного поля отвечает нестационарное движение. Движение является нестационарным только на этапе складывания. При усреднении же по повторяющимся циклам оно становится стационарным. Это является спецификой турбулентности, которая нестационарна только на очень малых отрезках времени и масштабах, но в среднем может оставаться статистически стационарной и однородной. Поясним структуру движения в веревочном динамо при помощи упрощенного одномерного описания.

Пусть в начальный момент времени замкнутая петля силовых линий поля имеет форму круга (или, более точно, кольца). Мы рассматриваем частицу, размер которой в поперечном сечении равен сечению петли¹. Будем обозначать положение частицы углом ϕ , нормированным делением на 2π , и считать положительным направление обхода против часовой стрелки ($0 < \phi < 1$). Операция сворачивания кольца в восьмерку требует, чтобы углы третьей четверти перешли в четвертую и наоборот. Наложение одной

¹Из-за малости этого размера по сравнению с радиусом кольца сложно предотвратить омическую диффузию в обратном направлении и сохранить петлю как целое.

половины восьмерки на другую соответствует преобразованию двойного растяжения $\phi_1 = \{2\phi_0\}$, где символ $\{\cdot\}$ означает дробную часть числа в скобках. Таким образом, угловые координаты изменяются по закону

$$\phi_{n+1} = \{2\phi_n\}.$$

Переменная $n = 0, 1, 2, \dots$ обозначает шаги итерации и является аналогом времени. По завершении каждого этапа происходит переопределение углов, т. е. перераспределение углов в интервале $(0, 1)$. Приведенный выше закон подразумевает, что любые две, изначально соседние, точки быстро разбегаются с ростом n (проверьте!). Можно показать, что с ростом n угловые координаты ϕ_i и ϕ_j любых двух точек становятся статистически независимыми. Очевидно, имеются некоторые точки, которые после какого-то количества шагов возвращаются на свои исходные позиции, т. е. двигаются по замкнутым, периодическим траекториям, движущимся вокруг некоторого центра. Однако такие точки соответствуют только рациональным значениям ϕ и, следовательно, являются счетными. Оставшиеся непериодические открытые траектории имеют мощность континуума, и последовательность соответствующих отображений является случайной. Очевидно, что открытые траектории являются заузленными. Стохастическая природа траекторий ϕ_n связана с неустойчивостью. Действительно, для двух изначально соседних точек, разделенных дугой $\delta\phi_0 \ll \frac{1}{2}$,

$$\delta\phi_n = 2\delta\phi_{n-1} = \dots = 2^n \delta\phi_0,$$

где $\delta\phi$ превращается в $O(1)$ за характеристическое «время» $\ln|\delta\phi_0|/\ln 2$. За это время точки, принадлежавшие дуге $\delta\phi_0$, равномерно заполняют всю длину окружности. Вследствие вмороженности магнитного поля, экспоненциальный рост

$$H_n = H_0 \exp(n \ln 2)$$

происходит за характеристическое время $\tau \approx 0.7 \times$ (время, необходимое для выполнения одного складывания); $0.7 \approx \ln 2$. Если процесс действует в хорошо проводящей среде (с малым ν_m) на характерном масштабе l и скорость v не зависит от коэффициента диффузии, то мы имеем дело с быстрым динамо с характеристическим временем $\tau \sim l/v$.

Отметим, что веревочное динамо, рассмотренное в этом параграфе и изображенное выше на рис. 4.5, иногда¹ смешивают с механизмом, предложенным Альфвеном и проиллюстрированным рис. 1 его статьи². На пер-

¹ См., например, статью Моффатта во 2-м томе этого цикла.

² Alfvén H. Tellus, 1950, 2, p. 74–82.

вом шаге процесса Альфвена замкнутая петля магнитного потока расширяется в результате движения среды таким образом, что исходная его длина удваивается. В отличие от веревочного динамо на втором шаге петля не выходит за пределы плоскости: вместо этого последующие движения очень близко сводят противоположные концы петли, так что ее форма напоминает знак ∞ , хотя и без пересечения в центре. Однако высокий градиент поля в центре и усиленная омическая диффузия благоприятны для пересоединения силовых линий поля. Следовательно, ∞ разделяется на две петли, каждая из которых похожа на исходный контур. В случае же веревочного динамо происходило удвоение магнитного потока. Однако есть одно важное отличие: поскольку в механизме Альфвена диффузии отводится центральная роль, соответствующее ему динамо оказывается медленным, в отличие от веревочного динамо, которое является быстрым. Эти две модели не стоит смешивать, причем не только по историческим причинам.

ГЛАВА 5

Условия генерации магнитных полей

I. Введение

В предыдущей главе мы познакомились с примерами генерации магнитного поля движениями проводящей среды. Цель этой главы — представить последовательное описание этого явления. Это описание не потребует от читателя знания новых математических методов — основные уравнения теории динамо могли быть написаны еще во времена Фарадея.

Динамо-процесс оказывается возможным благодаря переносу магнитных полей гидродинамическими движениями. Поле черпает энергию из этих движений. Здесь речь пойдет об усилении и поддержании, а не о генерации поля. Суть в том, что магнитогидродинамика симметрична относительно замены \mathbf{H} на $-\mathbf{H}$ при фиксированных значениях полей скоростей и сил. Одно из решений $\mathbf{H} \equiv 0$, а для генерации магнитного поля необходимо ввести начальное поле (или ток) или взаимодействие между заряженными частицами плазмы. Известно, что некоторые из таких взаимодействий генерируют слабые затравочные поля. Усиление (в пренебрежении обратным воздействием магнитного поля на скорость) или поддержание затравочных полей достаточно специфический процесс; он должен продолжаться бесконечное время и удовлетворять корректным граничным условиям, соответствующим отсутствию электромагнитных сил внешнего (т. е. не гидродинамического) происхождения.

Рождение теории динамо произошло, когда возникло желание понять природу магнетизма небесных тел (Лармор, 1919). Даже сегодня теория динамо применяется практически исключительно для изучения небесных тел. Относительно небольшие размеры лабораторных установок не позволяют добиться больших магнитных чисел Рейнольдса. Напротив, в космических условиях это число очень велико (гл. 3). Именно из-за больших пространственных размеров движение космической среды является существенным фактором при преобразовании магнитных полей. По этой же причине возникла концепция поля, вмороженного в движущуюся плазму, предложенная Кипенхойером и Альфвенем.

Концепция силовых линий магнитного поля оказалась весьма продуктивной для теории динамо в частности и для магнитной гидродинамики в целом. Силовые линии не так употребительны в электродинамике, поскольку они не являются лоренц-инвариантными. Например, если две точки в пространстве соединены силовыми линиями поля для одного наблюдателя, они в общем случае не соединены для другого наблюдателя в иной системе отсчета. Однако в плазме, где релятивистскими эффектами (в частности, током смещения) можно пренебречь, магнитное поле не зависит от системы отсчета и концепция силовых линий магнитного поля приобретает инвариантный физический смысл. Здесь возникает естественная система отсчета, определяемая плазмой. Идеи Фарадея о силовых линиях магнитного поля обретают новую жизнь. Применение концепции силовых линий поля позволяет не только правильно интерпретировать магнитогиродинамические решения, но также совершить прорыв в понимании вопросов, которые сложны с математической точки зрения.

Топологические свойства силовых линий магнитного поля играют значительную роль в теории динамо. Известно, что (в отсутствие магнитных полюсов) силовые линии магнитного поля должны, в отличие от электростатических полей, быть или замкнутыми, или уходить в бесконечность, или же плотно заполнять двух- и трехмерные многообразия. Неожиданно оказывается, что присутствие зацепленных силовых линий поля является очень важным для теории динамо (представьте себе два зацепленных звена в цепи). Появление зацепленных силовых линий поля является типичным свойством всех известных моделей динамо. Количество таких линий в единице объема пропорционально псевдоскаляру $\mathbf{A} \cdot \mathbf{H}$, где \mathbf{A} есть вектор-потенциал магнитного поля (Волчер, 1958; Моффатт, 1978). Не менее важны в современной теории динамо топологические свойства поля скоростей. Формально магнитное поле аналогично вихрю, следовательно, в гидродинамике мы можем говорить о зацепленных вихревых трубках или о заузленных вихревых линиях. Количественно это свойство может быть описано псевдоскаляром $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$, т.е. плотностью спиральности поля скоростей. Здесь термин «спиральность» употребляется в том же смысле, что и в физике частиц (в которой он равен произведению спина частицы на ее скорость). Число зацеплений вихревых линий определяется полной спиральностью всего объема жидкости. В отсутствие вязкости и других сил (в частности, магнитных) и в предположении, что нормальная компонента скорости на границе объема равна нулю, полная спиральность со временем не меняется; она является топологическим инвариантом поля скоростей (Моффатт, 1978). Обычно движения, вызывающие динамо, обладают ненулевой спиральностью, и можно предположить, что спиральность является

фундаментальной величиной, с которой тесно связана возможность (быть или не быть?) процесса динамо. Однако существуют движения проводящей среды на плоскости ($z = \text{const}$) или на сферических поверхностях ($r = \text{const}$), для которых спиральность не равна нулю, хотя действие динамо невозможно (см. §§ II и V). Эти примеры также показывают, что топология траекторий, по которым движутся частицы среды, является существенным фактором для восстановления динамо. Иными словами, в стационарных течениях важны топологические свойства линий тока.

Ясно, что теоретики пытаются получить результаты при помощи корректного упрощения задачи. В теории динамо достигнуты определенные успехи при помощи привлечения симметричных или рассмотрения одно- и двумерных приближений и т. д. Но уже первые исследователи проблемы динамо столкнулись с удивительным обстоятельством — упрощение вопроса могло решительно менять результат. Существуют строгие доказательства теорем запрета, т. е. утверждений, что действие динамо невозможно, когда магнитное поле и поле скоростей не зависят от одной из пространственных координат; для случая осевой симметрии см. Каулинг (1934), Бекас и Чандрасекар (1956) и Брагинский (1964), а для плоской симметрии см. Зельдович (1956) и Лорц (1968а). Эти выводы верны даже в том случае, когда ни одна из трех компонент скорости не равна нулю. Антидинамо-теорема справедлива для случаев сферической симметрии, когда $v_r = 0$ и $\partial/\partial r = 0$.

Ситуация усложняется, когда поле скоростей двумерно, т. е. когда $v_n = 0$, где \mathbf{n} — нормаль к данному семейству поверхностей, но зависит от всех трех координат, т. е. когда полностью исключена трансляционная симметрия типа $\partial/\partial z = 0$. Было доказано, что действие динамо невозможно в сферическом случае при $v_r = 0$ (Буллард и Геллман, 1954; Бекас, 1958) и в плоском случае при $v_z = 0$ (Моффатт, 1978; Зельдович и Рузмайкин, 1980); в случаях с более общей геометрией, когда проводящая среда движется по системе стационарных поверхностей, динамо (если оно в принципе возможно) должно быть медленным (Зельдович и Рузмайкин, 1980; Рузмайкин и Соколов, 1980, см. § VII). Важно, что магнитное поле, генерирующееся динамо, не может быть осесимметричным. Хайд и Палмер (1982) показали, что некоторое обобщение соображений Каулинга о роли нейтральной точки показывает, что неосесимметричное магнитное поле может поддерживаться даже движениями сжимаемой жидкости.

Рассмотрение таких теорем запрета полезно не только само по себе; оно также позволяет сделать некоторые важные позитивные выводы. Один из них очевиден из проведенных выше рассуждений: процессы динамо, в широком смысле, должны быть асимметричными. Это сразу же наводит на мысль о возможном методе построения динамо. Рассмотрим некоторое

симметричное состояние и введем малые отклонения от этой симметрии. Динамо Брагинского (1964) было построено, таким образом, с отклонением магнитного диполя Земли от ее оси вращения в качестве малого параметра.

Процесс динамо во многом зависит от векторного (или, более точно, псевдовекторного) характера поля. Скаляр, например, температура или облако дыма, пассивно переносимый средой, стремится к однородному распределению или затухает при $t \rightarrow \infty$ под действием теплопроводности или диффузии. Интересно, что движения среды могут создавать временный (и порой очень сильный) рост градиентов скаляра. В качестве наглядного примера можно представить себе частицы жидкости с различными температурами, приближающиеся друг к другу. Теорема запрета на генерацию магнитного поля основана на том, что в некоторых потоках жидкости поле распространяется как скаляр. Поэтому целесообразно начать наше изучение со скалярного случая, на примере температуры.

II. Перенос скаляра

Рассмотрим поле температур T в среде с коэффициентом теплопроводности $\kappa \geq 0$. При $\kappa \neq 0$ температура асимптотически ($t \rightarrow \infty$) выравнивается во всех точках среды. Температура стремится к \bar{T} в ограниченном изолированном объеме или к нулю в бесконечном пространстве при условии, что $T \rightarrow 0$ на бесконечности. Действительно, рассмотрим точку (скажем, $r = 0$), в которой температура максимальна. В окрестности этой точки $\nabla^2 \bar{T} \sim [\bar{T} - T(0)]r_\epsilon^{-2} < 0$, где r_ϵ — радиус малой сферы и \bar{T} — средняя температура по этой сфере. Следовательно, в соответствии с уравнением теплопроводности

$$\partial T / \partial t = \kappa \nabla^2 T, \quad (1)$$

максимальная температура уменьшается и аналогично минимальная температура увеличивается со временем.

Пусть теперь среда движется со скоростью $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и является несжимаемой ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$). Тогда мы можем написать в левую часть уравнения (1) лагранжеву производную $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$, так что при $\kappa = 0$ мы получим:

$$T(\mathbf{r}, t) = T(\mathbf{r}_0, t), \quad (2)$$

где \mathbf{r}_0 — координата частицы в начальный момент времени $t = 0$.

Температура каждой частицы сохраняется; иными словами, температура «вморожена» в среду. При $\kappa \neq 0$ лагранжево приближение не проходит,

поскольку член уравнения (1), учитывающий диффузию, меняется при преобразовании к лагранжевым координатам очень сложным образом. Однако умозаключение о поведении максимальной и минимальной температур остается в силе. Теплопроводность, как и в случае стационарной среды, сглаживает температуру: она понижает температуру горячей среды и повышает температуру холодной. Сглаживающий эффект теплопроводности может быть описан количественно при интегрировании уравнения

$$\partial T / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T. \quad (3)$$

Очевидно, что в неограниченной среде или в среде с тепловой изоляцией стенок $\partial_n T|_S = 0$ средняя температура $\bar{T} = v^{-1} \int T d^3 \mathbf{r}$, пропорциональная полной тепловой энергии, сохраняется. Неоднородность температуры может быть легко оценена при помощи значения интеграла

$$\int T^2 d^3 \mathbf{r} = \bar{T}^2 V + \int (T - \bar{T})^2 d^3 \mathbf{r}. \quad \text{correct}$$

Легко видеть, что этот интеграл принимает минимальное значение, когда температура повсюду постоянна, т. е. $T - \bar{T} = 0$. Уравнение (3) позволяет нам проследить развитие этого интеграла. Умножая уравнение (3) на T и интегрируя по занятому жидкостью объему с учетом граничных условий $v_n = 0$, $\nabla_n T = 0$, мы получаем (Зельдович, 1937):

$$(d/dt) \int T^2 d^3 \mathbf{r} = -2\kappa \int (\nabla T)^2 d^3 \mathbf{r}. \quad (4)$$

Это соотношение верно независимо от движения среды.

Таким образом, неоднородности температуры должны со временем сглаживаться, и система должна стремиться к состоянию с $T = \bar{T}$. Это утверждение называют *диссипационной теоремой*. В известном смысле интеграл $\int T^2 d^3 \mathbf{r}$ представляет собой энтропию, но с противоположным знаком. Действительно, пусть $T = \bar{T} + T'$, $\bar{T}' = 0$, $\bar{T} \ll T'$ (линейная теория теплопроводности). Тогда для энтропии получим:

$$\int \ln T d^3 \mathbf{r} = \int \ln \bar{T} d^3 \mathbf{r} + \int \ln(1 + T'/\bar{T}) d^3 \mathbf{r} \simeq \text{const} - \bar{T}^{-2} \int T'^2 d^3 \mathbf{r}.$$

Следовательно, соотношение (4) эквивалентно утверждению, что в системе, свободной от воздействия внешних сил, энтропия растет благодаря рассеянию ($\kappa \neq 0$).

Диссипационная теорема (4) может быть обобщена для случая открытых систем. Пусть температура на одной части S_1 поверхности равна T_1 и $T_2 (< T_1)$ на другой части поверхности S_2 , где $S_1 + S_2 = S$; $\nabla_n T$ не задан на S_1 и S_2 , но за их пределами поверхность является изотермической ($\nabla_n T = 0$). Тогда вместо (4) получаем:

$$(d/dt) \int T^2 d^3\mathbf{r} = -2\kappa \int (\nabla T)^2 d^3\mathbf{r} + 2Q(T_1 - T_2), \quad (5)$$

где $Q = \kappa \int \nabla T \cdot d\mathbf{S}$ – тепловой поток через поверхность S_1 . Вследствие сохранения энергии поток через поверхность S_2 равен $-Q$. Приведенную выше формулу можно интерпретировать как выражение для диссипации внешнего источника тепла. Исходя из этого можно показать (Зельдович, 1937), что в стационарном состоянии ($\partial/\partial t = 0$) и при заданных геометрии, κ , T_1 и T_2 поток Q является минимальным, когда среда покоится. Зависимость этого потока от скорости можно представить в виде: $Q = Q_0(1 + \text{Pe}^2)$, где $\text{Pe} = lv/\kappa$ – число Пекле, а l и v – характерные масштабы длины и скорости.

Заметим, что скорость не входит в диссипационную теорему, т. е. движение среды не оказывает непосредственного влияния на диссипацию. Однако распределение температуры в пространстве, а следовательно, и $\int (\nabla T)^2 dV$ зависит от движения. При переносе температуры из одного места в другое частицы среды могут усиливать локальные градиенты температур, тем самым ускоряя рассеяние. Наиболее эффективно это проявляется во время турбулентного перемешивания. Рассматривая такое движение как турбулентную теплопроводность, можно легко получить оценку для среднеквадратичного градиента температуры в стационарном состоянии. Подставляя в (5) $d/dt = 0$, $Q = \kappa_T S_1 \Delta T$, $\kappa_T \sim lv$ и $\Delta T = T_1 - T_2$, получим:

$$\overline{(\nabla T)^2} = (\kappa_T/\kappa) \Delta T = \text{Pe} \Delta T. \quad (6)$$

Здесь число Пекле аналогично числу Рейнольдса $\text{Re} = lv/\nu$. Интересно прочесть эту формулу справа налево, т. е. предположить, что средний градиент температуры не поддерживается, а находится из уравнений переноса. Тогда мы получим, что в области интенсивного турбулентного перемешивания ($\text{Pe} \gg 1$) средняя температура мала и $\sim \text{Pe}^{-1/2}$. Турбулентное движение приводит к тому, что частицы с данной температурой T и частицы с другой температурой, пришедшие из удаленных областей, оказываются рядом друг с другом. Градиент температуры растет. Только молекулярная теплопроводность может сгладить температурные неоднородности на малых масштабах

и прекратить этот рост. Мы хотим оценить разницу температур $T' = T - \bar{T}$ на малых масштабах. Пусть $T' = \text{Re}^\alpha (l\Delta T)$ на масштабе $\lambda = l\text{Re}^\beta$. Согласно Колмогорову, $\beta = -\frac{3}{4}$ в равномерной изотропной турбулентности ($\text{Re} \sim \text{Re}$). Тогда, в соответствии с (6), $\alpha = \frac{1}{2} + \beta = -\frac{1}{4}$.

Следовательно, выравнивание температуры в движущейся среде определяется не только теплопроводностью, но также существенно зависит от течения. В турбулентном случае играет роль эффективный коэффициент турбулентной теплопроводности. При ламинарных течениях процесс сглаживания температуры также может протекать очень быстро. Мы поясним это на примере, в котором поле скоростей линейно зависит от координат как

$$v_i = c_{ij}x_j \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (7)$$

В общем случае такое выражение можно рассматривать как первый член в разложении поля скоростей в окрестности точки $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Для простоты будем полагать, что оно имеет такой вид по всему пространству. Постоянная добавка удалена из (7) при помощи перехода в движущуюся систему отсчета. Заметим, что, поскольку можно исключить постоянную составляющую, движение (7) не нарушает однородности, т. е. точка $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ никак неотличима. (Интересно, что такое поле скоростей описывает космологическое разбегание галактик во Вселенной, впервые обнаруженное Хабблом.) Предположим, что вещество среды несжимаемо, т. е. $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, и, следовательно, след тензора c_{ij} обращается в ноль:

$$c_{22} = c_{11} + c_{22} + c_{33} = 0. \quad (8)$$

Поясним роль поля скоростей (8) на примере невихревого потока, т. е. $c_{ij} = c_{ji}$. В этом случае c_{ij} может быть приведен к диагональному виду с тремя собственными значениями, связанными соотношением $c_1 + c_2 + c_3 = 0$. Для определенности положим, что $c_1 > 0$; $c_2, c_3 < 0$. Допустим, что в начальный момент времени в среде присутствует избыток температуры, локализованный в сферической области радиуса L . Вследствие расширения вдоль оси x ($v_x = c_1x$) и сжатия вдоль других двух ($v_y = -|c_2|y$, $v_z = -|c_3|z$), сфера со временем превратится в эллипсоид. Эти процессы растяжения-сжатия являются экспоненциальными, поскольку $dx/dt = c_1x$ и т. д. Очевидно, что сжатие будет продолжаться, пока поперечные размеры эллипсоида не достигнут значения $L\text{Re}^{-1/2}$, т. е. характерный масштаб определяется теплопроводностью, но растяжение вдоль оси x будет продолжаться. Условие вмерзновенности нарушается, и объем эллипсоида рас-

тет экспоненциально. Поскольку средняя температура (которая пропорциональна полной тепловой энергии) сохраняется, температура в эллипсоиде должна быстро [$\sim \exp(-c_1 t)$] сравняться с температурой окружающей среды. Для скорости, имеющей вид $v_y = cx$ (плоское течение Куэтта), разлет соседних частиц в потоке скорее линейный, чем экспоненциальный. Следовательно, температура деформированного эллипсоида уменьшается как степенная функция времени. Однако этот случай является вырожденным; в общем случае, даже при наличии турбулентности ($c_{ij} \neq c_{ji}$), имеет место экспоненциальное растяжение.

Описанная выше качественная картина позволяет нам выбрать корректную математическую форму решения уравнения теплопроводности (3) для поля скоростей (7) и (8). Очевидно, что каждое колебание температуры с волновым вектором, скажем $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ преобразуется со временем в колебание с большими k_y и k_z , но с меньшим k_x . Это означает уменьшение масштаба вдоль осей y и z . Таким образом, разумно искать решение в виде:

$$T(x, y, z, t) = \int T_{\mathbf{k}}(t) \exp[i\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{k}, t) \cdot \mathbf{r}] d^3\mathbf{k}, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{k}, 0) = \mathbf{k}$, и $T_{\mathbf{k}}(0)$ определяет начальное распределение температуры. Подставляя (9) и (7) в уравнение (3) и приравнявая слагаемые нулевого и первого порядка по x_i , получим:

$$\dot{\lambda}_j + c_{ij}\lambda_i = 0, \quad \dot{T}_{\mathbf{k}} - \kappa\lambda^2 T_{\mathbf{k}} = 0. \quad (10)$$

где точка означает дифференцирование по времени. Для решения этих уравнений следует найти собственные значения и собственные векторы матрицы c_{ij} . В общем случае эта матрица имеет три различных собственных значения, но в частных случаях два или все три собственных значения могут совпадать.

Оставив в стороне общее решение, мы рассмотрим два важных случая: 1) невихревое течение, для которого матрица c_{ij} может быть приведена к диагональному виду с собственными значениями c_1, c_2, c_3 ; 2) течение Куэтта, для которого матрица имеет один ненулевой элемент, скажем c_{21} , и, следовательно, только два собственных вектора.

В первом случае решение имеет вид:

$$\lambda_i(t, \mathbf{k}) = k_i \exp(-c_i t),$$

$$T_{\mathbf{k}}(t) = T_{\mathbf{k}}(0) \exp\left\{-\frac{1}{2}\kappa \sum_{i=1}^3 k_i^2 c_i^{-1} [1 - \exp(-2c_i t)]\right\}. \quad (11)$$

Для определенности положим $c_1 > 0$; $c_2, c_3 < 0$. Тогда при $t > (2|c_i|)^{-1}$ каждая гармоника, волновой вектор которой не параллелен оси x , резко затухает:

$$T_{\mathbf{k}}(t) \simeq T_{\mathbf{k}}(0) \exp\left(-\frac{\kappa k_x^2}{2c_1}\right) \exp\left\{-\frac{\kappa}{2} \left[\frac{k_y^2}{|c_2|} \exp(2|c_2|t) + \frac{k_z^2}{|c_3|} \exp(2|c_3|t) \right]\right\}. \quad (12)$$

Легко видеть, что для волнового пакета, локализованного в начальный момент, решение (10) описывает эллипсоидальное распределение температуры с гауссовским профилем по осям y, z . Длина эллипсоида экспоненциально растет ($\exp c_1 t$) вдоль оси x , и температура также уменьшается экспоненциально и с тем же показателем.

Для течения Куэтта ($c_{21} \equiv c$)

$$\lambda_x = k_x, \quad \lambda_y = k_y - ct k_x, \quad \lambda_z = k_z, \quad (13)$$

$$T_{\mathbf{k}}(t) = T_{\mathbf{k}}(0) \exp\left[-\kappa\left(\frac{1}{3}c^2 t^3 k_x^2 - \frac{1}{2}ct^2 k_x k_y + tk_z^2\right)\right],$$

Очевидно, для локализованного $T_{\mathbf{k}}(0)$ максимальная температура $T(r, t)$ убывает как $t^{-5/2}$, тогда как в отсутствие движения она уменьшается как $t^{-3/2}$ при $t \rightarrow \infty$.

III. Перенос магнитного поля

Рассмотрение теплопроводности в потоке являлось лишь предварительным шагом на пути к анализу проведения магнитных полей в движущейся проводящей среде. При заданном значении коэффициента электропроводности чем больше размер области, занимаемой полем, тем меньшую роль играет омическое сопротивление. Таким образом, в астрофизике особое значение придается приближению бесконечной электропроводности, когда магнитное поле вморожено в среду (гл. 3). Эта концепция дает возможность сделать некоторые выводы о поведении магнитных полей без применения математики.

Условие вмороженности означает, что в несжимаемой среде поле \mathbf{H} переносится как бесконечно малый вектор перемещения $\delta\mathbf{x}$ между двумя соседними частицами. Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) частицы, находящиеся на некоторой силовой линии поля, разделены вектором перемещения $\delta\mathbf{x}_0$. В соответствии с уравнениями движения за время t этот вектор преобразуется в $\delta\mathbf{x}^i = (\partial x^i / \partial x_0^k) \delta x_0^k$. Магнитное поле претерпевает

аналогичное преобразование:

$$H^i(\mathbf{x}, t) = H^k(\mathbf{x}_0, 0) \partial x^i / \partial x_0^k, \quad (14)$$

где H^i — контравариантная форма вектора поля. В таком виде закон (14) применим в любых криволинейных координатах. Однако нужно заметить, что физическими составляющими этого поля являются $(H_1 H^1)^{1/2}$, $(H_2 H^2)^{1/2}$ и $(H_3 H^3)^{1/2}$. В ортонормированных координатах это означает, что контравариантные компоненты домножаются на соответствующие коэффициенты Ламе. Аналогично для сжимаемого вещества H^i следует заменить на H^i / ρ , где ρ — плотность.

Сравнивая (14) с соответствующим законом (2) для переноса скаляра, мы видим, что соотношение (14) идентично соотношению (2) для всех трех компонент, только если среда находится в состоянии покоя или движется равномерно. Если скорость направлена вдоль какой-либо оси координат, скажем x , и зависит от поперечной координаты (скажем, y), то из соотношения (14) следует, что поперечная компонента поля сохраняется, тогда как продольная меняется пропорционально времени [$H_x = H_{0x} + H_{0y}(dv_x/dy)t$]. Этот результат проявляется особенно при выполнении условия замороженности. Поскольку скорость направлена вдоль оси x , для любой пары близких частиц (с которыми связана силовая линия поля) δy и δz сохраняется, а δx меняется пропорционально t . Отметим, что такой медленный рост ($\sim t$) происходит из-за стационарного характера скорости. Важно, что рост H_x зависит от H_y , но обратное воздействие H_y на H_x отсутствует. Даже на таком простом примере можно увидеть усиление магнитного поля. Однако это не процесс динамо, поскольку при учете диссипации поперечная компонента поля в конце концов исчезает, после чего рост поля прекращается.

Предположим теперь, что поток вещества направлен вдоль плоскостей $z = \text{const}$ со скоростью, которая меняется от плоскости к плоскости, т. е. которая зависит от всех координат. Очевидно, что проекция бесконечно малого вектора перемещения, разделяющего любые две частицы среды, на нормаль к этим плоскостям сохраняется: $(\delta x^1)_n \equiv \delta z = \text{const}$. То есть перпендикулярная составляющая вектора поля H_z также сохраняется (рис. 5.1). Этот вывод может быть обобщен для потока через произвольные неподвижные поверхности. Естественно, в общем случае проекция на нормаль $(\delta x^i)_n$ не является константой. Например, представим себе движение через эллипсы $(x^2/4a^2) + (y^2/a^2) = 1$. Для двух соседних элементов, расположенных на поверхностях a и $a + \delta a$, $(\delta x^1)_n = \delta a$ при $x = 0$ и $(\delta x^2)_n = 2\delta a$ при $y = 0$. Однако очевидно, что это всего лишь геометрический прием, и изменение H_n ограничено. Можно показать, что для компактных поверхностей

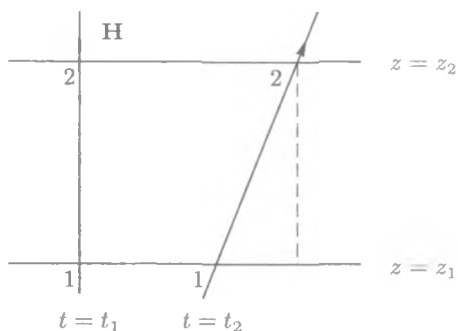


Рис. 5.1. При преобразовании трансляции силовой линии поля, вмороженной в частицы 1 и 2, компонента, перпендикулярная плоскостям с $z = \text{const}$, сохраняется. Если скорости в плоскостях $z = z_1$ и $z = z_2$ отличаются, то появляется тангенциальная составляющая поля, которая изменяется так, как показано на рисунке

тангенциальная составляющая может только линейно возрастать со временем и испытывать осцилляции (Арнольд, 1972). Можно предположить, что экспоненциальные решения могут быть получены для поверхностей отрицательной кривизны, поскольку в таком случае траектории элементов среды экспоненциально расходятся. Известно (Ефимов, 1964), что такие поверхности не могут быть реализованы в трехмерном пространстве Евклида. Экспоненциальный рост поля возможен в среде, у которой траектории движения не лежат на поверхности, причем некоторая линия заполняет кусок пространства, т. е. линия проходит сколь угодно близко к каждой точке рассматриваемой области пространства (см. гл. 6 и 7).

Мы обсуждали идеальный случай полной вмороженности поля, но введение даже очень малой диффузии может качественно изменить результат: условие вмороженности может быть нарушено подобно тому, как было описано в предыдущем параграфе. Однако, как будет показано в § V, приведенные выше ограничения, налагаемые на топологию течения, остаются в силе даже при учете диффузии магнитного поля. Поведение поля в турбулентных потоках рассматривается в гл. 8.

IV. Кинематическое динамо

Рассмотрим точную формулировку проблемы динамо. В соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея, изменение магнитного по-

ля пропорционально ротору электрического поля:

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = -c \nabla \times \mathbf{E}.$$

В движущейся среде вместо обычного закона Ома, связывающего электрическое поле с током \mathbf{j} , имеем

$$\mathbf{E} = \sigma^{-1} \mathbf{j} - c^{-1} \mathbf{v} \times \mathbf{H},$$

где \mathbf{v} — скорость течения и σ — электропроводность среды. В сопутствующей системе отсчета закон Ома выполним всегда; добавочное слагаемое $-c^{-1} \mathbf{v} \times \mathbf{H}$ возникает из-за перехода к системе отсчета, относительно которой среда движется. Мы будем рассматривать только нерелятивистские движения $v \ll c$. В этом приближении можно также пренебречь токами смещения, т. е.

$$\mathbf{j} = (c/4\pi) \nabla \times \mathbf{H}.$$

Из этих трех соотношений, известных еще с домаквелловских времен, получаем, исключая \mathbf{j} и \mathbf{E} , основное уравнение теории динамо (уравнение индукции):

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) - \nabla \times (\nu_m \times \mathbf{H}), \quad (15)$$

которое показывает, что если магнитное поле было изначально соленоидальным, то оно будет таким всегда,

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0.$$

Таким образом, при заданных начальных и граничных условиях эволюция поля полностью определяется скоростью $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ и коэффициентом магнитной диффузии:

$$\nu_m = c^2 / 4\pi\sigma.$$

Примечательно, что только один гидродинамический параметр, скорость среды, входит в уравнение индукции, тогда как плотность, давление и т. д. не участвуют в нем в явном виде. Это позволяет нам сформулировать классическую «проблему кинематического динамо» для эволюции магнитного поля при определенных движениях среды. При такой постановке вопроса разумно предполагать, что внешние электродвижущие силы отсутствуют, т. е. магнитное поле исчезает на бесконечности. Если движение ограничено конечным объемом, который окружен непроводящей средой ($\sigma \rightarrow 0$), тогда вне этого объема

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (16)$$

и поле затухает как r^{-3} при $r \rightarrow \infty$. Если окружающая среда неподвижна, но имеет конечную (ненулевую) электропроводность, то пространственная часть поля по-прежнему убывает как r^{-3} , или как r^{-2} , если учитывается омическое затухание поля. Решения уравнений (15) и (16) должны быть согласованы на границе, отделяющей движущееся вещество от его стационарного окружения.

Иногда рассматриваются пространственно-периодические поля скоростей, которые не убывают на бесконечности. В этом случае разумно потребовать, чтобы магнитное поле также было ограничено (например, было периодическим) на бесконечности.

Целью задачи динамо является ответ на вопрос: возможно ли неограниченное усиление (или поддержание) магнитного поля под действием движений среды при наличии магнитной диффузии? В кинематической формулировке наибольшее внимание уделяется росту поля, так как стационарные решения (статичные или осциллирующие) являются уникальными и возможны лишь при наложении определенных ограничений (имеющих форму равенств) на поле скоростей. Необходимость учета магнитной диффузии, даже незначительной, очень важна. При условии полной вмороженности легко получить очень медленное, меняющееся по степенному закону, усиление магнитного поля, например, в результате действия дифференциального вращения или рассмотренного ранее течения Куэтта. Однако этот рост асимптотически ($t \rightarrow \infty$) переходит в экспоненциальное затухание поля при $\nu_m \neq 0$. Таким образом, представляют интерес течения с экспоненциальным ростом поля. Отметим, что в принципе течения, в которых магнитная энергия становится бесконечной за конечное время, являются возможными (Шукуров и др., 1983). Очевидно также, что в каждой ситуации при росте магнитного поля магнитные силы $\mathbf{j} \times \mathbf{H}$ начинают в итоге оказывать влияние на движение среды, при этом кинематический подход должен быть полностью заменен динамическим. Некоторые аспекты этой проблемы будут рассмотрены в контексте турбулентного динамо в гл. 10.

Заметим, что уравнение индукции линейно по \mathbf{H} , т.е. если изначально $\mathbf{H} = 0$, то оно равно нулю все время. Таким образом, в теории динамо мы говорим только об усилении начального поля. Для генерации поля следует добавить в уравнение индукции дополнительную э.д.с., не зависящую от \mathbf{H} . Обычно такие э.д.с. имеют тепловую или плазменную природу и используются для объяснения появления начального распределения поля. Дробышевский (1977) рассматривает модели, так называемые полудинамо, в которых дополнительные э.д.с. действуют непрерывно, совместно с гидродинамическими движениями среды, играя основную роль в генерации поля.

V. Необходимое условие для действия динамо

Процесс динамо оказывается успешным, когда движения, усиливающие магнитное поле, побеждают диффузию и диссипацию. Таким образом, очевидно, что мощность этих движений должна быть достаточно велика. Соответствующие оценки были получены Бекасом (1958); см. также Моффатт (1978).

Рассмотрим объект, например звезду или Галактику, окруженный непроводящей средой, в котором движение несжимаемого вещества поддерживается на скорости \mathbf{v} . Из (15) легко получить основное уравнение, описывающее эволюцию полной магнитной энергии (умноженной на 4π):

$$(d/dt) \int \frac{1}{2} H^2 d^3\mathbf{r} = \int \mathbf{H} \cdot (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v} d^3\mathbf{r} - \int \nu_m (\nabla \times \mathbf{H})^2 d^3\mathbf{r}. \quad (17)$$

Второй интеграл в правой части уравнения (17) описывает потери магнитной энергии, соответствующие закону Джоуля–Ленца. Очевидно, этот интеграл минимален для низшей основной гармоники, которая описывает режим самого медленного затухания в отсутствие движения, т. е.

$$\int \nu_m (\nabla \times \mathbf{H})^2 d^3\mathbf{r} \geq \nu_m L^{-2} |\gamma_1| \int H^2 d^3\mathbf{r},$$

где L — характерный размер области и γ_1 — безразмерная скорость затухания этого колебания.

Мы оцениваем первый интеграл в уравнении (17), который по отдельности может отвечать за рост магнитной энергии. Очевидно,

$$\mathbf{H} \cdot (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v} \equiv H_i H_k \nabla_k v_i = \frac{1}{2} H_i H_k (\nabla_k v_i + \nabla_i v_k),$$

т. е. только симметричная часть сдвига скорости может преобразовывать энергию. Таким образом, во-первых, скорость, постоянная в пространстве (хотя не обязательно во времени), не вызывает генерации поля. Во-вторых, для вращения твердых тел легко получить $\nabla_k v_i + \nabla_i v_k = 0$. Поскольку

$$\int H_i H_k (\nabla_k v_i + \nabla_i v_k) d^3\mathbf{r} \leq |\nabla_k v_i + \nabla_i v_k|_{\max} \int H^2 d^3\mathbf{r},$$

магнитная энергия может увеличиваться, только если

$$(Lv/\nu_m)(L/l) \geq |\gamma_1|, \quad (18)$$

где l и v — соответственно характерная длина и скорость движущейся среды, где $|\nabla_k v_i|_{\max} = v/l$. Безразмерная величина в левой части неравенства (18) представляет собой магнитное число Рейнольдса и определяется отношением двух членов правой части основного уравнения (15). Обычно магнитное число Рейнольдса определяют, используя максимальный масштаб, скажем,

$$R_m = Lv/\nu_m.$$

Заметим, что условию (18) удовлетворить тем проще, чем меньше масштаб движения, но тогда масштаб поля тоже уменьшится в результате запутывания силовых линий поля, т. е. неравенство применимо лишь на начальном этапе. При $l \sim L$ оно сводится к простому соотношению $R_m \geq |\gamma_1|$ с величиной, зависящей от геометрии. Для сферической области $|\gamma_1| = \pi^2 \approx 10$ и для диска $|\gamma_1| = \pi^2/4 \approx 2.5$. Таким образом, чтобы инициировать рост магнитного поля, магнитное число Рейнольдса должно быть весьма велико. Напомним (гл. 3), что в астрофизике R_m очень велики, т. е. условие выполняется. Однако отсюда вовсе не следует возможность динамо: данное условие является лишь необходимым. В частности, оно удовлетворяется и в простых течениях типа Куэтта, для которых действие динамо невозможно. В действительности динамо налагает суровые ограничения в большей степени на структуру поля скоростей, чем на его величину.

VI. Теоремы запрета

Чтобы понять суть требований, накладываемых на структуру поля скоростей, рассмотрим для начала течения, которые не вызывают динамо, каким бы ни была его амплитуда. Утверждения, выделяющие такие течения, называются «теоремами запрета».

Рассмотрим плоский, несжимаемый проводящий поток жидкости, ограниченный на бесконечности, вида

$$\begin{aligned} v_x &= v_x(x, y, z, t), & v_y &= v_y(x, y, z, t), & v_z &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, & \nu_m &= \text{const}. \end{aligned} \quad (19)$$

Все мгновенные линии тока лежат в плоскостях $z = \text{const}$, однако они изменяются от плоскости к плоскости. Начальное магнитное поле произвольно и может зависеть от всех трех координат.

В § II было показано, что при вмороженности z -составляющая поля переносится независимо от других его компонент. Внесение магнитной

диффузии приводит к затуханию этой компоненты. Действительно, соответствующая проекция уравнения индукции имеет вид:

$$\partial H_z / \partial t + (v_x \partial / \partial x + v_y \partial / \partial y) H_z = \nu_m \nabla^2 H_z.$$

Таким образом, H_z ведет себя как пассивный скаляр (температура или облако дыма) и подчиняется такому же уравнению. Интегрируя это уравнение после домножения его на H_z и учитывая, что магнитное поле исчезает на бесконечности, получаем:

$$(d/dt) \int H_z^2 d^3 \mathbf{r} = - \int (\nabla H_z)^2 d^3 \mathbf{r}. \quad (20)$$

Отсюда немедленно следует, что $H_z^2 \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Это утверждение, являющееся следствием уравнения индукции, мы называем диссипационной теоремой¹. Она была впервые получена Зельдовичем в 1956 году для задачи магнитного динамо.

Более сложным оказывается поведение двумерного поля $\mathbf{H}_2 = (H_x, H_y)$. В противоположность H_z оно может расти благодаря запутыванию силовых линий поля в результате движения в плоскостях $z = \text{const}$. Более того, когда H_z является функцией z , его перенос также воздействует на двумерное поле (см. рис. 5.1). Даже если H_z зависит в начальный момент только от x, y и не зависит от z , зависимость от z все равно появится, если движение среды зависит от z , т. е. если $\partial v_x / \partial z \neq 0$ и/или $\partial v_y / \partial z \neq 0$. Действительно, если изначально $\partial H_z / \partial z = 0$, тогда, если $\nu_m = 0$,

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{\partial v_x}{\partial z} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \frac{\partial H_z}{\partial y}$$

и, вообще говоря, не равно нулю. Двумерный вектор \mathbf{H}_2 может быть представлен в виде суммы соленоидальной и потенциальной частей:

$$H_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad H_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y}.$$

Потенциальная часть полностью определяется z -зависимостью H_z , поскольку из условия соленоидальности

$$\partial H_x / \partial x + \partial H_y / \partial y = -\partial H_z / \partial z$$

¹Эта теорема может быть также обобщена для случая $\nu_m = \nu_m(z)$.

следует, что

$$\nabla_z^2 \phi = -\frac{\partial H_z}{\partial z}, \quad \nabla_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Учитывая граничные условия, легко проинтегрировать последнее уравнение и получить ϕ в любой момент времени для любого слоя. Таким способом мы определяем $\phi(x, y, z, t)$. Во время затухания H_z его градиент ∇H_z может временно увеличиваться. В соответствии с диссипационной теоремой (20) это увеличение ускоряет диссипацию поля. Следовательно, ϕ также затухнет, и по прошествии достаточного количества времени двумерное поле примет вид:

$$\mathbf{H}_2 = \nabla \times \mathbf{n}\Phi, \quad \mathbf{n} = (0, 0, 1),$$

т. е. две компоненты, H_x и H_y , описываются одной переменной $\Phi(x, y, z, t)$. Из основного уравнения (15) немедленно следует, что эта переменная переносится как пассивный скаляр, т. е. тоже асимптотически затухает. Ее производные H_x и H_y могут временно возрасти благодаря уменьшению масштаба, но из диссипационной теоремы для Φ следует, что при $t \rightarrow \infty$ двумерное поле также затухает.

Для ясности мы выпишем уравнение для Φ до затухания H_z и ϕ . Для этого возьмем z -компоненту ротора уравнения (15) и воспользуемся тем фактом, что $\nabla_z^2 \Phi = -(\nabla \times \mathbf{H})_z$. Получим

$$\partial\Phi/\partial t - \mathbf{v} \cdot \nabla\Phi = \nu_m \nabla^2 \Phi + S, \quad (21)$$

где источник S линеен относительно H_z ,

$$S = (\mathbf{v} \times \nabla)_z \phi + \nabla_2^{-2} (\partial/\partial z) [\partial(v_x H_z)/\partial y - \partial(v_y H_z)/\partial x].$$

Произвольная функция z , которая может появляться в правой части этого уравнения, не существенна для вычисления интеграла Φ^2 , поскольку Φ может быть выбрано таким образом, что его среднее значение на каждой плоскости $z = \text{const}$ равняется нулю.

В приведенном выше обсуждении мы следовали доказательству, данному Зельдовичем и Рузмайкиным (1980). Теорема запрета для плоского течения, зависящего только от координат x и y , была впервые доказана Зельдовичем (1956). Аналогичный результат для движения по сферическим поверхностям был до этого получен Буллардом и Геллманом (1954).

Естественным было бы попытаться расширить эту теорему на случай движения по стационарным поверхностям произвольной формы. В § II мы отмечали, что при вмороженности компонента магнитного поля, ортого-

нальная к таким поверхностям, является ограниченной. Покажем теперь это для случая $\nu_m = 0$.

Пусть среда движется по системе стационарных поверхностей $\psi(r) = \text{const}$. Тогда составляющая поля, ортогональная к этим поверхностям, $H_\psi = \mathbf{H} \cdot \nabla\psi$, удовлетворяет соотношению:

$$dH_\psi/dt = 0, \quad d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla,$$

т. е. для фиксированной частицы H_ψ сохраняется. Домножая это уравнение на H_ψ и принимая во внимание, что $H_\psi(\mathbf{v} \cdot \nabla)H_\psi = \frac{1}{2}\nabla \cdot (\mathbf{v}H_\psi^2)$, получаем:

$$(d/dt) \int H_\psi^2 d^3\mathbf{r} = \int_S H_\psi^2 \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}.$$

Интеграл в правой части обращается в ноль, если потребовать равенства нулю нормальной скорости на удаленной поверхности S или на границе конечного объекта. Отсюда следует, что для гладких, экспоненциально возрастающих, сохраняющих форму решений $H_\psi = 0$.

Вырождение некоторых индивидуальных поверхностей $\psi = \text{const}$ в линии или точки не меняет этого результата, если поле и скорость остаются гладкими. Тогда сумма интегралов по этим сингулярным поверхностям нулевой площади появится в правой части последнего уравнения. Очевидно, каждый из этих интегралов равен нулю. Для оставшихся компонент магнитного поля, лежащих на поверхностях $\psi = \text{const}$, введем векторный потенциал $\mathbf{H}_2 = \nabla \times \mathbf{n}\Phi$ с единственной компонентой Φ . Как и в описанном выше случае, он удовлетворяет уравнению переноса скаляра. Таким образом, асимптотический рост поля невозможен.

VII. Медленное динамо

Включение магнитной диффузии качественно меняет последний наш вывод: действие динамо становится возможным. Это является следствием того факта, что диффузионный перенос вектора [представленный в уравнении (15) в терминах $-\nu_m \nabla \times (\nabla \times \mathbf{H})$] отличается от диффузионного переноса скаляра ($\kappa \nabla^2 T$). В общем случае диффузия компоненты H_ψ не может происходить независимо от других компонент. Действительно, из (15) имеем:

$$dH_\psi/dt = \nu_m \nabla^2 H_\psi - \nu_m \nabla \cdot [\nabla_\psi \mathbf{H} + (\mathbf{H} \cdot \nabla) \nabla \psi], \quad (22)$$

где $\nabla_\psi = \nabla_k \psi \cdot \nabla_k$. В общем случае во втором слагаемом, вдобавок к H_ψ , присутствуют тангенциальные составляющие поля, лежащие на нашей поверхности. Исключениями, как нетрудно видеть, являются плоский ($\psi = z$) и сферический ($\psi = r^2$) случаи.

Умножая уравнение (22) на H_ψ и интегрируя результат по всему объему с использованием теоремы Гаусса, мы получаем обобщение диссипационной теоремы (Рузмайкин и Соколов, 1980):

$$\begin{aligned} (d/dt) \int \frac{1}{2} H_\psi^2 d^3 \mathbf{r} = \\ = -\nu_m \int [(\nabla H_\psi)^2 + 2H_\psi \nabla_k H_i (\nabla_i \nabla_k \psi) + H_\psi H_k \nabla_i (\nabla_i \nabla_k \psi)] d^3 \mathbf{r}. \quad (23) \end{aligned}$$

Первый член интеграла в правой части (23) дает отрицательный вклад в скорость роста поля. Вторым и третьим членами могут в принципе дать и положительный вклад, влияние которых зависит от того, как нормальные кривизны распределены на поверхностях $\psi = \text{const}$. В случае когда тензор $\nabla_i \nabla_k \psi$ пропорционален δ_{ik} или когда он равен нулю, эти члены обращаются в нуль. Очевидно, этому условию удовлетворяют только плоские или сферические поверхности; при движении по цилиндрическим поверхностям $\psi = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \frac{1}{2}r^2$ нормальная кривизна не является изотропной. Тензор $\nabla_i \nabla_k \psi$ является диагональным и имеет единственную компоненту $\nabla_r \nabla_r \psi = 1$, соответствующий вклад в (23) имеет вид:

$$-2\nu_m \int H_r (\partial H_\phi / \partial \phi) d^3 \mathbf{r}.$$

Именно благодаря этому члену, который представляет собой перемешивание r - и ϕ -компонент, динамо является возможным. Пример такого динамо был детально описан в гл. 4 (Пономаренко, 1973; Гайлитис и Фрейберг, 1976; для тороидальной геометрии см. также Тверской, 1965). Здесь мы подчеркиваем необходимость движения для генерации H_ϕ (и H_z) из H_r .

Так как соответствующий член пропорционален ν_m , разумно предположить, что скорость роста для такого типа динамо существенно зависит от магнитной вязкости. Более точно, если $H \sim \exp \gamma t$, мы предполагаем, что $\gamma \sim (v/L)f(R_m)$, где R_m — магнитное число Рейнольдса. В астрофизике, когда R_m велико (гл. 3), скорость роста мала по сравнению с v/L , так что такие динамо называют медленными. В ядре Земли R_m невелико, и, таким образом, геодинамо неизбежно является медленным (Голицын, 1981).

Если бы масштабы поля были теми же при $R_m \rightarrow \infty$, тогда очевидно $\gamma \sim (v/L)R_m^{-1}$. В действительности эволюция поля приводит, как правило, к уменьшению характерных масштабов поля. Результатом этого является в свою очередь увеличение скорости роста, но она по-прежнему стремится к нулю, так как магнитное число Рейнольдса увеличивается для фиксированных L и v . Неприятность заключается в том, что члены, описывающие взаимодействие, в уравнениях (22) и (23) содержат только первые производные поперечных компонент поля, в то время как первый интеграл в правой части (23) включает в себя вторые производные. Таким образом, наличие скин-слоев или жгутов поля не дает скоростей роста, не зависящих от R_m (Рузмайкин и Соколов, 1980). Поясним это на простом примере движения в цилиндре. Можно предположить, что благодаря дифференциальному вращению ϕ -компонента поля генерируется из его r -компоненты (см. гл. 4), т. е., грубо говоря, $H_\phi \sim \Omega\gamma^{-1}H_r$ и $H_\phi \sim \exp(it\phi)$. Порядковая оценка (23) дает:

$$\gamma = C_1\Omega^2 m / \gamma R_m - C_2\Omega m^2 / R_m,$$

где C_1 и C_2 — безразмерные константы. Скорость роста максимальна, когда $m = C_1\Omega / (2C_2\gamma_{\max}) \sim R_m^{1/3}$, и равна при этом $\gamma_m \sim R_m^{-1/3}\Omega$. Соответствующее решение (ср. с гл. 4) при $R_m \rightarrow \infty$ имеет вид поверхностной волны, сосредоточенной в слое толщиной $\Delta r \sim R_m^{-1/2}L$ вблизи поверхности $\psi = \text{const}$, и с длиной волны вдоль этой поверхности $\Delta\phi \sim R_m^{-1/3}$.

ГЛАВА 6

Вкратце о топологии течений

Цель этой главы заключается в том, чтобы передать основные идеи топологических концепций, которые уже проникли в современную теорию динамо. Изложение будет в основном ограничено рассмотрением узлов и зацеплений, и мы продемонстрируем их отношение к теоремам запрета. Проблема узлов и зацеплений близка к вопросу построения невырожденных поверхностей, на которых может быть помещено поле скоростей или магнитное поле. Покрытие области пространства линией тока или силовой линией магнитного поля является альтернативой движению по поверхностям. Мы будем избегать здесь таких топологических тонкостей, как «поверхности», заполняющие пространство.

В предыдущей главе было показано, что для данного поля скоростей теоремы запрета устанавливают два факта: 1) генерация магнитного поля невозможна, когда поле скоростей обладает плоской или сферической симметрией; 2) в общем случае двумерного течения генерация в принципе является возможной, хотя она неизбежно слабая в том смысле, что скорость роста γ стремится к нулю при $R_m \rightarrow \infty$ (или, как альтернатива, при данной скорости и пространственном масштабе $\gamma \rightarrow 0$ при $\nu_m \rightarrow 0$).

На первый взгляд двумерные течения представляют собой очень узкий класс, поскольку для превращения их в трехмерные оказалось бы достаточно малого возмущения поля скоростей. Однако это не совсем так: условие двумерности, т. е. условие, что линии тока лежат на поверхностях $\psi = \text{const}$, предполагает, что уравнение

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \psi = 0 \tag{1}$$

интегрируемо¹.

¹Очевидно, уравнение (1) имеет решение в малой окрестности любой точки для гладкого поля скоростей. Это означает, что размерность поля скоростей является глобальным, а не локальным топологическим свойством.

Происхождение этого условия можно понять, изучив уравнение индукции для стационарного поля скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ с $\nu_m = 0$:

$$\partial \mathbf{H} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{H} = (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v}. \quad (2)$$

При решении этого уравнения первого порядка методом характеристик мы приходим к уравнениям, определяющим линии тока:

$$v_x^{-1} dx = v_y^{-1} dy = v_z^{-1} dz. \quad (3)$$

Интеграл ψ этой системы должен удовлетворять уравнению (1). Когда (3) имеет два первых интеграла $\psi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$, линии тока представляют собой пересечения этих двух семейств поверхностей. Известно, что, когда линии тока лежат на поверхности, бесконечно малое расстояние между соседними частицами среды может расти только как степенная функция времени (см, например, Арнольд, 1972). Отсюда следует степной закон для вмороженного магнитного поля.

Когда система (3) не имеет интегралов, т.е. линии тока наполняют пространственную область, возможен экспоненциальный рост расстояния между двумя соседними частицами (Энон, 1966; Арнольд, 1972; 1980). Результатом этого является экспоненциальный рост вмороженного магнитного поля.

Однако ситуация в корне изменится, если принять в расчет даже небольшую магнитную диффузию, т.е. если к уравнению (2) добавить член $\nu_m \nabla^2 \mathbf{H}$. Для движений по поверхностям экспоненциальный рост магнитного поля может возникнуть, но скорость роста стремится к нулю при $R_m^{-1} \rightarrow 0$ (медленное динамо, см. гл. 7). Для стационарного движения, при котором линии тока заполняют целые области пространства, происходит резкое уменьшение масштаба, приводящее к сильному увеличению процессов магнитной диффузии. Таким образом, вопрос о быстром динамо, для которого скорость роста стремится к конечному пределу при $R_m \rightarrow \infty$, оказывается совсем не простым. Примером быстрого динамо является динамо среднего поля, действующего в турбулентных, неинвариантных относительно отражений турбулентных течениях, для которых

$$\alpha \equiv \int \langle \mathbf{v}(t, \mathbf{r}) \cdot \nabla \times \mathbf{v}(t + s, \mathbf{r}) \rangle ds \neq 0,$$

(см. гл. 8). При больших магнитных числах Рейнольдса это течение непременно обладает двумя свойствами. Во-первых, это нестационарность (стационарность лишь в среднем). Во-вторых, оно имеет сложную топологию

гию. Интеграл α имеет наглядную топологическую интерпретацию (Моффатт, 1969). Это является обобщением топологического инварианта, который определяет зацепление двух близких вихревых линий в статистически стационарной непрерывной среде.

В этой главе мы подробно рассматриваем это специальное топологическое свойство течения и на время отложим проблему нестационарности. В частности, мы покажем, как это свойство соотносится с теоремами запрета. Тем не менее очевидно, что этот инвариант, а также некоторые другие инварианты (скажем, инвариант, определяющий зацепление линий тока) не являются ни достаточными, ни необходимыми для действия динамо. К примеру, $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \neq 0$ в общем случае плоского течения $v_z = 0$, $v_{x,y}(x, y, z, t)$, однако же действие динамо является невозможным; напротив, некоторые динамо работают в турбулентных потоках с α , равным нулю (см. гл. 8). Тем не менее мы полагаем, что некоторая топологическая сложность является необходимой для любого быстрого динамо. Проблема заключается в нахождении подходящей топологической интерпретации.

1. Узлы, зацепления и теорема запрета

Для начала мы рассмотрим ситуацию, когда все линии тока являются замкнутыми. Тогда легко понять, как найти трехмерные течения, которые существенно отличаются от двумерных течений. Дело в том, что линии тока, которые могут быть размещены на двумерных, невырожденных поверхностях (т. е. не являющихся линиями или точками), не зацеплены между собой. Понятие «зацепленных линий» принадлежит топологии [см., например, монографию Зейферта и Трельфала «Топология» (1934)]. Назовем непересекающиеся и несамопересекающиеся кривые C_1 и C_2 «зацепленными», если они не могут быть непрерывным образом деформированы (без разрыва) в две окружности, принадлежащие, скажем, двум параллельным плоскостям (рис. 6.1). Зацепление нескольких кривых понимают аналогичным образом (рис. 6.2).

Примечательно, что для получения зацепления вовсе не требуются две различные кривые: его можно добиться при помощи завязывания «в узел» всего лишь одной кривой. Этот простейший тип зацепления будет рассмотрен отдельно. Мы будем часто иллюстрировать при помощи узлов факты теории зацеплений (Коузэлл и Фокс, 1963).

На рис. 6.2 мы изобразили зацепления трех окружностей, и, как видно, они бывают различных типов. Даже две окружности можно зацепить

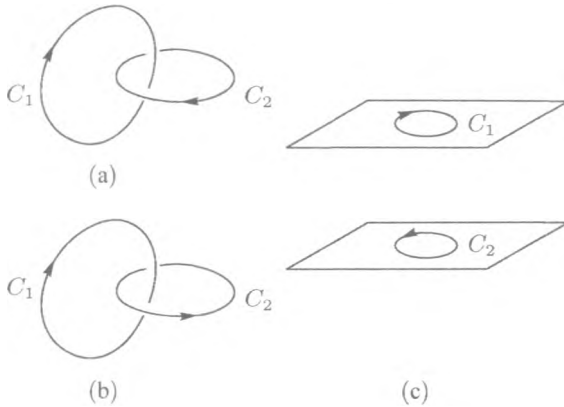


Рис. 6.1. Картина зацепления: a и b — изображены зацепленные кривые; c — кривые не зацеплены

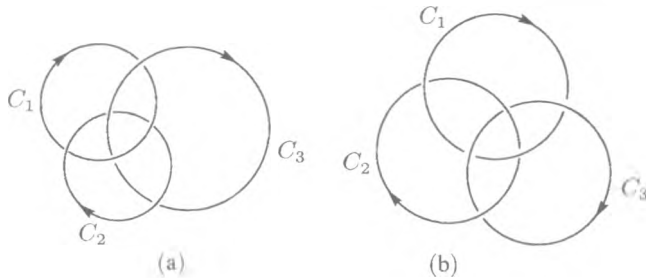


Рис. 6.2. Разные типы зацеплений для трех кривых: a — кривые (C_1, C_2) и (C_2, C_3) зацеплены попарно; b — нет попарного зацепления; однако имеет место тройная связь

разными способами (рис. 6.3). Более точно, два зацепления называют «топологически равнозначными», если они могут быть переведены друг в друга при помощи непрерывной деформации (без разрывов). Заметим, что с точки зрения их геометрии каждая из этих кривых является нормальной окружностью. Однако зацепления являются предметом не одномерной топологии кривых, но трехмерной топологии положения кривых в пространстве.

При определении эквивалентности зацеплений возникают некоторые delicate вопросы, связанные с использованием отражений. Может слу-

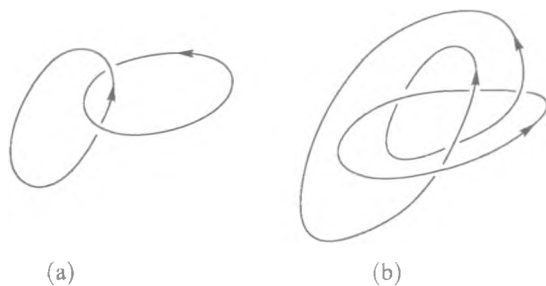


Рис. 6.3. Различные зацепления двух замкнутых кривых: *a* — коэффициент зацепления равен 1; *b* — коэффициент зацепления равен 2

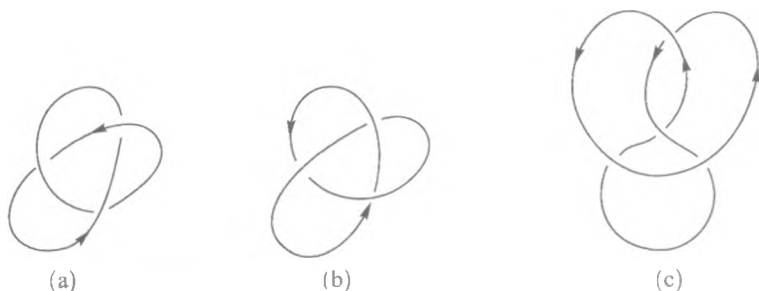


Рис. 6.4. Различные (неизотопные) узлы: *a* — трилистник; *b* — зеркальное отражение трилистника; *c* — фигура восьмерка, пример зеркально-симметричного узла

чится, что два зацепления возможно трансформировать одно в другое только при помощи отражений. Говорят, что такие зацепления являются эквивалентными, но неизотопными. Пример зеркально-асимметричного узла представлен на рисунках 6.4 *a* и *b*. Простейшим узлом является трилистник. Другой простой узел, фигура «восьмерка» (зеркально-симметричная), изображен на рисунке 6.4 *c*.

Не следует забывать, что линии тока являются не просто кривыми, они также имеют направление. В частности, кроме операции завязывания в узел, или зеркального отражения зацепления, можно рассматривать операцию обращения направления, в котором обходится узел или зацепление. Для линии тока это соответствует обращению направления времени. Часто последовательные операции пространственного отражения или обращения времени возвращают узел к его изначальному положению (см., например,

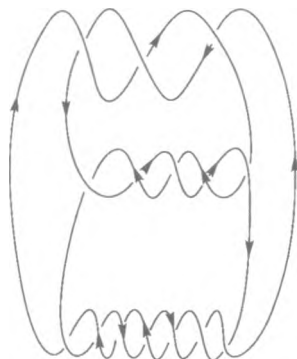


Рис. 6.5. Пример необратимого узла (Троттер, 1963)

рис. 6.4 а и б). Существуют также необратимые узлы (рис. 6.5). В отличие от скорости, магнитное поле (и ротор) является псевдовектором, т. е. не меняет своего направления под действием отражения.

Таким образом, стрелка, указывающая направление отдельной линии поля, имеет всего лишь условное значение. Она необходима лишь для указания относительных направлений двух силовых линий поля. Отметим, что уравнения, которым подчиняется магнитогидродинамика идеальных проводников, инвариантны относительно одновременного преобразования $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ и $t \rightarrow -t$. Но, конечно же, не все решения этих уравнений обладают этой симметрией.

Как можно узнать, являются ли два данных узла эквивалентными или как доказать их неэквивалентность? Ответ на первый вопрос достаточно прост: один узел деформируется в другой. Если этого сделать нельзя, приходится отвечать на второй вопрос. Это и есть основной вопрос в теории узлов и зацеплений. В топологии можно построить много инвариантов, т. е. величин, которые не меняются под действием деформации узла. Часто эти инварианты вовсе не являются числами. Например, самый популярный топологический инвариант узлов является полиномом, который называется «полиномом Александера» (Кроуэлл и Фокс, 1963). Такие полиномы уже использовались в физике длинных молекул (Франк-Каменецкий и Вологодский, 1981), но тогда они еще не применялись к гидродинамике.

Здесь мы ограничимся рассмотрением простейших вопросов, для которых мы не знаем *a priori*, какого типа узлы образуют линии тока; во-первых, нам требуется определить, сколько таких зацеплений существует в пространстве, заполненном жидкостью. Вернемся к рис. 6.3.

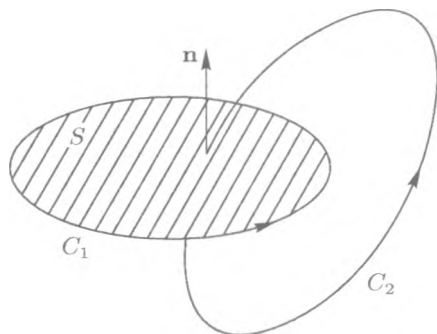


Рис. 6.6. Иллюстрация к понятию коэффициента зацепления: \mathbf{n} — нормаль к поверхности S — определяется по правилу буравчика. Показано отрицательное пересечение

Видно, что кривые зацеплены только один раз на рис. 6.3 *a* и дважды на рис. 6.3 *b*. Каким образом можно определить число зацеплений в общем случае? Снова рассмотрим две зацепленные кривые и предположим, что они не имеют узлов (рис. 6.6). Затем мы можем натянуть на одну из этих кривых, скажем C_1 , односвязную поверхность S . Вторая кривая C_2 пересекает поверхность S несколько раз. Очевидно, что количество пересечений зависит от выбора поверхности S , которую мы натягиваем на контур C_1 . Однако если мы сопоставим знак $+$ или $-$ каждому пересечению, то алгебраическая сумма пересечений оказывается независимой от выбора поверхности S . Для того чтобы приписать знак, вспомним, что C_1 имеет направление. Тогда по правилу буравчика мы можем определить направление нормали к поверхности S ; мы рассматриваем пересечение как положительное, если вектор, касательный к кривой C_2 (которая также имеет направление), указывает в том же направлении, что и нормаль, и отрицательное, если он указывает в обратном направлении. Алгебраическая сумма знаков пересечений является коэффициентом зацепления. Оказывается, что коэффициент зацепления является топологическим инвариантом зацепления, т. е. он не может измениться под действием непрерывной деформации зацепления. Более того, он не зависит и от того, какую кривую мы рассматриваем, первую или вторую. Коэффициент зацепления двух кривых можно рассчитать по формуле Гаусса:

$$G(C_1, C_2) = (4\pi)^{-1} \oint_{C_1} \oint_{C_2} r_{12}^{-3} \mathbf{r}_{12} \cdot (d\mathbf{r}_1 \times d\mathbf{r}_2).$$

Если несколько кривых, скажем C_1, C_2, C_3 , являются зацепленными, то

можно определить полный коэффициент зацепления. Чтобы его получить, нужно отдельно определить коэффициенты зацепления кривой C_1 с C_2 и C_3 , затем кривой C_2 с C_1 и C_3 , затем кривой C_3 с C_1 и C_2 . После этого результаты суммируются и делятся на два. Очевидно, возможно, что коэффициент зацепления окажется равным нулю в случае нетривиального зацепления (рис. 6.7). Такой случай должен быть описан более сложным инвариантом, скажем, ранее упомянутым полиномом Александера.



Рис. 6.7. Нетривиальное зацепление с нулевым полным коэффициентом зацепления

Следует учесть и тот факт, что различные кривые C_i могут иметь, так сказать, разную интенсивность. Например, пусть кривая C_1 представляет собой трубку, несущую поток F_1 , и кривая C_2 представляет собой трубку с потоком F_2 . Тогда, естественно, коэффициент зацепления (безразмерное число) должен быть нормирован на произведение $F_1 F_2$. В случае заузленной кривой расчет коэффициента зацепления является довольно тонким вопросом. Мы не можем покрыть эту кривую односвязной поверхностью. Таким образом, мы должны дополнить узел парой противоположно направленных отрезков так, чтобы узел можно было распутать в зацепление незаузленных кривых. Как это осуществить в простейших случаях трилистника и восьмерки, показано на рис. 6.8. Заметим, что перед применением формулы Гаусса необходимо сначала разбить узлы на зацепления. Теперь нашей целью является научиться считать коэффициенты зацепления для линий тока и силовых линий поля. Говоря о линиях тока, мы будем иметь в виду стационарные течения, хотя линии тока могут быть легко определены и для нестационарных движений.

II. Зацепления и спиральность

Зацепления двух кривых являются нелокальным понятием, так что, очевидно, знание локального значения скорости или магнитного поля не даст ответа на вопрос о зацеплениях. С другой стороны, идея зацепления

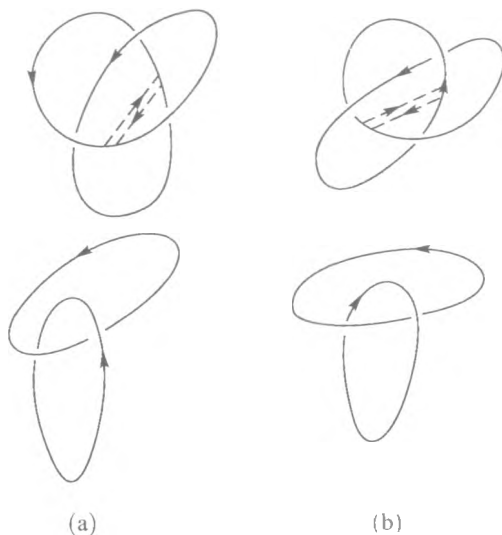


Рис. 6.8. Подсчет коэффициента зацепления: a — для правостороннего трилистника (+1); b — для левостороннего трилистника (-1); пунктирные линии служат для дополнения узлов до зацепления

связана с соленоидальной (бездивергентной) природой поля. В противном случае линии должны где-то начинаться и могли бы быть деформированы обратно к этой точке. Равенство нулю дивергенции поля означает существование векторного потенциала, при помощи которого можно определить коэффициент зацепления. Векторный потенциал в некоторой точке нельзя определить, зная значение поля только в этой точке; *требуются также значения полей в других точках, и в этом смысле векторный потенциал является нелокальным*. Кроме того, возникает проблема калибровки, поскольку мы можем прибавить к нему произвольную функцию ∇f . В гидро- и электродинамике векторные потенциалы используются в качестве вспомогательных величин, удобных при проведении вычислений. Однако если нас интересуют топологические характеристики течения или магнитного поля, векторный потенциал оказывается весьма существенным. Без него, например, невозможно решить, являются ли линии тока или силовые линии магнитного поля зацепленными или нет, а следовательно, нельзя определить инвариантным способом, является течение двух- или трехмерным. Эксперименты, проделанные Аароновым и Бомом (1959), показали, что векторный

потенциал имеет физический смысл в квантовой механике. Мы хотели бы подчеркнуть важность этой величины для гидро- и магнитогидродинамики.

Рассмотрим поток несжимаемой жидкости $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$.¹ Тогда векторный потенциал поля скоростей определяется выражением

$$\mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{a}. \quad (4)$$

из которого следует, что \mathbf{a} определяется единственным образом с точностью до градиента произвольной функции ∇f . При обычном калибровочном преобразовании $\nabla \cdot \mathbf{a} = 0$, и векторный потенциал можно получить из (4), решая

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = (4\pi)^{-1} \int |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-3} \mathbf{v}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (5)$$

Для получения этого соотношения достаточно взять ротор (4) и записать стандартное решение получившегося уравнения Пуассона, $\nabla^2 \mathbf{a} = -\nabla \times \mathbf{v}$.

Чтобы понять, какую величину описывает коэффициент зацепления линий тока, можно рассмотреть поток, заключенный в двух замкнутых трубках (см. рис. 6.1). Трубка каждого потока ориентирована в направлении скорости и имеет бесконечно малое поперечное сечение. Очевидно, составляющая скорости, перпендикулярная к ее поверхности, стремится к нулю, $v_n = 0$. Из условия непрерывности $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ следует, что каждая трубка потока характеризуется постоянной интенсивностью $\mathcal{I} = \int \mathbf{v} \cdot d\boldsymbol{\sigma}$, где интегрирование происходит по поверхности трубки.

Рассмотрим одну из ситуаций, изображенных на рис. 6.1 *a*, *b* и *c*. В соответствии с определением коэффициента зацепления $\Gamma = 1$ в случае *a*, $\Gamma = -1$ в случае *b* и $\Gamma = 0$ в случае *c*. Пусть

$$\chi_v \equiv \Gamma \mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_1 \int \mathbf{v}_2 \cdot d\mathbf{S},$$

где \mathcal{I}_1 и \mathcal{I}_2 — интенсивности первой и второй трубок соответственно, S — поверхность, охватываемая первой трубкой (рис. 6.6), и \mathbf{v}_2 — скорость во второй трубке. Применение теоремы Стокса и подстановка значения интеграла \mathcal{I}_1 дает

$$\chi_v = \mathcal{I}_1 \int_{C_1} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l} = \int_{\sigma} \oint_{C_1} v_1 a_1 dl d\sigma.$$

¹Приведенные ниже аргументы также можно применить и к стационарным сжимаемым течениям, для которых $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$, ρ является плотностью. Тогда вместо скорости следует рассматривать плотность импульса $\rho \mathbf{v}$.

Мы воспользовались тем, что \mathcal{J}_1 является константой, и, значит, вдоль трубки компонента потенциала a_l не меняется. Это последнее свойство следует из (5) и из того факта, что сечение трубки мало. Из $dl d\sigma = d^3r$ и $v_l a_l = \mathbf{v} \cdot \mathbf{a}$ следует, что

$$\chi_v = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} d^3r. \quad (6)$$

Вычисляя коэффициент зацепления первой трубки, для второй мы получаем ту же величину. Очевидно, что для n трубок $\chi_v = \sum_{k=1}^n \chi_v^{(k-1)}$. Предполагая интенсивность трубок одинаковыми, получаем коэффициент зацепления:

$$\Gamma = \chi_v / 2 \mathcal{J}^2.$$

Легко показать, что интеграл χ_v является обобщением гауссовского интеграла G . Интеграл в (6) является калибровочно-инвариантным. Действительно, подстановка $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a} + \nabla f$ добавляет к χ_v интеграл, который может быть преобразован в интеграл по кривой поверхности трубки:

$$\int \mathbf{v} \cdot \nabla f d^3r = \int \nabla \cdot (f\mathbf{v}) d^3r = \int f v_n dS = 0.$$

Нужно отметить, что эти рассуждения применимы лишь для течений в односвязных областях пространства. Например, если мы заключим каждую трубку в магнитно-твердую оболочку, то зацепление таких «жестких» трубок не будет давать вклада в спиральность течения χ_v . Формальным объяснением этому является невозможность применения в таком случае теоремы Стокса.

Если поток задан в многосвязном пространстве, то для однозначного определения векторного потенциала скорости следует также задать, помимо обычного калибровочного преобразования, его циркуляцию $\int \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l}$ по контуру, который не может быть деформирован в точку. Спиральность течения также зависит от этого условия. Иными словами, если имеется замкнутая трубка тока, ее спиральность будет зависеть от полного потока и будет, очевидно, являться калибровочно-инвариантной, поскольку на границе $v_n = 0$. Мы упоминаем здесь важное свойство течений с замкнутыми линиями. В этом случае две линии тока не могут образовывать произвольного зацепления, поскольку они должны ограничивать участок, заполненный линиями тока. При этом гауссов интеграл полностью описывает зацепления (Франк-Каменецкий и Вологодский, 1981).

Собственно говоря, понятие заузленных и зацепленных линий относится лишь к замкнутым линиям. Однако линии тока несжимаемой жидкости не обязаны замыкаться, несмотря на бездивергентный характер таких течений. Они могут приходить и уходить в бесконечность, и может случиться, что одна линия тока целиком заполняет область пространства или поверхность.

Возможны два типа течений с различной топологией. Одно из них соответствует движению по системе стационарных поверхностей. На самом деле эти поверхности топологически эквивалентны торами и могут быть построены из них. Торы могут быть вложенными друг в друга и зацепленными. В некоторых специфических ситуациях торы вырождаются в плоскости (оба радиуса тора стремятся к бесконечности), цилиндры (один из радиусов стремится к бесконечности), сферы (один из радиусов равен другому) и в кольца или жгуты (при обращении одного из радиусов в нуль). Линии тока на таких поверхностях могут быть либо замкнутыми, либо заполнять поверхность повсюду, как в известном примере замкнутой обмотки тора, где отношение количества обходов линии тока вокруг одной окружности к количеству обходов вокруг другой окружности является иррациональным. В другом типе течений линии тока целиком заполняют область пространства. Такие течения обладают свойствами, аналогичными турбулентным течениям, и поэтому их называют «стохастическими». Для случая невязких несжимаемых потоков вещества, движущихся под действием консервативных сил, Арнольд (1966) показал, что только течения Бельтрами, т. е. течения, для которых $\nabla \times \mathbf{v} \propto \mathbf{v} \propto \mathbf{a} [\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) = 0]$, могут принадлежать к этому типу. Другими словами, течение может быть стохастическим, только когда консервативные силы обращаются в ноль. Заметим, что такие течения всегда несут в себе элемент чрезмерной идеализации, так как они не могут гладко уменьшаться на бесконечности. С другой стороны, как мы увидим позднее (гл. 7), ускоренная диффузия магнитного поля возникает под действием стационарных течений именно этого типа. Часто приходится рассматривать проблемы с пространственно-периодическими или осесимметричными полями скоростей. При подсчете заузленности таких течений, которые не исчезают на бесконечности, возникает дополнительный произвол в определении векторного потенциала поля скорости. В этом случае для корректного определения спиральности течения следует вспомнить, что такие течения являются идеализацией квазипериодических или тороидальных течений, которые исчезают на бесконечности. Таким образом, при расчете спиральности течения следует выбирать такое калибровочное преобразование поля скоростей, которое является подходящим пределом последовательности таких реалистических течений. Именно этот подход мы и используем в дальнейшем. Конечно, мы можем использовать калибровочные преобразования

потенциала, скажем, цилиндрического течения, которые не соответствуют калибровочным преобразованиям потенциала тороидального течения.

Топологический инвариант (6) можно также ввести для произвольного несжимаемого потока. Инварианты этого типа, так же как и для течений с незамкнутыми линиями, сохраняют значение коэффициента зацепления. Суть доказательства, представленного Арнольдом, заключается в построении коротких путей, замыкающих длинные незамкнутые линии, и в подтверждении того, что результат не зависит от выбора этих путей. Грубо говоря, топологическое значение инварианта (6) можно понять на примере линий тока, обвивающих тор. Действительно, пусть в цилиндрических координатах (r, ϕ, z)

$$\mathbf{v} = v_0[0, J_1(r/r_0), J_0(r/r_0)],$$

где J — функция Бесселя первого рода. Для малых r и r_0 , т.е. вблизи оси z цилиндра, $v = \omega r$ и $\omega = v_0/r$. Исходя из соотношения $\mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{a}$ легко показать, что в этом случае потенциал \mathbf{a} совпадает с $r_0 \mathbf{v}$, где r_0 — фиксированная длина, так что

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} = r_0 v_0^2 (J_1^2 + J_0^2)_{r < r_0} \simeq r_0 v_0^2 J_0^2.$$

Подсчитаем количество зацеплений линий тока на единицу длины вдоль оси цилиндра. Интенсивности трубок тока радиусов $r_\epsilon \ll r_0$, ориентированных вдоль оси цилиндра и в азимутальном направлении, равны соответственно $F_z = \int v_z dS_z$ и $F_\phi = \int v_\phi dS_\phi$. Количество зацеплений в объеме радиуса r равно

$$(F_z F_\phi)^{-1} \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} d^3 \mathbf{r} = v_z \omega \pi r^2 / F_z \left(\frac{1}{2} F_\phi r_0^{-1} \right).$$

Нулевая спиральность течения вовсе не означает отсутствия зацеплений; суммарный эффект может быть нулевым, если они имеют разные знаки. Однако если подходящий выбор калибровки для потенциала \mathbf{a} может обратить плотность спиральности течения в ноль:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} \equiv 0, \quad (7)$$

то, как известно, векторный потенциал \mathbf{a} может быть представлен в виде $\mathbf{a} = \eta \nabla \psi$, где η и ψ являются функциями координат, а скорость $\mathbf{v} = \nabla \eta \times \nabla \psi$ направлена вдоль линий пересечения плоскостей $\psi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$. Следовательно, условие (7) эквивалентно условию (1) для движения по двумерным невырожденным стационарным поверхностям. Таким

образом, тождество (7) является топологически инвариантным условием двумерности течения.

Строго говоря, семейство поверхностей $\psi = \text{const}$ может вырождаться в линии или точки застоя (где $\mathbf{v} = \mathbf{0}$), но для задачи динамо эти вырожденные случаи оказываются несущественными. Заметим, что при соответствующем выборе калибровочного преобразования величина $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}$ всегда может быть обращена в ноль в окрестности любой заданной точки. Другими словами, совокупность поверхностей, на которых располагается поле скоростей, всегда можно построить вблизи такой точки. Однако за пределами этой локальной области равенство $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} = 0$ не выполняется, когда течение имеет зацепление. Вырожденные линии возникают там, где потенциал \mathbf{a} имеет особенности. Например, в только что рассмотренном случае цилиндра при $r \ll r_0$ можно выбрать $a_\phi = a_z = 0$ и $a_r = \frac{1}{2}v_0 r z - v_0 r \phi$, так что $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} = 0$. Однако тогда потенциал \mathbf{a} не является однозначным: линия $r = 0$ является линией ветвления потенциала. Естественно, продолжая формальные вычисления и проводя разрезы, мы найдем, что количество зацеплений отлично от нуля. Для поверхностей $\psi = \text{const}$ (в этом случае $r = \text{const}$), на которых находится поле скоростей, особенности потенциала соответствуют вырождениям поверхностей в линии. Заметим, что на этих линиях ветвления скорость не обращается в ноль. Если область построения потенциала скорости расширяется так, что в ней имеется лишь конечное число линий ветвления, то зацепления (хотя и могут присутствовать) не могут вести к быстрой генерации поля (см. гл. 5). В стохастическом течении линия ветвления может заполнять целую область пространства — стохастическую область, — в которой поведение магнитного поля намного сложнее (гл. 7).

III. Другие спиральности

Помимо спиральности течения, характеризующей зацепление линий тока, часто целесообразно рассматривать другие спиральности, характеризующие другие виды зацепления. Эти спиральности были рассмотрены раньше, чем спиральности течения. Существует вихревая спиральность (Моффат, 1978)

$$\chi_\omega = \int \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} d^3\mathbf{r} = \int \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) d^3\mathbf{r},$$

которая описывает зацепления вихревых линий, т. е. кривых, параллельных полю $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$. Основным интерес к вихревой спиральности вызывает

тот факт, что аналогичная величина определяет генерацию среднего поля в зеркально-асимметричной турбулентности. Эта генерация характеризуется псевдоскаляром (гл. 8)

$$\alpha \sim \langle \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle,$$

где осреднение производится по ансамблю турбулентных ячеек. Для того чтобы отождествить α с числом зацеплений, необходимо приложить некоторые усилия. Трудность заключается в том, что $\int \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} d^3\mathbf{r}$ пропорционален количеству зацеплений вихревых линий, только когда нормальная компонента вектора завихренности ω_n обращается в ноль на границе объема интегрирования. Иначе ничто не мешало бы нам выбрать объем интегрирования настолько маленьким, что он вовсе бы не содержал зацеплений (зацепления являются нелокальными объектами!).

Очень важно, что α может быть выражена через среднюю спиральность течения, которая определяется тем же способом, что и средняя вихревая спиральность. Заметим, что для турбулентной ячейки эта величина

$$\chi_v = \int \mathbf{v}_T \cdot \mathbf{a}_T d^3\mathbf{r},$$

очевидно, является калибровочно-инвариантной.

Найдем связь между средней спиральностью течения и вихревой спиральностью. Рассмотрим однородную изотропную зеркально-асимметричную турбулентность. Исходя из соображений симметрии находим, что тензор корреляции для векторного потенциала поля скоростей в представлении Фурье имеет вид:

$$\langle a_i(\mathbf{k}_1) a_j(\mathbf{k}_2) \rangle = (c\delta_{ij} + dk_i k_j + h\varepsilon_{ijl} k_l) \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2); \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_1,$$

где h пропорциональна спиральности $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}$. Используя это выражение для тензора корреляции для поля скоростей $\mathbf{v} = i\mathbf{k} \times \mathbf{a}$, получаем:

$$\langle v_i v_j \rangle = \{ck^2(\delta_{ij} - k^{-2}k_i k_j) - hk^2\varepsilon_{ijl} k_l\} \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2).$$

Отсюда находим

$$\langle \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle = -k^2 \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} \rangle.$$

В координатном представлении это соотношение имеет вид:

$$\langle \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle = \nabla^2 \langle \mathbf{a} \cdot \mathbf{v} \rangle. \quad (8)$$

Так как на границе $\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = 0$ (что эквивалентно обычному условию $v_n = 0$), соотношение (8) устанавливает однозначное соответствие между двумя спиральностями.

В общем случае связь между $\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}$ и $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega}$ не так проста. Можно легко привести примеры, когда линии тока находятся на плоскостях, параллельных плоскости xy , и зависят от z и для которых $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} = -v_x(\partial v_y/\partial z) + v_y(\partial v_x/\partial z) \neq 0$. Таким образом, плотность вихревой спиральности нельзя использовать для того, чтобы различать двух- и трехмерные течения. Обращение в ноль вихревой спиральности накладывает более сильное ограничение на течение, чем обращение в ноль спиральности течения. В любом случае, если течение не содержит точек застоя ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$), то из $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} \equiv 0$ немедленно следует, что $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} \equiv 0$.

Введенная спиральность χ_v является аналогом известной магнитной спиральности $\int \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} d^3\mathbf{r} = \chi_H$, где \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля \mathbf{H} (Волчер, 1958; Моффатт, 1978). Она определяет количество зацеплений линий магнитного поля и отражает известную аналогию между уравнением индукции и уравнением, определяющим бесконечно малый вектор перемещения между двумя соседними элементами жидкости. Эту последнюю аналогию ранее связывали со свойством замороженности поля. Естественно сравнить вихревую спиральность χ_v со спиральностью $\int \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) d^3\mathbf{r} \sim \int \mathbf{H} \cdot \mathbf{j} d^3\mathbf{r}$, описывающей зацепление электрических токов. Кроме того, по аналогии с перекрестной спиральностью $\chi_{H\omega} = \int \mathbf{H} \cdot \mathbf{v} d^3\mathbf{r}$ (магнито-вихревая спиральность), которая определяет зацепление силовых линий магнитного поля с вихревыми линиями (Пуке и др., 1976; Моффатт, 1978), разумно ввести

$$\mathcal{S}_{Hv} = \int \mathbf{H} \cdot \mathbf{a} d^3\mathbf{r}.$$

Эта величина, очевидно, характеризует количество силовых линий магнитного поля, зацепленных с линиями тока \mathbf{v} ; она является калибровочно-инвариантной, когда объем бесконечен или когда $H_n = 0$ на границе конечного объема среды. В частности, \mathcal{S}_{Hv} калибровочно-инвариантна для трубки магнитного потока. Отметим, что \mathcal{S}_{Hv} не является спиральностью, поскольку она представляет собой скаляр, в отличие от псевдоскаляра. Еще один общеизвестный скаляр — это энергия $\int H^2 d^3\mathbf{r}$, определяющая зацепления силовых линий магнитного поля с линиями электрического тока. В гидродинамике зацепление линий тока с вихревыми линиями определяется интегралом $\int v^2 d^3\mathbf{r}$. Следует подчеркнуть, что такая интерпретация уместна только для жидких сред и полей, которые занимают ограниченные, односвязные пространства или которые достаточно быстро стремятся к нулю на бесконечности. В частности, она неприменима для невихревых потоков, для которых $\boldsymbol{\omega} \equiv \mathbf{0}$, но $\int v^2 d^3\mathbf{r} \neq 0$.

