

В. В. СОБОЛЕВ

КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОФИЗИКИ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ

*Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по специальности «Астрономия»*



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1985

22.632

С 54

УДК 523.03

Соболев В. В. **Курс теоретической астрофизики**.— 3-е изд., перераб.— М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.—504 с.

В книге изложены основы теоретической астрофизики, изучающей строение небесных тел и происходящие в них физические процессы. Последовательно рассмотрены атмосферы звезд, Солнца и планет, а затем газовые туманности, нестационарные звезды и межзвездная среда. Значительное внимание уделено теории внутреннего строения звезд.

Табл. 56. Ил. 46. Библиогр. 85 назв.

Рецензент

доктор физико-математических наук *Ю. Н. Гнедин*

С $\frac{1705040000-069}{053(02)-85}$ 156—85

© Издательство «Наука».
Главная редакция
физико-математической
литературы, 1975,
с изменениями, 1985

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	7
Предисловие ко второму изданию	7
Из предисловия к первому изданию	7
Г л а в а I. Звездные фотосферы	9
§ 1. Лучистое равновесие звездной фотосферы	9
1. Поле излучения (9). 2. Уравнение переноса излучения (12). 3. Уравнение лучистого равновесия (14). 4. Геометрическая модель фотосферы (16).	
§ 2. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты	17
1. Основные уравнения (17). 2. Приближенное решение уравнений (19). 3. Применение квадратурных формул (22). 4. Интегральное уравнение Милиа (23). 5. Распределение яркости по диску звезды (26).	
3. Точное решение основных уравнений	27
1. Уравнение для резольвенты (27). 2. Вспомогательные уравнения (29). 3. Определение функции $\Phi(\tau)$ (30). 4. Решение однородного уравнения (32). 5. Интенсивность выходящего излучения (33). 6. Применение к звездным фотосферам (35).	
§ 4. Локальное термодинамическое равновесие	38
1. Поле излучения при термодинамическом равновесии (38). 2. Предположение о локальном термодинамическом равновесии звездной фотосферы (40). 3. Излучение, выходящее из фотосферы (42). 4. Зависимость температуры и плотности от глубины (45). 5. Световое давление в фотосфере (47).	
§ 5. Зависимость коэффициента поглощения от частоты	50
1. Излучение и поглощение в непрерывном спектре (50). 2. Поглощение атомами водорода (52). 3. Поглощение отрицательными ионами водорода (54). 4. Рассеяние света свободными электронами (56). 5. Средний коэффициент поглощения (57).	
§ 6. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, зависящем от частоты	60
1. Приближенная теория (60). 2. Случай поглощения атомами одного рода (63). 3. Модели фотосфер (67). 4. Горячие звезды (68). 5. Холодные звезды (69). 6. Белые карлики (71). 7. Фотосферы при отсутствии ЛТР (72).	
§ 7. Специальные вопросы теории фотосфер	74
1. Протяженные фотосферы (74). 2. Покровный эффект (75). 3. Эффект отражения в тесных парах (77). 4. Поляризация излучения горячих звезд (79).	
Г л а в а II. Звездные атмосферы	83
§ 8. Коэффициент поглощения в спектральной линии	83
1. Эйнштейновские коэффициенты переходов (83). 2. Коэффициент поглощения, обусловленный затуханием излучения и тепловым движением атомов (87). 3. Эффекты давления (91). 4. Эффект Штарка (94).	
§ 9. Линии поглощения при локальном термодинамическом равновесии	98
1. Основные формулы (98). 2. Определение профилей линий (101). 3. Слабые линии и крылья сильных линий (103). 4. Отклонения от термодинамического равновесия (105).	

§ 10. Линии поглощения при когерентном рассеянии	107
1. Модель Шварцшильда—Шустера (107). 2. Модель Эддингтона (111). 3. Флуоресценция в звездных атмосферах (114). 4. Точное решение задачи (117).	
§ 11. Линии поглощения при некогерентном рассеянии	120
1. Перераспределение излучения по частотам внутри линии (129). 2. Уравнение переноса излучения и его решение (123). 3. Центральные интенсивности линий поглощения (126). 4. Изменение профилей линий на диске Солнца (129). 5. Многоуровневый атом (130).	
§ 12. Химический состав звездных атмосфер	131
1. Эквивалентные ширины линий (131). 2. Кривая роста для модели Шварцшильда — Шустера (133). 3. Кривая роста для модели Эддингтона (135). 4. Построение кривых роста по наблюдательным данным (137). 5. Содержание различных атомов в атмосферах (138).	
§ 13. Физические условия в атмосферах	141
1. Возбуждение и ионизация атомов (141). 2. Концентрация свободных электронов (144). 3. Турбулентность в атмосферах (146). 4. Вращение звезд (147). 5. Магнитные поля звезд (151).	
§ 14. Звезды разных спектральных классов	153
1. Зависимость спектра от температуры (153). 2. Влияние ускорения силы тяги на спектр (156). 3. Звезды ранних спектральных классов (157). 4. Звезды поздних спектральных классов (160). 5. Белые карлики (162).	
Г л а в а III. Атмосфера Солнца	
§ 15. Общие сведения	167
1. Фотосфера Солнца (167). 2. Конвекция и грануляция (170). 3. Солнечные пятна (172). 4. Солнечная активность (174).	
§ 16. Хромосфера	176
1. Интенсивности линий (176). 2. Самопоглощение в линиях (178). 3. Распределение атомов по высоте (181). 4. Возбуждение атомов в хромосфере (183). 5. Ультрафиолетовый спектр Солнца (184). 6. Линия L_{α} в спектре Солнца (186).	
§ 17. Корона	188
1. Излучение короны (188). 2. Происхождение непрерывного спектра (190). 3. Электронная концентрация (192). 4. Корональные линии (195). 5. Температура короны (197). 6. Ионизация и возбуждение атомов (200). 7. Ультрафиолетовое и рентгеновское излучения (204).	
§ 18. Радиоизлучение Солнца	205
1. Результаты наблюдений (205). 2. Радиоизлучение спокойного Солнца (207). 3. Распределение радиоизлучения по диску (210). 4. Распространение радиоволн в короне (215). 5. Спорадическое радиоизлучение (215). 6. Сверхкорона Солнца (216).	
Г л а в а IV. Атмосферы планет	
§ 19. Рассеяние света в планетных атмосферах	219
1. Основные уравнения (219). 2. Полубесконечная атмосфера (222). 3. Атмосфера конечной оптической толщины (224). 4. Отражение света поверхностью планеты (228). 5. Альbedo планеты (230).	
§ 20. Оптические свойства планетных атмосфер	233
1. Атмосфера Венеры (233). 2. Атмосфера Марса (238). 3. Атмосфера Земли (240). 4. Интерпретация спектров планет (242).	
§ 21. Строение планетных атмосфер	246
1. Температуры планет (246). 2. Радиоизлучение планет (249). 3. Модели планетных атмосфер (250). 4. Верхние слои атмосфер (252).	

Г л а в а V. Газовые туманности	257
§ 22. Механизм свечения туманностей	257
1. Наблюдательные данные (257). 2. Причина свечения туманностей (259). 3. Теорема Росселанда (261). 4. Определение температур звезд по линиям водорода (263). 5. Излучение звезд в ультрафиолетовой области спектра (266). 6. Определение температур звезд по линиям «небулия» (269).	
§ 23. Ионизация атомов	271
1. Число рекомбинаций (271). 2. Степень ионизации в туманности (273). 3. Ионизация в туманности большой оптической толщины (275). 4. Энергетический баланс свободных электронов (278).	
§ 24. Возбуждение атомов	284
1. Возбуждение при фотоионизациях и рекомбинациях (284). 2. Интенсивности эмиссионных линий (287). 3. Роль столкновений (289). 4. Массы и плотности туманностей (290).	
§ 25. Запрещенные линии	293
1. Необходимые условия для появления запрещенных линий (293). 2. Вероятности столкновений (297). 3. Интенсивности запрещенных линий (298). 4. Электронные температуры и концентрации (301). 5. Химический состав туманностей (303).	
§ 26. Непрерывный спектр	305
1. Рекомбинация и свободно-свободные переходы (305). 2. Двухфотонное излучение (309). 3. Влияние столкновений (312). 4. Сравнение теории с наблюдениями (314). 5. Излучение в других областях спектра (315).	
§ 27. Диффузия излучения в туманностях	316
1. Поле L_c -излучения (316). 2. Поле L_α -излучения в неподвижной туманности (322). 3. Поле L_α -излучения в расширяющейся туманности (328). 4. Световое давление в туманностях (332).	
Г л а в а VI. Нестационарные звезды	337
§ 28. Звезды с яркими спектральными линиями	337
1. Звезды ранних классов с яркими линиями (337). 2. Профили эмиссионных линий (340). 3. Интенсивности эмиссионных линий (343). 4. Звезды типа Ве (348). 5. Звезды типа Вольфа — Райе (351). 6. Звезды поздних классов с яркими линиями (355). 7. Вспыхивающие звезды (358).	
§ 29. Новые звезды	361
1. Наблюдательные данные (361). 2. Объяснение вспышки (365). 3. Первый период вспышки (367). 4. Небулярная стадия (371). 5. Новая Геркулеса 1934 г. (373). 6. Новые звезды через много лет после вспышки (379).	
§ 30. Движение и свечение оболочек	380
1. Энергия, выделяемая при вспышке (380). 2. Интерпретация кривой блеска (383). 3. Выбрасывание вещества из звезды (387). 4. Движение оболочки в межзвездной среде (389).	
§ 31. Сверхновые звезды	391
1. Результаты наблюдений (391). 2. Синхротронное излучение (393). 3. Крабовидная туманность (396). 4. Сверхновые звезды и космические лучи (399). 5. Пульсары (400).	
Г л а в а VII. Межзвездная среда	404
§ 32. Межзвездная пыль	404
1. Связь между звездами и туманностями (404). 2. Флуктуации яркости Млечного Пути (407). 3. Свечение пылевых туманностей (411). 4. Природа пылевых частиц (416). 5. Поляризация света звезд (418).	

§ 33. Межзвездный газ	420
1. Ионизация межзвездного водорода (420). 2. Ионизация других атомов (423). 3. Межзвездные линии поглощения (427). 4. Физическое состояние межзвездного газа (431). 5. Движение межзвездного газа (432).	
§ 34. Космическое радиоизлучение	435
1. Излучение вены H II (435). 2. Нетепловое излучение (437). 3. Монохроматическое радиоизлучение (439). 4. Линии поглощения в радиодиапазоне (442). 5. Космические мазеры (444). 6. Радиоизлучение Метагалактики (446). 7. Квазары (448).	
Г л а в а VIII. Внутреннее строение звезд	452
§ 35. Уравнения равновесия звезды	453
1. Уравнение механического равновесия (453). 2. Плотность, давление и температура внутри звезды (455). 3. Гравитационная энергия звезды (457). 4. Уравнение энергетического равновесия (460). 5. Стандартная модель звезды (461).	
§ 36. Физические процессы внутри звезд	464
1. Уравнение состояния звездного вещества (464). 2. Вырождение газа (466). 3. Перенос энергии внутри звезды (470). 4. Ядерные реакции как источник звездной энергии (473).	
§ 37. Строение и эволюция звезд	476
1. Основные уравнения (476). 2. Методы расчета звездных моделей (478). 3. Модели звезд (481). 4. Уравнения развития звезды (483). 5. Строение белых карликов (485). 6. Нейтронные звезды (490). 7. Проблема эволюции звезд (498).	
Таблицы основных физических и астрономических постоянных	497
Предметный указатель	498

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Первое издание этой книги вышло в свет в 1967 г., а второе — в 1975 г. В течение последнего десятилетия теоретическая астрофизика развивалась чрезвычайно быстро, однако основы этой науки изменились в небольшой степени. Поэтому и третье издание книги не сильно отличается от предыдущих (хотя во многих местах текст сокращен, а в других существенно дополнен). Новейшие достижения астрофизики обычно излагаются в специальных курсах, читаемых для студентов после изучения ими «Курса теоретической астрофизики».

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Второе издание «Курса теоретической астрофизики» отличается от первого издания в основном рядом дополнений, отражающих наиболее важные достижения астрофизики последних лет. Кроме того, значительно обновлены приложенные к каждой главе списки литературы. Сделаны также небольшие изменения в тексте (исправлены замеченные опечатки, уточнены некоторые сведения и т. д.). Для более глубокого изучения вопросов, затронутых в учебнике, можно обратиться к монографиям из серии «Проблемы теоретической астрофизики», опубликованным издательством «Наука». Ссылки на них имеются в соответствующих местах учебника.

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Настоящая книга написана на основе лекций, читавшихся автором в Ленинградском университете в течение последних двадцати лет.

За прошедшие годы теоретическая астрофизика претерпела существенные изменения. Прежде всего чрезвычайно расширился круг наблюдательных данных, которые теоретическая астрофизика должна интерпретировать. В значительной мере это связано с появлением и быстрым развитием радиоастрономии и заатмосферной астрофизики. С другой стороны, в самой теоретической астрофизике возник ряд новых важных представлений: об огромной роли ядерных реакций в энергетике и эволюции звезд, о большом влиянии электромагнитных сил на состояние звездных атмосфер и межзвездной сре-

ды и т. д. Вместе с тем в этой науке были разработаны новые сильные методы (в частности, в теории переноса излучения), а также произведено усовершенствование известных методов с целью использования возможностей, даваемых электронными вычислительными машинами.

Предлагаемая книга состоит из восьми глав. В двух первых из них рассматриваются проблемы образования непрерывного и линейчатого спектров звезд. Подробно исследуются процессы поглощения и испускания лучистой энергии, происходящие в элементарном объеме, а также процессы переноса лучистой энергии через поверхностные слои звезды. Здесь же показывается как по наблюдаемым звездным спектрам определяются физические условия в поверхностных слоях звезд и их химический состав.

Глава III специально посвящена солнечной атмосфере. Близость к нам Солнца позволяет изучить детали на его диске, а также самые внешние слои солнечной атмосферы — хромосферу и корону. В гл. IV речь идет о планетных атмосферах, светящихся, как известно, вследствие рассеяния ими солнечного излучения.

В главе V изложена физика газовых туманностей, представляющая собой сравнительно простой и очень хорошо разработанный раздел астрофизики. Здесь много места уделено вопросам ионизации и возбуждения атомов, образования эмиссионных спектров и др. Результаты, полученные при изучении газовых туманностей, применяются затем при рассмотрении нестационарных звезд (в гл. VI) и межзвездной среды (в гл. VII). Книга заканчивается главой, посвященной теории внутреннего строения звезд.

При работе над книгой автор не ставил перед собой задачи изложить в ней все разделы теоретической астрофизики с одинаковой полнотой. Если бы поступить иначе, то при заданном объеме книги она состояла бы из частей, очень далеких друг от друга, и по ней нельзя было бы учиться. В книге рассмотрены главным образом проблемы, связанные с полями излучения космических объектов и с образованием их спектров в разных диапазонах. Другие теоретические проблемы освещены менее подробно. Такой характер курса теоретической астрофизики следует считать вполне естественным, так как изучение спектров космических объектов составляет основу этой науки.

Рукопись настоящей книги была прочитана сотрудниками кафедры астрофизики Ленинградского университета В. В. Ивановым и И. Н. Мининым, сделавшими много ценных замечаний. Ряд важных предложений, направленных к улучшению книги, сделал С. А. Каплан. Автор выражает им за это искреннюю благодарность.