Вообще говоря, топологические инварианты, характеризующие зацепления различных линий, не обязательно должны являться интегралами движения. Тем не менее оказывается, что многие такие инварианты являются сохраняющимися. Например, вихревая спиральность — это интеграл движения для идеальной жидкости с $v_n = 0$ на границе, движение которой происходит под действием только консервативных сил (Моффатт, 1978). Также сохраняются магнитная спиральность $\int \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} d^3\mathbf{r}$, перекрестная спиральность $\int \mathbf{H} \cdot \mathbf{v} d^3\mathbf{r}$, энергия и т. д. Однако топологические инварианты χ_v и \mathcal{I}_{Hv} , связанные с векторным потенциалом поля скоростей, не обязательно являются сохраняющимися. Действительно, умножим скалярно уравнение Эйлера

$$\partial \mathbf{v} / \partial t = \mathbf{f} \quad (9)$$

на \mathbf{a} , где $\mathbf{f} = \nabla w - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$, а ∇w включает в себя все консервативные силы; тогда, принимая некоторое условие калибровки (скажем, $\nabla \cdot \mathbf{a} = 0$), приводим уравнение (9) к виду:

$$\partial \mathbf{a} / \partial t = \nabla^{-1} \times \mathbf{f}$$

и затем скалярно умножим его на \mathbf{v} . В итоге получаем:

$$\frac{d(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})}{dt} = 2\mathbf{a} \cdot (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) + \nabla \cdot \mathbf{v} \left\{ (\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})\mathbf{v} + 2\left(w - \frac{1}{2}v^2\right)\mathbf{a} - \mathbf{a} \cdot \nabla^{-1} \times \mathbf{f} \right\}.$$

Интегрируя это выражение по всему объему, занимаемому жидкой средой, и применяя теорему Гаусса, получаем:

$$\partial \chi_v / \partial t = 2 \int \mathbf{a} \cdot (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) d^3\mathbf{r}. \quad (10)$$

Интеграл по поверхности обращается в ноль, когда $\mathbf{v} = O(r^{-2})$ при $r \rightarrow \infty$ или когда $\mathbf{a} \cdot \mathbf{n} = 0$ на границе. Интеграл в правой части (10) в точности совпадает с числом зацеплений линий тока с линиями кориолисовой силы.

Аналогичный расчет показывает, что скорость изменения спиральности магнитного потока

$$d\mathcal{I}_{Hv}/dt = \int \mathbf{A} \cdot (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) d^3\mathbf{r}$$

определяется зацеплениями силовых линий магнитного поля также с линиями кориолисовой силы. Необходимо отметить, что спиральность магнитного потока также является сохраняющейся величиной для стационарного двумерного течения. В этом случае

$$d(\mathbf{H} \cdot \mathbf{a})/dt = (\mathbf{H} \cdot \nabla)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}) = \nabla \cdot \{\mathbf{H}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})\},$$

так что \mathcal{I}_{Hv} сохраняется.

ГЛАВА 7

Магнитные поля в стационарных течениях

I. Быстрое динамо

Мы уже несколько раз отмечали, какую важную роль играют магнитные числа Рейнольдса R_m в эволюции магнитного поля. Так как в астрофизических условиях это число очень велико, основной теоретической задачей является определение скорости роста и соответствующих распределений поля в пространстве в пределе $R_m \rightarrow \infty$. Нужно обратить внимание, что предел следует искать после получения решения (вначале $t \rightarrow \infty$, а затем $R_m \rightarrow \infty$). Следовательно, в общем случае поля не являются замороженными в плазму.

В гл. 5 и 6 мы рассматривали роль топологии течения в генерации магнитных полей. В случае двумерных течений возможны только медленные динамо, в которых скорость роста $\gamma = H/H$ стремится к нулю при $R_m \rightarrow \infty$. Такие динамо не дают объяснения относительно быстрому росту и изменению магнитных полей большинства астрофизических объектов с большим числом Рейнольдса. Следовательно, вопрос о том, существует ли быстрое динамо, в котором скорость роста поля стремится к ограниченной положительной величине при $R_m \rightarrow \infty$, приобретает фундаментальное значение.

Теория дает положительный ответ на этот вопрос. В гл. 4 мы ссылались на простой, но очень выразительный пример быстрого динамо, так называемое «веревочное» динамо. С точки зрения топологии рассматриваемые преобразования (сворачивание в восьмерку и ее последующее складывание) не являются тривиальными. Во-первых, они существенно трехмерны. Во-вторых, отдельный полный обход замкнутой кривой после складывания превращается в двойное перемещение по петле. Диссипация нужна для преобразования старой кривой в две кривые топологически эквивалентные окружности. Диссипация необходима и для того, чтобы поперечное сечение

петли не утончалось со временем ($t \rightarrow \infty$) из-за растяжений. Эти особенности обсуждались в гл. 4, и сейчас мы возвращаемся к ним лишь чтобы задать вопрос, может ли такой механизм работать в гидромагнитных течениях электропроводящей среды. Мы без труда можем представить себе такие течения, но *a priori* не очевидно, являются ли они стационарными, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$. Важно также найти аналитическое или численное описание процесса, удобное для практических расчетов.

Стоит отметить, что топологическая запутанность и стохастические области могут возникать и в стационарных полях скорости, описываемых гладкими функциями. При этом поведение траекторий частиц жидкости оказывается запутанным и соседние траектории расходятся экспоненциально быстро. При выполнении условий вмороженности это привело бы к экспоненциальному росту напряженности магнитного поля, но одновременно возникает экспоненциальное уменьшение некоторых масштабов поля, поле концентрируется в жгутах (волоконках) или слоях, для которых вмороженность нарушается при любой электропроводности. Возникает пространственная перемежаемость. В качестве примера течения, в котором возникают области стохастических траекторий (наряду с областями ламинарных траекторий), мы приведем течение, предложенное Арнольдом (1980):

$$\begin{aligned}v_x &= A \sin z + C \cos y, \\v_y &= B \sin x + A \cos z, \\v_z &= C \sin y + B \cos x\end{aligned}$$

и исследованное в численном эксперименте Энона (1966) для случая $A = 3^{1/2}$, $B = 2^{1/2}$, $C = 1$.

В § III мы построим искусственный пример стационарного течения, которое имеет сходство с моделью быстрого веревочного динамо. Поле скоростей описывает течение, которое является растяжением в одном из направлений и сжатием в других двух направлениях. Однако растущее решение строится в искривленном римановом пространстве. В евклидовом пространстве неизвестны примеры быстрых динамо в стационарных течениях (для медленного динамо см. Робертс, 1970). Как мы уже упоминали в гл. 6, для получения быстрого динамо в евклидовом пространстве течение, по-видимому, должно быть нестационарным (по крайней мере при больших числах Рейнольдса) и должно также обладать сложной топологией.

Однако важные элементы быстрого динамо присутствуют уже в стационарных течениях. Простейшим примером является экспоненциальное удлинение интервала между соседними частицами жидкости. Мы изучим этот случай в § II, рассматривая течение с однородной деформацией. Другим

важным элементом, который красной нитью проходит через всю главу, является ограниченность магнитной диффузии. Магнитная диффузия является основным препятствием для построения быстрого динамо в стационарном течении. В самом деле, магнитное поле в топологически запутанном течении переносится [член $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{H}$ в уравнении индукции] к малым масштабам, на которых оно исчезает под действием омической диссипации.

В последнем параграфе этой главы обсуждается проблема выталкивания магнитного потока из стационарного течения. Этот аспект важен для изучения распределений магнитных полей при больших числах Рейнольдса, когда возникают жгуты и слои поля.

II. Течение с постоянной деформацией

Эволюция магнитного поля в движущейся проводящей среде подчиняется уравнению

$$\partial \mathbf{H} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{H} = (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nu_m \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1)$$

и вызывается тензором деформации поля скорости или, более точно, симметричной частью этого тензора (§ 5.V). Рассмотрим простой случай постоянной деформации в несжимаемом потоке:

$$v_i = c_{ik} x_k + v_0, \quad (2)$$

где c_{ik} — постоянная матрица с нулевым следом. Теорию можно обобщить на случай, в котором матрица зависит от времени и, еще дальше, на случай, когда она является случайной функцией времени. Бэтчелор и др. (1959) и Новиков (1961) использовали это приближение для описания свойств стационарной турбулентности на малых масштабах, интерпретируя представление (2) как разложение поля скоростей в ряд Тейлора в окрестности заданной точки.

В этом параграфе мы сосредоточим наше внимание на случае постоянной матрицы c_{ik} (см. также замечание в конце параграфа).

Вторым постоянным членом в разложении (2) можно пренебречь вследствие инвариантности магнитного поля в медленно движущейся среде относительно преобразований Галилея. Кроме того, мы будем для простоты предполагать, что c_{ik} является диагональной¹. Обозначим ее собственные значения c_1, c_2, c_3 и для определенности положим, что $c_1 > 0$. Очевидно,

¹Экспоненциальные растяжения возникают из симметричной части c_{ik} . Чисто антисимметричная матрица приводит к линейному росту магнитного поля как функции времени.

что, поскольку среда является несжимаемой, $c_1 + c_2 + c_3 = 0$. Следовательно, по крайней мере одна из констант c_2 и c_3 является отрицательной. Таким образом, элементы среды, изначально сферические, будут растягиваться вдоль оси x и сокращаться вдоль осей y и/или z , приобретая форму нити в случае $c_2, c_3 < 0$ или «блина», если одна из констант c_2 или c_3 является положительной.

Стационарные решения уравнения индукции в поле скоростей (5.7) впервые были рассмотрены Моффатом (1963); двумерные течения были изучены Кларком (1965) [см. также § 3.IV монографии Моффатта (1978)]. Мы подробно исследуем поведение магнитных полей в поле скорости

$$\mathbf{v} = (c_1x, c_2y, c_3z), \quad c_1 + c_2 + c_3 = 0. \quad (3)$$

Линейность поля скорости, очевидно, подразумевает, что бесконечно малый вектор δx_i экспоненциально быстро растягивается. В силу несжимаемости, $c_1 + c_2 + c_3 = 0$, сферический объем среды вытягивается вдоль одной из осей (скажем, первой; $c_1 > 0$), или сжимается вдоль обеих оставшихся осей ($c_2, c_3 < 0$) в жгут, или же растягивается вдоль двух осей ($c_1, c_2 > 0$) и сжимается вдоль третьей в блин. В вырожденном случае антисимметричных матриц $c_{ik} \neq c_{ki}$ происходит лишь алгебраический рост. В качестве примера можно привести плоское течение Куэтта, для которого только $c_{12} \neq 0$.¹ Однако в контексте кинематического динамо нас интересуют только экспоненциальные решения, так что вырожденные случаи рассматриваться не будут.

Как известно (гл. 3), эволюция силовой линии магнитного поля в идеально проводящей среде похожа на эволюцию вектора δx_i при условии, что в начальный момент эти векторы были параллельны (условие вмороженности). Можно подумать, что это решает нашу проблему, по крайней мере в пределе высоких электропроводностей, представляющем значительный интерес. Например, при $c_1 > 0$ и $c_2, c_3 < 0$ компонента поля H_x растет экспоненциально, а две другие компоненты экспоненциально затухают. Однако в действительности ситуация выглядит совершенно иначе; даже при очень небольшом (но конечном) коэффициенте магнитной диффузии результат является противоположным.

В целях получения оценок удобно произвести фурье-анализ начального магнитного поля. Следует различать ситуации двух типов:

¹ Диагонализация этой матрицы при помощи перехода к вращающейся системе отсчета дает экспоненциальные растяжения и сжатия. Однако матрица c_{ik} является в таком случае периодической, так что удлинения сменяются сжатиями, что и приводит в итоге лишь к линейному росту магнитного поля.

(а) $c_1 > 0$, $c_3 < c_2 < 0$ (жгут).

В этом случае масштабы вдоль осей k_{02} и k_{03} экспоненциально уменьшаются со временем, при этом k_{02} и k_{03} меняются как $k_{02} \exp(|c_2|t)$ и $k_{03} \exp(|c_3|t)$. Следовательно, почти все гармоники, кроме $\mathbf{k}_0 = 0$ и гармоник, содержащихся в узком конусе, параллельном оси k_{01} (рис. 7.1 а), затухают с невероятной скоростью, пропорциональной $\exp[-\nu_m k^2(t)]$, т. е. как экспонента экспоненты! Значимый вклад в магнитное поле дают только гармоники, находящиеся в конусе $k^2(t) = O(1)$. Этот конус имеет поперечное сечение в форме эллипса с полуосями, пропорциональными $\exp(-|c_2|t)$ и $\exp(-|c_3|t)$. В силу бездивергентности поля ($\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{k} = 0$) направления гармоник с волновыми векторами, находящимися внутри этого конуса, являются почти ортогональными оси конуса; более точно, они образуют «ортогональный конус». Проекция гармоник, заключенных в конусе с осью k_{10} , оказываются порядка k_{10}/k_{20} , так что они растут со временем как $\exp(c_1 t) \times \exp(-|c_2|t)$, где первый множитель обусловлен растяжением вдоль оси k_{10} . Магнитное поле в \mathbf{r} -пространстве можно оценить как произведение амплитуды растущей гармоники на объем конуса, пропорциональный $\exp[-(|c_2| + |c_3|)t]$. Следовательно:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \sim \int \mathbf{H}_k d^3 \mathbf{k}_0 \sim \exp(-|c_2|t).$$

Таким образом, магнитное поле, растянутое в канат параллельно оси 1, асимптотически затухает.

Однако область, занимаемая магнитным полем, экспоненциально увеличивается благодаря растяжению вдоль оси 1. В результате полная магнитная энергия оценивается как

$$\int H^2 d^3 \mathbf{r} \sim \exp(c_1 - 2|c_2|)t$$

и увеличивается при $c_1 > 2|c_2|$. Подчеркнем, насколько важен в данном случае коэффициент магнитной диффузии. Он стабилизирует масштабы вдоль второй и третьей осей, но не препятствует растяжению вдоль первой оси.

(б) $c_1 > c_2 > 0$, $c_3 < 0$ (блин).

В этом случае конус состоит из волновых векторов, близких к плоскости (k_{01}, k_{02}) ; см. рис. 7.1. Его апертура уменьшается как $\exp(-|c_3|t)$, поскольку конус определяется условием $k^2(t) \sim k_{03} \exp(|c_3|t) \sim O(1)$. Очевидно, что гармоника с максимальным ростом направлена вдоль оси k_{01} , а ее волновой вектор близок к оси k_{03} . Его амплитуда растет как $\exp(c_1 t)$,

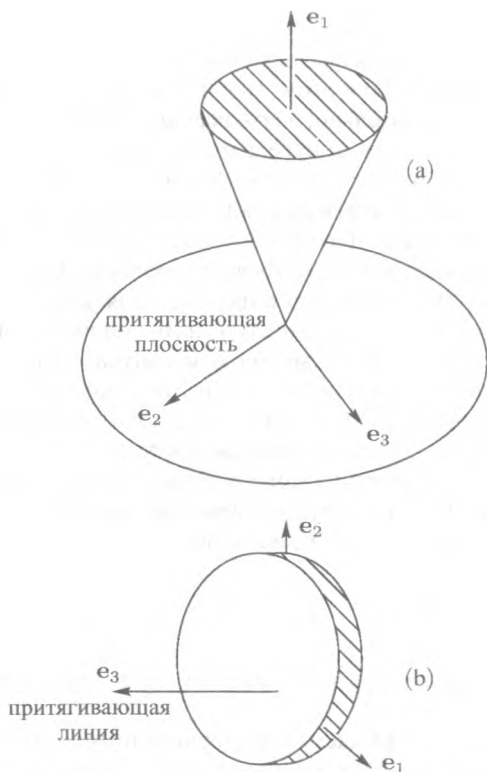


Рис. 7.1. Конус волновых векторов, соответствующий гармоникам магнитного поля, которые не затухают в результате магнитной диффузии: $a - c_1 > 0 > c_2 > c_3$; $b - c_1 > c_2 > 0 > c_3$

так что магнитное поле в \mathbf{r} -пространстве асимптотически стремится к нулю как

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \sim \exp(c_1 t) \times \exp(-|c_3|t) = \exp(-c_2 t).$$

Для того чтобы оценить полную магнитную энергию, умножим $H^2(\mathbf{r}, t)$ на объем, занимаемый магнитным полем. Этот объем уменьшается как $\exp(c_1 + c_2)t$, поскольку теперь растяжение происходит в плоскости (k_{01}, k_{02}) . Вновь асимптотика для полной энергии имеет вид:

$$\int H^2 d^3\mathbf{r} \sim \exp(|c_3| - 2c_2)t$$

и растет при $|c_3| > 3c_2$.

Заметим, что $c_2 = 0$ соответствует плоскому движению: $v_y = 0$. В этом случае может происходить стабилизация магнитного поля с экспоненциально увеличивающейся магнитной энергией. Этот результат не противоречит теореме запрета для плоского трехмерного движения $v_x(x, y, z)$ и $v_z(x, y, z)$ (см. гл. 5). Эта теорема, в отличие от (5.7), подразумевает, что поле скоростей также стремится к нулю на бесконечности. В нашем случае экспоненциальное затухание компоненты H_y является независимым от других компонент, поскольку $v_y = 0$ (см. уравнение (1)). Однако это затухающее поле обеспечивает незатухающий источник для двумерного поля (H_x, H_z) благодаря экспоненциальному росту области, занимаемой компонентой H_y .

Рассмотрим теперь в общих чертах точное математическое решение (Зельдович и др., 1983). Задача решается следующим образом. Прежде всего исследуются частные решения

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = h(\mathbf{k}_0, t) \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{k}_0, t) \cdot \mathbf{r}] \quad (4)$$

типа плоской волны с зависящими от времени амплитудами и волновыми векторами. Подставляя (4) в уравнение (1) и приравнявая члены с одинаковыми степенями по r , находим, что

$$d\mathbf{k}/dt = -C\mathbf{k}, \quad (5)$$

где C — это c_{ik} (вообще говоря, недиагональная и зависящая от времени), и

$$d\mathbf{h}/dt + \nu_m k^2 \mathbf{h} = C\mathbf{h}. \quad (6)$$

Бездивергентность поля (4) требует выполнения соотношения

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{k} = 0,$$

которое поддерживается в ходе эволюции в силу уравнений (5) и (6).

Пусть $T_t \equiv T(t_0, t)$ — фундаментальная матрица уравнения (5) на отрезке (t_0, t) . Очевидно, что $T(t_0, t_0) = E \equiv \delta_{ij}$. Матрица T_t может быть символически записана в виде:

$$T_t = \prod_0^t (E - C^*(u) du). \quad (7)$$

Поскольку $\text{tr } C^* = \text{tr } C = 0$, имеем $\det T_t = 1$. Решение уравнений (5) и (6) легко находится в терминах матриц T_t :

$$\mathbf{k}(\mathbf{k}_0, T) = T_t \mathbf{k}_0,$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_0, t) = (T_t^*)^{-1} \mathbf{h}_0 \exp \left[-\nu_m \int_0^t k^2(\mathbf{k}_0, s) ds \right], \quad (8)$$

где $\mathbf{h}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{k}_0)$ — спектр Фурье начального магнитного поля.

Таким образом, решение задачи (1) найдено в виде плоских волн (4) и (8). Заметим, что

$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \int \mathbf{h}_0 e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k}_0.$$

Линейный характер проблемы подразумевает, что

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{h}(\mathbf{k}_0, t) e^{i\mathbf{k}(\mathbf{k}_0, t) \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k}_0$$

или, после подстановки (8),

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \int \exp \left[i(T_t \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}) - \nu_m \int_0^t (T_s \mathbf{k}_0)^2 ds \right] (T_t^*)^{-1} \mathbf{h}_0 d^3 \mathbf{k}_0. \quad (9)$$

Используя замену переменной $\mathbf{k} \rightarrow T_t \mathbf{k}$, теорему Парсеваля и затем применяя обратное преобразование, получаем выражение для магнитной энергии, а именно $(1/8\pi)$ помножить на

$$\int H^2 d^3 \mathbf{r} = \int \exp \left[-2\nu_m \int_0^t (T_s \mathbf{k}_0)^2 ds \right] |(T_t^*)^{-1} \mathbf{h}_0|^2 d^3 \mathbf{k}_0. \quad (9')$$

Стандартный асимптотический анализ выражения (9) приводит к вышеописанным выводам (Зельдович и др., 1983). Отметим еще одну деталь. В простейшем случае (3) решение (9) принимает вид:

$$H_x(\mathbf{k}, t) = H_x(\mathbf{k}, 0) \exp \left\{ c_1 t + \frac{\nu_m}{2} \left[\frac{k_x^2}{c_1} (e^{-2c_1 t} - 1) + \frac{k_y^2}{c_2} (e^{-2c_2 t} - 1) + \frac{k_z^2}{c_3} (e^{-2c_3 t} - 1) \right] \right\},$$

а выражения для H_y и H_z имеют аналогичный вид. Пусть $c_3 < c_2 < 0$, $c_1 > 0$. Полученная асимптотика показывает, что поле вначале растет со скоростью c_1 независимо от магнитной вязкости. Характерная продолжительность этой фазы

$$t_* \simeq \frac{1}{2} |c_3|^{-1} \ln(|c_3|/\nu_m k_z^2) \equiv \frac{1}{2} |c_3|^{-1} \ln R_m,$$

т. е. наибольший рост $H_x(\mathbf{k}, t)$ происходит при больших масштабах в направлении оси z . При $t \rightarrow \infty$ только постоянное поле растет экспоненциально и зависимость от x также экспоненциально стремится к нулю. Легко

видеть, что при $t \sim t_*$

$$H_*^2/H_0^2 \sim R_n^{c_1/|c_3|},$$

где, очевидно, $1 \leq c_1/|c_3| \leq 2$.

Оказывается, результаты, полученные в простейшем случае постоянной диагональной матрицы C , приблизительно такие же, как и в случае, когда $C_\xi(t)$ является матрицей для стационарного случайного процесса, удовлетворяющего естественным требованиям эргодичности. Простейшим примером является $C_\xi(t)$, постоянная на протяжении интервалов времени Δt , на которых она принимает постоянные значения C_0, C_1, \dots, C_n .

Редукция стохастического случая к простейшему основана на теореме Ферстенберга–Тутубалина (см. Зельдович и др., 1983), которая утверждает, что существует базис (e_1, e_2, e_3) и неслучайные константы $\gamma_1 > \gamma_2 > \gamma_3$, где $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 0$ (так называемые индексы Ляпунова) такие, что асимптотически при больших t

$$(T_t \mathbf{k})^2 \sim k_1^2 e^{2\gamma_1 t} + k_2^2 e^{2\gamma_2 t} + k_3^2 e^{2\gamma_3 t},$$

где k_1, k_2, k_3 — координаты вектора \mathbf{k} в заданной системе образующих. Базис (e_1, e_2, e_3) зависит от полного пути процесса $C_\xi(t)$ и не может быть определен в начальный момент $t = 0$.

Основная идея такой редукции очень проста. Рассмотрим деформации сферической области в эллипсоид посредством матриц с единичным определителем (как в случае потока несжимаемой жидкости). Тогда масштаб точек сферы, которые растягиваются, больше половины (рис. 7.2), так что при случайном повороте направлений растяжения-сжатия влияние растяжения будет преобладающим. В результате исходная сфера растягивается в некотором направлении. Таким образом, рассматривая задачу (2) с постоянной матрицей $C_\xi(t)$ в базисе (e_1, e_2, e_3) , мы сводим ее к ранее рассмотренному случаю постоянной диагональной матрицы $C = (-\gamma_1, -\gamma_2, -\gamma_3)$. Следовательно, основные выводы этой главы действительно также и в стохастическом случае, а именно: магнитное поле экспоненциально затухает со временем и однородно по r . Когда $H_0 = O(r^{-3})$ при $r \rightarrow \infty$ и $\gamma_2 \neq 0$, полная магнитная энергия $\int H^2 d^3r$ экспоненциально растет.

В двумерных стохастических течениях ($\gamma_2 = 0$), которые соответствуют обратимым стохастическим процессам, магнитное поле затухает вследствие случайных поправок $\eta(\sim t^{1/2})$ к скорости роста [сравните это с неслучайным случаем (а)].

При условии постоянной деформации (2) поля скоростей пространственное распределение магнитного поля в конечном счете является совокупностью тонких жгутов и (или) слоев. Среднее значение поля такого перемежаемого распределения оказывается, очевидно, намного меньшим, чем

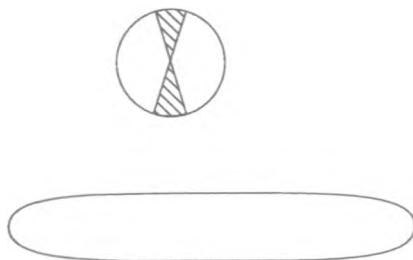


Рис. 7.2. При растяжении сферы в эллипсоид, которое характеризуется унимодулярной матрицей, масштаб в направлениях сжатия (заштрихованные области) вполонину меньше

в местах сосредоточения поля. Например, в случае жгутов $\langle H \rangle \sim R_m^{-1} H n$, где n — число жгутов в пространстве.

Спектр магнитного поля является анизотропным. Магнитным жгутам в k -пространстве соответствуют конфигурации, а слоям соответствуют жгуты в k -пространстве.

Заметим, что линейная аппроксимация поля скоростей типа (2) не вполне адекватна для описания проблемы турбулентного динамо. Для такого описания необходимо учесть нелокальные свойства поля скоростей (к примеру, конечную корреляционную длину).

III. Течения с растяжениями на компактном многообразии

Течение с однородной деформацией, обсуждавшееся в предыдущих параграфах, имеет серьезный недостаток: оно является бесконечным в пространстве. Здесь мы рассмотрим искусственный механизм деформации, ограниченный компактной областью (Арнольд, 1972; Арнольд и др., 1981). Такое течение является стационарным и имитирует ключевое свойство стохастического течения — экспоненциально растущее расстояние между соседними частицами среды.

Поведение магнитного поля для данного стационарного течения несжимаемой проводящей жидкости подчиняется уравнению индукции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{H} &= (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v} + R_m^{-1} \nabla^2 \mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Область движения жидкости представляет собой трехмерное компактное многообразие, построенное в декартовых координатах как произведение двумерного тора $\{(xy) \bmod 1\}$ на отрезок $0 \leq z \leq 1$, причем концевые точки отождествляются по закону

$$(x, y, 0) \equiv (2x + y, x + y, 1).$$

На этом многообразии в качестве римановой метрики можно ввести метрику \mathbb{R}^3 , инвариантную относительно преобразований:

$$\begin{aligned} (x, y, z) &\rightarrow (x + 1, y, z), \\ (x, y, z) &\rightarrow (x, y + 1, z), \\ (x, y, z) &\rightarrow (2x + y, x + y, z + 1). \end{aligned} \quad (11)$$

Последнему преобразованию соответствует матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

которая имеет собственные значения

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}(3 \pm 5^{1/2}), \\ \lambda_1 \lambda_2 &= 1, \quad \lambda_1 \simeq 2.62 > 1, \quad \lambda_2 \simeq 0.38 < 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Переход от координат (x, y, z) к координатам (p, q, z) , где p направлен вдоль собственного вектора с $\lambda_2 < 1$ и q направлен вдоль собственного вектора с $\lambda_1 > 1$, преобразует метрику к виду:

$$ds^2 = e^{-2\mu z} dp^2 + e^{2\mu z} dq^2 + dz^2, \quad \mu = \ln \lambda_1 \simeq 0.96, \quad (13)$$

который является инвариантным относительно преобразований (11) и, следовательно, определяет аналитическую риманову структуру всего этого трехмерного компактного многообразия. В этом римановом пространстве мы рассматриваем стационарное поле скоростей

$$\mathbf{v} = (0, 0, v), \quad (14)$$

где $v = \text{const}$, так что $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ и $\nabla \times \mathbf{v} = 0$. При таком движении промежуток между соседними частицами среды экспоненциально удлиняется в p -направлении.

В пространстве с метрикой (13) дифференциальные операторы имеют вид:

$$\begin{aligned}\nabla &= (e^{\mu z} \partial / \partial p, e^{-\mu z} \partial / \partial q, \partial / \partial z), \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= e^{\mu z} \partial H_p / \partial p + e^{-\mu z} \partial H_q / \partial q + \partial H_z / \partial z, \\ (\nabla \times \mathbf{H})_p &= e^{-\mu z} [\partial H_z / \partial q - \partial (e^{\mu z} H_q) / \partial z], \\ (\nabla \times \mathbf{H})_q &= e^{\mu z} [\partial (e^{-\mu z} H_p) / \partial z - \partial H_z / \partial p], \\ (\nabla \times \mathbf{H})_z &= e^{\mu z} \partial H_q / \partial p - e^{-\mu z} \partial H_p / \partial q, \\ \nabla^2 &= e^{2\mu z} \partial^2 / \partial p^2 + e^{-2\mu z} \partial^2 / \partial q^2 + \partial^2 / \partial z^2;\end{aligned}$$

$\nabla^2 \mathbf{H}$ вычисляется как $-\nabla \times \nabla \times \mathbf{H}$.

Для поля скоростей (14), проецируя уравнение (10) на направления $\exp\{-\mu z\} \nabla_p$, $\exp\{\mu z\} \nabla_q$ и ∇_z , получаем:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_p}{\partial t} + v \frac{\partial H_p}{\partial z} &= -\mu v H_p + R_m^{-1} \left[(\nabla^2 - \mu^2) H_p - 2\mu e^{\mu z} \frac{\partial H_z}{\partial p} \right], \\ \frac{\partial H_q}{\partial t} + v \frac{\partial H_q}{\partial z} &= \mu v H_q + R_m^{-1} \left[(\nabla^2 - \mu^2) H_q + 2\mu e^{-\mu z} \frac{\partial H_z}{\partial q} \right], \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} + v \frac{\partial H_z}{\partial z} &= R_m^{-1} \left(\nabla^2 - 2\mu \frac{\partial}{\partial z} \right) H_z.\end{aligned}\quad (15)$$

В уравнение для z -компоненты поля не входят остальные две компоненты, так что асимптотически H_z затухает при $t \rightarrow \infty$. В самом деле, мы можем помножить последнее уравнение на H_z и проинтегрировать его по объему, заключенному между плоскостями $z = 0$ и $z = 1$. Поскольку значения интегралов $\oint H_z^2 dp dq$ в этих плоскостях совпадают, мы имеем

$$(d/dt) \int H_z^2 dp dq dz = -2R_m^{-1} \int (\nabla H_z)^2 dp dq dz.$$

Знак минус в правой части и означает убывание интересующей нас компоненты. Теперь для простоты мы можем предположить, что компонента поля $H_z = 0$. Уравнения для p - и q -компонент отличаются лишь знаком перед μ ($\mu \rightarrow -\mu$), так что достаточно рассмотреть только q -компоненту, которую мы обозначим как H , с $\mu > 0$. Тогда

$$\partial H / \partial t + v \partial H / \partial z = \mu v H + R_m^{-1} (\nabla^2 - \mu^2) H. \quad (16)$$

Сформулируем теперь граничные условия. Проще всего это сделать, возвратившись к исходной системе координат (x, y, z) . Симметрия относительно (11) означает, что функция H является периодической по x, y

и может быть записана в виде:

$$H(x, y, z, t) = \sum_{n,m} H_{n,m}(z, t) \exp[2\pi i(nx + my)] = \sum_{\alpha,\beta} h_{\alpha,\beta}(z, t) \exp[i(\alpha p + \beta q)], \quad (17)$$

где n, m — целые; α, β связаны с $2\pi n, 2\pi m$ линейным преобразованием, устанавливающим отношение (x, y) к (p, q) (которое эквивалентно повороту декартовых осей x, y на угол $\text{tg}^{-1}(2 - \lambda_2) \simeq 58^\circ$). Свойство симметрии относительно трансляции вдоль оси $z, H_z(x, y, z, t) = H(2x+y, x+y, z+1, t)$, позволяет нам наложить ограничения на амплитуды Фурье. Подставляя это в соотношение (17), мы получаем:

$$H_n(z+1) = H_{A'n}(z),$$

где $n = (n, m)$, а A' — транспонированная матрица A . В рассматриваемом случае $A' = A$ и трансляция вдоль оси z эквивалентна переходу от компонент Фурье с индексами $(n, m) = n$ к компонентам Фурье A_n . Исключением является случай $n = m = 0$ (когда магнитное поле не зависит от x, y или p, q); тогда $A_0 = 0$. Вообще говоря, применение матрицы к вектору n перемещает точку (n, m) по гиперболе в плоскости (n, m) (рис. 7.3).

Если $H(x, y, z, t)$ — аналитическая функция, то ее фурье-компоненты $h_{\alpha,\beta}(z, t)$ должны экспоненциально убывать с ростом α и β . Тогда согласно (11) функция $h_{\alpha,\beta}(z, t)$ должна убывать не медленнее, чем двойная экспонента. Если функция k раз дифференцируема, трансформанта Фурье убывает как полином.

Таким образом, решения уравнения (16) должны быть периодическими по x и y . Если решение не зависит от p и q , то $H(z, t)$ должна быть периодической по z . Когда есть зависимость от p или q , фурье-компоненты $h_{\alpha,\beta}(z, t)$ должны быстро убывать с ростом $|z|$.

Сначала рассмотрим случай $R_m^{-1} = 0$. В лагранжевой системе координат решение задачи Коши находится немедленно. Возвращаясь в эйлерову систему координат, мы имеем:

$$H(p, q, z, t) = e^{\mu vt} H(p, q, z - vt, 0). \quad (18)$$

Когда начальное поле не зависит от p и q , решение представляется в виде суперпозиции собственных функций $\exp(2\pi i m z)$ с собственными значениями:

$$\gamma_m = \mu v - 2\pi i m v, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

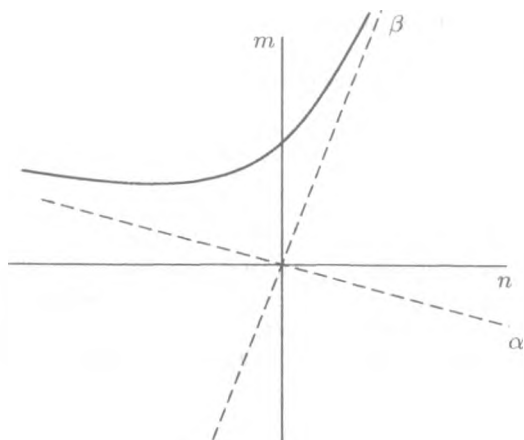


Рис. 7.3. Пунктирные оси указывают направления собственных векторов матрицы A с собственными значениями $\lambda_1 > 1 > \lambda_2$. Поскольку $\lambda_1 \lambda_2 = 1$, произведение mn сохраняется при действии A на вектор с компонентами n, m , т. е. происходит перемещение вдоль гиперболы

В этом можно легко убедиться, разложив (18) в ряд Фурье по z . Если начальное поле не зависит от p и q (являясь периодической функцией x, y), то, как отмечено выше, фурье-компоненты разложения по p и q должны убывать с ростом $|z|$. Следовательно, упомянутое выше множество функций не описывает решения, удовлетворяющего граничным условиям. Ситуация, которая на самом деле возникает из-за того, что оператор трансляции вдоль оси z в (18) обладает конечным спектром.

Рассмотрим более общий случай, $R_m^{-1} \neq 0$. Как и раньше, уравнение (16) обладает решениями периодическими по z и не зависящими от p и q с собственными значениями

$$\gamma_m = \mu v + R_m^{-1}(4\pi^2 m^2 - \mu^2) - 2\pi i m v. \quad (19)$$

Когда начальное поле зависит от p и q , характер решения совершенно непохож на (18). Трансляция $z - vt$ вдоль оси z эквивалентна перемещению (вдоль гиперболы) гармонических чисел функции $h_{\alpha, \beta}(z, t)$ при фиксированном z . Следовательно, любая заданная гармоника в конце концов переходит в область с большими волновыми числами, где диссипация становится критической. Асимптотически, при $t \rightarrow \infty$, она затухает, независимо от R_m . Опишем этот процесс.

Когда мы ищем решения в виде (17), т.е. $h_{\alpha,\beta}(z,t) \exp i(\alpha p + \beta q)$, уравнение (16) дает нам

$$\frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial t} + v \frac{\partial h_{\alpha\beta}}{\partial z} + R_m^{-1} [\mu^2 - R_m \mu v + \alpha^2 e^{2\mu z} + \beta^2 e^{-2\mu z}] h_{\alpha\beta} = R_m^{-1} \frac{\partial^2 h_{\alpha\beta}}{\partial z^2}. \quad (20)$$

Естественно предположить, что при $R_m^{-1} \rightarrow 0$ слагаемые, содержащие экспоненты, играют центральную роль. Итак, рассмотрим укороченный вариант уравнения, а именно

$$\partial h_{\alpha\beta} / \partial t + v \partial h_{\alpha\beta} / \partial z + [R_m^{-1} (\alpha^2 e^{2\mu z} + \beta^2 e^{-2\mu z}) - \mu v] h_{\alpha\beta} = 0.$$

Два его первых интеграла имеют вид:

$$I_1 = z - vt,$$

$$I_2 = h_{\alpha\beta}(z,t) \exp[-\mu z + (R_m^{-1}/2\mu v)(\alpha^2 e^{2\mu z} - \beta^2 e^{-2\mu z})].$$

С их помощью легко построить решение задачи Коши для начального поля $h_{\alpha\beta}(z,0)$:

$$\begin{aligned} h_{\alpha\beta}(z,t) &= h_{\alpha\beta}(z-vt,0) \exp\{\mu vt - (R_m^{-1}/2\mu v) \times \\ &\quad \times [\alpha^2 e^{2\mu z}(1-e^{-2\mu vt}) - \beta^2 e^{-2\mu z}(1-e^{2\mu vt})]\}, \\ h_{\alpha\beta}(z-vt,0) &= \exp[\mu vt + (R_m^{-1}/2\mu v)\beta^2 e^{-2\mu(z-vt)}]. \end{aligned}$$

Мы видим, что каждая $\alpha\beta$ -гармоника, $h_{\alpha\beta}(z,0)$, начального (ограниченного по оси z) поля $H(z,0)$ растет сначала пропорционально $\exp(\mu vt)$, затем по мере смещения вдоль оси z со скоростью v оно резко затухает как $\exp\{-(R_m^{-1}/2\mu v)\beta^2 \exp[-2\mu(z-vt)]\}$ за характерное время

$$t_* \simeq v^{-1} z + (2\mu v)^{-1} \ln(R_m \beta^{-2}).$$

Масштаб поля по z начинает быстро меняться [примерно за то же время, только $\ln(R_m^{-1}\mu^2)^{-1}$ стоит вместо $\ln(R_m^{-1}\beta^2)^{-1}$], т.е. в таком случае использование укороченного уравнения становится необоснованным.

Для нахождения асимптотического решения при $t \rightarrow \infty$ мы переходим от (20) к уравнению шредингеровского типа:

$$d^2\psi/dz^2 + (k^2 - U)\psi = 0,$$

где

$$\begin{aligned}\psi &= H \exp\left(-\frac{1}{2}vR_m z - \gamma t\right), \\ k^2 &= -\gamma R_m - \frac{1}{4}v^2 R_m^2 + \mu v R_m - \mu^2, \\ U(z) &= \alpha^2 e^{2\mu z} + \beta^2 e^{-2\mu z} = 2|\alpha\beta| \operatorname{ch}(2\mu Z), \\ Z &= z + \mu^{-1} \ln(|\alpha/\beta|^{1/2}).\end{aligned}$$

Потенциал U имеет минимум $U_{\min} = 2|\alpha\beta|$ в точке $Z = 0$ и резко возрастает экспоненциальным образом по обе стороны от минимума. Мы можем приближенно считать, что наименьший уровень «энергии» приближенно равен U_{\min} . Это дает

$$\gamma \simeq -\frac{1}{4}v^2 R_m + \mu v - \mu^2 R_m^{-1} - U_{\min} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} -\frac{1}{4}v^2 R_m.$$

Можно показать, что при $z \rightarrow \infty$ соответствующая собственная функция имеет вид:

$$h_{\alpha\beta}(z, t) \simeq \exp\left[\left(-\frac{1}{4}v^2 R_m + \mu v\right)t + \frac{1}{2}vR_m z - 2|\alpha\beta| \operatorname{ch} Z\right].$$

Таким образом, мы заключаем, что асимптотически при $z \rightarrow \infty$ выживают только решения, не зависящие от p и q .

Отметим существенно трехмерный характер этой проблемы. Растяжение происходит в плоскости p, q , а скорость потока направлена вдоль оси z . Именно это перемещение вдоль оси z обеспечивает коэффициент усиления $\exp(\mu vt)$ для поля, не зависящего от p и q . С другой стороны, то же перемещение вдоль оси z создает конечный спектр, результатом которого является драматическое затухание гармоник, зависящих от p или q .

Численное исследование реалистического поля скоростей в евклидовом пространстве (§ I), предпринятое Е. Коркиной (не опубликовано), показывает, что скорость роста $\gamma(R_m)$ ведет себя подобным образом, но становится положительной в определенном конечном интервале значений R_m .

IV. Выталкивание магнитного поля

Достаточно общей чертой движущихся проводящих сред является неоднородное распределение в них магнитного потока; поле сосредотачивается в отдельных областях пространства. Оно обнаруживается даже

в течениях с простой топологией, например при дифференциальном вращении $\omega_z(x, y)$, и является общей характеристикой стационарных течений с замкнутыми линиями тока. Эта тема подробно рассмотрена в монографии Моффатта (1978), некоторые дополнительные аспекты, связанные с перераспределением магнитных полей в сжимаемых жидких средах и с турбулентным диамагнетизмом, рассматриваются Паркером (1979) и Вайнштейном и др. (1980). Поэтому мы лишь кратко обсуждаем основную идею и упоминаем современные результаты.

Зельдович (1956) первым обратил внимание на выталкивание магнитного потока из двумерных течений. Большое значение имеют последующие решения, полученные Вейсом (1966), которые демонстрируют это явление как для отдельного вихря, так и для сетки вихрей. Выталкивание потока из области двумерного течения возникает из-за того, что стационарное магнитное поле должно в конце концов обращаться в ноль на линиях тока. В самом деле, пусть (Моффатт, 1978)

$$\mathbf{v} = (\partial\psi/\partial y, -\partial\psi/\partial x, 0),$$

где $\psi(x, y)$ — функция тока. В стационарном состоянии уравнение индукции (10) обращается в

$$\mathbf{v}\nabla \cdot \mathbf{A} = R_m^{-1}\nabla^2 \mathbf{A}.$$

Интегрируя это уравнение по площади, ограниченной замкнутой линией тока $\psi = \text{const}$, мы находим, что в несжимаемой среде левая сторона обращается в ноль, тогда как правая является пропорциональной произведению циркуляции скорости на $\partial\mathbf{A}/\partial\psi$. Отсюда следует, что \mathbf{A} должно быть константой, т. е. $\mathbf{H} = 0$.

С другой стороны, из гл. 5 мы знаем, что ограниченное в пространстве магнитное поле в двумерном течении всюду асимптотически затухает. Следовательно, стационарные магнитные конфигурации обязаны своим существованием особым граничным условиям, которые допускают ненулевые магнитные поля на бесконечности. На самом деле в стационарном состоянии поле всегда сосредотачивается в жгутах или слоях, толщина которых пропорциональна $R_m^{-1/2}$, как в случае простейшего течения из § II.

Кажется, что причиной временного роста магнитной энергии в двумерном течении является пространственная перемежаемость. Проблема в том, что сначала образование жгутов и слоев приводит к сильному увеличению градиента векторного потенциала (т. е. поля). Тогда из-за роста градиентов поля поле затухает (в силу нулевых граничных условий на бесконечности) или стремится к устойчивому состоянию (если допускается бесконечное расширение среды в нескольких направлениях).

Интересный результат был получен Чилдресом (1979), который рассчитал асимптотическое ($R_m \rightarrow \infty$) поведение спиральности двумерных периодических течений (см. также работу Ануфриева и Фишмана (1982)). Чилдрес разделил поле на среднюю (постоянную) и флуктуирующую части $\mathbf{H} = \langle \mathbf{H} \rangle + \mathbf{H}'$ и выразил спиральность как симметричную матрицу α_{ij} в соотношении

$$\alpha_{ij} \langle \mathbf{H}_j \rangle = \langle \mathbf{v} \times \mathbf{H} \rangle_i.$$

Используя изящные погранслоинные методы, Чилдрес показал, что в случае плоского периодического течения $\psi = \sin kx \sin ly$, спиральность убывает как $R_m^{-1/2}$ с ростом магнитного числа Рейнольдса, а стационарное магнитное поле сосредотачивается вблизи границы. Рассмотрим аксиально-симметричное поле скоростей (в цилиндрических координатах z, ρ, ϕ):

$$\mathbf{v} = (r^{-1})\partial\psi/\partial r, -r^{-1}\partial\psi/\partial z, w(\psi)),$$

где $w(\psi)$ — произвольная функция от ψ , $\psi = 0$ на границе и

$$-(\nabla^2 - 2r^{-1}\partial/\partial r)\psi > 0, \quad 0 < z < 1, \quad 0 < r < r_0.$$

Спиральность (и соответственно среднее значение э.д.с.) оказывается отличной от нуля в пределе $R_m \rightarrow \infty$, а наиболее сильное сосредоточение магнитного потока возникает у оси цилиндра. Этот результат еще раз отражает разницу топологий плоского и цилиндрического течений (см. гл. 5 и 6).

Чилдрес рассмотрел аксиально-симметричное магнитное поле, для которого действие динамо *априори* невозможно. Интересно было бы ввести в него зависимость от угла ϕ и построить класс динамо-решений для упомянутого выше поля скоростей. В соответствии с результатами гл. 5 они должны быть медленными (т. е. иметь скорость роста, стремящуюся к нулю при $R_m \rightarrow \infty$) или попросту быть стационарными.

Сегодня огромные усилия затрачиваются на исследование, в рамках солнечной и звездной конвекции, поведения магнитных полей в стационарных конвективных ячейках в трехмерных течениях. Дробышевский и Юфре-ев (1974) выявили топологическую асимметрию стационарной тепловой конвекции. Обычно жидкость прибывает в центрах ячеек и исчезает на периферии, так что восходящие элементы жидкости, в отличие от нисходящих, являются изолированными друг от друга. Это приводит к специфическому эффекту топологической накачки, которая приводит к перемещению среднего магнитного поля к низу ячейки, но затрудняет его восходящее обратное движение.

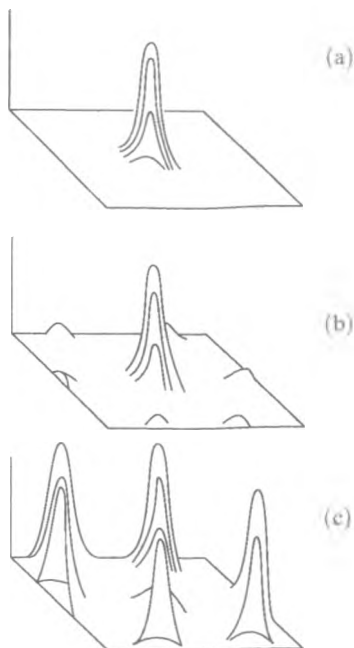


Рис. 7.4. Диаграмма напряженности постоянного вертикального магнитного поля ($R_m \geq 200$) (неполное схематическое воспроизведение прекрасных компьютерных диаграмм Галлоуэя и Проктора (1981): $a - z = 0$; $b - z = 0.5$; $c - z = 1$)

Галлоуэй и Проктор (1981) провели численное исследование эволюции изначально вертикального магнитного поля в конвекционной сетке с шестиугольными ячейками:

$$\mathbf{v} = \{u(x, y) \cos \pi z, v(x, y) \cos \pi z, w(x, y) \sin \pi z\},$$

где

$$u = (3\lambda^2/4\pi)\partial w/\partial x, \quad v = (3\lambda^2/4\pi)\partial w/\partial y,$$

$$w = \frac{1}{3} \cos(2\pi x/3^{1/2}\lambda) + \frac{2}{3} \cos(\pi x/3^{1/2}\lambda) \cos(\pi y/\lambda).$$

Это течение бездивергентно, и $(\nabla \times \mathbf{v})_z = 0$. Уравнение индукции (10) было проинтегрировано для этого поля скоростей для последовательности магнитных чисел Рейнольдса: $R_m = 20, 40, 80, 120, 200$ и 400 . При малых R_m

изменений в топологии силовых линий поля не наблюдалось и результаты были подобны случаю двумерных аксиально-симметричных течений. Перемены появлялись при $R_m \geq 80$. На рис. 7.4 показано распределение вертикальной составляющей магнитного поля в конечном устойчивом состоянии на трех различных уровнях: $z = 0, 0.5, 1$ и $R_m = 200$. В основании ячейки H_z сильнее всего в центре; в верхней части ячейки ситуация выглядит иначе — магнитный поток сосредоточен по углам шестиугольника. Архитектура магнитного поля производит сильное эстетическое впечатление.



Рис. 7.5. Диаграммы силовых линий поля в вертикальных плоскостях для постоянных решений: *a* — через центр ячейки и среднюю точку стенки ячейки; *b* — через центр ячейки и вершину основания; *c* — по стенке ячейки (по Галлоузю и Проктору, 1981)

На рис. 7.5, также основанном на их работе, показаны силовые линии магнитного поля в конечном устойчивом состоянии для $R_m = 200$. В статье также представлено, без иллюстрации, описание предшествующей эволю-

ции поля, которое формирует нейтральную точку внутри ячейки, постепенно смещающуюся по направлению к границе: происходит пересоединение силовых линий поля, следствием которого является перераспределение и сосредоточение потока.

ГЛАВА 8

Кинематические турбулентные динамо

Космические магнитные поля, как правило, эволюционируют в турбулентной среде (см. гл. 3). Таким образом, турбулентное динамо представляет большой интерес для астрофизических приложений. Естественно предположить, что в хорошо перемешанной, стационарной турбулентности магнитные поля становятся запутанными и мелкомасштабными. Как же тогда можно объяснить преобладание крупномасштабных астрофизических магнитных полей (см. гл. 2)?

Космическая турбулентность имеет два особенных свойства, которые нехарактерны для лабораторной турбулентности. Во-первых, она обычно является стратифицированной, т. е. присутствует градиент плотности $\nabla\rho$; во-вторых, она находится во вращающихся телах (планетах, звездах, галактиках). Это приводит к нарушению зеркальной симметрии среднестатистических параметров турбулентности. Даже из размерностных соображений очевидно, что можно построить скаляр, нарушающий четность, а именно $\Omega \cdot \nabla\rho$, где Ω — угловая скорость. Чтобы прояснить, что означает нарушение зеркальной симметрии $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, представьте себе ансамбль вихрей такой, что количество вихрей с противоположными направлениями резьбы (скажем, правой и левой) не одинаково. При отражении в зеркале левые вихри превращаются в правые и наоборот. Следовательно, число вихрей с одним направлением вращения становится при отражении числом вихрей с противоположным направлением. Аналогично турбулентность, которая в среднем является левовинтовой, под действием отражения становится в среднем правовинтовой, т. е. течение обладает спиральностью.

Идея о том, что среднее магнитное поле в случайно движущейся среде, течение которой не является зеркально симметричным, может расти, была впервые высказана Паркером (1955). Паркер рассмотрел ансамбль винтообразных вихрей, аналогичных циклонам в атмосфере Земли. Зеркальная симметрия нарушается, и, когда число правовинтовых циклонов не равно числу левовинтовых, возникает средняя спиральность. Однако это была довольно специальная модель, которая не привлекла внимания многих теоретиков. Зеркально-неинвариантные поля средних скоростей как генерато-

ры крупномасштабных магнитных полей фигурировали также в известных работах Брагинского (1964). Однако только после работ Штеенбека, Краузе и Рэдлера (1966) стало понятно, насколько общим и важным является нарушение зеркальной симметрии в случайных движениях для генерации среднего магнитного поля.

Работы Паркера и Брагинского были лишь предвестниками урагана, который ворвался в теорию турбулентного динамо и его приложения вслед за работой Штеенбека и его коллег. Превосходный обзор теории генерации среднего магнитного поля в зеркально-асимметричном течении дан в монографиях Моффатта (1978) и Краузе и Рэдлера (1980). Эти авторы используют двухмасштабное приближение: поле скоростей и магнитное поле разлагаются на среднюю (крупномасштабную) и флуктуирующую (мелкомасштабную) компоненты. Используя это приближение, для среднего магнитного поля можно получить замкнутое линейное дифференциальное уравнение, коэффициенты которого определяются средней скоростью и средними статистическими параметрами флуктуирующей составляющей скорости. В однородной изотропной турбулентности эти параметры описывают два основных эффекта: турбулентную диффузию среднего магнитного поля и среднюю спиральность. Неоднородность в турбулентности вызывает «турбулентный диамагнетизм», который впервые отметил Зельдович (1956).

Теория средних магнитных полей в этом приближении отличается простотой и физической доходчивостью, и она нашла себе множество полезных приложений в астрофизике. Однако расплатой за это является почти полное незнание флуктуирующих магнитных полей. Тем не менее при больших числах Рейнольдса эти поля превосходят значения средних полей и играют очень важную роль в динамике турбулентности. Теоретики до сих пор озабочены классическим вопросом (Бэтчелор, 1950) о том, могут ли мелкомасштабные магнитные поля генерироваться в отсутствие средней спиральности и среднего магнитного поля. Поэтому мы отклонимся от традиционного изложения этого предмета и попытаемся представить его таким образом, чтобы не оставить в стороне мелкомасштабные поля. Несмотря на это, нашей целью является прояснение основных физических деталей теории, и потому мы сосредоточим наше внимание на иллюстративных аспектах. Об этом будет рассказано в следующем далее первом параграфе, в котором обсуждаются особенности эволюции магнитного поля в случайной среде.

В этой главе мы ограничимся кинематическими моделями. Некоторые нелинейные аспекты теории турбулентного динамо обсуждаются в следующей главе.

I. Случайное блуждание частиц в среде

Если пренебречь диссипацией, то магнитное поле ведет себя аналогично вектору, соединяющему две соседние (бесконечно мало разнесенные) частицы в потоке среды (гл. 3). Следовательно, эволюция магнитного поля в случайных турбулентных движениях сводится к пониманию поведения пары блуждающих частиц среды.

Нетрудно рассчитать основные статистические свойства частиц в течении, если его модель построена путем обобщения к непрерывному случаю дискретного процесса случайных блужданий, в котором каждый шаг не зависит от предыстории. В теории вероятности такой процесс называется марковским. Основным качественным свойством течения, которое мы будем использовать, является его короткое время памяти или, иными словами, малость характерного времени корреляции t_c в сравнении с другими характерными временами, возникающими в контексте этой проблемы. Если $t \gg t_c$, то перемещение $\Delta X_i = X_i(t + \Delta t) - X_i(t)$ частицы, движущейся по траектории, не связано с положением частицы в момент времени t . Следовательно, если мы разобьем ось времени на интервалы длины Δt , то перемещения частицы за эти промежутки времени являются статистически независимыми, т. е. $X_i(t)$ является случайной величиной с гауссовским распределением. Известно, что благодаря диффузии частицы среднее отклонение $\langle X_i^2(t) \rangle$ линейно растет со временем. Нас интересует поведение пары частиц, двигающихся по соседним траекториям.

Предположим, что течение является несжимаемым ($\nabla_k v_k = 0$), однородным и изотропным. Если мы, к тому же, предполагаем, что оно является зеркально-симметричным, т. е. не меняется под действием преобразования $\mathbf{X}_i \rightarrow -\mathbf{X}_i$, то, как известно из гидродинамики (Batchelor, 1953; Монин и Яглом, 1967), корреляция скоростей в точках \mathbf{X}_1 и \mathbf{X}_2 зависит только от разделяющего их вектора $\mathbf{r} = \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2$ и однозначно определяется четной функцией $f(r)$. Более точно:

$$\langle v_i(\mathbf{X}_1, t) v_j(\mathbf{X}_2, t') \rangle = \frac{2}{3} v_0^2 \left[f(r) \delta_{ij} + \frac{1}{2} r (\delta_{ij} - r_i r_j r^{-2}) \right] \psi(t - t'), \quad (1)$$

где постоянный множитель v_0^2 является среднеквадратичной флуктуацией скорости при $r = 0$. Основные свойства функции $f(r)$ известны. Вблизи точки $r = 0$

$$f(r) \simeq 1 - r^2 / 2\lambda^2, \quad \lambda \equiv [-f''(0)]^{1/2}. \quad (1a)$$

В случае рассматриваемых здесь коротких времен корреляции функция $\psi(t - t')$ может быть аппроксимирована $\tau \delta(t - t')$. Иными словами, поле

скоростей является пределом скоростей $v^\Delta(\mathbf{x}, t) \sim (\tau/\Delta t)^{1/2}$ при $t \rightarrow 0$. Здесь представлено характерное время корреляции поля скоростей

$$\tau = v_0^{-2} \int_0^\infty \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t+s) \rangle ds.$$

Уравнение (1) определяет наиболее общий тензор второго ранга, зависящий только от \mathbf{r} , который удовлетворяет ранее сформулированным требованиям. В отсутствие зеркальной симметрии (1) получает дополнительный член $\frac{2}{3}v_0\chi(r)\varepsilon_{ijk}r_k\psi$, где псевдоскаляр $\chi(0)$ описывает корреляцию (плотность спиральности)

$$\chi(0) = (\tau/v_0)\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle.$$

Эта величина играет важную роль в генерации среднего магнитного поля.

Для соседних пар важное значение имеют одноточечные корреляции производных скоростей, которые определяются второй производной f [см. ниже (5), (6)]. Выпишем две из них:

$$\begin{aligned} \langle \nabla_l v_i \nabla_l v_i \rangle &= \langle \omega_i \omega_j \rangle = -5v^2 f''(0) = 5v^2/\lambda^2, \\ \langle \nabla_l v_i \nabla_l v_l \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$.

Удобно также ввести спектральные компоненты поля скоростей:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{v}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3\mathbf{k}.$$

В фурье-представлении с учетом зеркально-неинвариантного слагаемого, корреляция (1) принимает вид:

$$\begin{aligned} \langle v_i(\mathbf{k}, t) v_j(\mathbf{k}, t) \rangle &= \left\{ \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') + \right. \\ &\quad \left. + i \frac{\partial \chi(k)}{\partial k} \varepsilon_{ijl} k_l \right\} \psi(t - t'), \quad \langle v_i(\mathbf{k}, t) \rangle = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где спектральная плотность $E(k)$ определяет $\frac{1}{2}\langle v^2 \rangle = \int E(k) dk$, имеет размерность $[v^2] \cdot [L]$ и связана с $f(r)$ соотношением

$$E(k) = \frac{1}{3} v^2 k^2 \pi^{-1} \int_0^\infty f(r) r^2 [(\sin kr)/kr - \cos kr] dr.$$

Рассматриваемое течение является трехмерным. Интересно сравнить его с соответствующей двумерной (однородной и изотропной) турбулентностью. Положим, что все величины зависят лишь от двух координат, скажем x и y , и пусть $v_z = 0$. Тогда вместо (3) мы имеем:

$$\langle v_i, v_j \rangle = v_0^2 [f(r)\delta_{ij} + r(\delta_{ij} - r^{-2}r_i r_j)df/dr]\psi \quad (i, j = 1, 2), \quad (3')$$

где \mathbf{r} является теперь двумерным вектором (x, y) , и мы сохранили прежнюю форму записи для f и ее производной. Формально разница между этим выражением и (3) является в основном следствием двумерности символа Кронекера δ_{ij} : здесь $\delta_{ii} = 2$, тогда как в трехмерном случае $\delta_{ii} = 3$. Однако на самом деле двумерная турбулентность имеет качественно отличные свойства. Прежде всего, отсутствует зеркально-неинвариантное слагаемое. Это естественно, поскольку невозможно завязать узел без выхода за пределы плоскости. Также, в отсутствие диссипации, присутствует закон сохранения квадрата завихренности. Для всестороннего исследования свойств двумерной турбулентности мы отсылаем читателя к обзору Мирабеля и Монины (1979). Для нашей задачи двумерные течения представляют интерес, поскольку они не действуют как динамо (см. гл. 5). Поэтому они могут использоваться в качестве критерия, на фоне которого оцениваются доводы, предсказывающие, в применении к трехмерному случаю, действие динамо. Тем не менее (Зельдович, 1956) трехмерная магнитогидродинамическая турбулентность обладает свойством диамагнетизма, и существует возможность сильного, но временного роста магнитной энергии.

Выразим статистические характеристики трехмерного случайного блуждания частиц в терминах определенных нами корреляций. Рассмотрим сперва одну частицу. Скалярно умножая уравнение $d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}$ на \mathbf{r} и усредняя его, мы получаем:

$$d\langle r^2 \rangle / dt = 2\nu_T,$$

где

$$\nu_T = \int_0^\infty \langle \mathbf{v}(t') \cdot \mathbf{v}(t - t') \rangle dt' = \frac{1}{3} v^2 \tau \quad (4)$$

— коэффициент турбулентной диффузии.

Расстояние между парой частиц $\xi = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ также является гауссовской случайной величиной. Очевидно, $\langle \xi_i \rangle = 0$. Применяя нижеследующее соотношение, легко видеть, как меняется среднее квадратичное $\langle \xi^2 \rangle$,

$$\langle \exp i\mathbf{k} \cdot \xi \rangle = - \exp\left(-\frac{1}{2}k^2 \langle \xi^2 \rangle\right)$$

и полученное выше уравнение с ξ^2 , полученным из $r_1^2 + r_2^2 - 2\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2$. Суммируя, мы получаем (Казанцев, 1967):

$$d\langle \xi^2 \rangle / dt = (8\tau/3) \int \left(1 - e^{-\frac{1}{2}k\langle \xi^2 \rangle} \right) E(k) dk.$$

Вполне естественно, что далекие частицы ($k^2\langle \xi^2 \rangle \gg 1$) отдаляются друг от друга со скоростью, определяемой удвоенным коэффициентом диффузии ν_T . Для пары близких частиц можно разложить экспоненту. В первом ненулевом приближении

$$d\langle \xi^2 \rangle / dt = (4\tau/3) \langle \xi^2 \rangle \tau \int E(k) k^2 dk \sim \langle \omega^2 \rangle \tau \langle \xi^2 \rangle. \quad (5)$$

Таким образом, соседние частицы также удаляются друг от друга экспоненциально быстро, при условии неравенства нулю завихренности. Характерный временной масштаб, за который они отдаляются, порядка

$$\tau_2 = (l/\nu)^2 \tau^{-1}, \quad (6)$$

где l — длина, характеризующая турбулентность. Этот вывод относительно отдаления случайно блуждающих частиц является очень важным для динамики мелкомасштабных магнитных полей (§ III), потому что вмороженное поле ведет себя подобно вектору, соединяющему пару частиц.

На первый взгляд, закон рассеяния является экспоненциальным [см. уравнение (5)]. Однако эта формула верна только для малых отрезков времени. На самом деле разложение (5) предполагает, что спектральная функция значима при малых k , т. е. на больших масштабах. Этот факт является чрезвычайно важным. Оказывается, что на малых масштабах поведение пары частиц (и также магнитного поля, см. § III) подвержено влиянию крупномасштабного движения.

В двумерном случае частицы также отдаляются, но со значительно меньшей скоростью ($\sim t$). Очевидно, это происходит из-за того, что расстояние между частицами, вдоль перпендикуляра к поверхности движения, является ограниченным. (Оно постоянно для плоскости; см. также гл. 5.) Траекториями частиц являются линии уровня векторного потенциала, который имеет здесь лишь единственную ненулевую компоненту. Траектории не пересекаются и не запутываются, а значит, соседние частицы, движущиеся по близким траекториям, остаются близкими друг к другу; расстояние между ними может расти только как линейная функция времени (Arnold,

1972). Интересно, что на поверхностях постоянной отрицательной кривизны возможен экспоненциальный рост интервала между парой частиц. Однако такие поверхности невозможно ввести в трехмерном евклидовом пространстве (см. гл. 5).

II. Динамо среднего поля

Поведение магнитного поля описывается уравнением индукции. В условиях вмороженности, когда можно пренебречь диссипацией, это уравнение для несжимаемой жидкости аналогично уравнению переноса для расстояния между двумя соседними частицами:

$$\partial H_i / \partial t = -v_k \nabla_k H_i + H_k \nabla_k v_i, \quad \nabla_k \equiv \partial / \partial x_k. \quad (7)$$

Мы будем предполагать, что движение является случайным процессом с нулевой средней скоростью. В этом и последующих параграфах мы будем рассматривать поведение среднего поля $\langle H_i \rangle \equiv B_i$ и среднеквадратичного поля $\langle H_i^2 \rangle$. Усреднение осуществляется по множеству возможных полей скоростей или, более физично, по масштабам и временам поля скоростей, превосходящим масштаб корреляции l и корреляционное время τ .

Осреднение уравнений вида

$$\partial H_i / \partial t = \widehat{L}_{il} H_l,$$

к которым относится уравнение (7) со стохастическим оператором \widehat{L} , является нетривиальной математической операцией, рассматриваемой во множестве публикаций (см., например, van Kampen, 1974; Knobloch, 1978). Результатом является замкнутое уравнение для среднего поля. Мы предпочитаем здесь иной, менее строгий, но более прозрачный путь решения уравнения (7), который тоже является полезным (см., например, Kraichnan, 1975; 1976) и точно описывает поведение среднего поля, когда время корреляции скорости мало и поле скоростей может быть достаточно хорошо описано своими вторыми моментами.

Мы формально интегрируем уравнение (7) как

$$H_i(\mathbf{r}, t) = \int (-v_k \nabla_k H_i + H_k \nabla_k v_i) dt' + H_i(\mathbf{r}, 0)$$

и предполагаем, что начальное магнитное поле некоррелировано с полем скоростей. Подставляя это выражение в правую часть уравнения (7) и про-

изводя усреднение, мы получаем:

$$\partial B_i / \partial t = \int_0^t \widehat{P}_{il} B_l dt', \quad (8)$$

где оператор в подынтегральном выражении имеет вид

$$\begin{aligned} \widehat{P}_{il} = & \delta_{il} \langle v_k v'_m \rangle \nabla_k \nabla_m - 2 \langle v_k \nabla_l v'_l \rangle \nabla_k + \\ & + \delta_{il} \langle v_k \nabla_k v'_m \rangle \nabla_m - \langle v_k \nabla_k \nabla_l v'_l \rangle + \langle \nabla_k v_i \nabla_l v'_l \rangle. \end{aligned} \quad (8')$$

Знак штрих означает, что скорость берется в момент времени t' и корреляции в угловых скобках вычисляются в точке пространства x_i . Приближение является нестрогим из-за предполагаемого расщепления на множители корреляции магнитного поля и поля скоростей.

Наши выкладки можно обосновать для поля скоростей с коротким временем корреляции (Молчанов и др., 1982), когда усреднение по интервалу времени $(0, t)$ зависит в основном от предыстории магнитного поля. Корреляция не факторизуется только для коротких интервалов времени $(t - \Delta t, t)$, где Δt есть время корреляции. Однако магнитное поле может быть выражено через свои предшествующие значения при помощи разложения Тейлора.

Генерация магнитного поля определяется главным образом тензором $v_k \nabla_l v_i$. Важно подчеркнуть, что этот тензор в общем не совпадает со спиральностью и имеет более общий смысл. Например, для двумерного поля скоростей (где $v_z \equiv 0$, но v_x и v_y зависят от всех трех координат) легко увидеть, что компонента среднего поля B_z не зависит от остальных компонент и затухает независимым образом. Затем можно стандартным методом показать невозможность действия динамо. Спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle$ может быть ненулевой в силу того, что $\partial/\partial z \neq 0$, но это несущественно (гл. 5).

В двухмасштабном приближении $L \gg l$, где l — масштаб корреляции поля скоростей и L — масштаб, на котором меняются средние величины, тензор третьего ранга $\langle v_k \nabla_l v_i \rangle \equiv a_{ikl}$ может быть сведен к псевдотензору второго ранга α_{ik} . В действительности для любого t

$$\langle v_k(\mathbf{x}) \nabla_l v_i(\mathbf{x}) \rangle = \partial \langle v_k(\mathbf{y}) v_i(\mathbf{x}) \rangle / \partial x_l |_{\mathbf{x}=\mathbf{y}}.$$

Введем новые переменные:

$$\mathbf{r} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad \mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} + \mathbf{y}).$$

Для полностью однородной анизотропной турбулентности корреляция зависит только от \mathbf{r} . Симметрия

$$\partial \langle v_k(\mathbf{y}) v_i(\mathbf{x}) \rangle / \partial x_l |_{\mathbf{x}=\mathbf{y}} = -\partial \langle v_i(\mathbf{y}) v_k(\mathbf{x}) \rangle / \partial y_l |_{\mathbf{x}=\mathbf{y}}$$

очевидна, даже когда тензор не обладает зеркальной симметрией ($\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$). Следовательно, a_{ikl} является антисимметричным по индексам i, k и, следовательно, может быть записан как $\varepsilon_{ikm} \alpha_{lm}$, где

$$\alpha_{ik} = \varepsilon_{klm} \langle v_m \nabla_i v_l \rangle = \langle (\nabla_i \mathbf{v}) \times \mathbf{v} \rangle_k.$$

В слабо неоднородной двухмасштабной турбулентности появляется зависимость от \mathbf{R} . Однако поправка третьего ранга к псевдоскаляру α_{ik} , очевидно, порядка l/L . Тензор третьего ранга a_{ikl} следует использовать, когда масштаб магнитного поля порядка l (т. е. $L \sim l$).

В однородном изотропном поле скоростей только первые члены (8') не равны нулю. Тогда

$$\int \langle v_i v'_k \rangle dt' = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \delta_{ik} \tau,$$

$$\int \langle v_i \nabla_k v'_l \rangle dt' = -\frac{1}{6} \varepsilon_{ikl} \tau \langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle$$

с постоянным коэффициентом диффузии и спиральностью. Здесь генерация определяется средней спиральностью, и

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = \alpha \nabla \times \mathbf{B} + \nu_T \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (9)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{3} \tau \langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle. \quad (10)$$

Интересно, что добавление корреляции, описываемое последними двумя членами уравнения (8), эквивалентно введению в спиральность пространственной зависимости. Но затем, как легко видеть, вместо $\alpha \nabla \times \mathbf{B}$ в (9) возникает $\nabla \times (\alpha \mathbf{B})$.

Уравнение (9) подразумевает, что возможен экспоненциальный рост среднего магнитного поля. Легко построить решения для быстрого динамо в виде

$$\mathbf{B} = (\pm \sin kz, \cos kz, 0) e^{\gamma t}, \quad \gamma = -\nu_T k^2 \pm \alpha k, \quad (11)$$

которые экспоненциально растут для спиральности с одним из знаков и при довольно малых значениях $k < |\alpha|/\nu_T$, т. е. при достаточно больших масштабах. Максимальная скорость роста $\gamma_{\max} = \alpha^2/4\nu_T$ достигается, когда $k_{\max} = |\alpha|/2\nu_T$ (рис. 8.1).

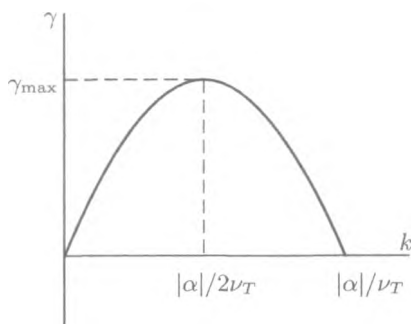


Рис. 8.1. Скорость роста среднего магнитного поля в зависимости от волнового числа для случайной среды с ненулевой средней спиральностью

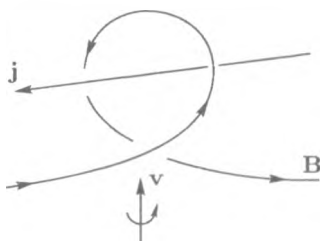


Рис. 8.2. Создание тока, (анти-)параллельного магнитному полю благодаря движению с $\alpha \neq 0$

Можно показать (Moffatt, 1978; Krause, Rädler, 1980), что генерирующее слагаемое в уравнении (9) имеет простой электродинамический смысл, а именно что электрическое поле и, следовательно, средний электрический ток направлены вдоль магнитного поля:

$$\mathbf{j} = -\sigma\alpha\mathbf{B} + \dots$$

Этот ток подразумевает, что множество винтообразных вихрей с ненулевой средней спиральностью допускают генерацию петель магнитного поля в плоскости, перпендикулярной плоскости начального поля (рис. 8.2).

Мы завершим этот параграф несколькими замечаниями. Наше первое замечание касается коэффициента омической диффузии ν_m , которым мы пренебрегли в дифференциальном уравнении (9) для среднего поля. Это

лагранжево приближение можно обобщить на случай конечного коэффициента магнитной диффузии (Молчанов и др., 1982). Идея заключается в описании магнитной диффузии как винеровского процесса, как это делается в теории броуновского движения. Мы напомним, что броуновское движение можно понимать как вязкий процесс (в духе Ланжевена), в котором не существует понятия траектории элемента жидкости, а можно и как (невязкое) движение по случайным траекториям (в духе Эйнштейна–Смолуховского–Винера). Применение этого метода к случаю коротких временных корреляций приводит к тем же уравнениям (8) и (9), но с заменой ν_T на $\beta = \nu_T + \nu_m$.

Второе замечание относится к предположению о мгновенных корреляциях, которое кажется серьезным сужением теории, поскольку в реальной турбулентности время корреляции $\Delta t \sim \tau = l/v_0$. Можно подсчитать поправки к уравнениям (8) и (9), которые пропорциональны степеням малого параметра $\Delta t/\tau$. Вид первого слагаемого в правой части уравнения (9) не меняется; поправки добавляются только к α . В приближении третьего порядка возникает качественно новый эффект, отрицательный вклад в коэффициент диффузии (Knobloch, 1977):

$$\begin{aligned} (\Delta t/\tau)^3 \langle \nabla_j v_i \cdot \nabla_m v_j \cdot v_r v_s \rangle \nabla_r \nabla_s B_m &\approx \\ &\approx (\Delta t/\tau)^3 [4 \langle \nabla_l v_p v_s \rangle \langle \nabla_p v_l v_s \rangle - \langle \nabla_l v_p v_s \rangle \langle \nabla_s v_l v_p \rangle] \Delta B_i / 15 = \\ &= -(\langle \alpha^2 \rangle / 18) (\Delta t/\tau)^3 \nabla^2 B_i. \quad (12) \end{aligned}$$

Здесь $\langle \alpha^2 \rangle$ обозначает среднеквадратичное отклонение спиральности. Этот результат был впервые получен из эвристических рассуждений Крейкнана (1976) [см. также Моффатт (1978)]. Таким образом, на рост среднего магнитного поля может влиять и средняя спиральность, и (даже в отсутствие среднего α) ее флуктуации.

Однако в следующем приближении, наряду с поправками к коэффициентам в уравнениях (8) и (9) и в уравнении, управляющем вторыми моментами, появляются слагаемые в третьих пространственных производных. Последовательность уравнений моментов будет возникать в следующих приближениях. Это значит, что истинные уравнения для магнитного поля являются интегральными уравнениями. Очевидно, можно рассматривать уравнения (8) и (9) как первое приближение в разложении точных уравнений в некоторые асимптотические ряды и очень тщательно учитывать поправки. Такое приближение неплохо до тех пор, пока характерные времена роста магнитного поля больше, чем τ . Например, в изотропном, зеркально-несимметричном случае, характерное время роста для среднего

поля равно [см. (11)]

$$2\beta/\alpha^2 \sim \tau/\chi,$$

которое превосходит τ , так как в реальных ситуациях $\chi \ll 1$. Асимптотические свойства (9) подробно изложены Исаковым и др. (1981). Минимальное время роста для второго момента поля равно $5\tau/4$ (см. § IV), т. е. на 25% больше, чем τ .

Обратимся теперь к вопросу о топологии. Генерация среднего поля в изотропном случае возможна, только если средняя спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle$ является ненулевой. В общем случае это условие не является необходимым для действия динамо. Например, для однородной анизотропной турбулентности возможно построить решение $B \sim \exp \gamma t$, $\text{Re } \gamma > 0$, $\langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle = 0$, но $v_i \omega_k \neq 0$. В действительности можно легко показать, что в длинноволновом приближении

$$\gamma^2 \simeq k_x^2 \alpha_2 \alpha_3 + k_y^2 \alpha_1 \alpha_3 + k_z^2 \alpha_1 \alpha_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0,$$

где α_1 , α_2 и α_3 — собственные значения (8') и \mathbf{k} — волновой вектор. Тогда при $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \neq 0$ (т. е. не в двумерных ситуациях) существуют точные решения с $\text{Re } \gamma > 0$.

В заключение мы отметим важность зависимости от времени для поля скоростей, даже если оно является в среднем стационарным. На первый взгляд может показаться, что для полностью стационарного течения $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ можно ввести такие же коэффициенты переноса α и β . Рассмотрим стационарное течение с $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \sim \alpha_s$. Введенный таким образом α_s является инвариантом отражения времени ($t \rightarrow -t$). Нужно подчеркнуть, что в турбулентном (нестационарном) случае обращение времени приводит к изменению знака α (или β). Таким образом, мы не видим, как можно построить α_s (или β_s) так, чтобы уравнения, аналогичные (9), давали быстрое динамо в предельном случае больших чисел Рейнольдса. Конечно, нельзя исключать медленных динамо, когда α и β зависят от ν_m .

III. Спектр мелкомасштабных полей

Крупномасштабное магнитное поле в турбулентном динамо неизбежно сопровождается мелкомасштабными магнитными полями. (Мы будем обозначать мелкомасштабную случайную компоненту магнитного поля с нулевым средним значением как \mathbf{b} .) Кроме того, невозможно генерировать крупномасштабное поле без мелкомасштабного, в уравнении (9) источником является среднее значение

$$\langle \mathbf{v} \times \mathbf{b} \rangle = \alpha \mathbf{B} - \beta \nabla \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{b} \equiv \mathbf{H} - \mathbf{B}. \quad (13)$$

В этой главе мы сделаем некоторые грубые оценки спектрального распределения этой компоненты.

Вычитая уравнение (9) из уравнения индукции для полного поля $\mathbf{V} + \mathbf{b}$, мы получаем уравнение, определяющее \mathbf{b} (см., например, Moffatt, 1978):

$$\partial \mathbf{b} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \nabla \times \mathbf{G} + \nu_m \nabla^2 \mathbf{b}, \quad (14)$$

где $\mathbf{G} = \mathbf{v} \times \mathbf{b} - \langle \mathbf{v} \times \mathbf{b} \rangle$. В дифференциальном законе Ома (13) этим слагаемым часто пренебрегают (приближение сглаживания первого порядка). Однако его присутствие необходимо при определении спектра мелкомасштабного поля; перенос энергии от крупных масштабов к малым происходит именно благодаря этому слагаемому. В этом смысле его роль аналогична нелинейному члену $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ в уравнения Навье–Стокса. Однако в нашем случае перенос сопровождается взаимодействием \mathbf{v} с полем \mathbf{b} . Мелкомасштабные магнитные поля могут расти не только благодаря деформации среднего поля, но также независимо, за счет самовозбуждения. Проблема динамо для мелкомасштабных магнитных полей при $\mathbf{B} = 0$ будет изучена в следующем параграфе. Здесь мы грубо рассматриваем действие среднего магнитного поля, пренебрегая самовозбуждением мелкомасштабных полей. Это вопрос был впервые рассмотрен Голицыным (1960) и затем развит Моффатом (1978).

Установившаяся скорость изменения \mathbf{b} является, очевидно, такой же, как и для крупномасштабного поля $B \sim \exp(\gamma t)$. Очевидно, что характерное время роста среднего поля γ^{-1} превосходит время оборота ячейки турбулентности, а также характерное время передачи магнитной энергии по спектру. Следовательно, за время $t < \gamma^{-1}$ мелкомасштабное поле можно рассматривать в среднем как стационарное, т. е. $\partial \langle b^2 \rangle / \partial t = 0$.

Чтобы получить порядок оценок амплитуды, мы вводим турбулентную вязкость. Мы заменяем слагаемое $(\mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{G})_k$, которое порождает каскад энергий в пространстве волновых векторов (k), на $\nu_T(k) k^2 b_k^2$, где $\nu_T \sim (\tau k^2)^{-1}$. Здесь $\tau(k)$ — характерное время передачи энергии на данном масштабе. Вместо амплитуд поля и скорости мы рассматриваем спектральные функции

$$\langle b^2 \rangle / 8\pi = \int M(k) dk, \quad \langle v^2 \rangle / 2 = \int E(k) dk.$$

В проблеме кинематического динамо, т. е. когда не учитывается обратное действие магнитного поля на движение, функция $E(k)$ предполагается заданной, например, в форме Колмогорова $E(k) \sim k^{-5/3}$. Из закона сохра-

нения потока энергии по всему спектру

$$\left(\int_k E dk \right) / \tau(k) = \text{const} \quad (15)$$

немедленно следует $\tau(k)$ ($\sim k^{-2/3}$ для колмогоровского спектра). Мы фиксируем внешний масштаб турбулентности, т. е. верхнюю границу инерциального интервала, k_0 . Тогда нижнюю границу (рассеяния) для инерциального интервала можно получить, приравняв $\tau(k)$ к характерному времени диссипации, т. е. $\tau_d = (\nu_m k^2)^{-1}$, так что

$$k_m = k_0 R_m^{3/4}.$$

Магнитная энергия вносится на масштабе k_0 крупномасштабным полем В [первое слагаемой в правой части уравнения (14)]. Приравнявая по порядку величины этот вводимый поток к потоку, переносимому к большим волновым числам в области $\tau(k) \ll \tau_d$, мы немедленно получаем:

$$M(k) \approx B^2 E(k) / 3\nu_T^2(k) k^2 \approx \frac{1}{3} \tau^2(k) k^2 E(k^2) B^2, \quad (16)$$

аналог соотношения Голицына (см. Moffatt, 1978, p. 290). Для спектра Колмогорова и k , близкого к k_0 , это дает (Рузмайкин и Шукуров, 1982):

$$M(k) \sim k^{-1}. \quad (17)$$

Интегрирование по всем k инерциального интервала (16) дает важное соотношение между средней энергией мелкомасштабного магнитного поля и энергией крупномасштабного магнитного поля. Результат существенным образом зависит от спектра «фоновой» гидродинамической турбулентности.

Для колмогоровского спектра

$$\langle b^2 \rangle \sim (\ln R_m) B^2. \quad (18)$$

Для другого спектра, скажем $E(k) \sim k^{-q}$, где $q < \frac{5}{3}$,

$$\langle b^2 \rangle \sim R_m^{(5/3-q)(1-q/3)} B^2. \quad (18a)$$

Используя такие грубые соображения, мы, конечно, не можем найти коэффициент пропорциональности в этих соотношениях, но зависимость от

магнитного числа Рейнольдса находится легко. Интересно, что при $R_m \gg 1$ мелкомасштабные поля всегда сильнее крупномасштабных. Чтобы оценить энергию, заключенную в мелкомасштабных полях, обычно пользуются соотношением $\langle b^2 \rangle \sim R_m B^2$. Однако оно действительно только для двумерной турбулентности (Зельдович, 1956; см. также гл. 5). Оно получено из (18а) при $q = 1$. Этот спектр является типичным для однородной изотропной двумерной турбулентности (Mirabelle and Monin, 1979). Спектр трехмерной турбулентности более крутой и, следовательно, показатель степени магнитного числа Рейнольдса меньше. Спектр Колмогорова оказывается исключительным, давая логарифм вместо экспоненты. В этом случае характерное время передачи энергии на масштабе k и время переворота ячейки турбулентности являются величинами одного порядка, $\tau \simeq v_k \cdot k$. Можно показать, что если спектр более крутой, чем колмогоровский спектр ($q > \frac{5}{3}$), то максимум энергии для мелкомасштабных полей сдвигается к k_0 , так что $\tau \sim \tau(k_0)$ и $\langle b^2 \rangle \sim B^2$.

В области, где омическое затухание является существенным, порядковые оценки дают спектр (Голицын, 1960)

$$M(k) \sim k^{-11/3}.$$

Качественная картина спектра для кинематического динамо представлена на рис. 8.3а.

Экспоненциальный рост крупномасштабного магнитного поля со скоростью γ приводит к росту спектральной плотности магнитной энергии со скоростью 2γ для любых масштабов. Сначала магнитная энергия станет порядка кинетической энергии вблизи масштаба рассеяния k_m . С этого времени на инерциальном интервале все больше доминируют магнитогидродинамические эффекты. Обратное действие поля на движение в конце концов становится существенным, при этом $M(k) \simeq E(k)$. Тогда турбулентность принимает форму случайных магнитогидродинамических волн, распространяющихся примерно с альфвеновской скоростью v_A , где $v_A^2 = \langle b^2 \rangle / 4\pi\rho$ и ρ — плотность. Время переноса энергии вдоль спектра определяется теперь характерным временем нелинейного взаимодействия между этими волнами. В слабой магнитогидродинамической турбулентности преобладает тройное взаимодействие волн (Сагдеев и Галеев, 1969), и $\tau^{-1}(k) = \omega_k(kM(k)/U)$, где $\omega_k = kv_A$ и U — однородная функция ($\text{см}^2/\text{с}^2$). Полагая $U = v_A^2$, мы получаем $\tau^{-1}(k) = k^2 M(k)/v_A$, и из сохранения потока энергии

$$\mathcal{E} = kM(k)/\tau(k) = k^3 M^2(k)v_A^{-1} = \text{const}$$

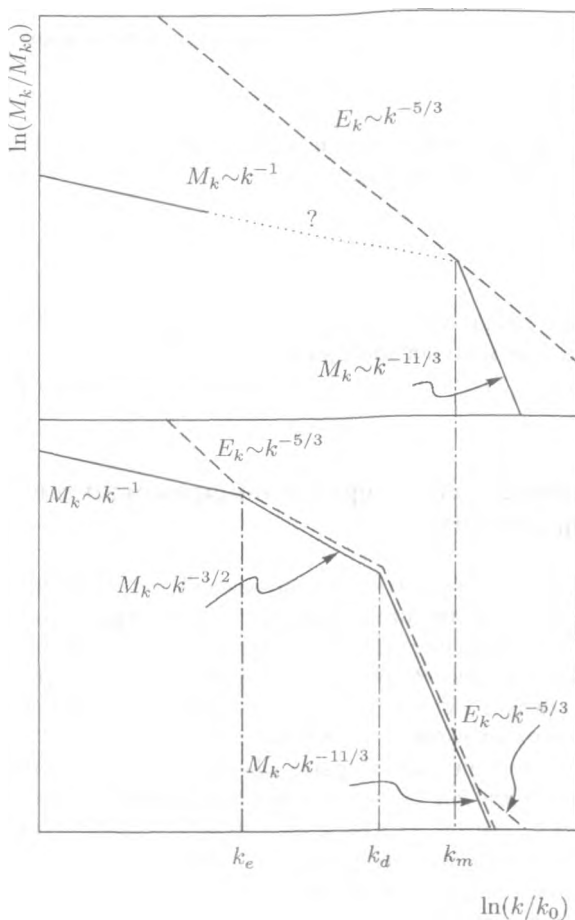


Рис. 8.3. Гидродинамический и магнитный спектры в зеркально-симметричной турбулентности: *a* — кинематический режим; *b* — МГД-турбулентность

мы получаем спектр

$$M(k) \sim k^{-3/2}, \quad (19)$$

впервые выведенный Ирошниковым (1963) и Крейкнаном (1965). Спектр мелкомасштабного магнитного поля после увеличения инерциального интервала показан на рис. 8.3 *b*. Нижняя граница k_e инерциального интервала

оценивается из $E(k_e) = M(k_e)$. Здесь мы можем использовать $E \sim k^{-5/3}$, так что

$$k_e = k_0(v_0/v_A)^3.$$

Верхнюю границу инерциального интервала можно найти, приравнявая скорость переноса энергии по спектру и скорость рассеяния энергии или попросту полагая $\tau(k) = \tau_d$:

$$k_d = (\varepsilon/v_A \nu_m^2)^{1/3} = k_0 R_m^{2/3} (v_0/v_A)^{1/3}.$$

Отметим, что в случае мелкомасштабных динамо, которые действуют независимо от механизма генерации динамо крупномасштабных полей, спектр на интервале $k_0 < k < k_e$ (или $k_0 < k < k_m$ в линейном режиме) совершенно иной.

IV. Магнитное поле в зеркально-симметричной турбулентности

Как известно, турбулентность с ненулевой средней спиральностью воздействует на силовые линии магнитного поля двояким образом. Во-первых, турбулентное запутывание уменьшает масштаб поля и увеличивает скорость омической диссипации. Во-вторых, как ясно из параграфа § I, увеличение расстояния между соседними частицами приводит к усилению поля. Вопрос об асимптотическом ($t \rightarrow \infty$) поведении магнитного поля в данном турбулентном течении был впервые сформулирован и решен Бэтчелором (1950). Он использовал сходство между уравнением индукции для поля и уравнением Гельмгольца для завихренности. Он пришел к выводу, что асимптотически экспоненциальный рост магнитного поля возможен, если магнитная вязкость ν_m меньше, чем кинематическая вязкость ν . Это сопоставление оправданно на начальных этапах эволюции поля и завихренности. В частности, закон (5) для интервала между соседними частицами содержит $\langle \omega^2 \rangle$. Однако на более поздних этапах эволюции эта аналогия не оправданна. В частности, уравнение индукции линейно, в то время как уравнение, определяющее завихренность $\omega = \nabla \times v$, является нелинейным, где скорость поддерживается в прежнем состоянии внешними источниками. Кроме того, рассуждения Бэтчелора применимы к двумерной однородной турбулентности, для которой динамо, как известно, невозможно (Зельдович, 1956). Позднее Саффман (1963) при помощи приближенного качественного анализа заключил, что динамо не может работать в зеркально-симметричной турбулентности, и результат Зельдовича (1956) о временном увеличе-

нии мелкомасштабного поля с последующим асимптотическим затуханием можно обобщить с двумерной на трехмерную турбулентность.