В. В. Соболев

Фотосферой звезды называется слой, от которого до наблюдателя излучение в непрерывном спектре. Выше фотосферы расположена атмосфера звезды, дающая линейчатый спектр. Разумеется, между фотосферой и атмосферой нет резкой границы, но все же спектральные линии возникают в среднем в более высоких слоях, чем непрерывный спектр. Под фотосферой находятся недоступные для наблюдений звездные недра. Мы увидим дальше, что для подавляющего большинства звезд фотосфера является сравнительно тонкой, т. е. толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды.

Свечение фотосферы и определяет собой блеск звезды (отсюда и произошло название «фотосфера» — сфера света). Однако в самой фотосфере энергия не вырабатывается. Источники энергии находятся в более глубоких слоях звезды, а через фотосферу энергия лишь переносится наружу.

Уже в первых исследованиях по теории фотосфер было установлено, что перенос энергии в фотосфере осуществляется в основном лучеиспусканием. Перенос энергии теплопроводностью не играет существенной роли вследствие малости коэффициента теплопроводности газов. Перенос энергии конвекцией может иметь значение лишь для отдельных мест в фотосфере.

Изучение переноса лучистой энергии через фотосферу — основная задача теории фотосфер. Решение этой задачи связано с выяснением строения фотосферы, т. е. с нахождением зависимости плотности, температуры и других физических величин от глубины.

Одним из наиболее важных результатов теории фотосфер должно быть получение распределения энергии в непрерывном спектре звезды. Путем сравнения теоретического и наблюдаемого распределения энергии в звездном спектре можно сделать проверку правильности предположений, положенных в основу теории.

Последовательное развитие теории звездных фотосфер и атмосфер отражено в книгах Э. Милна [1], С. Росселанда [2], В. А. Амбарцумяна [3].

§ 1. Лучистое равновесие звездной фотосферы

1. Поле излучения. Поскольку наша ближайшая задача состоит в анализе поля излучения в фотосфере, то прежде всего мы должны ввести величины, характеризующие поле излучения.

Основной из таких величин является интенсивность излучения. Эта величина определяется так. Возьмем в данном месте пространства элементарную площадку, перпендикулярную к направлению излучения. Если величина площадки есть $d\sigma$, а излучение падает в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в телесном угле $d\omega$ за время dt , то количество лучистой энергии dE_ν , падающее на площадку, будет пропорционально $d\sigma d\nu d\omega dt$, т. е. будет равно

$$dE_\nu = I_\nu d\sigma d\nu d\omega dt. \quad (1.1)$$

Коэффициент пропорциональности, входящий в эту формулу, и называется интенсивностью излучения. Можно сказать, что интенсивность излучения есть количество лучистой энергии, падающее в единичном интервале частот за единицу времени в единичном телесном угле на единичную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению излучения. Вообще говоря, интенсивность излучения зависит от координат данной точки, от направления излучения и от частоты ν . Если интенсивность излучения задана, то легко могут быть определены и другие величины, характеризующие поле излучения. Одной из них является плотность излучения ρ_ν , представляющая собой количество лучистой энергии в единичном интервале частот, находящееся в единице объема.

Чтобы выразить ρ_ν через I_ν , поступим следующим образом. Допустим сначала, что излучение интенсивности I_ν падает на площадку $d\sigma$ перпендикулярно к ней в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ за время dt внутри малого телесного угла $\Delta\omega$. Тогда количество лучистой энергии, падающее на площадку, будет равно $I_\nu d\sigma d\nu dt \Delta\omega$. Очевидно, что эта энергия займет объем $d\sigma c dt$, где c — скорость света. Поэтому количество лучистой энергии, приходящееся на единицу объема, будет равно $I_\nu d\nu \Delta\omega/c$. С другой стороны, та же величина по определению равна $\rho_\nu d\nu$. Следовательно, в рассматриваемом случае

$$\rho_\nu = I_\nu \frac{\Delta\omega}{c}. \quad (1.2)$$

В общем же случае, когда на данный объем падает излучение со всех сторон, плотность излучения ρ_ν выразится формулой

$$\rho_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\omega, \quad (1.3)$$

где интегрирование производится по всем телесным углам.

Через интенсивность излучения легко также выразить поток излучения H_ν , представляющий собой количество лучистой энергии, протекающей во всех направлениях через единичную площадку в единичном интервале частот за единицу времени. Чтобы сделать это, рассмотрим сначала излучение, проходящее через площадку $d\sigma$ в направлении, составляющем угол ϑ с ее внешней нормалью

(рис. 1). В данном случае площадь элементарной площадочки, перпендикулярной к направлению излучения, равна $d\sigma \cos \vartheta$. Поэтому количество лучистой энергии, протекающее через площадку $d\sigma$ под углом ϑ к нормали внутри телесного угла $d\omega$ за время dt в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, будет равно $I_\nu d\sigma \cos \vartheta d\nu dt d\omega$. Если мы проинтегрируем это выражение по всем направлениям, то получим величину, которая, по определению, равна $H_\nu d\sigma dt d\nu$. Следовательно,

$$H_\nu = \int I_\nu \cos \vartheta d\omega. \quad (1.4)$$

В сферической системе координат с полярной осью, направленной по внешней нормали к площадке $d\sigma$, элемент телесного угла равен $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, где φ — азимут направления излучения. Поэтому выражение для потока излучения может быть переписано в виде

$$H_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi I_\nu \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (1.5)$$

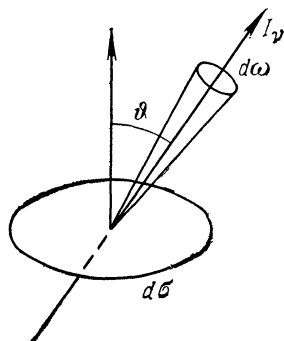


Рис. 1.

Так как $\cos \vartheta < 0$ при $\vartheta > \pi/2$, то из формулы (1.5) следует, что поток излучения H_ν является разностью двух положительных величин:

$$H_\nu = \mathcal{E}_\nu - \mathcal{E}'_\nu, \quad (1.6)$$

где

$$\mathcal{E}_\nu = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \quad (1.7)$$

и

$$\mathcal{E}'_\nu = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi/2}^\pi I_\nu \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (1.8)$$

Величина \mathcal{E}_ν представляет собой освещенность площадки с одной стороны, а величина \mathcal{E}'_ν — освещенность площадки с другой стороны. Таким образом, поток излучения через какую-либо площадку есть разность освещенностей этой площадки.

Отметим важное свойство интенсивности излучения: в пустом пространстве (т. е. при отсутствии в нем поглощения и испускания лучистой энергии) интенсивность излучения не меняется вдоль луча.

Для доказательства этого свойства возьмем на луче две элементарные площадки, расположенные перпендикулярно к лучу на расстоянии s друг от друга. Пусть $d\sigma$ и $d\sigma'$ — площади этих площадок,

а $d\omega$ и $d\omega'$ — телесные углы, под которыми с одной площадки видна другая. Рассматривая лучистую энергию, проходящую через обе площадки, мы можем написать: $I_\nu d\sigma d\omega = I'_\nu d\sigma' d\omega'$, где I_ν и I'_ν — интенсивность излучения, падающего на одну и другую площадку соответственно. Но $d\omega = s^2 d\sigma'$ и $d\omega' = s^2 d\sigma$. Поэтому, как и утверждалось, имеем $I_\nu = I'_\nu$.

Из сказанного, в частности, следует, что интенсивность солнечного излучения на расстоянии от Солнца до Земли такая же, как и при выходе его из Солнца. Очевидно, однако, что плотность и поток излучения убывают по мере удаления от Солнца.

2. Уравнение переноса излучения. Выше уже было сказано, что в пустом пространстве интенсивность излучения не меняется вдоль луча. Теперь мы допустим, что пространство заполнено средой, способной поглощать и испускать лучистую энергию. В таком случае интенсивность излучения будет меняться вдоль луча, и мы сейчас выведем уравнение, описывающее это изменение. Однако предварительно введем в рассмотрение величины, характеризующие поглощательную и испускательную способность среды.

Пусть на площадку $d\sigma$, расположенную перпендикулярно к направлению излучения, падает излучение интенсивности I_ν внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt . Количество энергии, падающее на площадку, будет равно $I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt$. Если среда способна поглощать излучение, то на пути ds из указанного количества энергии будет поглощена некоторая доля, пропорциональная ds . Мы обозначим эту долю через $\alpha_\nu ds$. Таким образом, количество поглощенной энергии на пути ds будет равно

$$\alpha_\nu ds I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt. \quad (1.9)$$

Величина α_ν называется коэффициентом поглощения. Так как доля поглощенной энергии $\alpha_\nu ds$ есть величина безразмерная, то коэффициент поглощения α_ν имеет размерность, обратную длине. Заметим, что коэффициент поглощения зависит от частоты излучения и координат данной точки, но не зависит от направления излучения (в изотропной среде).

Если среда способна также излучать энергию, то количество энергии, излученное объемом dV внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ в течение времени dt , будет пропорционально $dV d\omega d\nu dt$. Мы обозначим это количество энергии через

$$\epsilon_\nu dV d\omega d\nu dt \quad (1.10)$$

и назовем величину ϵ_ν коэффициентом излучения. Следовательно, коэффициент излучения есть количество энергии, излучаемое единичным объемом в единичном телесном угле в единичном интервале частот за единицу времени. Коэффициент излучения зависит от частоты ν , от координат данной точки и, вообще говоря, от направления излучения.

Считая величины α_v и ϵ_v заданными, найдем, как меняется интенсивность излучения вдоль луча. При этом будем предполагать, что поле излучения стационарно, т. е. не меняется с течением времени.

Возьмем элементарный цилиндр, ось которого направлена по данному лучу. Пусть площадь основания цилиндра равна $d\sigma$, а высота равна ds (причем высота мала по сравнению с линейными размерами основания). Рассмотрим излучение, входящее в цилиндр и выходящее из него внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ за время dt . Если интенсивность излучения, входящего в цилиндр, есть I_ν , то количество входящей в цилиндр энергии будет равно

$$I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt.$$

Обозначим интенсивность выходящего из цилиндра излучения через $I_\nu + dI_\nu$. Тогда количество выходящей из цилиндра энергии будет равно

$$(I_\nu + dI_\nu) d\sigma d\omega d\nu dt.$$

Разница между указанными количествами энергии возникает как за счет поглощения энергии в цилиндре, так и за счет испускания энергии цилиндром. Количество энергии, поглощаемой в цилиндре, определяется выражением (1.9). Что же касается энергии, испускаемой цилиндром, то она будет дана выражением (1.10), если мы положим в нем $dV = d\sigma ds$. Таким образом, получаем

$$(I_\nu + dI_\nu) d\sigma d\omega d\nu dt = I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt - \alpha_\nu ds I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt + \epsilon_\nu d\sigma ds d\omega d\nu dt,$$

или, после необходимых сокращений,

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + \epsilon_\nu. \quad (1.11)$$

Это и есть искомое уравнение, определяющее изменение интенсивности излучения при прохождении его через поглощающую и излучающую среду. Оно называется уравнением переноса излучения.

В частном случае, когда в среде происходит поглощение лучистой энергии, но нет испускания (т. е. $\alpha_\nu \neq 0$, а $\epsilon_\nu = 0$), вместо уравнения (1.11) имеем

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu. \quad (1.12)$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$I_\nu(s) = I_\nu(0) e^{-\int_0^s \alpha_\nu(s') ds'} \quad (1.13)$$

где $I_v(0)$ — интенсивность излучения при $s=0$ (например, интенсивность излучения, входящего в среду).

Безразмерная величина

$$\int_0^s \alpha_v(s') ds'$$

называется оптическим расстоянием между двумя точками. При прохождении излучением единичного оптического расстояния интенсивность излучения уменьшается в e раз.

В общем случае (т. е. при $\alpha_v \neq 0$ и $\epsilon_v \neq 0$), решая уравнение (1.11) относительно I_v , получаем

$$I_v(s) = I_v(0) e^{-\int_0^s \alpha_v(s') ds'} + \int_0^s \epsilon_v(s') e^{-\int_{s'}^s \alpha_v(s'') ds''} ds'. \quad (1.14)$$

Соотношение (1.14) может быть названо уравнением переноса излучения в интегральной форме.

Мы видим, что в общем случае интенсивность излучения состоит из двух частей. Первая часть представляет собой интенсивность первоначального излучения (в точке $s=0$), ослабленного вследствие поглощения на пути от 0 до s . Вторая часть есть интенсивность излучения, обусловленного испусканием лучистой энергии на пути от 0 до s и соответствующим ослаблением его вследствие поглощения на пути от места испускания s' до рассматриваемого места s .

3. Уравнение лучистого равновесия. Полученное выше уравнение переноса излучения (1.11) позволяет находить интенсивность излучения I_v , если известны коэффициент излучения ϵ_v и коэффициент поглощения α_v . Однако обычно в задачах о переносе излучения коэффициент излучения ϵ_v не является заданным, а зависит от количества лучистой энергии, поглощенной в элементарном объеме, т. е. от величин α_v и I_v . Чтобы найти эту зависимость, надо рассмотреть энергетические процессы, происходящие в элементарном объеме данной среды.

Указанные процессы специфичны для каждой задачи. Мы сейчас рассмотрим энергетические процессы, происходящие в элементарном объеме звездной фотосферы.

Как уже было сказано во введении к этой главе, в фотосфере нет источников энергии и вырабатываемая внутри звезды энергия переносится через фотосферу лучеиспусканием. Поэтому излучение каждого элементарного объема фотосферы происходит за счет поглощаемой им лучистой энергии. Предполагая стационарность фотосферы, мы можем сказать, что каждый элементарный объем фотосферы излучает столько энергии, сколько он поглощает. Такое состояние фотосферы называется состоянием лучистого равновесия.

Разумеется, в состоянии лучистого равновесия находятся лишь фотосферы тех звезд, которые не претерпевают быстрых изменений с течением времени. Как известно, они составляют огромное большинство звезд. Именно об этих звездах и будет идти речь в настоящей главе. Звезды с быстро меняющимися блеском и спектром (например, новые звезды) будут рассмотрены позднее (см. гл. VI).

Дадим математическую формулировку условия лучистого равновесия. Для этого найдем количество лучистой энергии, поглощаемое элементарным объемом, и количество энергии, излучаемое этим объемом.

Возьмем элементарный объем с площадью основания $d\sigma$ и высотой dr . Пусть на этот объем падает излучение интенсивности I_ν внутри телесного угла $d\omega$ в направлении, образующем угол ϑ с нормалью к основанию. Количество энергии, падающее на объем в интервале частот от ν до $\nu+dv$ за время dt , будет равно $I_\nu d\sigma \cos \vartheta d\omega dv dt$. Так как путь, проходимый излучением в объеме, равен $dr \sec \vartheta$, то из общего количества падающей на объем энергии будет поглощаться в нем доля $\alpha_\nu dr \sec \vartheta$. Следовательно, количество поглощенной энергии будет равно

$$d\sigma dr dt \alpha_\nu I_\nu dv d\omega.$$

Чтобы получить полное количество поглощенной объемом энергии, надо проинтегрировать это выражение по всем частотам и по всем направлениям. В результате находим, что полное количество поглощенной объемом энергии дается выражением

$$d\sigma dr dt \int_0^\infty \alpha_\nu dv \int I_\nu d\omega. \quad (1.15)$$

На основании (1.10) количество энергии, излучаемое объемом $d\sigma dr$ внутри телесного угла $d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu+dv$ за время dt , будет равно

$$\epsilon_\nu d\sigma dr d\omega dv dt.$$

Так как энергия в непрерывном спектре излучается элементарным объемом с одинаковой вероятностью во все стороны, то для полного количества энергии, излучаемого этим объемом, получаем выражение

$$4\pi d\sigma dr dt \int_0^\infty \epsilon_\nu dv. \quad (1.16)$$

Приравнивая друг к другу выражения (1.15) и (1.16), находим

$$4\pi \int_0^\infty \epsilon_\nu dv = \int_0^\infty \alpha_\nu dv \int I_\nu d\omega. \quad (1.17)$$

Уравнение (1.17) называется уравнением лучистого равновесия.

Уравнение переноса излучения (1.11) и уравнение лучистого равновесия (1.17) принадлежат к числу основных уравнений теории звездных фотосфер.

4. Геометрическая модель фотосферы. Уравнение (1.11) представляет собой самую общую форму уравнения переноса излучения. В конкретных случаях вид уравнения переноса излучения определяется принятой системой координат, а также тем, от каких аргументов зависит интенсивность излучения.

Мы можем считать, что звезда обладает сферической симметрией. В этом случае интенсивность излучения I_v зависит от двух аргументов: от расстояния r от центра звезды и от угла ϑ между направлением излучения и направлением радиуса-вектора. В данном случае мы имеем:

$$\frac{dI_v}{ds} = \frac{\partial I_v}{\partial r} \frac{dr}{ds} + \frac{\partial I_v}{\partial \vartheta} \frac{d\vartheta}{ds} \quad (1.18)$$

и

$$\frac{dr}{ds} = \cos \vartheta, \quad \frac{d\vartheta}{ds} = -\frac{\sin \vartheta}{r}. \quad (1.19)$$

Поэтому уравнение переноса излучения в случае сферически-симметричной фотосферы принимает вид

$$\cos \vartheta \frac{\partial I_v}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I_v}{\partial \vartheta} = -\alpha_v I_v + \epsilon_v. \quad (1.20)$$

В рассматриваемом случае уравнение лучистого равновесия (1.17) может быть заменено другим, более простым уравнением, имеющим тот же физический смысл. Проинтегрировав уравнение (1.20) по всем частотам и по всем направлениям, получаем

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \int_0^\infty H_v dv \right) = - \int_0^\infty \alpha_v dv \int I_v d\omega + 4\pi \int_0^\infty \epsilon_v dv. \quad (1.21)$$

Из (1.21) видно, что если выполняется уравнение (1.17), то должно выполняться и уравнение

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \int_0^\infty H_v dv \right) = 0. \quad (1.22)$$

Из (1.22) следует

$$\int_0^\infty H_v dv = \frac{C}{r^2}, \quad (1.23)$$

где C — некоторая постоянная, определяемая источниками энергии звезды.

Таким образом, полный поток излучения (т. е. поток излучения, проинтегрированный по всему спектру) в сферически-симметричной фотосфере обратно пропорционален квадрату расстояния от центра звезды. Соотношение (1.23), как и уравнение (1.17), является следствием отсутствия источников и стоков энергии в фотосфере.

Как уже говорилось, почти все звезды обладают фотосферами, толщина которых очень мала по сравнению с радиусом звезды. Для этих звезд уравнения (1.20) и (1.23) могут быть сильно упрощены. Этого нельзя сделать лишь для звезд особых типов (например, для звезд типа Вольфа — Райе).

Если толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, то фотосферные слои могут считаться не сферическими, а плоскопараллельными (рис. 2). В этом случае угол ϑ не меняется вдоль луча и вместо уравнения (1.20) получаем

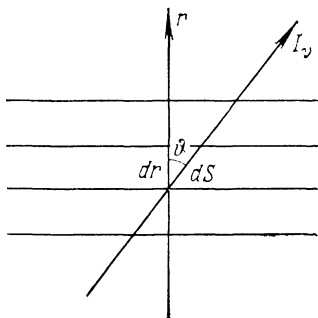


Рис. 2

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha_v I_v + \epsilon_v. \quad (1.24)$$

Так как расстояние r от центра звезды меняется в фотосфере в очень небольших пределах, то вместо уравнения (1.23) имеем

$$\int_0^{\infty} H_v dv = \text{const}. \quad (1.25)$$

Таким образом, при рассмотрении поля излучения в фотосферах «обычных» звезд следует пользоваться уравнениями (1.24) и (1.17) или уравнениями (1.24) и (1.25).

§ 2. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты

1. Основные уравнения. Первоначально в теории фотосфер делалось предположение о независимости коэффициента поглощения от частоты, ведущее к существенному упрощению теории. В дальнейшем, однако, было установлено, что это предположение является весьма грубым. Тем не менее теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты, продолжает сохранять свое значение, так как она может рассматриваться как первое приближение к более строгой теории.

Считая, что коэффициент поглощения не зависит от частоты (т. е. $\alpha_v = \alpha$), вместо уравнения переноса излучения (1.24) и уравнения

лучистого равновесия (1.17) получаем

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha I_v + \epsilon_v, \quad (2.1)$$

$$4\pi \int_0^\infty \epsilon_v dv = \alpha \int d\omega \int_0^\infty I_v dv. \quad (2.2)$$

Введем обозначения

$$\int_0^\infty I_v dv = I, \quad \int_0^\infty \epsilon_v dv = \epsilon. \quad (2.3)$$

Величину I можно назвать полной интенсивностью излучения, а величину ϵ — полным коэффициентом излучения.

Проинтегрировав уравнение (2.1) по всем частотам, находим

$$\cos \vartheta \frac{dI}{dr} = -\alpha I + \epsilon, \quad (2.4)$$

а уравнение (2.2) переписывается в виде

$$4\pi\epsilon = \alpha \int I d\omega. \quad (2.5)$$

При исследовании переноса излучения в любой среде целесообразно переходить от геометрических расстояний к оптическим расстояниям. В данном случае удобно ввести оптическую глубину τ , определяемую формулой

$$\tau = \int_r^\infty \alpha dr. \quad (2.6)$$

Положим также

$$\epsilon = \alpha S. \quad (2.7)$$

Тогда уравнения (2.4) и (2.5) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI}{d\tau} &= I - S, \\ S &= \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Таким образом, мы получили два уравнения для определения двух неизвестных функций I и S .

В системе уравнений (2.8) величина I является функцией от τ и ϑ , а величина S — функцией от τ . Учитывая, что $d\omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, и производя интегрирование по φ в пределах от 0 до 2π , вместо (2.8) получаем

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI(\tau, \vartheta)}{d\tau} &= I(\tau, \vartheta) - S(\tau), \\ S(\tau) &= \frac{1}{2} \int_0^\pi I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

К системе уравнений (2.9) необходимо добавить еще граничное условие. Оно выражает тот факт, что нет излучения, падающего на звезду извне, т. е.

$$I(0, \vartheta) = 0 \quad \text{при} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \quad (2.10)$$

Кроме того, для получения вполне определенного решения системы уравнений (2.9) при граничном условии (2.10) следует задать еще полный поток излучения в фотосфере, равный

$$H = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (2.11)$$

где L — светимость звезды (т. е. полное количество энергии, излучаемое звездой за 1 с) и R — радиус звезды.

Системы уравнений типа (2.9) весьма часто встречаются в астрофизике. С такими же уравнениями приходится иметь дело и в геофизике (при изучении рассеяния света в земной атмосфере и в водных бассейнах). К аналогичным уравнениям приводят и некоторые проблемы физики (например, проблема диффузии нейтронов). Поэтому системы уравнений типа (2.9) были предметом многочисленных исследований и для их решения предложен ряд методов (см. [4] и [5]).

Ниже излагаются некоторые из этих методов, представляющих наибольший интерес для астрофизики.

2. Приближенное решение уравнений. Для решения системы уравнений (2.9) были предложены приближенные методы, основанные на усреднении интенсивности излучения по направлениям. Первый из этих методов принадлежит Шварцшильду и Шустеру, второй — Эддингтону. Мы сейчас решим систему уравнений (2.9) при помощи каждого из указанных методов.

Метод Шварцшильда — Шустера. Обозначим через $I_1(\tau)$ среднюю интенсивность излучения, идущего снизу вверх, и через $I_2(\tau)$ — среднюю интенсивность излучения, идущего сверху вниз. Эти величины равны

$$I_1(\tau) = \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta, \quad I_2(\tau) = \int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.12)$$

Умножая первое из уравнений (2.9) на $\sin \vartheta d\vartheta$ и интегрируя в пределах от 0 до $\pi/2$, получаем

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = I_1(\tau) - S(\tau). \quad (2.13)$$

Интеграл в левой части этого уравнения приближенно представим в виде

$$\int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} I_1(\tau), \quad (2.14)$$

т. е. вынесем за знак интеграла среднее значение $\cos \vartheta$ в верхней полусфере, равное $\frac{1}{2}$. Тогда вместо (2.13) будем иметь

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1(\tau)}{d\tau} = I_1(\tau) - S(\tau). \quad (2.15)$$

Умножая первое из уравнений (2.9) на $\sin \vartheta d\vartheta$ и интегрируя в пределах от $\pi/2$ до π , аналогично находим

$$-\frac{1}{2} \frac{dI_2(\tau)}{d\tau} = I_2(\tau) - S(\tau). \quad (2.16)$$

Второе из уравнений (2.9) при помощи величин $I_1(\tau)$ и $I_2(\tau)$ переписывается так:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} [I_1(\tau) + I_2(\tau)]. \quad (2.17)$$

Таким образом, от системы уравнений (2.9) мы приближенно перешли к системе уравнений (2.15)—(2.17), которая решается весьма просто.

Складывая почленно уравнения (2.15) и (2.16) и пользуясь (2.17), находим

$$I_1(\tau) - I_2(\tau) = F, \quad (2.18)$$

где F — произвольная постоянная. Вычитая (2.16) из (2.15) и учитывая (2.18), получаем

$$I_1(\tau) + I_2(\tau) = 2F\tau + C, \quad (2.19)$$

где C — новая постоянная.

Для определения постоянных F и C обратимся прежде всего к граничному условию (2.10). В данном случае оно означает, что $I_2(0) = 0$. Находя из (2.18) и (2.19) величину $I_2(0)$ и пользуясь этим условием, имеем

$$C = F. \quad (2.20)$$

Что касается постоянной F , то она выражается через полный поток излучения H , который постоянен в фотосфере и дается формулой (2.11). По определению, полный поток излучения равен

$$H = 2\pi \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.21)$$

В принятом приближении

$$H = 2\pi \left[\frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta - \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \right] = \\ = \pi [I_1(\tau) - I_2(\tau)]. \quad (2.22)$$

Сравнивая (2.22) с (2.18), получаем

$$H = \pi F. \quad (2.23)$$

Подстановка (2.19) и (2.20) в (2.17) дает одну из искомых функций:

$$S(\tau) = F \left(\tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.24)$$

Другая искомая функция $I(\tau, \vartheta)$ легко выражается через $S(\tau)$ при помощи первого из уравнений (2.9).

Метод Эддингтона. Умножим первое из уравнений (2.9) на $2\pi \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta$ и проинтегрируем от 0 до π . Пользуясь формулой (2.21), получаем

$$2\pi \frac{d}{d\tau} \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = H. \quad (2.25)$$

Вынесем за знак интеграла среднее значение $\cos^2 \vartheta$ на сфере, равное $\frac{1}{3}$, т. е. приближенно положим

$$\int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{3} \int_0^{\pi} I(\tau, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.26)$$

Тогда вместо (2.25) при учете второго из уравнений (2.9) находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS(\tau)}{d\tau} = H. \quad (2.27)$$

Так как полный поток излучения постоянен в фотосфере, то из (2.27) следует

$$S(\tau) = \frac{3}{4\pi} H\tau + C, \quad (2.28)$$

где C — произвольная постоянная.

Для нахождения C напомним выражение для величин $S(\tau)$ и H при $\tau=0$. Принимая во внимание граничное условие (2.10), находим

$$S(0) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta, \quad (2.29)$$

а также приближенно

$$H = \pi \int_0^{\pi/2} I(0, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.30)$$

Поэтому имеем

$$S(0) = H/2\pi. \quad (2.31)$$

При условии (2.31) для постоянной C получаем

$$C = H/2\pi. \quad (2.32)$$

Подстановка (2.32) в (2.28) дает

$$S(\tau) = F\left(\frac{3}{4}\tau + \frac{1}{2}\right), \quad (2.33)$$

где, как и раньше, использовано обозначение (2.23).

Мы видим, что выражение (2.33) для функции $S(\tau)$ не сильно отличается от выражения (2.24), полученного предыдущим методом.

3. Применение квадратурных формул. Изложенные выше приближенные методы нашли довольно широкое применение в астрофизике. Однако точность результатов, получаемых этими методами, сравнительно невелика. Поэтому получил распространение другой приближенный метод, основанный на замене интегрального члена уравнения лучистого равновесия суммой Гаусса для численных квадратур. Уравнение переноса излучения пишется при этом для тех значений $\cos \vartheta$, которые являются точками деления интервала в квадратурной формуле. Это позволяет свести задачу к системе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Преимущество этого метода состоит в том, что можно повышать точность результатов, увеличивая число членов квадратурной формулы. Однако и при небольшом числе членов этой формулы получаются удовлетворительные результаты благодаря высокой точности замены интеграла суммой Гаусса.

Указанный метод был подробно разработан Чандрасекаром [4]. Мы сейчас применим этот метод к решению системы уравнений (2.9).

Предварительно перепишем эту систему в виде одного уравнения:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') d\mu', \quad (2.34)$$

где обозначено $\mu = \cos \vartheta$.

Представим интегральный член уравнения (2.34) в виде суммы согласно квадратурной формуле Гаусса:

$$\int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu = \sum_{j=-n}^n a_j I(\tau, \mu_j). \quad (2.35)$$

Здесь $\mu_{-n}, \dots, \mu_{-1}, \mu_1, \dots, \mu_n$ суть корни полинома Лежандра $P_{2n}(\mu)$ и a_j — некоторые весовые множители ($a_{-j} = a_j$). Представление (2.35) тем точнее, чем больше n .

В n -м приближении уравнение (2.34) заменяется системой линейных дифференциальных уравнений порядка $2n$:

$$\mu_i \frac{dI_i}{d\tau} = I_i - \frac{1}{2} \sum_j a_j I_j \quad (i = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n), \quad (2.36)$$

где для краткости $I(\tau, \mu_i)$ обозначено через I_i .

Произвольные постоянные, входящие в общее решение этой системы, определяются из следующих условий: 1) отсутствует излучение, падающее на фотосферу извне, т. е. $I_{-i} = 0$ при $\tau = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$); 2) не может быть членов, экспоненциально возрастающих с τ , 3) задан поток излучения $H = \pi F$.