В последующие годы было опубликовано несколько статей (Казанцев, 1967; Kraichnan, Nagarajan, 1967; Knobloch, 1978; Vainstein, 1980b), которые с помощью различных математических методов показали, что динамо мелкомасштабных магнитных полей может действовать в однородной изотропной турбулентности. В статьях Knobloxa и Вайнштейна тензор корреляции скоростей раскладывается вблизи $r = 0$ в виде (1a). Это немедленно приводит к дисперсионному закону (5) для пары соседних частиц и дает характерное время (6). Если омическая диссипация незначительна, то магнитное поле растет неограниченно и экспоненциально за характерное время, определяемое второй производной корреляционной функции $f''(0)$ или аналогично вторым моментом спектральной функции. Позже Вайнштейн включил магнитную вязкость для того, чтобы вывести правильное граничное условие для функции корреляции магнитного поля при $r = 0$. При $\nu_m = 0$ поле неограниченно уменьшало бы свои масштабы, так что действие динамо было бы невозможным. Однако вышеупомянутые статьи не рассматривали поведение поля скоростей на больших расстояниях. Саффман (1963) обратил внимание на важность корреляции скоростей для больших масштабов. Такая ситуация хорошо иллюстрируется течением $v_i = c_{ik}x_k$, рассмотренным в предыдущей главе. Если предполагается, что течение присутствует в бесконечном пространстве [c_{ik} является случайной функцией времени], то магнитная энергия бесконечно растет со временем (§ 7.1). Несмотря на то что этот пример является искусственным, он четко указывает на необходимость рассмотрения корреляции поля скоростей для больших r .

Казанцев (1967) получил уравнение для корреляционной функции магнитного поля без каких-либо ограничений на мелкомасштабные корреляции поля скоростей. Единственными допущениями были однородность, изотропность и марковская природа процесса (малость времени памяти в сравнении с другими характерными временами). Проблема сводилась к вычислению

$$\langle H_i(\mathbf{k}, t) H_j(\mathbf{k}', t') \rangle = w(k, t) (\delta_{ij} - k^{-2} k_i k_j) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(t - t'),$$

где угловые скобки означают усреднение по распределениям скоростей и начального магнитного поля. Удобно использовать корреляционную функцию в r -пространстве

$$w(\mathbf{r}, t) = \int w(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k}.$$

Казанцев представил решение уравнения индукции в виде бесконечного ряда по малому параметру R_m^{-1} . Суммируя эти ряды при помощи диаграмм-

ной техники и затем дифференцируя, он получил интегральное уравнение для $w(\mathbf{k}, t)$. После было показано, что это уравнение может быть легко найдено методом винеровских траекторий, упомянутых в § II (Молчанов и др., 1982), используя лишь короткое время корреляции скорости.

В r -пространстве уравнение Казанцева может быть сведено при помощи следующих подстановок:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int (4\pi k^2)^{-1} E(k) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k}, \\ m(r) &= \frac{1}{2} \left(\nu_m + \frac{1}{3} \nu_T - r^{-3} \int_0^r V(s) s^2 ds \right), \\ \psi(r, t) &= (2mr^2)^{-1/2} \int_0^r w(s, t) s^2 ds, \end{aligned} \quad (20)$$

[ν_T — коэффициент турбулентной диффузии (4)] к уравнению шредингеровского типа

$$\partial \psi / \partial t = m^{-1}(r) \partial^2 \psi / \partial r^2 - 2U(r) \psi$$

для переменной массы в потенциале

$$U(r) = \frac{1}{2} r^{-1} df/dr + (mr^2)^{-1} - \frac{1}{8} m^{-3} (dm/dr)^2.$$

Асимптотические значения массы и потенциала равны:

$$\begin{aligned} m(r) &\simeq \begin{cases} \frac{1}{2} \nu_m, & r \rightarrow 0, \\ \frac{3}{2} \nu_T, & r \rightarrow \infty, \end{cases} \\ U(r) &\simeq \begin{cases} 2\nu_m/r^2, & r \rightarrow 0, \\ 2\nu_T/r^2, & r \rightarrow \infty. \end{cases} \end{aligned}$$

Очевидно, при $\nu_T \gg \nu_m$ в промежуточной зоне может быть потенциальная яма. При исследовании удобно применять специальное выражение для корреляционной функции $V(r)$. Мы будем предполагать, что

$$V(r) = \exp(-r^2/2\lambda^2).$$

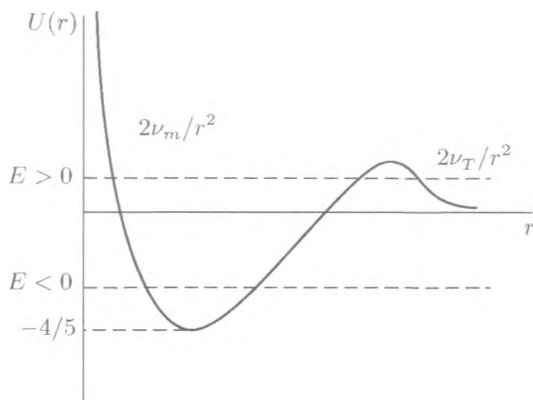


Рис. 8.4. Потенциал в задаче мелкомасштабных магнитных полей в данном поле скоростей. Состояние с энергией $E > 0$ обозначено пунктирной линией и соответствует временному росту энергии магнитного поля с последующим асимптотическим затуханием

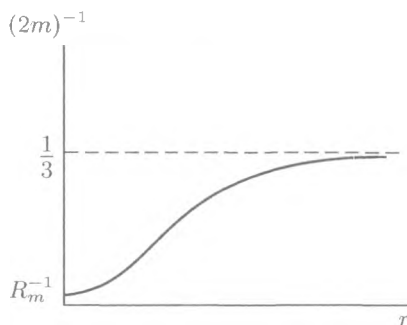


Рис. 8.5. Зависимость «эффективной массы» от радиуса

Тогда V везде положительна, стремится к нулю не бесконечности и является регулярным при $r \rightarrow 0$. Схематический рисунок потенциала показан на рис. 8.4, а массы — на рис. 8.5. Присутствие в этом потенциале уровней с отрицательной энергией подразумевает существование нестабильных экспоненциальных решений, для которых

$$\langle H^2 \rangle \sim \exp(2\gamma t), \quad E = -\gamma < 0.$$

Для того чтобы существовал хотя бы один уровень, необходимо, грубо говоря, выполнение соотношения

$$\int_{r_1}^{r_2} [2m(E - U)]^{1/2} dr \geq \frac{1}{2}\pi. \quad (21)$$

Первый уровень имеет энергию $E \simeq 0$ при $r_1 \simeq 0.2$, $r_2 \simeq 1.2$, $(2m)^{-1} \simeq R_m^{-1} + 0.3r^2$ и $U_{\min} \simeq -\frac{4}{5}$. Численный расчет интеграла (21) дает $(R_m)_{\min} \simeq 58$, и, следовательно, грубым критерием для неограниченного роста поля является $R_m \gtrsim 60$. Очевидно, что максимальная скорость роста соответствует дну потенциальной ямы: $\gamma_{\max} \simeq (4/5)l^{-1}v$.

Дополнительные требования связаны с асимптотическим видом волновой функции при $r \rightarrow 0$ ($\psi \sim r^2$, $w(0) = 1$) и при больших r [$\psi \sim \exp(-r)$]. Первое, как легко проверить, выполняется только при $\nu_m \neq 0$, т.е. для действия динамо условие вмерзженности поля должно быть нарушено. Экспоненциальное убывание волновой функции при $r \rightarrow \infty$ требует, чтобы $\int_0^{\infty} w(x)x^2 dx = 0$, т.е. $w(r)$ должна менять знак (см. рис. 8.6). Интересно, что корреляция завихренности $\langle w^2 \rangle$, подсчитанная непосредственно из (1), имеет такой же вид. Этим частично оправдывается сходство с вязкостью, использованное Бэтчелором. В фурье-представлении полученное условие означает, что при малых волновых числах спектр магнитной энергии, $\langle H^2 \rangle / 2 = \int M(k) dk$, имеет вид:

$$M(k) \sim k^4, \quad (22)$$

поскольку $M(0) = 4\pi k^2 \int_0^{\infty} wx^2 dx = 0$.

Особый интерес представляет предел $R_m \gg 1$. В этом случае (за счет роста эффективной массы) поле сосредотачивается на малых масштабах $\sim R_m^{-1/2}$.

Заметим, что, хотя трехмерная картина статистически зеркально-симметрична, спиральность обязательно присутствует в течении локально. Вид корреляции на рис. 8.6 демонстрирует, что направления силовых линий магнитного поля противоположны при больших r , но одинаковы при малых r , т.е. по мере приближения друг к другу магнитные петли должны складываться, поворачиваясь на 180° . Можно представить это так, что локально петли преобразуются в фигуры восьмерки и затем сливаются друг с другом.

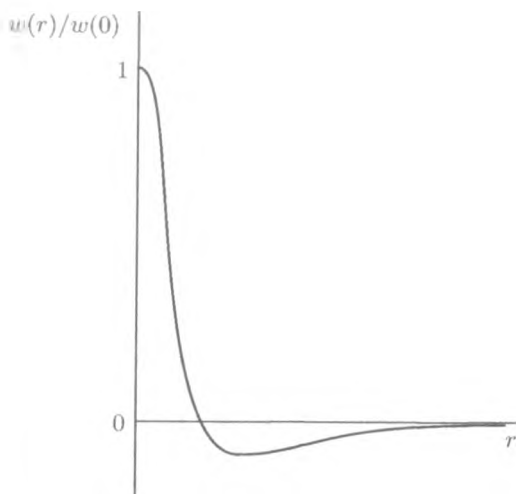


Рис. 8.6. Диагональная компонента $w = \langle H_i H_i \rangle$ корреляционного тензора магнитного поля при больших числах Рейнольдса

Когда магнитное число Рейнольдса меньше, чем $(R_m)_{\min}$, неограниченный рост магнитного поля невозможен и спектр $E (= -\gamma)$ является положительным и непрерывным. Однако эволюция начального поля не обязательно представляет собой монотонное затухание. При $1 \ll R_m < (R_m)_{\min}$ имеет место временное усиление поля. Этот эффект известен для двумерной турбулентности (Зельдович, 1956; Pouquet, 1978). Заметим, что в двумерном случае потенциал $U(r)$ везде положителен и имеет вид $2mU = \frac{3}{4}r^{-2}$.

В заключение мы хотим обратить внимание на то, что проделанные выше качественные оценки подтверждены численным исследованием уравнения Казанцева, проведенным В. Г. Новиковым и соавторами. Это исследование также затрагивает другие аспекты проблемы: зависимость γ от R_m , скорость распространения неоднородностей поля, другие альтернативы выбора $V(r)$ и т. д.

ГЛАВА 9

Турбулентное динамо в диске

В предыдущей главе мы получили уравнения, определяющие свойства средних величин магнитного поля. Было показано, что в бесконечном пространстве они имеют решения, которые растут со временем. На самом деле нас интересуют конечные небесные тела, т. е. планеты, звезды, галактики. Простейшим случаем является тонкий турбулентный вращающийся диск (или слой), окруженный вакуумом. Это может служить моделью галактического диска (гл. 12 и 13), рентгеновского диска (гл. 15) и даже конвективной зоны звезд (гл. 11) или жидких частей ядер планет. Итак, в этой главе мы подробно изучим генерацию среднего поля в тонком диске.

В осесимметричном случае задача крупномасштабного динамо для тонкого диска сводится к решению двух связанных уравнений, включающих в себя время и отдельную пространственную координату z , по которой откладывается расстояние в направлении, перпендикулярном к плоскости диска. В первом приближении другая пространственная координата, r , возникает лишь параметрически. Возникающая в результате «локальная» проблема собственных значений была рассмотрена в ряде работ (Parker, 1971; Вайнштейн и Рузмайкин, 1971; Moffatt, 1978; Рузмайкин и др., 1979; Рузмайкин, Соколов и Турчанинов, 1980) при различных предположениях о виде спиральности турбулентности. Общими чертами всех этих моделей являются наличие порога генерации поля и некоторые свойства симметрии. В других отношениях решения, как правило, существенно отличаются. Различия возникают из-за постулированной для спиральности функциональной зависимости от z , которая допускает для уравнений генерации решения с множеством различных мод. Следовательно, особенно интересно провести качественное исследование свойств уравнений динамо в диске, и именно это является целью данной главы.

Следующим шагом в теории дискового динамо является построение глобального динамо-решения путем комбинирования этих локальных решений, т. е. решений, которые включают r как параметр. Мы можем провести

аналогию с молекулярной теорией, где спектр и волновые функции электрона сначала рассчитываются для фиксированных ядер и затем добавляется движение ядер так, будто бы оно определяется потенциалом, рассчитанным из решений для фиксированных ядер. Можно показать (см. ниже), что скорость роста глобального решения близка к максимальной скорости роста локальных решений. Вдали от радиуса r_0 , где скорость роста является максимальной, поле имеет малую амплитуду.

Другое приближение заключается в том, чтобы взять предел, в котором сфероид превращается в тонкий диск (Stix, 1975; Soward, 1978; White, 1978). Благодаря тому что задача является теперь двумерной, исследование качественных деталей становится куда более сложным.

I. Уравнения генерации и граничные условия

Мы рассматриваем тонкий (толщина $2h$ много меньше радиуса R), дифференциально вращающийся (угловая скорость¹ $\omega = \omega(r)$), турбулентный диск. Уравнения, определяющие генерацию (в среднем) осесимметричного ($\partial/\partial\phi = 0$) магнитного поля в цилиндрических координатах, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_\phi) + \beta(\nabla^2 B)_r, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = G B_r + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_\phi) + \beta(\nabla^2 B)_\phi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \alpha B_\phi) + \beta(\nabla^2 B)_z, \quad (3)$$

где B_r , B_ϕ , B_z — компоненты среднего магнитного поля; $G \equiv r d\omega/dr$ — мера дифференциального вращения, α и β — спиральность и коэффициент турбулентной магнитной диффузии (см. гл. 8). Вообще говоря, средняя спиральность является псевдотензором α_{ik} . Однако в реальных астрофизических дисках турбулентность обычно является мелкомасштабной (длина перемешивания меньше, чем толщина диска) и, значит, почти изотропной. Следовательно, приближенно $\alpha_{ik} \approx \alpha \delta_{ik}$, где α — псевдоскаляр. Благодаря условию осевой симметрии, $\partial/\partial\phi = 0$, поля B_r и B_z могут быть заменены векторным потенциалом с единственной компонентой $A_\phi \equiv A$, т. е.

$$B_r = -\partial A/\partial z, \quad B_z = r^{-1} \partial(rA)/\partial r, \quad (4)$$

¹О случае $\omega = \omega(z)$ см. следующую главу (§ 10.1).

откуда автоматически следует $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Положим $B_\phi = B$. В приближении тонкого диска производными поля по r в уравнениях (1)–(3) можно пренебречь, т. е. $(\partial/\partial r)/(\partial/\partial z) \rightarrow 0$. Таким образом, мы можем ограничиться первыми двумя уравнениями с $(\nabla^2 \mathbf{B})_r = \partial^2 B_r / \partial z^2$ и $(\nabla^2 \mathbf{B})_\phi = \partial^2 B_\phi / \partial z^2$. В тонком диске компонента B_z мала,

$$B_z / B_r = O(h/R), \quad (5)$$

и может быть опущена при последующем анализе. Выбор граничных условий зависит от конкретной физической ситуации. В случае Галактики, пока электропроводность при $|z| > h$ может быть достаточно велика, бессилловые условия кажутся разумными, поскольку плотность межгалактической среды низка и давление газа вне диска пренебрежимо мало. Более того, \mathbf{B} должно быть потенциальным полем, поскольку бессилловые конфигурации с $\nabla \times \mathbf{B} \neq 0$ не стремятся к нулю гладко на бесконечности. Следовательно, благодаря осевой симметрии, $B = 0$ для $|z| > h$ ¹ и потенциал A удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA) \right) = 0, \quad (6)$$

общее решение которого может быть записано в виде линейной комбинации функций $\exp\{ikz\} J_1(kr)$, где k определяется из граничных условий $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ при $r = R$, т. е. $k \sim R^{-1}$. Таким образом, в случае тонкого диска $\partial A / \partial z \approx kA \approx 0$ на плоскостях $|z| = h$. Иначе говоря, мы можем предположить, что поведение интересующих нас решений вне диска схоже с их поведением в случае бесконечного диска (внешние поля которого не зависят от r и ϕ). В таких решениях $B = 0$ и $B_r = 0$. (Разумеется, вне диска конечных размеров поле стремится к нулю только на бесконечности.) Для этого поля $\partial A / \partial z = 0$ при $|z| > h$. Мы предполагаем, что вкладом ребра диска в процесс генерации можно пренебречь.

Граничные условия следуют из неразрывности азимутальной и полюидальной составляющих поля. В приближении тонкого диска ($kh \sim h/R \rightarrow 0$)

$$B(\pm h) = 0, \quad (7)$$

$$B_r = -\partial A(\pm h) / \partial z \simeq 0. \quad (8)$$

Заметим, что первое из этих условий является результатом осевой симметрии и неразрывности с внешним потенциальным полем. Второе граничное

¹ Поле B стремится к нулю из-за отсутствия нормального потока j_z . В действительности $j_z \sim \int B_\phi r d\phi = 2\pi r B$.

условие является приближенным и применимо только для тонкого диска. Эффекты нарушения этого условия обсуждаются в конце § IV.

В предельном случае, когда диск обладает бесконечной электропроводностью и диффузия через границы невозможна, генерация поля также невозможна (см. § IV). Паркер (1971) первым отметил, какую роль играет диффузия поля через границы в задаче дискового динамо.

Мы будем искать осесимметричные решения в виде:

$$B(z, t) = b(z)e^{\gamma t}, \quad B_r(z, t) = b_r(z)e^{\gamma t}. \quad (9)$$

Удобно ввести безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} z &\rightarrow z/h, \quad t \rightarrow t/h^2\beta^{-1}, \quad \gamma \rightarrow \gamma/\beta h^{-2}, \\ \alpha &\rightarrow \alpha_0\alpha(z), \quad \alpha_0 \equiv \alpha_{\max}. \end{aligned} \quad (10)$$

С сохранением введенных ранее обозначений мы получаем уравнения генерации:

$$(\gamma - \partial^2/\partial z^2)b_r = -R_\alpha \partial(\alpha b)/\partial z, \quad (11)$$

$$(\gamma - \partial^2/\partial z^2)b = R_\omega b_r - R_\alpha \partial(\alpha b_r)/\partial z, \quad (12)$$

$$b(\pm 1) = b_r(\pm 1) = 0. \quad (13)$$

Здесь мы ввели безразмерные числа

$$R_\omega = Gh^2/\beta, \quad R_\alpha = \alpha_0 h/\beta,$$

которые играют важную роль в рассматриваемой задаче. Вместо (11) часто бывает удобно использовать его следствие

$$(\gamma - \partial^2/\partial z^2)a = -\alpha b. \quad (14)$$

Выбор формы решения в виде (9) позволяет свести нашу систему к одномерной задаче о собственных значениях. Однако возникают определенные трудности, поскольку собственные значения γ могут быть комплексными (решение может осциллировать), так как оператор, определенный уравнениями (11)–(13), не является самосопряженным. Вообще говоря, получающиеся собственные функции не образуют полный набор в функциональном пространстве. Однако при анализе краевой задачи мы не обязаны рассматривать сколь угодно высокие гармоники по z , поскольку задача становится конечномерной. Для подобных задач известно, что неполнота системы собственных функций возникает из-за вырожденности некоторых

собственных значений R_α или R_ω . В этом случае отсутствующее решение может, например, иметь вид $t^n \exp \gamma t$; в принципе могут возникать и более сложные ситуации, например непрерывный спектр.

Как уже было сказано, следующим шагом в теории дискового динамо является учет зависимости от r величин G , α и h . В результате γ также зависит от r , т. е. если радиальные производные не включены, то скорости роста поля отличаются на разных радиусах. Радиус r_0 , при котором функция $\gamma(r)$ достигает своего максимума, γ_{\max} , является критическим для всего диска. Глобальное решение растёт как $\exp(\Gamma t)$, где Γ только чуть меньше γ_{\max} . В областях, где $\gamma(r)$ мало, поле главным образом определяется диффузией из окрестности $r = r_0$ и, следовательно, экспоненциально затухает с радиусом. Теперь определим разницу между Γ и γ_{\max} , получим примерный вид собственной функции для диска в целом и произведем оценку времени, необходимого для установки глобального решения.

Функцию $\gamma(r)$, которая выполняет роль потенциала, можно разложить в окрестности максимума как

$$\gamma(r) \simeq \gamma_{\max} + \frac{1}{2}(r - r_0)^2 d^2\gamma/dr^2.$$

Это — потенциал осциллятора с частотой $(d^2\gamma/dr^2)^{1/2}$. Таким образом, низший энергетический уровень равен

$$\Gamma \simeq \gamma_{\max} - \frac{1}{2}(\beta d^2\gamma/dr^2)^{1/2}.$$

«Волновая функция» $B(r)$ приблизительно равна константе в «потенциальной яме» $\gamma(r) > \Gamma$, но вне этой области

$$B(r) \sim \exp\left(-\int [\Gamma - \gamma(r)]^{1/2} dr\right).$$

Однако время, необходимое для достижения стационарного состояния (с постоянным Γ), оказывается большим, а именно

$$\tau \sim [h d\gamma/dr]^{-1},$$

в предположении, что $\gamma(r)$ не претерпевает внезапных изменений на расстояниях порядка толщины диска. Другими словами, расстояние между нулевым и следующими уровнями порядка h/R . Поскольку решение экспоненциально убывает по направлению к краю диска, порядок величины $(\partial/\partial r)/(\partial/\partial z)$ становится меньше, чем h/R . Совард (1978) показал,

что эта величина оказывается порядка $(h/R)^{2/3}$. Это приближение трудно применимо к центральной области галактического диска (Рузмайкин и Шукуров, 1981).

В диске функция $\alpha(r, z)$ определяется угловой скоростью и градиентом плотности газа (см. § 11.III и 13.I). Поскольку изменения плотности наиболее ярко выражены в перпендикулярном диску направлении,

$$\alpha \simeq l^2 \omega \partial \ln \rho / \partial z,$$

где l — длина перемещения турбулентности. В качестве первого приближения естественно рассмотреть ω как не зависящую от z и $p(z)$ как симметричную функцию. Тогда $\alpha(r, z)$ является антисимметричной функцией z .

Уравнения генерации с антисимметричным $\alpha(r, z)$ обладают важным свойством симметрии: под действием преобразования $z \rightarrow -z$ система (11)–(13) инвариантна относительно

$$a(-z) = a(z), \quad b_r(-z) = -b_r(z), \quad b(-z) = -b(z)$$

или относительно

$$a(-z) = -a(z), \quad b_r(-z) = b_r(z), \quad b(-z) = b(z).$$

Следовательно, все решения уравнений генераций могут быть поделены на две группы, зависящие от вида $b(z)$: нечетные (дипольные по b_r и b_z) или четные (квадрупольные по b_r и b_z). Это свойство симметрии позволяет нам ограничиться рассмотрением интервала $0 < z < 1$.

Естественно различать два типа генерации в зависимости от относительного вклада источников в правой части уравнения (2); $\alpha\omega$ -динамо, для которого $|GB_r| \gg |\partial(\alpha B_r)/\partial z|$, условие, которое, по-видимому, выполняется для Галактики, и α^2 -динамо, для которого дифференциальным вращением можно пренебречь. В каждом из этих случаев система характеризуется отдельным безразмерным числом: R_α для α^2 -динамо и

$$D = R_\alpha R_\omega$$

в случае $\alpha\omega$ -динамо, для которого уравнения принимают вид:

$$(\gamma - \partial^2/\partial z^2)b_r = -\partial(\alpha b)/\partial z, \quad (15)$$

$$(\gamma - \partial^2/\partial z^2)b = Db_r, \quad (16)$$

после перенормировки амплитуды $b_r \rightarrow R_\alpha b_r$.

II. Свойства основных мод

Теперь мы покажем, что важные выводы о форме первых четных и нечетных мод можно сделать, не решая уравнения генерации.

(а) Четные решения.

Может показаться, что первая мода может не иметь нулей в интервале $0 < z < 1$, но в действительности радиальная компонента поля возрастающего решения неизбежно должна менять знак в этом интервале. Чтобы убедиться в этом, проинтегрируем уравнения (1) и (2) на интервале $0 < z < 1$ в приближении тонкого диска с гладкой функцией $\alpha(z)$ и получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 B_r dz = \beta \frac{\partial B_r}{\partial z} \Big|_0^1 \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 B dz = G \int_0^1 B_r dz + \beta \frac{\partial B}{\partial z} \Big|_0^1 \quad (18)$$

Заметим, что благодаря условиям $\alpha(0) = 0$ и $B(1) = 0$ спиральность не появляется в этих уравнениях вовсе. Допустим, как это естественно предполагать для первой возбужденной моды, что $B(z)$ не имеет нулей в интервале $(0, 1)$; без ущерба для общности рассуждений мы можем взять $B > 0$. В случае растущего четного (квадрупольного) решения из уравнений (17) и (18) можно сделать важный вывод. Тогда $\partial B_{\phi,r}(0)/\partial z = 0$, $\partial B_{\phi}(1)/\partial z < 0$, и, следовательно, для $G \geq 0$

$$\int_0^1 B_r dz \geq 0, \quad \partial B_r(1)/\partial z \geq 0. \quad (19)$$

Поскольку $B_r(1) = 0$, отсюда следует, что радиальная компонента магнитного поля должна менять знак вблизи поверхности диска (см. рис. 9.1).

Результаты (17) и (18) также позволяют нам прояснить роль диффузии в процессе динамо. На первый взгляд кажется, что диффузией можно благополучно пренебречь. Однако если в уравнении (17) положить $\beta = 0$, мы немедленно получаем $\int_0^1 B_r dz = \text{const}$, так что $\int_0^1 B_{\phi} dz$ линейно убывает со временем, т. е. стационарное динамо невозможно для случая $\beta = 0$. Как видно из второго условия в (19), действие динамо может

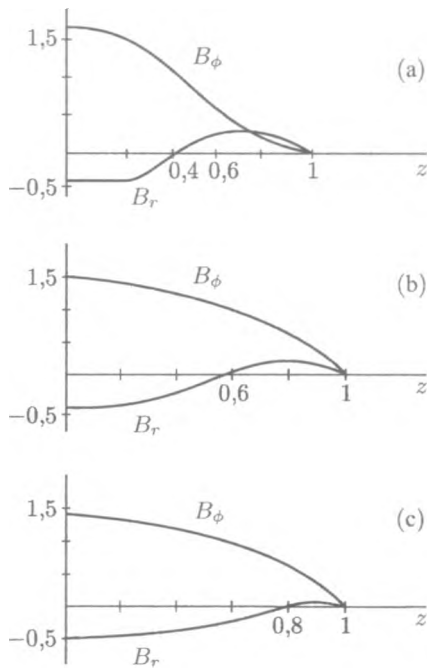


Рис. 9.1. Основная гармоника поля, возбужденная $\alpha\omega$ -динамо в тонком диске, когда динамо-число достигает критического значения: $a - D = -100$; $b - D = -20$; $c - D = D_{cr} = -8$

возникать, только когда «диффузионный поток» через границу отличен от нуля. Роль диффузии можно понять непосредственно из уравнений генерации. Предположим, что $G < 0$ и $B > 0$. Тогда источник $-\partial(\alpha B)/\partial z$ генерирует вблизи поверхности диска радиальное поле со знаком, противоположным знаку $B_r (< 0)$ в центральной части диска. Благодаря дифференциальному вращению $-|G|B_r$ радиальное поле дает отрицательный вклад в $\partial B/\partial t$, который может быть компенсирован только диффузионным членом $\beta \partial^2 B/\partial z^2$. Последний непременно является положительным вблизи границы диска, т. е. поле распространяется от диска. Отсюда понятно, что вдобавок к условиям (19) функция B должна иметь точку поворота слева от нуля B_r . С другой стороны, диффузия не должна быть слишком сильной, иначе скорость роста окажется отрицательной.

Приведенные выше рассуждения относятся к случаю растущих решений. В стационарном случае ($\partial/\partial t = 0$)

$$\beta \partial B_r / \partial z = 0, \quad \beta \partial^2 B / \partial z^2 = 0 \quad \text{при } z = 1,$$

и компоненты B_r и B имеют в диске одинаковый знак. Качественный переход к стационарному решению показан на рис. 9.1 а–с. Для $\alpha = \sin \pi z$ соответствующие решения $D = -100, -20$ и -8 были получены численным интегрированием уравнений (15) и (16) Рузмайкиным, Соколовым и Турчаниновым (1980). Последнее из этих значений D является критическим, при котором генерация является предельной (т. е. $\gamma = 0$).

Если $\alpha(z)$ является разрывной, условие (18) остается справедливым, но в точке разрыва правая часть уравнения (17) должна быть дополнена прибавлением скачка в источнике αB . Например, если $\alpha = \theta(z) - \theta(-z)$, где $\theta(z) = 1, z > 0$ и $\theta(z) = 0, z < 0$ (Parker, 1971), то вместо уравнения (17) мы имеем:

$$(\partial/\partial t) \int_0^1 B_r dz = -2B(0) + \beta \partial B_r(1)/\partial z \quad (17a)$$

и вместо второго условия в (19):

$$\beta \partial B_r(1)/\partial z \geq 2B(0). \quad (19a)$$

Решения, получающиеся в результате, могут качественно отличаться от решений, полученных с непрерывной $\alpha(z)$. Динамо и здесь невозможно при $\beta = 0$, поскольку тогда из уравнения (5) следует, что $B(0) = 0$. Соотношение (17a) показывает, что разрывная $\alpha(z)$ вводит дополнительный источник в точке разрыва.

Похожее интегральное соотношение может быть получено для $\alpha(z)$ δ -типа; здесь дополнительный вклад в производную B возникает в точке концентрации источника.

(b) Нечетные решения.

Покажем, что не существует статических нечетных (дипольных) решений для $\alpha\omega$ -динамо при гладкой $\alpha(z)$ и с полями, которые не имеют нулей в интервале $0 < z < 1$. В самом деле, для $\gamma = 0$ мы имеем из (15)–(16)

$$b_r = -D^{-1} \partial^2 b / \partial z^2, \quad D\alpha(z) = -b^{-1} \partial^3 b / \partial z^3$$

с граничными условиями

$$b(1) = b(0) = 0, \quad b_r(1) = b_r(0) = 0.$$

Очевидно, функция $\partial^3 b / \partial z^3$ [и, следовательно, $\alpha(z)$] должна менять знак на интервале $0 < z < 1$. По-видимому, это указывает на то, что для таких α (которые представляют наибольший интерес в астрофизике) могут возбуждаться только осциллирующие ($\text{Im } \gamma \neq 0$) нечетные моды, и это предположение подтверждается численными расчетами Рузмайкина, Соколова и Турчанинова (1980).

Отметим, что для α^+ -динамо, так же как и для задачи в целом, дополнительно к осциллирующей нечетной моде может возбуждаться неосциллирующая четная мода (см. § III).

III. Некоторые примеры

(а) Мода затухания.

Система уравнений (11)–(14) легко решается в отсутствие источников ($\alpha = G = 0$). Для нечетных мод

$$\gamma_k^d = -k^2 \pi^2, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (20)$$

и для четных мод

$$\gamma_k^q = -\left(k + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2. \quad (21)$$

Соответствующие собственные функции являются двукратно вырожденными. К примеру,

$$b_r = \sin k\pi z, \quad b = 0 \quad \text{и} \quad b_r = 0, \quad b = \sin k\pi z,$$

оба являются собственными функциями для γ_k^d . Отметим, что дипольная мода с $\gamma_k^d = 0$ является тривиальной, и мы имеем $\mathbf{B} \equiv \mathbf{0}$, даже если $\alpha \neq 0$ и $G \neq 0$. Таким образом, низшая квадрупольная мода затухает в четыре раза медленнее, чем низшая дипольная мода. Этим частично объясняется чрезвычайно важное свойство галактических моделей: низшая квадрупольная мода возбуждается в первую очередь. Очевидно также (и подтверждено численными исследованиями), что для малых α и G , т. е. малого D , собственные функции и собственные значения похожи на моду затухания.

(б) Дифференциальное вращение.

Другим наглядным примером является случай неспирального течения ($R_\alpha = 0$) с дифференциальным вращением, для которого

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \beta \frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial B}{\partial t} = -GB_r + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2}.$$

Если, как и раньше, искомые решения имеют вид $B = b(z) \exp \gamma t$, то мы снова неожиданно получаем для γ выражения (20) и (21)! Однако источник GB_r во втором уравнении устраняет вырожденность: только одна пара собственных функций соответствует каждому γ . Очевидно, уменьшенный набор является неполным, поскольку краевая задача динамо не является самосопряженной. Потерянные решения легко получаются непосредственно из самих уравнений (без подстановки $B \sim \exp \gamma t$). Например, решения с четной симметрией, удовлетворяющие граничным условиям, есть

$$B_r = e^{-|\gamma_k|t} \cos(|\gamma_k|^{1/2} z), \quad B = Gte^{-|\gamma_k|t} \cos(|\gamma_k|^{1/2} z).$$

Таким образом, в соответствии с картиной, изложенной нами для действия дифференциального вращения, азимутальное поле сначала линейно возрастает со временем, но в конце концов вслед за затуханием радиального поля экспоненциально убывает.

(с) α^2 -динамо.

Рассмотрим другой предельный случай, $R_\omega = 0$, который соответствует твердотельному вращению диска со спиральной турбулентностью. В этом случае уравнения генерации сводятся к единственному уравнению шредингеровского типа. На самом деле система

$$\begin{aligned} \gamma b_r - b_r'' &= -R_\alpha(\alpha b)', & \gamma b - b'' &= R_\alpha(\alpha b_r)', \\ b(\pm 1) &= 0, & b_r(\pm 1) &\simeq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

(штрих обозначает дифференцирование по z') является инвариантной относительно замены собственного вектора (b_r, b) на вектор $(b_r + b, b - b_r)$. Поскольку это решение должно с точностью до произвольного множителя совпадать с прежним, мы сразу видим, что либо $b_r = ib$, либо $b_r = -ib$. Таким образом, достаточно рассмотреть только одно уравнение, например для $b_r = ib$:

$$b'' - \gamma b = iR_\alpha(\alpha B)'.$$

[Случай $b_r = -ib$ эквивалентен замене R_α на $-R_\alpha$.] Подставляя

$$b = \psi \exp\left(\frac{1}{2}iR_\alpha \int \alpha dz\right), \quad (23)$$

мы сводим задачу к решению уравнения Шредингера с комплексным потенциалом:

$$\begin{aligned} \psi'' + (E - U)\psi &= 0, & \psi(\pm 1) &\simeq 0, \\ E = -\gamma, & U = -\frac{1}{4}R_\alpha^2\alpha^2 + \frac{1}{2}iR_\alpha\alpha'. \end{aligned} \quad (24)$$

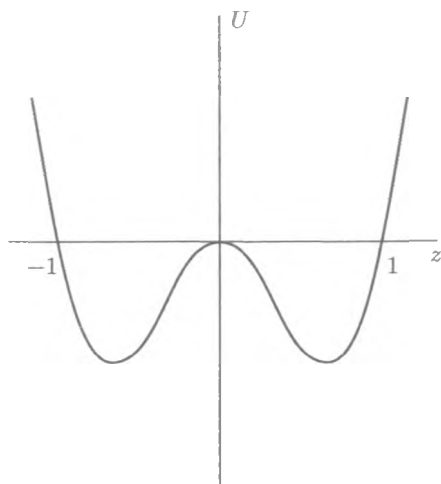


Рис. 9.2. Функция потенциала для α^2 -динамо в случае, когда $\alpha(z)$ является гладкой антисимметричной функцией и R_α велико

Потенциал (а следовательно, и решения) зависит не только от функции α , но также от ее производных. Отсюда следует, что решения с гладкими и негладкими $\alpha(z)$ должны существенно отличаться друг от друга. Отметим, что решения для $\alpha\omega$ -динамо зависят также от производной $\alpha(z)$ (см. § IV). Это утверждение не является тривиальным, поскольку в таком случае производные α не входят в уравнения генерации.

Для медленно изменяющейся $\alpha(z)$ и достаточно большого R_α потенциал является вещественным, а для антисимметричной $\alpha(z)$ он имеет две ямы (рис. 9.2), как в известной задаче Лифшица (Ландау и Лифшиц, 1958). Наличие энергетических уравнений показывает, возможна ли генерация. Возникающие в результате собственные функции могут быть четными и нечетными (дипольными и квадрупольными). В простейшем случае $\alpha = 1$ имеется одна потенциальная яма, которая, как легко показать, дает следующие решения:

$$\gamma_n = \frac{1}{4}R_\alpha^2 - \left(\frac{1}{2}\pi n\right)^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\begin{pmatrix} b_r \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \frac{1}{2}R_\alpha z \\ \cos \frac{1}{2}R_\alpha z \end{pmatrix} \sin \frac{1}{2}\pi n(z - 1).$$

Для разрывной $\alpha(z)$ потенциал является комплексным. Рассмотрим пример:

$$\alpha(z) = \begin{cases} 1, & z > 0, \\ -1, & z < 0. \end{cases} \quad (25)$$

Дополнительно к граничным условиям в $z = \pm 1$ нам необходимы условия в точке $z = 0$:

$$[\psi] = 0, \quad [\psi'] = iR_\alpha \psi(0).$$

Квадратные скобки обозначают скачок содержащейся в них функции. Решение имеет вид:

$$\gamma_n = \frac{1}{4} R_\alpha^2 - k^2,$$

где $k = \pi n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, для нечетных мод ($\psi(0) = 0$), в то время как для четных мод k определяется уравнением

$$k \operatorname{ctg} k = \frac{1}{2} R_\alpha.$$

В частности, для малых R_α

$$k^2 = \pi^2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 - i R_\alpha (2n + 1).$$

(d) Сосредоточенная спиральность.

Интересно также рассмотреть функции вида

$$\alpha = \delta(z - \zeta) - \delta(z + \zeta). \quad (26)$$

С физической точки зрения такие функции могут возникать во вращающейся турбулентной среде, в которой плотность меняется достаточно резко ($\alpha \sim \omega \nabla \rho$), например, за счет фазового перехода.

Моффатт (1978) подробно исследовал решения уравнений динамо для таких $\alpha(z)$ в $\alpha\omega$ -приближении (когда $R_\omega \gg R_\alpha$). Общий случай был рассмотрен Румайкиным, Соколовым и Шукуровым (1980). В α^2 -приближении сосредоточенную спиральность можно представить по-другому [возможно, более реалистично, чем в (26)]; допустим, например, что

$$\alpha^2 = \delta(z - \zeta) + \delta(z + \zeta).$$

Тогда потенциал (24) будет иметь две ямы в виде δ -функций. Получающееся в результате уравнение Шредингера легко решается. Например, для четной симметрии и $\zeta = \frac{1}{2}$ имеется одна мода со скоростью роста $\gamma = R_\alpha^4/64$.

(е) Применение методов теории возмущений.

Уравнения генерации для малых R_α и R_ω достаточно легко решаются с применением теории возмущений, подобной теории возмущений в квантовой механике. Мы вновь рассматриваем два предельных случая, предполагая для обоих, что собственные функции и собственные значения сводятся к их невозмущенной форме, когда $R_\alpha = R_\omega = 0$ [см. (а)].

Случай 1. $R_\alpha \ll R_\omega \ll 1$ ($\alpha\omega$ -динамо).

Мы рассматриваем в качестве возмущений правые части уравнений (15) и (16). Произведем перенормировку амплитуды b_r таким образом, чтобы b_r и b были одного порядка малости: $b_r \rightarrow D^{1/2}b_r$. Тогда уравнения имеют вид:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \gamma - V\right)\begin{pmatrix} b_r \\ b \end{pmatrix} = 0,$$

где

$$V = |D|^{1/2} \begin{pmatrix} 0 & \partial\alpha/\partial z \\ \pm 1 & 0 \end{pmatrix}$$

— возмущающий потенциал. Верхний знак соответствует $R_\omega > 0$, и нижний соответствует $R_\omega < 0$. Применяя стандартную теорию возмущения для дважды вырожденного уровня (см., например, Ландау и Лифшиц, 1958), мы получаем в первом приближении

$$\Delta\gamma = \pm(V_{12}V_{21})^{1/2},$$

где V_{12} и V_{21} — матричные элементы возмущающего потенциала, вычисленные с использованием собственных функций невозмущенной задачи. В этом случае диагональные элементы матрицы обращаются в ноль. Полагая $\alpha = z$, мы получаем следующие первые собственные значения:

$$\begin{aligned} \gamma^d &= -\pi^2 \pm (\mp|D|)^{1/2} && \text{(нечетная мода),} \\ \gamma^g &= -\frac{1}{4}\pi^2 \pm (\mp|D|)^{1/2} && \text{(четная мода).} \end{aligned} \tag{27}$$

Таким образом, четное (квадрупольное) поле возбуждается первым.

Случай 2. $R_\omega \ll R_\alpha \ll 1$ (α^2 -динамо).

Здесь мы имеем непосредственно уравнения Шредингера (24) с комплексным потенциалом. Для случая $\alpha = z$ результатом является

$$\Delta\gamma = iR_\alpha/z + R_\alpha^2/12, \tag{28}$$

и грубая оценка порога возбуждения дает

$$R_{\alpha \text{ cr}} = \begin{cases} 10 & \text{для четной моды,} \\ 5 & \text{для нечетной моды.} \end{cases}$$

(f) Стационарные решения.

Мы можем построить стационарные решения, соответствующие $\partial/\partial t = 0$ ($\gamma = 0$) для $\alpha\omega$ -моделей (Soward, 1978; Рузмайкин и др., 1979). В этом случае система уравнений (15) и (16) сводится к одному уравнению

$$d^3 B/dz^3 + D\alpha(z)B = 0.$$

Интересно, что можно обратить постановку задачи путем поиска функций $\alpha(z)$ (обращающихся в ноль при $z = 0, \pm 1$), которые бы давали решения $B(z)$ с требуемой симметрией. Класс таких функций был получен Рузмайкиным и др. (1979).

IV. Асимптотические решения

Поведение решений динамо зависит от значений безразмерных чисел R_α и R_ω . В частности, неубывающие решения возникают, только когда эти числа превышают свои критические значения. В астрофизике R_α и R_ω обычно велики или, по крайней мере, их величина превосходит единицу. Например, в конвективных оболочках Солнца $R_\omega \sim 10^3$ и $R_\alpha \sim 10$, в дисках двойных источников рентгеновского излучения $R_\alpha \sim 1 - 10$, $R_\omega \sim 10 - 10^3$, а в газовом галактическом диске $R_\alpha \sim 1$ и $R_\omega \sim 10$.

Сложно определить точные значения этих чисел и вид функции α , описывающей турбулентную спиральность. Следовательно, полезно качественное исследование свойств решений и особенно приблизительная оценка скорости роста поля, определение области локализации решения и выяснение особенностей α -функции, которые оказывают влияние на поведение решений. В отличие от исследований, проводимых в лабораторных условиях, астрофизика не уделяет внимания точному вычислению критических значений R_α и R_ω или скоростей роста. В действительности достаточно изучить предельные случаи малых и больших R_α и $|R_\omega|$. Мы уже рассматривали ранее [см. пункт (е) § III] случай слабого возбуждения; здесь мы будем иметь дело с сильным возбуждением. В этом случае диффузия имеет недостаточно времени для того, чтобы распространить сгенерированное поле вдали от областей его возбуждения, и характерная область

локализации поля оказывается малой в сравнении с толщиной диска. Следовательно, можно применить коротковолновые асимптотики теории ВКБ (Исаков и др., 1981). Мы ограничимся одномерной задачей, впрочем переход к двух- или трехмерным случаям не представляет каких-то особенных трудностей.

(а) α^2 -динамо.

Здесь мы можем применить метод ВКБ к уравнению Шредингера (24) с комплексным потенциалом

$$U = -\frac{1}{4}R_\alpha^2\alpha^2 + \frac{1}{2}iR_\alpha\alpha'$$

(см. рис. 9.2). Очевидно, что, когда R_α велико, преобладает первый член в выражении для потенциала. Решение локализовано в окрестности минимума U (т.е. экстремальных значений α), и первая мода имеет скорость роста

$$\gamma = \frac{1}{4}R_\alpha^2 + O(R_\alpha).$$

Поправка к γ и мелкие детали решения зависят от поведения α вблизи экстремумов $z = \pm z_0$. Когда $\alpha''(\pm z_0) \neq 0$ (Исаков и др., 1981),

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{4}R_\alpha^2 - \frac{1}{2}R_\alpha\omega + \frac{1}{2}i\omega^{-1}\alpha'''(z_0) + O(R_\alpha^{-1}), \\ b_\pm(z) &= C_\pm \exp\left[\frac{1}{2}iR_\alpha(z \mp z_0) - \frac{1}{4}R_\alpha\omega(z \mp z_0)^2\right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь ω имеет смысл частоты осцилляций в яме [$\omega^2 = -2\alpha(\pm z_0)\alpha''(\pm z_0)$] со знаками «+» и «-», соответствующими разным ямам¹.

Полная собственная функция строится как четные и нечетные комбинации b_\pm , соответствующие квадрупольной и дипольной модам. Различие в скоростях роста для четных и нечетных решений возникает из-за расщепления в ямах (Ландау и Лифшиц, 1958) и является экспоненциально малым.

Вычислим полное число возбужденных уровней для данного значения R_α . В квазиклассическом приближении это число равно площади одномерного фазового пространства (px) для импульсов в интервале значений $0 < p < p_{\max}$, $p_{\max} = (-2U)^{1/2}$ (Ландау и Лифшиц, 1958),

¹Когда функция $\alpha^2(z)$ имеет несколько максимумов, т.е. потенциал имеет много ям, следует рассматривать генерацию в каждой яме. Мы также напомним, что уравнения генерации эквивалентны двум независимым уравнениям Шредингера, отличающимся знаком в мнимой части потенциала.

т. е. $2\pi p_{\max} dz / 4\pi R_{\alpha}^{-1}$. Учитывая двукратную вырожденность уровней в потенциале, имеющем две ямы, мы получаем:

$$N = (3 \cdot 2^{1/2} / \pi \varepsilon) \int_{-1}^1 |\alpha| dz \sim R_{\alpha} \quad (30)$$

(если $\alpha = \sin \pi z$, то $N = 9 \cdot 2^{1/2} / \pi^2 \varepsilon \simeq 0.5 R_{\alpha}$). Из (29) мы имеем оценку порога возбуждения: $R_{\alpha} = 2$. Отметим, что в α^2 -приближении

$$b_r / b = O(1). \quad (31)$$

Интересно получить критерий справедливости такой оценки. Сперва может показаться, что достаточно потребовать $R_{\alpha} \gg R_{\omega}$. Однако подстановка полученного решения обратно в (24) показывает, что главным в правой части является член, пропорциональный R_{α}^2 . Таким образом, на самом деле критерием является

$$R_{\alpha}^2 \gg R_{\omega}. \quad (32)$$

Это значительно расширяет область применимости решения, поскольку в астрофизических условиях $R_{\alpha} \gtrsim 1$ и (32) может удовлетворяться даже для достаточно больших $R_{\omega} (> R_{\alpha})$.

(b) $\alpha\omega$ -динамо.

Если решение локализовано, то $b' \gg b$. Поэтому мы можем предположить, что для больших динамо-чисел вместо уравнений (15) и (16)

$$(\gamma - \partial^2 / \partial z^2) b_r \approx -\alpha \partial b / \partial z, \quad (\gamma - \partial^2 / \partial z^2) b \approx D b_r. \quad (33)$$

Приравнивание членов одного порядка показывает, что это возможно, только когда ($D \gg 1$)

$$\gamma = \gamma_0 D^{2/3}, \quad b / b_r \sim D^{1/3}, \quad (34)$$

а характерный масштаб изменения поля $b / b' \sim D^{-1/3}$. Поскольку масштаб уменьшается с увеличением D , решение концентрируется в тонкой области вокруг $z = z_0$. В ее окрестности решение имеет вид [ср. (29)]:

$$\begin{pmatrix} b_r \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^{-1/3} \mu \\ \nu \end{pmatrix} \exp \left\{ \left[ik(z - z_0) - \frac{1}{2} p(z - z_0)^2 \right] D^{1/3} \right\}. \quad (35)$$

где μ, ν — постоянные амплитуды, k — действительное и $\text{Re } \rho > 0$. В окрестности $z = z_0$ спиральность может быть записана как

$$\alpha \simeq \alpha_0 + \alpha_1(z - z_0) + \frac{1}{2} \alpha_2(z - z_0)^2 \quad (36)$$

(мы рассматриваем ситуацию $D > 0$).

Для соблюдения точности разложения (36) достаточно положить равными нулю все коэффициенты при степенях $(z - z_0)$, вплоть до второй. Теперь у нас есть и четная, и нечетная моды:

$$\begin{aligned} k &= \pm \alpha_0^{1/3} / 2, \quad p = -\alpha_1 / 2\alpha_0^{2/3}, \\ \gamma &= \frac{1}{4}\alpha_0^{2/3}(1 + 2i)D^{2/3} + O(D^{1/3}). \end{aligned} \quad (37)$$

Расположение точки z_0 определяется из условий:

$$\alpha_0\alpha_2 + \alpha_1^2 = 0, \quad \alpha_1 < 0, \quad \alpha_0 \neq 0.$$

Например,

$$z_0 = \pm \frac{3}{4} \quad \text{для } \alpha = \sin \pi z.$$

Приближение (33) неприменимо вблизи точек, где $\alpha \simeq 0$. В действительности численные расчеты (Рузмайкин, Соколов и Турчанинов, 1980) показывают, что в такой точке имеется дополнительный максимум собственной функции, который при $D \lesssim 10^3$ намного превосходит максимум при $z = z_0$. Более того, существуют асимптотические решения, в которых поле локализовано в окрестности нуля функции α . В этом случае оценки по порядку величины слагаемых в уравнениях (15) и (16) дают

$$\gamma = O(D^{1/2}), \quad b_r/b = O(D^{-1/2}),$$

а для растяжения координаты имеем

$$z \rightarrow zD^{1/4}.$$

Более подробный анализ дает (Исаков и др., 1981)

$$\gamma \simeq \gamma_0 |D|^{1/2} [\alpha'(0)]^{1/2}, \quad D \gg 1, \quad (38)$$

где γ_0 является константой, не зависящей от вида α и динамо-чисел:

$$\gamma_0 \simeq \begin{cases} 0.4, & D < 0, \\ 0.07 + 0.6i, & D > 0 \end{cases} \quad \text{для четных мод,}$$

$$\gamma_0 \simeq 0.1 + 0.6i \quad \text{для нечетных мод.}$$

Область применимости использованного приближения можно определить, подставляя решения в полные уравнения генерации (1)–(3) и сравнивая порядки слагаемых. Для решения (37) мы требуем

$$R_\omega \gg R_\alpha^2, \quad (39)$$

а для (38) должно быть

$$R_\omega \gg \alpha'(0)R_\alpha. \quad (40)$$

В заключение этого параграфа мы напомним, что все уравнения, определяющие поведение турбулентного динамо, появляются в результате усреднения по масштабам и временам, превосходящим соответственно корреляционные длину l и время τ . Поскольку характерный масштаб возбужденного поля уменьшается с ростом соответствующих динамо-чисел, очевидно, что рассмотренное приближение прекращает свое действие за некоторыми предельными D и R_α . Выпишем конечные оценки, используя полученные ранее характерные масштабы возбужденных магнитных полей:

для α^2 -динамо

$$(R_\alpha)_{\text{lim}} \sim h/l;$$

для $\alpha\omega$ -динамо

$$D_{\text{lim}} \sim \begin{cases} (h/l)^4, & \alpha'(0) \neq 0, \\ (h/l)^3, & \alpha(z_0)\alpha''(z_0) + \alpha'^2(z_0) = 0. \end{cases}$$

При любом механизме генерации предельная скорость роста (измеренная в с^{-1}) равна

$$\gamma_{\text{lim}} \sim \beta/l^2 \sim \tau^{-1},$$

который также очевиден из элементарных физических рассуждений. Такое ограничение верно также для общего случая турбулентного динамо. Можно также упомянуть некоторые дополнительные требования, возникающие как следствие специфики одномерной проблемы, поставленной дисковым динамо.

В нашем одномерном приближении предполагалось, что на краю диска b и $b_r \rightarrow 0$ при $|z| \rightarrow h$. Но на самом деле b_r там не обращается в ноль; оно сливается с вакуумным решением вне диска с $b_r \sim 0$ [как $(h/R)^n$] для $z \rightarrow h$, где R — радиус диска и $n \sim 1$. Используя сингулярную теорию возмущений, можно показать, что, когда

$$(h/R)^n \geq D^{-1/3},$$

эти решения медленно изменяются внутри диска и резко на его границе (в пограничных слоях). Когда радиус диска не очень велик, самовозбуждение в принципе может возникать и при D , меньшем D_{lim} . Этот случай однако не кажется актуальным в реалистических астрофизических условиях (Галактика или диски источников рентгеновского излучения). Подчеркнем, что нас интересуют только нестационарные решения (ср. Soward, 1978).

Когда функция α меняется настолько быстро, что ее характерный масштаб λ меньше, чем характерный масштаб поля, но больше, чем l , решениями являются асимптотики, полученные для разрывной и для δ -образной функции α . В таких случаях необходимо производить перенормировку динамо-числа, например, для δ -образной α

$$R_\alpha \rightarrow (\lambda/h)R_\alpha.$$

ГЛАВА 10

О нелинейной теории турбулентного динамо

Происхождение и поддержание магнитного поля большинства астрофизических объектов объясняется теорией турбулентного динамо. Основные приложения этой теории (звездные циклы и галактическое динамо, помимо всего прочего) будут рассмотрены в следующих главах. В действительности магнитные поля обычно развиваются к состояниям динамического равновесия с движением, и задачи нелинейного турбулентного динамо имеют огромное значение. Общий подход к проблеме представлен, например, в обзоре Робертса и Соварда (1975), монографии Моффатта (1978) и серии статей Фриша и его коллег (см., например, Meneguzzi et al., 1981). О ламинарных нелинейных динамо см., например, Брагинский (1967). В этой главе мы будем использовать только элементарные примеры для демонстрации некоторых эффектов обратной реакции магнитного поля на источники образования поля. Тем не менее некоторые общие идеи и результаты будут возникать из рассмотрения этих частных случаев.

Поскольку спиральность играет такую важную роль в действии турбулентного динамо среднего поля (§ 8. II), естественно предположить, в соответствии с принципом Ле Шателье, что магнитное поле, сгенерированное в спиральной турбулентности, прежде всего действует на спиральность. Обычно нарушение зеркальной симметрии в турбулентности является незначительным, и поэтому в первом приближении мы не будем рассматривать влияние обратной реакции магнитного поля на турбулентную диффузию и среднее течение.

Подобные эвристические идеи успешно применялись во многих работах, связанных с геомагнитным динамо, солнечным циклом и галактическим динамо. Проще говоря, проблема заключается в замене величины α в уравнении (8.9) на функцию $\alpha(\mathbf{B})$. Вид этой функции или является заданным, или получается в различных приближениях из уравнения Навье–Стокса (с учетом магнитной силы). Тогда задача сводится к решению нелинейного уравнения для среднего магнитного поля (§ II).

В этом приближении предполагается, что спиральность немедленно реагирует на изменения среднего магнитного поля. На самом деле это приближение хорошо, если мы сосредоточиваем свое внимание только на обратном действии поля на гидродинамическую спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \rangle$, которая имеет короткое время релаксации (приблизительно время оборота крупномасштабного вихря). Однако турбулентное динамо возбуждает мелкомасштабные магнитные поля \mathbf{h} , а они создают среднюю магнитную спиральность $\langle \mathbf{h} \cdot (\nabla \times \mathbf{h}) \rangle$. Характерное время релаксации для такой спиральности может быть достаточно велико. В этом случае вместо мгновенного приближения мы можем описать обратное действие магнитного поля посредством дифференциального уравнения (§ III). Такие динамические режимы хотя и являются более сложными, очевидно, имеют отношение к звездным конвективным оболочкам (гл. 11), и, учитывая их, мы можем рассчитывать объяснить, к примеру, случайные длительные периоды слабой солнечной активности, такие как минимум Маундера.

В заключительном параграфе (§ V) этой главы мы вкратце опишем результаты прямого численного интегрирования полных магнитогидродинамических уравнений, характеризующих турбулентное динамо (Meneguzzi et al., 1981). Материал, изложенный в §§ I–IV, основан на работах Клеорина и Рузмайкина (1981; 1982).

I. Линейная модель

Мы начнем с упрощенной модели генерации среднего поля в тонкой пластине (или диске). Даже такая грубая модель представляет интерес применительно к тонким сферическим звездным оболочкам и газовым дискам, окружающим источники рентгеновского излучения. Дискосые системы обсуждаются в гл. 12 и 14. В этой главе, используя некоторые упрощения, мы рассматриваем только звездные оболочки и, в частности, конвективную зону Солнца.

Удобно будет использовать локальные декартовы координаты (x, y, z) . В целях интерпретации результатов в сферической геометрии мы принимаем следующие соотношения между двумя системами координат: $dx = R d\theta$, $dy = R \sin \theta d\phi$ и $dz = dr$, где R — радиус звезды. Мы рассматриваем аксиально-симметричную ситуацию, для которой $\partial/\partial y = 0$ для всех средних величин. Предполагается, что средняя скорость имеет только одну составляющую $v = v_y(x, z)$, градиент которой ∇v моделирует дифференциальное вращение.

Уравнение, определяющее генерацию среднего магнитного поля $\langle \mathbf{H} \rangle \equiv \mathbf{B}$,

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \alpha \mathbf{B} - \beta \nabla \times \mathbf{B}),$$

имеет особенно простой вид, когда используется y -компонента поля $B_y \equiv B$ и вектор-потенциал $A_y \equiv A$, который определяет другие компоненты поля ($B_x = -\partial A / \partial z$, $B_z = \partial A / \partial x$):

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \beta \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) A, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial z} + \beta \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) B. \quad (2)$$

Здесь β представляет собой коэффициент магнитной диффузии, включающий в себя и турбулентный, и омический вклады. Функция α описывает среднюю спиральность турбулентности. Для простоты мы не будем рассматривать другие эффекты, возникающие при работе динамо, к примеру, турбулентный диамагнетизм или иные эффекты накачки. Кроме того, дополнительно предполагается, что α является только функцией z и что $\partial v / \partial x = 0$. Последнее допущение подходит для звездных приложений, но для галактических или рентгеновских дисков (гл. 16) мы будем предполагать, что $\partial v / \partial z = 0$. В результате этих упрощений возникает система из двух простых уравнений для среднего магнитного поля. Наряду с диффузионными слагаемыми в их правых частях присутствуют два источника: спиральность и градиент скорости (дифференциальное вращение).

Удобно использовать безразмерные переменные. За единицу длины мы берем толщину диска h , за единицу времени h^2 / β и (сохраняя прежние обозначения) вводим следующие безразмерные переменные:

$$\alpha \rightarrow \alpha_0 \alpha, \quad \partial v / \partial z \rightarrow (v_0 / h) v, \quad A \rightarrow A(\alpha_0 h^2 / \beta).$$

Полагая

$$(A, B) = [a(z), b(z)] \exp(pt - ikx),$$

мы из (1) и (2) получаем уравнения:

$$(q^2 - d^2/dz^2)a = \alpha b, \quad (3)$$

$$(q^2 - d^2/dz^2)b = -ikdva, \quad (4)$$

где

$$q^2 = p + k^2, \quad \text{Re } q > 0, \quad p = \gamma + i\omega.$$

Здесь мы вводим безразмерное динамо-число

$$d = \alpha_0 v_0 h^2 / \beta^2, \quad (5)$$

которое по определению является положительным. Следует отметить, что динамо-число $D = \alpha_0 v_0 R^2 / \beta^2$, используемое обычно в сферической геометрии, отличается от d фактором $(h/R)^2$. Мы также предполагаем, что $a(z)$ и $b(z)$ быстро уменьшаются по мере удаления от области генерации, что, очевидно, можно использовать как граничное условие.

Для решения уравнений (3) и (4) нам требуется явный вид $\alpha(z)$ и $v(z)$. В моделях солнечного динамо (гл. 11) обычно предполагается, что $v < 0$ (т. е. угловая скорость увеличивается по мере продвижения вглубь) или, более точно, что $\alpha v < 0$. Опираясь на эти предположения, мы рассмотрим две простые модели, для которых уравнения (3) и (4) можно решить аналитически. В обеих моделях области ненулевого градиента скорости и ненулевой спиральности не перекрываются. В первой модели эти области сильно сосредоточены, а во второй они крайне протяженны. Поскольку источники не перекрываются, оказывается возможным получить аналитическое решение нелинейной задачи. Отметим, что предположение о непересекающихся источниках не является полностью нереальным (см. гл. 11).

В первой модели мы предполагаем, что спиральность и градиент сосредоточены в двух параллельных слоях с расстоянием h между ними (Moffatt, 1978):

$$\alpha = \delta(z - 1), \quad v = -\delta(z). \quad (6)$$

Затем, применяя условия непрерывности в точках $z = 0$ и $z = 1$ и требуя обращения в ноль полей на бесконечности, мы находим, что уравнения (3) и (4) дают

$$a(z) = (\tilde{b}/2q)e^{-q|z-1|}, \quad b(z) = \tilde{b}e^{q(1-|z|)}, \quad (7)$$

где q — комплексное и

$$q^2 = \frac{1}{4}ikde^{-2q}. \quad (8)$$

В контексте Солнца уравнения (6)–(8) соответствуют северному полушарию; для южного полушария $q^2 = -\frac{1}{4}ikde^{-2q}$.

Для решения (8) полагаем $q = q_1 + iq_2$; тогда два корня ($n = 0, 1$) определяются как

$$\begin{aligned} q_1 &= -q_2 \operatorname{ctg}(q_2 \mp \pi/4), \\ q_2 &= -\frac{1}{2}(|k|d)^{1/2} \exp\left\{q_2 \operatorname{ctg}\left(q_2 \mp \frac{1}{4}\pi\right)\right\} \sin\left(q_2 \mp \frac{1}{4}\pi + \pi n\right). \end{aligned} \quad (8a)$$

Нам понадобятся два свойства.

(1) Для больших динамо-чисел решение имеет несколько ветвей с различной конфигурацией поля на заданной широте (x) (для данного k), различные радиальные (z) распределения и разные комплексные частоты p . Условие для существования ветви с волновым числом m имеет вид:

$$d > d_*(m, k) = \pi^2(2m - 3)^2/k.$$

Верхний знак в (8а) соответствует нечетным ветвям $m = 1, 3, \dots$, нижний знак — четным $m = 2, 4, \dots$. Каждая ветвь обладает своим собственным динамо-числом $d_{cr}(1, k) \geq d_*(m, k)$, где

$$d_{cr}(1, k) \leq d_{cr}(2, k) \leq d_{cr}(3, k) \leq \dots,$$

так что в контексте Солнца интерес представляет лишь первая ветвь. Заменяя k на $-k$, мы получаем, что $q \rightarrow q^*$ и $p \rightarrow p^*$. Это нужно учитывать при формальном переходе в дисперсионном соотношении от северного полушария к южному ($k \rightarrow -k$). В северном полушарии ω и k имеют одинаковые знаки для нечетной ветви и противоположные для четной.

(2) Действие динамо возможно, когда

$$\gamma = q_2^2 \left[\text{ctg}^2 \left(q \mp \frac{1}{4} \pi \right) - 1 \right] - k^2 \geq 0. \quad (9)$$

Соответствующая частота $\omega = -2q_2^2 \text{ctg} \left(q_2 \mp \frac{1}{4} \pi \right)$. Условие (9) удовлетворяется для m ветвей, если $d > d_{cr}(m, k)$. Для первой ветви $d_{cr} = (d_{cr}^{(k)})_{\min}$. Легко видеть, что поскольку $|\omega|$ монотонно возрастает с k , то групповая скорость соответствующих динамо-волн направлена к экватору как для $k > 0$, так и для $k < 0$, т. е. для обеих полушфер. В этом отношении модель абсолютно не противоречит наблюдаемым фактам миграции солнечных пятен. Интересно отметить, что магнитная энергия имеет тенденцию распространяться в направлении к экватору для всех нечетных мод и от экватора для всех четных мод.

Результаты численного решения (8) для основной ветви $m = 1$ представлены на рис. 10.1, 10.2 и 10.3. Зависимость от k критического динамо-числа, безразмерного периода T и характерный масштаб обращения приведены в табл. 10.1. Реалистическое значение k соответствует масштабу широт $\lambda_x = 2\pi h/k \sim R_\odot$. Размерный период может быть получен умножением T на $h^2/\beta \simeq 4$ года (для $\beta = 3 \cdot 10^{12} \text{см}^2/\text{с}$ и $h = 2 \cdot 10^{10} \text{см} \simeq 0.3R_\odot$). Следует напомнить, что применяется, как правило, не d , а $D = d(R_\odot/h)^2$,

Таблица 10.1. Критическое динамо-число и безразмерный период как функции k

k	d_{cr}	$T = 2\pi/\Omega$	q_1	$\lambda x/R_{\odot}$
1	47.11	6.94	1.08	1.88
2	573.53	2.85	2.07	0.94
2.25	$10.37 \cdot 10^2$	2.46	2.32	0.84
3	$58.64 \cdot 10^2$	1.73	3.06	0.63
4	$55.27 \cdot 10^3$	1.23	4.05	0.47
5	$49.64 \cdot 10^4$	0.95	5.04	0.38
6	$43.10 \cdot 10^5$	0.77	6.04	0.31
7	$36.71 \cdot 10^6$	0.65	7.03	0.27

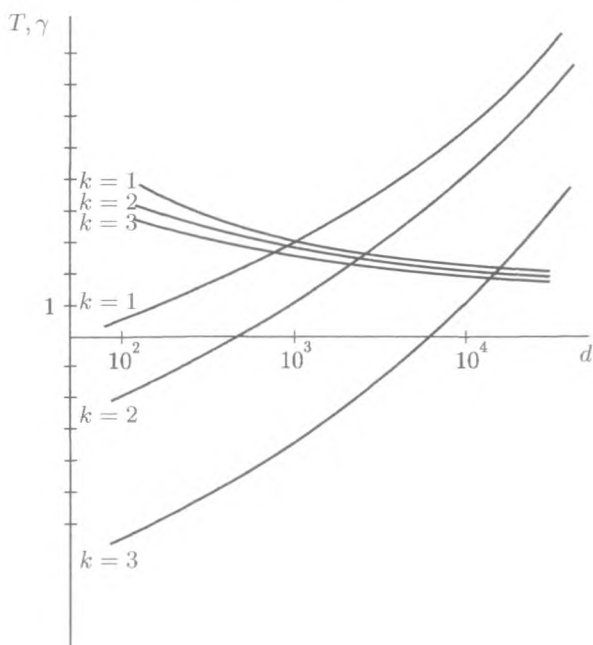


Рис. 10.1. Безразмерный период осцилляций $T = 2\pi/\omega$ и скорость роста магнитного поля γ как функция динамо-числа d . При больших d период не зависит от k и стремится к универсальному асимптотическому виду: $T \sim (\ln d)^{-1}$

откуда следует, что $D_{cr} \sim 10^4$ приблизительно соответствует результатам более детального изучения (Deinzer and Stix, 1977) и численных расчетов (Иванова и Рузмайкин, 1977). Отметим, что полученный период меньше,

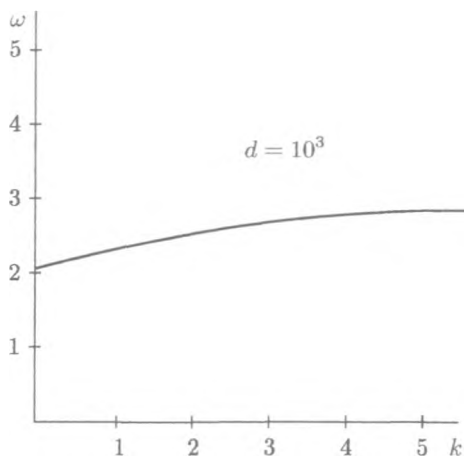


Рис. 10.2. Монотонное возрастание частоты осцилляций магнитного поля с увеличением k . В контексте Солнца такой угол наклона кривой означает, что перенос магнитной энергии направлен к экватору

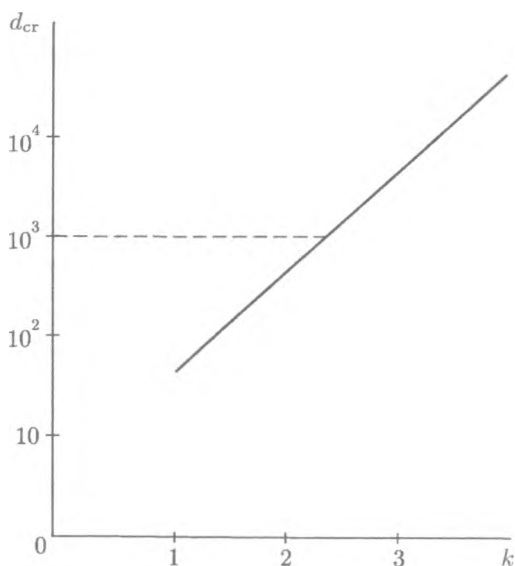


Рис. 10.3. Кривая зависимости критического динамо-числа d_{cr} от k . Для реалистичных значений $d \sim 10^3$ волновое число $k \simeq 2 - 3$. Зависимость d_{cr} от k является экспоненциальной

чем наблюдаемый. Известно (Иванова и Рузмайкин, 1976), что этот недочет устраняется при учете турбулентного диамагнетизма.

Модель 2 соответствует ступенчатым функциям (Клеорин и Рузмайкин, 1981):

$$\alpha = \theta(z - 1), \quad v = \theta(z) - 1, \quad (10)$$

где $\theta(z)$ — единичная ступенчатая функция Хевисайда. Решения уравнений динамо (3) и (4) теперь принимают вид:

$$a(z) = \bar{b}/4q^2 \begin{cases} \exp[q(z - 1)], & z < 1; \\ [1 + 2q(z - 1)] \exp[-q(z - 1)], & z > 1; \end{cases} \quad (11)$$

$$b(z) = \bar{b}e^q \begin{cases} (1 - 2qz) \exp(qz), & z < 0; \\ \exp(-qz), & z > 0; \end{cases}$$

где

$$q^4 = (ikd/16) \exp(-2q). \quad (12)$$

Основные свойства решений уравнения (12) аналогичны свойствам решений, отвечающих соотношению (8) для модели 1, хотя для них критические динамо-числа меньше.

Наконец, отметим также, что в соответствии с уравнением (9) динамо-волны, существующие при умеренных динамо-числах и умеренных k , имеют

$$q_1 \approx |k|, \quad q_1 \gg q_2.$$

Это значит, что $\partial A/\partial z \sim \partial A/\partial x$, тогда как $|\partial v/\partial z| \gg |\partial v/\partial x|$. Следовательно, пренебрежение слагаемым $(\partial v/\partial x)(\partial A/\partial z)$ в уравнении (2) является оправданным *a posteriori*.

II. Нелинейная задача

Рассмотрим простейшую нелинейную задачу динамо, в которой в результате обратного действия силы Лоренца спиральность подавляется как

$$\alpha \rightarrow \alpha(1 - \xi \mathbf{B}^2), \quad (13)$$

(Steenbeck, Krause, 1969; Soward and Roberts, 1976; Иванова и Рузмайкин, 1977; Bräuer, 1979), где параметр ξ представляет собой меру обратного действия.

В конвективной зоне Солнца $B_y \gg B_x$ и B_z , так что мы можем полагать $\mathbf{B}^2 \approx B_y^2 \equiv B^2$. Мы можем, как и в случае линейной задачи, искать решение уравнений (1) и (2) в двух областях: $z < 1$ и $z > 1$ для A ,

$z < 0$, $z > 0$ для B . В каждой из этих областей задача сводится к решению линейного уравнения для одной функции (A или B) с правой частью, определяющейся другой. Конечно, это преобразование возможно только для моделей с неперекрывающимися источниками. В спиральном слое нелинейный член ($\sim B^3$) в правой части уравнения (1) для A приводит в результате к частотам, которые являются кратными частоте B (Bräuer, 1979). Созданная таким образом A распространяется в градиентном слое и приводит к возникновению кратных частот у B и т. д. Таким образом, естественно искать устойчивое решение нелинейной задачи в виде

$$A = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z) \exp[in(\Omega t - kx)],$$

$$B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(z) \exp[in(\Omega t - kx)].$$
(14)

Здесь Ω — задающая частота осцилляции; также $a_n = a_n^*$ и $b_n = b_n^*$, поскольку A и B действительные. Значения $n = \pm 1$ соответствуют линейной задаче. Такое разложение является обобщением рядов Бройера (Bräuer, 1979). Уравнения (1) и (2) с α в виде (13) сводятся к следующей системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений:

$$(q_n^2 - d^2/dz^2)a_n(z) - \alpha b_n(z) = a\xi \sum_{n=l+p+r} b_l(z)b_p(z)b_r(z),$$

$$(q_n^2 - d^2/dz^2)b_n(z) + inkdvq_n(z) = 0,$$
(15)

где

$$q_n^2 = in\Omega + n^2k^2.$$

Уравнения (15) имеют точные решения в моделях с неперекрывающимися источниками, поскольку динамо-волны с кратными частотами имеют одинаковый вид и в нелинейном, и в линейном случаях.

Интегрируя уравнения (15) для моделей (6) и (10) на интервалах $z < 0$, $0 < z < 1$ и $z > 1$ и налагая условия непрерывности на поля и их производные при $z = 0$ и 1 , мы получаем для модели 1:

$$A = \sum_n \frac{1}{2} q_n^{-1} \left(b_n - \xi \sum_{n=l+p+r} b_l b_p b_r \right) e^{-q_n|z-1|} e^{in(\Omega t - kx)},$$

$$B = \sum_n b_n e^{q_n(1-|z|)} e^{in(\Omega t - kx)}$$
(16)

и для модели 2:

$$\begin{aligned}
 A &= \sum_n \frac{e^{in(\Omega t - kx)}}{4q_n^2} \times \\
 &\times \begin{cases} \left[\bar{b}_n - 2\xi q_n \sum_{n=l+p+r} \frac{\bar{b}_l \bar{b}_p \bar{b}_r}{(q_l + q_p + q_r + q_n)} \right] e^{q_n(z-1)}, & z < 1, \\ \left[\bar{b}_n \left[1 + 2q_n(z-1) - 2\xi q_n \sum_{n=l+p+r} \frac{\bar{b}_l \bar{b}_p \bar{b}_r}{(q_l + q_p + q_r + q_n)} \right] e^{-q_n(z-1)} + \right. \\ \left. + 4\xi \sum_{n=l+p+r} \frac{q_n^2 \bar{b}_l \bar{b}_p \bar{b}_r}{(q_l + q_p + q_r)^2 - q_n^2} e^{-(q_l + q_p + q_r)(z-1)} \right], & z > 1, \end{cases} \\
 B &= \sum_n \bar{b}_n e^{q_n} e^{in(\Omega t - kx)} \begin{cases} (1 - 2q_n z) e^{q_n z}, & z < 0, \\ e^{-q_n z}, & z > 0. \end{cases} \quad (17)
 \end{aligned}$$

Амплитуды \bar{b}_n динамо-волн и частота удовлетворяют условиям

$$\bar{b}_n (1 + 4iq_n^2 e^{2q_n} / nkd) = \xi \sum_{n=l+p+r} \bar{b}_l \bar{b}_p \bar{b}_r \quad (18a)$$

для модели 1, а для модели 2

$$\bar{b}_n \left(1 + i \frac{16q_n^2 e^{2q_n}}{nkd} \right) = \xi \sum_{n=l+p+r} \frac{q_n \bar{b}_l \bar{b}_p \bar{b}_r}{(q_l + q_p + q_r + q_n)} \quad (18b)$$

Здесь мы предполагаем, что d близко к d_{cr} и что ξ мало. Тогда амплитуды первых мод преобладают над другими, $b_1, b_{-1} \gg b_{|n|>1}$. Тогда уравнения (18) дают для модели 1

$$\bar{b}_1 = [(1 - d^{-1}d_{cr})/3\xi]^{1/2}, \quad \Delta\Omega = 0, \quad (19)$$

а для модели 2

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{d_{cr}}{d} &= 3\xi \bar{b}_1^2 \left(\frac{k^2 + 3K^2}{3k^2 + 5K^2} \right) \left\{ 1 - \frac{\omega_0^2 [8^{1/2} + K^4 / (k^4 + K^2)]}{(k^2 + 2K^2)(8^{1/2} + K^2)} \right\}, \quad (20) \\
 \Delta\Omega &= -3\xi \bar{b}_1^2 (\omega_0 d / d_{cr}) [8^{1/2} k^2 + (k^2 + K^6)^{1/2} (5K^2 - 3k^2)]^{-1} 2^{1/2} K^4,
 \end{aligned}$$

где $\Delta\Omega = \Omega - \omega_0$, $\omega_0 = \omega(d_{cr})$ и $K^2 = (k^4 + \omega_0^2)^{1/2}$. Амплитуда стационарных осцилляций в обеих моделях пропорциональна $(d - d_{cr})^{1/2}$. В этом приближении изменение в частоте для первой модели обращается в ноль, в то время как для модели 2 частота уменьшается незначительно:

$$\Delta\Omega/\omega_0 \sim 1 - (d/d_{cr}). \quad (21)$$

Математически это различие является следствием того факта, что правая часть уравнения (18a) является действительной, тогда как правая часть уравнения (18b) комплексная. С точки зрения физики это отражает пространственное взаимодействие динамо-волн в модели 2, в которой источники не локализованы.

В обеих моделях, если $\xi > 0$, субкритическая ($d < d_{cr}$) генерация (т.е. обратная бифуркация) невозможна. Это очевидно для модели 1. Чтобы доказать это утверждение для модели 2, достаточно обратить внимание на то, что третий множитель в правой части уравнения (20) для \bar{b}_1 положителен при всех k и для всех ветвей. (Если вместо (13) мы предполагаем, что нелинейность пропорциональна B^{2l+1} , где $l > 1$, то обратная бифуркация может возникнуть для второй ветви.)

В заключение этого параграфа нам хотелось бы резюмировать основные свойства установившихся нелинейных решений:

1. Сдвиг частоты кажется связанным с пространственным взаимодействием динамо-волн. Для модели с несосредоточенными источниками приближение слабого поля дает $\Delta\Omega/\omega_0 \sim 1 - d/d_{cr}$. Очевидно, частота нелинейного решения всегда меньше частоты соответствующего линейного решения с таким же динамо-числом. Как показали численные расчеты с $\alpha \propto (1 + \xi_1 B^2)^{-1}$ (Иванова и Рузмайкин, 1977), для достаточно больших $d - d_{cr}$ частота $\Omega(d)$ также меньше, чем $\omega(d_{cr})$. Модель, исследованная Ивановой и Рузмайкиным, аналогична модели 1 с сосредоточенными источниками, и основной период цикла также постоянен при малых $d - d_{cr}$.

2. Поскольку стационарное решение определяется $\bar{b}_{\pm 1}$, нелинейные поправки в последующих порядках возникают, согласно (18), только в \bar{b}_n с нечетными n . В самом деле, $\bar{b}_1 \sim (d - d_{cr})^{1/2}$ мало, так что уравнения (18) с правой частью вида $\bar{b}_{\pm 1} \bar{b}_{\mp 1} \bar{b}_{\pm 1}$ выполняются только потому, что d близко к d_{cr} , т.е. выражение в скобках в левой части очень мало. Если $n = \pm 2$ (или для другого четного n), правая часть уравнений (18) не может быть составлена из $\bar{b}_{\pm 1}$ (или из \bar{b}_{2n+1}), так что $\bar{b}_{2n} \simeq 0$. Таким образом, мы имеем важное свойство нелинейного решения (Иванова и Рузмайкин, 1977; Bräuer, 1979):

$$B(t + \pi/\Omega) = -B(t).$$

3. Субкритическая генерация (обратная бифуркация) невозможна в рассмотренных выше моделях.

III. Уравнение Ландау в теории динамо

Переход к решению, устанавливающемуся после бифуркации, можно описать уравнением, аналогичным известному уравнению Ландау для возникновения гидродинамической турбулентности (Ландау и Лифшиц, 1959). Впрочем следует подчеркнуть, что уравнение Ландау имеет смысл только в нелинейной задаче динамо.

Следует напомнить, что в контексте гидродинамики предметом изучения является устойчивость стационарного течения $u_0(\mathbf{r})$ с ростом числа Рейнольдса. В линейном приближении получается основная частота, которая имеет отрицательную мнимую часть с соответствующим ростом амплитуды, A , возмущения скорости:

$$u_1(\mathbf{r}, t) = A(t)\mathbf{f}(\mathbf{r}), \quad A(t) = e^{\gamma t + i\omega t}.$$

Уравнение Ландау описывает изменение во времени $|A^2|$, усредненного по интервалам времени, которые велики в сравнении с $2\pi/\omega$:

$$d\overline{|A|^2}/dt = 2\gamma\overline{|A|^2} - \delta(\overline{|A|^2})^2,$$

где учтены следующие (нелинейные) члены. В этом случае теории динамо ситуация несколько проще, поскольку в соответствии со смыслом задачи динамо мы можем взять $\mathbf{B} = 0$ для невозмущенных полей. В случае аксиально-симметричного $\alpha\omega$ -динамо упомянутое выше число Рейнольдса заменяется на динамо-число. Скорость роста γ получается путем решения линейной задачи, γ является отрицательной при $d < d_{cr}$ и положительной при $d > d_{cr}$. Наиболее сложной величиной для нахождения является фактор δ . Для этого требуется решить уравнения в следующем (нелинейном) приближении. Знак δ имеет решающее значение. Если $\delta > 0$, прямая бифуркация возникает при $d = d_{cr}$. Стационарная амплитуда этого решения для малых положительных $d - d_{cr}$ дается выражением $|B| = (2\gamma/\delta)^{1/2}$. При дальнейшем росте d это решение может стать неустойчивым, возникает другая бифуркация и т. д. Если $\delta < 0$, переход к новому решению возникает при $d < d_{cr}$ (обратная бифуркация). В этом случае решение быстро становится неустойчивым и стохастическим по мере увеличения d , и возможно появление странного аттрактора (Ruelle and Takens, 1971; Монин, 1978; Рабинович, 1978). В нашем случае константу δ можно получить, только зная

амплитуду и скорость роста, поскольку $B^2 = 2\gamma/\delta$. Например, в модели 1

$$dB^2/dt = 2\gamma B^2 - 6[1 + (d_{cr}/d)]\xi\gamma B^4. \quad (22)$$

Формальный вывод этого уравнения приводится в дополнении к статье Клирина и Рузмайкина (1981).

Таким образом, в исследуемых моделях, имеющих $\xi < 0$, возможна только нормальная бифуркация. Можно представить себе переход к стохастическому поведению, возникающий в результате последовательности последовательных бифуркаций, возникающих по мере увеличения $d - d_{cr}$. Рюэль и Такенс (1971) полагают, что стохастическое поведение устанавливается после трех бифуркаций. Однако нужно принимать во внимание, что динамо-числа для Солнца, очевидно, близки к d_{cr} (см., к примеру, Иванова и Рузмайкин, 1977), так что вряд ли происходит достаточно бифуркаций. Более того, для объяснения явлений, подобных минимуму Маундера, нам нужно не стохастическое турбулентное поведение, а скорее странный аттрактор (Рузмайкин, 1981; Зельдович и Рузмайкин, 1982). Из исследования конвекционной системы Лоренца известно (см., например, Монин, 1978), что возникновение странного аттрактора соответствует появлению в системе обратной бифуркации ($\delta < 0$). В представленных здесь моделях динамо для этого нужно $\xi < 0$. Следовательно, определение знака ξ является задачей исключительной важности. Вместо (13) мы должны построить уравнение для $\partial\alpha/\partial t$ и, возможно, также для $\partial\nabla v/\partial t$. Такие дополнительные уравнения нужно решать совместно с уравнениями (1) и (2).

IV. Динамика средней спиральности в магнитном поле

Изложенный ранее феноменологический подход к нелинейной задаче [см. (13)] приводит к некоторым интересным и важным результатам (стабилизация осцилляций поля, симметрия решения, периодическая зависимость амплитуды и т. д.). Следующим важным шагом является сравнение этих результатов с действительностью и сопоставление приближения с основополагающими принципами теории. Наблюдательные факты, относящиеся к звездным циклам, будут обсуждаться в следующей главе. Здесь мы будем более подробно рассматривать физические принципы, которым подчиняется обратное влияние магнитного поля на спиральность.

Положим, что l — масштаб длины, на котором производится кинетическая энергия турбулентности. Для простоты мы считаем, что средняя скорость жидкости равна нулю, и разделяем магнитное поле на крупномасштабное среднее поле $\langle \mathbf{H} \rangle \equiv \mathbf{V}$ и мелкомасштабную случайную компонен-

ту \mathbf{h} . Усреднение производится по масштабам, которые велики в сравнении с l и по временам, превосходящим характерное корреляционное время турбулентности τ_0 . Удобно использовать в качестве τ_0 время оборота вихря с масштабом l .

Изменение гидродинамической спиральности $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$ за счет силы Лоренца было подробно исследовано Вайнштейном и Зельдовичем (1972) и Робертсом и Совардом (1975) [см. также Вайнштейн и др., (1980)]. Основные результаты таковы. Во-первых, гидродинамическая спиральность имеет короткое время релаксации (порядка τ_0), так что она меняется с изменениями среднего магнитного поля, т.е. в первом приближении можно смело использовать такую формулу, как (13). Во-вторых, магнитное поле меняет спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$, даже когда силы Кориолиса стремятся к нулю. В однородной изотропной турбулентности этот эффект пропорционален B^4 , в то время как в течении с выделенным направлением он может быть пропорционален B^2 при $B \rightarrow 0$.

На самом деле нас не столько интересует изменение гидродинамической спиральности, сколько модификация закона Ома

$$\langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle = \alpha \mathbf{B} - \beta \nabla \times \mathbf{B}. \quad (23)$$

возникающая из-за силы Лоренца. Оказывается, что в достаточно слабых магнитных полях закон (23) сохраняет свой вид (Frisch et al., 1975; Вайнштейн, 1980а). Однако выражения для α и β меняются. В первом приближении нужно рассмотреть изменение спиральности, не меняя коэффициента диффузии.

В линейной задаче спиральность полностью определяется величиной $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$. Обратное влияние магнитного поля на движение приводит не только к изменению его амплитуды, что дается, к примеру, в (13), но также к появлению качественно нового вклада в α , так называемой средней магнитной спиральности $\langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle$ (Frisch et al., 1975). Происхождение этого эффекта можно легко понять, исходя из следующих соображений.

Отклик поля скоростей на действие среднего магнитного поля \mathbf{B} в присутствии мелкомасштабного магнитного поля \mathbf{h} выражается как

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + (4\pi\rho)^{-1} \int_0^t (\nabla \times \mathbf{h}) \times \mathbf{B} dt.$$

Мы опустили члены порядка $O(h^2)$, поскольку корреляции третьего порядка $\langle hhh \rangle$, возникающие после умножения на h и усреднения, могут быть

сведены к корреляциям второго порядка в τ -приближении Орзага (1970). После усреднения (в изотропном случае) возникает новый вклад в электрическое поле в (23)

$$\langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle = (6\pi\rho)^{-1} \langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle \mathbf{B}.$$

Присутствие в (23) магнитной спиральности сильно осложняет задачу. Раньше мы могли выразить $\langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle$ как функцию среднего магнитного поля, с тем чтобы получить замкнутое уравнение для $\langle \mathbf{H} \rangle$. Теперь в закон Ома входит и мелкомасштабное поле. Задача заключается в нахождении связи между $\langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle$ и средним магнитным полем.

Характерной чертой магнитной спиральности является то, что, в отличие от своего гидродинамического аналога, ее время релаксации в общем случае не равно $\tau_0 \sim l/v$. Магнитная спиральность не может успевать за изменениями крупномасштабного магнитного поля. Поэтому ее зависимость от среднего магнитного поля описывается дифференциальным уравнением (Вайнштейн, 1980а; Клеорин и Рузмайкин, 1982). Причину этого можно найти в различии между законами сохранения идеальной магнитной гидродинамики и гидродинамики. Мы подробно обсудим этот момент чуть позже, после получения уравнения, определяющего поведение магнитной спиральности.

Техника вывода уравнения, связывающего $\langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle$ со средним магнитным полем, довольно проста. Введем векторный потенциал \mathbf{A} для полного магнитного поля \mathbf{H} и разделим его на среднюю ($\langle \mathbf{A} \rangle$) и флуктуирующую (\mathbf{A}') части. Мы знаем, что в идеально проводящей жидкости топологический инвариант $\langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} \rangle$, характеризующий зацепления силовых линий магнитного поля, сохраняется, т. е.

$$\langle \mathbf{A}' \cdot \mathbf{h} \rangle + \langle \mathbf{A} \rangle \cdot \mathbf{B} = \text{const.}$$

Следовательно, среднее произведения флуктуирующих компонент может быть немедленно выражено через произведение двух средних полей. Если $\langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle$ можно легко связать с $\langle \mathbf{A}' \cdot \mathbf{h} \rangle$, то проблема решена.