После нахождения величин I_i из уравнений (2.36) основная искомая функция $S(\tau)$ определяется по формуле

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \sum_i a_i I_i. \quad (2.37)$$

Найдем в виде примера функцию $S(\tau)$ в первом приближении. В данном случае $\mu_1 = -\mu_{-1} = 1/\sqrt{3}$, $a_1 = -a_{-1} = 1$. Поэтому вместо (2.36) получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_1}{d\tau} &= I_1 - \frac{1}{2} (I_1 + I_{-1}), \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dI_{-1}}{d\tau} &= I_{-1} - \frac{1}{2} (I_1 + I_{-1}). \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Система уравнений (2.38) должна быть решена при условиях, что $I_{-1} = 0$ при $\tau = 0$ и

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (I_1 - I_{-1}) = F. \quad (2.39)$$

Находя I_1 и I_{-1} из (2.38) при указанных условиях, для искомой функции $S(\tau)$ получаем

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F \left(\tau + \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (2.40)$$

Как мы увидим дальше, выражение (2.40) для функции $S(\tau)$ оказывается более точным, чем полученные ранее выражения (2.24) и (2.33). Увеличив число членов в квадратурной формуле (2.35), можно получить еще более точные выражения для $S(\tau)$.

4. Интегральное уравнение Милна. Из системы уравнений (2.9) можно получить одно интегральное уравнение для определения функции $S(\tau)$. Для этого надо решить первое из уравнений (2.9) относительно $I(\tau, \vartheta)$ и подставить найденное выражение $I(\tau, \vartheta)$ через $S(\tau)$ во второе из этих уравнений. Такой путь решения задачи представляется наиболее естественным, так как мы получаем одно уравнение для определения функции, зависящей только от одного аргумента.

Общее решение первого из уравнений (2.9) имеет вид

$$I(\tau, \vartheta) = I(\tau_*, \vartheta) e^{-(\tau_* - \tau) \sec \vartheta} + \int_{\tau}^{\tau_*} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau'. \quad (2.41)$$

Оно представляет собой уравнение переноса излучения в интегральной форме [сравните с уравнением (1.14)].

Уравнение (2.41) следует рассматривать отдельно для двух случаев: для излучения, идущего снизу вверх, и для излучения, идущего сверху вниз.

В первом случае, полагая $\tau_* = \infty$ и считая, что интенсивность излучения не возрастает экспоненциально с ростом τ , получаем

$$I(\tau, \vartheta) = \int_{\tau}^{\infty} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau' \quad \left(\vartheta < \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.42)$$

Во втором случае, полагая $\tau_* = 0$ и принимая во внимание граничное условие (2.10), находим

$$I(\tau, \vartheta) = - \int_0^{\tau} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} S(\tau') \sec \vartheta d\tau' \quad \left(\vartheta > \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.43)$$

Теперь мы должны подставить выражения (2.42) и (2.43) во второе из уравнений (2.9). Делая эту подстановку и меняя порядок интегрирования, имеем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_0^{\pi/2} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} \sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta - \\ - \frac{1}{2} \int_0^{\tau} S(\tau') d\tau' \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-(\tau' - \tau) \sec \vartheta} \sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (2.44)$$

Положим $\sec \vartheta = x$ в первом интеграле и $-\sec \vartheta = x$ во втором. Учитывая, что $\sec \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = dx/x$, вместо предыдущего уравнения получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau' - \tau)x} \frac{dx}{x} + \frac{1}{2} \int_0^{\tau} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-(\tau - \tau')x} \frac{dx}{x}. \quad (2.45)$$

Так как показатели в обеих экспонентах могут быть представлены в виде $|\tau - \tau'| x$, то (2.45) короче записывается так:

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S(\tau') d\tau' \int_1^{\infty} e^{-|\tau - \tau'| x} \frac{dx}{x}. \quad (2.46)$$

Ядро интегрального уравнения (2.46) есть интегральная показательная функция, определяемая формулой

$$E_1\tau = \int_1^{\infty} e^{-\tau x} \frac{dx}{x}. \quad (2.47)$$

Заметим, что функция $E_1\tau$ при $\tau=0$ имеет логарифмическую особенность, а при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю как $e^{-\tau}$.

С помощью (2.47) интегральное уравнение для определения функции $S(\tau)$ окончательно записывается в виде

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau'. \quad (2.48)$$

Это интегральное уравнение называется уравнением Милна.

Уравнение (2.48) определяет функцию $S(\tau)$ с точностью до произвольного множителя, который находится из того условия, что задан поток излучения $H = \pi F$.

Выразим поток излучения через функцию $S(\tau)$. Для этого надо подставить в формулу (2.21) выражения (2.42) и (2.43). Выполняя такие же преобразования, как и при получении уравнения (2.48), находим

$$F = 2 \int_{\tau}^{\infty} S(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau' - 2 \int_0^{\tau} S(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau', \quad (2.49)$$

где $E_2\tau$ — вторая из интегральных показательных функций, определяемых равенством

$$E_n\tau = \int_1^{\infty} e^{-\tau x} \frac{dx}{x^n}. \quad (2.50)$$

Интегральное уравнение Милна рассматривалось многими авторами. Наиболее полное исследование принадлежит Хопфу, который нашел, что точное решение этого уравнения имеет вид

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F [\tau + q(\tau)], \quad (2.51)$$

где $q(\tau)$ — функция, монотонно изменяющаяся в небольших пределах между

$$q(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58 \quad \text{и} \quad q(\infty) = 0,71.$$

Представляет интерес сравнение приближенных выражений для $S(\tau)$, полученных выше при помощи методов Шварцшильда — Шустера, Эддингтона и Чандрасекара (в первом приближении), с точной формулой (2.51). Эти приближенные выражения даются соот-

ветственно формулами (2.24), (2.33) и (2.40). Мы видим, что наибольшей точностью обладает формула (2.40). Значения функции $S(\tau)$, найденные по этой формуле при $\tau=0$ и при больших τ , а именно

$$S(0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F \quad (2.52)$$

и

$$S(\tau) = \frac{3}{4} F\tau \quad \text{при } \tau \gg 1, \quad (2.53)$$

совпадают с точными значениями $S(\tau)$. Формула (2.33) дает точные значения функции $S(\tau)$ лишь при $\tau \gg 1$. Значения $S(\tau)$, полученные по формуле (2.24), отличаются от точных значений как при $\tau=0$, так и при $\tau \gg 1$.

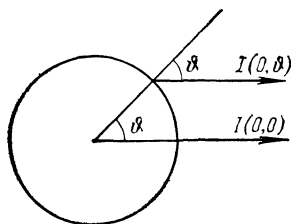


Рис. 3

5. Распределение яркости по диску звезды. Знание функции $S(\tau)$ позволяет определить интенсивность излучения на любой оптической глубине. В частности, мы можем найти интенсивность излучения, выходящего из звезды, т. е. величину $I(0, \vartheta)$. Очевидно, что интенсивность излучения, выходящего из фотосферы под углом

ϑ к нормали, представляет собой яркость диска звезды на угловом расстоянии ϑ от центра диска (рис. 3). Поэтому величиной $I(0, \vartheta)$ дается распределение яркости по диску звезды.

Чтобы найти величину $I(0, \vartheta)$, надо в формуле (2.42), дающей интенсивность излучения, идущего снизу вверх (т. е. при $\vartheta < \pi/2$), положить $\tau=0$. Делая это и заменяя переменную интегрирования τ' на τ , находим

$$I(0, \vartheta) = \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-\tau \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau. \quad (2.54)$$

Выше были получены различные приближенные формулы для функции $S(\tau)$. Посмотрим, к какому распределению яркости по диску звезды приводит каждая из этих формул.

Пользуясь для функции $S(\tau)$ формулами (2.24), (2.33) и (2.40), полученными в приближениях Шварцшильда — Шустера, Эддингтона и в первом приближении Чандрасекара, соответственно находим

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{1}{2} + \cos \vartheta \right), \quad (2.55)$$

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos \vartheta \right) \quad (2.56)$$

и

$$I(0, \vartheta) = F \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4} \cos \vartheta \right). \quad (2.57)$$

Для отношения яркости в центре диска к яркости на краю, т. е. для величины $I(0, 0)/I(0, \pi/2)$, эти формулы соответственно дают: 3, 2,5 и 2,7. Как мы увидим ниже, точное значение этой величины равно 2,9.

Таким образом, яркость в центре диска значительно больше яркости на краю. Объясняется это тем, что в центре диска излучение выходит в среднем из более глубоких слоев, чем на краю.

Приведенный выше теоретический закон распределения яркости по диску звезды в общем подтверждается наблюдательными данными. Эти данные получены в основном при изучении Солнца, так как дисков других звезд мы не видим. Некоторые сведения о потемнении диска звезды при переходе от центра к краю дает также анализ кривых изменения блеска затменных переменных. В этом случае одна звезда периодически закрывает другую и по свечению оставшейся не закрытой части диска звезды можно судить о распределении яркости по диску.

Подчеркнем, что в этом параграфе речь шла о полных (т. е. проинтегрированных по всему спектру) яркостях. Наблюдения же дают не только распределение по диску звезды полной яркости, но и распределение яркости в различных длинах волн. Вопрос о законе потемнения диска звезды при переходе от центра к краю в различных длинах волн будет рассмотрен ниже.

§ 3. Точное решение основных уравнений

1. Уравнение для резольвенты. Приведенное выше интегральное уравнение Милна представляет собой частный случай уравнений, довольно часто встречающихся в астрофизике. Все эти уравнения имеют ядра, зависящие от абсолютного значения разности двух аргументов. Для решения таких уравнений был предложен сравнительно простой метод, который мы сейчас и изложим (см. [5]). Затем этот метод будет использован для получения точного решения задачи о переносе излучения через фотосферу звезды. В дальнейшем тем же методом будут решены другие астрофизические задачи (об образовании линий поглощения в звездных спектрах, о рассеянии света в атмосферах планет и т. д.).

Рассмотрим интегральное уравнение

$$S(\tau) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau' + g(\tau), \quad (3.1)$$

определяющее функцию $S(\tau)$ (не совпадающую, вообще говоря, с введенной ранее функцией $S(\tau)$, но имеющую аналогичный физический смысл). Здесь $K(|\tau - \tau'|)$ — ядро уравнения и $g(\tau)$ — функция, характеризующая распределение источников излучения в среде. Функции $K(\tau)$ и $g(\tau)$ являются заданными и для разных задач различными (с примерами мы познакомимся позднее).

Решение уравнения (3.1) может быть представлено в виде

$$S(\tau) = g(\tau) + \int_0^{\infty} \Gamma(\tau, \tau') g(\tau') d\tau', \quad (3.2)$$

где $\Gamma(\tau, \tau')$ — резольвента, удовлетворяющая, как известно, уравнению

$$\Gamma(\tau, \tau') = K(|\tau - \tau'|) + \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau''|) \Gamma(\tau'', \tau') d\tau''. \quad (3.3)$$

При этом $\Gamma(\tau, \tau')$ является симметричной функцией от τ и τ' , т. е. $\Gamma(\tau, \tau') = \Gamma(\tau', \tau)$.

Пользуясь уравнением (3.3), мы можем получить новое уравнение для резольвенты. Для этого перепишем (3.3) в виде

$$\Gamma(\tau, \tau') = K(|\tau - \tau'|) + \int_0^{\tau} K(\alpha) \Gamma(\tau - \alpha, \tau') d\alpha + \int_0^{\infty} K(\alpha) \Gamma(\tau + \alpha, \tau') d\alpha. \quad (3.4)$$

Дифференцируя (3.4) сначала по τ , затем по τ' и складывая почленно полученные равенства, находим

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau'} = K(\tau) \Gamma(0, \tau') + \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau''|) \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau'} \right) d\tau''. \quad (3.5)$$

С другой стороны, из уравнения (3.3) имеем

$$\Gamma(0, \tau) = K(\tau) + \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau''|) \Gamma(\tau'', 0) d\tau''. \quad (3.6)$$

Сравнение (3.5) и (3.6) дает

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau'} = \Phi(\tau) \Phi(\tau'), \quad (3.7)$$

где обозначено

$$\Gamma(0, \tau) = \Phi(\tau). \quad (3.8)$$

Из (3.7) следует (при $\tau' > \tau$):

$$\Gamma(\tau, \tau') = \Phi(\tau' - \tau) + \int_0^{\tau} \Phi(\alpha) \Phi(\alpha + \tau' - \tau) d\alpha. \quad (3.9)$$

Таким образом, резольвента $\Gamma(\tau, \tau')$ выражается через функцию $\Phi(\tau)$, зависящую только от одного аргумента.

Для определения функции $\Phi(\tau)$ может быть использовано уравнение

$$\Phi(\tau) = K(\tau) + \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) \Phi(\tau') d\tau', \quad (3.10)$$

представляющее собой уравнение (3.6) при учете (3.8). Другое уравнение для определения $\Phi(\tau)$ будет получено ниже.

2. Вспомогательные уравнения. Через функцию $\Phi(\tau)$ выражается решение уравнения (3.1) при любой функции $g(\tau)$. Поэтому функция $\Phi(\tau)$ должна играть фундаментальную роль в теории рассматриваемых уравнений. С целью определения этой функции мы сейчас получим некоторые вспомогательные уравнения. Вместе с тем, как мы увидим дальше, эти уравнения представят интерес и сами по себе.

Рассмотрим уравнение

$$S(\tau, x) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau', x) d\tau' + e^{-x\tau}, \quad (3.11)$$

являющееся частным случаем уравнения (3.1). На основании формулы (3.2) имеем

$$S(\tau, x) = e^{-x\tau} + \int_0^{\infty} \Gamma(\tau', \tau) e^{-x\tau'} d\tau'. \quad (3.12)$$

Умножая (3.7) на $e^{-x\tau'}$, интегрируя по τ' в пределах от 0 до ∞ и учитывая (3.12), получаем

$$\frac{\partial S(\tau, x)}{\partial \tau} = -xS(\tau, x) + \Phi(\tau) \left[1 + \int_0^{\infty} \Phi(\tau') e^{-x\tau'} d\tau' \right]. \quad (3.13)$$

Но из (3.12) следует

$$S(0, x) = 1 + \int_0^{\infty} \Phi(\tau) e^{-x\tau} d\tau. \quad (3.14)$$

Поэтому находим

$$\frac{\partial S(\tau, x)}{\partial \tau} = -xS(\tau, x) + S(0, x) \Phi(\tau). \quad (3.15)$$

Интегрирование уравнения (3.15) дает

$$S(\tau, x) = S(0, x) \left[e^{-x\tau} + \int_0^{\tau} e^{-x(\tau - \tau')} \Phi(\tau') d\tau' \right]. \quad (3.16)$$

В большинстве задач о переносе излучения ядро интегрального уравнения (3.1) представляется в виде

$$K(\tau) = \int_a^b A(y) e^{-y\tau} dy, \quad (3.17)$$

где $A(y)$ — произвольная функция, a и b — некоторые числа. В этом случае для определения функции $S(0, x)$ получаются сравнительно простые уравнения. В свою очередь искомая функция $\Phi(\tau)$ выражается через функцию $S(0, x)$.

Если $K(\tau)$ дается формулой (3.17), то из уравнения (3.11) следует

$$S(0, x) = 1 + \int_a^b A(y) dy \int_0^\infty S(\tau, x) e^{-y\tau} d\tau. \quad (3.18)$$

Умножая (3.15) на $e^{-y\tau}$, интегрируя по τ в пределах от 0 до ∞ и принимая во внимание (3.14), находим

$$\int_0^\infty S(\tau, x) e^{-y\tau} d\tau = \frac{S(0, x) S(0, y)}{x+y}. \quad (3.19)$$

Подстановка (3.19) в (3.18) дает

$$S(0, x) = 1 + S(0, x) \int_a^b A(y) \frac{S(0, y)}{x+y} dy. \quad (3.20)$$

Мы получили нелинейное интегральное уравнение для определения $S(0, x)$, которое легко может быть решено численно.

Из уравнения (3.20) можно также получить линейное интегральное уравнение для определения $S(0, x)$. Умножая (3.20) на $A(x)/(x-z)$ и интегрируя по x в пределах от a до b , после небольших преобразований находим

$$S(0, z) \left[1 - 2 \int_a^b A(x) \frac{x dx}{x^2 - z^2} \right] = 1 - \int_a^b A(x) \frac{S(0, x)}{x-z} dx. \quad (3.21)$$

Решение этого уравнения может быть получено в явном виде.

3. Определение функции $\Phi(\tau)$. Сравнивая между собой уравнения (3.10) и (3.11), мы видим, что свободный член уравнения (3.10) является суперпозицией свободных членов уравнения (3.11). Поэтому имеем

$$\Phi(\tau) = \int_a^b A(x) S(\tau, x) dx. \quad (3.22)$$

Умножая (3.16) на $A(x)$ и интегрируя по x в пределах от a до b , находим

$$\Phi(\tau) = L(\tau) + \int_0^{\tau} L(\tau - \tau') \Phi(\tau') d\tau', \quad (3.23)$$

где

$$L(\tau) = \int_a^b A(x) S(0, x) e^{-x\tau} dx. \quad (3.24)$$

Уравнение (3.23) является искомым уравнением для определения функции $\Phi(\tau)$. Применяя к нему преобразование Лапласа, получаем

$$\int_0^{\infty} \Phi(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \frac{1}{1 - \int_a^b A(x) S(0, x) \frac{dx}{x+s}} - 1. \quad (3.25)$$

Таким образом, определение резольвенты уравнения (3.1) сводится к нахождению функции $S(0, x)$ из уравнения (3.20) [или (3.21)] и последующему определению функции $\Phi(\tau)$ из (3.25) путем обращения преобразования Лапласа. Последняя операция легко выполняется методом контурного интегрирования при использовании соотношения (3.21).

Если функция $\Phi(\tau)$ известна, то при помощи формул (3.2) и (3.9) может быть найдена и функция $S(\tau)$ при любых источниках излучения. В некоторых случаях функция $S(\tau)$ выражается через $\Phi(\tau)$ весьма просто. Примером может служить случай, когда источники излучения распределены в среде экспоненциально. Как уже было показано выше, при $g(\tau) = e^{-x\tau}$ функция $S(\tau)$, обозначенная нами через $S(\tau, x)$, дается формулой (3.16).

Особенно простое выражение для функции $S(\tau)$ получается при равномерном распределении источников излучения в среде, т. е. при $g(\tau) = 1$. Полагая в формуле (3.16) $x=0$, находим

$$S(\tau, 0) = S(0, 0) \left[1 + \int_0^{\tau} \Phi(\tau') d\tau' \right]. \quad (3.26)$$

Входящая в формулу (3.26) величина $S(0, 0)$ непосредственно выражается через функцию $A(x)$. Положим в (3.20) $x=0$ и в (3.21) $z=0$. Тогда из полученных уравнений следует

$$S^2(0, 0) \left[1 - 2 \int_a^b A(x) \frac{dx}{x} \right] = 1. \quad (3.27)$$

Простые формулы для функции $S(\tau)$ можно также получить при $g(\tau) = \tau^n$, где n — целое число.

4. Решение однородного уравнения. Выше было показано, что решение неоднородного уравнения (3.1) при любой функции $g(\tau)$ выражается через функцию $\Phi(\tau)$. Теперь мы покажем, что через ту же функцию $\Phi(\tau)$ выражается решение однородного уравнения

$$S(\tau) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau'. \quad (3.28)$$

С физической точки зрения это уравнение соответствует случаю, когда источники энергии расположены на бесконечно большой глубине.

Предполагая, что решение уравнения (3.28) существует, продифференцируем его по τ . В результате находим

$$S'(\tau) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S'(\tau') d\tau' + S(0) K(\tau). \quad (3.29)$$

Сравнивая между собой уравнения (3.29) и (3.10), мы видим, что

$$S'(\tau) = kS(\tau) + S(0)\Phi(\tau), \quad (3.30)$$

где k — некоторая постоянная. Из (3.30) следует

$$S(\tau) = S(0) \left[e^{k\tau} + \int_0^{\tau} e^{k(\tau-\tau')} \Phi(\tau') d\tau' \right]. \quad (3.31)$$

Для нахождения постоянной k рассмотрим уравнение (3.28) при $\tau=0$. Учитывая (3.17), имеем

$$S(0) = \int_a^b A(x) dx \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-x\tau} d\tau. \quad (3.32)$$

Умножая (3.30) на $e^{-x\tau}$, интегрируя по τ в пределах от 0 до ∞ и принимая во внимание (3.14), находим

$$\int_0^{\infty} S(\tau) e^{-x\tau} d\tau = S(0) \frac{S(0, x)}{x-k}. \quad (3.33)$$

Подстановка (3.33) в (3.32) дает

$$\int_a^b A(x) \frac{S(0, x)}{x-k} dx = 1, \quad (3.34)$$

или, при учете (3.21),

$$2 \int_a^b A(x) \frac{x dx}{x^2 - k^2} = 1. \quad (3.35)$$

Таким образом, решение однородного уравнения (3.28) выражается через функцию $\Phi(\tau)$ формулой (3.31), в которой постоянная k определяется уравнением (3.35).

5. Интенсивность выходящего излучения. Вспомогательная функция $\Phi(\tau)$ представляет интерес не только потому, что через нее выражается резольвента интегрального уравнения (3.1). Не менее существенно и то, что интенсивность излучения, выходящего из среды, во многих случаях также непосредственно выражается через ту же функцию.

Мы сейчас рассмотрим некоторые из этих случаев, однако предварительно получим важную общую формулу для интенсивности выходящего из среды излучения.

Рассмотрим излучение, выходящее из полубесконечной среды под углом ϑ к нормали. Обозначая $\cos \vartheta = \mu$, для интенсивности этого излучения имеем

$$I(0, \mu) = \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \quad (3.36)$$

Здесь под $S(\tau)$ понимается решение интегрального уравнения (3.1) при любой функции $g(\tau)$, т. е. при любых источниках излучения.

Функция $S(\tau)$ выражается через $g(\tau)$ и резольвенту $\Gamma(\tau, \tau')$ при помощи формулы (3.2). Подставляя (3.2) в (3.36), получаем

$$I(0, \mu) = \int_0^{\infty} g(\tau) \frac{d\tau}{\mu} \left[e^{-\frac{\tau}{\mu}} + \int_0^{\infty} \Gamma(\tau, \tau') e^{-\frac{\tau'}{\mu}} d\tau' \right]. \quad (3.37)$$

Отсюда на основании (3.12) следует:

$$I(0, \mu) = \int_0^{\infty} g(\tau) S\left(\tau, \frac{1}{\mu}\right) \frac{d\tau}{\mu}. \quad (3.38)$$

Это и есть искомая формула для интенсивности излучения. Таким образом, для нахождения функции $I(0, \mu)$ при любых источниках излучения достаточно знать лишь функцию $S(\tau, x)$, определенную уравнением (3.11).

Однако, как уже сказано, во многих частных случаях для определения интенсивности излучения нам должна быть известна только функция $S(0, x)$. Поскольку эта функция определяется непосредственно из уравнений (3.20) или (3.21), то для нахождения $I(0, \mu)$ в этих случаях не требуется знания функции $\Phi(\tau)$.

Рассмотрим следующие частные случаи расположения источников излучения:

1. Пусть функция $g(\tau)$ убывает с оптической глубиной экспоненциально, т. е.

$$g(\tau) = e^{-m\tau}. \quad (3.39)$$

В данном случае, пользуясь формулой (3.19), находим

$$I(0, \mu) = \frac{S(0, m) S\left(0, \frac{1}{\mu}\right)}{1 + m\mu}. \quad (3.40)$$

2. Допустим, что источники излучения расположены в среде равномерной, т. е. $g(\tau) = 1$. В этом случае, полагая в (3.40) $m = 0$, получаем

$$I(0, \mu) = S(0, 0) S\left(0, \frac{1}{\mu}\right). \quad (3.41)$$

Подстановка $S(0, 0)$ из (3.27) в (3.41) дает

$$I(0, \mu) = S\left(0, \frac{1}{\mu}\right) \left[1 - 2 \int_a^b A(x) \frac{dx}{x}\right]^{-1/2}. \quad (3.42)$$

3. Предположим, что $g(\tau) = \tau$. На основании формулы (3.38) имеем

$$I(0, \mu) = \int_0^\infty \tau S\left(\tau, \frac{1}{\mu}\right) \frac{d\tau}{\mu}. \quad (3.43)$$

Для определения интеграла (3.43) воспользуемся уравнением (3.15). Умножая это уравнение на τ и интегрируя по τ от 0 до ∞ , получаем

$$x \int_0^\infty S(\tau, x) \tau d\tau = \int_0^\infty S(\tau, x) d\tau + S(0, x) \int_0^\infty \Phi(\tau) \tau d\tau. \quad (3.44)$$

Но из формул (3.38) и (3.41) следует

$$x \int_0^\infty S(\tau, x) d\tau = S(0, 0) S(0, x). \quad (3.45)$$

Поэтому вместо (3.44) находим

$$x \int_0^\infty S(\tau, x) \tau d\tau = S(0, x) \left[\frac{1}{x} S(0, 0) + \int_0^\infty \Phi(\tau) \tau d\tau \right]. \quad (3.46)$$

Для определения интеграла в правой части соотношения (3.46) умножим это соотношение на $A(x) dx/x$ и проинтегрируем от a до b . Пользуясь формулой (3.22) и уравнением (3.20) при $x = 0$, получаем

$$\int_0^\infty \Phi(\tau) \tau d\tau = S^2(0, 0) \int_a^b A(x) S(0, x) \frac{dx}{x^2}. \quad (3.47)$$

Заменяя в (3.46) x на $1/\mu$ и подставляя (3.47), окончательно находим

$$I(0, \mu) = S(0, 0) S\left(0, \frac{1}{\mu}\right) \left[\mu + S(0, 0) \int_a^b A(x) S(0, x) \frac{dx}{x^2} \right]. \quad (3.48)$$

Аналогично, пользуясь формулой (3.38) и уравнением (3.15), можно найти интенсивность излучения $I(0, \mu)$ и в случае, когда $g(\tau) = \tau^n$ при любом целом n .

4. Будем считать, что источники излучения расположены на бесконечно большой глубине. В этом случае функция $S(\tau)$, определяемая однородным уравнением (3.28), связана с функцией $\Phi(\tau)$ соотношением (3.30). Умножая это соотношение на $e^{-\tau/\mu}$ и интегрируя по τ от 0 до ∞ , находим

$$I(0, \mu) (1 - k\mu) = S(0) \left[1 + \int_0^\infty \Phi(\tau) e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\tau \right]. \quad (3.49)$$

Отсюда, при использовании формулы (3.14), следует:

$$I(0, \mu) = S(0) \frac{S\left(0, \frac{1}{\mu}\right)}{1 - k\mu}. \quad (3.50)$$

Мы видим, что во всех рассмотренных случаях интенсивность излучения $I(0, \mu)$ выражается через функцию $S(0, x)$ весьма простыми формулами. В дальнейшем эти формулы будут неоднократно применяться.

6. Применение к звездным фотосферам. Применим изложенный выше метод к решению задачи о переносе излучения через фотосферу звезды. Как мы знаем, при предположении о независимости коэффициента поглощения от частоты указанная задача сводится к интегральному уравнению Милна

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^\infty E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau'. \quad (3.51)$$

Мы видим, что это уравнение является частным случаем однородного уравнения (3.28) при

$$K(\tau) = \frac{1}{2} E_1 \tau = \frac{1}{2} \int_1^\infty e^{-\tau x} \frac{dx}{x}, \quad (3.52)$$

т. е. при $A(x) = 1/2x$, $a=1$ и $b=\infty$.

Применение изложенного метода должно начинаться с составления уравнения для определения функции $S(0, x)$. Для упрощения записи обозначим $x=1/\mu$, $S(0, x) = \varphi(\mu)$. Тогда уравнение

(3.20) для данного случая принимает вид

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\mu}{2} \varphi(\mu) \int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu'. \quad (3.53)$$

Уравнение (3.53) было впервые получено В. А. Амбарцумяном другим способом. Путем численного решения этого уравнения были составлены подробные таблицы функции $\varphi(\mu)$. Эта функция монотонно возрастает от значения $\varphi(0)=1$ до значения $\varphi(1)=2,9$. Получено также выражение $\varphi(\mu)$ в явном виде *).

Если функция $\varphi(\mu)$ известна, то может быть найдена и функция $\Phi(\tau)$. Для ее определения мы имеем уравнение

$$\int_0^\infty \Phi(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \varphi(\mu) \frac{d\mu}{1+s\mu}} - 1, \quad (3.54)$$

вытекающее из (3.25). Обращение преобразования Лапласа дает

$$\Phi(\tau) = \sqrt{3} + 2 \int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\mu}{\left[(\pi\mu)^2 + \left(2 + \mu \ln \frac{1-\mu}{1+\mu} \right)^2 \right] \mu \varphi(\mu)}. \quad (3.55)$$

Знание функции $\Phi(\tau)$ позволяет получить как решение однородного уравнения (3.51), так и решение соответствующего ему неоднородного уравнения. Однако нас сейчас интересует только решение уравнения (3.51). Это решение определяется формулой (3.31).

Из уравнения (3.35) следует, что в данном случае $k=0$. Поэтому имеем

$$S(\tau) = S(0) \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau') d\tau' \right]. \quad (3.56)$$

Формулой (3.56) и дается искомое точное решение интегрального уравнения Милна.

Мы можем также получить точный закон распределения яркости по диску звезды. Яркость на угловом расстоянии ϑ от центра диска дается формулой (2.54). Полагая в ней $\cos \vartheta = \mu$, приходим к формуле (3.36). Выше было показано, что интенсивность излучения $I(0, \mu)$ при источниках на бесконечности определяется формулой (3.50). Но в данном случае $k=0$ и $S(0, 1/\mu) = \varphi(\mu)$. Поэтому яркость на угловом расстоянии $\arccos \mu$ от центра диска будет равна

$$I(0, \mu) = S(0) \varphi(\mu). \quad (3.57)$$

*) Подробнее об уравнениях типа (3.53) см. в гл. IV.

Для отношения яркости в центре диска к яркости на краю находим значение $\varphi(1)/\varphi(0)=2,9$, уже упоминавшееся в предыдущем параграфе.