Приведем вывод, учитывая также конечную проводимость среды. Умножим уравнение индукции

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H} - \nu_m \nabla \times \mathbf{H})$$

скалярно на \mathbf{A}' и соответствующее уравнение для векторного потенциала

$$\partial \mathbf{A} / \partial t = \mathbf{v} \times \mathbf{H} - \nu_m \nabla \times \mathbf{A}$$

скалярно на \mathbf{h} . После суммирования и усреднения по флуктуациям турбулентности мы получаем уравнение для переменной $\chi \equiv \langle \mathbf{A}' \cdot \mathbf{h} \rangle$, а именно

$$\partial\chi/\partial t = -2\langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle \cdot \mathbf{B} - 2\nu_m \langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle - \langle \nabla \cdot [\mathbf{A} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{h})] \rangle. \quad (24)$$

Членом, содержащим дивергенцию, можно пренебречь в силу граничных условий. Член $\langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle$ можно выразить через среднее магнитное поле и полную среднюю спиральность (или, более точно, α), используя (23).

Для описания связи χ и α удобно ввести спектральную функцию $\chi(k, t)$, где

$$\chi(t) = \int \chi(k, t) dk.$$

Допустим, что эта спиральность вносится на волновом числе k_0 . Подобно энергии, она будет постепенно «каскадировать» на последовательности уменьшающихся масштабов из инерциального интервала (k_0, k_1) , где k_1 — волновое число, являющееся верхней границей диапазона. Для простоты мы будем предполагать, что спиральность имеет степенной спектр k^{-q} , т. е.

$$\chi(k, t) = \chi(t) [(q-1)/k_0] [1 - (k_0/k_1)^{q-1}]^{-1} (k/k_0)^{-q}.$$

С точностью до нормировки средняя спиральность равна $\chi(t)$. Показатель степени q определяется специфическим механизмом нелинейного взаимодействия, которое порождает каскад χ ; мы рассматриваем его как феноменологическую константу. Для получения оценок можно использовать $q = \frac{5}{3}$

(колмогоровский спектр) или $q = \frac{3}{2}$ [ансамбль взаимодействующих альфвеновских волн (Kraichnan, 1965)]. Характерное время переноса спиральности для каждого масштаба совпадает с характерным временем переноса энергии, а оно определяется условием постоянства потока на инерциальном интервале

$$\tau^{-1}(k) \int_{k_0}^{k_1} \chi(k) dk = \text{const},$$

откуда следует, что

$$\tau(k) = \tau_0 (k/k_0)^{1-q}.$$

Теперь можно легко вычислить магнитную спиральность:

$$\langle \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h} \rangle = \int_{k_0}^{k_1} k^2 \chi(k, t) dk = \chi(t) k_0^2 \left(\frac{q-1}{3-q} \right) \frac{(k_1/k_0)^{3-q} - 1}{|1 - (k_0/k_1)^{q-1}|}.$$

Ее величина определяется максимальным масштабом, k_0^{-1} .

Вклад магнитной спиральности в α определяется интегралом

$$\alpha_m = (12\pi\rho)^{-1} \int_{k_0}^{k_1} k^2 \tau(k) \chi(k, t) dk \equiv \chi(t) I,$$

где

$$I = \frac{1}{18} \frac{1}{4\pi\rho\nu_T} \left(\frac{q-1}{2-q} \right) \frac{(k_1/k_0)^{4-2q} - 1}{[1 - (k_0/k_1)^{q-1}]}$$

и

$$\nu_T = \tau_0 \nu_0^2 / 3$$

— коэффициент турбулентной диффузии. Умножая (24) на I , мы получаем искомое уравнение

$$\partial\alpha_m/\partial t = (Q/4\pi\rho)[\mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - (\alpha_m + \alpha_h)\nu_T^{-1} B^2] - (\alpha_m/T), \quad (25)$$

где

$$Q = \frac{1}{18} \left(\frac{q-1}{2-q} \right) \frac{(k_1/k_0)^{4-2q} - 1}{[1 - (k_0/k_1)^{q-1}]},$$

$$T = \left(\frac{3-q}{q-1} \right) \frac{1}{2k_0^2 \nu_m} \frac{[1 - (k_0/k_1)^{q-1}]}{(k_1/k_0)^{3-q} - 1}.$$

В одном предельном случае k_1^{-1} определяется условием реализуемости

$$|\chi(k)| \leq 2k^{-1} M(k) \quad (26)$$

(см., например, Моффатт (1978)); k_1 представляет собой масштаб k , на котором в (26) достигается равенство. Здесь $M(k)$ — спектральная функция магнитной энергии, такая что

$$\langle H^2 \rangle / 8\pi = \int M(k) dk.$$

Физический смысл условия (26) заключается в том, что наличие на заданном масштабе магнитной спиральности требует на нем также существования магнитной энергии.

Когда k_1 близко к k_0 , коэффициенты Q и T становятся универсальными константами, независимыми от спектрального индекса q :

$$Q \simeq \frac{1}{9}, \quad T \simeq \frac{1}{2} k_0^{-2} \nu_m^{-1} = \tau_0 R_m. \quad (27)$$

где $R_m = v/k_0\nu_m$ — магнитное число Рейнольдса. Это намекает на то, что в таком приближении уравнение (25) также носит универсальный характер. Мы обращаем особое внимание на тот факт, что входящее в (27) характеристическое время релаксации α , T , в R_m раз превосходит время релаксации гидродинамической спиральности τ_0 .

В другом предельном случае k_1^{-1} оказывается величиной примерно такого же порядка, что и диссипационный масштаб k_d^{-1} , который определяется из очевидного условия

$$\tau^{-1}(k_d) = \nu_m k_d^2,$$

в которое входит

$$k_d = k_0 R_m^{1/(3-q)}.$$

Теперь

$$Q \approx \frac{1}{9}(3\delta/2 + 1)(1 - 3\delta)^{-1} R_m^{\frac{1}{2}(1-3\delta)/(1-3\delta/4)} \quad (28)$$

$$T \simeq \tau_0(1 - 3\delta/4)/(1 + 3\delta/2) \simeq \tau_0, \quad \delta = q - \frac{5}{3}.$$

Только в этом случае время релаксации T является величиной порядка τ_0 .

Таким образом, характерное время релаксации T в значительной мере зависит от границы области реализуемости, k_1 . Для ее получения необходимо знать спектральную функцию магнитной энергии $M(k)$. Однако очевидно, что при больших магнитных числах Рейнольдса (больших k_d) T велико [см. (27)].

В чисто гидродинамическом случае мы также имеем условие реализуемости:

$$|F(k)| \leq 2kE(k),$$

где $E(k)$ — спектральная функция энергии и $F(k)$ — спектральная функция спиральности $\mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$. В однородной изотропной турбулентности эти функции зависят от k одинаковым образом (Moffatt, 1978). Таким образом, когда условие реализуемости соблюдается на масштабе k_0^{-1} , оно также должно выполняться и на диссипационном масштабе k_d^{-1} . В этом кроется причина различия между гидродинамическим и магнитогидродинамическим случаями. Более детальное изучение показывает, что эта разница возникает по следующим причинам. В идеальной гидродинамике спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$ не зависит от времени. В идеальной магнитогидродинамике спиральность $\langle \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{H} \rangle$, напротив, зависит от времени; сохраняющейся величиной является $\langle \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \rangle$. Вот почему условия реализуемости в гидроди-

намике и магнитогидродинамике отличаются множителем k^2 . Этим объясняется также и сужение инерциального интервала в магнитогидродинамической турбулентности $[(k_0, k_1)]$ по сравнению с k_0, k_d .

Следует отметить, что уравнение (25) описывает изменение магнитной спиральности. Обратное влияние поля на гидродинамическую спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$ может быть непосредственно учтено в (23) при помощи преобразований (13). С другой стороны, полная спиральность появляется в правой части (25). Следовательно, в стационарном случае ($\partial \alpha_m / \partial t = 0$) мы имеем

$$\alpha > \alpha_0 + \frac{\tau_0 R_m^{2/3} \langle \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{B} \rangle / 4\pi\rho}{1 + R_m^{2/3} B^2 / 4\pi\rho^2} \cong \alpha_0 (1 - \xi B^2),$$

где $\xi \equiv R_m^{2/3} / 8\pi\rho^2$ и $\alpha_0 = \alpha_h(B = 0)$. Однако это выражение применимо только при $k_1 \rightarrow k_d$, что встречается в астрофизике довольно редко.

V. Численное моделирование МГД-турбулентности

Надежды на прогресс в задаче нелинейного турбулентного динамо возлагаются на численное моделирование. Оно имеет две цели: исследовать и измерить известные физические эффекты и открыть новые. Из-за теорем запрета (гл. 5) для теории динамо представляет интерес только трехмерная турбулентность. Построение численных моделей среднего поля турбулентного динамо было подробно изложено в ряде обзоров и монографий. Некоторые численные нелинейные модели солнечного цикла упоминаются в следующей главе. Здесь мы коротко остановимся на результатах непосредственно численного моделирования нелинейных гидродинамических процессов динамо, выполненного Фришем и его коллегами (Meneguzzi et al., 1981; также см. ссылки в этой статье).

Задача заключается в том, чтобы проинтегрировать полные магнитогидродинамические уравнения; с \mathbf{H} , нормированным на $\sqrt{(4\pi\rho)}$, они имеют вид:

$$\begin{aligned} (\partial/\partial t - \nu \nabla^2) \mathbf{v} &= -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{H} - \nabla P + \mathbf{f}, \\ (\partial/\partial t - \nu_m \nabla^2) \mathbf{H} &= -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{H} + (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{v}. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{f} — случайная сила, δ -коррелированная во времени, которая управляет турбулентным течением; P включает в себя кинетическое и магнитное давления. В задаче предполагается несжимаемость течения.

Турбулентность считается однородной и изотропной. 2π -периодичность во всех трех пространственных направлениях предполагалась допус-

каюшей применение спектрального метода (трехмерных быстрых преобразований Фурье). Были разработаны две программы для компьютера NCAR CRAY1 для сетки с 32^3 ячейками, требующей временного шага 0.5 с, и для сетки с 64^3 ячейками, требующей временного шага 16 с. Максимальные достигнутые значения магнитных чисел Рейнольдса были равны 100; магнитное число Прандтля ν/ν_m равнялось единице. Были отдельно рассмотрены течения со средней спиральностью и зеркально-симметричные течения.

(а) Динамо в зеркально-симметричной турбулентности.

Исходно в чистое гидродинамическое течение с $Re^{-1} = 1.2 \cdot 10^{-2}$ вводилось движение со спектром энергий вида $k^4 \exp(-k^2)$. Производилось интегрирование уравнения Навье – Стокса вплоть до достижения статистически устойчивого состояния. Для этого требуется несколько времен оборота вихря (для вихрей основного масштаба оказывается, что $k \sim 1$). В этот момент t_1 в течение вкладывалось слабое магнитное поле с отношением магнитной энергии к кинетической порядка 0.02. Затем магнитогидродинамические уравнения интегрировались для более чем 10 времен оборота вихря. Отношение энергий быстро возросло до 0.1 и после этого достигалось статистически стационарное состояние. Установленный спектр магнитной энергии имел типичную колоколообразную форму с максимумом при довольно большом k (в десять раз большим, чем исходное k). Присутствовал небольшой избыток магнитной энергии при больших волновых числах ($> k_{max}$). К сожалению, расчеты не дают четкой формы спектра при малых волновых числах, и именно в этой спектральной области теоретические модели динамо определенно предсказывают спектр $M(k) \sim k^4$ (см. гл. 8). Этот вопрос было бы интересно прояснить в дальнейших численных исследованиях.

Интересным результатом было обнаружение перемежаемости магнитного поля в физическом пространстве. Расчеты показали, что в то время как магнитная энергия в стационарном состоянии составляет всего 10% от кинетической энергии, максимальное (по пространству) значение H сравнимо с максимумом v . Этим подтверждается, что магнитное поле сосредотачивается в малых областях физического пространства (рис. 10.4). Замечательный факт, что распределение скоростей (но не распределение завихренности!) оставалось достаточно гладким. Перемежаемые магнитные структуры изменялись во времени, среднее время их жизни составляло около 1 периода обращения.

Естественно сравнить появление перемежаемости с результатами аналитического подхода гл. 7 для поля скоростей $v_i = c_{ik}x_k$. В этом подходе обнаружено наличие (в пределе $R_m \rightarrow \infty$) концентрации поля в нити



Рис. 10.4. Пространственная перемежаемость магнитного поля в нелинейном динамо. Средняя спиральность равна нулю, $R_e = R_m = 100$, $t = 23$. Заштрихованные участки имеют h , составляющую 95 % или более от своей максимальной величины (по Meneguzzi et al., 1981)

и слои. Магнитное число Рейнольдса в описанных численных экспериментах не превышало 100, однако области, занятые перемежаемыми структурами, уже имели сложную форму. Представляется, что эти численные эксперименты подтверждают вывод гл. 8 о возможности действия динамо для в среднем зеркально-симметричной турбулентности. Напомним, однако, что, хотя в этом случае средняя спиральность отсутствовала, в течении имелись сильные флуктуации спиральности.

(b) Турбулентность со средней спиральностью.

В этом случае в течение вносилась как кинетическая энергия, так и гидродинамическая спиральность $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$, последняя была максимально возможной [$F(k) = kE(k)$]. Спектр вводимых энергий выбирался $\sim k^4 \exp(-0.08k^2)$ с максимумом при $k = 5$. Затем, после того как

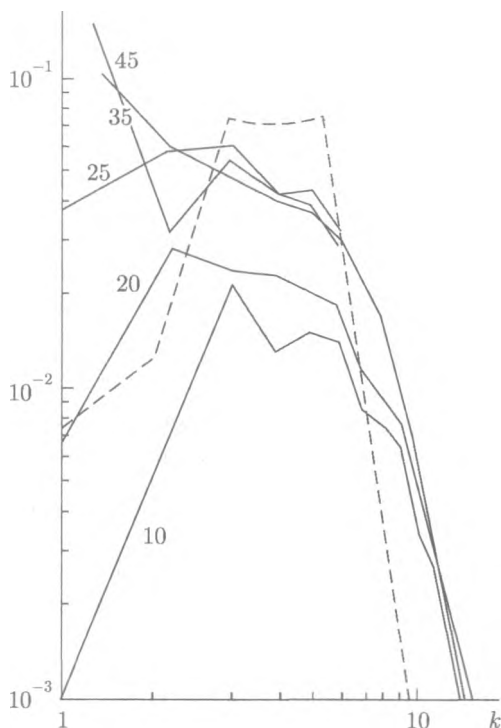


Рис. 10.5. Нелинейное динамо со средней спиральностью. Спектры магнитной энергии показаны для различных моментов времени, а спектр кинетической энергии показан при $t = 45$ (по Meneguzzi et al., 1981)

состояние было достигнуто, в течение вносилась 2% затравка магнитной энергии и интегрирование магнитогидродинамического уравнения продолжалось непрерывно в течение более чем 130 периодов оборота вихря. Магнитное число Прандтля предполагалось равным 5.

На рис. 10.5 изображена эволюция спектра магнитной энергии. Вначале магнитная энергия постепенно возрастала вблизи масштаба инъекции. Затем вершина спектра кривой смещалась к большим масштабам, вплоть до достижения максимального масштаба $k_{\min}^{-1} = 1$. Затем он продолжал расти по амплитуде на больших масштабах. В конце интегрирования ($t = 45$ на рис. 10.5) $M(k)/E(k) = 50$ при $k = 1$ и относительная магнитная спиральность была $k_{\chi}(k)/M(k) = -0.96$ при $k = 1$, т.е. она была отрицательной

и близкой к максимальной. Следовательно, крупномасштабное магнитное поле было почти бессильным и практически не оказывало обратного влияния на крупномасштабные движения.

Здесь бессильное поле возникает в периодическом течении. В реальной ситуации, когда магнитное поле стремится к нулю как $O(r^{-3})$ при $r \rightarrow \infty$, полностью бессильное решение является невозможным (см., например, Moffatt, 1978).

В рассмотренном случае обратное влияние на движение присутствовало исключительно за счет мелкомасштабных магнитных полей. Согласно рис. 10.5, в конце периода интегрирования ($t = 45$) мелкомасштабное ($k \sim 5$) поле было примерно на порядок меньше крупномасштабного ($k \sim 1$) поля. Энергия поля (после $t \approx 20 - 25$) была примерно равна кинетической энергии. Очевидно, на малых масштабах ($k \sim 5$) магнитогидродинамическую турбулентность наглядно можно представить в виде ряби альфвеновских волн на фоне крупномасштабного магнитного поля. Интересно, что крупномасштабное магнитное поле может черпать энергию из мелкомасштабной турбулентности на протяжении долгого времени (Kraichnan, 1979; Meneguzzi et al., 1981). Этот эффект возникает за счет средней спиральности, создаваемой мелкомасштабной турбулентностью. Величину этой спиральности можно оценить следующим образом (Moffatt, 1978; Kraichnan, 1979).

Вначале предположим, что крупномасштабное поле \mathbf{B} постоянно и направлено вдоль оси z . Стоячие спиральные волны представимы в виде

$$\mathbf{v}(r, t) = v_0 \cos(V_A kt) [\sin kz, \cos kz, 0],$$

$$\mathbf{h}(r, t) = (4\pi\rho)^{1/2} v_0 \sin(V_A kt) [\cos kz, -\sin kz, 0],$$

где $V_A = B/(4\pi\rho)^{1/2}$ — альфвеновская скорость, ρ — плотность среды, \mathbf{v} и \mathbf{h} — скорость и мелкомасштабное поле, и создают электрическое поле, направленное вдоль оси z :

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{h})_z = -\frac{1}{2} v_0^2 V_A^{-1} \sin(2V_A kt) B.$$

Пусть теперь статистически стационарное возбуждение таких волн обеспечивается случайной силой (с белым спектром), вызывающим течение, которое в свою очередь сглаживается с эффективным коэффициентом затухания волн γ (за счет омического сопротивления или нелинейных эффектов). Тогда средняя спиральность равна

$$\alpha = \langle \mathbf{v} \times \mathbf{h} \rangle_z / B = \frac{1}{2} B^{-1} \int_0^\infty \sin(2V_A kt) e^{-\gamma t} dt = -\gamma k \langle v^2 \rangle / (\gamma^2 + 2k^2 V_A^2),$$

где

$$\langle v^2 \rangle = v_0^2 \int_0^{\infty} \cos^2(V_A k t) e^{-\gamma t} dt.$$

Очевидно, что в режиме сильного поля $\alpha \sim B^{-2}$.

Путем аналогичных вычислений для случая крупномасштабного магнитного поля с постоянным градиентом (Moffatt, 1978) можно получить выражение для коэффициента турбулентной диффузии, который также пропорционален B^{-2} в режиме сильного поля. Следовательно, согласно уравнению (8.9), линейный рост (или затухание) крупномасштабного магнитного поля возможен, только когда мы пренебрегаем омической диссипацией. В численных расчетах Менегуцци и др. (1981) $\nu_m = 2.5 \cdot 10^{-3}$ в безразмерных единицах. Таким образом, омическое затухание, которое стабилизирует крупномасштабное бессиловое поле, начнет действовать только по прошествии характеристического времени порядка $(\nu_m k^2)^{-1} \sim 400$. Напомним, что вычисления завершались при $t = 45$. Таким образом, линейный рост крупномасштабной магнитной энергии был временным и осуществлялся за счет получения энергии от мелкомасштабной гидродинамической турбулентности. Важно подчеркнуть, это растущее бессиловое поле могло возникать только потому, что были постулированы периодические граничные условия.

ГЛАВА 11

Звездные циклы

I. Проблемы звездной таксономии

Таксономия, систематика, давно и успешно применяется к растениям и животным и, как известно, стала основой, на которую опираются эволюционные теории. Подобным образом классификация и идентификация спектров звезд являются эмпирической основой теории эволюции звезд, и для астрономов имена Герцшпрунга, Расселла и Эддингтона так же памятливы, как для натуралистов имена Линнея и Дарвина. В классической астрономии звезды наносятся как точки на двумерную диаграмму Герцшпрунга – Расселла (рис. 11.1), где одна из осей обозначает спектральный класс, а другая светимость звезды. Спектральный класс определяется, по сути, степенью ионизации атомов в атмосфере звезды, а сама она дается эффективной температурой и плотностью звездной поверхности. Температура самых горячих звезд класса O $(2.5 - 3.0) \cdot 10^4$ К. Солнце принадлежит к спектральному классу G $(\sim 0.6 \cdot 10^4)$ К, в то время как самые холодные звезды с температурами около $0.2 \cdot 10^4$ К относятся к классу M. Оказывается, что светимость звезд неоднозначным образом зависит от спектрального класса (при одинаковой степени ионизации температуры звезд с плотными и разреженными атмосферами отличаются). Поэтому мы видим на диаграмме H-R несколько кривых. Центральная часть диаграммы — это так называемая главная последовательность; выше нее (по светимости) кривые субгигантов, гигантов, ярких гигантов и белых карликов. Эта неоднозначность учитывается путем добавления к спектральному классу каждой звезды символа d (карлик), g (гигант) или s (сверхгигант); например, Солнце обозначается dG. Поскольку эффективная температура меняется даже в пределах одного спектрального класса, вводятся подклассы, различающиеся добавлением цифры к двум буквам; в этой формулировке Солнце является dG2-звездой.

По мере развития наблюдательной астрономии и распознавания новых деталей звездных спектров (при одинаковой температуре и светимости спектральные линии могут быть узкими и широкими, поляризованными

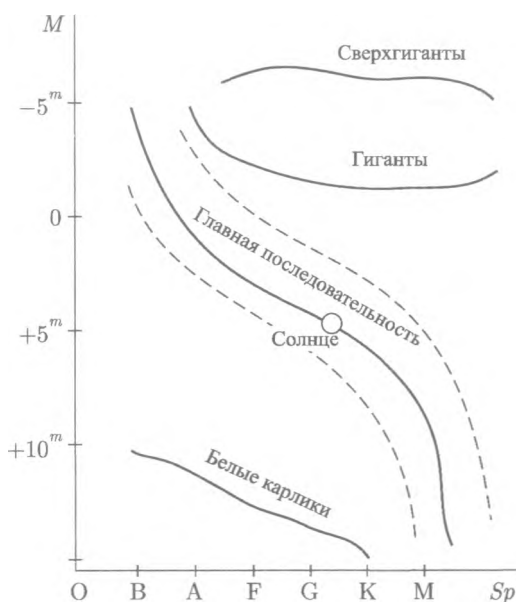


Рис. 11.1. Диаграмма Герцшпрунга – Рессела: M – абсолютная величина, Sp – спектральный класс. Субгиганты и субкарлики располагаются на пунктирных линиях над и под главной последовательностью

и неполяризованными и т. д.) к этим спектральным обозначениям прибавились дополнительные символы, и двумерная классификация потеряла свою прозрачность. Сегодня астрофизики остро осознают необходимость прогресса в области звездной таксономии (Стам, 1980).

Классическая двумерная таксономия хорошо согласовывалась с моделями звездных атмосфер, в которых тепловые свойства полностью определялись их гидростатикой и радиационным или конвекционным равновесием. Однако эти простые модели неспособны объяснить некоторые важные наблюдательные факты, установленные в ходе быстрого прогресса в астрофизических наблюдениях на всех длинах волн, от инфракрасных до рентгеновского и γ -излучения. Особенно сильно в этом отношении повлияло открытие спектральных линий пятикратно ионизированного кислорода O(VI) (потенциал ионизации 114 эВ) в ультрафиолете, излучаемых атмосферами звезд с температурами не более $5 \cdot 10^4$ К, резонансных спектральных линий ионизированного Ca(II) в видимом диапазоне (непосредственное указание

на присутствие хромосферы — тонкой нетепловой оболочки — во многих звездах) и звездных корон с температурами около 10^6 К. Длительные наблюдения спектральных линий Ca(II) обнаружили циклическую изменчивость ряда звезд (Wilson, 1978, см. далее § II).

Замечательно, что все эти явления можно пронаблюдать на Солнце. Благодаря близости этой звезды мы понимаем их физические истоки. Наиболее важным из них, наряду с вращением и турбулентностью, является наличие магнитного поля. И солнечный цикл, и нагрев солнечной хромосферы и короны обязаны своим существованием этому полю. Оно также является определяющим фактором в звездной активности. Открытие и изучение такой активности пошатнуло здание классической таксономии до самого основания, где покоится идея о спокойной звезде, находящейся в приближительном механическом и тепловом равновесии.

Активность Солнца не велика; известно, что в периоды максимальной активности солнечные пятна покрывают не более чем 2 % поверхности Солнца, а рентгеновская светимость солнечной короны составляет лишь миллионную часть от полной светимости Солнца. Таким образом, солнечную активность можно рассматривать как малое отклонение от равновесия. Однако наблюдения показывают, что активность некоторых звезд настолько высока, что подобная картина оказывается несостоятельной. Например, пятна на звезде VY-Draconis из созвездия Дракона, расположенного между Большой и Малой Медведицами, покрывают около 20 % поверхности звезды! Рентгеновская светимость корон некоторых карликов составляет 10 % от их полной светимости.

II. Свидетельства звездной активности

Астрономы любят говорить, что Солнце является типичной звездой. Так что довольно давно было очевидно, что его активность и, по-видимому, ее периодичность должны быть типичны для многих звезд. Лишь в последнее время стали доступны наблюдательные данные о звездной активности некоторых других звезд. Солнце уникально по своей близости, и поэтому его относительно слабая активность может быть подробно исследована. Было обнаружено (см. выше), что солнечные пятна никогда не покрывают более чем 2 % поверхности Солнца; рентгеновская светимость солнечной короны в 10^6 раз слабее оптической светимости Солнца. Несомненно, было бы сложно обнаружить такие слабые явления для удаленных звезд. Прогресс в наблюдениях произошел, с одной стороны, благодаря открытию звезд более активных, чем Солнце, и, с другой стороны — как за счет значительного увеличения точности наблюдений, так и за счет расши-

рения исследуемого спектрального диапазона. Хромосферы, короны, ветра, пятна и всплески являются свидетельствами звездной активности. Такие признаки активности видны на Солнце, и в результате их непосредственных и подробных наблюдений приходит понимание основных причин звездной активности вообще: движения и магнитного поля.

Хромосфера представляет собой оптически тонкий слой атмосферы звезды, прозрачный для непрерывного излучения и испускающий излучение на спектральных линиях водорода, гелия, кальция и других элементов. Хромосфера Солнца простирается до высоты $10^{-2}R_{\odot}$, где плавно переходит в корону. Важной чертой хромосферы является увеличение ее температуры с высотой. Над Солнцем температура увеличивается от 4500 К в основании хромосферы до 30 000 К на ее верхних уровнях. Этот положительный направленный вовне градиент температур требует подачи к хромосфере тепловой энергии. Значение этого источника тепла увеличивается с высотой, поскольку плотность уменьшается и, следовательно, уменьшается излучение единицей объема. Многочисленные исследования (см., например, Пикельнер, 1966) показали, что нагревание хромосферы Солнца может сопровождаться магнитогидродинамическими волнами. Эти волны возбуждаются конвекционными движениями в магнитном поле Солнца, и происходит диссипация их энергии за счет роста амплитуды и укручения фронта таких волн при их распространении в среде с уменьшающейся плотностью. Наблюдения показывают, что структура хромосферы Солнца тесно связана с магнитным полем. Хромосферные структуры отчетливо видны и напоминают соты с диаметром ячейки порядка $3 \cdot 10^4$ км, имитирующие, таким образом, структуру в среднем стационарной солнечной конвекции в нижних слоях, так называемую супергрануляцию. В видимых ячейках газ движется от их центров к периферии со скоростью около 0.5 км/с и сосредоточивает поле на границах ячеек. Доказательством существования магнитного поля и его значимости для динамики хромосферы являются выбросы, которые наблюдаются на многих диапазонах частот, а также другие проявления активности (например, тонкие вертикальные джеты -- спиккулы и протуберанцы). Исчерпывающее подтверждение существования хромосфер у других звезд было получено оптической астрономией, обнаружившей спектральные линии Ca(II), Mg(II), в числе прочих линии водорода L_{α} , H_{α} и спектральные линии гелия He(I), He(II) (Linsky, 1977). Хромосферы были найдены у поздних звезд от классов от F до M (спокойное Солнце принадлежит классу G2), у молодых звезд тех же спектральных классов (аналогичных активному Солнцу), у гигантов и супергигантов классов от G до M, долгопериодных переменных (типа O Ceti), спектроскопических двойных, новых и, помимо всего прочего, протозвезд.

Спектральные линии К и Н ионизированного Са(II) (потенциал ионизации 11.87 эВ) с $\lambda = 3933 \text{ \AA}$ и 3968 \AA соответственно оказались наиболее удобными «инструментами» для изучения излучающих хромосфер. Эти линии возбуждаются в основном в результате столкновения частиц в самой хромосфере (а не в результате излучения, приходящего от фотосферы) и обладают значительной оптической глубиной. Наблюдая эти линии более 10 лет, Вильсон (1978) установил наличие периодичности в звездной активности. Используя 60-дюймовый телескоп обсерватории Маунт Вильсон, он начиная с 1967 г. занимался измерением потока в полосах частот шириной 1 \AA , центрированных по спектральным линиям относительно спектральных линий в двух полосах, сдвинутых на 250 \AA по обе стороны от этих линий. Наблюдения проводились для 91 звезды из главной последовательности классов от F до M; 18 из них использовались в качестве стандарта, их потоки были минимальны и практически не менялись со временем. Для большинства других звезд обнаружилось изменение потоков по спектральным линиям К-Н, и около 10 звезд показали изменение во времени производной их потока, т. е. они завершили полные циклы.

Примером таких наблюдений является звезда HD 81809, принадлежащая спектральному классу G, которая представила полный 10-летний цикл. По спектральному классу и периоду активности эта звезда аналогична Солнцу, однако амплитуда ее активности оказалась в 4 раза больше, чем у Солнца во время его солнечного цикла. Вильсон отметил, что амплитуды изменения были больше для звезд, принадлежащих более поздним спектральным классам. Это важно для теории, поскольку толщина конвективных зон звезд увеличивается к поздним спектральным классам, и, значит, интенсивность конвективных движений, способных обеспечить генерацию магнитного поля, также увеличивается.

Значительно более сильные изменения видимой светимости (до 30 %) наблюдались ранее в спектроскопических двойных карликах (Чугаинов, 1966). В качестве примера можно привести звезду BY Dra (HD 234677, K7Ve) из созвездия Дракона, расположенного между Большой и Малой Медведицами (рис. 11.2). Период изменений ее светимости (3.826 дней) оказался отличным от орбитального периода (5.981 днсй). Периодические изменения можно наблюдать в течение периода в несколько недель, после которого они пропадают только для того, чтобы снова возникнуть с другой фазой, но таким же периодом (Worp and Evans, 1973). Такое поведение светимости можно объяснить, только предположив, что одна из звезд двойной системы имеет пятно (или пятна) с температурой на несколько сотен градусов больше температуры остальной ее поверхности ($T_{\text{Sur}} = 3500 \text{ K}$, $T_{\text{Spot}} = 2000 \text{ K}$) и что максимальная площадь покрытия поверхности пятном (или

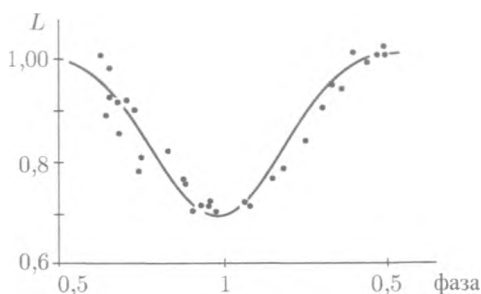


Рис. 11.2. Наблюдаемые изменения яркости VY Dra в 1965 г. (по Чугаинову, 1966)

пятнами) составляет около 20 %. Период 3.826 дней отождествляется с периодом вращения звезды. Открытие короны и распознавание вспышек от этих звезд подтвердили эту интерпретацию. Вспышечная активность, связанная с пятнами на поверхности, по-видимому, свойственна широкому классу карликов от классов K до M, а также молодым эволюционирующим звездам (Gershberg, 1975). Есть множество звезд, которые по активности намного превосходят Солнце и которые также иногда демонстрируют циклические изменения. В частности, астрономы из Гарвардского Смитсоновского астрофизического центра доказали, что звезды типа VY Dra обладают циклами с периодами около 10 лет.

Важное подтверждение звездной активности было представлено открытием звездных корон, сделанным при помощи 58-сантиметрового рентгеновского телескопа, установленного на борту спутника Астрономической обсерватории высоких энергий (HEAO-2), позже названный Эйнштейном (Giaccioni, 1980). Он был запущен в ноябре 1978 г. и находился в эксплуатации вплоть до весны 1981 г. Чувствительность рентгеновского телескопа, функционирующего в интервале от 0.1 до 4 кэВ, была превосходной. Согласно Джакконни, улучшение его чувствительности, по сравнению с первым рентгеновским телескопом 1962 г., было так же велико, как 10^6 -кратное увеличение чувствительности знаменитого 200-дюймового оптического телескопа по сравнению с телескопом Галилея в 1610 г. Даже по сравнению с предшествующим ему спутником HEAO-1 чувствительность увеличилась в тысячу раз, и еще большее усовершенствование произошло в сравнении со спутником Uhuru (1970), с которого были сделаны многие известные открытия в рентгеновской астрономии (включая открытие таких источников, как Her X-1, Cen X-3 и Cyg X-1). Чувствительность рентгеновского телескопа на HEAO-2 была сравнима с оптической чувствительностью 200-дюймовым

паломарским телескопом, чувствительность которого в 10^6 раз больше, чем у человеческого глаза.

Эта сверхвысокая чувствительность обсерватории Эйнштейна позволила зафиксировать рентгеновскую светимость в 10^{28} эрг/с от звезды, удаленной от нас на 100 пк. Следовательно, стало возможно различить короны звезд практически всех спектральных классов, с эффективными поверхностными температурами в интервале от $3 \cdot 10^3$ К и $4 \cdot 10^4$ К и светимостями в 10^4 раз слабее или сильнее, чем у Солнца (Vaiana et al., 1981). Неожиданностью стало то, что рентгеновское излучение приходило от молодых звезд (O, B) и от звезд поздних спектральных классов (K, M). Первые отличаются высокой скоростью вращения (около 200 км/с), но, согласно теоретическим построениям, они не имеют конвективных оболочек. Последние, напротив, имеют глубокие конвективные оболочки, но медленно вращаются (со скоростями вращения поверхности менее 5 км/с). Существование и структура звездных корон объясняется активной диссипацией петель магнитного потока, выбрасываемого со звездных поверхностей.

Вначале эти идеи развивались на основе рентгеновских наблюдений солнечной короны, полученных в рамках программ Skylab (Vaiana and Rosner, 1978). Наблюдения Skylab показали, что рентгеновское излучение испускается короной не обычным путем, а приходит от магнитных петель фотосферных и хромосферных магнитных полей. Здесь важна топология коронального магнитного поля. Открытые конфигурации едва ли вообще испускают рентгеновское излучение; корональные дыры, напротив, излучают большую часть солнечного ветра. Магнитная энергия в замкнутых конфигурациях высвобождается при пересоединении силовых линий магнитного поля со скоростью

$$\varepsilon_H \sim 10^{-2} v_A H^2 / 4\pi r_l \text{ (эрг/см}^3\text{с)},$$

где r_l — радиус петли, v_A — альфвеновская скорость, а H — магнитное поле. Пересоединения силовых линий магнитного поля и связанные с ними солнечные вспышки издавна изучаются как источники энергии для короны (Сыроватский и Сомов, 1980). Такие рассмотрения важны для теории крупномасштабного нагрева звездной короны.

Магнитная энергия, выделяющаяся из петель за счет пересоединения силовых линий магнитного поля, отводится теплопроводностью и рентгеновским излучением со скоростью (Галеев и др., 1979)

$$\varepsilon_R \sim 10^5 (nkT_e)^2 T_e^{-3/2} \text{ (эрг/см}^3\text{с)}.$$

Наиболее вероятной причиной пересоединений и рассеяния непотенциальных компонент поля является, по-видимому, перекручивание петель за счет, например, дифференциальных движений в основаниях возникающих пе-

тель. Интересно, что отдельные петли в короне, по-видимому, не находятся в гидростатическом равновесии с окружающей средой. Однако равновесие можно обеспечить динамически за счет вовлечения в петли движения плазмы (Vaiana and Rosner, 1978).

Следующий параграф мы начнем с рассмотрения солнечной активности.

III. Механизмы солнечной активности

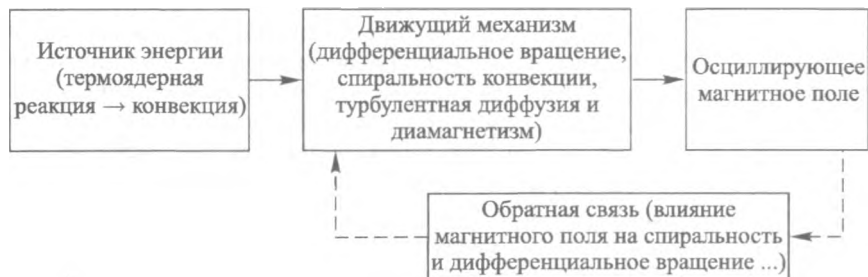
Спокойное Солнце можно представить как газообразную сферу, равновесное состояние которой определяется балансом между гравитационной силой и градиентом давления. Происходящий в его центре термоядерный синтез является источником энергии. Внешняя оболочка Солнца находится в состоянии стационарной конвекции, ячейки которой предположительно представляют собой гранулы и супергранулы, видимые на поверхности. Эта конвекция не зависит от широты и долготы. Солнце вращается ($\omega \simeq 3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ на экваторе, т. е. период его обращения составляет около месяца) и обладает магнитным полем, но вращение и поле настолько слабые, что они не оказывают влияния на равновесие спокойного Солнца.

В активном Солнце роль движений и магнитных полей становится доминирующей. Все проявления солнечной активности (активные области, пятна, вспышки, протуберанцы, корональная конфигурация и т. д.) соответствуют магнитным полям, и считается, что магнитные поля связывают вместе эти явления. Поэтому магнитогидродинамика и динамика плазмы должны являться фундаментом, на котором нужно искать объяснение солнечной активности и вырабатывать методы ее предсказания.

Замечательной чертой солнечной активности является ее повторяемость или периодичность. 11-летний цикл широко известен (как в научном сообществе, так и среди широкой общественности). Он был открыт в 1893 г. астрономом-любителем Генрихом Швабе из Дессау, который свой досуг полностью посвящал поискам солнечных пятен. Известно, что количество пятен, полная площадь занимаемой ими поверхности на солнечном диске и некоторые другие свойства активности связаны с изменениями напряженности магнитного поля во время 11-летнего цикла. С учетом смены знака крупномасштабного магнитного поля Солнца при переходе от цикла к циклу, азимутальная компонента которого связана с пятнами и полоидальная компонента представляет собой диполь, эта периодичность в действительности является 22-летней.

Эта периодичность объясняется теорией магнитного динамо (Parker, 1955; Babcock, 1961; Leighton, 1969; Steenbeck and Krause, 1969; Yoshimura,

1975a; Stix, 1976; Иванова и Рузмайкин, 1977). Механизм действия солнечного динамо схематически изображен на блок-схеме. Термоядерный синтез в центре Солнца поддерживает стационарную конвекцию в поверхностной оболочке (конвективной зоне) и является источником энергии для динамо-машины. Осциллирующая система является крупномасштабным магнитным полем, усредненным по масштабам и временам, превосходящим характерные масштабы длины и времени турбулентности. Механизм, управляющий осциллирующей системой (или, иными словами, накачка и откачка энергии), действует посредством дифференциального вращения Солнца, средней спиральности его турбулентной конвекции и турбулентной диффузии силовых линий магнитного поля. Значительную роль играют и некоторые другие факторы, а именно диамагнитная откачка поля из конвективной зоны (Зельдович, 1956; Rädler, 1968; Вайнштейн и Зельдович, 1972; Иванова и Рузмайкин, 1976), магнитная плавучесть (Parker, 1979) и, возможно, топологическая накачка (Дробышевский и Юферев, 1974).



Можно прямо наблюдать зависимость вращения Солнца от широты (см. обзор Howard, 1978). Экватор вращается примерно на 20% быстрее полюсов. Анализ наблюдательных данных четко указывает на то, что вращение также зависит от глубины (Stenflo, 1976; Deubner et al., 1979). Хотя теория дифференциального вращения Солнца [см., например, обзоры Дарни (1976) и Вандакурова (1976)] еще не устоялась вследствие недостатка знаний о зависимости угловой скорости от радиуса и гелиошироты, бесспорно, что вращение не является однородным. Тот факт, что радиальное направление является преимущественным в конвективной зоне, определяет характер дифференциального вращения; большая часть конвективных элементов возникает и исчезает в этом направлении, и имеется сильный радиальный градиент плотности. Следовательно, дисперсия радиальных скоростей больше, чем дисперсия тангенциальных. Это приводит к переносу момента импульса для компенсации сглаживающего действия турбулентной

вязкости (Rüdiger, 1977). Впервые это было отмечено Киппенханом (1963), который считал это следствием анизотропной вязкости. Фактически эффект пропорционален скорости (а не ее градиенту, как для вязких напряжений) и обусловлен действием кориолисовых сил на конвективные элементы (Рузмайкин и Вайнштейн, 1978). Похожая, но несколько иная точка зрения бытует в отношении происхождения дифференциального вращения, вызывающего действие кориолисовых сил на гигантские конвекционные ячейки, которые, возможно, существуют в недрах конвективной зоны Солнца (Gilman, 1976; Монин, 1980). Интересно, что дифференциальный характер вращения и его интенсивность непосредственно вытекают из соображений подобия (Голицын, 1974).

Спиральность турбулентной конвекции подразумевает, что вихри с одним направлением вращения преобладают над вихрями с противоположным направлением вращения (скажем, левовинтовые вихри преобладают над правовинтовыми), т. е. солнечная конвекция не является зеркально-симметричной. Такой эффект естественно возникает в неоднородной конвективной зоне за счет дополнительного вращения кориолисовыми силами возникающих и исчезающих конвективных элементов. Обычно асимметрия характеризуется средней плотностью спиральности (гл. 8):

$$\alpha = -\frac{1}{3}\tau(\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v}) \approx \rho^{-1}l^2(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \rho),$$

где ρ — плотность, l — корреляционная длина, а τ — корреляционное время турбулентной конвекции.

Можно дать следующее упрощенное представление действия механизма солнечного динамо. Дифференциальное вращение проводящей жидкости в конвективной зоне приводит к зональному отклонению силовых линий полоидального поля, т. е. к созданию азимутального поля (рис. 11.3). Под действием конвекции, которая в среднем является спиральной, возникают, поворачиваются, отрываются и сливаются петли азимутального поля, образуя полоидальное поле из азимутального (рис. 11.4). При соответствующих значениях $\nabla\omega$ и α такой волновой процесс переходит к самовозбуждению. В этом простейшем случае условие возбуждения определяется безразмерным динамо-числом D , задаваемым ниже (4).

Теория динамо приводит к полезным выводам даже в простейшем виде, т. е. в линейной по полю B форме (когда в блок-схеме нет витка обратной связи). Она объясняет периодичность магнитного поля (обращение полярности и изменения знаков полей пятен), перемещение максимума поля к более низким гелиоширотам (закон Шпёрера, «бабочки» Маундера), наблюдаемое фазовое соотношение между радиальной и азимутальной компонентами и другие свойства солнечного цикла.

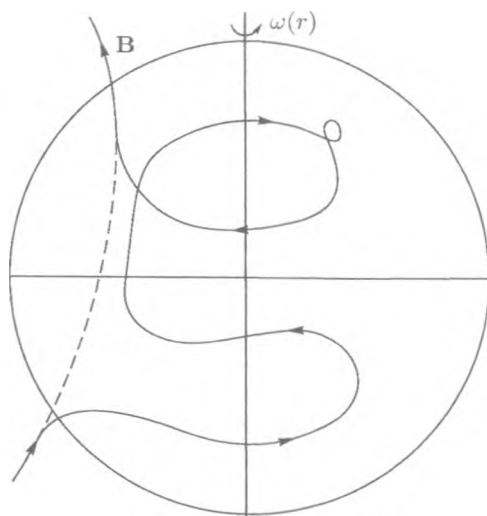


Рис. 11.3. Действие дифференциального вращения на магнитное поле. Осесимметричное поле дипольного типа создает два противоположно направленных кольца азимутального поля

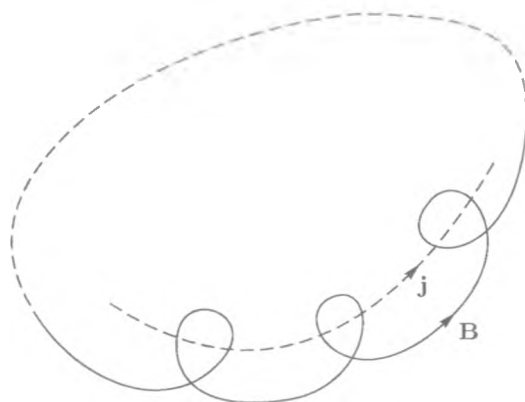


Рис. 11.4. Действие спиральных вихрей на магнитное поле. Набор «маленьких» вихрей, для которых $\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \neq 0$, может генерировать крупномасштабное магнитное поле полоидального типа (посредством тока \mathbf{j}) из азимутального поля B_ϕ

Линейная кинематическая задача солнечного динамо довольно проста. Выражения для дифференциального вращения, спиральности, турбулентной вязкости и турбулентной магнитной проницаемости берутся из полуэмпирических или теоретических моделей. Качественно в задачу входит только безразмерное динамо-число. Осциллирующее решение с постоянной амплитудой получается для определенного значения динамо-числа D_0 , которое определяется уравнениями динамо и соответствующими граничными условиями. Решения имеют форму волн, распространяющихся по определенным поверхностям [в простейшем случае по поверхностям $\omega = \text{const}$; Yoshimura (1975)]. Период волны отождествляется с наблюдаемым периодом цикла. Важно, что период и направление распространения волны слабо зависят от $D - D_0$, так что линейная теория является надежным и ценным индикатором этих свойств в более реалистичных, но более сложных нелинейных задачах.

Поскольку линейная теория солнечного динамо подробно изложена во множестве обзоров и монографий, мы удовлетворимся здесь кратким изложением. Мы будем обсуждать лишь такие детали, которые тем или иным образом выживают в полной нелинейной задаче и могут быть использованы для сравнения с наблюдениями.

IV. Характеристики кинематической теории динамо

Хотя имеется экспериментальное подтверждение существования крупномасштабных осесимметричных полей (Altschuler et al., 1974), мы будем рассматривать магнитные поля осесимметричными лишь в среднем. Тогда вместо трех компонент вектора \mathbf{B} удобно рассматривать две величины: азимутальное поле $B \equiv B_\phi(t, r, \theta)$ и азимутальную составляющую векторного потенциала $A = A_\phi(t, r, \theta)$ полоидального поля:

$$B_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A), \quad B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA).$$

Вначале мы предполагаем, что турбулентная магнитная проницаемость является постоянной в конвективной зоне. Тогда действие параметризованной спиральной турбулентности и дифференциального вращения магнитного поля описывается уравнениями, которые следуют из уравнений (8.9)–(8.10) гл. 8:

$$\partial A / \partial t = \alpha B + \nu_T (\nabla^2 - \text{cosec}^2 \theta) A, \quad (1)$$

$$\partial B / \partial t = (\nabla \omega \times \nabla)_\phi r \sin \theta A + \nu_T (\nabla^2 - \text{cosec}^2 \theta) B. \quad (2)$$

Важным свойством этих уравнений является то, что они имеют волновые решения:

$$A \sim \exp[i(\Omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad B \sim \exp[i(\Omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \Phi)]. \quad (3)$$

Паркер (1955), который первым нашел эти решения, назвал их «динамо-волнами». В линейном режиме динамо-волны неустойчивы, их амплитуда экспоненциально убывает на коротких длинах волн и растет на больших. Есть только одно значение $k = k_{\text{кр}}$, для которого динамо-волны распространяются с постоянной амплитудой.

Чтобы получить из уравнений (1) и (2) качественную оценку частоты волны Ω , фазового сдвига между компонентами поля Φ и критического волнового числа $k_{\text{кр}}$, можно пренебречь эффектами кривизны и положить α и $\nabla\omega$ равными константе. Тогда подстановка (3) в уравнения (1)–(2) дает

$$\Omega^2 = -\frac{1}{2}\alpha R(\nabla\omega \times \mathbf{k})_{\phi}, \quad k_{\text{кр}} = R\nabla_r\omega\alpha/2\nu_T^2, \quad \Phi = \pi/4,$$

где R — радиус звезды. Таким образом, \mathbf{k} перпендикулярен $\nabla\omega$, т.е. динамо-волны распространяются вдоль поверхностей $\omega = \text{const}$ (Yoshimura, 1975b). В частности, когда ω зависит только от радиуса r , волны распространяются вдоль меридианов $\theta = \text{const}$. Это свойство позволяет нам объяснить замечательное явление, наблюдаемое во время солнечного цикла: перемещение активности солнечных пятен на поверхности Солнца от высоких широт к экватору. Для этого необходимо отождествить появление пятна с гребнем динамо-волны. Правильное направление распространения получается, только когда $\alpha\nabla_r\omega < 0$ в северном полушарии ($k_{\theta} > 0$) и $\alpha\nabla_r\omega > 0$ в южном полушарии ($k_{\theta} < 0$).

Выше для простоты предполагалось, что произведение $\alpha\nabla_r\omega$ является ненулевым как функция координат, но это необязательно. Источники дифференциального вращения и спиральности могут быть локализованы в различных местах, так что произведение $\alpha\nabla_r\omega > 0$ обращается в ноль. Даже в этом случае может происходить генерация динамо-волн за счет турбулентной диффузии среднего поля от одного источника к другому (Steenbeck and Krause, 1969; Иванова и Рузмайкин, 1976; 1977; 1980), их частота опять определяется величиной $\alpha\nabla_r\omega$, трактуемой теперь как произведение амплитуд источников, расположенных в различных местах.

Еще одним важным свойством динамо-волн является сдвиг фаз между A и B . Наблюдаемыми величинами являются азимутальное поле B (поле пятен) и радиальная компонента поля B_r (точнее говоря, измеряется поле, направленное вдоль луча зрения). Видно, что поле B смещено относительно B_r на $3\pi/4$. Для фиксированного фазового сдвига соотношение между B

и A (или B_r), как легко видеть из уравнения (2), зависит только от знака градиента угловой скорости. Следовательно, измеряемое соотношение между фазами B и B_r дает информацию о знаке $\nabla\omega$ (Stix, 1976). Анализ наблюдений поля Солнца в период 1965–1975 гг., проделанный Стиксом, показал, что угловая скорость должна возрастать с глубиной в областях генерации азимутального поля ($\partial\omega/\partial r < 0$). Отсюда следует, что $\alpha > 0$ в северном полушарии вблизи поверхности Солнца. Это согласовывается с теоретическим рассуждением о том, что знак средней спиральности должен быть пропорционален $-(\omega \cdot \nabla\rho/\rho)$.

Вместо k_{cr} предпочтительнее применять безразмерное волновое число $k_{cr}R$. Линейную задачу обычно характеризуют безразмерным динамо-числом

$$D = \alpha_0 \omega R^3 / \nu_T^2. \quad (4)$$

Его критическое значение, соответствующее динамо-волне с постоянной амплитудой, равно $D_0 \sim (k_{cr}R)^3$. Подставляя оценки параметров для конвекционной области Солнца в выражение для k_{cr} , мы получаем $D_0 \gtrsim 10^4$.

Можно оценить период цикла как

$$P = 2\pi/\Omega \simeq 2\pi(\alpha \nabla\omega k_{cr}R)^{-1/2}.$$

Мы берем $\alpha \approx \frac{1}{3}l\omega_0$, $\nabla\omega \approx \omega_0/0.3R$, $\nu_T = \frac{1}{3}lv$, где l — длина перемешивания для конвективной зоны. Подставляя $\omega_0 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $R = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}$, $l = 10^{-2}R$ и $v \simeq 5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$, мы находим, что период P меньше года, вопреки известному факту, что наблюдаемый солнечный цикл составляет 22 года. Откуда берется это различие? Можно полагать, что оценка P была слишком грубой. Однако более тонкие вычисления периода динамо-волны, проделанные многими авторами, воспроизводят это же расхождение; тогда можно сказать, что использовавшаяся плотность средней спиральности не является достоверной. Но для того чтобы теоретическое значение P совпадало с наблюдаемым, величина α должна быть уменьшена более чем на два порядка, что не может быть оправдано с теоретической точки зрения.

Расхождение можно устранить с помощью турбулентного диамагнетизма (Иванова и Рузмайкин, 1976). Существование этого явления неизбежно, поскольку гидродинамические модели конвекционных зон (Baker and Tamesvagu, 1966) показали, что интенсивность турбулентных движений должна меняться с глубиной.

Для того чтобы оценить роль диамагнетизма и других эффектов, необходимо знать распределение кинематических параметров в конвективных зонах звезд. К сожалению, гидродинамическая задача конвекции во внешней оболочке Солнца и других звезд до сих пор не решена надлежащим

образом (см. Dungey, 1976; Вандакуров, 1976). Основная трудность связана со стратификацией конвективной зоны. От основания этой области до ее поверхности (от $0.7R$ до $1R$ для Солнца) плотность меняется по величине на несколько порядков. Изменение наиболее резкое вблизи поверхности и более сглаженное у основания. Для движения, масштабы которого превосходят масштабы изменения плотности (шкала высот), следует учитывать сжимаемость и, следовательно, выходить за пределы так называемого приближения Буссинеска, в котором сжимаемость фигурирует только в силе плавучести. Эта проблема подробно исследуется в работе Саймона и Вейса (1968), где они предлагают ячеистую модель конвекции с тремя типами ячеек: 1) *гигантские ячейки*, горизонтальный размер которых сравним с глубиной области, простирающиеся в вертикальном направлении на глубину порядка $150\,000$ км (от поверхности), характерная скорость этих ячеек около 0.05 км/с, и время жизни около месяца; 2) *супергранулы* с характерным радиусом $l \simeq 15\,000$ км и скоростью $v \simeq 0.5$ км/с, т.е. с характерным временем не более суток; 3) *гранулы* с характерным масштабом, соответствующим шкале высот на поверхности Солнца, $l \simeq 10^3$ км и $v \simeq 1$ км/с; предполагается, что грануляция производится супергранулами, поднимающимися снизу. Гранулы и супергранулы можно наблюдать непосредственно на поверхности Солнца, но течения, соответствующие гигантским ячейкам, еще не обнаружены достоверно. Несмотря на то что косвенные аргументы, основанные на наблюдениях крупномасштабных явлений (Vumba and Howard, 1965), указывают на существование этих ячеек, они все же не могут рассматриваться как доказательство наличия такой крупномасштабной конвекции.

Поэтому мы ограничимся грубыми оценками кинематических параметров, опираясь на расчеты структуры конвективных зон, применяющих приближение длины перемешивания (Baker and Tamesvary, 1966). Характерным масштабом здесь является длина перемешивания, пропорциональная масштабу высоты и возрастающая от $2 \cdot 10^2$ км на выделенной конвекцией поверхности Солнца (где оптическая толща порядка 1) до $8 \cdot 10^4$ км на глубине $0.3R$, где располагается дно конвективной зоны. Характерная скорость конвективных движений на масштабе l , напротив, уменьшается по направлению к основанию зоны (от $2 \cdot 10^5$ км/с до $2 \cdot 10^3$ км/с). Следовательно, турбулентная вязкость конвективной зоны Солнца, $\nu_T = \frac{1}{3}lv$, имеет максимум порядка 10^{13} см²/с внутри конвективной зоны (рис. 11.5).

Для того чтобы оценить изменение α с глубиной, отметим, что средняя спиральность возникает в стратифицированной конвекции под действием кориолисовых сил. Характерное время действия силы Кориолиса на конвек-

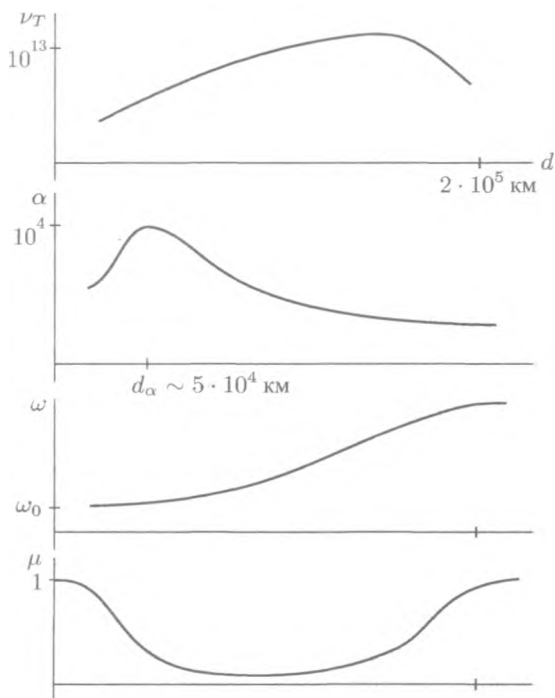


Рис. 11.5. Качественное изображение кинематических параметров в глубине конвективной зоны Солнца, где происходит генерация поля

тивный элемент зависит от соотношения между угловой скоростью звезды ω и временем конвективного поворота $\tau \sim l/v$. В конвективной зоне Солнца это соотношение меняется с глубиной. Вблизи поверхности $\omega\tau < 1$, т. е. краткость τ является определяющим фактором. В основании зоны, наоборот, $\omega\tau > 1$, т. е. конвективный элемент вращается много раз за время ω^{-1} , до того как он прекратит свое существование. Следовательно, при оценке спиральности как среднего по времени

$$\alpha \approx \int \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} dt,$$

где $\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v}$ создается кориолисовыми силами за счет произвольного вращения (грубо $\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \sim v\omega$), следует взять интервал интегрирования равным τ в верхней части области и ω^{-1} в нижней части. В результате мы

имеем:

$$\alpha \sim \begin{cases} l\omega, & d < d_\alpha, \\ v, & d > d_\alpha. \end{cases}$$

Поскольку $l\omega$ возрастает и v убывает с глубиной d в зоне, α имеет максимум приблизительно при $d = d_\alpha \sim 5 \cdot 10^4$ км (рис. 11.5). Для проведения численных оценок можно положить $\alpha \simeq 10^3 - 10^4$ см/с. Широтное изменение средней спиральности можно оценить исходя из соображений симметрии. Действительно, псевдоскалярная функция $\alpha \sim \omega \cdot \nabla \rho \sim \cos \theta$, т.е. она должна иметь различный знак в противоположных полушариях.

Хотя средняя спиральность солнечной конвекции сама по себе является достаточной для запуска действия динамо, дифференциальное вращение присутствует и также играет весьма важную роль. Безразмерное число, характеризующее его действие в области конвекции, представляет собой $R_\omega = R^2 \nabla \omega / v_T \sim 10^3$ (ср. с $R_\alpha = R\alpha / v_T \sim 10$). Оно фигурирует в уравнении для среднего осесимметричного азимутального магнитного поля, которое связывает всплывающие пятна и является наиболее сильной составляющей наблюдаемого поля. Из соображений симметрии эта осесимметричная компонента в случае строго α^2 -динамо не является доминирующей. С другой стороны, в гл. 4 было показано для простейшего случая гомеопольного генератора, что дифференциальное вращение естественным образом возбуждает сильное осесимметричное магнитное поле. Этот факт был впервые отмечен Эльзассером, а Паркер (1955), включивший этот механизм в свою первую теоретическую модель солнечного динамо, сделал акцент на его важность в космических условиях.

Зависимость вращения Солнца от широты можно непосредственно наблюдать по движению солнечных пятен (Newton and Nunn, 1951) и доплеровского сдвига частот в солнечной атмосфере (Howard and Harvey, 1970), имеющего вид:

$$\omega = \omega_0(1 + a \cos^2 \theta + b \cos^4 \theta),$$

где $\omega_0 \simeq 2.90 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $a = -0.18$, $b \simeq 0$ по данным наблюдений солнечных пятен и $\omega_0 \simeq 2.78 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $a = -0.13$, $b = -0.16$ по результатам измерений доплеровского смещения. Стенфло (1976) отметил, что измерения угловых скоростей магнитных структур, возникающих на поверхности Солнца, указывают на увеличение ω с глубиной. Анализ свойств так называемых 5-минутных колебаниях приводит к такому же умозаключению (Deubner et al., 1979). Эти колебания представляют собой стоячие волны в конвективной зоне, рассматриваемой как резонатор. Чтобы выделить эффекты вращения, их разлагают на волны, распространяющиеся в направлении вращения (увеличивающаяся долгота ϕ), и в противоположном на-

правлении. Затем, анализируя различные радиальные гармоники, т. е. волны, проникающие на различную глубину, можно показать, что вращение меняется с радиусом r . Сравнение с наблюдениями дает $\partial\omega/\partial r < 0$ на глубинах порядка $1.5 \cdot 10^9$ см. Более глубокое рассмотрение этого метода сложно, но крайне необходимо, поскольку достигнутая глубина имеет всего лишь порядок масштаба супергрануляции. (Напомним, что в теории динамо средних полей применяется угловая скорость, осредненная по множеству ячеек.) Более строгое доказательство того, что $\partial\omega/\partial r < 0$ в недрах Солнца, было недавно предоставлено Гафом (1982), Хиллом и др. (1982) и Дике (1983) благодаря анализу низших l -мод в глобальных солнечных осцилляциях.

Диамагнитный эффект выражается в выталкивании магнитного поля из областей с низкой интенсивностью турбулентности к местам с более высокой интенсивностью. Следовательно, наиболее сильно он проявляется в нижней части и на поверхности конвективной зоны. На рис. 11.5 схематически представлена эффективная магнитная проницаемость. Скорость накачки v_μ пропорциональна $-\beta\nabla\mu^{-1}$ (Рузмайкин и Вайнштейн, 1978).

После того как заданы кинематические параметры (рис. 11.5), среднее магнитное поле может быть получено путем решения уравнения генерации (см. гл. 8):

$$\partial\mathbf{B}/\partial t = \nabla \times \{[(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B}] + \alpha\mathbf{B} - \beta\nabla \times (\mu^{-1}\mathbf{B})\} \quad (5)$$

в сфере $r \leq R$ и сшивке этих решений с решениями в области, находящейся за пределами Солнца. В простейшем случае, когда эта область считается вакуумом, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ и $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ при $r \geq R$. Решение этой системы подробно описывается во множестве монографий (Moffatt, 1978; Parker, 1979; Krause and Rädler, 1980; Вайнштейн и др., 1980). Оно почти полностью подтверждает качественные модели, обсуждавшиеся в начале этого параграфа. Поле распространяется как динамо-волна вдоль поверхностей $\omega = \text{const}$. Период волны определяется интенсивностью спирального движения и дифференциального вращения; он также зависит от турбулентной магнитной проницаемости. Полоидальная компонента крупномасштабного поля, созданного в четыре последовательных периода, и теоретические бафтерфляй-диаграммы для $D \simeq D_0$, полученные из моделей Ивановой и Рузмайкина (1977), показаны на рис. 11.6–11.7.

В линейной кинематической модели периодические осцилляции с постоянной амплитудой происходят только при $D = D_0$. Отклонение D от этого значения приводит к росту или затуханию амплитуды осцилляций. С другой стороны, наблюдаемый 11-летний (или 22-летний) период не является чисто гармоническим, имеются явные нелинейные искажения (рис. 11.8)

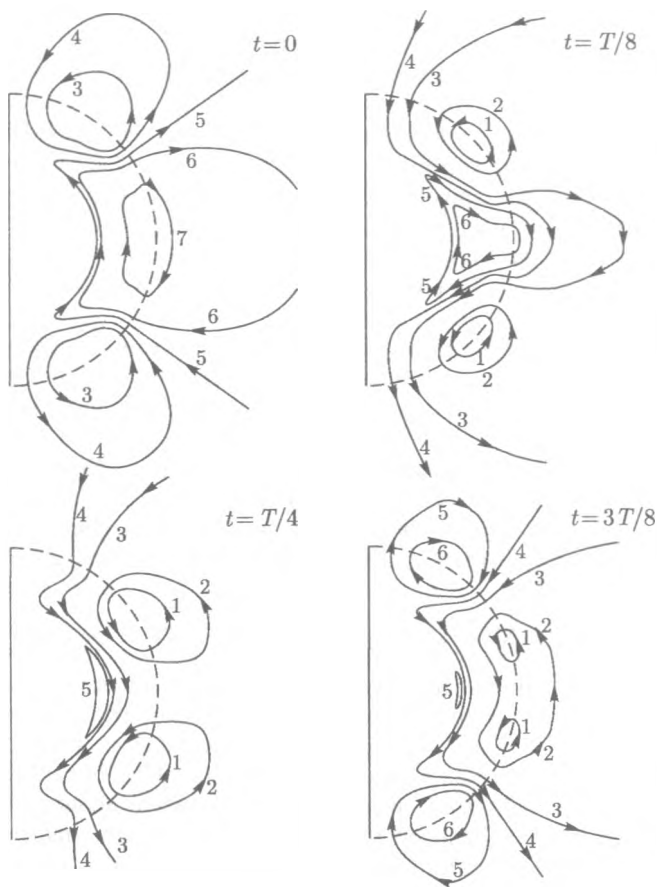


Рис. 11.6. Четыре конфигурации полоидального поля из динамо-цикла, действующего в конвективной зоне Солнца. Числа на силовых линиях поля означают (в безразмерных единицах) величину вектора-потенциала, который постоянен на каждой линии

и модуляция амплитуды. Эти особенности солнечного цикла можно было бы объяснить только в рамках нелинейной теории, но такая теория еще не построена, хотя есть некоторые идеи и попытки ее создания. В остальных параграфах этой главы рассматриваются фрагменты будущей теории, неизменно опирающиеся на наблюдаемые явления.

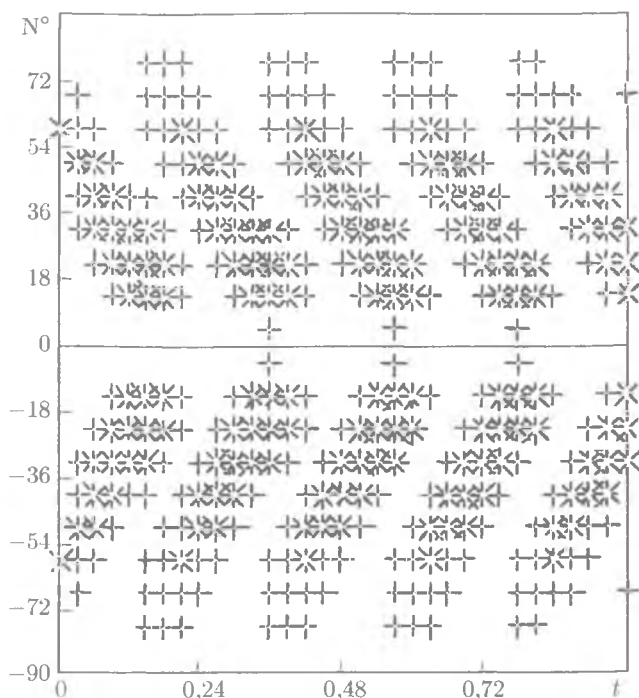


Рис. 11.7. Теоретические баггерфляй-диаграммы. Пики обозначают максимумы азимутального магнитного поля вблизи поверхности Солнца (+ соответствуют $B_{\max}/3$, \times соответствует $2B_{\max}/3$). Эти максимумы медленно перемещаются от полюсов к экватору и затем снова появляются на высоких широтах

V. Характер 11-летней активности

Для начала мы рассмотрим наблюдаемую картину. Основная 11-летняя (или 22-летняя) периодичность в солнечной активности изучалась очень долго и тщательно [см. монографию Вальдмайера (1941)]. С 1821 г. проводились систематические наблюдения солнечных пятен. Вольф ввел сглаженные среднесесячные числа солнечных пятен, $W(t)$, по данным, накопленным с помощью телескопических наблюдений с 1749 г. Он также рассчитал периоды экстремумов 11-летнего цикла с точностью 0.1 года со времен Галилея (1610). Фрагмент эволюции среднегодовых значений по-

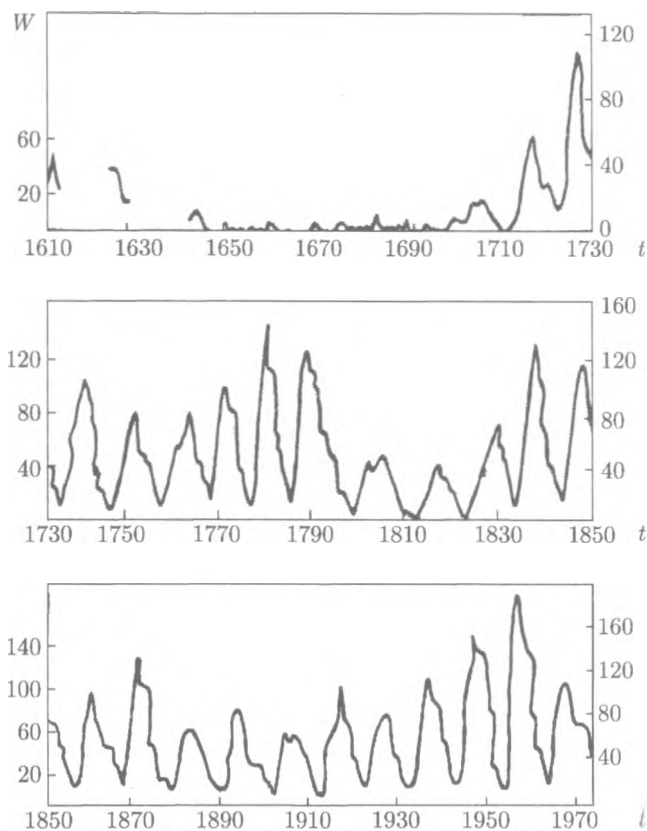


Рис. 11.8. Среднегодовое число солнечных пятен, W , с 1610 по 1970 г.

казан на рис. 11.8. Из него видно, что длины циклов непостоянны и их амплитуды существенно меняются. Высота максимумов меняется от 46 до примерно 190. Отдельно взятый пик также не имеет гармонической формы. Запись выглядит как набор пиков и, как отметил Вальдмайер, чем выше максимум, тем короче время τ_r восхождения кривой между минимумом и максимумом, тогда как продолжительность спада кривой, τ_d , от этого практически не зависит. Отсюда немедленно следует, что кривая $W(t)$ не может быть описана с помощью одного параметра. Кроме того, вполне независимо от экстремальных точек можно наблюдать точки перегиба, которые

предвещают замедление скорости следующих вспышек активности. Имеются раздвоенные максимумы, напоминающие спину двугорбого верблюда. Последний эффект особенно четко виден на кривой полной площади солнечных пятен, построенной отдельно для северного и южного полушарий Солнца (рис. 11.9). Пристальное изучение этих кривых (Витинский, 1973) обращает внимание на чередование одно- и двугорбых максимумов (превращение арабского верблюда в бактрийского и наоборот!). Также заслуживает внимания флуктуирующий фон средней ежемесячной кривой $W(t)$. Он демонстрирует относительные амплитуды порядка 0.01–0.6 и характеристические времена около 2–4 месяцев, с непродолжительными флуктуациями, преобладающими на возрастающих ветвях кривой.

В работе Гудзенко и Чертопруда (1964) при помощи статистического анализа усредненных среднегодовых наблюдательных данных, собранных в период с нулевого по девятнадцатый цикл (началом нулевого цикла считается 1755 г.), была построена фазовая картина 11-летней активности (рис. 11.10). Все траектории асимптотически стремятся к статистически средней замкнутой кривой (аналогу предельного цикла Пуанкаре), которая почти симметрична по отношению к фазовому минимуму $t = 0$. Грубо предельный цикл можно представить в виде эллипса, т. е. двухпараметрической кривой. Представляющая точка описывает верхнюю часть предельного цикла быстрее (примерно за 4.2 года), чем нижнюю (7.0 лет). Полное время обхода, т. е. период цикла, составляет $T = 11.2$ лет. Авторы также отметили специфическое свойство «жесткости» цикла — величины, описывающей отклонение точки от предельного цикла вдоль нормали. Вблизи максимума жесткость претерпевает резкий всплеск, т. е. система пытается «стереть» память о предыдущем 11-летнем периоде.

Важным достижением этой работы (Гудзенко и Чертопруда, 1964) стало рассмотрение 11-летнего цикла как настоящего предельного цикла Пуанкаре в фазовой плоскости (W, \dot{W}) . Как и в теории нелинейных колебаний (Андронов, 1929), этот цикл приобрел конкретный физический и математический смысл. Стало очевидным отсутствие среднестатистической зависимости амплитуды от периода (Yoshimura, 1979). Индивидуальная кривая в фазовой плоскости может лежать внутри или вне предельного цикла и иметь соответственно меньший или больший периоды. Однако средний период равен $T = 11$ годам, поскольку все кривые асимптотически стремятся к предельному циклу.

Устойчивое решение, соответствующее 22-летнему предельному циклу, может быть получено из теории магнитного динамо при включении обратного действия магнитного поля на спиральность. Рассмотрим простейшую модель солнечного динамо, в которой область конвекции представляется

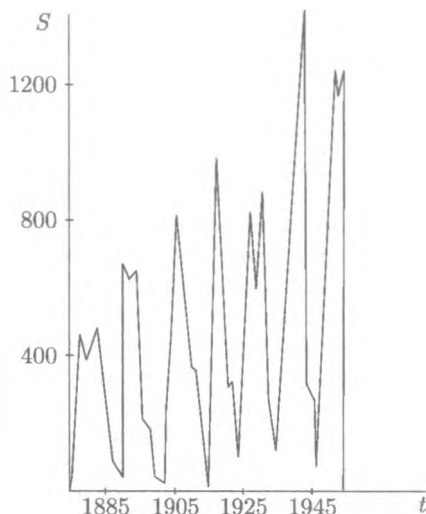


Рис. 11.9. Наблюдаемая полная площадь солнечных пятен в северном полушарии в период 1879–1954 гг. (согласно Витинскому, 1973)

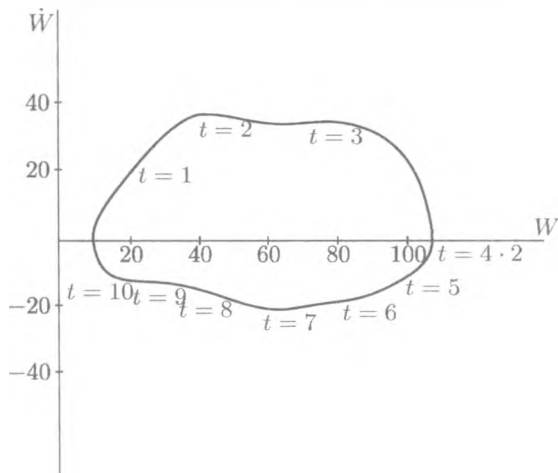


Рис. 11.10. Предельный цикл, построенный путем статистического анализа наблюдаемого числа солнечных пятен в фазовой плоскости (W, \dot{W}) : $(W, \dot{W})_{\min} = (62, -22.5)$, $(W, \dot{W})_{\max} = (108, 36)$, $\tau_r = 4.2$ года, $\tau_d = 7.0$ лет, $T = \tau_r + \tau_d = 11.2$ года (согласно Гудзенко и Чертопруду, 1964)

тонким плоским слоем и источники генерации сосредоточены в двух различных уровнях (см. гл. 10):

$$\begin{aligned}\partial v / \partial z &= -v_0 \delta(z), \\ \alpha &= \alpha_0 (1 - \xi B^2) \delta(z - 1).\end{aligned}$$

Ось z перпендикулярна слою, z эквивалентна радиальной координате звезды, а x и y соответственно координатам θ и ϕ . Параметр ξ измеряет степень нелинейного воздействия поля на спиральность; $B^2 \simeq B_y^2$; сдвиг скорости ($v = v_y$) описывает дифференциальное вращение звезды. В этой модели задача динамо имеет аналитическое решение (гл. 10). При $D = D_0$ в линейном приближении ($\xi = 0$), где $D = v_0 \alpha_0 h^2 / \nu_T^2$ — динамо-число, h — толщина слоя, ν_T — турбулентная магнитная вязкость, поле совершает незатухающие колебания, амплитуда которых определяется из начальных условий. Когда $D > D_0$, амплитуда осцилляций экспоненциально растет. Представление нелинейности позволяет колебаниям стать устойчивыми. Для малых отклонений $D - D_0 > 0$, незатухающие колебания устанавливаются с частотой, близкой к частоте линейных решений, и амплитудой, пропорциональной $(D - D_0)^{1/2}$. Используя решения, полученные Клиориным и Рузмайкиным (1981, см. также гл. 10), можно показать, что в фазовой плоскости (B_x, B_y) предельный цикл представляет собой эллипс

$$B_x^2/a^2 + (B_y - 2e^{-2q_1} \cos q_2 B_x)^2/b^2 = 1,$$

где

$$b = b_1 \exp[-q_1(z + 1)], \quad a = \frac{1}{2} b_1 (1 - \xi b_1^2) \exp[-q_1(z - 1)],$$

$$b_1 = \left\{ \frac{1}{3} \xi^{-1} [1 - (D_0/D)] \right\}^{1/2},$$

а $q = q_1 + iq_2$ определяется из

$$q^2 = \frac{1}{4} ikD e^{-2q}$$

(k — волновой вектор в направлении x).

Установление незатухающих колебаний в солнечном динамо и стационарный режим колебаний были исследованы Ивановой и Рузмайкиным (1977) для сложной, но более реалистичной модели динамо. Их результаты согласуются с результатами рассмотренной выше простейшей модели. В связи с этим мы также ссылаемся на ранние работы Стикса (1972), Джемса (1975) и Йошимуры (1975а). Для одной специфической модели Бройер (1979) отметил возможность обратной бифуркации и соответствующей неустойчивости нелинейного решения при малых отклонениях D от D_0 [в этом контексте см. Клиорин и Рузмайкин (1981) и также выше гл. 10].

Следует отметить важное свойство рассматриваемой модели динамо. Нелинейность приводит к изменению амплитуды колебаний $b \sim (D - D_0)^{1/2}$, но в первом приближении она весьма незначительно влияет на период колебаний. Кроме того, нелинейное решение обладает особой симметрией (Bräuer, 1979; Иванова и Рузмайкин, 1977; Клиорин и Рузмайкин, 1981):

$$\mathbf{V}\left(t + \frac{1}{2}T\right) = -\mathbf{V}(t).$$

Такая симметрия, по-видимому, свойственна моделям $\alpha(\mathbf{V})$ с квадратичной зависимостью от \mathbf{V} , для которых в решениях возникают только нечетные гармоники. Интересно, что в первом приближении, в котором участвуют только первая и (более слабая) третья гармоники, раздвоенные максимумы появляются в их сумме. Это может соответствовать ситуации наблюдаемых двугорбых максимумов солнечной активности (см. начало этого параграфа).

VI. Вековая модуляция

Уже первые исследователи солнечного цикла отметили, что на 11-летнюю активность накладывается более продолжительная вековая модуляция. Предполагалось, что главная составляющая модуляции имеет квазигармоническую форму с периодом около 80 лет (Gleisberg, 1958; Waldmeier, 1949). Этот вековой цикл, по-видимому, является статистически значимым, но его квазипериод, T_s , пока не удается определить точно (Витинский, 1973). Разные авторы получали разное значение T_s , которое менялось в пределах от 55 до 99 лет. Однако точное значение T_s не очень важно для понимания качественных аспектов модуляции. Важнее два следующих свойства.

В каждом 11-летнем цикле солнечная активность в северном и южном полушариях примерно одинакова, но на протяжении более длинного T_s -интервала можно различить заметную «северно-южную» асимметрию. Это проявляется, к примеру, в различных формах 11-летних графиков относительного количества солнечных пятен, перевесе в полной площади и количестве групп солнечных пятен в одном из полушарий, а также в разности фаз экстремумов 11-летних циклов (Витинский, 1973).

Другая особенность вековой модуляции была открыта Йошимурой (1979). Изучив зависимость 11-летней периодичности от максимальной амплитуды с 1698 по 1977 г. (25 периодов основного цикла), он отметил, что зависимость $T(W_{\max})$ также является периодической с периодом $T_s \approx 57$ лет (см. рис. 11.11). Из пяти рассмотренных Йошимурой T_s -пе-

риодов четыре обнаружили новый вид предельного цикла, в котором система представляется в виде точки в трехмерном фазовом пространстве, которая приближается к граничной поверхности, имеющей форму тора (двухчастотный цикл). Обращение вокруг малой окружности тора соответствует основному 11-летнему (или 22-летнему) циклу, а вокруг большой окружности – модуляции с периодом T_s . Один из пяти периодов (1867–1924) показал, что этот тор неустойчив.

Иванова и Рузмайкин (1976) предложили возможное объяснение этой квазипериодической модуляции основного солнечного цикла. В их модели динамо наряду с основной дипольной модой, с периодом колебания T , при близких, но несколько больших динамо-числах может возбуждаться и квадрупольная мода с периодом $T_Q \neq T$ (где $|T_Q - T| \ll T$). Близость значений периодов этих двух мод означает, что в системе могут возникать биения с периодом

$$T_s = TT_Q / (T_Q - T).$$

В модели Ивановой и Рузмайкина $T \simeq 0.50$, $T_Q \simeq 0.54$ (в безразмерных единицах), так что $T_s \simeq 13T$, имеет подходящий порядок величины. Кроме того, сумма дипольного и квадрупольного полей антисимметрична по отношению к отражению в экваториальной плоскости.

Именно эта северно-южная асимметрия ставится в соответствие вековой T_s -модуляции (Waldmeier, 1941; Витинский, 1973; Yoshimura, 1997; Gleisberg and Damboldt, 1979). Задача достаточно сложна, поскольку здесь мы имеем дело с суммированием колебаний с почти одинаковыми частотами в нелинейном режиме. На самом деле при $D = D_{0Q}$ (когда возбуждается квадрупольная мода) дипольная мода с $D_0 < D_{0Q}$ имеет, в линейной теории, экспоненциально возрастающую амплитуду. В нелинейном режиме для широкого диапазона параметров может иметь место не этот квазипериодический, а синхронизация колебаний, т. е. может происходить переход к одночастотному режиму с $T = T(D)$. На самом деле первые численные расчеты, выполненные для нелинейности типа (10.13), обнаружили такие одночастотные решения. Чтобы выделить область пространства параметров (или видов нелинейности), в которой возникает квазипериодический режим (биения), можно использовать метод, сходный с применяемым в теории нелинейных колебаний [см., например, Андронов и Витт (1930)].

VII. Стохастическая природа глобальных минимумов

Новый вызов был брошен недавно исследователям солнечных циклов. В работе Дж. Эдди «Дело об исчезнувших пятнах», являющейся бле-

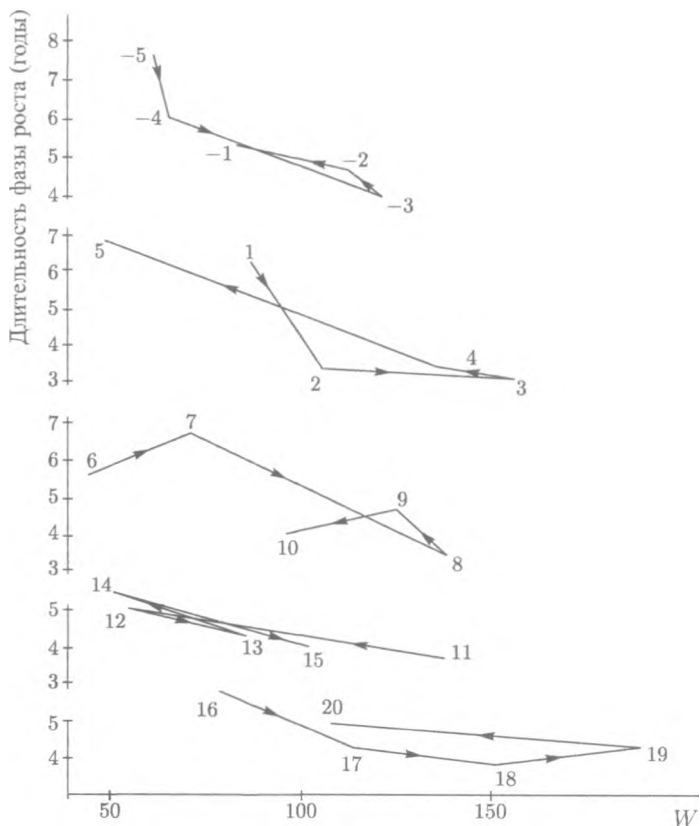


Рис. 11.11. Квазипериодическая модуляция 11-летнего цикла (по Yoshimura, 1979). Начальная точка -5 цикла соответствует 1698 г., конечная точка 20 цикла - 1977 г.

стящим результатом совмещения хобби и профессиональной деятельности (любовь к истории и астрономия), собраны убедительные аргументы, показывающие, что солнечная активность была значительно слабее в период 1645-1715 гг. Это явление впервые было отмечено в прошлом веке Шпёрером и Маундером¹.

¹ Специалисты (J. and N. O. Weiss, 1979) утверждают, что первое англоязычное упоминание об исчезновении солнечных пятен семнадцатого века встречается в сатирической поэме Марвелла «Последние инструкции художнику», написанной в 1667 г. и опубликованной в Великобритании в 1689 г.

Этот период был назван минимумом Маундера в знак признания безуспешных попыток Маундера убедить своих консервативных современников в реальном существовании этого эффекта. Можно полагать, что трудности Маундера были связаны с недоверием, которое проявляли его современники к статистическим данным. Эдди собрал множество подтверждений ослабленной солнечной активности: меньшее количество солнечных пятен, данные о полярных сияниях и климатических изменениях и особенно убедительные сведения об эволюции обилия изотопа ^{14}C . Этот изотоп образуется в атмосфере Земли из-за бомбардировки космическими лучами галактического и солнечного происхождения, и в процессе фотосинтеза он усваивается как CO_2 в годичные древесные кольца. Известны деревья, такие как остистая сосна (*Pinus aristata*), возраст которых достигает 3000 лет. Исследование таких деревьев путем радиоуглеродного анализа их колец представляет собой симбиоз ботаники и ядерной физики.

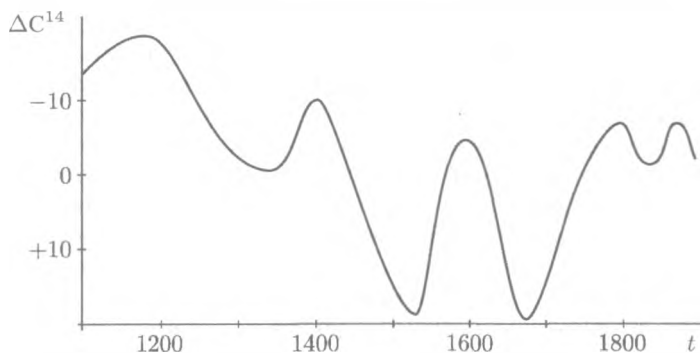


Рис. 11.12. Концентрация изотопа ^{14}C (увеличивающаяся по направлению вниз!) из анализа годичных колец деревьев за период 1050–1900 (согласно Eddy, 1976). Видны три главные аномалии: средневековый минимум 1280–1350, минимум Шпёпера 1460–1550 и минимум Маундера 1645–1715

Солнечная активность или, точнее, магнитное поле Солнца, регулирует интенсивность бомбардирующих космических лучей. В года активности космический поток слабый, тогда как в спокойные годы он сильный (рис. 11.12). На кривой видны три экстремальных периода: средневековый минимум (1280–1350), минимум Шпёпера (1460–1550) и минимум Маундера (1645–1715) (Eddy, 1976; Clark and Stephenson, 1978). Связав экстремальные точки с 1310, 1500 и 1690 г., можно построить огибающую кривую

с периодом примерно 190 лет. Однако эта кривая не может быть продолжена ни в будущее (в 1890 г. не было экстремума), ни, очевидно, в прошлое. Таким образом, периодическая или квазипериодическая модуляция не вызывает сомнений. Мы приходим к выводу, что такое крайнее ослабление циклической солнечной активности возникает в случайные моменты времени, т. е. стохастически.

Первые объяснения стохастической природы солнечного цикла сводилось к мелкомасштабным флуктуациям. Все глобальные изменения рассматривались как длительные модуляции 11-летнего цикла. Однако теперь открытие продолжительных минимумов солнечной активности свидетельствует о том, что солнечный цикл является стохастическим на больших масштабах.

Может ли теория, основанная на уравнениях магнитной гидродинамики, объяснить такие стохастические ослабления солнечной активности? На первый взгляд может показаться, что к этим уравнениям должно быть добавлено случайное воздействие. В действительности ответ лучше было бы получить из самих уравнений МГД. Современный прогресс в качественной теории дифференциальных уравнений дает надежду на успех.

Известно, что траектории динамических систем в фазовом пространстве, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, в общем случае не являются замкнутыми. Исключения составляют сингулярные точки: центр, фокус и узловая точка. Точка притяжения в начале координат соответствует состоянию покоя¹. Установившиеся нелинейные колебания системы соответствуют предельным циклам Пуанкаре. Для автономных динамических систем с тремя степенями свободы, N , других притягивающих точек быть не может. Однако при $N > 3$ в фазовом пространстве могут возникать новые притягивающие множества. Рюэль и Такенс (1971) назвали их «странными аттракторами», в то время как Синай предложил термин «стохастические аттракторы».

Странный аттрактор в фазовом пространстве можно представить следующим образом (Ruelle and Takens, 1971). Рассмотрим в фазовом пространстве последовательные точки пересечения траектории с произвольной плоскостью. Ясно, что эволюция системы может быть описана посредством отображения Пуанкаре $x_{n+1} = \bar{P}x_n$. Если отображение \bar{P} таково, что, применяя его к непрерывному тору, мы складываем его в форме «восьмерки»,

¹Все эти особенности фазового пространства можно легко проиллюстрировать на примере маятника. Покоящийся маятник соответствует центру. Колебания без трения представлены как окружности, колебания с трением как спирали, сходящиеся к началу координат, т. е. к фокусу. Узловая точка соответствует сильному трению, седловая точка — инверсному нестабильному состоянию маятника.

а затем удваиваем путем самоналожения (рис. 11.13), то множество, образуемое точками пересечения фазовой траектории с плоскостью, описывает одномерное многообразие в одном направлении и канторовское множество в другом¹. Это множество дает графическое представление странного аттрактора в заданной плоскости. Примером странного аттрактора служит система из трех уравнений, впервые изученная Лоренцом (1963) для задачи конвекции:

$$\dot{x} = -\sigma(x - y), \quad \dot{y} = -y + rx - xz, \quad \dot{z} = -bz + xy. \quad (6)$$

Для определенного семейства параметров, в частности, для $b = \frac{8}{3}$, $\sigma = 10$, $28 < r < 200$, в фазовом пространстве этой системы возникает странный аттрактор [см., например, обзоры Монин (1978), Рабинович (1978); Гапонов-Греков и Рабинович (1979)]. В этой ситуации фазовые траектории ведут себя псевдослучайным образом. Амплитуды x и y , совершившие некоторое количество колебаний вблизи симметричных точек $S_{\pm} = (\pm[b(r-1)]^{1/2}, \pm[b(r-1)]^{1/2}, r-1)$, в случайный момент времени переходят к другой симметричной точке и начинают осциллировать в ее окрестности. Система имеет также стационарную точку $(0, 0, 0)$, к которой траектория иногда (редко) подходит вдоль некоторого двумерного многообразия. Проведя там некоторое время, орбита уходит вдоль одного из двух симметричных одномерных «усиков».

Другим примером системы со стохастическим поведением является двухдисковое динамо (Rikitake, 1958; Allan, 1962; Cook and Roberts, 1970), описываемое (безразмерными) уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= -\mu I_1 + \Omega_1 I_2, & \dot{I}_2 &= -\mu I_2 + \Omega_2 I_1, \\ \dot{\Omega}_1 &= \dot{\Omega}_2 = 1 - I_1 I_2, \end{aligned} \quad (7)$$

где Ω_1, Ω_2, I_1 и I_2 — угловые скорости и токи в связанных проводах, а параметр μ определяется соотношением между механической и электромагнитной энергиями. Эта система проще лоренцевой. В ней всего два параметра: μ и интеграл движения $A \equiv \Omega_1 - \Omega_2$ и соответственно только две сингулярные точки $C_{\pm} = (\pm k, \pm k^{-1}, \mu k^2)$, где $A = \mu(k^2 - k^{-2})$ в фазовом пространстве (I_1, I_2, Ω_1) . Замечательное явление изменения знака магнитного поля Земли было качественно объяснено при помощи этой системы.

¹ Напомним, что канторовское множество образуется, когда единичный отрезок делится на три части, середина извлекается и оставшиеся части обрабатываются аналогичным образом, и весь процесс повторяется бесконечно.

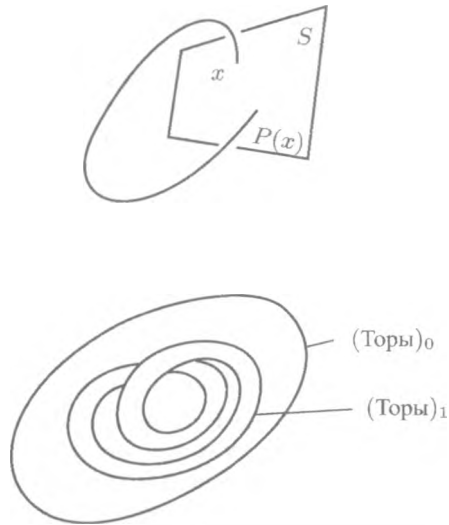


Рис. 11.13. Иллюстрация отображения, P , соответствующего странному аттрактору в фазовом пространстве, и того, как оно приводит к складыванию тора (по Ruelle and Takens, 1971)

Роббинс (1977) показал, что, добавив шунт в двудисковое динамо, можно получить систему лоренцева типа и сопутствующий ей странный аттрактор.

Анализ этого и других примеров (Рабинович, 1978) приводит к изображению странного аттрактора как «мешка» нулевого объема в фазовом пространстве; траектории могут входить в него, но не могут (возможно, за исключением множества траекторий с нулевой мерой) покинуть. Другим важным свойством аттрактора является неустойчивость (рассеяние) траекторий, которые входят в него. В этом заключается причина стохастического поведения; выражаясь фигурально, нестабильные траектории в замкнутом мешке не находят пути наружу и начинают быстро запутываться. Конечно, этого не может происходить на плоскости, поскольку траектории не могут пересекаться, а значит такое поведение можно наблюдать в автономных динамических системах, только если число их степеней свободы $N \geq 3$.

Мы приходим к выводу, что имеются наблюдательные и общетеоретические основания для того, чтобы фазовая картина солнечной активности рассматривалась как странный аттрактор, который сообщает системе глобальное стохастическое поведение. Интересной задачей является построение нелинейной модели, которая моделирует это поведение.

Паркер (1976) предположил, что в Солнце мог происходить другой тип зональной циркуляции, отличный от наблюдаемого нами сегодня. Он допускал, что циркуляция маундеровского типа недостаточно эффективна для генерации магнитного поля, однако может поддерживаться какое-то время (скажем, 70 лет). Догель и Сыроватский (1979) воплотили эту идею в реальной модели. Они рассмотрели конвекцию Буссинеска в тонком сферическом слое с угловой скоростью

$$\omega = \omega_0(1 - p \cos^2 \theta).$$

Они показали, что при малых широтных градиентах ($p < p_{cr}$) конвективный режим возбуждается на большом масштабе, с ячейками в форме банана, вытянутыми вдоль меридианов ($m = l$ для $P_l^m(\theta)e^{im\phi}$ возмущений). При $p > p_{cr}$ возбуждается мода с $m = 0$, соответствующая осесимметричным кольцеобразным конвективным ячейкам, вытянутым вдоль параллелей. Известно, что первая мода ($m = l$) может генерировать градиенты угловой скорости (Busse, 1972; Durney, 1976), в то время как вторая не может поддерживать $\nabla\omega$. Предполагается также, что стационарное состояние вращения возникает в конвективной зоне Солнца при $p_s > p_{cr}$, когда перераспределение момента количества движения банановидными ячейками конвекции уравнивается вязкостью. Может происходить автоколебательный переход, в процессе которого «бананы» преобразуются в кольцевые ячейки и наоборот. Действительно, рассмотрим вращение твердого или почти твердого тела (p мало). Тогда конвективные ячейки имеют форму банана и градиент угловой скорости нарастает. Когда $p = p_{cr}$, происходит бифуркация: ячейки приобретают кольцеобразную форму, градиент ω уменьшается, после чего вновь могут образовываться «бананы» и т. д. Предполагается, что в соответствии с общими принципами (теоремой запрета) солнечное динамо выключается в режиме осесимметричной конвекции («кольцеобразные ячейки»), и этим объясняется поведение маундеровского типа. В подтверждение этой идеи Догель и Сыроватский обратили внимание на тот факт, что в промежутке 1642–1644 гг., как раз предшествующем маундеровскому минимуму, имелись указания на аномально большой (в три раза больше обычного) широтный градиент угловой скорости (Eddy et al., 1977). Однако Вэль из Гёттингенского университета показал, что анализ тех же самых наблюдательных данных (рисунки Гевелиуса) не обнаружил каких-либо изменений угловой скорости за этот период. К тому же, не ясен вклад в эту картину мелкомасштабной конвекции (грануляции и супергрануляции). Наблюдения показывают, что они преобладают, в то время как даже существование гигантских ячеек конвекции на Солнце ставится под сомнение. До сих пор нет достоверных наблюдательных данных о существовании крупномасштабно-

го поля скоростей, а косвенные подтверждения (активные долготы, крупномасштабные магнитные структуры, корональные дыры и т. д.) могут иметь другие объяснения, не связанные с гигантскими конвективными ячейками. Несмотря на это, идея Догеля и Сыроватского весьма интересна и заслуживает дальнейшего исследования. Для объяснения минимума Маундера более важным кажется показать, что стохастическое поведение (странный аттрактор) может естественным образом вытекать из существующих моделей конвективной зоны Солнца.

В только что рассмотренном случае магнитное поле играло пассивную роль; оно «вслепую» следовало за автоколебаниями гидродинамической системы. Однако в действительности солнечное динамо является нелинейной системой, в которой магнитное поле влияет на движение. Раскрытие стохастических свойств этой системы могло бы решить проблему случайного длительного ослабления солнечной активности.

Зельдович и Рузмайкин (1982) представили осесимметричную модель солнечного динамо, в которой влияние магнитного поля на спиральность можно свести к лоренцевой системе с тремя переменными: азимутальное поле $B \equiv B_\phi$, векторный потенциал $A \equiv A_\phi$ и отклонение плотности спиральности от ее линейного значения, $\alpha - \alpha_l$. Их модель имеет вид:

$$\dot{A} = -A + \sigma DB - CB, \quad \dot{B} = -\sigma B + \sigma A, \quad \dot{C} = -\nu C + AB, \quad (8)$$

где $\sigma \simeq (\Delta B/B)(\Delta A/A)^{-1}$ определяет отношение характерных времен диффузии A и B . Выберем диффузионное время A за единицу времени и введем динамо-число

$$D = \alpha_l \omega h^3 \nu_T^{-2}, \quad C = \sigma \omega h^3 \nu_T^{-2} (\alpha_l - \alpha).$$

Как отмечено выше, при определенной области параметров σ , D и ν поведение траекторий системы (8) становится стохастическим. Они совершают несколько оборотов вокруг одной из сингулярных точек $S_\pm = (\pm[\nu(D-1)]^{1/2}, \pm[\nu(D-1)]^{1/2}, D-1)$ и затем проходят к следующей, т. е. имеют место переходы, во время которых A и B меняют знаки. Переход от S_+ к S_- и наоборот можно отождествить с основным предельным циклом, описанным в § II, а колебания вокруг этих точек — с мелкомасштабными нелинейными искажениями основного цикла. Наиболее интересным элементом является сингулярная точка $(0, 0, 0)$. В системах лоренцева типа траектория время от времени (хотя и довольно редко) оказывается вблизи этой точки и затем остается вблизи нее достаточно долгое время (по сравнению с периодом колебаний). Это похоже на редкие случайные ослабления солнечного

цикла. В связи с этим очень важно рассчитать характерные времена колебаний и периоды «ослабления». К сожалению, эта задача представляет трудность даже в случае тщательно исследованной лоренцевой системы (Lüscke, 1976). Приведем некоторые грубые оценки. Частоту колебаний можно оценить в линейном режиме $D = D_0$ исходя из $\Omega^2 = 2\nu\sigma(\sigma + 1)(\sigma - 1 - \nu)^{-1}$ (McLaughlin and Martin, 1975), период основного цикла $T \sim (\sigma D)^{1/2}$, тогда как время, в течение которого система остается в окрестности сингулярной точки, существенным образом зависит от параметра ν , где

$$\tau_M \sim \nu^{-1}(D - D_0)^{1/2}.$$

Можно оценить это как время, затрачиваемое представляющей точкой на описание траектории около пересечения сепаратрис $(0, 0, 0)$. При малом отклонении D от критического D_0

$$\tau_M \sim \nu^{-1} \ln |D - D_0|^{-1}.$$

Согласно наблюдательным данным τ_M^{-1} мало, т. е. параметр ν также должен быть малым. При больших D , но достаточно малых $\nu(D - D_0)$ может возникать режим $\Omega^{-1} \ll T \ll \tau_M$.

Конечно, только что описанная модель является сильно упрощенной и грубой. При более тщательном решении уравнений динамо вместе с дополнительным уравнением для $\partial\alpha/\partial t$ (см. гл. 10) мы получаем систему уравнений, число которых больше трех. Предварительные расчеты показывают, что эта система также может демонстрировать глобальные стохастические закономерности, в которых основную роль играет сингулярная точка $(0, 0, 0)$.

Необходимо отметить следующие два свойства лоренцева приближения. Во-первых, траектория, входящая в окрестность точки $(0, 0, 0)$, т. е. глобального минимума, «забывает» фазу своего основного колебания. Однако неясно, непременно ли эта деталь сохраняется в случае более общей модели (только соотношение амплитуда-период основного колебания может подвергаться случайной модуляции). Вопрос о сохраняющейся фазе обсуждался с энтузиазмом (Gleisberg and Damboldt, 1979; Витинский, 1979). Во-вторых, приближение к глобальному минимуму является гладким на протяжении, скажем, нескольких основных периодов. Этот момент важен с точки зрения наблюдений (Васильев и Дергачев, 1980).

В описанной выше модели вводилось действие магнитного поля на спиральность. Однако в общем случае следует также учитывать обратное действие поля на дифференциальное вращение. Конечно, это еще более усложняет задачу, но зато позволяет навести мосты между нашей моделью

и моделью Догеля и Сыроватского. Развитие такой законченной модели солнечного динамо не в упрощенной форме, а с использованием полных дифференциальных уравнений частных производных является важной задачей для теоретиков, изучающих природу солнечной активности.

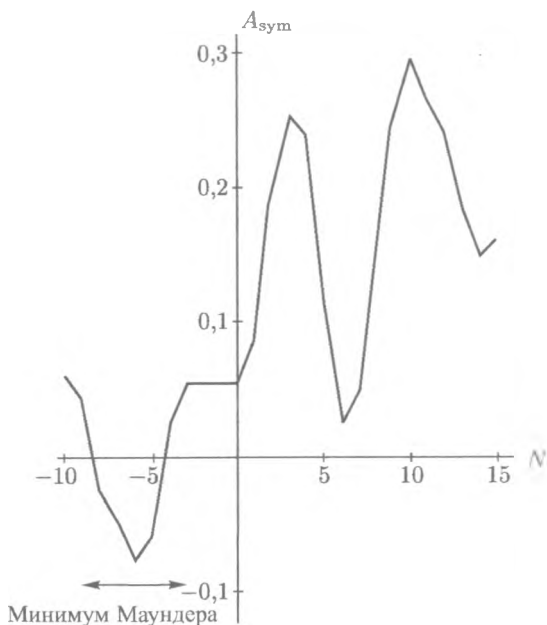


Рис. 11.14. Зависимость средней асимметрии поля от номера 11-летнего цикла (по Gleisberg and Damboldt, 1979)

Может показаться, что объяснение длительного ослабления солнечной активности как минимума Маундера имеет чисто теоретическое значение. Это не так. Во-первых, теория, способная объяснить минимум Маундера наряду с другими деталями солнечного цикла, обеспечила бы надежную основу, на которой можно построить объяснение других наблюдаемых явлений. Во-вторых, следует дать ответ на очень важный практический вопрос: возможно ли в будущем значительное ослабление солнечной активности? Глайсберг и Дэмболт (1979) полагают, что в ближайшем будущем не стоит ждать нового грандиозного минимума. Они построили кривую зависимости от времени асимметрии основного 11-летнего цикла $A_{sym} = (\tau_r - \tau_d) / (\tau_r + \tau_d)$, где τ_r — время восхождения кривой от минимума к максимуму и τ_d —

время ее спада от максимума к минимуму (рис. 11.14). Во время минимума Маундера она была довольно мала и отрицательна. После минимума Маундера она стала положительной и продолжала расти, претерпевая сильные изменения, но оставаясь положительной. Сегодня A_{sym} все еще далеко от нуля, таким образом, мы можем рассчитывать на то, что солнечные пятна не исчезнут надолго, пока мы живы.

Разносторонний Роберт Гук, живший, кстати, во время минимума Маундера (он родился 18 июля 1635 г. и умер 3 марта 1703 г.), заметил, что «цвета Солнца похожи на цвета пламени». Поэтому Гук полагал, что Солнце может испускать дым и копоть, и этим могут объясняться солнечные пятна и вспышки (Woller, 1705). Сегодня нам посчастливилось знать значительно больше знаменитого Гука о природе и поведении солнечных пятен.

Но намного ли мы ближе к истине?

VIII. ПЕКУЛЯРНЫЕ МАГНИТНЫЕ ЗВЕЗДЫ

Хотя Хейл измерил зеэмановское расщепление (см. гл. 2) спектральных линий солнечных пятен еще в 1908 г. (обнаружив поля от 1 до 4 кГс), магнитные поля других звезд были открыты лишь в 50-х. Главная трудность связана, конечно же, со слабостью излучения, получаемого от звезд. Бабок (1947) измерил среднее поле по поверхности Солнца при помощи изобретенного им магнитографа и специальной технологии измерений. Он обнаружил магнитные поля примерно 90 звезд. Последующие исследования показали, что звезды с сильными полями (от 1 до 34 кГс) являются пекулярными. Они расположены на главной последовательности в спектральном интервале вблизи класса А (от В5 до F0 с температурами поверхности от $1.8 \cdot 10^4$ до $7.6 \cdot 10^3$ К) и имеют резкие аномалии в своем химическом строении, отчего и называются А-пекулярными (Ap-) звездами (Ledoux and Renson, 1966; Пикельнер и Хохлова, 1972). Другое их название — «магнитные» звезды, хотя оно менее привлекательно, поскольку теперь магнитные поля обнаружены у множества других звезд (см., например, гл. 2 и § II ранее).

Интенсивности спектральных линий Ap-звезд являются аномальными по сравнению со звездами типа Солнца и свидетельствуют о том, что эти звезды имеют специфический химический состав и неравномерное распределение химических элементов по поверхности. Отметим некоторые из аномальных характеристик: а) десятикратная нехватка гелия; б) избыток легких элементов Al, Si, P, S, Cl, иногда на несколько порядков больше нор-

мы и элементов из группы железа (Sc, Ti, Gr, Mn), иногда превышающих норму в 10–100 раз; с) избыток редкоземельных элементов Lu, Eu, Gd, Dy, в 300–1000 раз больше нормы; d) повышенное содержание Li для некоторых звезд.

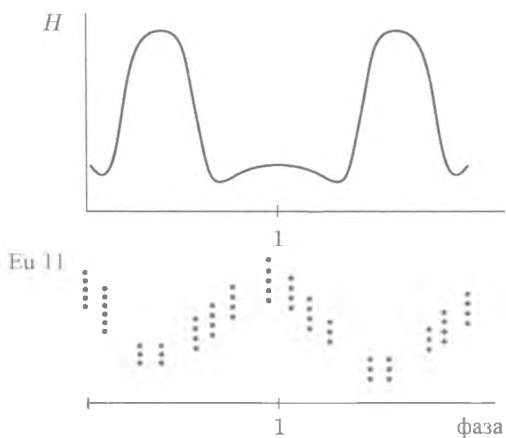


Рис. 11.15. Временные (фазовые) зависимости эффективного поля на поверхности α^2 Canes Venatici и относительного содержания Eu II

Области аномального химического строения, похоже, сосредоточиваются в отдельных пятнах и тесно связаны с магнитным полем. Об этом свидетельствует анализ вариаций напряженности магнитного поля и изменений относительного содержания элементов (рис. 11.15). Типичные периоды этих вариаций колеблются в пределах от 0.5 до 20 дней, хотя есть группа звезд (около 10) с более продолжительным периодом вариаций (от 1 до 70 лет).

В астрофизике звезд хорошо известна среднестатистическая зависимость скорости вращения звезд от спектрального типа: звезды более ранних типов вращаются быстрее. Ар-звезды не следуют этому правилу. Они вращаются намного медленнее нормальных звезд своего типа. Среднее значение проекции скорости вращения на экватор по лучу зрения составляет около 50 км/с для Ар-звезд и около 180 км/с для других звезд этого спектрального типа. Интересно также, что Ар-звезды реже входят в состав двойных звезд, чем нормальные А-звезды (менее 20% по сравнению с 40%).

Основной задачей теории Ар-звезд является объяснение двух, возможно, тесно связанных, явлений — магнитного поля и аномального химического состава. Наблюдения показывают, что изменения магнитного поля

и химического состава звезд обладают тем же периодом, что и их вращение. Наблюдается сильная постоянная составляющая поля, отражающая преобладание первых (дипольной или дипольной и квадрупольной) гармоник. В противоположность Солнцу и звездам более поздних спектральных типов, имеющих широкие конвективные зоны, у А-звезд очень тонкие оболочки (порядка $10^{-3} R$). Следовательно, модели генерации магнитного поля, рассматривавшиеся в § III, не могут использоваться для А-звезд. Ар-звезды, массы которых меняются от 1.5 до $6 M_{\odot}$, имеют конвективные ядра, в которых содержится соответственно от 6 до 23% их массы. Генерация поля возможна в конвективном ядре (см. далее). Однако ядро окружено хорошо проводящей оболочкой, и может возникнуть вопрос: «Как магнитное поле может проникать на поверхность?» В любом случае очевидно, что механизмы генерации и собственные вариации магнитных полей (т. е. не связанные с их вращением) действуют в звездах Ар-типа гораздо дольше, чем в звездах солнечного типа.

Наивная экстраполяция поля межзвездной среды $2 \cdot 10^{-6}$ гс с плотностью $\rho \sim 10^{-24}$ г/см³ на средние звездные плотности порядка 1 г/см³, с использованием закона $H \sim \rho^{2/3}$, подходящего для адиабатического сжатия сферы, дает очень сильные (на самом деле слишком сильные) поля $H \sim 10^{10}$ гс. В процессе сжатия протозвездного облака в холодное непрозрачное ядро ($T \sim 10$ К) должны были возникнуть значительные потери магнитного потока (глава 14). Это происходило просто в результате уменьшения проводимости протозвездной материи. Еще более разрушительным для магнитного поля была бы турбулизация звездной материи. Это могло происходить еще на протозвездной стадии (гл. 14) или во время так называемой «стадии Хаяши».

Под стадией Хаяши понимают предполагаемый период (примерно 10^6 лет) в эволюции звезды, предшествующий ее переходу в главную последовательность диаграммы Герцшпрунга – Рессела. В этот период звезда конвективно неустойчива, ее вещество хорошо перемешивается, и крупномасштабное магнитное поле может быстро разрушаться турбулентной диффузией. С другой стороны, в это время условия также благоприятны для действия в звездах гидромагнитного динамо, поскольку турбулентность является спиральной и вращение звезды, похоже, является неравномерным. Шюсслер (1975) построил численную модель генерации поля в звездах на стадии Хаяши, используя механизм динамо α^2 -типа (без дифференциального вращения). В таком динамо осесимметричные моды не обязательно являются предпочтительными; при определенных условиях легче возбуждаются асимметричные моды. Таким образом, он получил так называемый «наклонный ротатор» — дипольное поле с магнитной осью, расположен-

ной под наклоном к оси вращения. Интересно, что длительные изменения магнитных полей Ар-звезд, период которых превышает 100 дней, можно объяснить процессом динамо, который, подобно солнечному динамо, генерирует переменное поле. Важно установить из наблюдений, находятся ли эти звезды в это время на стадии Хаяши, т. е. находятся ли они над главной последовательностью.

Модель наклонного ротатора на самом деле очень грубая. Она не объясняет наблюдаемого различия между двумя соседними максимумами изменения поля для многих Ар-звезд (см. рис. 11.15). Краузе (1971) утверждает, что наиболее реалистичная модель магнитного поля Ар-звезд является симметричной относительно экваториальной плоскости. Первых двух гармоник поля, возбуждаемых в результате процесса динамо (экваториальный диполь и квадруполь), достаточно для объяснения эффективного поля, наблюдаемого во всех хорошо изученных Ар-звездах (Oetken, 1977). Краузе не связывает генерацию поля со стадией Хаяши; он предполагает, что она имеет место в современном ядре звезды. Время, необходимое этому полю для того чтобы распространиться за счет омической диффузии до поверхности звезды, очень велико (оно превосходит время жизни звезды). Однако поле может подниматься на поверхность за счет нелинейных эффектов, к примеру, магнитной плавучести, которая может действовать значительно быстрее.

Важно объяснить, почему некоторые Ар-звезды имеют сильное магнитное поле, а другие — нет. Шюсслер (1975) полагает, что не все звезды Ар-типа прошли стадию Хаяши, а только те, чьи массы не достигли критической величины $M_{cr} (\simeq 2M_{\odot})$. Однако на предыдущей странице было отмечено, что массы наблюдаемых Ар-звезд меняются в значительно более широком диапазоне значений; кроме того, известно, что существуют также немагнитные А-звезды с $M < M_{cr}$. По мнению Краузе (частное сообщение), Ар-звезды отличаются от других звезд А-типа тем, что у них почти твердотельное вращение. Дифференциальное вращение в конвективных ядрах других звезд создает условия, при которых преобладает генерация осесимметричного поля, а оно не может подниматься на поверхность. Остается вопрос: почему вращение является твердотельным (или близко к нему) в одном случае и дифференциальным в другом? Напомним, что Ар-звезды являются медленными ротаторами.

Мы уделили здесь главное внимание магнитному полю. Аномалию в химическом составе мы рассматривали лишь как следствие. Предполагается, что аномалию можно объяснить диффузионным разделением элементов в звездах, имеющих нормальный состав, под влиянием светового давления и гравитации. Тогда дефицит гелия и других легких элементов по

сравнению с водородом объяснялся их медленным (на протяжении сотен лет) погружением под действием гравитации. В противоположность этому, световое давление более сильно воздействует на тяжелые атомы, у которых много линий поглощения в видимой и ультрафиолетовой областях спектра. Однако следует отметить, что в этом механизме есть некоторые дефекты (например, он не объясняет избытка He^3 , Pm , Li или тяжелых изотопов ртути). Вдобавок, Ар-звезды обладают сравнительно тонкими оболочками с сильной конвекцией, что должно было бы способствовать быстрому перемешиванию материи, в свете чего меркнет привлекательность диффузионного механизма.

Возможно (частное сообщение В.Чечеткина), что происхождение Ар-звезды можно объяснить, предполагая, что когда-то она входила в состав двойной звезды, а ее спутник после выбрасывания части своей материи в А-звезду взорвался как сверхновая. Тяжелые элементы сформировались в ходе ядерных реакций во взрывающейся звезде. Задача заключается в том, чтобы построить механизм генерации магнитного поля в этой быстро выделяющейся системе и модель, которая объясняла бы сосредоточение химических элементов на магнитных полюсах.

ГЛАВА 12

Галактика и ее магнитное поле: наблюдения

I. Галактика

Термин «галактика» заимствован у греков и происходит от слова «galaktikos», что означает молочный. И Галактику действительно можно увидеть в ночном небе как молочную полосу (Млечный Путь), растянутую в небесном своде почти по линии большого круга. Отсюда ясно, что галактическая материя сосредоточена вблизи некоторой плоскости. В первом приближении Галактика напоминает огромную вращающуюся линзу (рис. 12.1) с диаметром около 30 кпк и средней толщиной около 2 кпк. С позиции «вид сверху» Галактика имеет более сложную форму (рис. 12.2). Можно различить два туго закрученных рукава (шириной около 0.4 кпк), в одном из которых расположено наше Солнце.

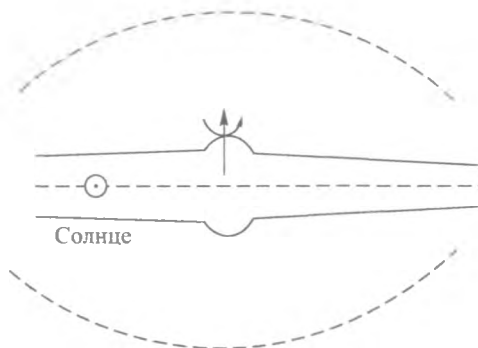


Рис. 12.1. Галактика, вид сбоку

Звезды дают основной вклад в массу Галактики. Они образуют ее скелет. Газ составляет лишь несколько процентов массы, но он отвечает за

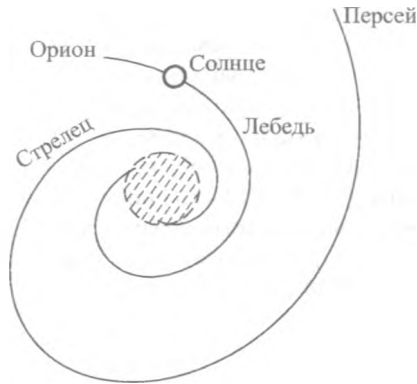


Рис. 12.2. Схематическое представление Галактики, видимой сверху

магнитное поле Галактики. Газ также является материалом, из которого непрерывно возникают новые звезды, и, кроме того, он отвечает за некоторые активные процессы, например, ударные волны. Одновременно, выделяя и взрываясь, звезды возвращают газ в межзвездное пространство.

Газ сосредоточен в плоскости Галактики и в спиральных рукавах, но его распределение неоднородно¹. Выделяют плотные комплексы газа (или газа и пыли), например, светлые туманности (в том числе туманность Ориона, открытая Гюйгенсом в 1656 г.) и темные туманности (включая туманности Угольный Мешок и Лошадиная Голова, видимые невооруженным глазом, которые были обнаружены В. Струве в 1847 г.).

Открытие спектральных линий пятикратно ионизированного кислорода O(VI) (Jenkins and Meloy, 1974), а также наблюдение мягкого рентгеновского излучения от межзвездной среды (Burstein et al., 1977) наводят на мысль о наличии в Галактике обширных горячих областей. Такие области возникают естественным образом благодаря взрывам сверхновых, которые происходят в Галактике один раз в каждые 20–100 лет. Горячий разреженный газ ($T \sim 10^6$ К, $n_e \sim 3 \cdot 10^{-3}$ см⁻³) остается внутри оболочки

¹Распределение газа в первом приближении можно представить тонким диском с толщиной $h \sim 10^{-2}R$, где R — его радиус. Фактически толщина газового диска на его краях и изолинии плотности имеют форму, близкую к гиперболоиду вращения, граница диска задается как $z^2/(0.2 \text{ кпк})^2 - r^2/(4 \text{ кпк})^2 = 1$ (Каплан и Пикельнер, 1979). Это является следствием уменьшения гравитационного поля g_r , перпендикулярного плоскости Галактики по мере увеличения расстояния r от центра Галактики. Кроме того, газовый диск заметно искривлен на периферии: к югу в направлении к центру и к северу в противоположном направлении (Лозинская и Кардашев, 1963).

сверхновой при ее расширении, а последующее его охлаждение занимает несколько миллионов лет. В это время вспыхивает другая сверхновая, и ее ударная волна быстро распространяется через разреженный газ, восстанавливая, таким образом, высокую температуру. Формируются обширные связанные области горячего газа (Cox and Smith, 1974), которые могут заполнять значительную долю межзвездного пространства [порядка 0.7, согласно Макки и Острикеру (1977)]. Оставшийся объем занимает теплый газ ($T \sim 10^4$ К), окружающий холодные облака (размером ~ 10 пк, $T \sim 10^2$ К, $n = 10 - 100 \text{ см}^{-3}$). Электронная плотность межзвездной среды, усредненная по масштабам (≥ 100 пк), большим по сравнению с размерами облаков и горячих полостей, равна

$$\langle n_e \rangle \simeq 3 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-3}.$$

Это значение хорошо согласуется с результатами изучения дисперсионных мер пульсаров (Terzian and Davidson, 1976). Полутолщина ионизированного слоя вещества, определяемая как $\int n_e dz / \langle n_e \rangle$, где координата z , перпендикулярная плоскости диска, равна

$$h \simeq 400 \text{ пк}$$

(Рузмайкин и Соколов, 1977а).

Межзвездный газ находится в хаотическом движении. Как впервые продемонстрировали Каплан и Пикельнер (1970) по лучевым скоростям межзвездных облаков, эти движения являются турбулентными, и в первом приближении распределение скоростей на масштабе λ хорошо согласуется с колмогоровским спектром, т. е.

$$v_\lambda \approx (\varepsilon \lambda)^{1/3}, \quad (1)$$

где ε — диссипация турбулентной энергии на единицу массы за единицу времени (эрг/г · с). Взрывы сверхновых делают, похоже, значительный вклад в баланс галактической турбулентной энергии. Сейчас мы дадим грубую оценку ε . Энергия, связанная с остатком сверхновой, порядка $3 \cdot 10^{50}$ эрг (Лозинская, 1980). Предположим, что треть этой энергии преобразуется в кинетическую энергию окружающего газа. Исходя из того, что взрывы происходят каждые 50 лет и что масса газа, участвующего в этом процессе, порядка $10^{10} M_\odot$ (5% массы Галактики), мы находим, что $\varepsilon \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ эрг/г · с. Теперь мы можем оценить характерную скорость случайных движений на масштабе $l \sim 100$ пк, в котором межзвездный газ можно считать однородным. Мы находим [см. (1)]

$$v_l \simeq 10 \text{ км/с}.$$

В процессе эволюции крупномасштабных средних полей, таких как средняя температура или среднее магнитное поле, турбулентность на масштабах λ , малых по сравнению с l , действует как эффективная диффузия, теплопроводность или турбулентная вязкость, так что

$$\nu_T \approx \frac{1}{3} l v \sim 10^{26} \text{ см}^2/\text{с}. \quad (2)$$

Кроме того, газ участвует в общем вращении Галактики. Это было достоверно установлено в результате изучения доплеровских смещений линии 21 см (Rougoor and Oort, 1960). Вращение галактического газового диска является неоднородным. Угловая скорость $\omega(r)$ велика в центральных областях и уменьшается за ее пределами (рис. 12.3). Отметим, что отсутствуют области твердотельного вращения.

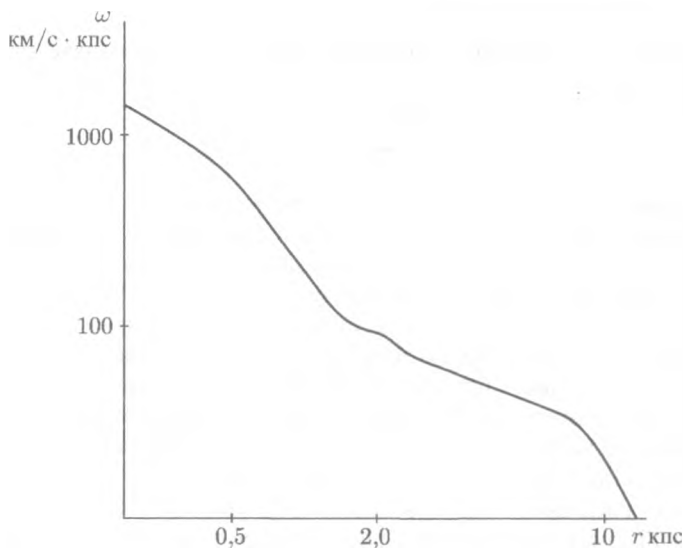


Рис. 12.3. Угловая скорость галактического газового диска как функция расстояния, r , от центра Галактики

Вращение газа и распределение его плотности (его концентрация вблизи плоскости Галактики) предполагают отсутствие зеркальной симметрии в его случайном движении (рис. 12.4), и мерой ее нарушения является плотность спиральности галактической турбулентности. Ее можно оценить из

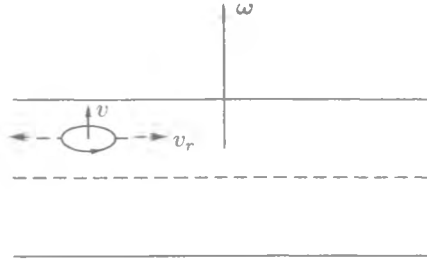


Рис. 12.4. Спиральность, возникающая во вращающемся газовом диске, стратифицирована. «Восходящий» вихрь расширяется (т. е. v_r становится ненулевой); кориолисовы силы, $2\omega v_r$, приводят к дополнительному закручиванию вихря. Направление закручивания отличается для восходящих и нисходящих вихрей, но знак величины $\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v}$ остается тем же

соображений симметрии и подобия (напомним, что α является псевдоскаляром, который обязан своим существованием вектору градиента плотности и псевдовектору угловой скорости):

$$\alpha = \frac{1}{3} \tau (\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v}) \simeq l^2 \rho^{-1} (\omega d\rho/dz). \quad (3)$$

Очевидно, что $\alpha(z) = -\alpha(-z)$, т. е. α является антисимметричной.

По-видимому, в дополнение к этим движениям в галактическом диске возможны крупномасштабные меридиональные потоки (квадрупольного типа). С точки зрения гидродинамики такие течения могут возникать подобно тому, как это и происходит вблизи поверхности вращающегося диска, погруженного в жидкость (von Karman, 1921). Данные наблюдений движения облаков на высоких широтах также свидетельствуют в пользу существования таких движений. Однако оценки Ваксмана (1979) показывают, что меридиональная скорость мала: $v_M \approx 20$ км/с. Период меридионального оборота составляет, таким образом, около 10^9 лет.

При исследовании Галактики особое внимание следует уделить центральной части ($r < 1$ кпк). Она повторяет структуру Галактики в миниатюре (Oort, 1971). У нее тоже есть вращающийся газовый диск ($\omega \simeq 10^{-14}$ с $^{-1}$), толщина которого составляет около 80 пк в центре и увеличивается до 250 пк на периферии. Характерная скорость случайных движений в диске может достигать 20 км/с.

Отметим, что с точки зрения астрономов Галактика является одним из представителей обширного класса спиральных галактик. Другими примерами таких галактик, напоминающих нашу, являются М31 и М81 по каталогу Мессье.

II. Магнитное поле Галактики

Звезды обладают магнитными полями. Среднее расстояние между звездами составляет несколько парсек (оно меньше в центре Галактики и больше на периферии). Следовательно, звездные поля крайне малы между звездами (в вакууме они уменьшаются как r^{-3} при удалении от их источников), и они не могут объяснить крупномасштабную структуру поля. Наблюдаемое общее галактическое поле, безусловно, связано с межзвездным газом.

По сравнению с магнитными полями, встречающимися в лабораторных условиях, напряженность галактического магнитного поля очень мала (всего лишь несколько μ гс), но его масштабы огромны — оно простирается на много килопарсек. (Напомним, что $1 \text{ пк} = 3 \cdot 10^{18} \text{ см.}$) Именно этот большой масштаб определяет поведение поля: омическое затухание практически отсутствует, но соответственно возрастает значение движений. Крупномасштабное магнитное поле лишь слабо подвержено действию омической диссипации. Например, для поля с масштабом $l = 100 \text{ пк}$ типичное время τ_d омической диссипации в плазме при температуре $T = 10^4 \text{ К}$ очень велико:

$$\tau_d \approx l^2 / \nu_m \sim 10^{26} \text{ лет,} \quad (4)$$

где мы приняли $\nu_m = 10^{13} T^{-3/2} \text{ см}^2/\text{с}$ за коэффициент омической диссипации. Удобно охарактеризовать эту ситуацию, используя безразмерное магнитное число Рейнольдса

$$R_m = lv / \nu_m,$$

которое для $l = 100 \text{ пк}$, $v = 10 \text{ км/с}$ и $\nu_m = 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ равно $3 \cdot 10^{19}$! В действительности диффузия и диссипация в крупномасштабном магнитном поле определяются турбулентностью [см. (2)]. Соответствующее эффективное магнитное число Рейнольдса,

$$R_m^{eff} = lv / \nu_T,$$

порядка единицы.

Магнитное поле не играет сколь-нибудь существенной роли в равновесии и динамике Галактики. Публикации, в которых равновесие спиральных рукавов объяснялось магнитным полем, сегодня представляют лишь исторический интерес. Однако магнитное поле действительно играет важную роль в распространении космических лучей, в газодинамических процессах (ударные волны, формирование звезд) и в механизме, ориентирующем космическую пыль (см. ниже).

Магнитное поле с напряженностью $2 \cdot 10^{-6}$ гс удерживает в галактическом диске заряженные частицы с энергиями вплоть до 10^{18} эВ. Ларморовский радиус таких частиц, $r_L \simeq \frac{c}{300H}$ см, меньше полутолщины галактического диска. Мелкомасштабная случайная компонента поля влияет на коэффициент диффузии для космических лучей (Гинзбург и Сыроватский, 1963).

По-видимому, образование звезды невозможно без магнитного поля. Его роль заключается в переносе углового момента количества движения наружу так, чтобы коллапс протозвездного облака мог продолжаться (см. гл. 14).

Помимо газа в Галактике много пыли. Будучи рассеянным пылью, свет звезд становится линейно поляризованным за счет ориентации частиц пыли. Их ориентация осуществляется магнитным полем. Обычно предполагается, что вращающиеся частицы пыли парамагнитны. При перемагничивании в галактическом магнитном поле они выстраиваются в линию, при этом их меньшие оси ориентированы вдоль поля (Davis and Greenstein, 1951). Характерное время процесса ориентации оказывается очень большим. Механизм ориентации частиц пыли в анизотропных потоках газа и излучения рассматривается Долгиновым и др. (1970). Магнитное поле служит осью ориентации, вокруг которой прецессирует угловой момент количества движения частиц пыли.

Фоновое галактическое излучение является излучением синхротронного типа, т. е. излучается релятивистскими электронами ($n_{er} \sim 5 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-3}$), ускоренными галактическим магнитным полем (Гинзбург, 1953; Шкловский, 1953). Обнаружение поляризации этого излучения стало событием огромной важности (Разин, 1958; Westerhout, 1962).

Магнитное поле является важной составной частью для интерпретации наблюдаемого рентгеновского излучения Галактики. Например, в распределении мягкого диффузного излучения на небесной сфере выделяют области с интенсивным излучением. Эти области располагаются в так называемых шпурах магнитного поля, где поляризация синхротронного излучения является наивысшей (Shklovsky and Sheffer, 1971; Spoelstra, 1972).

III. Локальные наблюдения галактического поля

Все методы определения галактического магнитного поля основываются на детальном знании свойств наблюдаемого излучения. Самый прямой подход состоит в измерении зеемановского расщепления сверхтонкого перехода спектральной линии нейтрального водорода 21 см. Здесь труд-

ность заключается в том, что величина зеемановского расщепления $\Delta\nu = eH/2\pi mc \simeq 3 \cdot 10^6 H \sim 10 \text{ с}^{-1}$ мала по сравнению с доплеровской шириной $\Delta\nu = \nu v/c \sim 10^4 \text{ с}^{-1}$ спектральных линий. Поэтому положительные результаты были получены только для некоторых плотных облаков, обладающих более интенсивными полями, нежели поле Галактики. Напряженности составляющей поля, параллельной лучу зрения, для различных межзвездных облаков приведены в табл. 12.1 (Verhuur, 1970). На основании этих данных в принципе можно получить оценку напряженности галактического поля, предполагая, что во время формирования облаков поле усиливается адиабатически ($H \sim n^{2/3}$). Предполагая, что плотность Галактики $n = 0.7 \text{ см}^{-3}$, мы получаем, что средняя напряженность галактического поля равна 1–3 μ гс. Однако из этих облаков, которые одновременно двигаются и вращаются, сложно почерпнуть какую-либо информацию о структуре основного галактического поля. Несмотря на это, наблюдается определенная корреляция между ориентацией (несферических) частиц пыли и газовых облаков (Шайн, 1955; Verhuur, 1970) и направлением магнитного поля, которое в первом случае определяется оптической поляризацией звездного света и во втором — поляризацией непрерывного радиоизлучения.

Таблица 12.1. Магнитные поля в некоторых межзвездных облаках (Verhuur, 1970).

Направление	l^{II}	b^{II}	Скорость, км/с	Оценка поля, μ гс	Плотность, см^{-3}
Tau A	185	-6	10	-3.5 ± 0.7	14
Cas A	112	-2	-38	18.0 ± 1.9	193
Cyg A	76	6	-84	4.0 ± 2.2	2.5
M17	15	-1	14	25.0 ± 10	60 – 100
Orion A	209	-19	7	-50 ± 15	680

Для определения направления магнитного поля можно использовать данные наблюдения поляризации звездного света, рассеянного пылью. В настоящее время такие данные получены примерно для 7000 звезд, большая часть из которых удалены менее чем на 500 пк. Способ интерпретации этих данных зависит по большей части от механизма ориентации частиц пыли по отношению к полю (Долгинов и др., 1979). Если частица пыли (рассматриваемая как продолговатое тело) ориентирована перпендикулярно полю, как в механизме Дэвиса и Гринштейна (1951), то вектор поляризации параллелен полю. С другой стороны, направление магнитного поля можно определить с помощью поляризации фонового синхротронного радиоизлучения (возникающего где-то на расстояниях, не ближе чем 500 пк), которое

определяется компонентой поля, перпендикулярной лучу зрения. Сравнение углов оптической и радиополяризации для излучения, приходящего из области $120^\circ < l^{\text{II}} < 150^\circ$, $-30^\circ < b^{\text{II}} < +30^\circ$ (Spoelstra, 1977), заставляет полагать, что частицы пыли ориентированы перпендикулярно магнитному полю (радио и оптический углы перпендикулярны друг другу).

Этот подход дает некоторую информацию о магнитном поле Галактики в окрестности Солнца ($\lesssim 500$ пк – 1 кпк). Другие локальные методы (анализ интенсивности синхротронного излучения; ориентация остатков старых сверхновых; исследование анизотропии (и распространения) космических лучей и т. д.) рассмотрены Верскером (1970), Хайлесом (1976) и Спелстрой (1977).

Информацию о крупномасштабном магнитном поле Галактики можно получить, анализируя фарадеевское вращение дискретных источников поляризованного излучения.

IV. Крупномасштабное галактическое поле

Мера фарадеевского вращения радиоисточника, обычно обозначаемая двумя буквами RM , определяет позиционный угол плоскости поляризации излучения и прямо связана с магнитным полем (см. гл. 2). Мы имеем

$$\begin{aligned}\phi &= RM\lambda^2 + \phi_0, \\ RM &= \frac{|e|^3}{\pi m_e^2 c^3} \int n_e \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \\ &= 8.1 \cdot 10^5 (\text{рад}/\text{м}^2) \int n_e (\text{см}^{-3}) \mathbf{B}(G) \cdot d\mathbf{r}(\text{пк}).\end{aligned}\quad (5)$$

где λ — длина волны излучения, ϕ_0 — начальный угол наклона плоскости поляризации (внутренний позиционный угол), а n_e — электронная плотность среды, в которой распространяется излучение. Позиционные углы измеряются от некоторого стандартного направления. Следует отметить, что они определяются наблюдательно с точностью до добавления величины, кратной π .

Измеряя позиционные углы на различных длинах волн (минимум двух), можно найти меру фарадеевского вращения и затем магнитное поле, определяемое из электронной плотности и известного расстояния, которое было пройдено излучением в среде. Преимущество этого метода заключается в том, что он позволяет исследовать галактическое магнитное поле на обширных пространствах, которые проходит излучение прежде, чем достигнет Земли. Очевидно, здесь присутствуют две трудности: во-первых,

формула (5) содержит только компоненту поля, параллельную лучу зрения; во-вторых, поле может претерпевать многократные и значительные изменения на больших расстояниях. Кроме того, вклад в меру фарадеевского вращения может давать плазма самого источника и в случае внегалактического источника — поле, находящееся в области между источником излучения и Галактикой. Эти трудности можно преодолеть, используя большое число радиоисточников, излучение которых проникает в Галактику с множества различных направлений, т. е. используя статистические методы.

В результате анализа меры фарадеевских вращений галактических и внегалактических радиоисточников (пульсаров, квазаров и радиогалактик) установлен очень важный и далеко не очевидный факт — существование крупномасштабной составляющей в галактическом магнитном поле. Первые шаги в этом направлении были предприняты австралийскими радиоастрономами Гарднером и Витоаком (1963), Морисом и Берджем (1964) и Манчестером (1972). Надежное и окончательное подтверждение было предоставлено Вэли и Кронбергом (1975), Рузмайкиным и Соколовым (1977b) и Рузмайкиным и др. (1978).

Наблюдаемая мера фарадеевского вращения некоторого радиоисточника представляет собой сумму вкладов регулярного галактического поля, флуктуирующей части этого поля, самого источника и среды, находящейся между источником и Галактикой. Каждый из этих вкладов обладает своей собственной зависимостью от координат. Например, мера фарадеевского вращения Галактики должна сильно зависеть от галактических угловых координат (l^{II} , b^{II}), в то время как вклад внегалактической среды меняется в зависимости от расстояния до источника (определяемого по его красному смещению). Мера фарадеевского вращения таких внегалактических источников не должна показывать какой-либо систематической зависимости от галактических координат (благодаря изотропии Вселенной).

На рис. 12.5 показано распределение наблюдаемой меры фарадеевского вращения в галактических координатах. Данные о координатах и мерах фарадеевского вращения внегалактических источников были заимствованы из объединенного каталога радиоисточников Айхендорфа и Райнхарда (1980), который основывается на материалах, полученных из данных различных предшествующих наблюдений, включая, например, известные каталоги Миттона (1972), Морриса и Табары (1973), Вэли и Кронберга (1975) и Хейвса (1975).

Очевидно, что отрицательная мера вращения Фарадея преобладает в третьем квадранте, а положительная в четвертом. Это указывает на существование крупномасштабного магнитного поля в южном полушарии Галактики ($b^{\text{II}} < 0$). Магнитную конфигурацию северного полушария трудно

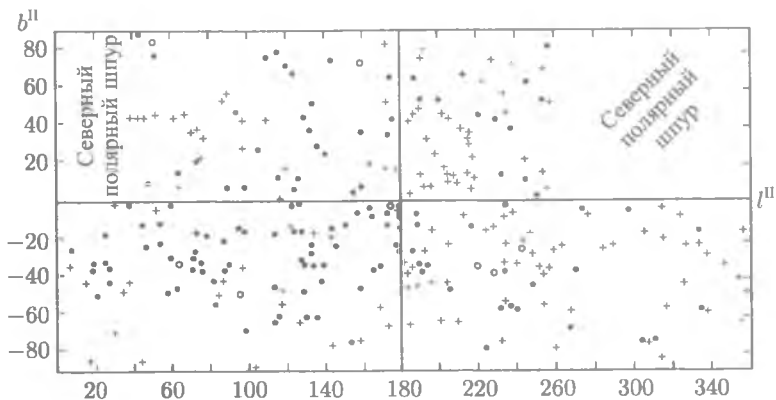


Рис. 12.5. Карта распределения знака меры вращения Фарадея внегалактических источников, взятая из объединенного каталога Айхендорфа и Райнхарда. Положительная RM отмечена крестиками, а отрицательная кружочками

оценить на глаз. Видно лишь, что флуктуации меры фарадеевского вращения достаточно велики (особенно в северном полушарии). Анализ показывает (Кузнецова, 1976; Рузмайкин и др., 1978), что нерегулярная часть меры фарадеевского вращения главным образом зависит от галактической широты. Следовательно, именно флуктуации галактического происхождения имеют принципиальное значение. Вклад магнитосферы Земли мал, и его легко вычесть из результатов наблюдений (Vershuur, 1970). Различные радиоисточники могут иметь большие и весьма различные собственные меры фарадеевских вращений, но средняя мера вращения от всех источников равна нулю, и на фоне галактических флуктуаций их вклад в дисперсию незначителен.

С точки зрения этих фактов естественно, в первом приближении, трактовать наблюдаемую меру вращения Фарадея как сумму вкладов регулярного галактического магнитного поля и хаотической части, происходящей и от флуктуаций поля, и от флуктуаций электронной плотности Галактики. Следовательно,

$$RM \stackrel{\approx}{=} RM + RM_f. \quad (6)$$

Индекс «s» над знаком равенства означает «статистическое» равенство. Конечно же, это выражение неверно, если мы рассматриваем источники с очень большой мерой вращения Фарадея (как показывают данные наблюдений, такие источники действительно существуют). Строго говоря, равенство (6) является гипотезой, которую надлежит проверить.

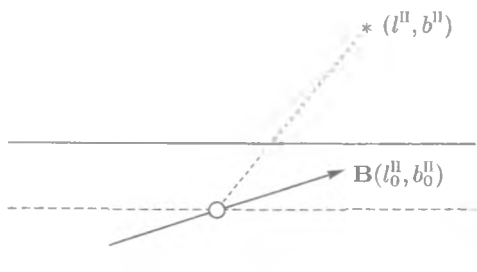


Рис. 12.6. Положение источника $(l^{\text{II}}, b^{\text{II}})$ и крупномасштабного магнитного поля $(l_0^{\text{II}}, b_0^{\text{II}})$ по отношению к наблюдателю, расположенному в центральной плоскости Галактики

Предположим, что крупномасштабное магнитное поле однородно и направлено вдоль $(l_0^{\text{II}}, b_0^{\text{II}})$. Поскольку наблюдатель (в Солнечной системе) располагается вблизи галактической плоскости и мера вращения (5) пропорциональна косинусу угла между полем и направлением к источнику, можно легко показать, что (рис. 12.6)

$$RM = K[\cos b_0^{\text{II}} \cos b^{\text{II}} \cos(l^{\text{II}} - l_0^{\text{II}}) + \sin b_0^{\text{II}} \sin b^{\text{II}}]f(l^{\text{II}}, b^{\text{II}}). \quad (7)$$

Здесь $l^{\text{II}}, b^{\text{II}}$ — заданные угловые координаты источника, K (так же как и $l_0^{\text{II}}, b_0^{\text{II}}$) — неизвестная амплитуда, которую можно выразить через среднюю электронную плотность (см^{-3}), крупномасштабное магнитное поле $\langle H \rangle \equiv B(\mu\text{гс})$ и полутолщину галактического газового диска h (пк) $[\equiv \int n_e dz / \langle n_e \rangle]$ как

$$K = 0.81 \langle n_e \rangle B h \text{ рад/м}^2. \quad (8)$$

Функция $f(l^{\text{II}}, b^{\text{II}})$ задает модель. В простейшем случае предполагается, что Галактика представляет собой бесконечный плоский слой, и тогда

$$f(l^{\text{II}}, b^{\text{II}}) = |\sin b^{\text{II}}|^{-1}. \quad (9)$$

В случае рукава, имеющего эллиптическое сечение с отношением полуосей $\varepsilon (\simeq 0.5)$, мы имеем вместо (9)

$$f(l^{\text{II}}, b^{\text{II}}) = (\varepsilon^2 \cos^2 b^{\text{II}} \cos^2 l^{\text{II}} + \sin^2 b^{\text{II}})^{-1/2}. \quad (10)$$

Отметим, что для $|b^{\text{II}}| \gtrsim 30^\circ$ формулы (9) и (10) примерно совпадают.

Флуктуирующая часть RM является случайной функцией, но нас интересует ее дисперсия

$$RM_f^2 = 0.81 \int_0^d ds_1 \int_0^d ds_2 C(s_1, s_2).$$

Здесь $C(s_1, s_2)$ — двухточечная корреляционная функция величины $n_e(\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}/r)$, интегрирование ведется от точки наблюдения до границы Галактики. Если галактическая турбулентность является однородной, l является единственным корреляционным масштабом, $C(s_1, s_2)$ зависит только от $s = |s_2 - s_1|$, и мы можем принять (Jokipii and Lerche, 1969; Румзайкин и Соколов, 1977а)

$$C(s) = C_1 \exp(-s/l).$$

Тогда мы имеем

$$RM_f = [(d/l) - 1 + \exp(-d/l)]^{1/2} \xi, \quad (11)$$

где ξ — случайная переменная с нулевым средним значением, дисперсия которой, независимая от координат, имеет вид:

$$D_\xi = 2(0.81)^2 l^2 D(n_e B). \quad (12)$$

Замечая, что $d/l \ll 1$ (см. следующую главу), и выражая d через толщину диска, мы получаем приближенную формулу

$$RM_f \simeq [(d/l) f(l^{\text{II}}, b^{\text{II}})]^{1/2} \xi,$$

которая удобна для практических приложений. Отметим, что вклад от источников не зависит от углов l^{II} и b^{II} и поэтому не учитывается.

Мы будем предполагать, что случайные переменные ξ являются независимыми для большого набора источников. Это предположение должно нарушаться по мере увеличения числа источников, поскольку тогда излучение соседних источников будет проходить через те же турбулентные ячейки. Угловой размер ячеек составляет около 10° , так что если источники распределены по небу однородно, то статистическая независимость ξ будет выполняться, если количество источников не превышает 400, а это примерно количество наблюдаемых источников, имеющих поляризованное радиоизлучение. Бесплезно увеличивать эту выборку для определения их среднего магнитного поля, B . Напротив, для получения информации о поле в турбулентной ячейке и о поле источников такое увеличение выборки остается полезным.

Средние значения величин K , l_0^{II} и b_0^{II} получаются (Рузмайкин и Соколов, 1977b) путем регрессионного анализа, который является обобщением метода наименьших квадратов. Суть данного метода состоит в минимизации суммы,

$$S(K, l_0^{\text{II}}, b_0^{\text{II}}) = \sum_n \xi^2 \equiv \sum_n \frac{[RM^{(n)} - RM(K, l_n^{\text{II}}, b_n^{\text{II}})]^2}{(h/l)f(l_n^{\text{II}}, b_n^{\text{II}})},$$

для истинных значений искоемых средних полей. Здесь индекс « n » относится к индивидуальному источнику с координатами $(l_n^{\text{II}}, b_n^{\text{II}})$ и наблюдаемой мерой фарадеевского вращения $RM^{(n)}$; RM определяется уравнением (7). Условие экстремума (равенство нулю первых производных S) дает средние значения K , l_0^{II} и b_0^{II} ; их доверительные пределы определяются из второй производной S и критерия Фишера. Величина S_{min} предоставляет оценку напряженности случайных полей (§ V). Не вдаваясь в подробности вычислений, мы приводим результаты, полученные для наблюдаемых мер фарадеевского вращения из объединенного каталога Айхендорфа и Райнхарда (1980). Поскольку структура и напряженность поля различны для северного и южного полушарий, мы рассматриваем их по отдельности.

(а) Южное полушарие ($b^{\text{II}} < 0^\circ$; рис. 12.5).

Для эллипсоидальной модели рукавов (10) получаем

$$K = -20 \pm 3 \text{ рад/м}^2, \quad l_0^{\text{II}} = 106^\circ \pm 8^\circ, \quad b_0^{\text{II}} = 0^\circ \pm 8^\circ. \quad (13)$$

Значения параметров близки к уже полученным Вэли и Кронбергом (1975), которые близки и к более ранним результатам. Значения в (13) довольно устойчивы к изменению числа источников или другим модификациям модели. В частности, отдельное рассмотрение высокоширотных ($b^{\text{II}} < -30^\circ$) и низкоширотных источников ($b^{\text{II}} > -30^\circ$) практически никак не повлияло на величину K и дисперсию D . Напротив, для модели плоского слоя (9) получаются оценки $K = -10 \text{ рад/м}^2$ для $|b| < 30^\circ$ и $K = -22 \text{ рад/м}^2$ для $|b| > 30^\circ$. Здесь расхождение возникает из-за того, что модель плоского слоя на низких широтах преувеличивает теоретическое значение RM .

Результат (13) соответствует [см. (8)] крупномасштабному магнитному полю с напряженностью

$$B \simeq 2 \cdot 10^{-6} \text{ гс} \quad (14)$$

для $\langle n_r \rangle = 0.03 \text{ см}^{-3}$ и $h = 400 \text{ пк}$ (Рузмайкин и Соколов, 1977а). Теперь оценим масштаб L этого поля. Хотя мы предполагали, что поле является

однородным, его масштаб на самом деле определяется максимальным расстоянием, охватываемым низкоширотными источниками. В нашем каталоге количество источников заметно при $b_{\min}^{\text{II}} \approx 10^\circ$, что дает

$$L \approx 2h / \text{tg } b_{\min}^{\text{II}} \approx 10h \sim 4 \text{ кпк}. \quad (15)$$

Этот масштаб хорошо согласуется с длинами рукавов по обе стороны Солнца. В поперечном направлении масштаб поля имеет, по-видимому, тот же порядок величины, что и поперечные размеры спирального рукава. Отметим, что с учетом неопределенностей направление поля близко к направлению локального (Ориона) рукава $l^{\text{II}} \approx 90^\circ$, $b^{\text{II}} \approx 0^\circ$ (рис. 12.2).

(б) *Северное полушарие* ($b^{\text{II}} > 0^\circ$; рис. 12.5).

Крупномасштабная составляющая магнитного поля в северном полушарии имеет то же направление, что и в южном, но оказывается в три раза слабее. Используя ту же модель (10) эллипсоидального рукава, находим, что

$$K = -7 \pm 3 \text{ рад/м}^2, \quad l_0^{\text{II}} = 68^\circ \pm 43^\circ, \quad b_0^{\text{II}} = 49^\circ \pm 23^\circ, \quad (16)$$

откуда следует, что $B \approx 0.7 \pm 0.3 \mu \text{ гс}$. Этот интересный факт будет обсуждаться в § VI.

В целом наблюдения показывают, что крупномасштабное магнитное поле лежит в плоскости галактического диска и направлено приблизительно вдоль спиральных рукавов. Большая закрученность спирального рукава указывает на то, что мы имеем дело с азимутальным полем. Важно, что поле не меняет знак при пересечении галактической плоскости. Компоненты поперечного (полоидального) поля (B_r, B_z) оказываются заметно слабее. Например, для z -компоненты получаются оценки $0.2 \pm 0.3 \mu \text{ гс}$ и $1.8 \pm 1.5 \mu \text{ гс}$ для южного и северного полушарий соответственно. Однако знак поля остается тем же самым; этот факт очень важен и свидетельствует о том, что полоидальная компонента крупномасштабного поля является квадрупольной.

В заключение мы отметим, что при помощи сравнительно небольшого количества галактических радиоисточников (пульсаров) получают параметры крупномасштабного поля, которые согласуются со статистическими результатами анализа сотен внегалактических источников, а именно

$$B = -2.1 \cdot 10^{-6} \text{ гс}, \quad l = 99^\circ, \quad b \approx 0^\circ, \quad (17)$$

(Manchester, 1974; Рузмайкин и Соколов, 1977а). Тем более интересно, что, используя пульсары, можно оценить характеристики случайной составляющей галактического магнитного поля за счет того, что пульсары имеют малую собственную меру фарадеевского вращения (Manchester, 1972).

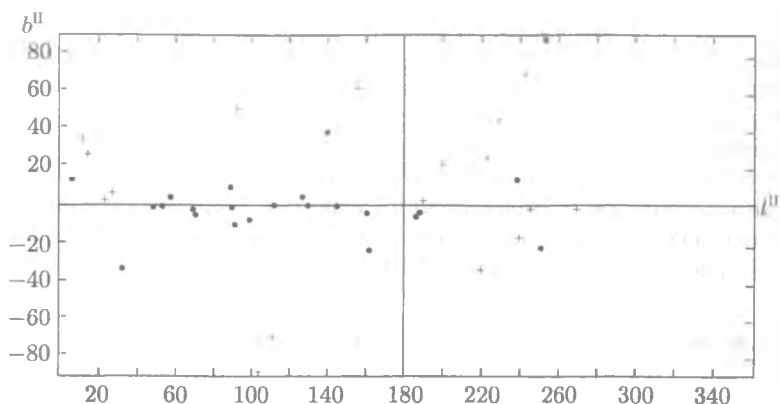


Рис. 12.7. Карта распределения знака меры фарадеевских вращений галактических пульсаров. Шпурь исключены

V. Случайная составляющая галактического поля

Рассмотрим рис. 12.5 и аналогичный рис. 12.7 для пульсаров. Мы видим, что случайная часть меры фарадеевского вращения велика. Это подтверждается также и другими методами, например, путем анализа поляризации непрерывного галактического излучения, которое дает $1 < \delta H/H < 3$ (Spoelstra, 1977), с корреляционной длиной в интервале 30–100 пк. Независимая оценка корреляционной длины,

$$l \simeq 100 \text{ пк}, \quad (18)$$

была получена Рузмайкиным и Соколовым (1977а) при помощи статистического исследования мер фарадеевского вращения пульсаров. Анализ мер вращения внегалактических радиоисточников, описанный в прошлой главе, с заданными l и $S_{\min} = D\xi$, можно применять для получения среднеквадратичной напряженности поля на этом масштабе. В частности, для южного полушария

$$\overline{(\delta H^2)}^{1/2}/B \simeq 1.7. \quad (19)$$

Строго говоря, вклад источников следует отделять от случайной составляющей меры фарадеевских вращений. Это можно сделать, сравнивая верхние оценки значений RM_f вдоль перпендикуляра к галактической плоскости, полученные для пульсаров и внегалактических источников. Оказывается, что галактические флуктуации дают основной вклад в RM_f , несмотря на

то, что остаточный разброс мер фарадеевского вращения все еще довольно велик (~ 60 рад/м²). Это происходит за счет низкой точности определения RM_f и малого числа учтенных пульсаров. В дополнение к оценке корреляционной длины и дисперсии случайной составляющей, безусловно, интересно получить данные о спектральном распределении. Чибисов и Птускин (1982) предполагают, что следует пронаблюдать угловые изменения в нетепловом радиоизлучении Галактики. Теоретические оценки для спектра галактического магнитного поля были представлены Рuzмайкинem и Соколовым (1982); см. также § 8.III.

VI. Асимметрия галактического поля

Из рис. 12.5 видно, что распределение меры фарадеевских вращений куда менее регулярно в северном полушарии Галактики ($b^{\text{II}} > 0^\circ$), нежели в южном ($b^{\text{II}} < 0^\circ$). Статистические результаты также подтверждают этот факт (см. § IV). Одна из причин этой асимметрии может состоять в преобладании так называемых шпуров (специфических особенностей радиоизлучения, напоминающих шпоры кавалериста) в северном полушарии. Некоторые шпуров были исследованы Спулстрой (1972). Наиболее известным из них является Северный полярный шпур. Радиоизлучение и поляризация в шпурах аномально высокие. Есть мнение, что они являются остатками сверхновых. Их линейная поляризация связана петлями магнитного поля. Однако напряженность поля близка к среднегалактическому значению (Spoelstra, 1972; 1977), т. е. силовые линии поля искривляются, а не скапливаются вместе.

Однако асимметрия не может быть полностью объяснена шпурами. Даже когда наиболее выраженный (Северный полярный) шпур исключается из анализа, заметная асимметрия в распределении RM_f все равно остается. Оценки напряженности среднего магнитного поля значительно меньше в северном полушарии, чем в южном, и широтную зависимость флуктуирующей составляющей в северном полушарии не удается описать при помощи простой модели (10.11). По-видимому, имеет место крупномасштабное искажение среднего поля. Это можно уподобить локальной петле в магнитном поле, как было предложено Гарднером и др. (1969) и Вэли и Кронбергом (1973). Конфигурация результирующего поля показана на рис. 12.8.

Отметим, что присутствие асимметрии в распределении магнитного поля в течение последнего миллиона лет или менее того, видимо, является временным явлением, связанным с взрывами сверхновых. За промежуток времени, превосходящий период вращения Галактики (250 млн лет), магнитное динамо (см. далее) должно регенерировать среднее магнитное поле, симметричное относительно плоскости Галактики.

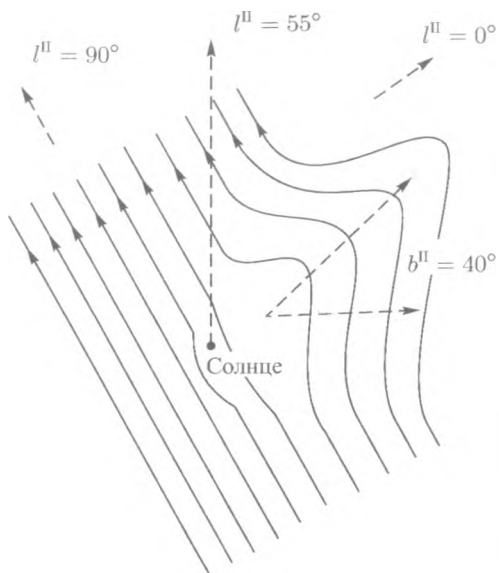


Рис. 12.8. Петля магнитного поля вблизи Солнца и конфигурация крупномасштабного магнитного поля

ГЛАВА 13

Галактическое динамо

Обсудим теперь вопрос о происхождении и поддержании галактического магнитного поля. Оно, несомненно, зародилось внутри самой Галактики. В 1960-х гг. была выдвинута гипотеза о догалактическом, реликтовом происхождении поля, однако она не встретила какой-либо поддержки. Многочисленные исследования мер фарадеевского вращения внегалактических радиоисточников не обнаружили существования магнитного поля (превосходящего 10^{-9} гс, см. гл. 15) в межгалактическом пространстве. С космологической точки зрения едва ли можно ожидать, что такое поле действительно существует. Но даже если предположить, что во время образования Галактики она обладала крупномасштабным полем, это поле достаточно быстро (в действительности за несколько оборотов Галактики) перемешалось бы за счет действия турбулентности.

Локальными источниками поля являются сверхновые, звездные ветры и, возможно, ядро Галактики (гл. 12). Глобальное крупномасштабное магнитное поле образуется в результате дифференциального вращения и турбулентного спирального движения проводящего газа. Однако прежде чем мы построим модель генерации, оценим эффективность этих источников.

I. Источники галактического поля

Основным фактором, определяющим диссипацию поля, является турбулентная диффузия, которая имеет характерный временной масштаб $\tau_0 = l^2/\nu_T$, где ν_T определяется уравнением (12.2). Таким образом, для поддержания (и усиления) в галактическом диске крупномасштабного поля с напряженностью 2–3 μ гс требуется подводимая мощность порядка

$$\tau_0^{-1} B^2 / 8\pi \simeq 10^{-28} \text{ эрг/см}^3 \cdot \text{с}.$$

Еще большая мощность необходима для поддержания мелкомасштабных флуктуирующих полей, плотность энергии которых по порядку величины

примерно равна $B^2/8\pi$. Плотность энергии дифференциального вращения очень велика (около $6 \cdot 10^{-10}$ эрг/см³). Однако эта энергия не преобразуется непосредственно в магнитную энергию. В механизме генерации магнитного поля дифференциальное вращение играет лишь роль приводного ремня. Важно то, что дифференциальное вращение поддерживается на своем уровне ($\omega \simeq 10^{-15}$ с⁻¹ в окрестности Солнца; $\omega \simeq 10^{-14}$ с⁻¹ вблизи центра Галактики, $\Delta\omega \sim \omega$). Как было рассмотрено выше (см. гл. 12), источниками энергии для турбулентного движения в газовом диске являются взрывы сверхновых, мощность которых, подводимая в виде кинетической энергии, равна примерно 10^{-26} эрг/см³ · с (Salpeter, 1976). Также существенный вклад дают расширяющиеся Н II области, окружающие молодые горячие О- и В-звезды (Каплан и Пикельнер, 1970). Мощности этих источников достаточно для того, чтобы производить и усиливать магнитное поле. Поскольку взрывы сверхновых и звездные ветры выносят магнитное поле в межзвездное пространство, вполне естественным является вопрос: «Могут ли эти локальные источники сами по себе создавать полное галактическое поле?» Кроме того, согласно оригинальной идее В. А. Абрамцуяна, ядро Галактики находится, как подтверждают многочисленные наблюдения (Oort, 1977), в активном состоянии, что могло бы обеспечить дополнительный и очень сильный источник поля.

Вычислим вклад сверхновых (Сыроватский, 1970). Объем галактического газового диска равен

$$V = 2h\pi R^2 = 5.7 \cdot 10^{11} \text{ пк}^3$$

($h = 400$ пк, $R = 15$ пк). В соответствии с современными идеями (Шкловский, 1976) будем предполагать, что одна сверхновая взрывается в Галактике в среднем каждые 30 лет. Тогда общее количество сверхновых, которое должно было взорваться за время существования Галактики, составляет примерно $3 \cdot 10^8$. Следовательно, каждая сверхновая приходится на объем газа порядка $2 \cdot 10^3$ пк³. Достоверная оценка в $3 \cdot 10^{-4}$ гс имеется для магнитного поля в Крабовидной туманности, т. е. в остатке молодой сверхновой с радиусом около 1 пк. Предполагая для простоты, что расширение до $2 \cdot 10^3$ пк³ подчиняется адиабатическому закону ($\sim V^{-2/3}$), мы находим, что напряженность поля, созданного таким образом в межзвездной среде, равна

$$H = 3 \cdot 10^{-4} (1 \text{ пк}^3 / 2 \cdot 10^3 \text{ пк}^3)^{2/3} \simeq 2 \mu\text{гс}.$$

Основной масштаб l этого поля близок к максимальному размеру остатков. Радиус остатка, которой просуществовал несколько миллионов лет, может достигать 50 пк. Следовательно, можно предположить, что $l \simeq 100$ пк.

В действительности силовые линии магнитного поля растянутся под действием дифференциального вращения, так что в азимутальном направлении масштаб будет больше.

Несколько меньший, но все же существенный вклад в галактическое магнитное поле дают O- и B- (а также WR-) звезды ранних спектральных классов (Бисновати-Коган и др., 1973), которые обладают сильными звездными ветрами.

Хойл (1969) выдвинул фантастическое предположение, что галактическое магнитное поле возникло в очень компактном ядре. Предполагалось, что его размер сравним с его гравитационным радиусом при энергии вращения около $0.1M_{\text{nucleus}}c^2$ и напряженности поля на поверхности примерно 10^9 гс. Адиабатическое расширение этого поля по всему объему галактического диска произвело бы поле с напряженностью в несколько μ гс. На современном этапе наблюдения опровергают существование такого ядра со столь сильным магнитным полем. В центральной области, с радиусом менее 500 пк, поле, по-видимому, не превышает $2 \cdot 10^{-5}$ гс, и если в процессе эволюции имело место истечение из ядра, то в таком случае поле имело бы достаточно времени для того, чтобы исчезнуть за счет турбулентной диффузии. Можно рассматривать идею Хойла в более реалистическом свете, предполагая, что активность в галактическом ядре могла бы обогатить магнитное поле в центральных областях Галактики.

Таким образом, локальные источники способны генерировать в галактическом диске магнитное поле необходимой величины. Однако петли магнитного поля, вытекающего из звезд, ориентированы случайным образом. Вытягивание петель под действием дифференциального вращения лишь располагает их параллельно плоскости Галактики. По-видимому, в этой ситуации напряженность крупномасштабного поля окажется невелика и будет убывать как $N^{1/2}$ по мере роста количества сверхновых N ; флуктуирующее поле, напротив, практически не будет зависеть от N .

Таким образом, эти источники не могут объяснить наблюдаемого крупномасштабного поля. Чисто ячеистая структура магнитного поля не согласуется с данными наблюдений, которые доказывают существование крупномасштабного среднего поля (гл. 12). Несмотря на это, локальные источники играют все же важную роль в определении мелкомасштабной структуры поля. Очевидно, что взрывы сверхновых, являющиеся главным источником галактической турбулентности, также порождают поля на малых масштабах. Основной масштаб галактической турбулентности ($l = 100$ пк) хорошо согласуется с корреляционным масштабом поля, определяемым по результатам наблюдений (см. гл. 12).

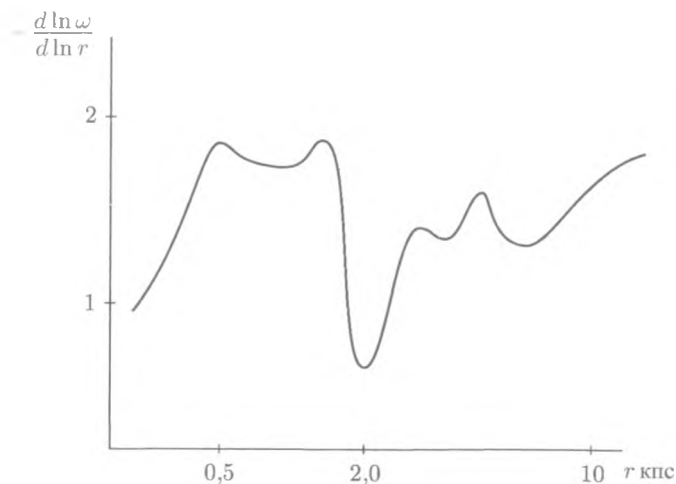


Рис. 13.1. Дифференциальное вращение галактического газового диска, рассчитанное из наблюдаемой кривой вращения в линии 21 см

Объяснение крупномасштабного поля может быть найдено в теории динамо, основанном на дифференциальном вращении и спиральной турбулентности. Зависимость угловой скорости от расстояния до оси галактического газового диска изображена на рис. 12.3. Можно заметить, что вращение нигде не твердотельно. В окрестности Солнца $r = 10$ кпк, $\omega \approx 10^{-15} \text{ с}^{-1}$; в центральной области угловая скорость максимальна ($r = 1$ кпк, $\omega \approx 10^{-14} \text{ с}^{-1}$) и градиент ее больше.

На рис. 13.1 изображена построенная по результатам наблюдений кривая зависимости дифференциального вращения от расстояния r до центра Галактики (Рузмайкин и Шукуров, 1981). Важной деталью является здесь глубокий минимум производной логарифма ω в окрестности точки $r = 2$ кпк, которая отделяет центральную область от наружного края диска. Интересно, что плотность газа, напротив, максимальна вблизи области 4–6 кпк. Мы снова видим, что во всем галактическом диске вращение является дифференциальным (а не твердотельным).

Мы уже упоминали в гл. 12, что под действием кориолисовых сил и в результате уменьшения плотности от центральной плоскости к поверхности диска формируется спиральность, т. е. имеет место преимущественное направление винтового движения (см. рис. 12.4), мерой которого служит псевдоскаляр $\langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$. Очевидно, что единственный псевдо-

скаляр, с которым может быть связана эта величина, равен $\omega \nabla_z \langle \rho \omega \rangle$, где $\langle \rho \omega \rangle$ — средний момент импульса турбулентных флуктуаций. Теории динамо требуется величина $\alpha = -\frac{1}{3} \tau \langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$, которая имеет размерность скорости (τ — корреляционное время). На основании соображений подобия и анализа размерностей мы получаем выражение (12.3). Конечно, для того чтобы установить точную форму функции α , необходимо решить сложную гидродинамическую задачу, но на данном этапе развития теории галактического динамо важны только качественные признаки средней спиральности. В частности, существенное значение имеет антисимметрия функции при отражении ($z \rightarrow -z$) в плоскости Галактики.

II. Модель галактического динамо

Толщина и форма оптического диска Галактики меняется с расстоянием r от оси вращения. В частности, как уже отмечалось в § 12.1, диск сильно расширяется и загибается по краям. Однако он остается тонким практически везде, за исключением малой области вблизи центра Галактики. Полагая его радиус равным 15 кпк, а полутолщину ионизированного слоя 400 кпк (согласно наблюдаемым мерам дисперсии пульсаров; см. гл. 12), мы получаем

$$h/R \simeq 0.03.$$

Вклад дифференциального вращения и спиральности в генерацию крупномасштабного магнитного поля определяется безразмерными числами

$$R_\omega = Gh^2/\beta, \quad R_\alpha = \alpha_0 h/\beta.$$

Здесь $G (= r d\omega/dr)$ — мера градиента угловой скорости в интервале 3 кпк $\lesssim r \lesssim 12$ кпк (предполагается, что $G \simeq -\omega = -10^{-15} \text{ с}^{-1}$), $\beta \simeq 10^{26} \text{ см}^2/\text{с}$ — коэффициент диффузии магнитного поля (см. § 12.III) и $\alpha_0 = l^2 \omega/h$ — амплитуда функции, определяющая спиральность в этом интервале ($\alpha_0 \simeq 0.8 \cdot 10^5 \text{ см} \cdot \text{с}$). Таким образом,

$$R_\omega \simeq -10, \quad R_\alpha \simeq 1.$$

Следовательно, мы можем рассматривать галактическое динамо как динамо $\alpha\omega$ -типа с $D \simeq -10$ (Parker, 1971; Вайнштейн и Рузмайкин, 1971). Рузмайкин, Соколов и Турчанинов (1980) численно проинтегрировали уравнения $\alpha\omega$ -динамо в диске [см. уравнения (9.15)–(9.16) гл. 9], используя в качестве $\alpha(z)$ различные гладкие антисимметричные функции. Результаты слабо

зависят от вида этой функции. Четная азимутальная гармоника магнитного поля возбуждается вместе с соответствующим полоидальным полем квадрупольного типа (см. рис. 9.1). Критическим динамо-числом для $\alpha = \sin \pi z$ является $D_0 = -8$. Мы оцениваем характеристическое время возрастания поля для $D = -10$ как

$$\tau = \gamma^{-1} \simeq 5 \cdot 10^8 \text{ лет} \sim (1/20) \times \text{возраст Галактики}. \quad (1)$$

Таким образом, галактическое динамо действует вблизи порога возбуждения, и мы ожидаем, что возбуждается только низшая (четная) гармоника. Характерное время роста достаточно велико, так что отсюда возникает вопрос о затравочных полях (см. § III).

Из всех генерируемых компонент магнитного поля азимутальная является наибольшей:

$$B_r/B_\phi \simeq (R_\alpha/R_\omega)^{1/2} \simeq 0.3, \quad B_z/B_r \simeq O(h/r). \quad (2)$$

Этот факт хорошо согласуется с данными наблюдений (см. гл. 12), в соответствии с которыми поле почти параллельно галактической плоскости и ориентировано приблизительно вдоль туго закрученных спиральных рукавов.

Рузмайкин и Шукуров (1981) использовали угловую скорость $\omega(r)$, найденную по результатам наблюдений, и также учли уменьшение толщины газового диска и увеличение характерной турбулентной скорости к центру Галактики. Их расчеты подтвердили, что в большей части диска возбуждаются азимутальное и соответствующее квадрупольное полоидальное поля, которые являются четными по z , т. е. симметричными по отношению к центральной плоскости диска, и не осциллируют со временем. Однако в центральной части диска, $r < 1$ кпк, динамо-число так велико, что становится возможным также возбуждение нечетных (дипольных) и осциллирующих мод. Неожиданным результатом явилась невозможность генерации поля в области $r \sim 4 - 6$ кпк, где дифференциальное вращение очень слабое (см. рис. 13.1). Таким образом, по-видимому, в Галактике существуют две изолированные области — центральная и внешняя. В приближении $\alpha(z)$ концентрированными (δ -образными) антисимметричными функциями были получены оценки для границ этих регионов и соответствующих времен роста поля с использованием линейной (кинематической) теории динамо. Эти величины оказались равны соответственно $r < 1$ кпк, $5 \cdot 10^7$ лет и $9 < r < 17$ кпк, $5 \cdot 10^8$ лет. Качественная структура этих полей приводится на рис. 13.2.

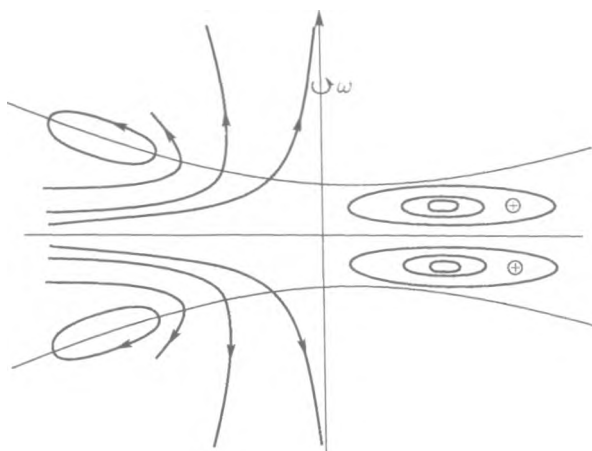


Рис. 13.2. Качественная схема конфигурации крупномасштабного магнитного поля в галактическом газовом диске. Слева изображены силовые линии полоидального поля, справа — линии уровня азимутального поля. Направления азимутального поля в центральной и внешней частях диска могут отличаться

Рассмотренная теория является линейной, абсолютная амплитуда составляющих поля неопределенна. Учитывая обратное действие поля на спиральность, легко построить модель, в которой рост поля останавливается (Вайнштейн и Рузмайкин, 1972). Можно было бы предположить, что градиент постоянного среднего поля уравнивает кориолисову силу, и тогда

$$B^2/8\pi \sim \rho v \omega l \sim 10^{-13} \text{ эрг/см}^3.$$

Именно кориолисова сила генерирует спиральность, которая так важна для механизма генерации поля. Действием поля на сильное дифференциальное вращение можно пренебречь, тем не менее поле значительно влияет на слабое звено в механизме генерации — спиральность. Хаотическая составляющая имеет несколько большую плотность энергии, близкую к плотности кинетической энергии.

III. Затравочные поля

Уравнение индукции всегда имеет нулевое решение. Более глубокое его свойство заключается в том, что, подобно полным уравнениям магнитогидродинамики, оно является инвариантным относительно замены $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{H}$

и, в частности, $0 \rightarrow 0$. Для действия динамо необходимо начальное затравочное поле, которое должно быть усилено и перестроено. Применительно к планетам и звездам вопрос о происхождении такого поля обычно не возникает, поскольку предполагается, что слабые поля всегда изначально присущи среде, в которой образовались данные объекты. Однако в случае галактического динамо этот вопрос становится более уместным. Как уже упоминалось в начале этой главы, нет доказательств существования заметных межгалактических полей. Произведем оценку напряженности необходимого затравочного поля. Мы будем полагать, что характеристическое время роста для галактического динамо задается уравнением (1). Тогда за период существования Галактики ($\sim 10^{10}$ лет) наблюдаемое поле ($2 \mu\text{гс}$) могло быть сгенерировано из начального поля, равного $3 \cdot 10^{-13} \mu\text{гс}$. Это поле очень мало, но, к тому же, оно должно меняться только на очень больших масштабах (несколько килопарсек). Таким образом, необходимо учитывать геометрию начального поля, поскольку только четные азимутальные и квадрупольные полоидальные компоненты могут усиливаться.

При рассмотрении происхождения затравочных полей необходимо учитывать взаимодействие заряженных частиц. В космологическом прошлом, когда галактики образовывались и развивались и плотность излучения была высока, слабые магнитные поля могли формироваться за счет разницы в комптоновском взаимодействии электронов и протонов (Harrison, 1970; Мишустин и Рузмайкин, 1971, см. также ниже гл. 15). Но взрывы сверхновых и других звезд являются намного более эффективными источниками затравочного поля. Как было отмечено выше, эти взрывы порождают в основном хаотические поля. Растягивание силовых линий дифференциальным вращением располагает их в плоскости Галактики, и, как мы видели, N случайно распределенных петель магнитного поля могут таким способом производить крупномасштабное магнитное поле с ненулевой напряженностью, возможно, пропорциональной $N^{-1/2}$. Однако очевидно, что это не является способом генерации конфигурации поля, в которой B_ϕ имеет одинаковый знак для всех r и z . Наблюдаемое поле не меняет знак по z . Однако возможно, что направление поля меняется от рукава к рукаву (т. е. по r).

Интересно, что увеличение числа взрывающихся звезд увеличивает преобладание случайной составляющей поля над гладкой. В действительности, это исключает возможность объяснения полного галактического поля взрывами сверхновых без действия динамо. В самом деле, если мы искусственно зависим оценку среднего поля до необходимых напряженности и масштаба, то одновременно придем к выводу о том, что флуктуирующее поле катастрофически велико. Согласно наблюдениям $\delta B/B \leq 3$ (см. гл. 12).

Если мы примем, что звезды являются источником затравочного поля, то возникает вопрос: «Могут ли звезды образовываться в ненамагниченной среде?» (Hoyle, 1960; Mestel, 1977). Иными словами, каков был механизм для сброса момента количества движения протозвезд, образующихся во вращающейся Галактике? (См. гл. 14.)

IV. Роль спиральных рукавов

При рассмотрении осесимметричной задачи мы упустили наиболее важное морфологическое свойство Галактики — спиральные рукава. Из новаторских работ Линдблада и Лина и их коллег мы знаем, что спиральные рукава являются проявлениями сжатий при распространении волн плотности по диску, состоящему из газа и звезд. [Обширную библиографию по этому предмету можно найти, например, у Лина (1967), Каплана и Пикельнера (1974), Фридмана и Поляченко (1976).] Волна плотности связана, по существу, с возмущением галактического гравитационного поля и в этом смысле отличается от обычных звуковых волн, где это связано только с изменениями давления. Наиболее впечатляющей особенностью является пространственная протяженность регулярной спиральной структуры. Это недвусмысленно указывает на то, что спиральные волны плотности являются глобальным свойством галактического диска (Wielen, 1975), а не только набором локальных особенностей.

Крупномасштабное магнитное поле в несколько микрогаусс вряд ли способно поддерживать в равновесии спиральные рукава или оказывать воздействие на их глобальную скорость. Однако плотность магнитной энергии сравнима с плотностью кинетической энергии в локальных возмущениях волны, и значит ее следует принимать в расчет при рассмотрении динамики газа. Основной особенностью этой динамики является возникновение крупномасштабных спиральных ударных волн (Roberts, 1969). Ударная волна возникает из-за того, что скорость вращения спиральной структуры меньше, чем у диска, хотя разница может быть невелика (Сучков, 1978). Таким образом, газ нагоняет взрывную волну и проникает в нее сзади. Возмущение гравитационного потенциала приводит к увеличению и отклонению скорости газа от начального состояния. Ударная волна образуется, когда возмущение гравитационного потенциала и разница между угловыми скоростями диска и спиральной структуры достаточно велики. С теоретической точки зрения точка зрения о необходимости спиральной ударной волны еще не вполне устоялась. Картина спиральных галактик (похожих на нашу Галактику) отчетливо показывает полосы темной пыли по краям ру-

кавов (Linds, 1970), которые трактуются как узкие прослойки сжатого газа позади фронта ударной волны (Каплан и Пикельнер, 1974). Более того, синхротронное излучение спиральных рукавов сильно сосредоточено в узких полосах на их внутренних сторонах (Mathewson et al., 1972). Это подтверждает существование спиральных ударных волн и в нашей Галактике.