Входящую в формулы (3.56) и (3.57) величину $S(0)$ можно выразить через поток излучения в фотосфере πF . Мы имеем

$$F = 2 \int_0^1 I(0, \mu) \mu d\mu = 2S(0) \alpha_1, \quad (3.58)$$

где использовано обозначение

$$\alpha_n = \int_0^1 \varphi(\mu) \mu^n d\mu. \quad (3.59)$$

Величины α_n , представляющие собой моменты функции $\varphi(\mu)$, могут быть найдены из уравнения (3.53). Интегрируя это уравнение по μ в пределах от 0 до 1, получаем

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \varphi(\mu) \varphi(\mu') \frac{\mu}{\mu + \mu'} d\mu d\mu' = \\ &= 1 + \frac{1}{2} \alpha_0^2 - \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 \varphi(\mu) \varphi(\mu') \frac{\mu'}{\mu + \mu'} d\mu d\mu' = 2 + \frac{1}{2} \alpha_0^2 - \alpha_0, \end{aligned} \quad (3.60)$$

откуда следует, что

$$\alpha_0 = 2. \quad (3.61)$$

Умножая (3.53) на $\mu^2 d\mu$ и интегрируя в пределах от 0 до 1, аналогично находим

$$\alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}. \quad (3.62)$$

Подстановка (3.62) в (3.58) дает

$$F = \frac{4}{\sqrt{3}} S(0). \quad (3.63)$$

Эта формула, выражающая точную зависимость между величинами F и $S(0)$, уже приводилась в предыдущем параграфе.

Подставляя (3.63) в (3.56), находим

$$S(\tau) = \frac{\sqrt{3}}{4} F \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau') d\tau' \right]. \quad (3.64)$$

Сравнение (3.64) с (2.51) дает

$$q(\tau) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau') d\tau' \right] - \tau. \quad (3.65)$$

Если мы подставим в (3.65) выражение (3.55), то придем к формуле, позволяющей вычислить функцию $q(\tau)$ по известным значениям функции $\varphi(\mu)$.

§ 4. Локальное термодинамическое равновесие

1. Поле излучения при термодинамическом равновесии. Как увидим дальше, в теории фотосфер широко используются формулы, описывающие состояние термодинамического равновесия. Поэтому мы должны привести некоторые из этих формул. Особый интерес представляет для нас вопрос о поле излучения при термодинамическом равновесии.

Как известно, термодинамическое равновесие осуществляется в полости, стенки которой нагреты до некоторой постоянной температуры T . Состояние термодинамического равновесия характеризуется тем, что каждый процесс уравнивается противоположным ему процессом (в этом состоит «принцип детального равновесия»).

Отсюда, в частности, следует, что интенсивность излучения при термодинамическом равновесии не зависит ни от места, ни от направления. Если бы это было не так, то совершался бы переход энергии из одного места в другое в некоторых направлениях.

Очевидно также, что интенсивность излучения при термодинамическом равновесии не зависит от индивидуальных свойств полости. Для уяснения этого достаточно допустить, что имеются две полости с одинаковыми температурами, но с разными значениями интенсивности излучения частоты ν . Тогда при соединении этих полостей начался бы переход энергии из одной полости в другую, в противоречии со вторым началом термодинамики.

Таким образом, интенсивность излучения при термодинамическом равновесии зависит только от частоты и температуры. Мы обозначим эту интенсивность через $B_\nu(T)$.

Применим к рассматриваемому случаю уравнение переноса излучения (1.11). Так как в данном случае $dI_\nu/ds=0$, то из (1.11) следует

$$\frac{\epsilon_\nu}{\alpha_\nu} = B_\nu(T). \quad (4.1)$$

Формулой (4.1) выражается закон Кирхгофа: при термодинамическом равновесии отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения равно интенсивности излучения, являющейся универсальной функцией от частоты и температуры.

Выражение для интенсивности излучения при термодинамическом равновесии впервые было найдено Планком. Формула

Планка имеет вид

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (4.2)$$

где h — постоянная Планка и k — постоянная Больцмана.

Как уже сказано, интенсивность излучения при термодинамическом равновесии не зависит от направления, т. е. излучение является изотропным. В этом случае, как следует из формулы (1.3), плотность излучения равна

$$\rho_{\nu}(T) = \frac{4\pi}{c} B_{\nu}(T). \quad (4.3)$$

Поэтому при термодинамическом равновесии для плотности излучения $\rho_{\nu}(T)$ получаем

$$\rho_{\nu}(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (4.4)$$

Поток излучения при термодинамическом излучении, очевидно, равен нулю. Однако поток излучения, выходящего из упомянутой полости через малое отверстие, отличен от нуля. Для нахождения этого потока надо воспользоваться формулой (1.4) и принять во внимание, что интенсивность выходящего из полости излучения не зависит от направления, а излучение, входящее в полость, отсутствует. В результате для потока излучения $H_{\nu}(T)$ в этом случае получаем

$$H_{\nu}(T) = \pi B_{\nu}(T). \quad (4.5)$$

Заметим, что если излучение попадает в полость через малое отверстие, то оно в ней практически полностью поглощается. Можно сказать, что в этом случае мы имеем дело с абсолютно черным телом. Поэтому величина $B_{\nu}(T)$ называется часто интенсивностью излучения абсолютно черного тела.

Проинтегрировав выражение (4.4) по всем частотам, мы получаем полную плотность излучения при термодинамическом равновесии:

$$\rho(T) = \int_0^{\infty} \rho_{\nu}(T) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (4.6)$$

или

$$\rho(T) = aT^4, \quad (4.7)$$

где

$$a = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3}. \quad (4.8)$$

Формула (4.7) выражает закон Стефана — Больцмана. Величина a называется постоянной Стефана.

Интегрируя по всем частотам выражение (4.2), находим полную интенсивность излучения абсолютно черного тела

$$B(T) = \frac{ac}{4\pi} T^4. \quad (4.9)$$

Из (4.5) и (4.9) следует, что полный поток излучения, выходящего из абсолютно черного тела, равен

$$H(T) = \sigma T^4, \quad (4.10)$$

где

$$\sigma = \frac{ac}{4}. \quad (4.11)$$

2. Предположение о локальном термодинамическом равновесии звездной фотосферы. Поле излучения в фотосфере сильно отличается от поля излучения при термодинамическом равновесии. Это видно уже из того, что интенсивность излучения в фотосфере зависит от глубины и от направления. Поэтому не может быть и речи о наличии термодинамического равновесия в фотосфере в целом.

Даже условия в элементарном объеме фотосферы очень далеки от условий термодинамического равновесия (хотя бы вследствие неизотропности падающего на объем излучения). Однако излучение, поглощаемое элементарным объемом, в сильной степени им перерабатывается. Как известно, такая переработка идет в направлении установления термодинамического равновесия. Поэтому можно предположить, что в каждом месте фотосферы коэффициент излучения ϵ_ν связан с коэффициентом поглощения α_ν таким же соотношением, как и при термодинамическом равновесии с некоторой температурой T , характерной для данного места. При этом температура определяется из того условия, что полное количество энергии, излучаемое элементарным объемом, равно полному количеству энергии, поглощаемому этим объемом, т. е. из условия лучистого равновесия.

Указанное предположение называется предположением о локальном термодинамическом равновесии звездной фотосферы. Несомненно, что оно выполняется с большой точностью в глубоких слоях фотосферы. Вопрос же о том, в какой мере это предположение выполняется в поверхностных слоях звезды, довольно труден для теоретического рассмотрения. Некоторые заключения по этому вопросу могут быть сделаны на основе сравнения теории с наблюдениями (см. § 6).

Предположение о локальном термодинамическом равновесии означает, что в звездной фотосфере отношение коэффициента излу-

чения к коэффициенту поглощения дается формулами (4.1) и (4.2), т. е.

$$\frac{\varepsilon_{\nu}}{\alpha_{\nu}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (4.12)$$

Формула (4.12) принадлежит к числу основных соотношений теории фотосфер (вместе с уравнением переноса излучения и уравнением лучистого равновесия).

Принятие предположения о локальном термодинамическом равновесии сильно упрощает теорию фотосфер. Без такого предположения расчет поля излучения в фотосфере для разных частот был бы чрезвычайно трудным.

Как и раньше, мы сейчас допустим, что коэффициент поглощения не зависит от частоты. В этом случае зависимость температуры от оптической глубины получается в явном виде и расчет поля излучения в фотосфере для разных частот выполняется совсем легко.

Если коэффициент поглощения не зависит от частоты, то формула (4.12) принимает вид

$$\varepsilon_{\nu} = \alpha \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (4.13)$$

Интегрируя (4.13) по всем частотам, получаем

$$\varepsilon = \alpha \frac{ac}{4\pi} T^4, \quad (4.14)$$

где принято во внимание (4.9). Как и в § 2, обозначим $\varepsilon = \alpha S$. Величина S была найдена в теории лучистого равновесия как функция от оптической глубины τ . Поэтому имеем

$$S(\tau) = \frac{ac}{4\pi} T^4. \quad (4.15)$$

Этой формулой и дается связь температуры с оптической глубиной.

Если величина $S(\tau)$ найдена в приближении Эддингтона, то она определяется формулой (2.33). В этом случае получаем

$$\frac{ac}{4} T^4 = \pi F \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right). \quad (4.16)$$

Взяв для $S(\tau)$ точное выражение, даваемое формулой (2.50), находим

$$\frac{ac}{4} T^4 = \pi F \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)]. \quad (4.17)$$

Входящая в формулы (4.16) и (4.17) величина πF есть полный поток излучения в фотосфере. Его удобно представить как полный

поток излучения абсолютно черного тела некоторой температуры T_e , т. е., основываясь на формуле (4.10), положить

$$\pi F = \sigma T_e^4, \quad (4.18)$$

где $\sigma = ac/4$. Температура T_e называется эффективной температурой звезды. Со светимостью звезды L и ее радиусом R она связана соотношением

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4. \quad (4.19)$$

Подстановка (4.18) в формулы (4.16) и (4.17) дает

$$T^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \quad (4.20)$$

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)]. \quad (4.21)$$

Полагая в полученных формулах $\tau=0$, мы можем определить поверхностную температуру T_0 . В приближении Эддингтона находим

$$T_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} T_e = 0,841 T_e. \quad (4.22)$$

Точная связь между T_0 и T_e такова:

$$T_0 = \left(\frac{V_3}{4} \right)^{1/4} T_e = 0,811 T_e. \quad (4.23)$$

Положив в тех же формулах $T=T_e$, мы находим оптическую глубину, соответствующую эффективной температуре звезды. Она получается равной $\tau=2/3$ по формуле (4.20) и $\tau=0,64$ по формуле (4.21).

3. Излучение, выходящее из фотосферы. Чтобы определить поле излучения в фотосфере для разных частот, мы должны воспользоваться уравнением переноса излучения

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu. \quad (4.24)$$

Полагая здесь

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} = S_\nu \quad (4.25)$$

и вводя оптическую глубину в фотосфере в частоте ν

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu dr, \quad (4.26)$$

вместо (4.24) получаем

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \vartheta)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu, \vartheta) - S_\nu(\tau_\nu). \quad (4.27)$$

Интегрируя уравнение (4.27), можно найти интенсивность излучения на разных оптических глубинах. Для нас наибольший интерес представляет интенсивность излучения, выходящего из звезды, т. е. величина $I_\nu(0, \vartheta)$. Эта величина равна

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta \, d\tau_\nu. \quad (4.28)$$

Формула (4.28) есть простое следствие уравнения переноса излучения. Воспользуемся теперь предположением о локальном термодинамическом равновесии. Сравнивая между собой формулы (4.25) и (4.1), мы видим, что при этом предположении

$$S_\nu(\tau_\nu) = B_\nu(T), \quad (4.29)$$

где $B_\nu(T)$ — интенсивность излучения абсолютно черного тела, даваемая формулой (4.2). Поэтому в случае локального термодинамического равновесия вместо (4.28) получаем

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta \, d\tau_\nu, \quad (4.30)$$

или

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta \, d\tau_\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (4.31)$$

Формула (4.31) дает интенсивность излучения частоты ν , выходящего из звезды под углом ϑ к радиусу-вектору. Вместе с тем она дает яркость диска звезды в частоте ν на угловом расстоянии ϑ от центра диска (см. § 2).

Величина $I_\nu(0, \vartheta)$ может быть найдена из наблюдений Солнца и затменных переменных. Из наблюдений других звезд получается лишь величина, пропорциональная потоку излучения H_ν с поверхности звезды. Точнее говоря, эти наблюдения дают освещенность от звезды, равную

$$\mathcal{E}_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi r^2}, \quad (4.32)$$

где L_ν — светимость звезды в частоте ν и r — расстояние от звезды до наблюдателя. Но

$$L_\nu = 4\pi R^2 H_\nu, \quad (4.33)$$

где R — радиус звезды. Поэтому имеем

$$\mathcal{E}_\nu = \left(\frac{R}{r}\right)^2 H_\nu. \quad (4.34)$$

Таким образом, поток излучения H_ν характеризует относительное распределение энергии в спектре звезды.

Поток излучения H_ν определяется формулой

$$H_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu(0, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta, \quad (4.35)$$

вытекающей из (1.5). Подставляя в (4.35) выражение (4.28) и меняя порядок интегрирования, находим

$$H_\nu = 2\pi \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) E_2 \tau_\nu d\tau_\nu, \quad (4.36)$$

где $E_2 \tau_\nu$ — вторая интегральная показательная функция [сравните с формулой (2.50)].

При предположении о локальном термодинамическом равновесии в фотосфере, из (4.36) следует

$$H_\nu = 2\pi \int_0^\infty B_\nu(T) E_2 \tau_\nu d\tau_\nu, \quad (4.37)$$

или

$$H_\nu = \frac{4\pi h \nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2 \tau_\nu d\tau_\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (4.38)$$

Формулы (4.31) и (4.38) справедливы при любой зависимости коэффициента поглощения от частоты. Однако чтобы воспользоваться этими формулами, необходимо знать связь между величинами T и τ_ν . В дальнейшем мы займемся установлением такой связи при произвольном коэффициенте поглощения α_ν . Сейчас же, как и раньше, допустим, что коэффициент поглощения не зависит от частоты. В этом случае $\tau_\nu = \tau$, а связь между T и τ дается формулой (4.21) [или приближенной формулой (4.20)].

В указанном случае вместо формул (4.31) и (4.38) получаем

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_e} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)} - 1} \quad (4.39)$$

и

$$H_\nu = \frac{4\pi h \nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2 \tau d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_e} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)} - 1}, \quad (4.40)$$

где использована формула (4.20).

Вычисления показывают, что распределение энергии в непрерывном спектре звезды, даваемое формулой (4.40), не сильно отли-

чается от планковского распределения при температуре, равной эффективной температуре звезды, т. е.

$$H_\nu \simeq \pi \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_e}} - 1}. \quad (4.41)$$

Только в далекой ультрафиолетовой области спектра имеется значительный избыток излучения по сравнению с планковским, причем он растет с увеличением частоты ν .

Однако наблюдаемое распределение энергии в спектрах звезд не согласуется с теоретическим распределением, даваемым формулой (4.40). При этом для звезд разных спектральных классов расхождения между наблюдениями и теорией различны. Например, расхождения не очень велики для видимой части спектра Солнца, но очень велики для видимой части спектров звезд классов А и В. Объясняется это тем, что формула (4.40) написана при предположении о независимости коэффициента поглощения от частоты. Очевидно, что влияние зависимости коэффициента поглощения от частоты на распределение энергии в спектре звезды должно быть очень существенным.

Вопрос о зависимости коэффициента поглощения от частоты и о влиянии этой зависимости на вид спектра звезды будет подробно рассмотрен в двух следующих параграфах. Сейчас же мы попытаемся определить некоторые характеристики звездной фотосферы, сохраняя допущение о независимости коэффициента поглощения от частоты. Полученные ниже результаты можно применять в качестве приближения к реальным фотосферам, если пользоваться некоторым средним коэффициентом поглощения (т. е. коэффициентом поглощения, усредненным по частоте).