Тангенциальная составляющая магнитного поля должна (при условиях вмороженности) усиливаться ударной волной прямо пропорционально плотности. Она была бы в четыре раза больше в адиабатической ударной волне. Однако в галактической ударной волне газ тратит значительную часть энергии на излучение, и, следовательно, возможно десятикратное увеличение (Roberts, 1969; Каплан и Пикельнер, 1974). Интересно, что в присутствии составляющей поля, нормальной к фронту волны, усиление сохраняется даже непосредственно после прохождения ударной волны из-за напряжений B_n и B_τ (Половин, 1960; Мишуров и др., 1979). Однако в первом приближении орбиты элементов газа, в которые погружено поле, являются замкнутыми. Следовательно, их повторное прохождение через рукава не приводит к многократному усилению поля. При подходе к следующему рукаву ранее усиленная тангенциальная составляющая возвращается к своей изначальной величине, тем не менее имеет место рефракция силовых линий поля (рис. 13.3). Важно, что значительное усиление тангенциальной компоненты поля возникает в ударной волне (нормальная компонента не меняется), т. е. поле ориентируется вдоль рукава. Рукава в Галактике плотно намотаны, их отклонение от азимутального направления составляет лишь $i \approx 7^\circ$. Следовательно, на больших расстояниях магнитное поле должно находиться в рукаве — результат, который хорошо согласуется с наблюдаемой картиной (см. гл. 12).

В действительности при прохождении через ударную волну элемент газа теряет за счет излучения как энергию, так и момент количества движения и переходит к орбите, проходящей ближе к центру. Согласно численным расчетам Робертса и Шу (1972), радиальное смещение элемента составляет приблизительно

$$-\Delta r = ar^3 \sin^2 i, \quad a \approx 10^{-2} \text{ кпк}^{-2}.$$

Зависимость Δr от радиуса означает, что элементы газа приближаются друг к другу, пока двигаются к центру Галактики. Это должно приводить к усилению азимутального магнитного поля (Рузмайкин, 1976). Характеристическое время этого усиления допускает следующую оценку:

$$\tau \approx \left(\frac{3\Delta r}{r} \right)^{-1} \frac{2\pi}{(\omega - \omega_s)} \approx \frac{1}{3 \sin^2 i} \left(\frac{10 \text{ кпк}}{r} \right)^2 \frac{2\pi}{(\omega - \omega_s)}$$

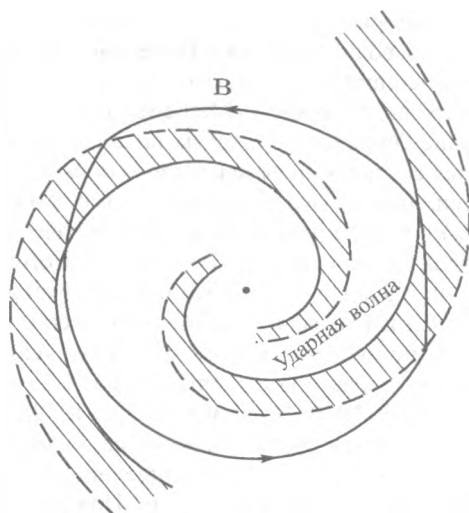


Рис. 13.3. Деформация азимутальных силовых линий магнитного поля спиральными ударными волнами. При вхождении в рукав тангенциальная составляющая усиливается, т. е. поле ориентируется вдоль рукава

Благодаря тому что значение $\sin^2 i$ в знаменателе мало, это время оказывается большим (порядка 10^{10} лет), так что рассмотренный эффект играет незначительную роль в Галактике, но он становится существенным в галактиках, спиральные рукава которых слабо закручены, и особенно в так называемых галактиках с перемычками, где $i = \frac{1}{2}\pi$.

В целом можно заключить, что основное влияние спиральных рукавов на магнитное поле заключается в ориентации поля вдоль рукавов спиральной ударной волной. Очевидно, что поле в свою очередь действует на ударную волну, ослабляя ее амплитуду (Roberts and Yuan, 1970). Периодические возмущения скорости в волне плотности не превышают случайных скоростей газа (Каплан и Пикельнер, 1974), и в первом приближении теории магнитного динамо ими можно пренебречь. Таким образом, описанная выше осесимметричная модель $\alpha\omega$ -динамо является разумным приближением.

V. Другие спиральные галактики

Теорию динамо для генерации магнитного поля можно применять также и к другим галактикам, похожим на нашу собственную. К сожалению,

данные о толщине дисков ионизированного газа, дисперсии турбулентных скоростей и характеристических масштабах турбулентности являются редкостью или отсутствуют вовсе. Кривые вращения для спиральных галактик, например M31 и M81, похожи на характерные для нашей Галактики. Однако некоторые спиральные галактики, например Сомбреро (NGC 4594), имеют, по-видимому, почти твердотельное вращение в центральной области. В этом случае более подходящим может оказаться α^2 -динамо.

Результаты обширных наблюдений, проделанных радиотелескопами в Эффельсберге и Вестерборке, свидетельствуют о наличии магнитных полей во множестве спиральных галактик (M31, M33, M51, M81, NGC253, NGC6946). Структура и напряженность магнитных полей определяются путем измерения линейно-поляризованного непрерывного радиоизлучения на нескольких длинах волн; см., например, Бек (1982). Важным результатом является обнаружение «кольцеобразной» структуры в поле M31 для $7 \text{ кпк} \leq r \leq 14 \text{ кпк}$ (Бек, 1982), в соответствии с более ранним теоретическим предсказанием для Галактики и M31 (Рузмайкин и Шукуров, 1981).

ГЛАВА 14

Роль магнитного поля в звездообразовании¹

I. Современный взгляд на формирование звезд

Какие основания имеются для того, чтобы верить в формирование звезд в настоящем и в то, что их образование имело место в прошлом? Астрофизики дают следующий ответ. Наша Галактика и множество других галактик содержат в себе яркие массивные O-звезды и компактные газовые области, состоящие в основном из ионизированного водорода. Теоретические расчеты эволюции звезд показывают, что характерное время жизни наиболее массивных ($M \simeq 50M_{\odot}$) O5-звезд составляет порядка 10^6 лет, т. е. очень мало по сравнению с возрастными галактик. Считается, что возраст наиболее ярких компактных HII-областей также менее 10^6 лет. Эти звезды и HII-области обычно ассоциируются с известными конденсациями в межзвездной среде (молекулярные облака, крупные газопылевые системы, например, туманность Ориона). Вместе с некоторыми выводами теории гравитационной неустойчивости это привело к следующей концепции, которую на сегодняшний день принимают практически все исследователи: образование звезд является результатом сжатия (происходящего главным образом за счет их собственного тяготения) неоднородностей в межзвездном газе в областях звездообразования.

Неустойчивость начинает развиваться, когда силы собственного тяготения становятся больше, чем сумма сил, противодействующих коллапсу. Собственное тяготение превосходит градиенты теплового давления в неоднородностях с размерами

$$\lambda > \lambda_J = c_s(G\rho/\pi)^{-1/2} \simeq 3 \cdot 10^{19}(T/n)^{1/2} \text{ см.}$$

где c_s — скорость звука в среде, ρ — плотность, n — концентрация и T — температура; λ_J — хорошо известная джинсовская длина. Масса, заключенная

¹Эта глава написана Т. В. Рузмайкиной.

в сферическом объеме радиуса $\lambda_J/2$ (джинсовская масса), равна

$$M_J = \frac{1}{2} \lambda_J^3 \rho \sim 20(T^3/n)^{1/2} M_\odot.$$

Типичными для центральных областей плотных молекулярных облаков являются $T \simeq 10$ К и $n = 10^4 - 10^6$ см⁻³; тогда джинсовская масса $M_J \sim 1 - 10 M_\odot$.

Для образования звезды исходная неоднородность должна сильно сжиматься. В случае $M = M_\odot$ средняя плотность увеличивается в 10^{18} раз и температура примерно в 10^5 раз относительно их соответствующих начальных значений. Таким образом, водород переходит из молекулярного состояния в ионизированное. В ходе этого процесса энтропия облака уменьшается по величине за счет радиационного охлаждения сжимающейся протозвезды. Другими препятствиями на пути образования звезды являются вращение молекулярных облаков и в некоторых отношениях магнитное поле. Эти факторы в определенных аспектах обсуждаются в этой главе.

Пространственное распределение массивных звезд в Галактике наводит на мысль о том, что образование звезд начинается за счет сжатия материи в ударных волнах, связанных со спиральными рукавами, в ячейках сверхновых и в столкновениях облаков. Образование звезд (типа Солнца) с малой массой происходит, очевидно, непосредственно за счет сжатия гравитационно-ограниченных фрагментов (протозвезд) и не требует какого-либо инициирования за счет, например, ударных волн. Эта точка зрения подкреплена, например, тем, что, по наблюдениям, T Tauri звезды с массами порядка $0.5 - 3 M_\odot$, которые напоминают молодое Солнце и солнечную туманность и обычно называются «объектами предглавной последовательности» (с возрастом порядка $10^5 - 10^6$ лет), разбросаны по всему молекулярному облаку.

В молекулярных облаках содержится около 40% диффузной материи Галактики. Очевидно, облака формируются за счет тепловой неустойчивости, которая образуется позади фронтов ударных волн, распространяющихся в межзвездной среде. Для объяснения образования массивных молекулярных облаков ($\sim 10^3 M_\odot$) нужно рассмотреть дополнительно процесс, в ходе которого отдельные маленькие облака сливаются вместе, а также некоторые магнитогидродинамические неустойчивости крупномасштабного магнитного поля Галактики.

Временной масштаб, за который происходит сжатие облака в звезду, имеет примерно тот же порядок, что и время свободного падения, т. е.

$$t_{ff} = (2\pi G\rho)^{-1/2} \sim 10^{15} n^{-1/2} \text{ с.}$$

В молекулярных облаках $n \gtrsim 10^3 \text{ см}^{-3}$, так что $t_{ff} \lesssim 10^6$ лет. По меньшей мере $10^9 M_\odot$ галактического газа располагается в молекулярных облаках. Если бы все такие облака находились в процессе сжатия, то скорость формирования звезд превысила бы $10^3 M_\odot \text{ год}^{-1}$. В действительности же скорость образования молодых звезд составляет лишь примерно $M_\odot \text{ год}^{-1}$, так что должны присутствовать факторы, препятствующие сжатию. Их можно отнести на счет эффектов вращения, турбулентности и магнитного поля.

Широкие, двугорбые профили спектральных линий, образуемых в некоторых молекулярных облаках, свидетельствуют об их вращении. Наблюдается широкий спектр скоростей вращения. Направления осей вращения облаков, как видно по ориентации их малых осей, коррелированы с угловой скоростью вращения Галактики. Очевидно, что вращение облака препятствует его сжатию. Однако крупномасштабное галактическое магнитное поле, связывающее облако с окружающей его межзвездной средой, замедляет вращение, и этот процесс зависит от ионизации облака (§ IV). С другой стороны, магнитное поле само по себе оказывает влияние на сжатие. Изучение равновесных конфигураций облака с сильным замороженным магнитным полем показывает, что вместо $H \propto \rho^{2/3}$, соответствующего сферическому сжатию, поле H зависит от ρ как $H \propto \rho^{1/2-1/3}$. Это можно понимать как признак того, что сжатие в центральных областях облаков происходит в основном вдоль силовых линий магнитного поля (§ IV). Это открывает возможность сжатия в центральной части облака, которое сопровождается его разбиением на звезды. Однако роль галактической турбулентности в замедлении сжатия облака изучена недостаточно.

Наблюдения показали, что имеется интенсивный отток вещества с поверхностей звезд Т Tauri. Высокая активность и мягкое рентгеновское излучение, испускаемое этими звездами, свидетельствуют о наличии магнитного поля. Торможение вращения звезд позднего спектрального типа на ранних этапах их эволюции и ярко выраженная зависимость скоростей вращения от их масс (табл. 14.1) могут объясняться магнитным усилением потерь момента количества движения в звездном ветре (см. § V).

Звездная статистика указывает на то, что больше половины всех звезд входит в состав двойных систем, подчеркивая тем самым важность вращения в процессе дозвездного сжатия. Недавнее эмпирическое открытие недостатка близких пар ($R < 10R_\odot$) среди непроэволюционировавших двойных систем и относительно медленное вращение звезд, находящихся перед главной последовательностью, с массами $M < 1.5M_\odot$, показывают, что момент импульса эффективно уносится из сжимающихся протозвезд. Возможными причинами этого перераспределения момента количества движения являются

Таблица 14.1. Средние скорости вращения звезд главной последовательности (McNally, 1965)

Sp	$M (M_{\odot})$	$R (R_{\odot})$	v_e (км · с ⁻¹)	Ω (10 ⁻⁵ с ⁻¹)	P (сутки)
O5	39.5	17.2	190	1.5	4.85
B0	17.0	7.6	200	3.8	1.91
B5	7.0	4.0	210	7.6	0.96
A0	3.6	2.6	190	10.0	0.73
A5	2.2	1.7	160	13.0	0.56
F0	1.75	1.3	95	10.0	0.73
F5	1.4	1.2	25	3.0	2.42
Go	1.05	1.04	12	1.6	4.55

ся турбулентное трение и магнитное поле. Формирование околзвездного (протопланетного) диска является, как кажется, естественным следствием перераспределения момента количества движения. Постоянная составляющая остаточной намагниченности метеоритов является возможным признаком наличия магнитного поля с напряженностью около 1 гс в околосолнечном протопланетном диске (см. § VI).

Из этих рассуждений видно, что магнитное поле может играть важную роль в формировании звезд и околзвездных протопланетных дисков. Однако предстоит ответить еще на многие вопросы. Авторы надеются, что данная глава, посвященная магнитным полям в космогонии, сможет способствовать лучшему пониманию этой темы. Конечно, сложно избежать некоторых допущений и умозрительных построений при рассмотрении таких космогонических вопросов. Мы постараемся ограничить их число, придерживаясь, насколько это возможно, чисто физического подхода, основанного на фундаментальных теоретических и наблюдательных фактах.

II. Наблюдательный фон

Доказательство присутствия магнитных полей в областях формирования звезд было получено в основном двумя методами: 1) измерения зеемановского расщепления сверхтонких линий Λ -дублета в основном вращательном состоянии ($^2\pi_{3/2}, F = \frac{3}{2}$) молекул OH [в радиодиапазоне на волне около 18 см; см. рис. 14.1] и 2) измерения либо оптической поляризации солнечного света, проходящего через облако, либо инфракрасной поляризации источников, находящихся в облаке. Методы измерения

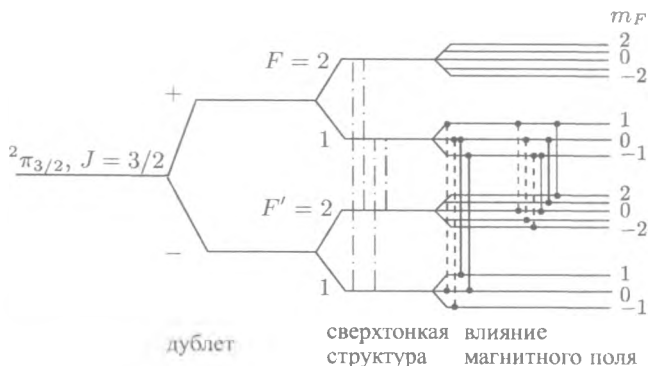


Рис. 14.1. Диаграмма энергетических уровней основного состояния ОН и его ожидаемая продольная структура для право- (пунктирная линия) и левополяризованного (сплошная линия) излучения. Переходы, соответствующие круговой поляризации, показаны для излучения $F = 1 \leftrightarrow 1$ (1665 МГц) и $F = 1 \leftrightarrow 2$ (1612 МГц). Интервал между двумя компонентами 1665 дублета с различными направлениями круговой поляризации составляет 0.59 км/с^{-1} , а интервалы между компонентами дублета 1612 МГц со скоростями $0.12, 0.37$ и $0.59 \text{ км/с}^{-1} \cdot \text{МГц}^{-1}$ (по Chaisson and Vrba, 1978)

магнитного поля обсуждались в гл. 2. Здесь мы приводим некоторые результаты, интересные для последующих рассуждений. Более полный обзор методов определения магнитного поля в облаках дается Чейссоном и Врба (1978).

Измерения сверхтонкого расщепления энергетических уровней основного состояния атома водорода сделали возможным определение магнитных полей с напряженностью $3\text{--}70 \text{ мГс}$ в межзвездных НІ-облаках с плотностью $10\text{--}100 \text{ см}^{-3}$ (Vershuur, 1974). Однако этот метод перестает действовать в случае более плотных облаков, поскольку в них водород представлен в основном молекулами. Используя вместо этого эффект Зеемана для молекул ОН, можно определить поля с напряженностью порядка $10^{-4}\text{--}10^{-3} \text{ Гс}$. На сегодняшний день имеются определенные результаты для сильного мазерного ОН-излучения, связанного с областями активного звездообразования. Это — источники, расположенные в более обширных НІ-облаках. Обнаруженные магнитные поля имеют напряженности порядка $10^{-2}\text{--}10^{-3} \text{ Гс}$ (табл. 14.2).

Расчетная плотность в ОН-мазерах при режиме накачки составляет $10^6\text{--}10^9 \text{ см}^{-3}$. Может возникнуть соблазн использовать эти значения

Таблица 14.2. Напряженности магнитных полей мазерных источников (Chaisson and Vrba, 1978; Crutcher et al., 1975; Lo et al., 1975)

Источник	ΔV (км · с ⁻¹)	$\Delta \nu$ (кГц)	H (10 ⁻³ гс)
W 3 (ОН)	0.7	4.0	6.0
W 51	0.9	5.2	8.0
NGC 6334(N)	0.8	4.6	7.0
NGC 7538(N)	0.4	2.3	3.5
Sgr B2	1.0	5.7	9.0
V 1057 Cyg	0.3	1.7	2.5
Ori A ОН			3.5 ± 4.5

совместно с законом сжатия $H \sim n^{2/3}$ для оценки напряженностей магнитных полей. Однако необходимо принимать во внимание, что области излучающих мазеров возбуждаются при прохождении ударных волн, которые сами непосредственно воздействуют на магнитное поле. С одной стороны, сжатие материи приводит к усилению компоненты поля, параллельной фронту ударной волны, с другой стороны, турбулентность, возбужденная позади фронта, усиливает затухание магнитного поля (см. также § 13.IV).

Большое количество ОН-источников не обнаруживают сколь-либо заметного зесмановского расщепления, однако вместо этого демонстрируют сильные признаки круговой поляризации в своем спектре. Теория предполагает, что такие признаки характерны для источников, обладающих магнитным полем с напряженностью в несколько миллигауссов и незначительным градиентом скорости в направлении луча зрения (Варшалович и Бурдюжа, 1975). Для молекулярных облаков с меньшей плотностью ($10^3 - 10^5$ см⁻³) это дает лишь верхнюю границу для магнитного поля в 0.05 – 0.4 мГс (Chaisson and Vrba, 1978).

Известно, что поляризация света звезд возникает за счет несферических межзвездных гранул, упорядоченных окружающим магнитным полем (гл. 2). Измерения дают информацию о структуре магнитного поля, но не о его напряженности, поскольку магнитные свойства гранул слишком мало изучены. Сегодня структура магнитных полей прослеживается для множества массивных пылевых облаков. Были проведены измерения поляризации света звезд, проходящего периферийные области облаков, и 2 мкм-излучения инфракрасных источников, расположенных внутри облаков (Vrba et al., 1976). Результаты этих наблюдений показывают, что магнитные поля массивных молекулярных облаков Rho Ophiuchi, Lynds 1630 и NGC 1333 имеют крупномасштабную структуру, по форме напоминающую сами облака.

Магнитные поля в окрестности некоторых областей звездообразования (молодые скопления звезд Per OB3, комплекс молекулярных облаков Oгion и темное облако R Coronae Australis) особенно возмущены. Кажется, что эти объекты как бы подвешены в карманах межзвездного магнитного поля (Arpenzeller, 1974).

Магнитное поле в областях H II определяется по зеемановскому расщеплению радиорекомбинационных спектральных линий водорода. Троланд и Хайлес (1977) обнаружили, измеряя расщепление рекомбинационной спектральной линии H90 α , что напряженность магнитного поля в туманности Ориона составляет около 0.4 ± 0.1 мГс. Соответствующая плотность излучающих областей примерно $10^3 - 10^4$ см $^{-3}$.

С помощью имеющихся наблюдательных данных можно легко проверить, что магнитное поле усиливается во время формирования и сжатия молекулярных облаков. Однако зависимость напряженности, H , от плотности ρ оказывается отличной от $H \sim \rho^{2/3}$, следующего из изотропного сжатия замороженного поля; оказывается, H увеличивается более постепенно с ростом ρ . Возможная причина этого обсуждается в следующем параграфе.

III. Эволюция магнитных облаков

Рассмотрим однородное диффузное облако вблизи Солнца со следующими (типичными) характеристиками: $T = 50$ К, $n_i = 10$ см $^{-3}$, $R_i = 10$ пк, $M = 1500M_\odot$, $H_i = 10^{-6}$ Гс, вращающееся вместе с Галактикой (локальная угловая скорость равна $\omega_i = 10^{-15}$ с $^{-1}$). Гравитационная, тепловая, магнитная и вращательная энергии облака имеют соответственно вид

$$E_G = 3GM^2/5R_i \simeq 1.1 \cdot 10^{46} \text{ эрг,}$$

$$E_T = (kT/\mu m_H)M = 1.3 \cdot 10^{46} \text{ эрг,}$$

$$E_H = H_i^2 V_i / 8\pi = H_i^2 R_i^3 / 6 = 0.6 \cdot 10^{46} \text{ эрг,}$$

$$E_R = M\omega_i^2 R_i^2 / 5 = 0.6 \cdot 10^{45} \text{ эрг.}$$

Среднее значение плотности момента количества движения равно $j = 2\omega_i R_i^2 / 5 = 4.3 \cdot 10^{23}$ см $^2 \cdot$ с. Поэтому $E_H \sim E_T \sim E_G > E_R$, так что магнитное поле важно для структуры и эволюции таких межзвездных облаков.

Электропроводность диффузной межзвездной среды и даже плотных молекулярных облаков достаточно велика, следовательно, на ранних этапах сжатия (до плотностей $\sim 10^4$ см $^{-3}$) можно считать магнитное поле

вмороженным. Движения в облаке вызывают возмущения магнитного поля, а оно в свою очередь вносит изменения в эти движения. В работах, посвященных влиянию магнитного поля на сжатие, фрагментацию и вращение облака, как правило, предполагалось, что начальное поле является однородным. Это предположение не отражает действительного положения вещей в межзвездном пространстве, где облака принимают участие в широко распространенной межзвездной турбулентности (Каплан, 1966; Larson, 1978). Эта турбулентность, очевидно, является гидродинамической с достаточно равномерным спектром $B \sim k^{-1/4}$ при волновых числах k с масштабом 0.1–100 пк (Рузмайкин и Шукуров, 1981; см. также гл. 18), куда входят типичные размеры молекулярных облаков. Характеристическое корреляционное время зависит от масштаба. Хотя оно велико ($\sim 10^7$ лет) для $k_0^{-1} \simeq 100$ пк, это все же значительно меньше времени жизни облака с таким масштабом. Магнитные поля могут оказывать влияние на давление и нагревание облаков. Кроме того, не следует пренебрегать возможностями переноса и генерации магнитного поля в облаках.

Подробные обзоры теории эволюции магнитных облаков в межзвездном пространстве приводятся Местелем (1977) и Мусковиасом (1978). Считается, что магнитное поле облака происходит от крупномасштабного галактического магнитного поля, усиленного дифференциальным вращением и сжатием. Амбиполярная диффузия является основным механизмом, который нарушает вмороженность магнитных полей.

Изучение влияния магнитного поля на гравитационные (Chandrasekhar and Fermi, 1953a) и тепловые (Field, 1965) неустойчивости показывает, что поле препятствует росту мелкомасштабных возмущений. Критическая длина волн возмущений, которые могут расти благодаря гравитационным силам в направлении, перпендикулярном крупномасштабному магнитному полю, равна $(1 + v_A^2/v_S^2)^{1/2}$, помноженному на джинсовскую длину волны (v_A — альфвеновская скорость, v_S — скорость звука). Магнитная энергия межзвездной среды сравнима с тепловой энергией $v_A \sim v_S$, так что магнитное поле увеличивает критическую массу для образования межзвездного облака до $M_{cr} = M_J(1 + v_A^2/v_S^2)$, где M_J — джинсовская масса. В предельном случае, $v_A \gg v_S$, критическая масса может быть выражена через магнитный поток Φ , параллельный экваториальной плоскости, облака и гравитационную константу G :

$$M_{cr} = \beta^{1/2} \Phi / G^{1/2}, \quad (1)$$

(Mestel, 1965). Численный множитель β меняется от $5/9\pi^2$ для сферически-симметричного облака до $1/7\pi^2$ для облака, которое сильно расплосчено в направлении магнитного поля (Strittmatter, 1966). При $M < M_{cr}$

облако достигает равновесного состояния, в котором гравитационная сила уравнивается градиентом теплового давления вдоль поля и магнитными воздействиями поперек поля.

Как мы отмечали в § 1, многие молекулярные облака не сжимаются, даже несмотря на то, что градиент теплового давления мал по сравнению с силой собственного тяготения. (Это подтверждается малой эффективностью звездообразования в Галактике.) Магнитное поле является одним из факторов, препятствующих гравитационному сжатию облаков. Многие важные детали были выявлены в результате численного исследования негомологичного (т. е. не принадлежащих к самоподобной последовательности равновесных конфигураций) сжатия самогравитирующих изотермических облаков с массой $M < M_{\text{cr}}$, расположенных в горячей диффузной межзвездной среде (Mouschovias, 1978). Вообще говоря, облака становятся высоко сжатыми в центральной области и сплюснутыми в направлении магнитного поля (рис. 14.2). Расчеты предсказывают, что напряженность магнитного поля H связана с плотностью газа n следующим соотношением:

$$H \sim n^q,$$

где показатель степени q зависит как от положения в облаке, так и от относительных величин начального магнитного и газового давления. Расчеты показывают, что в центральной части облака $\frac{1}{3} \lesssim q \lesssim \frac{1}{2}$. Такая слабая зависимость напряженности поля от n подразумевает, что материя, сжимающаяся в центральной части облака, движется в основном вдоль силовых линий магнитного поля. По мере уменьшения внешнего поля, q увеличивается и достигает изотропного значения $\frac{3}{5}$ в пределе $H \rightarrow 0$.

Материя, протекающая вдоль силовых линий магнитного поля в центральных частях облака, вызывает уменьшение магнитного потока через поперечное сечение, содержащее в себе центр. Критическая масса (1) соответственно уменьшается, $M_{\text{cr}} \cong 2 \cdot 10^4 (B_i/n_i^q)^3 n^{-2+3q} M_{\odot}$. В упомянутых выше численных моделях критическая масса оказалась равна всего 15% массы, предсказываемой теоремой вириала при тех же условиях. Таким образом, негомологичное квазиравновесное сжатие может привести к независимому сжатию центральных областей, которые содержат лишь малую часть массы облака. Можно привести аргументы (Mouschovias, 1978) в пользу того, что натяжение силовых линий магнитного поля может поддерживать растягивающуюся оболочку облака. Это противоречит представлению (верному в случае сферически-симметричного сжатия), что если гравитационные силы усиливают сжатие, поскольку они изначально превосходят магнитные силы, то они будут превосходить их и всегда в дальнейшем.

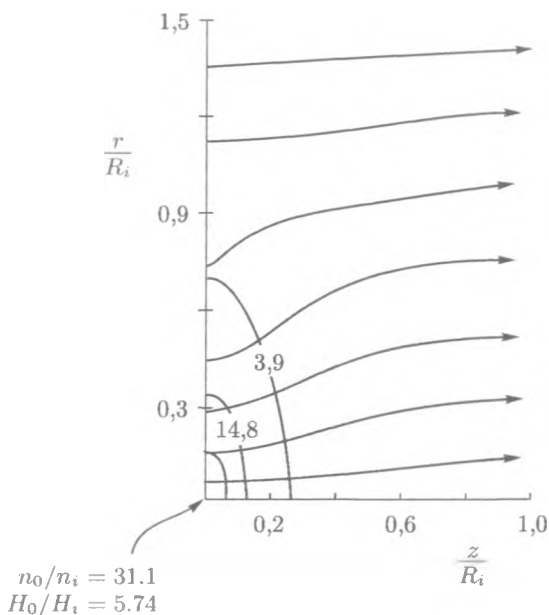


Рис. 14.2. Равновесное состояние магнитного облака с массой $M = 1554M_{\odot}$ и температурой 50 К, расположенного в горячей и разреженной среде с давлением $P_{\text{ext}} = 3 \cdot 10^{-13}$ эрг \cdot см $^{-3}$. Обе оси размечены в единицах радиуса облака, R_i , в его начальном однородном, сферическом состоянии. Силовые линии поля обозначены тонкими сплошными линиями со стрелками. Линии постоянной плотности изображены жирными сплошными линиями, размеченными в единицах полной однородной плотности начального состояния, n_i . Начальное состояние характеризуется $n_i = 9.2$ см $^{-3}$, $R_i = 10.9$ пк, $H_i = 0.9$ μ гс. Для состояния, представленного на рисунке (на грани гравитационного коллапса), параметры облака таковы: $n_{\text{center}} = 285$ см $^{-3}$, $n_{\text{surface}} = 36$ см $^{-3}$, $R_{\text{equator}} = 7.7$ пк, $R_{\text{polar}} = 2.8$ пк, $H_{\text{center}} = 5.2$ μ гс (по Mouschovias, 1978)

Эти детали могут объяснить наблюдаемую низкую эффективность звездообразования. Представляется, формирование звезд происходит только в центральном сжимающемся ступке облака. Растягивающаяся оболочка остается диффузной и может быть легко разрушена сильными ветрами, поступающими от звезд ранних типов или от взрывов сверхновых.

Изменение критической массы в центральных областях сжимающегося магнитного облака способствует его фрагментации. При изотропном сжа-

тии ($q = \frac{2}{3}$) магнитная энергия растет как $n^{4/3}$, т. е. по тому же закону, что и гравитационная энергия, так что отношение этих энергий остается постоянным. Следовательно, если масса некоторой части облака исходно меньше критической джинсовской массы, то неустойчивость, приводящая к дроблению, не развивается. Уменьшение M_{cr} открывает возможность разбиения и сжатия облаков с массой звезды (протозвезды).

До сих пор предполагалось, что магнитное поле в облаке является замороженным в вещество. В действительности по мере сжатия облака его степень ионизации падает, и условие замороженности может быть нарушено за счет амбиполярной диффузии. Эта диффузия возникает из-за того, что силовые линии магнитного поля привязаны к ионам, а не к нейтральным атомам или молекулам. Благодаря столкновениям прохождение намагниченных ионов через нейтральные частицы приводит к уменьшению магнитной энергии. Характерное время диффузии имеет вид:

$$\tau_d = 8\pi R^2 X n^2 \mu_{in} \langle \sigma v \rangle_{in} H^{-2} \quad (2)$$

(Spitzer, 1968), где R — радиус облака, X — степень ионизации, μ_{in} — приведенная ион-нейтральная масса, а величины σ и v — соответственно эффективное сечение столкновения нейтральных частиц с ионами и случайная скорость нейтральных частиц по отношению к ионам.

Степень ионизации молекулярных облаков средней плотности определяется равновесием между скоростью ионизации за счет космического излучения ($\xi_{CR} \sim 10^{-17} \text{ с}^{-1}$, Nakano and Tademaqu, 1972) и скоростью рекомбинации пылевых гранул (Consolmagno and Jokipii, 1978). В очень плотных частях облаков и протозвездах, с плотностью больше чем $10^2 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2}$, так что они являются непроницаемыми для космического излучения, ионизация может осуществляться только их внутренними радиоактивными источниками. Минимальная скорость ионизации в окрестности Солнца, рассчитанная в соответствии с относительным содержанием ^{40}K , составляет $2 \cdot 10^{-21} \text{ с}^{-1}$ (Cameron, 1962). Загрязнение среды радиоактивными изотопами с коротким периодом полураспада, возникающее при взрывах сверхновых, может значительно увеличить скорость ионизации в рассматриваемых областях. Когда ионы объединяются в пылевые гранулы с типичным радиусом $\sim 10^{-5} \text{ см}$ и с концентрацией $n_g \sim 10^{-12} n$, степень ионизации определяется выражением

$$X \sim 10^{17} n^{-1} T^{-1/2} \xi,$$

где T — температура облака, а ξ (с^{-1}) — скорость полной ионизации.

Даже в том случае, когда время диффузии меньше временного масштаба рассматриваемого процесса, следует считаться с возможностью наруше-

ния условия вмороженного магнитного потока (см. § 3.И). В случае сжимающихся межзвездных облаков магнитный поток уменьшается, поскольку амбиполярная диффузия становится существенной, когда τ_d сравнимо с временным масштабом сжатия. Равенство $\tau_d = \tau_c$ задает характерную напряженность магнитного поля

$$H_{cd} \sim 10^{-16} X^{1/2} n R \tau_c^{-1/2} \text{ (гс)}. \quad (3)$$

Если мы, довольно грубо, примем $HR^2 = \text{const}$, то $H \sim n^{1/2}$. Более аккуратные рассуждения дают

$$H_{ed} \sim 10^{-11} \xi^{2/5} R_0^{2/5} H_0^{1/5} n^{2/5} \text{ (гс)}, \quad (3')$$

где H_0 и R_0 — напряженность и пространственный масштаб магнитного поля на момент разрушения амбиполярной диффузией состояния вмороженности. Численные расчеты Блэка и Скотта (1982) дают $H \sim n^{0.44}$ для $X \sim n^{-1}$.

Временной масштаб столкновения электронов с ионами и нейтральными частицами уменьшается с ростом плотности, так что омическая диссипация становится существенной. Омическая диффузия превосходит амбиполярную, когда (рис. 14.3)

$$n > n_{cr} \equiv (\pi c)^{-1} \eta^{-1/2} (m_e m_p)^{-1/4} H \sim 0.5 \cdot 10^{14} H \text{ (см}^{-3}\text{)},$$

где η — поляризуемость молекулы H_2 ($= 0.8 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$), а m_e и m_p — массы электрона и протона соответственно. Для $H = H_{cd}$, найденного из (3'), $n_{cr} \sim 10^{26} H_0^{1/3} \xi^{2/3} \text{ (см}^{-3}\text{)}$, а для $R_0 = 10^{17} \text{ см}$, $H_0 = 10^{-3} \text{ гс}$ и $\xi = 10^{-19} \text{ с}^{-1}$ это дает $n_{cr} \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и $H_{cd}(n_{cr}) \sim 10^{-2} \text{ гс}$. При $n > n_{cr}$ магнитное поле в центре не возрастает с увеличением плотности, так что $H = H_{ed}(n_{cr})$. Омическая диффузия важна до тех пор, пока температура не достигнет значения 1600 К (а плотность соответственно примерно $10^{-8} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$), при котором происходит испарение пыли, диссоциация молекул водорода и тепловая ионизация щелочных металлов; это сопровождается стремительным ростом степени ионизации. Тогда магнитное поле можно вновь рассматривать как вмороженное, и оно усиливается в ходе динамического сжатия, вызываемого диссоциацией молекул H_2 . В это время формируется звездообразное ядро, которое находится в гидростатическом равновесии и обладает начальной плотностью порядка $10^{-2} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Магнитное поле в ядре порядка $10^4 H_{cd}(n_{cr})$, т. е. 10^2 гс для заданных численных значений (Рузмайкина, 1981а). Это поле может перераспределить момент

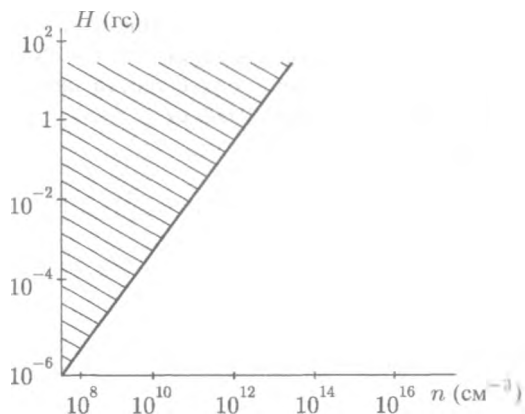


Рис. 14.3. Сплошная линия на графике H в зависимости от n соответствует равенству омической и амбиполярной диффузий. Область, в которой поведение магнитного поля определяется амбиполярной диффузией, заштрихована

количества движения в ядре. На этом важном для космологии процессе мы остановимся в § VI.

В заключение рассмотрим магнитогидродинамическую неустойчивость галактического газового диска, обладающего крупномасштабным магнитным полем (Parker, 1966), которая может быть ответственной за образование массивных ($M \sim 10^3 M_{\odot}$) межзвездных облаков.

Межзвездный газ, который поддерживается магнитным полем, и градиенты температуры и давления космических лучей на фоне компоненты галактического магнитного поля, перпендикулярного диску, могут быть неустойчивыми к деформациям силовых линий магнитного поля. Допустим, что поле параллельно плоскости диска. Если возмущение приводит к перемещению некоторой области за пределы галактической плоскости и тем самым вызывает искривление силовых линий магнитного поля, то газ имеет тенденцию скапливаться в этих «долинах» силовых линий магнитного поля под влиянием гравитации (рис. 14.4). Это уменьшает гравитационную нагрузку на возмущенную область, позволяя тем самым магнитному полю (газу космических лучей) расширяться дальше от галактической плоскости, таким образом усиливая течение газа к долинам вдоль силовых линий магнитного поля. Эта неустойчивость похожа на неустойчивость Рэлея–Тейлора. Скопление газа в долинах магнитного поля увеличивает его непроницаемость и скорость охлаждения. Однако в галактическом диске дополни-

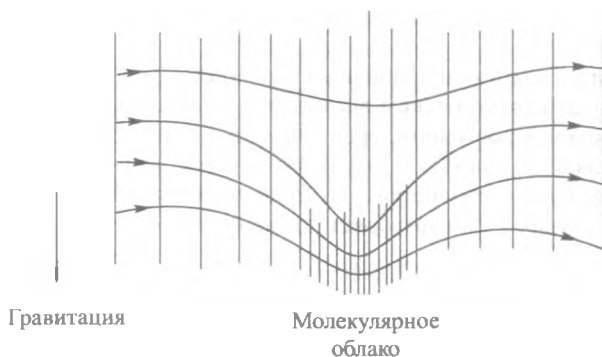


Рис. 14.4. Структура силовых линий магнитного поля в результате паркерской неустойчивости

тельно к тепловому давлению и давлению космических лучей присутствуют также беспорядочные движения газа. Очевидно, магнитная неустойчивость Рэля – Тейлора вступает в действие как только кинетическая энергия этих движений оказывается меньше магнитной энергии.

IV. Перенос углового момента

Многие молекулярные облака демонстрируют следующие характеристики (Horner and Disney, 1974; Heiles, 1976): 1) вытянутые формы; 2) тенденция наиболее вытянутых облаков ориентироваться параллельно галактической плоскости; 3) колебания лучевых скоростей, определяемых по спектральным линиям, по поперечному сечению облака. Все эти признаки свидетельствуют о вращении облаков.

Считается, что основными механизмами вращения облаков являются межзвездная турбулентность (Cameron, 1962) и дифференциальное вращение Галактики (Horner and Disney, 1974). Момент количества движения на единицу массы в этих облаках (или их фрагментах) меньше, чем у сферического объема той же массы в более диффузной межзвездной среде, но больше, чем собственный момент количества движения звезды. Это подразумевает, что вращение сжимающегося облака и протозвезды уменьшилось. На ранних этапах звездообразования, т.е. в период формирования и сжатия молекулярных облаков, торможение могло быть результатом воздействия вмороженного магнитного поля. На заключительных стадиях, на этапах перед главной последовательностью, происходит весьма эффектив-

ное магнитное торможение звезды с малой массой за счет ее звездного ветра.

Механизм, в котором вращение межзвездного облака тормозится крупномасштабным галактическим магнитным полем, довольно прост. Облако в установившемся состоянии, вращающееся по отношению к межзвездной среде с угловой скоростью Ω , сцепляется с ней вмороженным магнитным полем посредством изменений, возбуждающих азимутальную компоненту H_ϕ поля, которая удовлетворяет уравнению

$$\partial H_\phi / \partial t = s(\mathbf{H} \cdot \nabla)\Omega, \quad (4)$$

где s — расстояние от оси вращения. В свою очередь, ϕ -компонента способствует перераспределению момента количества движения \mathbf{J} облака в соответствии с

$$\rho \partial(\Omega s^2) / \partial t = \mathbf{H} \cdot \nabla (s H_\phi / 4\pi). \quad (5)$$

Совмещая уравнения (4) и (5), мы получаем уравнение волнового типа:

$$4\pi\rho \partial^2\Omega / \partial t^2 = s^{-2}\mathbf{H} \cdot \nabla (s^2\mathbf{H} \cdot \nabla\Omega). \quad (6)$$

В простейшем и наиболее очевидном случае ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{J}$) постоянного полоидального поля, направленного вдоль оси z , уравнение (6) обращается в

$$\partial^2\Omega / \partial t^2 = v_A^2 \partial^2\Omega / \partial z^2, \quad (7)$$

(Ebert et al., 1960; Mouchovias, 1978), где $v_A = H(4\pi\rho)^{-1/2}$ — альфвеновская скорость. Таким образом, вращение облака относительно окружающей среды порождает перемещающиеся магнитные возмущения в виде альфвеновских волн. Они уносят вовне момент количества движения облака, сглаживая, таким образом, разницу между угловой скоростью облака и окружающей его среды. Характеристическое время потери момента количества движения сферическим облаком радиуса R равно

$$\tau_{\mathbf{H} \parallel \mathbf{J}} = 8(\rho_{cl} / \rho_{ext})^{1/2} R / 15v_{A \text{ ext}}, \quad (8)$$

где ρ_{cl} и ρ_{ext} — плотности внутри и вне облака соответственно, а $v_{A \text{ ext}} = H(4\pi\rho_{ext})^{-1/2}$. Если облако сплющено вдоль оси вращения (направления магнитного поля), R — полярный радиус облака. Формулу (8) можно интерпретировать следующим образом: $\tau_{\mathbf{H} \parallel \mathbf{J}}$ представляет собой время, необходимое альфвеновской волне, распространяющейся вдоль оси вращения, для того чтобы пройти расстояние h в возмущенной области, момент инерции которой равен моменту инерции облака:

$$h/R \simeq \rho_{cl} / \rho_{ext}. \quad (9)$$

Когда начальное магнитное поле перпендикулярно оси вращения, распространяющиеся волны увлекают вещество все дальше и дальше от оси вращения, так что растет момент инерции. Очевидно, что торможение вращения происходит наиболее эффективно именно в этом случае. Предполагая, что облако имеет «цилиндрическую» форму, легко оценить радиус r области, момент инерции которой равен моменту инерции облака

$$r/R \simeq [1 + (\rho_{cl}/\rho_{ext})]^{1/4}. \quad (10)$$

Очевидно, что $r - R \ll h$ [см. (9)]. Подробные расчеты (Moschovias and Paleologou, 1980) подтвердили наибольшую эффективность потери момента количества движения в случае $\mathbf{H} \perp \mathbf{J}$ (рис. 14.5). Отношение $\tau_{\mathbf{H}||\mathbf{J}}/\tau_{\mathbf{H}\perp\mathbf{J}}$ примерно равно 5 для $\rho_{cl} = \rho_{ext}$ и увеличивается с ростом ρ_{cl}/ρ_{ext} . Характеристическое время $\tau_{\mathbf{H}\perp\mathbf{J}}$ уменьшается по мере сжатия облака. К примеру,

$$\tau_{\mathbf{H}\perp\mathbf{J}}/\tau_0 < \sim \begin{cases} 0.1 \\ 0.06 \\ 0.02 \end{cases} \quad \text{для} \quad \rho_{cl}/\rho_{ext} = \begin{cases} 1, \\ 10^2, \\ 10^3, \end{cases}$$

где τ_0 — характеристическое время распространения альфвеновской волны через сферическое облако той же массы при $\rho_{cl}/\rho_{ext} = 1$.

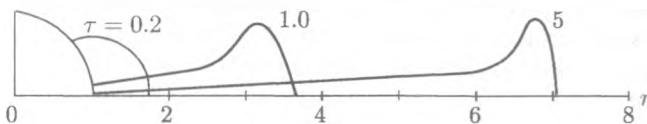


Рис. 14.5. Поведение силовой линии поля, которая изначально совпадала с линией $\phi = 0$ в полярных координатах (r, ϕ) для перпендикулярных \mathbf{H} и $\mathbf{\Omega}$ и $n_{cloud}/n_{ext} = 10$. Расстояние по радиусу нормировано на радиус облака. Время τ нормировано на время, необходимое альфвеновской волне для прохождения через облако с альфвеновской скоростью, значение которой соответствует условиям на внешней поверхности облака (согласно Mouchovias and Paleologou, 1980)

Конечно, действительная структура магнитного поля, связывающего сжимающиеся облака с межзвездной средой, намного сложнее. Джиллис и др. (1979) рассмотрели возмущения магнитного поля в простой модели сферически-симметричного гомологичного сжатия. Они показали, что скорость потери момента количества движения лежит в промежутке между $\mathbf{H}||\mathbf{J}$ и $\mathbf{H} \perp \mathbf{J}$. Стоит упомянуть еще один интересный эффект. Уменьшение угловой скорости (при $\rho_{cl} \neq \rho_{ext}$) происходит не монотонно, а по-

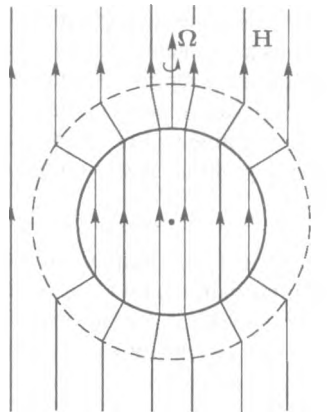


Рис. 14.6. Модель структуры магнитного поля в облаке Джиллиса и др. (1979)

средством осцилляций с уменьшающейся амплитудой. Этим может объясняться, почему наблюдаются облака, вращаются в обратном направлении по отношению к вращению Галактики. Суммарное время, необходимое для переноса момента количества движения за пределы облака, составляет порядка τ_0 для всех рассмотренных случаев. Подробные трехмерные расчеты замедления вращения для межзвездных облаков, находящихся в квазиравновесном состоянии с вмороженным магнитным полем, были проведены Дорфи (1982).

Проблема переноса момента количества движения от облака с массой более $M_{\text{сг}}$, важная при изучении звездообразования, рассмотрена Местелем и Пэрисом (1979) в модели сферически-симметричного облака. Магнитное поле как в облаке, так и в удаленной невозмущенной межзвездной среде предполагалось постоянным и параллельным оси вращения. В промежуточной области использовалось приближение радиального поля $H_r \sim R^{-2}$ (рис. 14.6). Начальная скорость облака предполагалась равной фоновой, так что $\partial\Omega/\partial t = 0$, и, следовательно, магнитное торможение отсутствовало. Дальнейшее развитие определялось отношением центробежной и гравитационной сил. Типичная зависимость этого отношения от коэффициента сжатия $\eta (\equiv R/R_0)$ изображена на рис. 14.7. Зависимость близка к линейной вплоть до установления равновесного состояния за счет усиления магнитного поля, H_ϕ , вызываемого дифференциальным вращением, которое в свою очередь является результатом сжатия облака. В свою очередь, характеристическое время сжатия определяется эффективностью магнитного торможения.

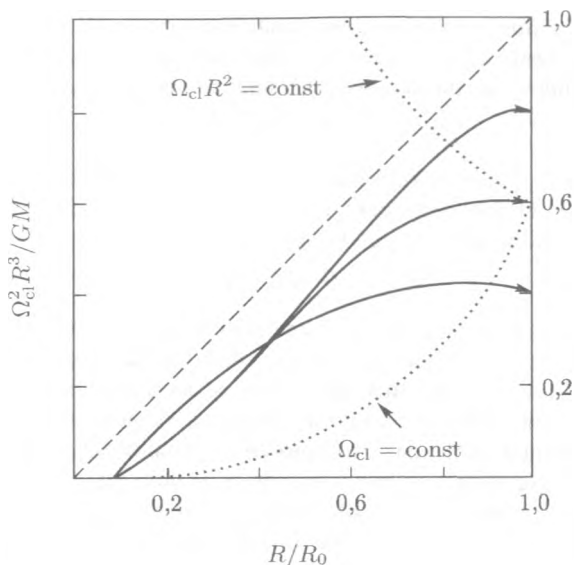


Рис. 14.7. Типичные кривые (сплошные линии) изменения отношения центробежной силы к гравитационной $\Omega^2 R^3 / GM$ как функция степени сжатия облака R/R_0 для случая $M = M_{cr}(1)$ и $\rho = \rho_0(R_0/r)^3$ в области $R_{ce} < R < R_0$, где $H \sim R^{-2}$. Пунктирная линия соответствует магнито-центробежно-гравитационному равновесию, определяемому уравнением

$$1 - \Omega^2 R^3 / GM - (M_c / M)^2 (1 - R/R_0) = 0.$$

Пунктирные кривые, изображающие совместное вращение ($\Omega = \text{const}$) и сохранение момента количества движения ($\Omega R^2 = \text{const}$), показаны для начального значения отношения $\Omega^2 R^3 / GM = 0.6$

Если на начальном этапе облако находится в одном из равновесных состояний и затем начинает сжиматься за счет уменьшения пронизывающего его магнитного потока, то оно будет продолжать вращение вместе со своим фоном до тех пор, пока не вступит в действие амбиполярная диффузия, после чего начнется быстрая потеря момента количества движения. Перенос момента количества движения практически прекращается, когда характеристическое время амбиполярного рассеяния (2) становится сравнимым с временем магнитного торможения. Для ядра молекулярного облака с $M = 200M_\odot$ и $T = 50\text{K}$ перенос момента количества движения магнитным полем, параллельным оси вращения и пропорциональным $n^{1/2}$,

прекращается при концентрации, равной $n_{cr} \simeq 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$. Зависимость этой критической концентрации от характеристического времени переноса момента количества движения имеет вид (Mouschovias, 1978):

$$n_{cr} \sim \tau_J^{-3/2}$$

Чем больше n_{cr} , тем эффективней перенос момента количества движения в случае $\mathbf{J} \perp \mathbf{H}$. Момент количества движения на единицу массы облака с массой M , вращающегося с угловой скоростью Галактики $\Omega = 10^{-15} \text{ с}^{-1}$:

$$j \sim 10^{37} \Omega n^{-2/3} (M/M_\odot)^{2/3} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}.$$

Облако может находиться в совместном вращении с фоном вплоть до $n \sim 10^4 - 10^6 \text{ см}^{-3}$, а фрагменты со звездными массами, находящиеся внутри облака, имеют тогда моменты количества движения, сравнимые с характерными для двойных звезд или с начальным моментом количества движения Солнечной системы. Это применимо только к тем облакам, чей момент количества движения и магнитное поле обладают этой благоприятной относительной ориентацией (Mouschovias, 1978). Кажется, однако, сомнительным, что в таких случаях магнитное торможение может на начальной стадии сжатия уносить из облака избыточный момент количества движения.

Когда преобладают амбиполярная диффузия и омическое затухание, магнитное поле несущественно. Однако, как было отмечено в предыдущей главе, магнитное поле в центральных областях протозвезд вновь становится замороженным сразу после термической ионизации при $T = 1600 \text{ К}$; оно продолжает усиливаться, когда происходит распад молекул водорода. В таком случае поле может обеспечить эффективный способ перераспределения момента количества движения в формирующемся звездоподобном ядре и предупредить разделение ядра на двойную систему. Естественно соотнести эту картину с наблюдаемым дефицитом тесных двойных (расстояние между которыми менее $10R_\odot$) среди незволюционирующих двойных звезд (Крачева и др., 1978).

V. Торможение вращения звезд

Присутствие магнитного поля в звездах, находящихся перед главной последовательностью, не наблюдается непосредственно. Однако имеются указания на то, что магнитные поля играют существенную роль в звездной активности. Наблюдения НЕАО-2 системы комплекса Ориона, что множество звезд, находящихся перед главной последовательностью, являются источниками мягкого рентгеновского излучения (Chanan et al., 1979). Рентгеновская корональная светимость составляет от 10^{-5} до 10^{-6} от оптической

светимости этих звезд. Существование звездных корон можно объяснить при помощи магнитных полей (гл. 11). Нагрев короны, очевидно, возникает как за счет диссипации магнитогидродинамических волн, так и вследствие вспышечной активности, связанной с пересоединением силовых линий магнитного поля. Кроме того, короткопериодические колебания яркости звезд типа T Tauri, часто относимых к звездам, находящимся перед главной последовательностью, можно интерпретировать как результат периодического покрытия больших площадей их поверхностей звездными пятнами, аналогичными солнечным (Gershberg, 1975).

Ранее существование магнитных полей в звездах с небольшой массой привлекалось для объяснения их медленного вращения. Известно, что существует заметное отличие между моментами количества движения на единицу массы у звезд раннего и позднего спектральных классов главной последовательности. Скорости вращения для звезд, которые принадлежат к более поздним спектральным классам, чем F , резко убывают с уменьшением звездной массы, т. е. по мере продвижения к более позднему спектральному классу (см. табл. 14.1). Следует подчеркнуть, что зависимость от массы здесь более сильная, чем в случае, если бы звезды различной массы образовывались из среды с постоянным моментом количества движения на единицу массы. В таком случае зависимость момента количества движения от массы имела бы вид $J \sim M^{2/3}$. Отсюда следует, что механизм торможения вращения звезд, чувствительный к их массе, действовал во время образования и ранней эволюции звезд с массами $M < 1.5M_{\odot}$.

Крафт (1967) первым представил наблюдательные данные, подтверждающие постепенное замедление вращения звезд солнечного типа. Дальнейшие наблюдения показали, что средняя угловая скорость убывает как $t^{-1/2}$ в промежуток времени между 10^8 и 10^9 лет (Skumanich, 1972). Объяснение этого углового торможения звезд поздних классов было дано Шацманом (1962). Его идея основывалась на наличии звездного ветра. Если магнитное поле достаточно сильное, то текущий наружу с ветром ионизированный газ движется вдоль силовых линий магнитного поля в совместном вращении со звездой, пока не достигает расстояния R_A , где его радиальная скорость становится равной альфвеновской. После этого газ уже не вращается вместе со звездой, но примерно сохраняет момент количества движения. Когда плотность магнитной энергии на поверхности звезды сравнима с плотностью тепловой энергии, момент количества движения, уносимый ветром с единичной массой, оказывается намного, в $(R_A/R)^{1/2}$ раз, большим, чем на поверхности звезды. Следовательно, путем выброса небольшой части массы звезда может значительно уменьшить свой момент количества движения. Эффективность действия этого механизма определяется интенсивностью

конвекции в верхней оболочке звезды. Именно конвективная зона отвечает как за генерацию магнитного поля, так и за возникновение звездного ветра. Длительность известной фазы конвективного перемешивания Хаяши и глубина конвективной зоны звезды, находящейся на главной последовательности, увеличиваются с уменьшением массы звезды (Iben, 1965).

Подробные вычисления торможения вращения звездным ветром (Mestel, 1968) показывают, что на отток большое влияние оказывают сильное магнитное поле и центробежные силы. Движение звездного ветра происходит только внутри конуса из открытых силовых линий поля, окружающих ось симметрии полоидального магнитного поля в северном и южном магнитных полушариях. Границы конуса определяются путем приравнивания плотности энергии звездного ветра к плотности энергии невозмущенного потока на магнитном экваторе. В самом деле, частицы жидкости с меньшей плотностью энергии не могут покинуть магнитосферу звезды. Конус сужается по мере роста отношения плотности магнитной энергии в основании короны к плотности тепловой энергии. Этим компенсируется сопутствующее увеличение R_A . В пределе большой напряженности поля скорость потери момента количества движения не зависит от магнитного поля. Оказывается, что скорость потерь для быстро вращающихся звезд сильно зависит от их угловых скоростей. Тогда на динамику звездного ветра сильно влияют центробежные силы. В этом случае именно ее центробежная энергия, передаваемая корональному газу через воздействие магнитного поля, а не теплопроводность, является источником, управляющим звездным ветром. Перенос момента количества движения от звезд поздних спектральных классов может быть высоко эффективным в течение их эволюции перед главной последовательностью, когда они, как полагают, являются звездами типа T Tauri. Интенсивный звездный ветер, наблюдаемый от некоторых звезд T Tauri, и напряженность их магнитных полей (10^3 гс, согласно теоретическим построениям Леви и Сонне, 1978) могли бы привести к быстрому уменьшению моментов количества движения этих звезд на этой стадии их развития.

Тщательные измерения скоростей вращения звезд, находящихся перед главной последовательностью, в скоплении Taurus-Auriga и NGC 2264 (Vogel and Kuhl, 1982) показали, что звезды с массами менее $1.5M_{\odot}$, которые следуют по неконвективному пути развития (т. е. развиваются в радиационном равновесии), вращаются в основном со скоростью менее 25 км/с, в то время как больше половины звезд с большими массами имеют скорости в интервале 25–150 км/с. Для большинства звезд с конвективным путем развития $\langle v \sin i \rangle < 35$ км/с. Этим подтверждается, что большую часть своих моментов количества движения они потеряли на ранних гидростатических

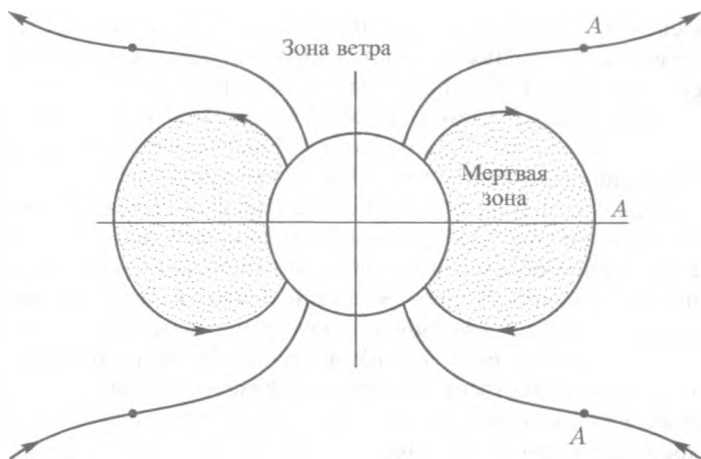


Рис. 14.8. Показаны силовые линии магнитного поля для вращающейся магнитной звезды со звездным ветром. Магнитная ось параллельна оси вращения. Точки *A* определяют равенство скорости ветра и локальной альфвеновской скорости. Внутри *A* магнитное поле поддерживает приблизительно совместное вращение. Вне *A* газ эффективно не чувствует вращающего момента. В случае граничных силовых линий, которые отделяют зону ветра от мертвой зоны (область, заполненная точками), точка *A* находится на экваторе. Газ, находящийся в мертвой зоне, не расширяется из-за давления магнитного поля

этапах развития и раньше эти звезды, находящиеся перед главной последовательностью, демонстрировали некоторую фотосферную активность.

Оказывается, что для подавления вращения звезд, рождающихся быстрыми ротаторами, на протяжении первых нескольких тысячелетий после формирования их гидростатических ядер необходимы сильные звездные ветры. Другая возможность состоит в том, что зарождающиеся звезды теряют момент количества движения за счет управляемого вращением оттока вещества от их экваторов, тоже не исключена и рассматривается далее в следующем параграфе.

VI. Магнитные поля и космогония

Магнитные поля представляют большой интерес для космогонии Солнечной системы, а в более общем смысле — для космогонии других пла-

нетных систем, в первую очередь потому, что они перераспределяют момент количества движения. Замечательным свойством Солнечной системы является ее в высшей степени неравномерное распределение момента количества движения на единицу массы. Это связано с тем, что вращение Солнца ($j \sim 10^{15} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$) примерно в 10^5 медленнее, чем соответствующее орбитальное движение планет. Даже если предположить, что молодое Солнце вращалось намного быстрее, все равно остается расхождение на два порядка величины. Это способствовало появлению гипотезы о том, что допланетарное облако было захвачено молодым Солнцем, например, что солнечная туманность приобрела свой момент количества движения за счет приливных взаимодействий с другими протозвездами. Эта гипотеза даже в самом развитом виде (Kobrik and Kaula, 1978) не может рассматриваться в качестве единственного или даже физически наиболее предпочтительного решения. (Химические или изотопные относительные содержания не подкрепляют идею о том, что солнечное и планетарное вещество имеют независимое происхождение.) Конфигурация с массой, сосредоточенной в центральном теле, и с моментом количества движения, разделенным среди меньших масс, находящихся в орбитальном движении, — совсем как в Солнечной системе — является предпочтительной (Lynden-Bell and Pringle, 1974). Таким образом, образование звезды с сопутствующей ей планетарной системой может являться естественным результатом эволюции протозвезды при условии, что может происходить достаточно эффективный перенос момента количества движения от центральной протозвезды к периферии туманности.

Альфвен (1954) был первым, кто указал на то, что магнитное поле, возможно, играло ключевую роль в эволюции солнечной туманности. Первая физическая модель одновременного формирования Солнца и допланетарного облака из единой вращающейся туманности была построена Хойлом (1960) по принципу, намеченному Кантом и Лапласом. Хойл оценил, что момент количества движения солнечной туманности равен $3 \cdot 10^{51} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \text{ с}^{-1}$ (вещество в планетах дополнялось летучими соединениями для воссоздания относительных содержаний Солнца). Это значение представляет собой нижнюю границу для момента количества движения солнечной туманности; на современной Солнечной системе эта величина в 10 раз меньше, а именно $3 \cdot 10^{50} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \text{ с}^{-1}$. Предполагая, что солнечная туманность с таким моментом количества движения сжималась равномерно, Хойл нашел, что ее радиус мог достигать современного радиуса орбиты Меркурия ($R \sim 10^{12} \text{ см}$). После этого туманность становится вращательно нестабильной. Выходящий газ постепенно образует квазикеплеровский диск, магнитное поле связывает этот диск с центральным телом. Магнитные натяжения переносят момент

количества движения от протоСолнца к диску и затем от внутренней части диска к внешней. Это вызывает рост диска и позднее, когда прекращается вращательная неустойчивость, внутренний край диска отодвигается от поверхности Солнца с уменьшением его угловой скорости. Для того чтобы эти процессы действовали на протяжении 10^7 лет, напряженность полоидального поля и степень ионизации должны быть порядка 1 гс и не менее 10^{-7} соответственно.

Гипотеза, предложенная Хойлом, вызвала огромный интерес, хотя некоторые ее аспекты позднее были подвергнуты критике (Сафронов, 1969). Однако основная идея Хойла вполне разумна, если принять во внимание некоторые модификации, привносимые современным прогрессом в понимание протозвездного коллапса. Моделирование сжатия протозвезды (Larson, 1969; 1978; Tscharnuter, 1978) показало, что вначале уплотнение весьма неоднородно, концентрация возрастает к центру. Эволюция центральных областей зависит в основном от момента количества движения на единицу массы. Если момент количества движения, J , протозвезды превосходит $10^{53} (M/M_{\odot})^{5/3} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \text{ с}^{-1}$, образуется диск с кольцеобразным строением, которое является очень неустойчивым к дроблению. Возможно, что сильная турбулентность может подавить эту неустойчивость таким образом, что в центре диска сформируется отдельная звезда (Tscharnuter, 1978). Если J не превышает $10^{52} (M/M_{\odot})^{5/3} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \text{ с}^{-1}$, то образуется отдельное звездоподобное ядро, начальные параметры которого близки к параметрам невращающейся протозвезды ($M \sim 10^{-2} M_{\odot}$, $\rho \sim 10^{-2} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $T \sim 10^4 \text{ К}$); см. Рузмайкина (1981b). Такое ядро находится (приблизительно) в состоянии гидростатического равновесия, и его последующее развитие определяется аккрецией оболочки и перераспределением в ней момента количества движения. Межзвездное магнитное поле, усиленное за время сжатия, способно перераспределить момент количества движения и установить твердотельное вращение практически по всему объему ядра (Рузмайкина, 1981a); см. также § III.

В протозвезде с $J \sim 10^{52} - 10^{53} (M/M_{\odot})^{5/3} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \text{ с}^{-1}$ во время роста ядра скорость вращения на экваторе достигает пороговой величины, и возникающее затем истечение газа образует протопланетный диск. Перераспределение момента количества движения в диске приводит к увеличению его радиуса. По-видимому, такой сценарий представляет единственный возможный путь образования звезды из протопланетного диска. Он представляет особый интерес в контексте Солнечной системы, поскольку оценка момента количества движения солнечной туманности лежит в диапазоне значений, при которых, как утверждает теория, этот механизм может действовать (см. Сафронов и Рузмайкина, 1978).

Момент количества движения звезды с диском, образованным описанным способом, лежит где-то между моментами количества движения одиночной и двойной звезд. Сжимающаяся протозвезда, момент количества движения которой слишком мал для дробления в процессе динамического сжатия, но слишком высок для формирования отдельной звезды, избавляется от избыточного момента количества движения путем образования диска. Дальнейшее развитие диска приводит к образованию планет. Динамика аккреции оболочки и формирования диска была исследована Кассеном и Мусманом (1981) и Ружмайкиной (1982).

Очевидно, магнитное поле должно было иметь важное значение на ранних этапах образования диска, в особенности в его внутренних частях с высокой степенью тепловой ионизации. Однако магнитное поле, существенное для динамики, может занимать и большие пространства диска. Такой вывод можно сделать, опираясь на данные о магнитных свойствах метеоритов. Удельная намагниченность метеорита зависит от его генетического типа (Гуськова и Почтарев, 1967). Как известно, метеориты обладают постоянной намагниченностью, которую трудно устранить путем размагничивания и которая является исходной компонентой полной намагниченности. Стэйси и Лаверинг (1959) предположили, что эта компонента может дать нам информацию о происхождении Солнечной системы. Для этой цели наиболее полезны намагниченности углистых хондритов. Среди этих метеоритов имеются такие, которые претерпели лишь незначительные химические и минералогические изменения со времен их образования в Солнечной системе (Wasson, 1974). Усовершенствованные измерения некоторых углистых хондритов показывают, что они могли приобрести свою намагниченность во время охлаждения в магнитном поле с напряженностью 1–10 Гс в предположении, что направление магнитного поля в то время было постоянным (Levy and Sonett, 1978). Происхождение такого поля непонятно. Возможно, что оно возникло в достаточно массивных исходных телах, фрагментация которых привела к появлению метеоритов. Но нельзя также исключать возможность того, что такое поле проникло в протопланетное облако в области образования метеоритов (на гелиоцентрическом расстоянии 3 а.е.). Генерация магнитного поля в диске за счет действия динамо или вынос солнечным ветром магнитного поля Солнца, возникшего во время фазы Хаяши, рассматриваются в качестве возможных механизмов происхождения этого поля (Levy and Sonett, 1978).

Роль магнитного поля в эволюции солнечной туманности до сих пор не совсем понятна. Однако новейшие разработки в теории формирования звезд, космогонии и теории гидромагнитного динамо дают надежную основу для дальнейшего прогресса.

ГЛАВА 15

Магнитные поля в космологии

I. Общие соображения

В III книге своей Физики Аристотель (200b) утверждает, что¹

«Из существующего одно существует только в действительности, другое — в возможности и действительности; одно есть определенный предмет, другое — количество, третье — качество; то же относится и к прочим категориям сущего» (пер. В. П. Карпова).

Мы приводим этот отрывок, чтобы дать понять читателю, что сейчас мы будем исследовать не только действительно существующие объекты, но также рассматривать явления, существование которых мы можем себе лишь представлять, и не только объекты, которые мы можем измерить, но и такие, которые мы можем обсудить лишь на качественном уровне. К последней ситуации очень подходит межгалактический магнетизм, и сейчас мы, в духе совета Аристотеля, рассмотрим природу этого магнетизма и его роль в космологической эволюции на доступном сейчас уровне.

Во-первых, существование межгалактического поля, казалось бы, является неизбежным следствием авторитетной гипотезы Хойла (1958), которая состоит в том, что галактические поля возникают в результате сжатия ранее существовавшего остаточного межгалактического поля (см. гл. 3). Однако лейтмотивом настоящей книги является концепция, что магнитное поле развивается в динамо-процессах из слабых затравочных полей не реликтового характера. На сегодняшний день гипотеза о реликтовом поле также должна быть отвергнута исходя из данных наблюдений и фундаментальных теоретических принципов.

¹ Авторы признательны Чарлтону из Университета в Ньюкасле на Тайне за обсуждение этого темного места Аристотеля, в английском издании мы следовали изданию Росса (1936), а здесь опираемся на русское издание 1981 г.

II. Наблюдательные ограничения на межгалактические поля

Выясним, какие ограничения накладывают имеющиеся наблюдения на напряженность межгалактического магнитного поля. Прежде всего оценим, какой должна быть величина межгалактического поля для генерации наблюдаемых галактических полей ($B_g \simeq 2 \cdot 10^{-6}$ гс, см. гл. 12) в ходе сжатия межгалактической среды, предшествующей рождению галактик. Полагая, для простоты, что сжатие является изотропным, мы получаем:

$$B_0 = B_g(\rho/\rho_g)^{2/3} \simeq 10^{-9}\Omega^{2/3} \text{ гс}, \quad (1)$$

$\Omega = \rho/\rho_{\text{сг}}$, $\rho_{\text{сг}} \simeq 2 \cdot 10^{-29}$ г/см³ и $\rho \simeq 10^{-24}$ г/см³ — средняя плотность Галактики. Плотность энергии такого поля, $B_0^2/8\pi \simeq 10^{-19}\Omega^{4/3}$ эрг/см³, намного меньше, чем у соответствующего современным измерениям реликтового фонового излучения, $\varepsilon_\gamma \simeq 4 \cdot 10^{-13}$ эрг/см³, и у материи, $\varepsilon \simeq 2 \cdot 10^{-8}$ эрг/см³ (Зельдович и Новиков, 1975). Таким образом, необходимая напряженность поля достаточно мала. Чтобы получить эту оценку, нам необходимо знать плотность межгалактической среды, что в действительности является довольно сложной задачей (Longair and Sunyaev, 1971).

Ниже мы приводим три главных ограничения на напряженность среднего межгалактического поля (предполагаемого постоянным).

1. Упомянутое выше ограничение на напряженность поля в настоящее время можно получить из измерений анизотропии реликтового фонового излучения. Непосредственно измеряется относительное отклонение, $\Delta T/T$, температуры этого фона от среднего (изотропного) значения $T_0 \simeq 2.7$ К. Крупномасштабная анизотропия фонового излучения является результатом анизотропии расширения (Зельдович и Новиков, 1975),

$$\Delta T/T \simeq (a - b)/a|_{z=z^*},$$

где $a(t)$ и $b(t)$ — масштабные множители расширения относительно различных осей [ось для $b(t)$ направлена вдоль поля], а $z^* = 10$ — красное смещение, соответствующее моменту времени, при котором расширяющийся межгалактический газ становится прозрачным для фонового излучения. Величину z^* можно легко получить, приравняв характеристическое время комптоновского взаимодействия $(\sigma_T n_e c)^{-1} \simeq 10^{19}(1+z)^{-3}$ с ко времени космологического расширения $\tau \simeq 3 \cdot 10^{17}(1+z)^{-3/2}$ с. Предположив, что в простейшей квазивеклидовой модели анизотропия расширения возникает целиком и полностью за счет магнитного поля (Зельдович, 1965), можно

показать (Дорошкевич, 1965), что

$$b/a = 1 - 12\varepsilon_B/\varepsilon,$$

где ε_B — плотность энергии магнитного поля. Таким образом,

$$\frac{\Delta T}{T} \simeq 12 \left(\frac{\varepsilon b}{\varepsilon} \right)_{z=z^*} = 12 \left(\frac{\varepsilon b}{\varepsilon} \right)_{z=0} (1 + z^*).$$

Подстановка ε_B дает

$$B_0^2 \simeq \frac{2}{3} \pi \varepsilon_0 (1 + z^*)^{-1} \Delta T / T.$$

Верхний предел крупномасштабной анизотропии фонового излучения не превышает $3 \cdot 10^{-3}$ (см. табл. XVII в Зельдович и Новиков, 1975). Отсюда мы получаем, что

$$B_0 < 3 \cdot 10^{-6} \text{ гс.} \quad (2)$$

2. Другая оценка для B_0 следует из того факта, что во время космологического расширения величина $B^2/8\pi\varepsilon_\gamma$ примерно должна равняться константе, возможно с точностью до логарифмического множителя (Зельдович и Новиков, 1975). Поскольку химический состав большей части вещества, присутствующего сегодня во Вселенной, согласуется с предсказаниями однородной и изотропной модели Фридмана (около 30% водорода и 70% гелия), естественно предположить, что упомянутая ранее величина была мала в период ($1 < t < 100$ с) после большого взрыва, на протяжении которого происходили в основном ядерные реакции. Это немедленно дает верхнюю границу поля на сегодняшний день:

$$B_0 < 3 \cdot 10^{-7} \text{ гс.} \quad (3)$$

К сожалению, оба верхних предела (2) и (3) слишком велики по сравнению с (1).

3. Наиболее точная оценка B_0 была получена многими авторами (Kawabata et al., 1969; Reinhardt, 1972; Valée, 1975; Колобов и др., 1976; Кузнецова, 1976; Рузмайкин и Соколов, 1977b) путем анализа наблюдаемых мер фарадеевских вращений (RM) удаленных радиоисточников (радиогалактики и квазары). Мера вращения, получающаяся при измерении позиционного угла линейно-поляризованного радиоизлучения на различных длинах волн, определяет произведение электронной плотности и компоненты магнитного поля, направленной вдоль луча зрения (см. гл. 2).

Результаты напряженных радиоастрономических измерений последних лет позволили определить меры фарадеевского вращения нескольких сот внегалактических радиоисточников (радиогалактик и квазаров). Известно, что мера фарадеевского вращения содержит в себе непосредственную информацию о магнитных полях в пространстве между источником и наблюдателем (см. гл. 2). Основная сложность интерпретации возникает из-за того, что наблюдаемая RM представляет собой сумму вкладов источника, Галактики и, возможно, межгалактической среды. Следует также учитывать вклад газа и полей, находящихся между галактиками скоплений. Предпринимались отдельные попытки отделить вклады Галактики, межгалактического поля и радиоисточников. Рузмайкин и Соколов (1977b) построили модель, с помощью которой можно оценить эти три основных вклада в наблюдаемую RM . Возможность получения такой информации основана на специфической природе каждого из этих вкладов. Например, мера фарадеевского вращения Галактики зависит от угла между направлением на источник и ориентацией магнитного поля Галактики; она не зависит от красного смещения z источника или от средней плотности межгалактической среды (т. е. от $\Omega = \rho/\rho_{cr}$); RM источника зависит от z , а не от его угловых галактических координат; вклад гипотетического межгалактического магнитного поля должен зависеть от определенного угла (направления поля) и расти с увеличением z .

Мы представляем наблюдаемую меру фарадеевского вращения в виде суммы индивидуальных мер вращения Галактики, межгалактической среды и источника:

$$RM = RM_g + RM_{ig} + (1 + z)^{-2} RM_s. \quad (4)$$

Вклад Галактики можно аппроксимировать в среднем тремя величинами: амплитудой K и углами l_0^{II} и b_0^{II} , определяющими направление галактического поля. Этот вклад, вместе с соответствующими ему флуктуациями, рассматривался отдельно в гл. 12. Множитель $(1 + z)^{-2}$ в третьем слагаемом учитывает тот факт, что угол поворота плоскости поляризации пропорционален квадрату длины волны λ , которая подвергается красному смещению, $\lambda = \lambda_s(1 + z)$. Таким образом, RM_s является собственной мерой вращения Фарадея источника. Даже после удаления этого множителя RM_s может по-прежнему зависеть от z , как отметил Комберг (частное сообщение), из-за эволюционных и селекционных эффектов (чем больше z , тем более яркие и компактные источники должны быть видны и, следовательно, тем больше их RM). Поскольку точная форма зависимости $RM_s(z)$ от z неизвестна, то имеющиеся наблюдательные данные были разделены на дискретные участки с интервалом Δz , в каждом из которых RM_s пред-

полагалась постоянной. При осреднении по участкам полученные в них значения RM_s давали кусочно-линейное представление функции $RM_s(z)$, которая приближенно описывала эволюционные и селекционные эффекты.

Вполне естественно предположить, что RM_s не зависит от угла, что при каждом фиксированном значении z среднее, $\langle RM_s \rangle$, по функции распределения меры фарадеевского вращения источников равно нулю и что есть некоторая дисперсия RM_s вокруг этого среднего. Последнее становится ясным сразу в ходе вычислений. Зависимость дисперсии меры фарадеевского вращения источников от красного смещения характеризует эволюционные и селекционные эффекты.

Выражение для межгалактической меры вращения легко получается, если учесть, что в фридмановской модели электронная плотность, магнитное поле и длина волны подчиняются следующим законам:

$$n_e = n_{e0}(1+z)^3, \quad B = B_0(1+z)^2, \quad \lambda = \lambda_0(1+z)^{-1}.$$

Связь пройденного радиоизлучением пути с красным смещением определяется следующим соотношением (Зельдович и Новиков, 1975):

$$dr = c dt = c[\mathcal{H}(1+z)^2(1+\Omega z)^{1/2}]^{-1} dz,$$

где c — скорость света, а \mathcal{H} — постоянная Хаббла. Подстановка этих соотношений в интеграл $\int n_l B \cdot dr$ и его последующее интегрирование дают

$$RM_{ig} = A\Omega^{-2}[(1+\Omega z)^{3/2} - 3(1-\Omega)(1+\Omega z)^{1/2} + 2 - 3\Omega] \cos \theta, \quad (5)$$

где

$$A = 8.1 \cdot 10^5 \frac{2c}{3\mathcal{H}} n_{e0} B_0 \approx 10^{10} \left(\frac{\mathcal{H}_0}{50 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}} \right) \left(\frac{B_0}{1 \text{ Гс}} \right) \Omega \text{ рад/м}^2.$$

Угол θ между направлением на источник и гипотетическим межгалактическим полем можно выразить в терминах угловых галактических координат источника ($l^{\text{II}}, b^{\text{II}}$) и поля ($l_1^{\text{II}}, b_1^{\text{II}}$) следующим образом:

$$\cos \theta = \cos b^{\text{II}} \cos b_1^{\text{II}} \cos(l^{\text{II}} - l_1^{\text{II}}) + \sin b^{\text{II}} \sin b_1^{\text{II}}.$$

Уравнение (5) принимает в предельных случаях очень простой вид:

$$RM_{ig} \simeq \begin{cases} \frac{3}{2} Az, & \Omega z \ll 1, \\ A[(1+z)^{3/2} - 1], & \Omega = 1. \end{cases} \quad (6)$$

Для получения параметров K , l_0^{II} , b_0^{II} , l_1^{II} , b_1^{II} , Ω и A был разработан и реализован численный регрессионный метод (Рузмайкин и Соколов, 1977b; Рузмайкин и др., 1978). В сущности, он заключается в минимизации функционала

$$S(K, l_0^{\text{II}}, \dots, A) = \sum_n (1 + z^{(n)})^4 [RM^{(n)} - RM_g^{(n)} - RM_{ig}^{(n)}],$$

где $RM^{(n)}$ и $z^{(n)}$ — соответственно мера вращения Фарадея и красное смещение n -го радиисточника. Средние значения параметров были получены при помощи минимизации S , а доверительные интервалы — путем вычисления вторых производных S в этом минимуме. На наш взгляд, этот метод, на самом деле представляющий собой обобщение метода наименьших квадратов, обеспечивает простую и адекватную технику для решения данной задачи. Статистические методы, использовавшиеся другими авторами (например, вычисление различных коэффициентов корреляции), не всегда приводят к корректным результатам. Наилучшая оценка напряженности магнитного поля, полученная таким путем, составляет (Рузмайкин и Соколов, 1977b)¹

$$B_0 < 5 \cdot 10^{-10} \Omega \text{ Гс.} \quad (7)$$

Ограничение (7), полученное в предыдущем параграфе, строго выполняется, только когда межгалактическое поле постоянно: оно является надежным, если изменения поля происходят на отрезках, превосходящих расстояния до удаленных источников ($z \simeq 2 - 3$). Наблюдательные ограничения для полей меньших масштабов менее жестки (Reinhardt, 1972; Колобов и др., 1976; Kronberg et al., 1977). Не исключено существование полей галактического масштаба и, возможно даже, полей с масштабами скоплений галактик².

III. Роль магнитного поля в образовании галактик

Одной из важнейших задач современной космологии является развитие теории образования галактик, которая объясняла бы наблюдаемое распределение их масс, момента количества движения, тип и структуру. Зельдович

¹Для оценки видимой материи во Вселенной, $\Omega \simeq \frac{1}{40}$ (Longair and Sunyaev, 1971).

²Возможный наблюдательный эксперимент с целью обнаружения магнитного поля, масштабы которого превосходят размеры галактик, рассматривается Комбергом и др. (1979) и Кронбергом и Перри (1982).

и Новиков (1975), в числе прочего, представили обзор существующих теорий образования галактик. Некоторые новые идеи по определению и изучению ячеистого строения Вселенной представлены в работах Зельдовича и др. (1982) и Шандарина и др. (1983).

Рассмотрим роль остаточного магнитного поля в зарождении и ранней эволюции галактик. Эти поля, хотя они и слабы в наши дни, усиливаются, если возвратиться назад по времени, и могли бы быть существенными для физических процессов, происходивших на ранних этапах развития галактик. В этом параграфе мы будем предполагать существование начальных затравочных полей. Проблема генерации магнитного поля в изначально немагнитной плазме обсуждается в следующем параграфе.

Современные модели ранней Вселенной должны не только согласоваться с высокой степенью изотропии, которая обнаруживается у фонового излучения, но также не должны противоречить наблюдаемому химическому составу вещества во Вселенной, не испытывавшей ядерного синтеза в звездах. Этим требованиям хорошо отвечает однородная изотропная модель Фридмана. Галактики образуются за счет малых возмущений фридмановского решения, которые по своему характеру либо адиабатические, либо энтропийные. Также была разработана альтернативная теория, основная часть которой посвящена вихревым возмущениям (Озерной и Чернин, 1967). Однако в этой теории неизбежно появляются сильные отклонения от фридмановского решения.

Постоянное магнитное поле B влияет на рост возмущений (ChandraSekhar and Fermi, 1953b). С одной стороны, в модели Фридмана на более поздних этапах расширения масштабы галактик и их скоплений столь велики, что невозмущенное решение можно рассматривать как «пылевидное» ($p = 0$); с другой стороны, эти масштабы много меньше «горизонта событий» ct , так что применима теория Ньютона. Критическая длина волны

$$\lambda_B \simeq \frac{1}{2} G^{-1/2} B_0 [\rho_0 (1+z)]^{-1} \quad (8)$$

возникает естественным образом. В (8) $G = 6.7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{с}^2$ — гравитационная постоянная, z — красное смещение, B_0 и ρ_0 — напряженность магнитного поля и плотность в современный период.

Составляющая поля, перпендикулярная возмущениям скорости, влияет на их развитие. Когда $\lambda > \lambda_B$, возмущения плотности асимптотически возрастают ($t \rightarrow \infty$) как

$$\delta\rho/\rho \sim t^\alpha$$

(Рузмайкин и Рузмайкина, 1970), где показатель степени α равен $2/3$, когда магнитное поле равно нулю (Зельдович и Новиков, 1975), но уменьшается

на величину $\frac{2}{3}k^2 B_{0\perp}^2 / 4\pi\rho_0$ при $B_0 \neq 0$ (k — масштаб возмущения). Таким образом, как и следовало ожидать, поле тормозит рост возмущений в перпендикулярном ему направлении. Для $B_0 = 10^{-9}$ гс и $\rho_0 = 10^{-29}$ г/см⁻³ имеем $\lambda_B \simeq 10^{23}(1+z)^{-1}$, т. е. длина волны превосходит джинсовскую для возмущений плотности в период, близкий к периоду рекомбинации. Учитывая давление вещества, мы получаем критическую массу:

$$M_B \sim \rho\lambda_J\lambda_B^2 \sim 10^6 - 10^7 M_\odot,$$

для которой может происходить рост возмущений плотности. Здесь $\lambda_J = 2\pi u_s(4\pi G\rho)^{-1/2}$ — джинсовская длина волн, а джинсовская масса

$$M_J \sim \rho\lambda_J^3 \sim 10^5 M_\odot.$$

Этот результат нужно принимать во внимание при построении энтропийной теории образования галактик.

На той стадии, когда нелинейности оказывают влияние на возрастающие возмущения в расширяющейся пылевидной среде, решение обычно записывают в лагранжевой форме (Зельдович, 1970):

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= a\mathbf{q} + s(\mathbf{q})b, \\ p(\mathbf{r}, t) &= \rho_0(\mathbf{q}) / (a - b\lambda_1)(a - b\lambda_2)(a - b\lambda_3), \end{aligned} \quad (9)$$

где \mathbf{r} и \mathbf{q} — эйлеровы и лагранжевы координаты частицы; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — собственные значения тензора деформации $\partial s_{ik} / \partial q_k$; и $a(t)$ и $b(t)$ — известные степени t (b растет быстрее a). При условиях вмороженности, когда поле не влияет на динамику сжатия, можно также записать лагранжево решение для \mathbf{B} :

$$B_i(\mathbf{r}, t) = B_{0k}(\mathbf{q})[\rho(\mathbf{r}, t)/\rho_0(\mathbf{q})]\partial r_i / \partial q_k,$$

где $\mathbf{B}_0(\mathbf{q})$ — начальное поле, определяемое при помощи линейного анализа (например, это может быть остаточное поле). Подставляя в (9), получаем проекции \mathbf{B} на главные оси тензора деформации:

$$\begin{aligned} B_1 &= B_{01} / (a - b\lambda_2)(a - b\lambda_3), \\ B_2 &= B_{02} / (a - b\lambda_1)(a - b\lambda_3), \\ B_3 &= B_{03} / (a - b\lambda_1)(a - b\lambda_2), \end{aligned}$$

Когда магнитное поле отсутствует и один из множителей в (9) равен нулю, плотность неограниченно растет в направлении соответствующей оси, образуя «блинообразную» конфигурацию. Если поле присутствует и его направление не совпадает с осью сжатия, то сжатие прекращается еще до

достижения больших плотностей. Это происходит на характеристическом расстоянии порядка (8)

$$B/G^{1/2}\rho \simeq 100(1+z)^{-1} \text{ кпк},$$

$B_0 \simeq 10^{-9}$ гс, т. е. поле, при достаточной величине, способно создавать конфигурации сферического типа. Это также выдвигает на передний план необходимость оценки напряженности межгалактического магнитного поля с большей определенностью (см. § II). Существование блинообразных конфигураций вещества на современном этапе накладывает жесткие ограничения на напряженность межгалактического поля.

IV. Возбуждение магнитных полей в радиационной плазме

Выясним теперь, какое магнитное поле может в действительности возникать в расширяющейся Вселенной на ранних этапах ее развития. Открытие фонового излучения со средней температурой около 2.7 К означает, что количество фотонов на единицу пространственного объема составляет примерно 10^8 числа барионов¹. Следовательно, расширяющаяся космологическая плазма насыщена излучением. Плотность фотонной составляющей, ρ_γ , в настоящее время намного ниже, чем у вещества, ρ , но так было не всегда. Эволюция ρ и ρ_γ происходит по закону:

$$\rho \sim a^{-3}(t), \quad \rho_\gamma \sim a^{-4}(t), \quad (10)$$

где $a(t)$ — масштабный множитель расширения. Таким образом, в прежние времена, близкие к эпохе рекомбинации остаточной гелий-водородной плазмы, эти плотности были равны, а еще до этого плазма была радиационно доминированной, т. е. $\rho_\gamma > \rho$.

Харрисон (1970) предложил механизм генерации магнитного поля в расширяющейся радиационно-доминированной плазме. Физическая идея, лежащая в основе этого механизма, может быть проиллюстрирована на примере равномерно вращающегося, расширяющегося вихря радиуса $a(t)$, состоящего из излучения с плотностью $\rho_\gamma(t)$ и нерелятивистской плазмы (электронов и протонов) с плотностью $\rho(t)$.²

¹По-видимому, во Вселенной присутствует значительное количество нейтронов. Однако, за исключением очень ранних этапов расширения Вселенной, их взаимодействие с электронами плазмы является слабым.

²Электроны становятся нерелятивистскими, когда температура в расширяющейся Вселенной падает до $mc^2/k = 6 \cdot 10^9$ К. При более высоких температурах возникает лептон-нуклонное взаимодействие и рассматриваемый механизм перестает работать.