4. Зависимость температуры и плотности от глубины. Ранее была найдена зависимость температуры от оптической глубины в фотосфере. При этом были сделаны предположения о лучистом равновесии и локальном термодинамическом равновесии. Теперь мы найдем зависимость температуры и плотности от геометрической глубины в фотосфере. Для этого нам придется сделать еще одно предположение — о механическом равновесии фотосферы. Очевидно, что справедливость этого предположения для подавляющего большинства звезд не вызывает сомнений (кроме звезд типа Вольфа — Райе, новых и подобных им звезд, которых мы сейчас рассматривать не будем).

Будем считать, что каждый элемент объема в фотосфере находится в равновесии под действием двух сил: силы тяготения и силы газового давления (световым давлением пока пренебрегаем). Приравнявая эти силы друг другу, получаем уравнение гидростатического равновесия

$$dp = -g\rho dr, \quad (4.42)$$

где p — давление, ρ — плотность и g — ускорение силы тяжести в фотосфере.

Очевидно, что газ в фотосфере можно считать идеальным. Поэтому к уравнению (4.42) добавим еще уравнение состояния идеального газа:

$$p = \frac{R^*}{\mu} \rho T, \quad (4.43)$$

где μ — средний молекулярный вес и R^* — газовая постоянная.

Считая, что μ не меняется в фотосфере, из (4.42) и (4.43) находим

$$\frac{R^*}{\mu} d(\rho T) = -g\rho dr. \quad (4.44)$$

Воспользуемся также полученной выше связью между температурой T и оптической глубиной τ . Приближенная связь между этими величинами дается формулой (4.20), из которой следует

$$dT^4 = -\frac{3}{4} T_e^4 \alpha dr. \quad (4.45)$$

Здесь под α , как уже сказано, может пониматься средний коэффициент поглощения.

Из двух последних уравнений можно найти ρ и T в виде функций от r . Но для этого надо задать зависимость α от ρ и T . Мы положим $\alpha = \kappa\rho$ и будем сначала считать, что $\kappa = \text{const}$. Тогда из уравнений (4.44) и (4.45) получаем

$$d(\rho T) = \frac{4}{3} \frac{g\mu}{\kappa R^*} \frac{dT^4}{T_e^4}, \quad (4.46)$$

или, после интегрирования,

$$\rho = \frac{4}{3} \frac{g\mu}{\kappa R^*} \frac{T^4 - T_0^4}{T_e^4 T}, \quad (4.47)$$

где T_0 — поверхностная температура звезды.

В глубоких слоях фотосферы, где $T^4 \gg T_0^4$, плотность оказывается связанной с температурой соотношением

$$\rho = \frac{4}{3} \frac{g\mu}{\kappa R^*} \frac{T^3}{T_e^4}. \quad (4.48)$$

Подставляя (4.48) в (4.44), находим следующую формулу для градиента температуры:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{g\mu}{4R^*}. \quad (4.49)$$

Уравнения (4.44) и (4.45) могут быть легко решены и при более общих предположениях относительно α . Допустим, например, что

$$\alpha \sim \frac{\rho^2}{T^s}, \quad (4.50)$$

где s — некоторый параметр (такая формула для α , как увидим в § 5, действительно встречается). Тогда вместо (4.48) и (4.49) получаем

$$\rho \sim T^{\frac{s+3}{2}} \quad (4.51)$$

и

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{2}{s+5} \frac{g\mu}{R^*}. \quad (4.52)$$

Применим полученные выше формулы к фотосфере Солнца. Полагая в формуле (4.49) $g=2,7 \cdot 10^4$, $\mu=1$, $R^*=8,3 \cdot 10^7$, находим: $dT/dr = -10^{-4}$ кельвинов/см. Следовательно, при углублении в фотосферу Солнца на 1 км температура возрастает на 10 кельвинов.

Из полученных формул можно также найти величину $|dr/d\tau|$, т. е. геометрическую толщину слоя единичной оптической толщины. Подставляя в формулу $d\tau = -\kappa \rho dr$ выражение (4.48), находим

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{3}{4} \frac{R^* T_e}{g\mu T^3}. \quad (4.53)$$

Если мы положим здесь $T=T_e$, то величина $|dr/d\tau|$ будет характеризовать собой толщину фотосферы. В случае Солнца толщина фотосферы оказывается порядка 100 км. Так как радиус Солнца равен 700 000 км, то мы убеждаемся в том, что толщина фотосферы гораздо меньше радиуса. Этим результатом мы уже пользовались раньше, считая фотосферные слои плоскопараллельными.

5. Световое давление в фотосфере. При рассмотрении механического равновесия фотосферы мы не приняли во внимание световое давление. Оценим теперь роль светового давления в фотосфере, найдя отношение светового давления к газовому. Для этого получим сначала общие формулы, определяющие силу светового давления. В дальнейшем эти формулы нам понадобятся для применения не только к фотосфере, но и к другим объектам.

Как известно, каждый фотон обладает количеством движения, равным $h\nu/c$. Если фотон поглощается атомом, то атом получает количество движения $h\nu/c$ в направлении движения фотона. Этим и вызывается давление излучения на атомы.

Возьмем элементарный объем с площадью основания $d\sigma$ и толщиной dr . Допустим, что на объем падает излучение со всех сторон, и найдем силу светового давления, действующую на объем в направлении нормали к основанию. Рассмотрим сперва излучение, падающее на объем под углом ϑ к нормали внутри телесного угла

$d\omega$ в интервале частот от ν до $\nu+dv$ в течение промежутка времени dt . Если интенсивность излучения есть I_ν , то количество энергии, падающее на объем, будет равно $I_\nu d\sigma \cos \vartheta d\omega dv dt$. Однако не вся эта энергия производит давление на объем, а только часть ее, поглощаемая объемом. Так как путь фотонов в объеме равен $dr \sec \vartheta$, то количество поглощаемой объемом энергии равно $\alpha_\nu I_\nu d\sigma dr d\omega dv dt$. Чтобы найти количество движения, получаемое объемом в направлении нормали к основанию, надо эту энергию умножить на $\cos \vartheta/c$. Следовательно, указанное количество движения будет равно

$$\frac{\cos \vartheta}{c} \alpha_\nu I_\nu d\sigma dr d\omega dv dt.$$

Интегрируя это выражение по всем частотам и по всем направлениям, получаем полное количество движения, приобретаемое объемом за время dt . Оно равно

$$\frac{1}{c} d\sigma dr dt \int \alpha_\nu dv \int I_\nu \cos \vartheta d\omega,$$

или

$$\frac{1}{c} d\sigma dr dt \int \alpha_\nu H_\nu dv. \quad (4.54)$$

Обозначим через

$$f_r d\sigma dr dt \quad (4.55)$$

импульс силы светового давления, действующей на объем $d\sigma dr$ за время dt . Из основного закона механики следует, что два последние выражения должны быть равны друг другу. Поэтому получаем

$$f_r = \frac{1}{c} \int \alpha_\nu H_\nu dv. \quad (4.56)$$

Этой формулой дается сила светового давления, действующая на единицу объема.

Силу, действующую на элементарный объем, можно также представить как разность давлений на основании объема. Обозначая через p_r световое давление, мы можем записать эту силу в виде

$$-dp_r d\sigma dt. \quad (4.57)$$

Приравнивая друг другу выражения (4.54) и (4.57), находим

$$\frac{dp_r}{dr} = -\frac{1}{c} \int \alpha_\nu H_\nu dv. \quad (4.58)$$

Применим последнюю формулу к звездной фотосфере. Считая, как и раньше, что коэффициент поглощения не зависит от частоты, вместо (4.58) получаем

$$dp_r = -\frac{1}{c} H \alpha dr, \quad (4.59)$$

или, пользуясь (4.18),

$$dp_r = -\frac{a}{4} T_e^4 \alpha dr. \quad (4.60)$$

Сравнение (4.60) с (4.45) дает

$$p_r = \frac{1}{3} a T^4. \quad (4.61)$$

Итак, в рассматриваемом случае для светового давления получается такое же выражение, как и при термодинамическом равновесии.

Выше мы считали, что фотосфера находится в равновесии под действием тяготения и газового давления, и поэтому в уравнении (4.42) под p понималось только газовое давление. Будем теперь понимать под p сумму газового давления p_g и светового давления p_r . Тогда уравнение (4.42) запишется в виде

$$d(p_g + p_r) = -g\rho dr. \quad (4.62)$$

Пользуясь уравнениями (4.62) и (4.45), а также выражением (4.43) для газового давления и выражением (4.61) для светового давления, можно получить, как и выше, распределение температуры и плотности в фотосфере. Однако мы не будем делать этого, а найдем лишь отношение светового давления p_r к полному давлению $p = p_g + p_r$. Разделив (4.59) на (4.42) и положив $\alpha = \kappa\rho$, получаем

$$\frac{dp_r}{d(p_g + p_r)} = \frac{\kappa H}{gc}. \quad (4.63)$$

Полный поток излучения H постоянен в фотосфере. Мы примем, что и $\kappa = \text{const}$. В этом случае интегрирование дает

$$p_r - p_r^0 = \frac{\kappa H}{cg} (p_g + p_r - p_r^0), \quad (4.64)$$

где p_r^0 — световое давление на поверхности звезды. Отсюда для глубоких слоев фотосферы следует

$$\frac{p_r}{p} = \frac{\kappa H}{gc}. \quad (4.65)$$

Для вычислений по формуле (4.65) надо знать величину κ (т. е. средний коэффициент поглощения, рассчитанный на единицу массы). Для этого могут быть использованы формулы, приведенные в следующем параграфе. Вычисления показывают, что для звезд типа Солнца величина p_r/p — порядка нескольких тысячных, а для звезд более поздних спектральных классов главной последовательности она еще меньше. Следовательно, для этих звезд световым давлением можно пренебречь по сравнению с газовым. Однако роль светового давления растет с увеличением эффективной температуры звезды, и для горячих сверхгигантов отношение светового давления к газовому — порядка единицы.

§ 5. Зависимость коэффициента поглощения от частоты

1. Излучение и поглощение в непрерывном спектре. До сих пор мы не касались вопроса о том, с какими физическими процессами связано излучение и поглощение энергии в непрерывном спектре. Переходя теперь к рассмотрению этого вопроса, обратимся к схеме энергетических уровней атома (рис. 4).

Как известно, каждый атом может находиться в некоторых устойчивых состояниях с определенными дискретными значениями энергии:

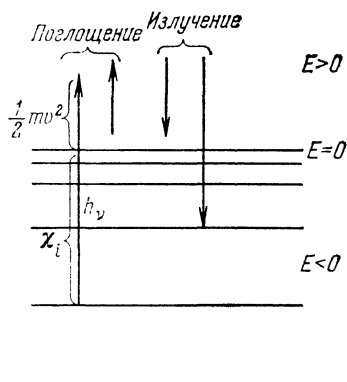


Рис. 4

гии: $E_1, E_2, \dots, E_i, \dots$. Эти значения энергии отрицательны ($E_i < 0$). В соответствующих им состояниях внешний электрон связан с атомом, или, как иногда говорят, находится на эллиптической орбите. При переходах атома между такими состояниями происходит излучение и поглощение квантов в спектральных линиях.

Вместе с тем атом может находиться и в состояниях с положительной энергией ($E > 0$). В таких состояниях электрон не связан с атомом, т. е. находится на гиперболической орбите. Положительные энергетические уровни атома расположены непрерывно.

Переход атома из состояния с отрицательной энергией в состояние с положительной энергией (т. е. переход электрона из связанного состояния в свободное) называется ионизацией атома. Ионизация может происходить под действием излучения; в таком случае она называется фотоионизацией.

При фотоионизации происходит поглощение светового кванта. При этом энергия кванта частично расходуется на отрыв электрона от атома, а частично на сообщение кинетической энергии оторванному электрону. Иными словами, в этом случае имеет место соотношение

$$h\nu = \chi_i + \frac{1}{2}mv^2, \quad (5.1)$$

где обозначено $\chi_i = -E_i$. Величина χ_i представляет собой энергию ионизации атома из i -го состояния. Соотношение (5.1) было впервые получено Эйнштейном при рассмотрении фотоэлектрического эффекта.

При фотоионизации с i -го уровня может быть поглощен любой квант, энергия которого больше или равна энергии ионизации, т. е. $h\nu \geq \chi_i$. Следовательно, при фотоионизации происходит поглощение энергии в непрерывном спектре.

Процесс, обратный ионизации, т. е. захват ионизованным атомом свободного электрона, называется рекомбинацией. При рекомбинации происходит излучение энергии в непрерывном спектре. При этом если электрон со скоростью v захватывается на i -й уровень, то излучается квант частоты ν , определяемый тем же соотношением (5.1).

Кроме фотоионизаций и рекомбинаций, к поглощению и излучению энергии в непрерывном спектре ведут также переходы атомов между состояниями с положительной энергией, т. е. переходы электронов из свободных состояний в свободные. Очевидно, что при таких переходах могут поглощаться и излучаться кванты любой частоты.

Вероятности всех указанных переходов характеризуются соответствующими коэффициентами поглощения и излучения. Мы обозначим через $k_{i\nu}$ коэффициент поглощения квантов частоты ν , рассчитанный на один атом в i -м состоянии. Тогда объемный коэффициент поглощения квантов частоты ν атомами в i -м состоянии будет равен $\alpha_{i\nu} = n_i k_{i\nu}$, где n_i — число атомов в i -м состоянии в единице объема. А объемный коэффициент поглощения, обусловленный всеми фотоионизациями, будет равен

$$\alpha'_\nu = \sum_{i=i_0}^{\infty} n_i k_{i\nu}, \quad (5.2)$$

где i_0 определяется для каждой частоты из того условия, что при $i \geq i_0$ выполняется неравенство $h\nu \geq \chi_i$.

Объемный коэффициент поглощения, обусловленный свободно-свободными переходами, мы обозначим через α''_ν . Очевидно, что он пропорционален числу свободных электронов и числу ионизованных атомов в единице объема (так как свободно-свободные переходы совершаются в поле иона).

Полный объемный коэффициент поглощения α_ν (фигурировавший в предыдущем параграфе) является суммой:

$$\alpha_\nu = \alpha'_\nu + \alpha''_\nu. \quad (5.3)$$

Мы видим, что коэффициент поглощения α_ν существенно зависит от распределения атомов по состояниям. Как уже было сказано, в теории фотосфер делается предположение о локальном термодинамическом равновесии. Поэтому и распределение атомов по состояниям мы возьмем такое же, как в случае термодинамического равновесия.

Как известно, в указанном случае распределение атомов по дискретным уровням энергии дается формулой Больцмана:

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_i - \chi_1}{kT}}, \quad (5.4)$$

где g_i — статистический вес i -го уровня. Величина $\chi_1 - \chi_i$ представляет собой энергию возбуждения i -го уровня.

Обобщая (5.4) на состояния атома с положительной энергией, можно получить отношение числа ионизованных атомов к числу нейтральных атомов. Это отношение дается формулой

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = 2 \frac{g^+}{g_1} \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (5.5)$$

которая называется формулой ионизации или формулой Саха. Здесь n_e — число свободных электронов и n^+ — число ионов в основном состоянии в 1 см^3 , g^+ — статистический вес основного состояния иона.