Во время расширения вихря «массы» ρa^3 и $\rho_\gamma a^4$ сохраняются по отдельности [см. уравнение (10)], и в отсутствие взаимодействия между ними моменты количества движения вещества и излучения, $\rho \omega a^5$ и $\rho_\gamma \omega_\gamma a^5$, также сохраняются. Отсюда следует, что

$$\omega \sim a^{-2}(t), \quad \omega_\gamma \sim a^{-1}(t), \quad (11)$$

т. е. вследствие расширения угловая скорость вещества и излучения изменяются различным образом. Теперь рассмотрим их взаимодействие. Томсоновское сечение рассеяния электрона на γ -кванте в $(m/m_p)^2$ раз больше, чем сечение рассеяния протона на γ . Следовательно, электроны в радиационно-доминированной плазме привязаны к излучению. Таким образом, среда состоит из двух компонент: одна из положительно заряженных протонов с плотностью ρ , а другая из фотонов и отрицательно заряженных электронов с плотностью ρ_γ . Расширение вихря приводит к разнице в угловых скоростях этих жидких сред [см. уравнение (11)], и отсюда появляются вихревые токи и магнитное поле. Затухание магнитного поля, вызываемое кулоновским взаимодействием между электронами и протонами, в галактических (или больших) масштабах мало. Протоны и электроны связаны только индуцированным магнитным полем, которое стремится выровнять различие угловых скоростей. После генерации магнитного поля моменты количества движения материи и излучения уже не сохраняются по отдельности. Однако, как в случае известного эффекта Эйнштейна – де Гааза, момент количества движения, связанный с «полной» завихренностью $\xi \equiv \omega + (e/m_p c)B$, постоянен во времени:

$$\omega + (e/m_p c)B = (a_1/a)^2 \omega_1.$$

Здесь ω_1 — завихренность в начальный момент времени t_1 , когда масштабный множитель (радиус вихря) равен a_1 . Очевидно, $\omega_e \simeq \omega_\gamma = \omega_1 a_1/a$. Если масштабы вихря таковы, что вязкостью можно пренебречь, то в первой части $a_1 \omega_1/a \simeq \omega$, и, следовательно,

$$B = -\frac{m_p c}{e} \left(1 - \frac{a_1}{a}\right) \omega \simeq -10^{-4} \left(1 - \frac{z_1}{z}\right) \omega,$$

где вводится красное смещение $z \equiv a_0/a(t) - 1$, а a_0 — радиус вихря при $z = 0$. Можно видеть, что генерируемое магнитное поле максимально при $z \ll z_1$ и прямо пропорционально угловой скорости $B_{\max} = -(m_p c/e)\omega$. При масштабах, на которых вязкость имеет значение, можно положить, что асимптотически $\omega \rightarrow 0$, и, следовательно,

$$B \simeq \frac{m_p c}{e} \frac{a_1}{a} \omega = \frac{1+z}{1+z_1} \frac{m_p c}{e} \omega.$$

Таким образом, в этом случае поле в $(1+z)/(1+z_1)$ раз меньше максимального и имеет противоположное направление.

Космология имеет дело не с одним вихрем, а с большим ансамблем взаимодействующих вихрей, т. е. с турбулентной радиационно-доминированной плазмой (Гамов, 1952; Озерной и Чернин, 1967). Генерация магнитного поля в космологической турбулентности рассматривалась Озерным и Чибисовым (1970), Харрисоном (1973) и Байерляйнном (1978). Эту задачу можно свести к исследованию уравнения для полной завихренности:

$$\partial(a^3\xi)/\partial t = a^2(\xi \cdot \nabla)\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla)a^2\xi + \nu_\gamma \nabla^2(a^2 e\mathbf{B}/m_p c). \quad (12)$$

Решая это уравнение при заданной завихренности ω , можно получить информацию о магнитном поле. Величина ν_γ — кинематическая вязкость излучения, определяющая характерный диссипационный масштаб.

Эта задача является аналогом задачи о генерации магнитного поля в зеркально-симметричной турбулентности (см. § 8.IV). Существенное отличие заключается в том, что коэффициенты в (12) зависят от времени. Магнитное число Рейнольдса космологической плазмы очень велико, так что выполняются оба условия: $R_m \gg R_e$ и $R_m \gg (R_m)_{\text{cr}}$. Поскольку коэффициенты нестационарны, рост поля медленней экспоненты. Такой эффект, когда экспоненциальная неустойчивость заменяется алгебраической, хорошо известен в теории роста гравитационных возмущений в расширяющейся Вселенной (Зельдович и Новиков, 1975). Грубую оценку закона возрастания можно получить, заменив $\exp(\gamma t)$ на $\exp(\int \gamma dt)$. Максимальная скорость роста равна $\gamma_{\text{max}} = 4v/5l$ (см. § 8.IV). На максимальном масштабе $v/l \cong t^{-1}$ (Harrison, 1973), и отсюда получаем $B \sim t^{4/5}$, т. е. возрастание очень медленное. Однако существуют определенные сомнения относительно существования космологической турбулентности. Зельдович и Новиков (1975) обратили внимание на трудности, связанные с теорией вихрей. Поэтому мы не будем продолжать обсуждение последствий этого роста магнитного поля на догалактической стадии развития Вселенной.

С современной точки зрения галактики начали формироваться после рекомбинации остаточной плазмы. В то время расширяющаяся Вселенная состояла в основном из нейтральных атомов водорода и гелия с концентрацией n_H , свободных электронов и протонов с концентрациями n_e и n_p [$(n_e/n_H) = 3 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-5}$, при наличии остаточной степени ионизации в отсутствие вторичного разогрева вещества], а также из реликтового излучения с концентрацией n_γ . На самом деле сразу же после рекомбинации ($z > z_r$) вещество становится прозрачным для излучения на масштабах, соответствующих размерам будущих галактик. Движения газа не

препятствуют проникновению излучения, и, значит, последнее можно рассматривать как однородный фон.

Не вдаваясь временно в детали формирования галактик, представим себе, что протогалактика, т. е. некоторое газовое облако, являющееся кандидатом на превращение в галактику, вращается с заданной угловой скоростью ω относительно фона излучения. Если протогалактика продолжает участвовать в хаббловском расширении или если движение все еще является нестационарным, то $\omega = \omega(t)$. Вращение протогалактики может быть вызвано или периодическим взаимодействием между протогалактиками (Peebles, 1969), или крупномасштабными ударными волнами (Дорошкевич, 1973; Гуревич и Чернин, 1978), или же оно может являться последствием начальных вихревых возмущений.

Из-за наличия угловой скорости ω магнитное поле должно возбуждаться механизмом комптоновского взаимодействия (Мишустин и Рузмайкин, 1971). Однако, в противоположность механизму Харрисона, теперь нет двух сред (протогалактика «прозрачна» для излучения!) и расширение не имеет существенного значения. Этот процесс можно описать следующим образом.

Столкновения протонов с более массивными нейтральными атомами являются причиной упомянутого ранее вращения с той же угловой скоростью ω . Протоны незначительно взаимодействуют с излучением в отличие от электронов, которые взаимодействуют с излучением намного эффективней, нежели с нейтральными атомами или протонами. Излучение тормозит вращение электронов, вызывая тем самым разницу угловых скоростей электронов и протонов, т. е. электрический ток, а значит, магнитное поле. Между электронами и протонами устанавливается связь под действием индуцированного электрического поля, которое уравнивает трение излучения. Их радиальные скорости выравниваются за счет действия этого потенциального поля.

Только что рассмотренный механизм возбуждения поля можно легко подкрепить приближенными вычислениями. Уравнение, описывающее движение электрона, имеет вид:

$$\mathbf{0} = -(e/mc^2)(c\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \tau_{e\gamma}^{-1}\mathbf{v}_e + \tau_{ep}^{-1}(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_e). \quad (13)$$

Здесь \mathbf{v}_e и \mathbf{v}_p — скорости электрона и протона, \mathbf{E} и \mathbf{B} — индуцированные электрическое и магнитное поля, а

$$\tau_{e\gamma}^{-1} = 4\sigma_T\rho_\gamma c/3m, \quad \tau_{ep}^{-1} \simeq 1.2 \ln \Lambda n_e (e^2/kT)^2 (kT/m)^{1/2}$$

— характерные частоты обмена моментом количества движения между электронами и γ -квантами и между электронами и протонами; $\sigma_T \simeq$

$\simeq 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ — томсоновское сечение рассеяния, $T \sim (1+z)^2$ — температура вещества, а $\ln \Lambda \simeq 30$ — кулоновский логарифм. Мы пренебрегли градиентом гравитационного потенциала, силой инерции и трением между электронами и нейтральным веществом. Легко показать, что учет этих факторов не внесет существенных изменений.

Поскольку вначале магнитное поле отсутствует, слагаемое, содержащее $\mathbf{v}_l \times \mathbf{B}$, в уравнении (13) можно опустить. Вычисляя ротор и подставляя его в уравнения Максвелла, с учетом хаббловского расширения, мы получаем следующее уравнение индукции для \mathbf{B} :

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(a^2 \frac{e}{m_p c} \mathbf{B} \right) = \frac{\boldsymbol{\omega}}{\tau_{e\gamma}} + \frac{c}{4\pi n_e e \tau_{ep}} \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (14)$$

Плотность ρ_γ и температура T в пострекомбинационный период столь малы, что $\tau_{ep} \ll \tau_{e\gamma}$. Этим оправдывается замена $\boldsymbol{\omega} \rightarrow \boldsymbol{\omega}_p = \boldsymbol{\omega}$. Кроме того, для полей с галактическими масштабами последним слагаемым $(c^2/4\pi\sigma)\nabla^2\mathbf{B}$ в уравнении (14), возникающим из-за кулоновского взаимодействия, можно пренебречь. Тогда получается

$$\mathbf{B} = (mc^2/e)a^{-2} \int_{t_f}^t \tau_{e\gamma}^{-1} \boldsymbol{\omega} a^2 dt.$$

Для оценки напряженности поля удобно вместо t использовать безразмерное красное смещение z :

$$dt = -\Omega^{1/2} \mathcal{H}_0^{-1} z^{-5/2} dz,$$

где $\Omega \simeq 0.03$ — отношение средней плотности вещества к критической (критическая плотность определяет геометрию Вселенной); \mathcal{H}_0 ($\simeq 50 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$) — постоянная Хаббла; $\tau_{e\gamma} = \tau_{e\gamma}(0)(1+z)^{-4}$; и угловая скорость, для простоты, предполагается постоянной. В итоге получаем:

$$B \simeq 2 \frac{mc^2}{e} \frac{(1+z_f)^{5/2}}{\Omega^{1/2} \mathcal{H}_0 \tau_{e\gamma}(0)} \omega,$$

где z_f — красное смещение во время образования галактик. Полагая $1+z_f = 10$, а $\omega = 10^{-15} \text{ с}^{-1}$, имеем

$$B \simeq 10^{-21} \text{ гс}.$$

Какими ничтожно малыми оказываются протогалактические поля! Однако следует помнить о том, что за космологические интервалы времени ($\sim 10^{10}$ лет) такие поля вполне могут экспоненциально возрасти (за счет действия динамо!) до наблюдаемой напряженности, $(2 - 3) \cdot 10^{-6}$ гс, поля Галактики.

ГЛАВА 16

Аккреция на черных дырах

В этой главе мы рассмотрим свойства магнитных полей в веществе, аккрецирующем на компактные гравитирующие объекты, которые обнаруживаются в окрестностях звезд и, возможно, ядер галактик, окруженных газом. Огромный интерес к аккреции, возникший 10 лет назад и не угасший до наших дней, был подкреплён открытием новой темы в астрофизике, а именно релятивистской астрофизики, которая предоставила возможность для исследования общей теории относительности (ОТО) при помощи астрономических наблюдений.

Наиболее возбуждающим открытием ОТО в области звездной астрономии является то, что массивные звезды ($\geq 3M_{\odot}$) естественным образом эволюционируют, превращаясь в черные дыры — объекты, которые настолько сжались за счет собственного тяготения, что «удалились от мирских дел», т. е. они настолько изолировали себя от нашего мира, что не могут передать нам о себе какую-либо информацию. Черные дыры не имеют магнитного поля (§ I), в отличие от релятивистских объектов (например, пульсаров), которые обладают сильными магнитными полями (и поэтому будут рассмотрены отдельно; см. гл. 17). Здесь нас интересует роль магнитных полей в наблюдаемых проявлениях черных дыр. Будет сделано лишь несколько кратких замечаний об аккреции на белых карликах и нейтронных звездах.

Естественной, и пока что единственной, возможностью обнаружения черной дыры является излучение газа, падающего на нее под действием сил тяготения. В § II мы покажем, что магнитное поле может оказывать значительное влияние на испускание излучения газом, аккрецирующим на отдельной черной дыре (Шварцман, 1971; Pringle et al., 1973). Если аккреция происходит в двойной звезде (§ IV), в которой газ падает с нормального видимого компаньона на компактный сколлапсировавший компаньон, магнитное поле оказывается ответственным за вынос вовне момента количества движения газа (Шакура и Сюняев, 1973). Поле позволяет газу падать на черную дыру, сопровождая этот процесс высвобождением большого количества

энергии излучения. В заключительном параграфе (§ VI) мы рассмотрим возможный механизм динамо в аккреционных дисках и коснемся некоторых нелинейных эффектов, в частности, плавучести поля, которое может приводить к образованию горячей короны, излучающей рентгеновские лучи совсем как короны звезд (Галеев и др., 1979).

I. Черные дыры

В замечательной книге «Гравитация» (Misner, Thorne and Wheeler, 1973) при помощи воображаемого диалога между скептиком, Саргедусом, и ученым, Салватиусом, объясняется, почему массивные объекты, сжавшиеся до своего гравитационного радиуса $r_g = 2GM/c^2$, следует называть «черными дырами». Характеристика «черный» является подходящей, поскольку светимость горячей поверхности такого объекта, как показывают измерения удаленного наблюдателя, экспоненциально убывает со временем. Время убывания в e раз очень мало, а именно $3^{3/2}r_g/2c \simeq 2.6 \cdot 10^{-5}(M/M_\odot)$ секунд. Дискретность энергии означает, что количество испускаемых фотонов является конечным, т. е. даже экспоненциальное уменьшение светимости не будет длиться вечно. «Дыра» подходит из-за того, что ни материя, ни излучение, попавшие в такой объект, не смогут выйти из него после пересечения определенной критической поверхности. В случае невращающегося объекта эта поверхность является сферической и имеет радиус r_g .

ОТО показывает, что асимптотически внешнее поле черной дыры полностью определяется ее массой M , зарядом Q и моментом количества движения \mathbf{J} (Misner et al., 1973). В действительности из всех величин, характеризующих этот изолированный источник гравитационного и электромагнитного полей, внешнему миру доступны только сохраняющиеся величины M , Q и \mathbf{J} . Можно напомнить, что эти величины могут быть представлены, согласно теореме Гаусса, в терминах потоков через удаленные поверхности. В отличие от них это невозможно, скажем, для барионного числа. Чтобы определить его, потребуется погрузиться в черную дыру и пересчитать частицы, но эти результаты будут решительно ни к чему кому-то снаружи.

Снаружи черной дыры с зарядом Q присутствует радиальное электрическое поле $E_r = Q/r^2$. Вращающаяся черная дыра возбуждает дополнительно дипольное магнитное поле

$$H_r = (2QJ/M)r^{-3} \cos \theta, \quad H_\theta = (QJ/M)r^{-3} \sin \theta,$$

где $Q\mathbf{J}/M$ — магнитный момент черной дыры.

Случай заряженной черной дыры не представляет интереса с практической точки зрения. Очевидно, что электростатические силы, которые намного превосходят гравитационные, быстро откачивают заряды противоположного знака из окружающей среды для нейтрализации заряда Q черной дыры. По этой причине мы полагаем, что получившаяся в ходе эволюции черная дыра не имеет собственного магнитного момента.

В таком случае важно уяснить, каким образом магнитный момент незаряженной, но изначально магнитной звезды исчезает во время ее гравитационного сжатия. Эту задачу впервые решил Гинзбург (1964) [см. также Гинзбург и Озерной (1964) для случая невращающейся коллапсирующей звезды]. В сущности, следует обобщить закон усиления магнитного поля под действием сжатия ($H \sim R^{-2}$) на случай релятивистского движения в метрике Шварцшильда

$$ds^2 = (1 - r^{-1}r_g)c^2 dt^2 - (1 - r^{-1}r_g)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2),$$

где c — скорость света, (r, ϕ, θ) — сферические координаты, а

$$r_g = 2GM/c^2 \simeq 3(M/M_\odot) \text{ км}$$

— радиус Шварцшильда.

Пусть R_0 и μ_0 — начальные радиус и магнитный момент сферы, сжимающейся под действием гравитации. В нерелятивистском приближении магнитный момент μ ($\sim HR^3$) убывает как

$$\mu = \mu_0(R/R_0),$$

т. е. $\mu \rightarrow 0$ при $R \rightarrow 0$. В ОТО при условии вмороженности $H \sim R^{-2}$ также соблюдается локально; однако глобально существенное влияние оказывает кривизна, и

$$\mu = \mu_0 r_g / \{3R_0 \ln[r_g/(R - r_g)]\}.$$

Теперь $\mu \rightarrow 0$ при $R \rightarrow r_g$. Учитывая зависимость радиуса от времени (см. Misner et al., 1973), можно переписать эту формулу в виде:

$$\mu(t) = \mu_0 r_g^2 / 3R_0 ct.$$

Таким образом, для удаленного внешнего наблюдателя магнитный момент сжимающейся звезды убывает как t^{-1} . Магнитное поле имеет вид:

$$H_r = 2\mu \cos\theta r^{-3} f(r), \quad H_\theta = \mu \sin\theta r^{-3} \psi(r),$$

где функции $f(r)$ и $\psi(r) \rightarrow 1$ при $r \gg r_g$ и при $r \rightarrow r_g$:

$$f(r) \simeq -3 \ln(1 - r_g/r), \quad \psi(r) \simeq 3(1 - r_g/r)^{-1/2}.$$

Следовательно, магнитное поле затухает само по себе вблизи критической поверхности сжимающегося объекта ($H_\theta \gg H_r$, $r \rightarrow r_g$), впрочем, поле затухает со временем при любом заданном радиусе.

II. Аккреция на невращающуюся черную дыру в магнитном поле

Рассмотрим идеализированный пример. С одной стороны, этот пример представляет в некоторой степени лишь эстетический интерес. Он представляет собой точное решение, описывающее нестационарное магнитное поле проводящего релятивистского газа (т.е. газа с релятивистской скоростью течения), движущегося в сильном гравитационном поле. С другой стороны, очевиден тот замечательный факт, что черная дыра не может приобретать магнитного поля за счет аккреции¹.

Предположим, что черная дыра массы M не вращается. Тогда внешнее гравитационное поле и соответствующее искривленное пространство полностью описываются метрикой Шварцшильда. Пусть давление окружающего газа мало, так что газ свободно падает из бесконечности на черную дыру. Сферически симметричное течение газа обладает четырехмерной скоростью $u^i = (u_0, u^r, 0, 0)$, компоненты которой следуют из сохранения энергии $mc^2 g_{00} u^0 = \text{const}$ и соотношения $u_i u^i = 1$ ($i = 0, 1, 2, 3$). Тогда

$$u^0 = (1 - r_g/r)^{-1}, \quad u^r = -(r_g/r)^{1/2}.$$

Рассмотрим исходно слабое полоидальное магнитное поле $B^i = (B^\theta, B^r, B^\theta, 0)$, встроенное в такое течение, которое в начале параллельно оси z (Гинзбург и Озерной, 1964),

$$B^r(t=0) = B_0 \cos \theta (1 - r_g/r_0)^{1/2}, \\ r_0 B^\theta(t=0) = -B_0 \sin \theta (1 - r_g/r_0)^{1/2}.$$

Эволюция вмороженного магнитного поля подчиняется четырехмерному уравнению:

$$\partial[(-g)^{1/2}(B^i u^k - B^k u^i)]/\partial x_k = 0.$$

¹ Во избежание недопонимания следует упомянуть, что магнитное поле, созданное внешним источником, может проникать в черную дыру.

где g — определитель метрического тензора. Это обобщение на релятивистский случай уравнения индукции при $\nu_m = 0$ впервые получено Лихнеровичем. Его решение в метрике Шварцшильда можно записать в следующей параметрической форме (Бисноватый-Коган и Рузмайкин, 1974):

$$\begin{aligned}
 B_r &= B_0 \cos \theta \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \left(1 - \frac{r_g}{r_0} \right)^{1/2}, \\
 B_\theta &= -B_0 \sin \theta r_0^{1/2} r_g r^{-3/2} \left(1 - \frac{r_g}{r_0} \right)^{1/2}, \\
 \frac{ct}{r_g} + \frac{2}{3} \left(\frac{r}{r_g} \right)^{3/2} + 2 \left(\frac{r}{r_g} \right)^{1/2} + \ln \left[\frac{1 - (r_g/r)^{1/2}}{1 + (r_g/r)^{1/2}} \right] &= \\
 = \frac{2}{3} \left(\frac{r_0}{r_g} \right)^{3/2} + 2 \left(\frac{r_0}{r_g} \right)^{1/2} + \ln \left[\frac{1 - (r_g/r_0)^{1/2}}{1 + (r_g/r_0)^{1/2}} \right]. &
 \end{aligned}$$

Эти ковариантные составляющие B^i представляют собой физические компоненты магнитного поля в системе отсчета, связанной с движущимся веществом. Видно, что при любом заданном радиусе магнитное поле растёт по мере роста массы падающего вещества (т. е. с ростом r_0).

Чтобы внести ясность, рассмотрим точную зависимость компонент поля от r и t в двух предельных случаях.

1) В нерелятивистской, ньютоновской, области ($r, r_0 \gg r_g$):

$$\begin{aligned}
 B^r &\simeq \left(1 + \frac{3}{2} c t r_g^{1/2} r^{-3/2} \right)^{4/3} B_0 \cos \theta, \\
 r B^\theta &\simeq - \left(1 + \frac{3}{2} c t r_g^{1/2} r^{-3/2} \right)^{1/3} B_0 \sin \theta.
 \end{aligned}$$

Для любого радиуса r поле растёт как степенная функция времени.

2) В релятивистской области в окрестности радиуса Шварцшильда ($1 - r_g/r \ll 1, 1 - r_g/r_0 \ll 1$):

$$\begin{aligned}
 B^r &\simeq [2(1 - r_g^{1/2}/r^{1/2})]^{1/2} e^{ct/2r_g} B_0 \cos \theta, \\
 r B^\theta &\simeq - [2(1 - r_g^{1/2}/r^{1/2})]^{1/2} e^{ct/2r_g} B_0 \sin \theta.
 \end{aligned}$$

Здесь поле растёт экспоненциально при любом заданном радиусе r . Однако магнитное поле стремится к нулю при $r \rightarrow r_g$. Следует отметить, что поле растёт в лагранжевом смысле, но частицы среды могут достигать $r = r_g$ только асимптотически ($t \rightarrow \infty$).

В области $r \gg r_g$ радиальное поле растет быстрее, чем θ -компонента, т. е. поле асимптотически растягивается в радиальном направлении при $t \rightarrow \infty$. Для сферически симметричного течения можно легко получить напряженность магнитного поля, при которой рост прекращается. Для фиксированной скорости аккреции \dot{M} плотность газа следует уравнению непрерывности

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v.$$

Следовательно,

$$B^2 \approx 4\pi \rho v^2 \approx \dot{M} c r^{-2} (r_g/r)^{1/2}.$$

Аккрецирующий газ поступает из межзвездной среды и поэтому обычно полностью ионизирован. Как было впервые отмечено Шварцманом (1971), большая часть энергии излучения представлена в виде магнитнотормозного излучения (мощность излучения пропорциональна квадрату магнитного поля). Это излучение приходит в основном из внутренней части области аккреции. Нужно подчеркнуть, что в отсутствие магнитного поля сферически аккрецирующий газ излучает лишь малую долю энергии (Зельдович и Новиков, 1971). В сущности, установившееся течение является далеко не сферически-симметричным. Магнитное поле не мешает движению вдоль своих силовых линий, однако препятствует движениям в противоположном направлении. Это приводит к образованию дискообразной структуры при $\theta = \pi/2$, изображенной на рис. 16.1 (Бисноватый-Коган и Рузмайкин, 1974; 1976).

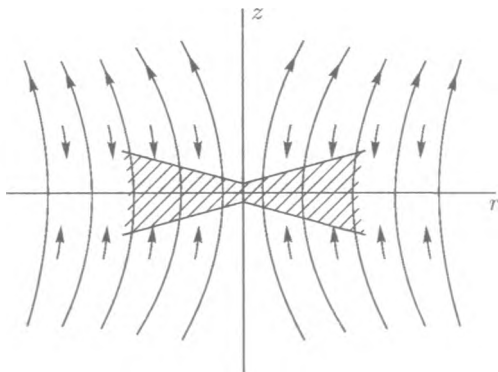


Рис. 16.1. Схематическое представление аккреции вещества через магнитное поле на черную дыру (в центре). Магнитное поле является однородным на бесконечности. Короткие стрелки указывают направление течения газа

Полная светимость диска определяется гравитационной энергией, высвобождаемой газом, падающим на черную дыру, и ее эффективным радиусом ($\sim 3r_g$ для случая невращающейся дыры и $\sim 1.5r_g$ в случае вращающейся дыры), при котором вылет фотонов блокируется за счет красного смещения и абберации, т. е.

$$L \simeq GMM^*/1.5r_g,$$

где $G = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 \text{ г}^{-1} \text{ с}^{-2}$ — гравитационная постоянная. Межзвездное вещество с $\rho_\infty = 10^{-24} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $T_\infty = 10^4 \text{ К}$ обеспечивает поток энергии порядка $\dot{M}c^2 = 10^{32} (M/M_\odot)^2 \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}$ (Зельдович и Новиков, 1971). Таким образом, полная светимость сколлапсировавшей звезды с массой $M = M_\odot$ за счет аккреции имеет такой же порядок, что и светимость Солнца ($4 \cdot 10^{33} \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}$). Это значит, что обнаружить такую черную дыру в принципе можно лишь в непосредственной окрестности Солнца ($\lesssim 300 \text{ пк}$). Если $M = 10^5 M_\odot$, то ее полная светимость $L \approx 3 \cdot 10^{41} \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}$.

Для оценки спектра излучения обычно предполагают, что каждый участок диска излучает как абсолютно черное тело с соответствующей температурой (которая зависит от радиуса r), и затем интегрируют по всему диску. Получающийся спектр почти плоский ($L \sim \omega^{1/3}$) в области низких частот ($\lesssim 60 \text{ эВ}$) (инфракрасной и оптической), но экспоненциально обрывается на более высоких частотах. Оптическая светимость диска в 20 раз слабее его полной светимости (Бисноватый-Коган и Рузмайкин, 1976).

Если поступающее вещество обладает моментом количества движения, то аккреция происходит также сквозь диск, окружающий черную дыру. Например, именно так обстоит дело, когда черная дыра располагается во вращающемся облаке газа или движется сквозь такое облако [см. подробный обзор Зельдовича и Новикова (1971) и приведенные там ссылки]. Максимальный выход энергии зависит от момента количества движения черной дыры и находится между 6 и 40% от $\dot{M}c^2$.

В результате наблюдений Поповой и Витриченко (1978) обнаружен уникальный звездный объект, KR Aur. Непрерывный спектр этого объекта практически плоский в оптическом диапазоне. Форма спектральной линии водорода H_β предполагает аккрецию со средней скоростью $3200 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$. Непрерывное излучение поляризовано (степень поляризации 0.3%), что говорит о наличии магнитного поля. Принимая во внимание нерегулярную изменчивость излучения, авторы предполагают, что этот объект может представлять собой изолированную черную дыру, находящуюся от нас на расстоянии примерно 200 пк. С другой стороны, некоторые близкие двойные системы карликов обладают похожими свойствами, так что окончательная идентификация невозможна.

Аккреция, по-видимому, полезна и для объяснения явлений квазаров. Квазары, открытые Шмидтом в 1963 г., оказались наиболее мощными астрофизическими источниками энергии ($10^{46} - 10^{47}$ эрг \cdot с $^{-1}$) из найденных до сих пор. Обычно можно различить как квазипериодические колебания яркости с типичным временным масштабом около года, так и сильные (около 60% максимальной светимости) неперiodические изменения с характерным временем от одной недели до месяца. Эти сильные колебания подразумевают, что линейные размеры квазара не превосходят одной световой недели ($\lesssim 10^{16} - 10^{17}$ см). Недавние наблюдения показали (Wyscokoff et al., 1981), что квазары окружены довольно слабыми оболочками размером в 70–100 кпк. Таким образом, естественно, что квазары рассматриваются как галактическое ядро на некоторой стадии его эволюции.

Первая задача, с которой сталкиваются теоретики, — объяснение гигантского высвобождения энергии, происходящего в очень малом объеме. В 1969 г. Линден-Белл показал, что эту проблему можно решить при помощи модели, состоящей из аккреционного диска, окружающего массивную ($\sim 10^7 - 10^9 M_{\odot}$) черную дыру. Магнитное поле оказывается важным для генерации наблюдаемого нетеплового излучения (Takahara, 1979) и, возможно, для перераспределения момента количества движения внутри диска (§ IV).

Предпринимаются попытки привлечь некоторые представления, взятые из электродинамики пульсаров (гл. 17), для объяснения явления квазаров. Например, можно рассматривать джеты, связанные с некоторыми квазарами, как результат ускорения частицы в электрическом поле, возникающем вследствие вращения черной дыры [см., например, Блэндфорд и Знаек (1977)]. Мы рассматриваем такой индуктор в следующем параграфе. Однако мы должны отметить отрицательную сторону этой гипотезы: пульсар обладает своим собственным сильным, вмороженным, «изначальным» магнитным полем, напротив, черная дыра не может иметь внутреннего магнитного поля (теорема Гинзбурга, см. § I). Следовательно, необходимое магнитное поле должно создаваться некоторым внешним источником. Электрические токи, текущие в аккреционном диске, могут представлять собой такой источник.

III. Вращающаяся черная дыра

С точки зрения ньютоновской физики для движущегося по орбите газа не имеет значения, вращается тело тяготения или нет. Однако еще в 1918 г. Ленсом и Тиррингом было отмечено, что в ОТО вращение центрального тела влияет на движение частицы по орбите. Грубо говоря, это воздействие

заключается в вовлечении частиц во вращение. Получающаяся угловая скорость убывает с увеличением радиуса как

$$\omega \approx a_c r_g / r^3,$$

где a_c — момент количества движения на единицу массы.

На большую часть аккреционного диска вращение центра тяготения влияет лишь слегка, наиболее значительное влияние испытывает внутренняя граница диска. В то время как для невращающейся центральной массы наиболее близкая к ее центру устойчивая орбита частицы лежит на расстоянии $3r_g$, для вращающейся черной дыры она сдвигается к $1.5r_g$. Однако вращающееся тело тяготения дает специфический электромагнитный эффект, который был отмечен Блэндфордом и Знаком (1977) и глубоко исследован Макдональдом и Торном (1981). Гравитационное поле вращающейся черной дыры описывает метрика Керра

$$ds^2 = \Lambda c^2 dt^2 - R^2(d\phi - \omega dt)^2 - (\rho^2/\Delta)dr^2 - \rho^2 d\theta^2,$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda &= 1 - r_g r \rho^{-2} + \omega^2 R^2, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \\ \Delta &= r^2 - r r_g^{-1} + a^2, \\ R^2 &= (r^2 + a^2) \sin^2 \theta + a^2 r r_g \rho^{-2} \sin^4 \theta, \\ \omega &= a r_g c r [\rho^2 (r^2 + a^2) + a^2 r_g r \sin^2 \theta]^{-1}. \end{aligned}$$

Множитель $\omega(r, \theta)$ можно понимать как эффективную угловую скорость. Эта функция схематически представлена на рис. 16.2 для $\theta = 0$ (вблизи полюса) и $\theta = \pi/2$ (на экваторе). Именно эта неравномерность «вращения» порождает индукционный эффект.

Предположим теперь, что черная дыра находится внутри газового диска, который вращается с угловой скоростью ω_d , параллельной ω в магнитном поле, создаваемом внешним источником (скажем, токами, протекающими в близлежащих звездах) или токами, сгенерированными в результате действия динамо в самом диске (§ V). Для простоты будем полагать, что в результате появляется стационарное осесимметричное магнитное поле. Электромагнитное воздействие газа, вращающегося совместно с черной дырой, определяется разницей угловых скоростей $\omega - \omega_f$, где ω_f — угловая скорость магнитного поля. Для замороженного поля $\omega_f \simeq \omega_d$, и, следовательно, в невращающейся системе отсчета электрическое поле

$$\mathbf{E} = -c^{-1}(\omega - \omega_f) R \mathbf{e}_\phi \times \mathbf{H}, \quad (1)$$

в соответствии с $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{H}/c$.

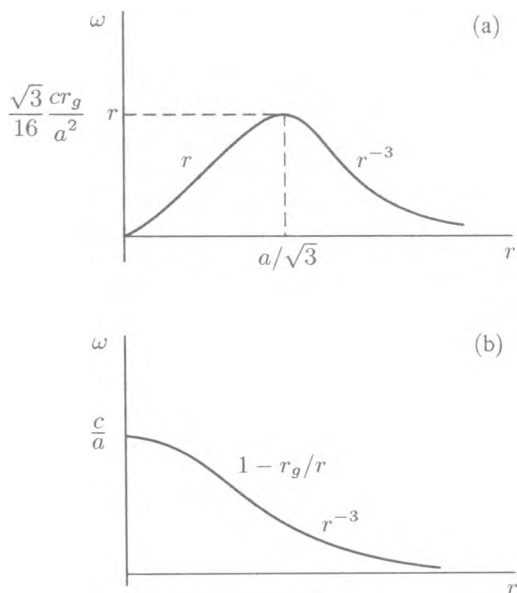


Рис. 16.2. Эффективная угловая скорость в метрике Керра

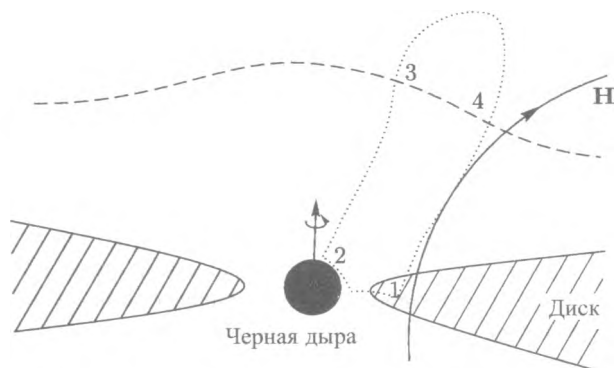


Рис. 16.3. Схема, поясняющая «униполярный» эффект, возникающий вблизи вращающейся черной дыры (по Macdonald and Thorne, 1981)

Рассмотрим замкнутый контур, представленный на рис. 16.3 пунктирной кривой. Один участок контура пересекает горизонт событий в окрестности черной дыры, а другой лежит в удаленной области, где $\omega \simeq 0$; между собой их соединяют силовые линии магнитного поля. Разница потенциалов на этих участках равна

$$V_{12} = \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = (\omega - \omega_f)\Phi/2\pi c,$$

$$V_{34} = \int_3^4 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cong \omega_f\Phi/2\pi c,$$

где Φ — магнитный поток через поверхность, очерчиваемую участком 12, вращающимся вокруг оси черной дыры. Разница потенциалов вдоль боковых частей контура равна нулю, и, следовательно, э.д.с. является суммой этих составляющих, т. е.

$$\text{э.д.с.} = V_{12} + V_{34} = \omega_0\Phi/2\pi c,$$

где ω_0 — значение величины ω на горизонте событий и которое не равно нулю только для вращающейся (керровской) черной дыры; оно не зависит от неизвестной величины ω_f .

Замечая, что граничные условия на горизонте черной дыры, по существу, такие же, как и для открытого в вакуум конца волновода, мы можем с помощью закона Кирхгофа рассчитать комплексное сопротивление (импеданс) обоих участков контура, близких к горизонту, и удаленного участка. Эти импедансы существенно зависят от ω_f (Blandford and Znajek, 1977; Macdonald and Thorne, 1981):

$$Z_{12} = \Phi/\pi c \rho H_{\perp}, \quad Z_{34} = [\omega_f/(\omega_0 - \omega_f)]Z_{12}.$$

Выходы энергии $I^2 Z$ от этих участков соответственно:

$$P_{12} = \frac{(\omega_0 - \omega_f)^2}{4\pi c} \rho^2 H_{\perp} \Phi, \quad P_{34} = \frac{\omega_f(\omega_0 - \omega_f)}{4\pi c} \rho^2 H_{\perp} \Phi.$$

В предельном случае метрики Керра $a = \frac{1}{2} r_g$ выходная мощность достигает максимума, когда $Z_{12} = Z_{34}$; она равна

$$(P_{12})_{\max} = (P_{34})_{\max} \sim H^2 c r_g^2.$$

Подставляя оценку $M = 10^8 M_\odot$, находим, что наблюдаемая светимость квазара ($\sim 10^{46}$ эрг \cdot с $^{-1}$) потребовала бы очень сильного магнитного поля, порядка 10^3 гс. Таким образом, несмотря на красоту этой картины, возможно, что обычное падение вещества на квазар является более важным физическим процессом.

IV. Аккреционные диски в двойных звездных системах

Области аккреции, развивающиеся в окрестности изолированных черных дыр и звезд, являются объектами с низкой светимостью, поскольку поток вещества в межзвездной среде довольно мал (обычно $\dot{M} \simeq 10^{-15} M_\odot \text{ лет}^{-1}$ для $M \simeq M_\odot$). В отличие от них, в тесных двойных системах скорость аккреции может достигать $10^{-5} M_\odot$ за счет обильного потока вещества от одной быстро вращающейся звезды к другой. Быстрое развитие рентгеновской астрономии в последнее десятилетие привело к открытию большого разнообразия источников рентгеновского излучения, связанных с тесными двойными системами (Giacconi and Ruffini, 1978). Эти двойные звезды включают в себя системы, в которых видимая звезда обладает массой от 1 до $50 M_\odot$, а ее менее массивный спутник невидим, но, как полагают, является белым карликом, нейтронной звездой или черной дырой, т. е. звездой на заключительном этапе своей эволюции. Аккреция вещества от видимого массивного элемента на компактный, даже со скоростью $\dot{M} = 10^{-9} M_\odot \text{ лет}^{-1}$, приводит к мощному рентгеновскому излучению, исходящему из окрестности видимой компоненты. Типичная светимость такого рентгеновского источника имеет порядок 10^{37} эрг \cdot с $^{-1}$ и его эффективная температура равна 1–10 кэВ.

Огромное количество статей и обзоров посвящено наблюдательным и теоретическим проблемам компактных рентгеновских источников [см., например, Giacconi and Ruffini (1978), Lightman et al. (1978), Pines (1980), Pringle (1981)]. Здесь мы вкратце рассмотрим значение магнитного поля для аккреции на белых карликах и нейтронных звездах и более детально роль магнитного поля для аккреционных дисков вокруг черных дыр. Последняя задача в настоящее время очень слабо изучена, но в то же время чрезвычайно важна, поскольку она поднимает вопрос о существовании и обнаружении черных дыр во Вселенной.

Белые карлики представляют собой звезды с небольшой массой ($\leq 1.4 M_\odot$), в которых гравитационные силы уравновешиваются давлением вырожденного электронного газа. Типичный радиус такой звезды составляет около $5 \cdot 10^3$ км = $5 \cdot 10^8$ см = $7 \cdot 10^{-3} R_\odot$. Как отмечено в гл. 2,

магнитные поля с напряженностями до 10^8 гс обнаружены на многих белых карликах. Большая часть энергии аккрецирующего газа высвобождается вблизи поверхности белого карлика, где формируются ударные волны, в которых температура и плотность поступающего вещества резко меняется. Роль сильного магнитного поля звезды заключается в направлении входящего газа к магнитным полюсам. Таким образом, лишь небольшая часть поверхности звезды встречается с аккрецирующим газом (Masters et al., 1977). Порождаемое излучение зависит от скорости аккреции M , напряженности поля и части площади поверхности, вовлеченной в этот процесс.

Входящие электроны относительно холодные, так что их магнитотормозное излучение попадает в ультрафиолетовую часть спектра (< 10 эВ). Более жесткое ультрафиолетовое и рентгеновское излучение возникают из абсорбции и переизлучения магнитотормозного излучения. Жесткое рентгеновское излучение (с энергией до 100 кэВ) может рождаться в горячей области после ударной волны за счет электрон-ионного тормозного излучения, однако их интенсивность меньше, чем у ультрафиолета.

Еще более сильные магнитные поля (до 10^{13} гс) можно обнаружить на нейтронных звездах (НЗ), в которых для большей части объема гравитационные силы уравниваются давлением вырожденных нейтронов. Масса НЗ не может превышать $3M_{\odot}$, ее типичный радиус составляет около 10 км, т.е. $1.4 \cdot 10^{-5} R_{\odot}$. Изолированная вращающаяся НЗ проявляет себя как пульсар (см. гл. 17). Источником его светимости является энергия вращения звезды. Если вращающаяся НЗ располагается в тесной двойной системе, где она может черпать газ от своего спутника, то она может стать рентгеновским источником (рентгеновским пульсаром). Газ, исходящий от видимой составляющей к НЗ, обладает моментом количества движения и, следовательно, не может падать прямо на поверхность звезды: вместо этого он движется вокруг нее по винтовой линии, формируя, таким образом, диск. Вдали от НЗ газ движется почти по кеплеровским орбитам. Однако в окрестности НЗ сильное магнитное поле звезды, форма которого обычно предполагается приблизительно дипольной, вынуждает материю вращаться с угловой скоростью НЗ. Границей между этими предельными областями является так называемая альфвеновская поверхность. Здесь плотность кинетической энергии падающего газа достигает плотности энергии магнитного поля ($4\pi\rho v^2 \simeq H^2$). Обычно альфвеновская поверхность достаточно удалена от поверхности звезды, $r_A \sim 100R$, R — радиус НЗ. Вблизи альфвеновской поверхности течение аккреции преобразуется и газ направляется магнитным полем к магнитным полюсам НЗ (рис. 16.4). Как следствие, вблизи полюсов образуются горячие пятна с небольшой площадью, $(R/r_A)\pi R^2 \simeq 10^{-2}\pi R^2$, и почти вся гравитационная энергия входящего

вещества высвобождается в этих пятнах. Именно в их окрестности возникает сильно анизотропное излучение, с температурой, превосходящей 6 кэВ, которое представляет собой внешнее проявление рентгеновских пульсаров (Гнедин и Сюняев, 1973; Lamb et al., 1973; Баско и Сюняев, 1974).

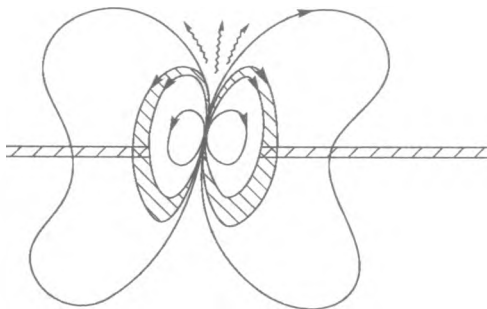


Рис. 16.4. Схематическое изображение аккреции на вращающейся НЗ, обладающей сильным магнитным полем. Газ образует диск вдали от звезды и течет по направлению к полюсам, где возникает наблюдаемое рентгеновское излучение (помечено волнообразными стрелочками)

Компактный источник рентгеновского излучения Cyg X-1 (рентгеновская светимость $4 \cdot 10^{37}$ эрг \cdot с $^{-1}$) обычно рассматривается как наиболее подходящий кандидат в черные дыры со звездной массой $M \simeq 10M_{\odot}$ в двойной системе [см., например, обзор Лайтмана и др. (1978)]. Этот объект испускает излучение в широком диапазоне, от менее чем (приблизительно) 1 эВ и до более чем 100 кэВ, и демонстрирует необычайно сильные ($\sim 25\%$), частые (от 0.1 с до 1 мс) и хаотические флуктуации. Спектр подчиняется степенной зависимости со спектральным индексом около -1.5 , который наводит на мысль о нетепловом происхождении излучения.

Согласно наблюдениям, видимой составляющей спектроскопической двойной Cygnus X-1 является звезда HDE 226 868 (Henry Draper Catalogue), сверхгигант класса O 9.7 с периодом обращения $P = 5.60^d$. Масса этой звезды составляет около $25M_{\odot}$. Анализ некоторых характеристик этой двойной системы и изучение влияния невидимой составляющей на форму (отклонение от сферичности), а значит и светимость видимой звезды, позволили установить нижнюю границу около $6M_{\odot}$ на массу компактного спутника (Лютый и др., 1973; Avni and Bahcall, 1975). Этот нижний предел, который превосходит предел устойчивости и белого карлика, и НЗ, вместе с компактностью рентгеновского источника (что явствует из быстрой перемен-

ности его излучения) является основанием для того, чтобы можно было рассматривать его как кандидата на звание черной дыры в двойной системе (Lightman et al., 1978).

В последующих параграфах (§§ V и VI) мы попытаемся прояснить роль магнитных полей в дисковой аккреции на черную дыру. При этом мы используем численные значения, принятые для Cyg X-1.

V. Природа переноса углового момента в аккреционном диске

Как уже отмечалось в случае невращающейся черной дыры, круговые орбиты пробных частиц с ненулевым моментом количества движения устойчивы для радиусов, больших $3r_g$. Для меньших радиусов частицы радиально падают на черную дыру. Энергия связи частицы с массой m на ближайшей к центру устойчивой орбите составляет $0.94mc^2$. Таким образом, для достижения такого радиуса частице необходимо высвободить $0.06mc^2$ своей энергии и избавиться от соответствующего момента количества движения. Если черная дыра вращается, то числа меняются (для очень быстрого вращения последняя круговая орбита имеет радиус $1.5r_g$, а энергия, которая должна быть высвобождена, $0.42mc^2$), но качественно ситуация остается такой же. Таким образом, для падения материи в черную дыру и высвобождения энергии необходимо, чтобы ее момент количества движения переносился наружу. Потери момента количества движения за счет молекулярной и лучистой вязкостей малы. Действительно, само излучение рассматривается как следствие аккреции, мала и молекулярная магнитная вязкость; число Рейнольдса и магнитное число Рейнольдса велики. Например, согласно Шакуре и Саюняеву (1973), во внутренней части диска, где излучение доминирует,

$$Re = hv/\nu_r \simeq 2 \cdot 10^2 (M/3 \cdot 10^{-8} M_\odot \text{ лет}^{-1})^{-2} (M/M_\odot)^{3/2} (r/3r_g)^3 \xi^{-1},$$

$$R_m = hv/\nu_m \simeq 10^{14} (M/3 \cdot 10^{-8} M_\odot \text{ лет}^{-1})^{11/8} (M/M_\odot)^{19/8} (3r_g/r)^{33/16} \xi^{-1/4},$$

где ξ — среднеквадратичная скорость турбулентности, деленная на скорость звука. Стоит отметить, что R_m является возрастающей, а Re — убывающей функцией r . Во внутренней части диска магнитное число Рейнольдса превосходит гидродинамическое число Рейнольдса. Таким образом, перенос момента количества движения (т. е. аккреция) в диске возможен лишь за счет турбулентности и/или магнитных полей (Шакура и Сюняев, 1973). В наличии магнитного поля в материи, вытекающей от видимой составляющей, трудно усомниться (любая звезда обладает магнитным полем), но

присутствие турбулентности более сомнительно. Известно, что дифференциально вращающаяся среда (в нашем случае кеплеровское вращение) при увеличении плотности момента импульса наружу устойчива относительно малых возмущений. Однако известные эксперименты Тэйлора с двумя цилиндрическими вращающимися цилиндрами и теоретическое исследование Зельдовича (1981) показали, что при больших числах Рейнольдса для любого распределения момента количества движения за счет нелинейных эффектов турбулентность все же возникает.

Перенос момента количества движения в диске связан преимущественно с $r\phi$ -компонентой тензора напряжения,

$$\sigma_{r\phi} = \rho(v_{Tt} r d\omega/dr - H_r H_\phi / 4\pi\rho),$$

где ρ — плотность аккрецирующего газа, v_{Tt} — турбулентная вязкость, H_r и H_ϕ — компоненты магнитного поля в диске и

$$\omega = (GM/r^3)^{1/2} = cr^{-1}(r_g/2r)^{1/2}$$

— кеплеровская угловая скорость.

В ранних работах по аккреционным дискам обычно предполагалось, что $\sigma_{r\phi} = \xi^2 \rho v_s^2 \sim \rho v_s^3$ (v_s — скорость звука, а $\xi = \text{const} < 1$), или принималась некоторая модель для турбулентной и/или магнитной вязкости. Этот подход оказался разумным в случае оптически толстого диска с достаточно низкой светимостью (ниже эддингтоновского предела $10^{38} M/M_\odot \text{ эрг} \cdot \text{с}^{-1}$), когда спектр излучения зависит, но слабо, от ξ или вязкости. Однако внутренняя часть аккреционного диска может быть оптически тонкой — в действительности именно так дело обстоит в случае Cygnus X-1, и в наблюдаемом рентгеновском излучении проявляются нестационарные явления и быстрая изменчивость. Точные свойства момента количества движения имеют большое значение для устойчивости диска.

Эрдли и Лайтман (1975) попытались рассчитать напряжения в нетурбулентном диске. Они показали, что магнитные поля, проникающие в аккрецирующий газ, усиливаются дифференциальным вращением и диссипируют за счет пересоединения силовых линий поля. В стационарном состоянии установилась бы хаотическая конфигурация магнитного поля, состоящая из магнитных петель, которые пересоединяются между собой примерно каждый кеплеровский период. Структура и характеристики диска и соответствующая магнитная вязкость оказались сходными с величинами, фигурирующими в ранних моделях, основанных на менее детальном описании вязкости. Здесь стоит упомянуть два момента. Во-первых, авторы использовали произвольное предположение, что магнитное поле в диске носит

двумерный характер. Для повышения точности Эрдли и Лайтман сначала интегрировали магнитное поле по «вертикальной» оси z (перпендикулярной плоскости диска), а затем анализировали получающуюся двумерную картину. Более реалистично было бы сперва провести статистическое усреднение по петлям магнитного поля, а затем проинтегрировать по оси z эти усредненные величины, являющиеся квадратичными функциями напряженности поля. Во-вторых, как уже было отмечено выше, имеются убедительные аргументы в пользу турбулентных моделей для аккреционных дисков типа Cygnus X-1. Но, очевидно, наиболее важным аргументом является то, что в реальных астрофизических условиях вряд ли следует ожидать устойчивого равновесия между усилением поля за счет дифференциального вращения и диссипацией, происходящей из-за пересоединений силовых линий. Процесс пересоединения рассматривается обычно в присутствии сильного магнитного поля ($H^2 > 4\pi\rho v^2$), что дает типичное время $\tau_R \sim l/v_A$ для пересоединения петли размера l [здесь $v_A = H(4\pi\rho)^{-1/2}$]. Однако начальное поле, которое приносит газ, приходящий от нормального спутника, относительно слабое. Как показано в следующем параграфе, дифференциальное вращение диска само по себе не может приводить к необходимой степени усиления магнитного поля. Кроме того, поле относительно быстро покидает диск.

И наконец, интересен вопрос о внешней границе аккреционного диска. Момент количества движения сосредотачивается здесь благодаря его непрерывному переносу наружу. Очевидно, что в двойной звездной системе избыточный момент количества движения должен неким образом трансформироваться в момент количества движения системы. Возможно, это может происходить за счет приливного действия видимой составляющей на внешние участки диска (Papaloizou and Pringle, 1977). Если массивная черная дыра не имеет спутника, то во внешних частях диска может сформироваться газовая нашлапка, касп. Такой касп неустойчив относительно сгущивания вещества и процесса звездообразования (Колыхалов и Сюняев, 1980).

VI. Динамо в аккреционных дисках

Неравномерное кеплеровское вращение аккреционного диска является мощным средством для усиления магнитного поля. Однако сейчас мы покажем, что одного неравномерного вращения недостаточно для поддержания поля, необходимого для переноса момента количества движения. Таким образом, действие динамо является важной составляющей в теории аккреционных дисков.

Основной вклад в затравочное поле принадлежит нормальной звезде и может исходить из удаленных частей ее внешнего дипольного поля, так же как и от более интенсивных полей, вмороженных в истекающий газ. Очевидно, что затравочное поле не может превосходить, скажем, 100 гс. Тогда возникает интересный вопрос об усилении поля, связанного с газом, протекающим через точку Лагранжа: силовые линии поля вытягиваются в продольном направлении и прижимаются друг к другу в поперечном направлении, подобно течению, рассмотренному в гл. 5. В любом случае поле, захваченное с видимой звезды, асимметрично относительно оси вращения диска. Поля, которые могут возникать в самом диске за счет плазменных процессов, намного слабее и здесь рассматриваться не будут.

Влияние заданного неравномерного вращения на асимметричное магнитное поле было подробно, с полным набором формальных выкладок, рассмотрено Моффатом (1978) и Паркером (1979). Для нашего обсуждения достаточно основных качественных идей.

Любая открытая силовая линия поля, лежащая в плоскости диска, вытягивается в двойную спираль с противоположно направленными соседними витками. С каждым оборотом типичный масштаб поля λ уменьшается как $\lambda = L/\omega t$, где L — начальный масштаб. Постепенно убывающий масштаб означает постепенное увеличение омической диссипации. Характерное время диссипации

$$\tau_d \simeq \lambda^2/\nu_m = L^2/\nu_m(\omega t)^2.$$

С другой стороны, неравномерное вращение приводит к линейному росту азимутального поля со временем: $H_\phi \simeq H_0\omega_0 t$. Момент времени, в который азимутальное поле достигает максимального значения,

$$(H_\phi)_{\max} \simeq R_m^{1/3} H_0,$$

когда скорости рассеяния и усиления становятся сравнимыми, дается выражением

$$\tau_* \simeq R_m^{1/3} \omega^{-1},$$

где $R_m = L^2\omega/\nu_m$ — магнитное число Рейнольдса при начальном масштабе. Впоследствии поле уменьшается с уменьшением масштаба. В результате поле в диске пренебрежимо мало при $t \gg t^*$.

Применяя эти рассуждения к реальной астрофизической ситуации, скажем к Cygnus X-1, где $R_m \sim 10^{10} - 10^{12}$, мы приходим к выводу, что t^* много меньше типичного времени радиального смещения L/v_r . Кроме того, максимальная напряженность поля, достижимая таким способом, достаточно мала ($H_{\max} \lesssim 10^4 H_0$), ср. Eardley and Lightman (1975).

Турбулентный аккреционный диск является идеальным местом для действия гидромагнитного динамо. Средняя спиральность возникает в диске за счет вращения и «вертикального» градиента плотности. Совместное действие неравномерного вращения и спиральности делает возможной генерацию магнитного поля точно таким же образом, как и в газовом диске Галактики (см. гл. 12 и 13).

Аккреционные диски вращаются намного быстрее галактического диска (угловая скорость в Сугнус X-I порядка 10^4 с^{-1}). Безразмерное число Россби $R_0 = v/\omega l$ не превышает единицы; другими словами, вращение сильно влияет на турбулентность. Преобладание кеплеровского течения предполагает, что, возможно, турбулентность имеет вид ансамбля случайных инерционных волн. Характерное время нелинейного взаимодействия волн можно оценить как характерное время жизни вихря простой турбулентности, т. е. $\tau_\omega \sim \omega^{-1} M^{-2}$, где $M = v/v_s < 1$ — число Маха. Теперь мы готовы оценить параметры, существенные для процесса динамо (Pudritz, 1981):

$$\nu_T \sim h^2/\tau_\omega \sim M^2 h^2 \omega, \quad \alpha \sim h/\tau_\omega \sim M^2 h \omega,$$

где h — полутолщина диска. Интересно, что динамо-число

$$D = h^3 \alpha \omega / \nu_T^2 \sim M^{-2}$$

определяется исключительно числом Маха и не зависит от расстояния по радиусу.

Мы не будем задерживаться на крупномасштабном распределении поля, а немедленно обратим внимание на более важный вопрос мелкомасштабных полей $b \gg \langle H \rangle \equiv B$, которые играют основную роль в переносе момента количества движения.

Рост крупномасштабного поля прекратится, когда максвелловское напряжение уравновесит силу Кориолиса:

$$B_\phi B_r \sim 4\pi \rho v \omega h.$$

Результат § 8.IV предполагает, что тогда напряжения, вызываемые мелкомасштабными полями, порядка

$$\langle b_r b_\phi \rangle \sim R_m^\delta B_\phi B_r,$$

где индекс δ определяется спектральным индексом, q , распределения энергии турбулентности:

$$\delta = (5 - 3q)/(3 - q).$$

Если турбулентность, в сущности, представляет собой ансамбль взаимодействующих альфвеновских волн, то $q = \frac{3}{2}$ и $\delta = \frac{1}{3}$. В настоящее время неясно, насколько отличается спектральный индекс в турбулентности с преобладанием вращения, но можно ожидать, что $\delta < 1$ (поскольку $\delta = 1$ в вырожденной двумерной турбулентности). Однако очевидно, что напряжения, связанные с мелкомасштабным полем, во много раз превосходят напряжения, связанные с крупномасштабным полем. Для $\delta = \frac{1}{3}$ и $R_m \sim 10^{12}$ их отношение составляет порядка 10^4 . С другой стороны, понятно, что максвелловские напряжения имеют тот же порядок величины, что и гидродинамические напряжения Рейнольдса $\rho \langle v_i v_j \rangle$. Таким образом, оба вклада в перенос момента количества движения в аккреционных дисках следует учитывать одновременно.

Только что полученные оценки могут служить лишь намеком на будущие подробные исследования переноса момента количества движения в диске.

Другая важная задача заключается в расчете временного спектра колебаний излучения. Ожидается, что для турбулентности с преобладанием вращения низкочастотная граница спектра имеет тот же порядок, что и угловая скорость ω . Сюняев (1972) при помощи угловой скорости получил оценки для характерных периодов колебаний рентгеновского излучения и сравнил их с данными наблюдений. Переменность также является следствием тепловой неустойчивости (Шакура и Сюняев, 1975).

Исходя из аналогии со звездной короной, Галеев и др. (1979) предположили, что аккреционный диск может быть окружен горячей короной, которая создается петлями мелкомасштабного магнитного поля, «исходящего» от диска (см. также § 11.11). Тормозное излучение, которое возникает из переходной зоны между магнитной петлей и диском (т.е. у основания петель), могло бы объяснить наблюдаемое жесткое рентгеновское излучение, исходящее от Cygnus X-1. Поэтому всплывание петель магнитного поля, созданного в диске, заслуживает особого внимания.

ГЛАВА 17

Сильные магнитные поля

В некотором смысле тема этой главы является наиболее притягательной из всей книги. В ней затрагиваются самые сильные магнитные поля, которые встречаются в природе. Однако эти поля связаны с необычными объектами, которые нелегко наблюдать, так что в нашем рассказе неизбежно преобладают теоретические спекуляции.

Мы начнем с рассмотрения некоторых необычных свойств, которые приобретают атомы и молекулы в сильных магнитных полях. Затем мы коротко коснемся влияния этих полей на заряженные частицы, кванты и вакуум. Эти свойства, которые до недавнего времени казались в высшей степени эзотерическими, теперь широко известны астрофизикам в связи с описанием пульсаров (§ III). Последний параграф (§ IV) намеренно провокационный; он посвящен возможности существования магнитных монополей.

I. Атомы и молекулы в сильных магнитных полях

В отсутствие магнитного поля энергия и пространственное строение атома определяются в основном электростатическим взаимодействием электронов с ядром, а также взаимодействием самих электронов между собой. В основном состоянии электронное облако имеет сферически-симметричную форму. В нерелятивистском приближении энергетические уровни водорода и водородоподобных атомов определяются известным законом Бора:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{1}{2}Ze^2a_B^{-1}n^{-2}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

где $a_B = \hbar^2/mZe^2$ — боровский радиус, m и e — масса и заряд электрона, $2\pi\hbar$ — постоянная Планка и Z — атомное число (Ze — заряд ядра). Боровский радиус атома водорода ($Z = 1$) равен $0.5 \cdot 10^{-8}$ см, а энергия его основного состояния составляет 13.6 эВ.

Поведение свободного электрона в (постоянном) магнитном поле хорошо изучено (см., например, Ландау и Лифшиц, 1958). Электрон свободно

движется вдоль поля, энергетические уровни его поперечного движения (уровни Ландау) определяются как

$$\mathcal{E}_n = 2\pi\hbar\nu_H \left(n + \frac{1}{2} + \sigma \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

где $2\pi\nu_H = eH/mc$ и $\sigma = \pm \frac{1}{2}$ — проекция спина электрона на магнитное поле. Пространственное распределение электронов по этим состояниям имеет цилиндрическую форму, радиус основного состояния составляет

$$r_0 = (\hbar/2\pi\nu_H m)^{1/2} \simeq 2.6 \cdot 10^{-4} H^{-1/2} \text{ см.}$$

Поместим теперь атом в магнитное поле. Очевидно, что при достаточно сильном магнитном поле радиус r_0 становится меньше борковского радиуса. Иными словами, энергия электрона Ze^2/a_B становится меньше $\hbar\nu_H$. Таким образом, для атома возникает понятие критического магнитного поля, т. е.

$$H_{ca} = m^2 e^3 c \hbar^{-3} Z^2 \simeq 2.3 \cdot 10^9 Z^2 \text{ гс.} \quad (1)$$

По-настоящему сильное магнитное поле ($H > H_{ca}$) меняет строение и энергию атома (Кадомцев, 1970; Cohen et al., 1970; Кадомцев и Кудрявцев, 1971b). Тогда влияние магнитного поля является доминирующим, а электростатическое кулоновское поле можно рассматривать как возмущение. Электрон, движущийся по линии, параллельной полю, проходящей через ядро, обладает бесконечной энергией связи. Ларморовский радиус орбиты электрона является одним фактором, который уменьшает кулоновское взаимодействие. Атом приобретает форму иглы толщиной r_0 и длиной $a_B/\ln(a_B/r_0)$. Энергия основного состояния атома водорода равна

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} e^2 a_B^{-1} \{ \ln(H/H_{ca}) \}^2,$$

а для сложного атома она имеет вид:

$$\mathcal{E} = -(e^2 N/32a_B)(4Z - N_e + 1)^2 \{ \ln[h/(H_{ca} Z^3)] \}^2,$$

где N_e — число электронов в атоме. Можно заметить, что поле (1) лишь немного превосходит значение, при котором классическая электродинамика становится неприменимой, а именно $H_{cp} \sim 4 \cdot 10^{13}$ гс [см. (2)].

Иглообразные атомы обладают большим электрическим квадрупольным моментом, так что они должны объединяться в молекулы. В связи с этим напомним, что, хотя взаимодействие атомов электростатическое,

они электрически нейтральны и среднее значение их электрического квадрупольного момента стремится к нулю благодаря инвариантности относительно преобразования $g \rightarrow -g$. Таким образом, основной вклад в притяжение иглообразных атомов совершает квадруполь-квадрупольное взаимодействие.

Считается (Кадомцев и Кудрявцев, 1971), что при этом возникают молекулы необычной формы. Обыкновенное электронное облако формирует заряженную иглу, ядра располагаются вдоль ее оси. В веществе, состоящем из одинаковых атомов, очевидно, должны образовываться двухатомные молекулы. Если вещество состоит из тяжелых атомов W и легких атомов \mathcal{L} , то образующиеся молекулы будут $W_2\mathcal{L}_p$ -типа, где $p \sim Z_W/Z_{\mathcal{L}}$. Такая молекула обладает большой энергией связи [$\sim Z_W^2 Z_{\mathcal{L}} \ln(H/H_{ca})$], которая может превосходить энергию ионизации (в этом состоит очевидное противоречие с обычными представлениями о молекулах). Следовательно, нагретая материя может превратиться в плазму с молекулярными ионами!

В магнитном поле, напряженность которого превышает критическое значение (1), и при достаточно низких температурах ($\leq 10^6$ К для $H \sim 10^{12}$ гс) возможна кристаллизация атомного вещества. Оно принимает форму плотно прижатых иголок, ориентированных вдоль поля и слабо связанных в поперечном направлении. Кристаллизация сильно влияет на плотность вещества. Например, плотность железа при 10^{12} гс составляет $2.7 \cdot 10^3 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ (Baym and Pethick, 1979), в то время как в отсутствие магнитного поля она равна $7.8 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Бытует мнение, что вещество в сильном магнитном поле ведет себя как квазиодномерный металл, хорошо проводящий по направлению поля и плохо в поперечном направлении. Эта концепция применяется в физике поверхностей достаточно остывших нейтронных звезд, наблюдаемых как пульсары (§ III). Поверхность такой звезды, в отличие от поверхностей всех остальных звезд, является не газобразной, а твердой!

II. Частицы, фотоны и вакуум в сильных магнитных полях

В этом параграфе мы рассмотрим влияние сверхсильного магнитного поля на заряженные частицы, скажем электроны, на кванты электромагнитного поля и на физический вакуум. Описание будет коротким и фрагментарным, но этот простой подход кажется достаточно хорошим при современном состоянии астрофизики. [Для более подробного обзора см., например, Павлов и Гнедин (1983).] Однако физика пульсаров (§ III) требует уже более совершенного толкования представленных ниже эффектов.

Естественная единица напряженности магнитного поля в квантовой механике, при котором радиус распределения электронов в магнитном поле, т. е. циклотронный радиус $(\hbar/2\pi\nu_H m)^{1/2}$, равен классическому радиусу электрона, e^2/mc^2 , составляет

$$H_{\text{ср}} = m^2 c^3 / e \hbar \simeq 4.4 \cdot 10^{13} \text{ Гс.} \quad (2)$$

В дальнейшем в этом параграфе, когда речь идет о магнитном поле, мы подразумеваем поле, сравнимое с (2), которое рассматривается как статическое.

Вообще говоря, процессы превращения, имеющие магнитное происхождение, такие как синхротронное излучение, рождение электрон-позитронных пар и расщепление фотона, зависят не только от напряженности поля, но также и от энергии частицы. Вероятности переходов в большинстве случаев определяются параметром (Erber, 1966)

$$\chi = (E/mc^2)(H/H_{\text{ср}}).$$

Вероятности являются возрастающими функциями χ в области $\chi \leq 1$, и, следовательно, заметные скорости превращения требуют больших энергий и очень сильных магнитных полей. Существенно, что χ может превышать единицу, даже когда $H < H_{\text{ср}}$.

Излучение, испускаемое электроном или какой-либо иной заряженной частицей, которая движется непараллельно магнитному полю, известно как «магнитотормозное» или «синхротронное» излучение. В радиофизике это излучение обычно рассматривается в классическом приближении (Гинзбург и Сыроватский, 1964). В магнитных полях, сравнимых с $H_{\text{ср}}$, более приемлемым является квантовый подход [см. обзор Эрбера (1966)]. Удобно идеализировать ситуацию, предположив, что процесс протекает в постоянном магнитном поле. Энергетические уровни водорода в этом поле классифицируются по энергии (\mathcal{E}) и проекции спина (σ) на направление магнитного поля:

$$\mathcal{E} = \pm mc^2 \left[1 + 2 \left(n + \sigma + \frac{1}{2} \right) H / H_{\text{ср}} \right]^{1/2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad \sigma = \pm \frac{1}{2}.$$

Движение в направлении, параллельном магнитному полю, можно исключить за счет перехода к системе «центра дрейфа». Конечно, есть некоторая неопределенность в расположении центра в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Спектральное распределение излучения, испускаемого на единицу длины, имеет пик при $3E_\chi / (2 + 3\chi)$ и в интересующей нас области $\chi \gtrsim 1$, может быть записано как

$$I(\mathcal{E}, H, \nu) \simeq \frac{1}{2} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\lambda_c} \frac{\chi^{2/3}}{\mathcal{E}} \left(\frac{2\pi\hbar\nu}{\mathcal{E}} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{4}{3} \pi \frac{\hbar\nu}{\mathcal{E}} \right)$$

(Клепиков, 1954; Erber, 1966), где $\lambda_c = \hbar/mc$ — комптоновская длина волны.

Полезно сравнить интенсивность магнитотормозного излучения с интенсивностью излучения в веществе. Спектральная интенсивность тормозного излучения на единицу длины, пройденной высокоэнергетическим электроном в веществе, которое характеризуется плотностью ρ , атомным весом A и атомным числом Z , равна

$$I_m(\nu, z) \simeq (e^2/\hbar c)^3 (N_{\lambda_c}^3/\lambda_c) g(Z),$$

где N — число Авогадро, $N_{\lambda_c}^3$ — комптоновский объем и функция $g(Z)$ описывает кулоновские поправки. Отношение I/I_m содержит большой множитель $(N_{\lambda_c}^3)^{-1} \simeq 3 \cdot 10^9$, который отражает значение синхротронных потерь по сравнению с тормозным излучением вещества в сильном магнитном поле (Erber, 1966).

Важно понимать, что постоянное магнитное поле не допускает полной группы трансляций. Формально понятно, что поле H_z соответствует векторному потенциалу, зависящему от x и/или от y . Следовательно, энергетическое состояние инвариантно относительно трансляций и движений (преобразований Лоренца) вдоль оси z . По теореме Нетер, сохраняется z -компонента импульса, но не x - или y -компоненты. Это делает возможным новые процессы, которые строго запрещены в отсутствие магнитного поля. Первый из них — это превращение реального фотона (с определенным k и $\omega = |k|c$) в электрон-позитронную пару e^-e^+ .

Чтобы оценить энергетический порог, рассмотрим фотон с энергией $2\hbar\nu$, движущийся под малым углом ψ к направлению магнитного поля. Энергия фотона минимальна и равна $2\hbar\nu\psi$ в системе отсчета, относительно которой фотон движется поперек магнитного поля. В этой системе отсчета создание пары возможно, если энергия фотона превышает $2mc^2$, следовательно, процесс кинематически возможен, когда

$$2\pi\hbar\nu\psi \geq 2mc^2. \tag{3}$$

Удобно выражать вероятность того, что фотон превратится в электрон-позитронную пару, в терминах коэффициента затухания фотона $k(\chi)$, который определяет фактическое количество частиц n_p , возникающих при пробеге фотона длиной d в магнитном поле, перпендикулярном направлению распространения света:

$$n_p = n_\gamma [1 - \exp(-k_p d)].$$

Непосредственное вычисление амплитуды процесса

$$\gamma + H \rightarrow e^+ + e^- + H$$

приводит к простому выражению для коэффициента затухания в случае, представляющем практический интерес, когда $H \leq H_{\text{ср}}$ и фотоны являются ультрарелятивистскими:

$$k(\chi) = \frac{e^2}{2\hbar c \lambda_c} \frac{H_{\perp}}{H_{\text{ср}}} T(\chi), \quad H_{\perp} = H \sin \psi \quad (4)$$

(Клепиков, 1954; Egber, 1966), где $T(\chi)$ — функция, имеющая максимум при $\chi_{\text{max}} \simeq 12$:

$$T(\xi) = \begin{cases} 0.46 \exp(-8/3\xi), & \chi \ll 1 \\ 0.73 \chi^{-1/3}, & \chi \gg 1. \end{cases} \quad (5)$$

Если рассматривается фиксированное H , то легко проверить, что $k(\chi)$ имеет максимум при энергии фотона

$$2\pi\hbar\nu_{\text{max}} \simeq 12mc^2 H_{\text{ср}}/H_{\perp}.$$

С другой стороны, при фиксированном ν коэффициент затухания является возрастающей функцией напряженности магнитного поля. Это значит, что сильные магнитные поля обеспечивают эффективное преобразование фотонов с высокими энергиями в электрон-позитронные пары. Свободный пробег фотона для такого процесса сильно зависит от $\mathcal{E}_{\gamma} H_{\perp}$. Интересно, что в случае $\hbar\nu \gg mc^2$ и $H = 10^6 - 10^{12}$ Гс, подходящем для магнитосфер пульсаров, коэффициент затухания определяется выражением (Озерной и Усов, 1977; см. также § III):

$$k^{-1} \simeq 10^6 H^{-1} \exp(10^{19.7}/2\pi\hbar\nu H_{\perp}) \text{ см}. \quad (6)$$

В сильном магнитном поле возникает процесс расщепления фотона, который не имеет порога. Этот процесс можно рассматривать как $\gamma \rightarrow (e^+ e^-) \rightarrow 2\gamma$, т. е. фотон превращается через виртуальную промежуточную пару в два фотона. Магнитное поле ответственно за связь пар в промежуточных состояниях. Рассмотрим фотон, распространяющийся в постоянном магнитном поле в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля. Тогда (Adler, 1971) коэффициент затухания для расщепления этого фотона имеет вид:

$$k_{\gamma} \simeq 0.1(2\pi\hbar\nu/mc^2)^5 (H_{\perp}/H_{\text{ср}})^6 \text{ см}^{-1}.$$

Сравнивая (4), видим, что этот процесс более эффективен при низких энергиях, чем пороговый процесс. Однако это несущественно применительно к пульсарам, поскольку результат пропорционален $(H_{\perp}/H_{\text{ср}})^6 \ll 1$.

О некоторых других интересных процессах, которые могут возникать в сильном магнитном поле, например, о магнитном излучении Вавилова–Черенкова или о тройных каскадах $e + H \rightarrow e + \gamma + H \rightarrow (e^+e^-) + H$, см. обзор Эрбера (1966).

Квантовая электродинамика утверждает, что в сильном внешнем статическом электрическом поле возможно создание действительных электрон-позитронных пар. Используя в целях иллюстрации полуклассический жаргон, мы можем описать этот процесс следующим образом [«Магия без магии», Зельдович (1972)]. Пара рождается в отдельных точках r_1 и r_2 . Разница между электростатическими потенциальными энергиями в этих точках должна превосходить энергию покоя пары, т. е.

$$eE \cdot (r_1 - r_2) \geq 2mc^2.$$

Избыточная энергия возникает как кинетическая энергия создаваемых частиц. Для того чтобы оказаться в разных местах, электрон и позитрон должны преодолеть потенциальные барьеры друг друга. Следовательно, вероятность возникновения пары порядка

$$w \sim \exp(-\beta\Delta r/\lambda_c),$$

где $\Delta r = 2mc^2/eE$ — ширина барьера, а β — численный множитель порядка единицы. Поэтому для того чтобы эта вероятность была высока, напряженность электрического поля должна превосходить $m^2c^3/e\hbar$, т. е. критическое поле (2).

В отсутствие магнитных монополей (см., однако, § IV) магнитное поле неэквивалентно электрическому. Квантовая электродинамика гарантирует устойчивость вакуума относительно образования электрон-позитронных пар в статическом магнитном поле.

III. Пульсары

Конечными продуктами эволюции звезд является трио компактных объектов: белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры. Чрезвычайная компактность этих звезд и сопутствующие релятивистские эффекты дают повод ожидать, что их магнитные свойства будут необычными.

Прежде всего оценим напряженность магнитного поля, которая может быть достигнута за счет простого сжатия обычной звезды, скажем, радиуса $R_0 = 10^6$ км до компактного состояния, которое характерно для белых

карликов и нейтронных звезд. Мы будем предполагать, что начальное магнитное поле равно H_0 и что сжатие происходит с сохранением магнитного потока, т. е.

$$H = H_0(R_0/R)^2. \quad (7)$$

Плотность магнитной энергии меняется как R^{-4} , так что соотношение магнитной и гравитационной энергий остается неизменным.

Минимальный радиус белого карлика составляет $R \sim 10^3$ км [см., например, Зельдович и Новиков (1975)], следовательно, магнитное поле может быть усилено в 10^6 раз. Для $H_0 = 10^2$ гс получаем $H \simeq 10^8$ гс, так что, очевидно, это максимальная напряженность поля для белого карлика. В случае нейтронной звезды ($R \sim 10$ км) коэффициент усиления составляет более чем 10^{10} , так что то же самое начальное поле увеличивается до 10^{12} гс. Именно такие сильные поля ассоциируются сегодня с пульсарами, космическими объектами, которые испускают короткие повторяющиеся импульсы излучения (Hewish et al., 1968; Ruderman, 1974; Гинзбург и Железняков, 1975).

Пульсар отождествляют с вращающейся нейтронной звездой (Gold, 1968) и в большинстве случаев принято считать, что его вращение является резервуаром, из которого черпают энергию все связанные с ним активные явления. Магнитное поле играет роль приводного ремня между вращением и ускоряемыми частицами, испускающими наблюдаемое излучение.

Основываясь на этой концепции, легко оценить напряженность магнитного поля пульсара. Наблюдения частоты поступающих импульсов позволяют определить угловую скорость ω пульсара и скорость ее замедления $\dot{\omega}/\omega$. Наблюдаемое излучение, очевидно, создается в плазме на пульсаре или вблизи него. Благодаря магнитным натяжениям плазма вращается примерно с той же угловой скоростью, что и пульсар, на расстояниях от оси вращения вплоть до c/ω — радиуса так называемого «светового цилиндра», c — скорость света. Скорость, с которой звезда теряет момент количества движения, определяется магнитными натяжениями на световом цилиндре:

$$I\dot{\omega} \sim H_{lc}^2(c/\omega)^3,$$

где I — момент инерции нейронной звезды ($\text{г} \cdot \text{см}^2$), а H_{lc} — напряженность магнитного поля на световом цилиндре. Экстраполируя это поле на поверхность пульсара, предполагая (скажем) дипольный закон, мы получаем искомую оценку:

$$H \sim [(Ic^3/R^6\omega^2)(\dot{\omega}/\omega)]^{1/2}.$$

Это, очевидно, нижний предел напряженности магнитного поля на поверхности пульсара, поскольку поле может убывать быстрее, чем для диполя.

Момент инерции нейтронной звезды составляет $10^{44} - 10^{45} \text{ г} \cdot \text{см}^2$, а наблюдаемые периоды, $2\pi/\omega$, находятся между 0.03 и 4.3 с. Для пульсара в Крабовидной туманности скорость замедления равна $\dot{\omega}/\omega \sim \sim 10^{-3}(\text{год})^{-1} \sim 3 \cdot 10^{-11} \text{ с}^{-1}$. Это дает грубую оценку напряженности магнитного поля на поверхности пульсара — $H \sim 10^{12} \text{ гс}$. Согласованность этой оценки с полученной ранее оценкой поля при сжатии звезды является главным аргументом в пользу эволюционного происхождения магнитного поля пульсара. Вертикальный масштаб kTR^2/GmM атмосферы немагнитной нейтронной звезды с $M \sim M_{\odot}$ и $T \lesssim 10 \text{ К}$ пренебрежимо мал ($\lesssim 1 \text{ см}$), так что в действительности такая звезда не могла бы иметь атмосферы. Магнитное поле и вращение решительно меняют положение (Goldreich and Julian, 1969). Точное решение задачи для поля вне проводящей вращающейся сферы в вакууме, которая обладает полем дипольного типа, показывает, что вне звезды индуцируется квадрупольное поле. Электрическое поле в направлении магнитного поля составляет порядка

$$E_{\parallel} \simeq (\omega R/c)H.$$

Для пульсара в Крабовидной туманности ($\omega \sim 200 \text{ с}^{-1}$, $R \sim 10 \text{ км}$, $H \sim 10^{12} \text{ гс}$) E_{\parallel} составляет порядка 10^{10} в/см на поверхности пульсара. Соответствующая электрическая сила значительно превосходит гравитационную силу, действующую на заряженную частицу (электрон или протон) на поверхности. Если бы поверхность звезды была газообразной, можно было бы легко оценить плотность электрического заряда в получающейся магнитосфере. Действительно, в системе отсчета, связанной со звездой, электрическое поле, создаваемое выходящей материей, слабо по сравнению с вакуумным полем, E_{\parallel} . Таким образом, для наблюдателя, вращающегося с угловой скоростью ω относительно звезды, присутствует электрическое поле $-H\omega r/c$ и соответствующая плотность заряда равна

$$n_e = (4\pi e)^{-1} \nabla \cdot \mathbf{E} = \omega H / 2\pi c e \simeq 10^{10} (H / 10^{12} \text{ гс}) (\omega / 1 \text{ с}^{-1}) \text{ см}^{-3}.$$

Однако поверхность пульсара, в отличие от поверхностей других звезд, не является газообразной (Ruderman, 1974). Как было отмечено в § I, когда магнитное поле превышает $10^9 Z \text{ гс}$ (Z — атомное число), электронные оболочки атомов меняют форму. Получающиеся в результате иглообразные атомы обладают большим электрическим квадрупольным моментом и, следовательно, эффективно притягивают друг друга. Если температура поверхности мала по сравнению с энергией связи атомов, то поверхность напоминает квазиодномерный металл, хорошо проводящий в направлении поля и ведущий себя как изолятор в поперечных направлениях. Согласно

результатам наблюдений мягких рентгеновских лучей и ультрафиолетового излучения, поверхности известных пульсаров являются твердыми (Усов, 1981).

Под действием компоненты E_{\parallel} электрического поля, параллельной магнитному полю, возможна холодная эмиссия электронов с твердых поверхностей (Ruderman, 1974). Однако это поле слишком слабое ($H \sim 10^{12}$ гс) для того, чтобы извлекать ионы (Гинзбург и Усов, 1972).

Первичные электроны, выбиваемые с поверхности, ускоряются E_{\parallel} до ультрарелятивистских энергий ($\sim 10^8 mc^2$). Это ускорение ограничивается так называемым «излучением кривизны» — излучением частиц, вынужденных двигаться вдоль искривленных силовых линий магнитного поля. Для оценки энергии, теряемой на это излучение, можно воспользоваться обычной формулой из теории синхротронного излучения, заменив в ней радиус орбиты частицы, \mathcal{E}/eH_{\perp} , на радиус кривизны R_c силовой линии магнитного поля, который определяется только геометрией магнитного поля. В результате в классическом пределе $2\pi\hbar\nu \ll \mathcal{E}$ имеем

$$d\mathcal{E}/dt = -(2e^2c/3R_c^2)\Gamma^4,$$

$$I(\nu, \Gamma) = (3^{1/2}e^2/2\pi R_c)\Gamma\nu_c^{-1}\nu \int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(x)dx \sim \nu^{1/3}e^{-\nu/\nu_c},$$

$$\nu_c = (3c/4\pi R_c)\Gamma^3,$$

где $I(\nu, \Gamma)$ и ν_c — спектральная интенсивность и характеристическая частота излучения кривизны, а $\Gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор частиц; фактически для частиц с большими энергиями он может достигать значений между 10^6 и 10^7 . Ультрарелятивистские частицы в магнитосферах пульсаров с $R_c \sim 10^7 - 10^8$ см и такими значениями Γ испускают γ -кванты с энергиями вплоть до 10^{13} эВ. Электроны вблизи поверхности пульсара довольно точно двигаются вдоль силовых линий магнитного поля (так называемый питч-угол близок к нулю). Это происходит потому, что они находятся на низшем уровне Ландау за счет короткого времени потерь на синхротронное излучение ($\sim 10^{-14}$ с). Энергетический барьер ($2\pi\hbar\nu_c \sim 10$ кэВ при $H = 10^{12}$ гс) сильно затрудняет переход на следующий уровень Ландау (см. § I).

γ -кванты также излучаются вдоль силовых линий магнитного поля. Угол между направлением их распространения и магнитным полем постепенно увеличивается, так что всегда выполняется следующее неравенство:

$$2\pi\hbar\nu\psi \geq 2mc^2.$$

Тогда может происходить поглощение кванта с последующим возникновением электрон-позитронной пары:



Для того чтобы γ -квант поглотился магнитосферой пульсара, его свободный пробег для этого процесса должен быть меньше, чем радиус светового цилиндра, c/ω . Используя формулы (4)–(6) § II, получаем (Tademaqu, 1973; Озерной и Усов, 1977):

$$H_{\perp} \mathcal{E}_{\gamma} \gtrsim 10^{18} \text{ гс} \cdot \text{эВ}.$$

Отсюда следует, что γ -кванты излучения кривизны, которое рождается в окрестности поверхности пульсара и имеет энергию свыше 1 ГэВ, поглощаются с образованием электрон-позитронных пар (Sturrock, 1971). Следует подчеркнуть, что образование этих пар возможно лишь в присутствии сильного магнитного поля.

Строение магнитосферы пульсара качественно изображено на рис. 17.1, области истечения плазмы заштрихованы. Наибольшая концентрация образования пар возникает на расстоянии до ΔR (измеряемого вдоль силовых линий поля) на поверхности, а за его пределами электрическое поле E_{\parallel} полностью экранируется. Часть плазмы, где $E_{\parallel} \neq 0$ совсем мала, ее поперечный размер составляет всего лишь порядка $(\omega R/c)^{1/2} R$ (Tademaqu, 1973). Оценки ΔR зависят от выбора модели, но $\Delta R \leq R$ (в модели Старрока $\Delta R = R$). Частица, находящаяся внутри этой области, ускоряется электрическим полем и излучает энергию. Вне этого региона излучение кривизны замедляет частицу. Спектр энергий ускоряющегося пучка первичных частиц в области, где $E_{\parallel} \neq 0$, почти моноэнергетический. Спектр создаваемых ими в магнитосфере потоков плазмы определяется спектром излучения кривизны (Tademaqu, 1981; Усов, 1981).

Таким образом, плазма в магнитосфере пульсаров состоит в основном из электронов и позитронов. Большая их часть образует низкоэнергетическую составляющую (лоренц-фактор $\Gamma \approx 10^2 - 10^3$), удаляющуюся от поверхности пульсара. Эта плазма пронизывается высокоэнергетическим пучком (или несколькими пучками) частиц с $\Gamma \sim 10^6 - 10^8$. Например, для пульсара в Крабе NP 0531-21 предполагаемые плотности для вторичной низкоэнергетической плазмы и высокоэнергетического пучка вблизи поверхности могут достигать значений 10^{20} см^{-3} и 10^{17} см^{-3} соответственно (Усов, 1981). Возникшие частицы быстро теряют свой момент количества движения, перпендикулярный магнитному полю, за счет синхротронного излучения, так что их распределение близко к одномерному.

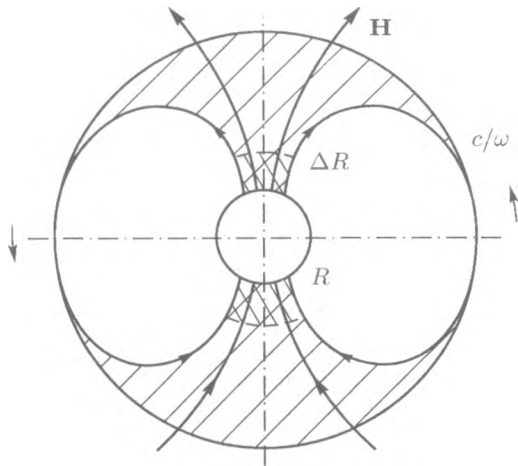


Рис. 17.1. Схематическое изображение магнитосферы пульсара. Ось вращения перпендикулярна плоскости рисунка. Ближняя зона $r < c/\omega$ (заштрихованная) заполнена плазмой, вытекающей из пульсара. Область $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} \neq 0$ с размерами $\Delta R(\omega R/c)^{1/2}R$ заштрихована перекрестными штрихами. В остальных областях $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$

Подробно изучив различные неустойчивости, которым подвержена одномерная электрон-позитронная плазма, пронизываемая пучками ультрарелятивистских частиц, Ломинадзе, Михайловский, Усов и их коллеги пришли к пониманию механизмов высокоэнергетического (от оптических до γ -частот) излучения пульсаров (Ломинадзе и др., 1980; Усов, 1981). Например, как ранее предсказал Шкловский (1970), высокоэнергетическое излучение от пульсара в Крабе в основном является синхротронным, создаваемым релятивистскими частицами вблизи светового цилиндра. Необходимыйpitch-угол возникает здесь из-за плазменных неустойчивостей в этой области. Заметные вклады в некоторые спектральные диапазоны могут давать другие механизмы излучения, например, комптоновское рассеяние ленгмюровских волн. Излучение кривизны, которое играет значительную роль в создании электрон-позитронной плазмы, очевидно, дает в основном γ -излучение, которое в случае пульсара Vela PSR 0833-45 генерируется вблизи магнитных полюсов (Озерной и Усов, 1977).

Плазменные неустойчивости вблизи светового цилиндра возбуждают электромагнитные колебания примерно на циклотронной (радио)частоте. Это может объяснять радиоизлучение пульсаров (Усов, 1981).

IV. Монополи

В последнем параграфе нашей книги мы остановимся на проблеме магнитных зарядов, так называемых «монополей». До сих пор предполагалось отсутствие монополей.

В отличие от электрических зарядов, в классической теории Максвелла, которая трактует электрические и магнитные поля несимметрично, нет магнитных зарядов:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho_e, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0.$$

Здесь ρ_e — плотность электрического заряда. В отсутствие магнитных полей электрическое поле в плазме быстро нейтрализуется за счет перераспределения заряда; он обращается в ноль за характеристическое время σ^{-1} , где σ — проводимость плазмы. Таким образом, в астрофизике плазма электрически нейтральна. По отношению к магнитным полям нет таких серьезных ограничений. В отсутствие монополей они поддерживаются электрическими токами и затухают за характерное время $4\pi\sigma L^2/c^2$, которое в астрофизике очень велико за счет огромного масштаба L .

История свидетельствует, что физики несколько раз меняли свое мнение по вопросу магнитных монополей. Вера в их существование колебалась от сдержанного оптимизма до догматического пессимизма. Для Кулона, которому мы обязаны первыми результатами в электричестве, магнитный заряд был, очевидно, так же естественен, как и электрический. В самом деле, его эксперименты показали, что взаимодействие полюсов двух магнитов обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Трудность возникла из-за отсутствия изолированных магнитных зарядов. Электродинамика, которая началась с гипотезы Ампера, объясняющей магнетизм как следствие электрического тока, была завершена теорией Максвелла, в которой не говорилось о каких-либо магнитных зарядах. Вопрос о магнитном заряде вновь возник в квантовой теории. В работе Дирака 1931 г. он все еще рассматривается как милый вздор. Дирак симметризовал уравнения Максвелла по электрическим и магнитным полям. Однако он сохранил идею векторного потенциала, несмотря на то, что такой потенциал требует выполнения ныне отвергнутого условия $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. В результате векторный потенциал стал неединственным, возникли особые кривые. Из условия фазовой инвариантности волновой функции электрического заряда (e) для замкнутого контура, окружающего такую кривую, следовало квантование заряда:

$$g_n = (\hbar c/e^2) \frac{1}{2} n e, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

Минимальный ненулевой магнитный заряд оказался равным $68.5e$, но любые попытки определить такой заряд потерпели неудачу.

Неожиданно проблема монополей приобрела решающее значение в современной квантовой теории поля, объединяющей теорию электромагнетизма с теориями сильного и слабого взаимодействия. Поляков (1974) и т'Хофт (1974) показали, что в неабелевой калибровочной теории, содержащей электромагнитное взаимодействие в составе большой компактной накрывающей группы, присутствуют монополи с массой $5-10$ ТэВ и магнитным зарядом $g = hc/e$.

В соответствии с этими теориями, монополи возникают в космологии на ранних стадиях большого взрыва (горячей) Вселенной, и расчеты дают высокую их концентрацию в это время (Зельдович и Хлопов, 1978). С другой стороны, обилие монополей противоречит существованию современных крупномасштабных магнитных полей (Parker, 1979). Таким образом, предсказания объединенной теории (если она верна) оказываются несовместимыми с астрофизическим наблюдением. Этим сбивающим с толку, но перспективным парадоксом мы завершаем эту, последнюю, главу нашей книги.

Литература

- [1] Acuna, M. H., Ness, N. F. and Connerney, J. E., «The magnetic field of Saturn: Further studies of the Pioneer-11 observations», *J. Geophys. Res.* **85**, 5675–5678 (1980).
- [2] Adler, S. L., «Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field», *Ann. Phys.* **67**, 599–647 (1971).
- [3] Aharonov, Y. and Bohm, D., «Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory», *Phys. Rev.* **115**, 485–491 (1959).
- [4] Aleksandrov, E. V., «Optical manifestations of the interference of non degenerate atomic states», *Usp. Fiz. (SSSR)* **107**, 595–622 (1972), [*Soviet Phys. Usp.* **15**, 436–451 (1973)].
- [5] Alfvén, H., *On the origin of the solar system*, Univ. Press, Oxford (1954).
- [6] Alfvén, H., «Electric currents in cosmic plasmas», *Rev. Geophys. Space Phys.* **15**, 271–287 (1977).
- [7] Allan, D. W., «On the behaviour of systems of coupled dynamos», *Proc. Camb. Phil. Soc.* **58**, 671–693 (1962).
- [8] Altschuler, M. D., Trotter, D. E. and Newkirk, G. Jr., «The large-scale solar magnetic field», *Sol. Phys.* **39**, 3–17 (1974).
- [9] Andronov, A. A., «Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues», *Comp. R. Acad. Sci. Paris*, **189**, 559–561 (1929).
- [10] Andronov, A. A. and Witt, A. A., «Zur Theorie des Mitnehmens von van der Pol», *Arch. Electrotech.* **24**, 99–110 (1930).
- [11] Angel, J. R. P., «Magnetic white dwarfs», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **16**, 487–520 (1978).
- [12] Anufriev, A. P. and Fishman, V. M., «Magnetic field structure in two-dimensional motion of a highly conducting fluid», *Geomagn. & Aeron.* **22**, 292–296 (1982).

- [13] Appenzeller, J., «Interaction between the Barnard loop nebula and the interstellar magnetic field», *Astron. & Astrophys.* **36**, 99–105 (1974).
- [14] Arnold, V. I., «Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits», *Ann. Inst. Fourier*, **16**, 319–361 (1966).
- [15] Arnold, V. I., «Notes on the three-dimensional flow pattern of a perfect fluid in the presence of a small perturbation of the initial velocity field», *Prikl. Mat. & Mekh. (SSSR)* **36**, 255–262 (1972), [*Appl. Math. & Mech.* **36**, 236–242 (1972)].
- [16] Arnold, V. I., *Mathematical methods of classical mechanics*. Springer-Verlag, New York–Heidelberg–Berlin (1980).
- [17] Arnold, V. I., Zeidovich, Ya. B., Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «Magnetic field in a stationary flow with stretching in a Riemannian space», *JETP* **81**, 2052–2058 (1981), [*Sov. Phys. JETP* **56**, 1083–1086 (1981)].
- [18] Avni, Y. and Bachall, J., «Ellipsoidal light variations and masses of X-ray binaries», *Astrophys. J.* **197**, 675–688 (1975).
- [19] Babcock, H. W., «Zeeman effect in stellar spectra», *Astrophys. J.* **105**, 105–191 (1947).
- [20] Babcock, H. W., «The topology of the Sun's magnetic field and the 22-year cycle», *Astrophys. J.* **133**, 572–587 (1961).
- [21] Backus, G. E., «A class of self-sustaining dissipative spherical dynamos», *Ann. Phys.* **4**, 372–447 (1958).
- [22] Backus, G. E. and Chandrasekhar, S., «On Cowling's Theorem on the impossibility of self-maintained axisymmetric homogeneous dynamos», *Proc. Natl. Acad. Sci.* **42**, 105–109 (1956).
- [23] Baierlein, R., «The amplification of magnetic fields during the radiation era», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **184**, 843–870 (1978).
- [24] Baker, N. and Tamesvary, S., *Tables of connective stellar envelope models*, New York (1966).
- [25] Basko, M. M. and Sunyaev, R. A., «Radiative transfer in a strong magnetic field and accreting of X-ray pulsars», *Astron. & Astrophys.* **42**, 311–321 (1974).

- [26] Batchelor, G. K., «On the spontaneous magnetic field in a conducting fluid in turbulent motion», *Proc. R. Soc. Lond.* **A201**, 405–416 (1950).
- [27] Batchelor, G. K., *The theory of homogeneous turbulence*, Univ. Press, Cambridge (1953).
- [28] Batchelor, G. K., «Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid», *J. Fluid Mech.* **5**, 113–133 (1959).
- [29] Batchelor, G. K., Howells, I. D. and Townsend, A. A., «Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. II. The case of large conductivity», *J. Fluid Mech.* **5**, 134–139 (1959).
- [30] Baym, G. and Pethick, C. J., «Physics of neutron stars», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **17**, 415–444 (1979).
- [31] Beck, R., «Magnetic field in M31», *Astron. & Astrophys.* **106**, 121–132 (1982).
- [32] Beckers, J. M. and Schröter, E. H., «The intensity, velocity and magnetic structure of a sunspot region. I: Observational Technical Properties of Magnetic Knots», *Sol. Phys.* **4**, 142–164 (1968).
- [33] Berlin, A. B., Korolkov, D. B., Pariiski, Yu. N., Soboleva, N. S., and Timofeeva, G. M., «Oculation of polarized radioemission by the solar corona at the period of weak solar activity», *Pisma Astron. J. (SSSR)* **4**, 191–192 (1978), [*Sov. Astron. Lett.* **4**, 102–103 (1978)].
- [34] Bisnovaty-Kogan, G. S. and Ruzmaikin, A. A., «The accretion of matter by a collapsing star in the presence of a magnetic field», *Astrophys. & Space Sci.* **28**, 45–59 (1974).
- [35] Bisnovaty-Kogan, G. S. and Ruzmaikin, A. A., «The accretion of matter by a collapsing star in the presence of a magnetic field. II. Self-consistent stationary picture», *Astrophys. & Space Sci.* **42**, 401–424 (1976).
- [36] Bisnovaty-Kogan, G. S., Ruzmaikin, A. A. and Sunyaev, R. A., «Condensation of stars and formation of a magnetic field in protogalaxies», *Astron. J. (SSSR)* **50**, 210–213 (1973), [*Sov. Astron.* **17**, 137–139 (1973)].
- [37] Black, D. C. and Scott, E. H., «A numerical study of the effects of ambipolar diffusion on the collapse of magnetic gas clouds», *Astrophys. J.* **263**, 696–715 (1982).
- [38] Blandford, R. D. and Znajek, R. L., «Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **179**, 433–456 (1977).

- [39] Bolton, J. G. and Wild, J. P., «On the possibility of measuring interstellar magnetic fields by 21-cm Zeeman splitting», *Astrophys. J.* **125**, 296–297 (1957).
- [40] Bopp, B. W. and Evans, D. S., «The spotted flare stars BY Dra and CCER I: A model for the spots and some astrophysical implications», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **164**, 343–356 (1973).
- [41] Braginsky, S. I., «Self-excitation of a magnetic field during the motion of a highly conducting fluid», *JETP* **47**, 1084–1098 (1964), [*Sov. Phys. JETP* **20**, 726–735 (1964)]; «Theory of the hydromagnetic dynamo», *JETP* **47**, 2178–2193 (1964), [*Sov. Phys. JETP* **20**, 1462–1471 (1964)].
- [42] Braginsky, S. I., «Magnetic waves in the Earth's core», *Geomagn. & Aeron.* **7**, 1050–1060 [*Transl.* **7**, 851–859] (1967).
- [43] Bräuer, H., «The nonlinear dynamo problem: Small oscillatory solutions in a strongly simplified model», *Astron. Nachr.* **300**, 43–49 (1979).
- [44] Breit, G., «Quantum theory of dispersion (Continued). Parts VI and VII», *Rev. Mod. Phys.* **5**, 91–140 (1933).
- [45] Billiard, E. C., «The stability of a homopolar dynamo», *Proc. Camb. Phil. Soc.* **51**, 744–760 (1955).
- [46] Bullard, E. C. and Gellman, H., «Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism», *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **A247**, 213–278 (1954).
- [47] Bumba, V. and Howard, R., «Large-scale distribution of solar magnetic fields», *Astrophys. J.* **141**, 1502–1512 (1965).
- [48] Burn, B. J., «On the depolarization of discrete radio sources by Faraday dispersion», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **133**, 68–87 (1966).
- [49] Burstein, P., Borken, R. J., Kraushaar, W. L. and Sanders, W. T., «Three-band observations of the soft X-ray background and some implications for thermal emission models», *Astrophys. J.* **213**, 405–420 (1977).
- [50] Busse, F. H., «Differential rotation in stellar convective zones II», *Astron. & Astrophys.* **28**, 27–37 (1972).
- [51] Busse, F. H., «Generation of planetary magnetism by convection», *Phys. Earth. & Planet. Inter.* **12**, 350–358 (1976).

- [52] Cameron, A. G. W., «The formation of the Sun and planets», *Icarus* **1**, 13–21 (1962).
- [53] Cassen, P. and Moosman, A., «On the formation of protostellar disks», *Icarus* **48**, 353–376 (1981).
- [54] Chaisson, E. J. and Vrba, F. J., «Magnetic field structures and strengths in dark clouds», in *Protostars and Planets*, pp. 180–208 (ed. T. Gehrels), Univ. Arizona Press, Tucson (1978).
- [55] Chanan, G., Ku, W. H.-M., Simon, M. and Charles, P., «Further Einstein observations of the Orion Nebula», *Bull. Am. Astron. Soc.* **11**, 623 (1979).
- [56] Chandrasekhar, S. and Fermi, E., «Magnetic fields in spiral arms», *Astrophys. J.* **118**, 113–115 (1953a).
- [57] Chandrasekhar, S. and Fermi, E., «Problems of gravitational stability in the presence of a magnetic field», *Astrophys. J.* **118**, 116–141 (1953b).
- [58] Charvin, P., «Etude de la polarisation des raies interdites de la couronne solaire. Application au cas de la raie verte 5303», *Ann. Astrophys.* **28**, 877–934 (1965).
- [59] Chibisov, G. V. and Ptuskin, V. S., «Angular variations of nonthermal radio emission from the Galaxy relevant to the structure of interstellar magnetic field», in *17^{eme} Conférence Internationale sur le Rayonnement Cosmique*, **2**, pp. 233–235, Paris (1981).
- [60] Childress, S., «Alpha-effect in flux ropes and sheets», *Phys. Earth & Planet. Inter.* **20**, 172–180 (1979).
- [61] Chugainov, P. F., «New microvariable HD 117555», *Commiss. 27 IAU Inf. Bull. Var. Stars.* № **172**, pp. 1–2 (1966).
- [62] Clark, D. E. and Stephenson, F. R., «An interpretation of the pretelescopic sunspot records from the Orient», *Q. J. R. Astron. Soc.* **19**, 387–410 (1978).
- [63] Clarke, A. Jr., «Some exact solutions in magnetohydrodynamics with astrophysical applications», *Phys. Fluids* **8**, 644–649 (1965).
- [64] Cohen, R., Lodenquai, J. and Ruderman, M., «Atoms in super-strong magnetic fields», *Phys. Rev. Lett.* **25**, 467–469 (1970).
- [65] Consolmagno, G. J. and Jokipii, J. R., «²⁶Al and partial ionization in the solar nebula», *Moon & Planets* **19**, 253–259 (1978).

- [66] Cook, A. E. and Roberts, P. H., «The Rikitake two-disc dynamo system», *Proc. Camb. Phil. Soc.* **68**, 547–569 (1970).
- [67] Cowling, T. G., «Magnetic fields of sunspots», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **94**, 39–48 (1934).
- [68] Cowling, T. G., *Magnetohydrodynamics*, Interscience Publishers, New York–London (1957).
- [69] Cox, A., «Geomagnetic reversals», *Science* **163**, 237–245 (1969).
- [70] Cox, D. P. and Smith, B. W., «Large-scale effects of supernova remnants on the Galaxy: generation and maintenance of a hot network of tunnels», *Astrophys. J. Lett.* **189**, L105–L108 (1974).
- [71] Cram, L. E., «Nonthermal structure of stellar atmospheres», *Comm. Astrophys.* **9**, 25–49 (1980).
- [72] Crowell, R. H. and Fox, R. H., *Introduction to knot theory*, Ginn & Co., Boston–New York (1963).
- [73] Crutcher, R. M., Evans, N. J., II, Troland, T. and Heiles, C., «OH Zeeman observations of interstellar dust clouds», *Astrophys. J.* **198**, 91–93 (1975).
- [74] Davis, L. and Greenstein, J. L., «The polarization of starlight by alignment of dust grains», *Astrophys. J.* **114**, 209–240 (1950).
- [75] Deinzer, W. and Stix, M., «On the eigenvalues of Krause–Steenbeck's solar dynamo», *Astron. & Astrophys.* **12**, 111–119 (1971).
- [76] Deubner, F. L., Ulrich, R. K. and Rhodes, E. J., «Solar p-mode oscillations as a tracer of radial differential rotation», *Astron. & Astrophys.* **72**, 177–185 (1979).
- [77] Dicke, R. H., «The 5-minute oscillations of the Sun are incompatible with a rapidly-rotating core», *Nature* **300**, 693–697 (1983).
- [78] Dirac, P. A. M., «Quantized singularities in electromagnetic fields», *Proc. R. Soc. Lond.* **A133**, 60–78 (1931).
- [79] Dogel, V. A. and Syrovatsky, S. I., «On the possible nature of the Maunder minimum», *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* **43**, 716–723 (1979), [*Bull. Acad. Sci. USSR (Phys. Ser.)*, **43**(4), 35–41 (1979)].
- [80] Dolginov, A. Z., Gnedin, Yu. N. and Silantev, N. A., *Propagation and polarization of radiation in the cosmic medium* (in Russian) Nauka, Moscow (1979).

- [81] Dolginov, A.Z. and Urpin, V.A., «The inductive generation of the magnetic field in binary systems», *Astron. & Astrophys.* **79**, 60–69 (1979).
- [82] Dolginov, Sh. Sh., Yeroshenko, Ye. G. and Zhuzgov, L. N., «Magnetic fields in the very close neighbourhood of Mars according to data from the Mars-2 and Mars-3 spacecrafts», *J. Geophys. Res.* **78**, 4779–4786 (1973).
- [83] Dorfi, E., «3D models for self-gravitating rotating magnetic interstellar clouds», *Astron. & Astrophys.* **114**, 151–164 (1982).
- [84] Doroshkevich, A. G., «Model of a universe with a uniform magnetic field», *Astrofizika* **1**, 255–266 [*Transl.* **1**, 138–142] (1965).
- [85] Doroshkevich, A. G., «The origin of rotation of galaxies», *Astrophys. Lett.* **14**, 11–13 (1973).
- [86] Drobyshevski, E. M., «Magnetic field transfer by two-dimensional convection and solar «semi-dynamo», *Astrophys. & Space Sci.* **46**, 41–49 (1977).
- [87] Drobyshevski, E. M. and Yuferev, V. S., «Topological pumping of magnetic flux by three-dimensional convection», *J. Fluid Mech.* **65**, 33–44 (1974).
- [88] Durney, B. R., «On theories of solar rotation», in *Proc. IAU Symp. № 71, Basic Mechanisms of Solar Activity*, pp. 243–296 (eds. V. Bumba and J. Kleczek,), Reidel, Dordrecht (1976).
- [89] Eardley, D. M. and Lightman, A. P., «Magnetic viscosity in relativistic accretion disks», *Astrophys. J.* **200**, 187–203 (1975).
- [90] Ebert, R., von Hoerner, S. and Tamesvary, S., *Die Entstehung von Sterner durch Kondensation diffuser Materie*, Springer-Verlag, Berlin (1960).
- [91] Eddy, S. A., «The Maunder minimum», *Science* **192**, 1189–1202 (1976).
- [92] Eddy, S. A., «The case of the missing sunspots», *Sci. Am.* **236**, (5), 80–95 (1977).
- [93] Eddy, S. A., Gilman, P. A. and Trotter, D. E., «Anomalous solar rotation in the early 17th century», *Science* **198**, 824–829 (1977).
- [94] Efimov, N. V., «Appearance of singularities on surfaces of negative curvature», *Matem. Sb.* **64**, 286–320 (1964).

- [95] Eichendorf, W. and Reinhardt, M., «Polarization properties of extragalactic radio sources», *Zesz. Nauk UJ.*, № **570**, 7-48 (1980), [*Acta Cosmologica* **9**, 7-48 (1980)].
- [96] Elsasser, W. M., «Induction effects in terrestrial magnetism», *Phys. Rev.* **69**, 106-116 (1946).
- [97] Erber, T., «High-energy electromagnetic conversion processes in intense magnetic fields», *Rev. Mod. Phys.* **38**, 626-668 (1966).
- [98] Field, G. B., «Thermal instability», *Astrophys. J.* **142**, 531-567 (1965).
- [99] Frank-Kamenetsky, M. D. and Vologodsky, A. V., «Topological aspects of the physics of polymers: the theory and its biophysical applications», *Usp. Fiz.*, (SSSR) **134**, 641-673 (1981), [*Sov. Phys. Usp.* **24**, 679-696 (1981)].
- [100] Friedmann, A. M. and Polyachenko, V. L., *Equilibrium and stability of gravitating systems* (in Russian) Nauka, Moscow (1976).
- [101] Frisch, U., Pouquet, A., Léorat, J. and Mazure, A., «Possibility of an inverse cascade of magnetic helicity in magnetohydrodynamical turbulence», *J. Fluid Mech.* **68**, 769-778 (1975).
- [102] Gailitis, A. K., «Theory of the Herzenberg dynamo», *Magn. Gidrodin.* 12-16 (1973), [*Magnetohydrodynam.* **9**, 445-449 (1975)].
- [103] Gailitis, A. K. and Freiberg, Ya. G., «Theory of a helical MHD dynamo», *Magn. Gidrodin.* 3-6 (1976), [*Magnetohydrodynam.* **12**, 127-134 (1977)].
- [104] Gailitis, A. K., Lielausis, O. and Freiberg, Ya. G., *On possibilities to observe the magnetic field generation in the fluid sodium*, Preprint № 1, Institute of Physics, Latvian Academy of Sciences, Riga (1977).
- [105] Galeev, A. A., Rosner, R. and Vaiana, G. S., «Structured coronae of accretion discs», *Astrophys. J.* **229**, 318-326 (1979).
- [106] Galloway, D. J. and Proctor, M. R. E., *Magnetic flux expulsion in hexagons*, preprint of Max-Planck Institut für Physik and Astrophysik, MPI-PAE/Astro 250 (1981). See also «The kinematics of hexagonal magnetoconvection», *Geophys. & Astrophys. Fluid Dyn.* **24**, 109-136 (1983).
- [107] Gamov, G., «The role of turbulence in the evolution of the Universe», *Phys. Rev.* **86**, 251 (1952).
- [108] Gaponov-Grekhov, A. V. and Rabinovich, M. I., «L. J. Mandelshtam and the modern theory of non-linear oscillations and waves», *Usp. Fiz.* (SSSR), **128**, 579-624 (1979), [*Sov. Phys. Usp.* **22**, 590-614 (1979)].

- [109] Gardner, F. and Whiteoak, J. B., «Polarization of radio sources and Faraday rotation effects in the Galaxy», *Nature* **197**, 1162–1164 (1963).
- [110] Gardner, F., Morris, D. and Whiteoak, J. B., «The linear polarization of radio sources between 11 and 20 cm wavelength. III. Influence of the Galaxy on source depolarization and Faraday rotation», *Aust. J. Phys.* **22**, 813–838 (1969).
- [111] Gehrels, T. (ed.), *Jupiter: Studies of the interior, atmosphere, magnetosphere and satellites*, Univ. of Arizona Press, Tucson (1976).
- [112] Gershberg, R. E., «Flares of red dwarf stars and Solar activity», (Review), in Proc. IAU Symp. № 67, *Variable stars and stellar evolution* (eds. V. E. Sherwood and L. Plaut), D. Reidel, Dordrecht, pp. 47–64 (1975).
- [113] Giacconi, R., «The Einstein X-ray observatory», *Sci. Am.* **242**, 70–82 (1980).
- [114] Giacconi, R. and Ruffini, R. (eds.), *Physics and astrophysics of black holes and neutron stars*, North-Holland, Amsterdam (1978).
- [115] Gibson, R. D., «The Herzenberg dynamo», *Q. J. Mech. & Appl. Math.* **21**, 243–255, 257–267 (1968).
- [116] Gillis, J., Mestel, L. and Paris, R. B., «Magnetic breaking during star formation. II», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **187**, 311–335 (1979).
- [117] Gilman, P. A., «Theory of convection in a deep rotating spherical shell, and its application to the Sun», in Proc. IAU Symp. № 71, *Basic Mechanisms of Solar Activity* (eds. V. Bumba and J. Klechek), pp. 207–228. D. Reidel, Dordrecht (1976).
- [118] Ginzburg, V. L., «The origin of cosmic rays and radioastronomy», *Usp. Fiz. (SSSR)* **51**, 343–392 (1953).
- [119] Ginzburg, V. L., «Magnetic fields of collapsing masses and the nature of superstars», *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **156**, 43–46 [*Sov. Phys. Dokl.* **9**, 329–332] (1964).
- [120] Ginzburg, V. L., *The propagation of electromagnetic waves in plasmas*, Pergamon Press (1970).
- [121] Ginzburg, V. L. and Ozernoy, L. M., «On gravitational collapse of magnetic stars», *JETP* **47**, 1030–1040 (1964), [*Sov. Phys. JETP*, **20**, 689–698 (1965)].

- [122] Ginzburg, V. L. and Syrovatsky, S. I., *The origin of cosmic rays*, Moscow (1963). English translation: Pergamon Press (1964).
- [123] Ginzburg, V. L. and Usov, V. V., «Concerning the atmosphere of neutron stars (pulsars)», *Pisma JETP* **15**, 280–282 (1972) [*Sov. Phys. JETP Lett.* **15**, 196–198 (1972)].
- [124] Ginzburg, V. L. and Zheleznyakov, V. V., «On pulsar emission mechanisms», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **13**, 511–535 (1975).
- [125] Gleisberg, W., «The eighty-year sunspot cycle», *J. Brit. Astron. Assoc.* **68**, 148–152 (1958).
- [126] Gleisberg, W. and Damboldt, T., «Reflections of the Maunder minimum of Sunspots», *J. Brit. Astron. Assoc.* **89**, 440–449 (1979).
- [127] Gnedin, Yu. N. and Sunyaev, R. A., «The beaming of radiation from an accreting magnetic neutron star and X-ray pulsars», *Astron. & Astrophys.* **25**, 233–239 (1973).
- [128] Gnedin, Yu. N. and Sunyaev, R. A., «Polarization of optical and X-radiation from compact thermal sources with magnetic field», *Astron. & Astrophys.* **36**, 379–394 (1974).
- [129] Gold, T., «Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources», *Nature* **218**, 731–732 (1968).
- [130] Goldreich, P. and Julian, W. H., «Pulsar electrodynamics», *Astrophys. J.* **157**, 869–880 (1969).
- [131] Golitsyn, G. S., «Fluctuations of the magnetic field and current density in a turbulent flow of a weakly conducting fluid», *Dokl. Akad. Nauk. SSR*, **132**, 315–318, [*Sov. Phys. Dokl.*, **5**, 536–539] (1960).
- [132] Golitsyn, G. S., *An introduction to the dynamics of planetary atmospheres*, Hydrometeor. Publ. House, Leningrad (1963). English translation: NASA TT F-15, 627, NASA, Washington, D.C. (1974).
- [133] Golitsyn, G. S., «Structure of convection during fast rotation», *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **216**, 317–320 (1981).
- [134] Gough, D. O., «Internal rotation and gravitational quadrupole moment of the Sun», *Nature* **298**, 334–339 (1982).
- [135] Greenberg, J. M., «Interstellar grains», Ch. 6 of *Stars and stellar systems 6* (Ed. G. P. Kuiper), Univ. Press, Chicago (1968).

- [136] Gudzenko, L. I. and Chertoprud, V. E., «Some dynamic properties of cyclic solar activity», *Astron. J. (SSSR)*, **41**, 697–706 (1964), [*Sov. Astron.* **8**, 555–562 (1964)].
- [137] Gurevich, L. J. and Chernin, A. D., *Introduction to cosmology*, Nauka, Moscow (1978).
- [138] Guskova, E. G. and Pochtarev, V. I., «Magnetic fields in space according to a study of the magnetic properties of meteorites», *Geomagn. & Aeronom.* **7**, 310–316 [*Transl.* **7**, 245–250] (1967).
- [139] Hale, G. E., «On the probable existence of a magnetic field in sunspots», *Astrophys. J.* **28**, 315–343 (1908).
- [140] Hanle, W., «Über magnetische Beeinflussung der Polarization der Resonanzfluorezenz», *Z. Phys.* **30**, 93–105 (1924).
- [141] Harrison, E. R., «Generation of magnetic fields in the radiation era», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **147**, 279–286 (1970).
- [142] Harrison, E. R., «Standard Model of the early Universe», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **11**, 155–186 (1973).
- [143] Haves, P., «Polarisation parameters of 183 extragalactic radio sources», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **173**, 553–568 (1975).
- [144] Heiles, C., «The interstellar magnetic field», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **14**, 1–22 (1976).
- [145] Henon, M. M., «Sur la topologie des lignes de courant dans un cas particulier», *C.R. Acad. Sci. Paris* **262**, 312–314 (1966).
- [146] Herzenberg, A., «Geomagnetic dynamos», *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **A250**, 543–585 (1958).
- [147] Hewish, A., Bell, S. I., Pilkington, I. D., Scott, P. F. and Collins, R. A., «Observations of rapidly rotating radio sources», *Nature* **217**, 709–713 (1968).
- [148] Hide, R., «Jupiter and Saturn: giant magnetic rotating fluid planets», *Observatory* **100**, 182–192 (1980).
- [149] Hide, R. and Palmer, T. N., «Generalisation of Cowling's theorem», *Geophys. & Astrophys. Fluid Dyn.* **19**, 301–309 (1982).
- [150] Hill, H. A., Bos, R. J. and Goode, P. R., «Preliminary determination of the Sun's quadrupole moment from rotational splitting of the global

- oscillations and its relevance to tests of general relativity», *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1794–1797 (1982).
- [151] t'Hooft, G., «Magnetic monopoles in unified gauge theories», *Nucl. Phys.* **B79**, 276–284 (1974).
- [152] Hopper, R. B. and Disney, M. J., «The alignment of interstellar dust clouds», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168**, 639–650 (1974).
- [153] Howard, R., «The rotation of the Sun», *Rev. Geophys. & Space Phys.* **16**, 721–732 (1978).
- [154] Howard, R. and Harvey, J. W., «Spectroscopic determination of solar rotation», *Sol. Phys.* **12**, 23–51 (1970).
- [155] Hoyle, F., «The steady state theory», in *La structure et l'évolution de l'Univers: XI Conseil de physique*, Bruxelles, pp. 53–73 (1958).
- [156] Hoyle, F., «On the origin of the solar nebula», *Q. J. R. Astron. Soc.* **1**, 28–55 (1960).
- [157] Hoyle, F., «Magnetic field and highly condensed objects», *Nature* **223**, 936 (1969).
- [158] Hyder, C. L., «Magnetic fields in the loop prominence of March 16», *Astrophys. J.* **140**, 817–818 (1964).
- [159] Iben, I. Jr., «Stellar evolution. I. The approach to the main sequence», *Astrophys. J.* **141**, 999–1018 (1965).
- [160] Iroshnikov, P. S., «Turbulence of a conducting fluid in a strong magnetic field», *Astron. J. (SSSR)* **40**, 742–750 (1963), [*Sov. Astron.* **7**, 566–571 (1964)].
- [161] Isakov, R. V., Ruzmaikin, A. A., Sokoloff, D. D. and Faminskaya, M. V., «The asymptotic properties of the disc dynamo», *Astrophys. & Space Sci.* **80**, 145–155 (1981).
- [162] Ivanova, T. S. and Ruzmaikin, A. A., «Magnetohydrodynamic dynamo-model of the solar cycle», *Astron. J. (SSSR)* **53**, 398–410 (1976), [*Sov. Astron.* **20**, 227–234 (1976)].
- [163] Ivanova, T. S. and Ruzmaikin, A. A., «Non-linear magnetohydrodynamic model of the solar dynamo», *Astron. J. (SSSR)* **54**, 846–858 (1977), [*Sov. Astron.* **21**, 479–485 (1977)].

- [164] Ivanova, T. S. and Ruzmaikin, A. A., «The role of differential rotation in the solar dynamo», *Astron. J. (SSSR)* **57**, 127–130 (1980), [*Sov. Astron.* **24**, 75–77 (1980)].
- [165] Jenkins, E. B. and Meloy, D., «A Survey with Copernicus of interstellar OVI absorption», *Astrophys. J. Lett.* **193**, L121–L125 (1974).
- [166] Jepps, S. A., «Numerical models of hydromagnetic dynamos», *J. Fluid Mech.* **67**, 629–646 (1975).
- [167] Jokipii, J. R. and Lerche, I., «Faraday rotation dispersion in pulsar signals and the turbulent structure of the Galaxy», *Astrophys. J.* **157**, 1137–1145 (1969).
- [168] Kadomsev, B. B., «Heavy atom in an ultra-strong magnetic field», *JETP*, **58**, 1765–1769 (1970), [*Sov. Phys. JETP*, **31**, 945–947 (1970)].
- [169] Kadomsev, B. B. and Kudryavtsev, V. S., «Molecules in an ultra-strong magnetic field», *Pisma JETP* **13**, 15–19 (1971), [*Sov. Phys. JETP Lett.* **13**, 9–12 (1971)].
- [170] Kadomsev, B. B. and Kudryavtsev, V. S., «Molecules in an ultra-strong magnetic field», *Pisma JETP* **13**, 15–19 (1971), [*Sov. Phys. JETP Lett.* **13**, 9–12 (1971)].
- [171] Kadomsev, B. B. and Kudryavtsev, V. S., «Atoms in a superstrong magnetic field», *Pisma JETP* **13**, 61–64 (1971), [*Sov. Phys. JETP Lett.* **13**, 42–44 (1971)].
- [172] van Kampen, N. G., «A cumulant expansion for stochastic linear differential equations», *Physica* **74**, 215–247 (1974).
- [173] Kaplan, S. A., *Interstellar gas dynamics*, Pergamon Press, Oxford (1966).
- [174] Kaplan, S. A. and Pikelner, S. B., *Interstellar medium*. Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass. (1970), *Fizika mezhzvezdnoy sredy*, Nauka, Moscow (1979).
- [175] Kaplan, S. A. and Pikelner, S. B., «Large-scale dynamics of the interstellar medium», *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **12**, 113–134 (1974).
- [176] Kármán, Th. von, «Über laminare und turbulente Reibung», *Z. Ang. Math. Mech.* **1**, 233–251 (1921).
- [177] Kaverin, N. S., Kobrin, M. M., Korshunov, A. I. and Shushunov, V. V., «Fine structure in the 5–12 GHz radio spectrum of local sources on the Sun

- and the current sheets of active regions», *Astron. J. (SSSR)*, **57**, 767–770 (1980), [*Sov. Astron.* **24**, 442–443 (1980)].
- [178] Kawabata, K., Fujimoto, M., Soful, J., Fukui, M., «A large-scale metagalactic magnetic field and Faraday rotation for extragalactic radio sources», *Publ. Astron. Soc. Japan* **21**, 293–306 (1969).
- [179] Kazantsev, A. P., «Enhancement of a magnetic field by a conducting fluid», *JETP* **53**, 1806–1813 (1967) [*Sov. Phys. JETP* **26**, 1031–1039 (1968)].
- [180] Kemp, J. C., «Circular polarization of thermal radiation in a magnetic field», *Astrophys. J.* **162**, 169–179 (1970).
- [181] Kippenhahn, R., «Differential rotation in stars with convective envelopes», *Astrophys. J.* **137**, 664–678 (1963).
- [182] Kleorin, N. I. and Ruzmaikin, A. A., «Properties of a nonlinear solar dynamo model», *Geophys. & Astrophys. Fluid Dyn.* **17**, 281–296 (1981).
- [183] Kleorin, N. I. and Ruzmaikin, A. A., «Dynamics of the average turbulent helicity in a magnetic field», *Magn. Gidrodin.* 17–24 (1982), [*Magnetohydrodynam.* **18**, 116–122 (1982)].
- [184] Klepikov, N. P., «Photon and electron-positron pair emission in a magnetic field», *JETP* **26**, 19–34 (1954).
- [185] Knobloch, E., «The diffusion of scalar and vector fields by homogeneous stationary turbulence», *J. Fluid Mech.* **83**, 129–146 (1977).
- [186] Knobloch, E., «Turbulent diffusion of magnetic fields», *Astrophys. J.* **225**, 1050–1057 (1978).
- [187] Kobrik, M. and Kaula, W. M., «A tidal theory for the origin of the solar nebula», *Moon & Planets* **20**, 61–101 (1978).
- [188] Kolobov, V. S., Reinhardt, M. and Sazonov, V. N., «A test of the isotropy of the Universe», *Astrophys. Lett.* **17**, 183–185 (1976).
- [189] Kolykhalov, P. I. and Sunyaev, R. A., «Outer parts of accreting disks around supermassive black holes», *Pisma Astron. J. (SSSR)* **6**, 680–686 (1980), [*Sov. Astron. Lett.* **6**, 357–361 (1980)].
- [190] Komberg, B. V., Ruzmaikin, A. A., and Sokoloff, D. D., «Faraday rotation in galaxies and absorption lines in quasars», *Pisma Astron. J. (SSSR)* **5**, 73–76 (1979), [*Sov. Astron. Lett.* **5**, 40–42 (1979)].

- [191] Kraft, R. P., «Studies of stellar rotation, V. The dependence of rotation on age among solar-type stars», *Astrophys. J.* **150**, 551–570 (1967).
- [192] Kraichnan, R. H., «Inertial-range spectrum of hydromagnetic turbulence», *Phys. Fluids* **8**, 1385–1387 (1965).
- [193] Kraichnan, R. H., «Diffusion of weak magnetic fields by isotropic turbulence», *J. Fluid Mech.* **75**, 657–676 (1975).
- [194] Kraichnan, R. H., «Diffusion of passive-scalar and magnetic fields by helical turbulence», *J. Fluid Mech.* **77**, 753–768 (1976).
- [195] Kraichnan, R. H., «Consistency of the α -effect turbulent dynamo», *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1677–1680 (1979).
- [196] Kraichnan, R. H. and Nagarajan, S., «Growth of turbulent magnetic fields», *Phys. Fluids* **10**, 859–870 (1967).
- [197] Krajcheva, Z. T., Popova, E. T., Tutukov, A. V. and Jungelson, L. E., «Some properties of spectroscopic binary stars», *Astron. J. (SSSR)* **55**, 1176–1189 (1978), [*Sov. Astron.* **22**, 670–677 (1978)].
- [198] Krause, P., «Zur Dynamotheorie magnetischer Sterne: der «Symmetrische Rotator» als Alternative zum schiefen Rotator», *Astron. Nachr.* **293**, 187–193 (1971).
- [199] Krause, F. and Rädler, K.-H., *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*, Pergamon Press (1980).
- [200] Kronberg, P. P., Reinhardt, M. and Simard-Normandin, M., «On the intergalactic contribution to the rotation measures of QSO's», *Astron. & Astrophys.* **61**, 771–776 (1977).
- [201] Kronberg, P. P. and Perry, J. J., «Absorption lines, Faraday rotation and magnetic field estimates for QSO absorption line clouds», *Astrophys. J.* **263**, 518–532 (1982).
- [202] Kuznetsova, I. P., «On the Faraday rotation in the intergalactic medium», *Astron. J. (SSSR)* **53**, 475–484 (1976), [*Sov. Astron.* **20**, 269–274 (1976)].
- [203] Lamb, F. K., Pethick, C. J. and Pines, D. A., «Model for compact X-ray sources: accretion by rotating magnetic stars», *Astrophys. J.* **184**, 271–289 (1973).
- [204] Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., *Quantum mechanics, non-relativistic theory*, Addison-Wesley, Reading, Mass. (1958).

- [205] Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., *Fluid mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass. (1959).
- [206] Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., *The classical theory of fields* (2nd edition), Addison-Wesley, Reading, Mass. (1962).
- [207] Larmor, J., «How could a rotating body such as the Sun become magnetic?», *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci.* 159–160 (1919).
- [208] Larson, R. B., «Numerical calculations of the dynamics of a collapsing proto-star», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **145**, 271–296 (1969).
- [209] Larson, R. B., «The stellar state: formation of the solar-type stars», in *Protostars and planets*, pp. 43–57 (ed. T. Gehrels), Univ. of Arizona Press, Tucson (1978).
- [210] Laue, M. von, *Geschichte der Physik*, Athenaum-Verlag, Bonn (1950).
- [211] Ledoux, P. and Renson, P., «Magnetic stars», *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **4**, 293–352 (1966).
- [212] Lehnert, B., «An experiment on axisymmetric flow of fluid sodium in a magnetic field», *Ark. Fysik.* **13**, 109–116 (1958).
- [213] Leighton, R. B., «A magneto-kinematic model of the solar cycle», *Astrophys. J.* **156**, 1–26 (1969).
- [214] Levy, E. H. and Sonett, C. P., «Meteorite magnetism and early solar system magnetic fields», in *Protostars and planets*, pp. 516–532 (ed. T. Gehrels), Univ. Arizona Press, Tucson (1978).
- [215] Lightman, A. P., Sunyaev, R. A., Shakura, N. I., Shapiro, S. L. and Eardley, D. M., «Status report on Cygnus X-1», *Usp. Fiz. (SSSR)* **126**, 515–526 (1978), [*Comments Astrophys.* **C7**, 151–160 (1978)].
- [216] Lin, C. C., «The dynamics of disk-shaped galaxies», *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* **5**, 453–464 (1967).
- [217] Linds, B. T., «The distribution of dark nebulae in late-type spirals», in *Proc. IAU Symp. № 38, The spiral structure of our Galaxy*, pp. 26–34 (eds. W. Beckers and G. Contopoulos), D. Reidel, Dordrecht (1970).
- [218] Linsky, J. L., Ch. 7 of *Solar output and its variation*, (Ed. O. R. White) Colorado Associated Univ. Press, Boulder (1977).

- [219] Lo, K. Y., Walker, R. C., Burke, B. F., Moran, J. M., Johnston, K. J. and Ewing, M. S., «Evidence for Zeeman splitting in 1720-MHz OH line emission», *Astrophys. J.* **202**, 650–654 (1975).
- [220] Lominadze, D. G., Machabeli, G. Z., Michailowsky, A. B., Ochelkov, Yu. P. and Usov, V. V., «The nature of high-frequency radiation of pulsars and the activity of supernova remnants», *Usp. Fiz. (SSSR)* **131**, 516–518 (1980), [*Sov. Phys. Usp.* **23**, 422–424 (1980)].
- [221] Longair, M. and Sunyaev, R. A., «Electromagnetic radiation in the Universe», *Usp. Fiz. (SSSR)* **105**, 41–95 (1971), [*Sov. Phys. Usp.* **14**, 569–599 (1972)].
- [222] Lorenz, E. N., «Deterministic nonperiodic flow», *J. Atmos. Sci.* **20**, 130–141 (1963).
- [223] Lortz, D., «Impossibility of steady dynamos with certain symmetries», *Phys. Fluids* **11**, 913–915 (1968a).
- [224] Lortz, D., «Exact solutions of the hydromagnetic dynamo problem», *Plasma Phys.* **10**, 967–972 (1968b).
- [225] Lowes, F. J. and Wilkinson, I., «Geomagnetic dynamo: a laboratory model», *Nature* **198**, 1158–1160 (1963).
- [226] Lowes, F. J. and Wilkinson, I., «Geomagnetic dynamo: an improved laboratory model», *Nature* **219**, 717–718 (1968).
- [227] Lozinskaya, T. A., «Kinematics of old supernova remnants», *Astron. & Astrophys.* **84**, 26–35 (1980).
- [228] Lozinskaya, T. A. and Kardashev, N. S., «The thickness of the gas disk of the Galaxy from 21 cm line observations», *Astron. J. (SSSR)* **40**, 209–215 (1963), [*Sov. Astron.* **7**, 161–166 (1963)].
- [229] Lücke, M., «Statistical dynamics of the Lorenz model», *J. Stat. Phys.* **15**, 455–475 (1976).
- [230] Lynden-Bell, D., «Galactic nuclei as collapsed old quasars», *Nature* **223**, 690–694 (1969).
- [231] Lynden-Bell, D. and Pringle, J. E., «The evolution of viscous disks and the origin of the nebular variables», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168**, 603–637 (1974).

- [232] Lyutyi, V. V., Sunyaev, R. A. and Cherepashchuk, A. M., «On the nature of optical variability of HZ Her = Her XI and BD + 34°3815 = Cyg XI», *Astron. J. (SSSR)* **50**, 3–11 (1973), [*Sov. Astron.* **17**, 1–6 (1973)].
- [233] Macdonald, D. and Thorne, K. S., *Black-hole electrodynamics: an absolute-space universal-time formulation*, Preprint OAP-616 (1981).
- [234] Manchester, R. N., «Structure of the local magnetic field. Part I», *Astrophys. J.* **172**, 43–52 (1972).
- [235] Manchester, R. N., «Structure of the local magnetic field. Part II», *Astrophys. J.* **188**, 637–644 (1974).
- [236] Masters, R. A., Fabian, A. C., Pringle, J. E. and Rees, M. J., «Cyclotron emission from accreting magnetic white dwarfs», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **178**, 501–504 (1977).
- [237] Mathewson, D. S. and Ford, V. L., «Polarization observations of 1800 stars», *Mem. R. Astron. Soc.* **74**, 139–182 (1970).
- [238] Mathewson, D. S., van der Kruit, P. G. and Brown, W. N., «A high resolution continuum survey of M51 and NGC 5195 at 1415 MHz», *Astron. & Astrophys.* **17**, 468–486 (1972).
- [239] Mazets, E. P., Golenetskij, S. V., Aptekar, R. L., Guryanov, Yu. A. and Ilinskij, V. N., «Lines in gamma-burst energy spectra», *Pisma Astron. J. (SSSR)* **6**, 706–711 (1980), [*Sov. Astron. Lett.* **6**, 372–375 (1980)].
- [240] McKee, C. F. and Ostriker, J. P., «A theory of the interstellar medium: three components regulated by supernova explosions in an inhomogeneous substrate», *Astrophys. J.* **218**, 148–169 (1977).
- [241] McLaughlin, J. B. and Martin, O. C., «Transition to turbulence in a statically stressed fluid system», *Phys. Rev.* **A12**, 189–203 (1975).
- [242] McNally, D., «The distribution of angular momentum among main sequence stars», *The Observatory* **85**, 166–169 (1965).
- [243] Meneguzzi, M., Frisch, U. and Pouquet, A., «Helical and non-helical turbulent dynamics», *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1060–1064 (1981).
- [244] Mestel, L., «Problems of star formation», *Q. J. R. Astron. Soc.* **6**, 265–300 (1965).
- [245] Mestel, L., «Magnetic braking by a stellar wind. I», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **138**, 359–391 (1968).

- [246] Mestel, L., «Theoretical processes in star formation», in *Star formation*, pp. 213–232 (eds. T. de Jong and A. Maeder), D. Reidel, Boston (1977).
- [247] Mestel, L. and Paris, R. B., «Magnetic braking during star formation. III», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **187**, 337–356 (1979).
- [248] Mirabelle, A. P. and Monin, A. S., «Two-dimensional turbulence», *Adv. Mech.* **2**, 47–95 (1979).
- [249] Mishurov, Yu. N., Pavlovskaya, E. D. and Suchkov, A. A., «Galactic spiral structure parameters derived from stellar kinematics», *Astron. J. (SSSR)* **56**, 268–278 (1979), [*Sov. Astron.* **23**, 147–152 (1979)].
- [250] Mishustin, I. N. and Ruzmaikin, A. A., «Occurrence of «priming» magnetic fields during the formation of protogalaxies», *JETP* **61**, 441–444 (1971), [*Sov. Phys. JETP* **34**, 233–235 (1972)].
- [251] Misner, C. W., Thorne, K. S. and Wheeler, J. A., *Gravitation*, W. H. Freeman and Company, San Francisco (1973).
- [252] Mitton, S., «The polarization properties of 65 extragalactic sources in the 3C catalogue», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **155**, 373–381 (1972).
- [253] Moffatt, H. K., «Magnetic eddies in an incompressible viscous fluid of high electrical conductivity», *J. Fluid Mech.* **17**, 225–239 (1963).
- [254] Moffatt, H. K., «The degree of knottedness of tangled vortex lines», *J. Fluid Mech.* **35**, 117–129 (1969).
- [255] Moffatt, H. K. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*, Univ. Press, Cambridge (1978).
- [256] Mogilevsky, E. I., Jospha, B. A. and Obridko, V. N., «On the polarization of the solar coronal emission lines», *Sol. Phys.* **33**, 169–175 (1973).
- [257] Molchanov, S. A., Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «Magnetic fields in random flows», *Proc. 4th USSR–Japanese symp. on prob. theory & math. stat.*, **2**, 113–115 (1982).
- [258] Monin, A. S., «On the nature of turbulence», *Usp. Fiz. (SSSR)* **125**, 97–122 [*Sov. Phys. Usp.* **21**, 429–442] (1978).
- [259] Monin, A. S., «The global hydrodynamics of the sun», *Usp. Fiz. (SSSR)* **132**, 123–167 [*Sov. Phys. Usp.* **23**, 594–619] (1980).

- [260] Monin, A. S. and Yaglom, A. M., *Statisticheskaya gidromekhanika part 2*. Nauka, Moscow (1967), [*Statistical Fluid Mechanics, vol. 2*, MIT Press (1971)].
- [261] Morris, D. and Berge, G., «Direction of the Galactic magnetic field in the vicinity of the sun», *Astrophys. J.* **139**, 1388–1392 (1964).
- [262] Morris, D. and Tabara, M., «A study of the depolarization and luminosity of radio sources», *Publ. Astron. Soc. Japan* **25**, 295–316 (1963).
- [263] Mouschovias, T. Ch., «Star formation in magnetic clouds», in *Protostars and planets*, pp. 209–242 (ed. T. Gehrels), Univ. Arizona Press, Tucson (1978).
- [264] Mouschovias, T. Ch. and Paleologou, E. V., «Magnetic braking of an aligned rotator during star formation», *Astrophys. J.* **237**, 877–902 (1980).
- [265] Nakano, T. and Tadamaru, E., «Decoupling of magnetic fields in dense clouds with angular momentum», *Astrophys. J.* **173**, 87–108 (1972).
- [266] Ness, N. F., Behannon, K. W., Lepping, R. P. and Whang, Y. C., «The magnetic field of Mercury», *J. Geophys. Res.* **80**, 2708–2716 (1975).
- [267] Ness, N. F., Acuna, M. H., Lepping, R. P., Connerney, E. P., Behannon, K. W. and Burlaga, L. F., «Magnetic field studies by Voyager 1: Preliminary results at Saturn», *Science* **212**, 211–217 (1981).
- [268] Newton, H. W. and Nunn, M. L., «The Sun's rotation derived from sunspots 1934–1944 and additional results», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **111**, 413–421 (1951).
- [269] Novikov, E. A., «Energy spectrum of an incompressible fluid in turbulent flow», *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **139**, 331–334 (1961), [*Sov. Phys. Dokl.* **6**, 571–573 (1961)].
- [270] Oetken, L., «An equatorially symmetric rotator model for magnetic stars», *Astron. Nachr.* **298**, 197–208 (1977).
- [271] Oort, J. H., «The Galactic center», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **15**, 295–362 (1977).
- [272] Orszag, S. A., «Analytical theories of turbulence», *J. Fluid Mech.* **41**, 363–386 (1970).
- [273] Ozernoy, L. M. and Chernin, A. D., «The fragmentation of matter in a turbulent metagalactic medium», *Astron. J. (SSSR)*, **44**, 1131–1138 (1967), [*Sov. Astron.* **11**, 907–913 (1968)].

- [274] Ozernoy, L. M. and Chibisov, G. V., «Dynamical parameters of galaxies as a consequence of cosmological turbulence», *Astron. J. (SSSR)*, **47**, 769–783 (1970), [*Sov. Astron.* **14**, 615–626 (1971)].
- [275] Ozernoy, L. M. and Usov, V. V., «The nature of pulsar gamma-rays», *Astron. J. (SSSR)* **54**, 753–765 (1977), [*Sov. Astron.* **21**, 425–431 (1979)].
- [276] Papaloizou, J. and Pringle, J. E., «Tidal torques on accretion disks in close binary systems», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **181**, 441–454 (1977).
- [277] Parker, E. N., «Hydromagnetic dynamo models», *Astrophys. J.* **122**, 293–314 (1955).
- [278] Parker, E. N., «The dynamical state of the interstellar gas and fluids», *Astrophys. J.* **145**, 811–833 (1966).
- [279] Parker, E. N., «The generation of magnetic fields in astrophysical bodies. II. The Galactic field», *Astrophys. J.* **163**, 252–278 (1971).
- [280] Parker, E. N., «The enigma of solar activity», in Proc. IAU Symp. № 71 *Basic Mechanisms of solar activity*, pp. 3–15 (eds. V. Bumba and J. Kleczek), D. Reidel, Dordrecht (1976).
- [281] Parker, E. N., *Cosmical magnetic fields (their origin and activity)*, Clarendon Press, Oxford (1979).
- [282] Pavlov, G. G. and Gnedin, Yu. N., «Vacuum polarization by magnetic fields and its astrophysical occurrences», in *Astrophysics and Space Physics*, **3**, Sov. Sci. Rev. Ser. E. Ed., R. A. Sunyaev, Harwood Acad. Publ., New York (1983).
- [283] Peebles, P. J. E., «Origin of the angular momentum of galaxies», *Astrophys. J.* **155**, 393–402 (1969).
- [284] Piddington, J. H., «The origin and form of the Galactic magnetic field», *Cosmical Electrodynamics* **3**, 60–70 (1972).
- [285] Pikelner, S. B., *Principles of the cosmical electrodynamics* (in Russian), Nauka, Moscow (1966).
- [286] Pikelner, S. B. and Khokhlova, V. L., «Magnetic stars», *Usp. Fiz. (SSSR)* **107**, 389–404 (1972) [*Sov. Phys. Usp.* **15**, 395–403 (1973)].
- [287] Pines, D., «Accreting neutron stars, black holes, and degenerate dwarf stars», *Science* **207**, 597–606 (1980).

- [288] Polovin, R. V., «Shock waves in magnetohydrodynamics», *Usp. Fiz. (SSSR)* **72**, 33–52 (1960), [*Sov. Phys. Usp.* **3**, 677–688 (1961)].
- [289] Polyakov, A. M., «Particle spectrum in quantum field theory», *Pisma JETP* **20**, 430–433 (1974), [*Sov. Phys. JETP Lett.* **20**, 194–195 (1974)].
- [290] Ponomarenko, Yu. B., «On the theory of hydromagnetic dynamo», *Zh. Prikl. Melch. Telch. Fiz. (USSR)* **6**, 47–51 (1973). [*Trans.* pp. 775–778.]
- [291] Popova, M. D. and Vetrichenko, E. A., «The unique object KR Aur», *Astron. J. (SSSR)* **55**, 765–775 (1978), [*Sov. Astron.* **22**, 438–444 (1978)].
- [292] Pouquet, A., «On two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence», *J. Fluid Mech.* **88**, 1–16 (1978).
- [293] Pouquet, A., Frisch, U. and Léorat, J., «Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect», *J. Fluid Mech.* **77**, 321–354 (1976).
- [294] Pringle, J. E., «Accretion discs in astrophysics», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **19**, 137–162 (1981).
- [295] Pringle, J. E., Rees, M. J. and Pacholczyk, A. G., «Accretion onto massive black holes», *Astron. & Astrophys.* **29**, 179–184 (1973).
- [296] Pudritz, R., «Dynamo action in turbulent accretion disks around black holes», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **195**, 881–914 (1981).
- [297] Rabinovich, M. I., «Stochastic self-oscillations and turbulence», *Usp. Fiz. (SSSR)* **125**, 123–168 (1978), [*Sov. Phys. Usp.* **21**, 443–469 (1978)].
- [298] Rädler, K.-H., «Zur Elektrodynamik turbulenter bewegter leitender Medien. II. Turbulenzbedingte Leitfähigkeits- und Permeabilitätsänderungen», *Z. Naturforsch.* **23**, 1851–1860 (1968).
- [299] Rayleigh, J. W. S., «Polarization of the light scattering by mercury vapour near the resonance periodicity», *Proc. R. Soc. Lond.* **A102**, 190–199 (1922).
- [300] Razin, V. A., «Polarization of cosmic radio radiation at 1.45 m and 3.3 m», *Astron. J. (SSSR)* **35**, 241–252 (1958), [*Sov. Astron.* **2**, 216–225 (1958)].
- [301] Reinhardt, M., «Interpretation of rotation measures of radio sources», *Astron. & Astrophys.* **19**, 104–108 (1972).
- [302] Rikitake, T., «Oscillation of a system of disk dynamos», *Proc. Camb. Phil. Soc.* **54**, 89–105 (1958).

- [303] Robbins, K. A., «A new approach to subcritical instability and turbulent transitions in a simple dynamo», *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* **82**, 309–325 (1977).
- [304] Roberts, G. O., «Spatially periodic dynamos», *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **A266**, 535–558 (1970).
- [305] Roberts, P. H., «Dynamo theory», in *Mathematical problems in the geophysical sciences*, Lectures in applied mathematics, vol. 14 (ed. W. H. Reid), Providence, Rhode Island, pp. 129–206 (1971).
- [306] Roberts, P. H. and Soward, A. M., «A unified approach to mean field electrodynamics», *Astron. Nachr.* **296**, 49–64 (1975).
- [307] Roberts, W. W., «Large-scale shock formation in spiral galaxies and its implication on star formation», *Astrophys. J.* **158**, 123–143 (1969).
- [308] Roberts, W. W. and Shu, F. H., «The role of gaseous dissipation in density waves of finite amplitude», *Astrophys. Lett.* **12**, 49–52 (1972).
- [309] Roberts, W. W. and Yuan, C., «Application of the density-wave theory to the spiral structure of the Milky Way system. III. Magnetic field: large-scale hydromagnetic shock formation», *Astrophys. J.* **161**, 887–902 (1970).
- [310] Ross, W. D., «Aristotle's Physics: a revised text with introduction and commentary», Clarendon Press, Oxford, England (1936).
- [311] Rougoor, G. W. and Oort, J. H., «Distribution and motion of interstellar hydrogen in the Galactic system with particular reference to the region within 3 kpc of the center», *Proc. Natl. Acad. Sci.* **46**, 1–12 (1960).
- [312] Ruderman, M., «Pulsars: structure and dynamics», *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* **10**, 427–476 (1972).
- [313] Rüdiger, G., «A theory of differential rotation based on the discussion of turbulent transport of angular momentum», *Astron. Nachr.* **298**, 245–252 (1977).
- [314] Ruelle, D. and Takens, P., «On the nature of turbulence», *Comm. Math. Phys.* **20**, 167–192 (1971).
- [315] Ruzmaikin, A. A., «Possible evaluation of the magnetic field near pulsars from the beat frequency of atomic transitions», *Astron. J. (USSR)* **52**, 1173–1177 (1975), [*Sov. Astron.* **19**, 702–705 (1975)].

- [316] Ruzmaikin, A. A., «On the determination of the magnetic field in astrophysical conditions due to the polarization of atomic fluorescence», *Astron. J. (SSSR)* **53**, 550–557 (1976), [*Sov. Astron.* **20**, 311–315 (1976)].
- [317] Ruzmaikin, A. A., «The solar cycle as a strange attractor», *Comm. Astrophys.* **9**, 85–96 (1981).
- [318] Ruzmaikin, A. A. and Shukurov, A. M., «Magnetic field generation in the Galactic disc», *Astron. J. (SSSR)* **58**, 969–978 (1981), [*Sov. Astron.* **25**, 553–558 (1981)].
- [319] Ruzmaikin, A. A. and Shukurov, A. M., «Spectrum of the Galactic magnetic field», *Astrophys. Space Sci.* **82**, 397–407 (1982).
- [320] Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «The scale and strength of the Galactic magnetic field according to the pulsar data», *Astrophys. & Space Sci.* **52**, 365–376 (1977a).
- [321] Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «The interpretation of rotation measures of extragalactic radio sources», *Astron. & Astrophys.* **58**, 247–253 (1977b).
- [322] Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «A method for determination of the large-scale magnetic field in the solar corona», *Pisma Astron. J. (SSRR)* **4**, 23–26 (1978), [*Sov. Astron. Lett.* **4**, 12–14 (1978)].
- [323] Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «The calculation of Faraday rotation measures of cosmic radio sources», *Astron. & Astrophys.* **78**, 1–6 (1979).
- [324] Ruzmaikin, A. A. and Sokoloff, D. D., «Helicity, linkage and dynamo action», *Geophys. & Astrophys. Fluid Dyn.* **16**, 73–82 (1980).
- [325] Ruzmaikin, A. A., Sokoloff, D. D. and Kovalenko, A. V., «Galactic magnetic field parameters determined from Faraday rotation of radio sources», *Astron. J. (SSSR)* **55**, 692–701 (1978), [*Sov. Astron.* **22**, 395–401 (1978)].
- [326] Ruzmaikin, A. A., Sokoloff, D. D. and Shukurov, A. M., «Disk dynamo with concentrated helicity», *Magn. Gidrodin.* 20–26 (1980), [*Magnetohydrodynam.* **16**, 15–20 (1980)].
- [327] Ruzmaikin, A. A., Sokoloff, D. D. and Turchaninoff, V. I., «The turbulent dynamo in a disk», *Astron. J. (SSSR)* **57**, 311–320 (1980), [*Sov. Astron.* **24**, 182–187 (1980)].

- [328] Ruzmaikin, A. A., Sokoloff, D. D., Turchaninoff, V. I. and Zeidovich, Ya. B., «The disk dynamo», *Astrophys. Space Sci.* **66**, 369–384 (1979).
- [329] Ruzmaikin, A. A. and Vainshtein, S. I., «The magnetic field transfer in the solar convection zone», *Astrophys. & Space Sci.* **57**, 195–202 (1978).
- [330] Ruzmaikina, T. V., «On the role of the magnetic field and turbulence in the evolution of the pre-solar nebula», *Adv. Space Res.* **1**, 49–53, COSPAR, Great Britain (1981a).
- [331] Ruzmaikina, T. V., «The angular momentum of protostars giving birth to protoplanetary discs», *Pisma Astron. J. (USSR)* **7**, 188–192 (1981b), [*Sov. Astron. Lett.* **7**, 104–107 (1981)].
- [332] Ruzmaikina, T. V., in «Diskussionforum: Ursprung des Sonnensystems», (Ed. H. J. Völk), *Mitteilungen der Astronomischen Gesellschaft* **57**, 49–54 (1982).
- [333] Ruzmaikina, T. V. and Ruzmaikin, A. A., «Gravitational stability of the expanding universe in the presence of magnetic field», *Astron. J. (SSSR)*, **47**, 1206–1210 (1970), [*Sov. Astron.* **14**, 963–966 (1971)].
- [334] Saffman, P. G., «On the fine-scale structure of vector fields convected by a turbulent fluid», *J. Fluid Mech.* **16**, 545–572 (1963).
- [335] Safronov, V. S., *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the Earth and planets*, Nauka, Moscow (1969). Transl. from Russian by Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem (1972).
- [336] Safronov, V. S. and Ruzmaikina, T. V., «On the angular momentum transfer and the accumulation of solid bodies in the solar nebula», in *Protostars and planets*, pp. 545–564 (ed. T. Gehrels), Univ. Arizona Press, Tucson (1978).
- [337] Sagdeev, R. Z. and Galeev, A. A., *Nonlinear plasma theory* (eds. T. O'Neill and D. Book), Benjamin, New York–Amsterdam (1969).
- [338] Salpeter, E. E., «Planetary nebulae, supernova remnants, and interstellar medium», *Astrophys. J.* **206**, 673–678 (1976).
- [339] Schatzman, E., «A theory of the role of magnetic activity during star formation», *Ann. d'Astroph.* **25**, 18–29 (1962).
- [340] Schüssler, M., «Axisymmetric α^2 -dynamo in the Hayashi-phase», *Astron. & Astrophys.* **38**, 263–270 (1975).

- [341] Seifert, H. and Threlfall, W., *Lehrbuch der Topologie*, Teubner (1934).
- [342] Shajn, G. A., «Diffuse nebulae and the interstellar magnetic field», *Astron. J. (SSSR)* **32**, 110–117 (1955).
- [343] Shakura, N. I. and Sunyaev, R. A., «Black holes in binary systems. Observational appearance», *Astron. & Astrophys.* **24**, 337–355 (1973).
- [344] Shakura, N. I. and Sunyaev, R. A., «A theory of the instability of disk accretion onto black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **175**, 613–632 (1975).
- [345] Shandarin, S. F., Doroshkevich, A. G., and Zeidovich, Ya. B., «The large-scale structure of the Universe», *Usp. Fiz. (SSSR)*, **139**, 83–134 (1983).
- [346] Shklovsky, J. S., «On the nature of the Crab nebula emission», *Dokl. Akad. Nauk (SSSR)* **90**, 983–986 (1953).
- [347] Shklovsky, J. S., «Nature of emission from pulsar NP 0532», *Nature* **225**, 251–252 (1970).
- [348] Shklovsky, J. S., *Supernovae* (in Russian), Nauka, Moscow (1976).
- [349] Shklovsky, J. S. and Sheffer, E. K., «Galactic spurs as possible sources of soft X-radiation», *Nature* **231**, 173–174 (1971).
- [350] Shukurov, A. M., Sokoloff, D. D. and Ruzmaikin, A. A., «Explosive growth of magnetic energy in a turbulent medium», *Magn. Gidrodin.* No. 2 (1983).
- [351] Shvartzman, V. F., «Halos around black holes», *Astron. J. (SSSR)* **48**, 479–488 (1971), [*Sov. Astron.* **15**, 377–384 (1971)].
- [352] Simon, G. W. and Weiss, N. O., «Supergranules and the hydrogen convective zone», *Z. Astrophys.* **69**, 435–450 (1968).
- [353] Skumanich, A., «Time scale for CaII emission decay, rotational braking and lithium depletion», *Astrophys. J.* **171**, 565–567 (1972).
- [354] Smith, E., Davis, L., Jones, D. E., Colburn, D. S., Colemann, I. J., Dyal, P. and Sonnet, C. P., «Magnetic field of Jupiter and its interaction with the solar wind», *Science* **183**, 305–306 (1974).

- [355] Smith, E., Davis, L., Jones, D. E., Colburn, D. S., Colemann, I. J., Dyal, P. and Sonnet, C. P., «Saturn's magnetic field and magnetosphere», *J. Geophys. Res.* **85**, 5655–5658 (1980).
- [356] Soward, A. M., «A thin disc model of the Galactic dynamo», *Astron. Nachr.* **299**, 25–33 (1978).
- [357] Soward, A. M. and Roberts, P. H., «Recent developments in dynamo theory», *Magn. Hidrodin.* 3–51 (1976); errata 146–147 (1977), [*Magnetohydrodynam.* **12**, 1–36 (1977)].
- [358] Spitzer, L. Jr., *The physics of full ionized gases*, Interscience, New York–London (1956).
- [359] Spitzer, L. Jr., *Diffuse matter in space*, Interscience, New York (1968).
- [360] Spoelstra, T. A. Th., «A survey of linear polarization at 1415 MHz. IV. Discussion of the results for the Galactic spurs», *Astron. & Astrophys.* **21**, 61–84 (1972).
- [361] Spoelstra, T. A. Th., «The Galactic magnetic field», *Usp. Fiz. (SSSR)* **121**, 679–694 (1977), [*Sov. Phys. Usp.* **20**, 336–342 (1977)].
- [362] Stacey, F. D. and Lovering, J. F., «Natural magnetic moments of two chondritic meteorites», *Nature* **183**, 529–530 (1959).
- [363] Steenbeck, M. and Krause, F., «Zur Dynamotheorie stellarer und planetarer Magnetfelder. I. Berechnung sonnenähnlicher Wechselfeldgeneratoren», *Astron. Nachr.* **291**, 49–84 (1969).
- [364] Steenbeck, M., Krause, F. and Rädler, K.-H., «Berechnung der mittlerer Lorentz-Feldstärke $v \times \mathfrak{B}$ für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflusster Bewegung», *Z. Naturforsch.* **21**, 369–376 (1966).
- [365] Stelzried, C. T., Levy, G. S., Sato, T., Rusch, W. V. T., Ohlson, J. B., Schatten, K. H. and Wilcox, J. M., «The quasi-stationary coronal magnetic field and density as determined from a Faraday rotation experiment», *Sol. Phys.* **14**, 440–456 (1970).
- [366] Stenflo, J. O., «Small-scale solar magnetic fields», in Proc. IAU Symp. № 71, *Basic mechanisms of solar activity* (eds. V. Bumba and J. Kleczek), D. Reidel, Dordrecht, pp. 69–99 (1976).
- [367] Stix, M., «Non-linear dynamo waves», *Astron. & Astrophys.* **20**, 9–12 (1972).

- [368] Stix, M., «The Galactic dynamo», *Astron. & Astrophys.* **42**, 85–89 (1975), Erratum **68**, 459 (1978).
- [369] Stix, M., «Differential rotation and the solar dynamo», *Astron. & Astrophys.* **47**, 243–254 (1976).
- [370] Strittmatter, P. A., «Gravitational collapse in the presence of magnetic field», *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **132**, 359–379 (1966).
- [371] Sturrock, P. A., «A model of pulsars», *Astrophys. J.* **165**, 529–556 (1971).
- [372] Suchkov, A. A., «The observational foundations of density-wave models for spiral structure», *Astron. J. (SSSR)*, **55**, 972–982 (1978), [*Sov. Astron.* **22**, 555–561 (1978)].
- [373] Sunyaev, R. A., «On the variability of X-ray radiation from black holes with accretion disks», *Astron. J. (SSSR)* **49**, 1153–1157 (1972), [*Sov. Astron.* **16**, 941–944 (1972)].
- [374] Syrovatsky, S. I., in discussion following the report by Kadomtsev and Tsytovich, «Collective plasma phenomena and their medium», in Proc. IAU Symp. № 39, *Interstellar gas dynamics* (ed. J. Habing), pp. 135–138, D. Reidel, Dordrecht (1970).
- [375] Syrovatsky, S. I. and Somov, B. V., «Physical driving forces and models of coronal responses», in Proc. IAU Symp. № 91, *Solar and Interplanetary Dynamics*, pp. 425–441, D. Reidel, Holland (1980).
- [376] Tadamaru, E., «On the energy spectrum of relativistic electrons in the Crab Nebula», *Astrophys. J.* **183**, 625–635 (1973).
- [377] Takahara, F., «Magnetic flare model of quasars and active galactic nuclei-magnetized accretion disk around a massive black hole», *Progr. Theor. Phys.* **62**, 629–643 (1979).
- [378] Terzian, Y. and Davidson, K., «Pulsars: observational parameters and a discussion on dispersion measures», *Astrophys. & Space Sci.* **44**, 479–500 (1976).
- [379] Troland, T. H. and Heiles, C., «The Zeeman effect in radio frequency recombination lines», *Astrophys. J.* **214**, 703–705 (1977).
- [380] Trotter, H. F., «Noninvertible knots exist», *Topology* **2**, 341–358 (1963).
- [381] Trümper, J., Pietsch, W., Repping, C. and Voges, W., «Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1», *Astrophys. J. Lett.* **219**, L105–L110 (1978).

- [382] Tscharnuter, W. M., «Collapse of the presolar nebula», *Moon and planets*, **19**, 229–236 (1978).
- [383] Tverskoy, B. A., «Theory of hydrodynamical self-excitation of regular magnetic fields», *Geomagn. & Aeron.* **5**, 11–18 (1965), [Transl. pp. 7–12].
- [384] Usov, V. V., «Pulsar theory», *Adv. Space Lec.* **1**, 125–139 (1981).
- [385] Vaiana, G. S., Cassinelli, J. P., Faviano, G., Giacconi, R., Golub, L., Gorenstein, P., Haisch, B. M., Hardner, F. R. Jnr., Johnson, H. M., Linsky, J. L., Maxson, C. M., Mewe, R., Rosner, R., Seward, F., Topka, K., and Zwaan, C., «Results from an extensive Einstein stellar survey», *Astrophys. J.* **244**, 163–182 (1981).
- [386] Vaiana, G. S. and Rosner, R., «Recent advances in coronal physics», *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **16**, 393–428 (1978).
- [387] Vainstein, S. I., «A unified approach to the nonlinear theory of the turbulent dynamo», *Magn. Gidrodin.* 3–9 (1980a), [*Magnetohydrodynam.* **16**, 111–116 (1980)].
- [388] Vainstein, S. I., «The dynamo of small-scale magnetic field», *JETP* **79**, 2175–2183 (1980b), [*Sov. Phys. JETP* **52**, 1099–1107 (1980)].
- [389] Vainstein, S. I. and Ruzmaikin, A. A., «Generation of the large-scale Galactic magnetic field. I», *Astron. J. (SSSR)* **48**, 902–909 (1971), [*Sov. Astron.* **15**, 714–719 (1971)].
- [390] Vainstein, S. I. and Ruzmaikin, A. A., «Generation of the large-scale Galactic magnetic field. II», *Astron. J. (SSSR)* **49**, 449–452 (1972), [*Sov. Astron.* **16**, 365–367 (1972)].
- [391] Vainstein, S. I. and Zeidovich, Ya. B., «Origin of magnetic fields in astrophysics», *Usp. Fiz. (SSSR)* **106**, 431–457 [*Sov. Phys. Usp.* **15**, 159–172] (1972).
- [392] Vainstein, S. I., Zeidovich, Ya. B. and Ruzmaikin, A. A., *Turbulent dynamo in astrophysics* (in Russian), Nauka, Moscow (1980).
- [393] Valée, J. P., «Magnetic field in the intergalactic region», *Nature* **254**, 23–26 (1975).
- [394] Valée, J. P., «The rotation measures of radio sources and their data processing», *Astron. & Astrophys.* **86**, 251–253 (1980).

- [395] Valee, J. P. and Kronberg, P. P., «Magnetic field in the Galactic spiral arm», *Nature Phys. Sci.* **246**, 49–51 (1973).
- [396] Valee, J. P. and Kronberg, P. P., «The rotation measures of radio sources and their interpretation», *Astron. & Astrophys.* **43**, 233–242 (1975).
- [397] Vandakurov, Yu. V., *Convection in the Sun and the 11-year cycle* (in Russian), Nauka, Leningrad (1976).
- [398] Varshalovich, D. A., «Spin state of atoms and molecules in the cosmic medium», *Usp. Fiz. (SSSR)* **101**, 369–383 (1970), [*Sov. Phys. Usp.* **13**, 429–437 (1971)].
- [399] Varshalovich, D. A. and Burdjuza, V. V., «Polarization of cosmic maser OH emission», *Astron. J. (SSSR)* **52**, 1178–1186 (1975), [*Sov. Astron.* **19**, 705–710 (1975)].
- [400] Vasiliev, V. A. and Dergachev, V. A., «Solar activity during the Maunder minimum», *Izv. Acad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* **44**, 2510–2527 (1980), [*Bull. Acad. Sci. USSR (Phys. Ser.)* **44**(12), 52–64 (1980)].
- [401] Vershuur, G. L., «Observational aspects of the Galactic magnetic field», in *Interstellar gas dynamics*, pp. 150–167 (ed. J. Habing), D. Reidel, Dordrecht (1970).
- [402] Vershuur, G. L., «The Galactic magnetic field», in *Galactic and extragalactic radio astronomy* (eds. G. L. Vershuur and K. I. Kellerman), Springer-Verlag (1974).
- [403] Vitinsky, Yu. I., *Cyclicality and prediction of solar activity*, in Russian, Leningrad (1973).
- [404] Vitinsky, Yu. I., «Comments on the so-called Maunder minimum», *Sol. Phys.* **57**, 475–478 (1979).
- [405] Vogel, S. N. and Kuhi, L. V., «Rotational velocities of pre-main sequence stars», *Astrophys. J.* **245**, 960–979 (1981).
- [406] Vrba, F. J., Strom, S. E. and Strom, K. M., «Magnetic field structure in the vicinity of five dark cloud complexes», *Astron. J.* **81**, 958–969 (1976).
- [407] Waldmeier, M., *Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung*, 1st Edition, Zürich (1941); 2nd Edition, Leipzig (1949).
- [408] Wasson, J. T., *Meteorites-classification and properties*. Springer, Heidelberg (1974).

- [409] Waxman, A. M., «Boundary layer circulation in disk-halo galaxies», *Astrophys. J. Suppl.* **41**, 635–667 (1979).
- [410] Weiss, J. E. and Weiss, N. O., «Andrew Marvell and the Maunder minimum», *Q. J. R. Astron. Soc.* **20**, 115–118 (1979).
- [411] Weiss, N. O., «The expulsion of magnetic flux by eddies», *Proc. R. Soc. Lond.* **A293**, 310–328 (1966).
- [412] Westerhout, G., Seeger, Ch. L., Brown, W. N. and Tinbergen, J., «Polarization of the Galactic 75 cm radiation», *Bull Acad. Ned.* **16**, 187–212 (1962).
- [413] White, M. P., «Numerical models of the Galactic dynamo», *Astron. Nachr.* **299**, 209–216 (1978).
- [414] Wielen, R., «Density-wave theory of the spiral structure of galaxies», *Publ. Astron. Soc. Pacific* **86**, 341–362 (1975).
- [415] Wilson, O. C., «Chromospheric variations in main-sequence stars», *Astrophys. J.* **226**, 379–396 (1978).
- [416] Woller, P., *The posthumous works of Robert Hooke*, London (1705).
- [417] Woltjer, L., «A theorem on force-free magnetic fields», *Proc. Natl. Acad. Sci.* **44**, 489–491 (1958).
- [418] Wyckoff, S., Wehinger, P. A. and Gehren, T., «Resolution of quasar images», *Astrophys. J.* **247**, 750–761 (1981).
- [419] Yoshimura, H. A., «A model of the solar cycle driven by the dynamo action of the global convection in the solar convection zone», *Astrophys. J. Suppl.* **29**, 467–494 (1957a).
- [420] Yoshimura, H. A., «Solar-cycle dynamo wave propagation», *Astrophys. J.* **201**, 740–748 (1975b).
- [421] Yoshimura, H. A., «Nonlinear astrophysical dynamos: multiple-period dynamo wave oscillations and long-term modulations of the 22-year solar cycle», *Astrophys. J.* **226**, 706–719 (1978).
- [422] Yoshimura, H. A., «The solar-cycle period-amplitude relation as evidence of hysteresis of the solar-cycle nonlinear magnetic oscillations and the long-term (55 years) cyclic modulation», *Astrophys. J.* **227**, 1047–1058 (1979).

- [423] Zeidovich, Ya. B., «The limiting law of thermoconductivity for an internal problem with small velocities», *JETP* **7**, 1466–1469 (1937).
- [424] Zeidovich, Ya. B., «The magnetic field in the two-dimensional motion of a conducting turbulent liquid», *JETP* **31**, 154–156 (1956), [*Sov. Phys. JETP* **4**, 460–462 (1957)].
- [425] Zeidovich, Ya. B., «A magnetic model of the Universe», *JETP* **48**, 986–988 (1965), [*Sov. Phys. JETP* **21**, 656–659 (1965)].
- [426] Zeidovich, Ya. B., «The separation of uniform matter into parts under the action of gravitation», *Astrophysica*, **6**, 319–335 (1970).
- [427] Zeidovich, Ya. B., «The creation of particles and antiparticles in electric and gravitational fields», in *Magic without magic*, John Archibald Wheeler (ed. J. Klauder), San Francisco (1972).
- [428] Zeidovich, Ya. B., «On the friction of fluids between rotating cylinders», *Proc. R. Soc. Lond.* **A374**, 299–312 (1981).
- [429] Zeidovich, Ya. B., Einasto, Ya. E., and Shandarion, S. F., «Giant voids in the universe», *Nature*. **300**, 407–413 (1982).
- [430] Zeidovich, Ya. B. and Khlopov, M. Yu., «On the concentration of relict monopoles in the Universe», *Phys. Lett.* **79B**, 239–241 (1978).
- [431] Zeidovich, Ya. B., Molchanov, S. A., Ruzmaikin, A. A., and Sokoloff, D. D., «Kinematic dynamo problem in linear velocity fields», *J. Fluid Mech.*, in press (1983).
- [432] Zeidovich, Ya. B. and Novikov, I. D., *Gravitation theory and stellar evolution*, Nauka, Moscow (1971).
- [433] Zeidovich, Ya. B. and Novikov, I. D., *The structure and evolution of the Universe*, Nauka, Moscow (1975). English trans., Univ. Press, Chicago (1982).
- [434] Zeidovich, Ya. B. and Ruzmaikin, A. A., «The magnetic field in conducting fluid in two-dimensional motion», *JETP* **78**, 980–986 (1980), [*Sov. Phys. JETP* **51**, 493–497 (1980)].
- [435] Zeidovich, Ya. B. and Ruzmaikin, A. A., «Dynamo problems in astrophysics», *Sov. Sci. Rev.*, New York (1982).

Предметный указатель

- BY-Draconis 206, 208
- Аккреция, дисковая 325–327
— на белый карлик 325
— на черную дыру 52, 314–333
- Активность, звездная 70, 71, 206–215
— солнечная 211
- Анализ, регрессионный 256, 304
- Анизотропия реликтового фонового излучения 301–306
- Асимметрия солнечного цикла 238
- Атомы, иглообразные 335
- Аттракторы, странные 232–234
- Биения в атомных переходах 33–35
— в солнечном цикле 228
- Бифуркация, обратная 189, 191
- Блуждание, случайное 140–144
- Возбуждение магнитного поля комптоновским взаимодействием 311
— электромагнитной индукцией 307–313
- Возмущения в расширяющемся веществе 262
- Волны, ударные спиральные 270, 271
- Вращение диска Галактики 246
— дифференциальное 65, 67, 70, 99, 132, 170, 211, 246, 264
— плоскости поляризации 38
— фарадеевское 40–46
- Время, корреляционное 140
- Выталкивание магнитного поля 132–137
- Вязкость, магнитная 53, *см. также*
Коэффициент омической диффузии
- Галактика 244, 247
— динамо 266
— диск 52, 363
— ядро 71, 263
- Галактики с переключками 272
- Гипотеза реликтового поля 56–59, 301
- Гиролинии 46–48
- Грануляция, солнечная 218
- Диамагнетизм, турбулентный 132, 211, 217
- Динамо 61–79, 301
— α^2 - 164, 174
— $\alpha\omega$ - 164, 172
— быстрое 79, 101, 117, 119, 146
— веревочное 75–79, 118
— волны 213–216, 221
— галактическое 266
— Герценберга 67–70
— двухдисковое 233
— дисковое 63–67, 160–179, 330–333
— кинематическое 65, 90–92
— Лорца 73
— медленное 75, 97, 99
— Пономаренко 73–75

- проблема 92
- спиральное 72–75
- средних полей 144
- теория 63–80
- турбулентное 160–179, 331
- униполярное 63–67
- число 166, 182, 217
- Диски, турбулентные 160, 161
- Диффузия, амбиполярная 280, 283, 284
 - магнитная 94
 - магнитная турбулентная 161
 - турбулентная 57, 141, 161, 211
- Длина, джинсовская 274, 306
 - корреляционная 259
- Дыры, черные 52, 314–333
 - вращающиеся 321–325
 - невращающиеся 315–321
- Закон Ома 90
- Зацепление 100, 102
 - коэффициент 106–108
- Звезды, белые карлики 47, 325, 341
 - двойные 70
 - нейтронные 46, 47, 52, 341
 - типа А, пекулярные *см.* Звезды типа Ар
 - типа Ар 239–243
 - типа ВУ Draconis 206, 208, 209
 - типа О 274
 - типа Г Tauri 274, 276, 294
- Зона, солнечная конвективная 52
- Излучение кривизны 342, 343
 - магнитотормозное 27, 46, 48, 318, 336, 337
 - синхротронное 27, 48
- Изотоп ^{14}C 230
- Инвариантность, калибровочная 107, 109, 110, 113
- Инварианты, топологические 101, 106, 115
- Инверсии геомагнитного диполя 60
- История магнитных явлений 18
- Источники, мазерные в магнитных полях 31, 278
- Карлики, белые 47, 325, 341
- Каталог фарадеевских мер вращения 257
- Квazarы 320
- Квантование заряда 346
- Коллапс межзвездных облаков 281, 282
- Корона 45, 209, 210
 - солнечная 45, 210
- Короны, звездные 209
- Коэффициент зацепления 106–108
 - истощения фотонов 338, 339
 - магнитной диффузии 53, 146, *см. также* Коэффициент омической диффузии
 - омической диффузии 146, *см. также* Вязкость, магнитная
- Кристаллизация в магнитном поле 335
- Кросс-спиральность поля и завихренности 114–116
- Линии К и Н кальция 208
 - магнитные силовые 81
 - протуберанцев 39
- «Магия без магии» 339
- Магнитосфера пульсаров 344, 345
- Мера магнитного поля, квантовомеханическая 336
 - фарадеевского вращения 43, 44, 252–254, 257, 259, 260, 302, 304
- Метод винеровских траекторий 155
- Методы возмущений 172

- Метрика Керра 321, 325
 Минимум Маундера 230
 Многообразия, компактные 126
 Моделирование действия динамо, численное 198
 Модель Герценберга 67
 — динамо Герценберга 67–70
 — динамо Лорца 73
 — динамо Пономаренко 73–75
 — Лорца 73
 — Пономаренко 73–75
 — униполярного динамо 63–67
 Модуляция, вековая 227–230
 Моды затухания 170
 Момент, магнитный 315
 Монополи 345
- Облака, межзвездные 250
 — молекулярные 274, 276
 Операторы, несамосопряженные 163
- Переменяемость магнитного поля 200
 Перенос магнитного поля 88–90
 — скаляра 83–88
 — углового момента 287–292, 297, 327
 — в аккреционном диске 327–330
 — из сжимающегося облака 290–292
 Пересоединение магнитных линий 210, 211
 Плазма, радиационно-доминированная 309
 Плоскость поляризации 37, 43
 Поверхности отрицательной кривизны 90
 Поверхность, альфвеновская 326
 Поле, бессилое 202
 — в замороженное 54, 81, 89, 90, 101, 118, 119, 142, 315, 317
 — геомагнитное 18, 60
 — магнитное азимутальное 67, 68
 — в мазерных источниках 31, 278
 — в межзвездных облаках 250
 — в пульсарах 341
 — в районах звездообразования 277
 — возбуждение комптоновским механизмом 311
 — выталкивание 132–137
 — затравочное 59, 80, 268
 — Земли 18, 60
 — измерения на космических кораблях 26
 — квантовомеханические измерения 336
 — конфигурации в виде блинов 307
 — космических мазерных источников 31, 278
 — линии 81
 — межгалактическое 57, 301, 304
 — перезамыкания линий 210, 211
 — переменяемость 200
 — полоидальное 67, 69
 — протогалактическое 313
 — пульсаров 341
 — солнечное 21, 211–239
 — межгалактическое 57, 91, 301, 304
 — полоидальное 67–69
 — растяжений, однородное 119
 Поля, затравочные 59, 60, 268
 — магнитные протогалактические 313
 Поляризация в линиях 39
 — света звезд 252
 — синхротронного излучения 252
 Потенциал, векторный 108, 346

- Потоки, меридиональные в галактическом диске 247
 Проницаемость, магнитная турбулентная 222
 Пространство, евклидово 132
 — риманово 127
 Пульсары 341–345
 Пыль, межзвездная 49
 Пятна, звездные 206, 209
 — солнечные 206, 224

 Радиоскопия 45
 Расщепление, зеемановское линии 21 см 250
 Решения, асимптотические уравнений динамо 173–179
 Решетка, гексагональная конвективная 137
 — конвективная 135
 Ротатор, наклонный 241–242
 Рукава, спиральные 244, 270

 Сатурн 60, 61
 Сверхновые 245, 262, 263, 268
 Симметрия, отражательная 40, 68, 138, 198
 Скопления, звездные 70, 71
 Скорости корреляции 140
 Скорость, альфвеновская 202
 — корреляционная 140
 — роста 117
 — четырехмерная 316
 Солнце, активное и спокойное 211
 Спектр, кинетический 150
 — колмогоровский 150, 151, 195
 — магнитной энергии 199
 — магнитный 150, 199, 202
 — мелкомасштабных полей 149–154
 — энергетический кинетический 150
 — магнитный 150, 199, 202

 Спиральность 82, 109, 161, 211
 — вихревая 113, 115
 — кинематическая 111, 113
 — кинетическая 111, 113, 192
 — кросс-, между полем и завихренностью 114–116
 — магнитная 114, 115, 195
 — сосредоточенная 172
 — средняя 70, 145, 161, 212
 Среда, космическая 52
 — межзвездная 52
 Степень поляризации 36
 Супергрануляция 218

 Таксономия, звездная 204–206
 Теорема Гинзбурга 320
 — диссипационная 84, 95, 98
 — запрета 82, 94–97
 — Каулинга 22, 82, 83
 — Нстера 337
 — Ферстенберга–Тутубалина 124
 Теоремы запрета 82, 94–97
 Теория, общая относительности 315
 Течение Куэтта 86, 87, 119
 Течения, стохастические 110, 112
 Торможение вращения звезды 292–296
 — звездного вращения 292–296
 Трилистник 102
 Туманности вокруг пульсаров 35
 Турбулентность, двумерная 141, 142, 159
 — зеркально-симметричная 152–160
 — однородная изотропная 145, 148
 — отражательно-инвариантная 198

 Угол, внутренний позиционный 44, 252
 — позиционный 44, 252
 Узел, необратимый 102, 104

- Узлы 100, 102
— необратимые 102, 104
— трилистник 102
Уравнение индукции 91
— Казанцева 155
— Ландау 191
— теплопроводности 83
— шредингеровского типа 131, 156, 171
Уравнения Лоренца 232, 236
Условие, необходимое для действия динамо 92–94
Условия работы динамо 92–94
Уширение, доплеровское 30, 32, 35

Фаза Хаяши 241

Хромосферы, звездные 207

Цикл, 11-летний солнечный 224
— предельный 225, 226
— Пуанкаре 225
Цилиндр, световой 341

Число Маха 332
— Пекле 84, 85
— Прандтля, магнитное 200
— Рейнольдса, магнитное 53, 61, 62, 65, 69, 70, 75, 117

Шпурь магнитного поля 249, 260

Электродинамика, квантовая 18, 19
Эффект Зеемана 28–34, 250
— униполярный вблизи вращающейся черной дыры 324
— Ханле 35–39

Юпитер 60
— ядро 52

Ядро Земли 52
— жидкое 52
— Юпитера 52
Ячейки, гигантские 218