В дальнейшем мы приведем выражения для коэффициентов поглощения $k_{i\nu}$ и α'_ν для некоторых атомов и, пользуясь формулами (5.2) — (5.5), составим выражение для объемного коэффициента поглощения α_ν . Формулы для коэффициентов излучения, соответствующих разным типам переходов, нам в теории фотосфер не понадобятся, так как при термодинамическом равновесии нужный нам объемный коэффициент излучения ϵ_ν выражается через объемный коэффициент поглощения α_ν законом Кирхгофа — Планка.

2. Поглощение атомами водорода. Для вычисления коэффициентов поглощения в непрерывном спектре необходимо знать волновые функции атома как для состояний с отрицательной энергией, так и для состояний с положительной энергией. Нахождение волновых функций является, как известно, очень трудной задачей. Только для простейших случаев она более или менее удовлетворительно разрешена.

Мы сейчас приведем результаты определения коэффициентов поглощения для водородного атома. Коэффициент поглощения $k_{i\nu}$, рассчитанный на один атом водорода в i -м состоянии, равен

$$k_{i\nu} = \frac{2^6 \pi^4}{3 \sqrt{3}} \frac{me^{10}}{ch^6 i \cdot \nu^3} g_{i\nu}, \quad (5.6)$$

где m и e — масса и заряд электрона соответственно, $g_{i\nu}$ — некоторый поправочный множитель, близкий к единице (так называемый множитель Гаунта). Формула (5.6) справедлива лишь для частот, удовлетворяющих неравенству $\nu \geq \nu_i = \chi_i/h$, т. е. за пределом i -й серии. Мы видим, что за пределом серии коэффициент поглощения $k_{i\nu}$ убывает обратно пропорционально кубу частоты. Значения коэффициента поглощения сразу за пределами первых серий порядка 10^{-17} см^2 ($0,63 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ сразу за пределом серии Лаймана, $1,4 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ — сразу за пределом серии Бальмера и т. д.).

Чтобы найти объемный коэффициент поглощения α'_ν , надо подставить выражение (5.6) в формулу (5.2). Вместе с тем мы примем, что распределение атомов по состояниям дается формулами (5.4) и (5.5). Из двух последних формул получаем

$$n_i = n_e n^+ \frac{g_i}{g^+} \frac{h^3}{2 (2\pi mkT)^{3/2}} e^{\frac{\chi_i}{kT}}. \quad (5.7)$$

Подставляя (5.6) и (5.7) в формулу (5.2), находим

$$\alpha'_\nu = n_e n^+ \frac{2^5 \pi^2 e^6}{3 \sqrt{3} ch} \frac{\chi_1}{(2\pi m k T)^{3/2}} \cdot \frac{1}{\nu^3} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}}, \quad (5.8)$$

где величина χ_1 , как и раньше, есть энергия ионизации из первого состояния, равная

$$\chi_1 = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2}. \quad (5.9)$$

В формуле (5.8) для частот за границей серии Лаймана $i_0=1$, для частот от границы серии Бальмера до границы серии Лаймана $i_0=2$ и т. д.

Для коэффициента поглощения α''_ν , обусловленного свободно-свободными переходами электрона в поле протона, квантовая механика дает

$$\alpha''_\nu = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T}{3 \sqrt{3} ch (2\pi m k T)^{3/2}} \frac{1}{\nu^3} g_\nu, \quad (5.10)$$

где n_e и n^+ — число свободных электронов и число протонов в 1 см^3 соответственно, g_ν — поправочный множитель Гаунта порядка единицы. При получении формулы (5.10) принято, что распределение свободных электронов по скоростям дается формулой Максвелла с температурой T . Коэффициент поглощения α''_ν , так же как $k_{i\nu}$, обратно пропорционален кубу частоты. Однако формула (5.10), в отличие от формулы (5.6), справедлива для всех частот.

Однако формулы (5.8) и (5.10) не вполне точны, так как в них не учтено так называемое отрицательное поглощение. Подробно об отрицательном поглощении речь будет идти в § 8. Пока же заметим, что при термодинамическом равновесии (точнее говоря, при выполнении формул Максвелла, Больцмана и Саха) для учета отрицательного поглощения приведенное выше выражение для коэффициента поглощения следует умножить на величину $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$.

Подставляя (5.8) и (5.10) в формулу (5.3) и учитывая отрицательное поглощение, получаем следующее выражение для объемного коэффициента поглощения, обусловленного водородными атомами:

$$\alpha_\nu = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T}{3 \sqrt{3} ch (2\pi m k T)^{3/2}} \left[2 \frac{\chi_1}{kT} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{i\nu}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}} + g_\nu \right] \frac{1}{\nu^3} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right). \quad (5.11)$$

Зависимость коэффициента поглощения от частоты, даваемая формулой (5.11), схематически представлена на рис. 5. Мы видим, что эта зависимость является весьма сложной. Бросаются в глаза скачки коэффициента поглощения у пределов серий.

Аналогичный характер носит зависимость коэффициента поглощения от частоты для водородоподобных ионов (He^+ , Li^{++} и т. д.). В этом случае коэффициенты поглощения определяются

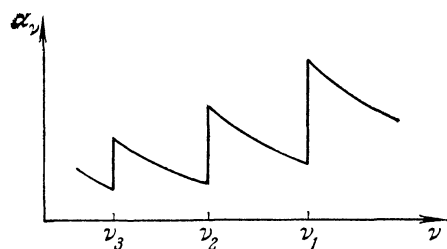


Рис. 5

приведенными выше формулами с небольшими видоизменениями. Для иона с атомным номером Z в правую часть формулы (5.6) надо ввести множитель Z^4 , а в правые части формул (5.10) и (5.11) — множитель Z^2 . При этом в формуле (5.11) под χ_1 следует понимать энергию ионизации из основного состояния рассматриваемого иона.

Приведенные формулы можно использовать и для приближенного вычисления коэффициентов поглощения неводородоподобных атомов. Это можно делать в тех случаях, когда поглощение связано с переходами электронов с высоких энергетических уровней. Вообще же коэффициенты поглощения разных атомов должны определяться специальными расчетами или экспериментально. Оказывается, что зависимость коэффициента поглощения от частоты для разных атомов весьма различна. Например, коэффициент поглощения из основного состояния нейтрального гелия обратно пропорционален квадрату частоты, коэффициент поглощения из основного состояния нейтрального кислорода с увеличением частоты сначала растет, а затем убывает, и т. д.

Из всех неводородоподобных атомов наибольшую роль в фотосферах играет отрицательный ион водорода. Поэтому вопрос о поглощении отрицательными ионами водорода мы должны рассмотреть более подробно.

3. Поглощение отрицательными ионами водорода. Отрицательный ион водорода (обозначаемый через H^-) представляет собой систему, состоящую из нейтрального атома водорода с присоединившимся к нему электроном. Такая система имеет только одно устойчивое состояние с очень небольшой энергией ионизации, равной $\chi_1 = 0,75$ эВ. Для сравнения укажем, что энергия ионизации из основного состояния водорода равна 13,6 эВ, а энергия квантов в видимой части спектра равна 2—3 эВ. Следовательно, частота ионизации отрицательного иона водорода $\nu_1 = \chi_1/h$ находится в далекой инфракрасной части спектра. При фотоионизации отрицательного иона водорода могут поглощаться все кванты с частотами $\nu \geq \nu_1$, в частности, кванты в видимой области спектра.

Определение коэффициента поглощения иона H^- было предметом многих исследований. На рис. 6 приведен коэффициент поглощения k_ν , рассчитанный на один отрицательный ион водорода, в зависимости от частоты. Эта зависимость была получена в работе Чандraseкара [4] (последующие исследования ее мало изменили). Из рис. 6

следует, что в видимой части спектра коэффициент поглощения иона H^- меняется плавно и в сравнительно небольших пределах.

Объемный коэффициент поглощения, обусловленный отрицательным ионом водорода, равен $\alpha'_v = n^- k_v$, где n^- — число ионов H^- в 1 см^3 . Чтобы получить полный объемный коэффициент поглощения иона H^- , надо к этому выражению добавить еще объемный коэффициент поглощения α''_v , обусловленный свободно-свободными переходами электрона в поле нейтрального атома водорода (который играет роль ионизованного атома для иона H^-). Очевидно, что коэффициент поглощения α''_v пропорционален числу нейтральных атомов водорода и числу свободных электронов в 1 см^3 . Поэтому мы можем представить его в виде $\alpha''_v = n_1 p_e a_v$, где $p_e = n_e kT$ — электронное давление.

Таким образом, полный объемный коэффициент поглощения иона H^- равен

$$\alpha_v = (n^- k_v + n_1 p_e a_v) \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right), \quad (5.12)$$

где множителем $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$, как и выше, учтено отрицательное поглощение.

Для вычисления коэффициента поглощения α_v по формуле (5.12) необходимо найти число ионов H^- в 1 см^3 . Это можно сделать с помощью формулы ионизации (5.5), которая в данном случае принимает вид

$$n_e \frac{n_1}{n^-} = \frac{g_1}{g^-} \frac{2 (2\pi m kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (5.13)$$

где g_1 и g^- — статистические веса основного состояния нейтрального атома водорода и отрицательного иона водорода соответственно ($g_1 = 2$, $g^- = 1$), χ_1 — энергия ионизации иона H^- . Подставляя n^- из (5.13) в (5.12), получаем

$$\alpha_v = n_1 p_e \left[k_v \frac{h^3}{4 (2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}} e^{\frac{\chi_1}{kT}} + a_v \right] \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right). \quad (5.14)$$

Результаты вычисления коэффициента поглощения α_v по формуле (5.14) приведены на графике, взятом из книги Чандрасекара [4]. График дает величину α_v , отнесенную к одному нейтральному атому водорода и к единице электронного давления, в зависимости от длины

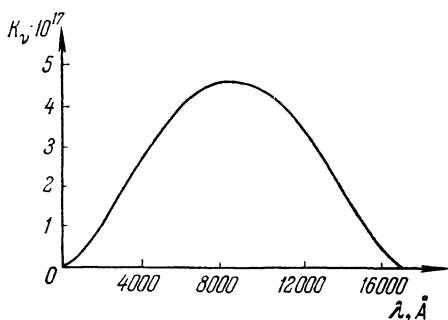


Рис. 6

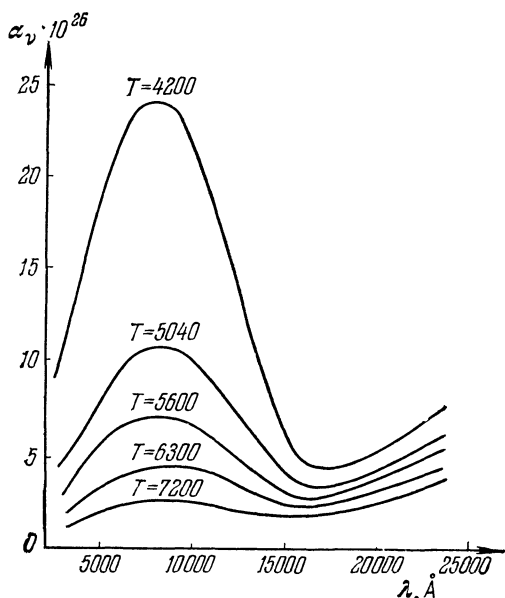


Рис. 7

волны для разных температур (рис. 7). Из вычислений, в частности, следует, что поглощение, обусловленное свободно-свободными переходами играет существенную роль только для больших длин волн (примерно для значений $\lambda > 12\,000\text{ \AA}$).

4. Рассеяние света свободными электронами. Кроме поглощения света атомами, в переносе излучения через фотосферу некоторую роль играет также рассеяние излучения — свободными электронами (имеющее наибольшее значение), атомами и молекулами. Коэффициент рассеяния, рассчитанный на

один свободный электрон, дается формулой Томсона:

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2, \quad (5.15)$$

где m и e — заряд и масса электрона, c — скорость света. Числовое значение этого коэффициента равно $\sigma_0 = 6,65 \times 10^{-25}\text{ см}^2$.

Объемный коэффициент рассеяния свободными электронами равен

$$\sigma_e = n_e \sigma_0, \quad (5.16)$$

где n_e — число свободных электронов в 1 см^3 . Очевидно, что в формулу (5.16) не нужно вводить множитель, учитывающий отрицательное поглощение.

Пользуясь формулами (5.16) и (5.11), можно сравнить роль электронного рассеяния и роль поглощения атомами водорода. Находя с помощью указанных формул отношение σ_e/α_v , мы видим, что оно тем больше, чем меньше плотность и чем выше температура. Поэтому роль электронного рассеяния особенно велика в фотосферах горячих сверхгигантов.

Если в элементарном объеме фотосферы происходит поглощение света и рассеяние света свободными электронами, то объемный коэффициент излучения равен

$$\varepsilon_v = \alpha_v \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT} - 1} + \sigma_e \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (5.17)$$

где α_v — объемный коэффициент поглощения и I_v — интенсивность падающего на объем излучения. Из формулы (5.17) ясно видно различие между поглощением и рассеянием излучения: только поглощенная энергия перерабатывается в элементарном объеме и переизлучается им согласно закону Кирхгофа — Планка (если имеет место локальное термодинамическое равновесие).

Однако электронное рассеяние все же способствует переработке излучения, так как благодаря электронному рассеянию увеличивается путь фотона в среде, а значит, и вероятность поглощения.

В формуле (5.17) приближенно принимается, что рассеяние света свободными электронами является изотропным. В действительности интенсивность излучения, рассеянного элементарным объемом, зависит от угла γ между направлениями падающего и рассеянного излучения (а именно, пропорциональна $1 + \cos^2 \gamma$). Отметим также, что излучение, рассеянное свободными электронами, является поляризованным.

5. Средний коэффициент поглощения. Выше были приведены результаты определения коэффициентов поглощения для некоторых атомов. На самом деле в каждом объеме фотосферы находится смесь атомов разных химических элементов. Поэтому объемный коэффициент поглощения зависит не только от физических условий в данном месте (т. е. от температуры и плотности), но и от химического состава. Вследствие этого еще более усложняется зависимость объемного коэффициента поглощения от частоты.

Между тем в изложенной в предыдущих параграфах теории фотосфер делалось предположение о независимости коэффициента поглощения от частоты. При отказе от этого предположения теория фотосфер становится гораздо более сложной. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли воспользоваться результатами изложенной теории фотосфер и для того случая, когда коэффициент поглощения зависит от частоты, по крайней мере в первом приближении. С этой целью в теорию фотосфер вводится средний коэффициент поглощения (т. е. коэффициент поглощения, усредненный по частоте). Его пытаются определить так, чтобы сохранилась ранее полученная зависимость температуры от оптической глубины.

Возьмем уравнение переноса излучения

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha_v I_v + \epsilon_v. \quad (5.18)$$

Умножая это уравнение на $\cos \vartheta$, интегрируя по всем направлениям и вынося за знак интеграла среднее значение $\cos^2 \vartheta$, равное $1/3$, получаем

$$\frac{4\pi}{3} \frac{d\bar{I}_v}{dr} = -\alpha_v H_v, \quad (5.19)$$

где H_ν — поток излучения и \bar{I}_ν — средняя интенсивность излучения, равная

$$\bar{I}_\nu = \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (5.20)$$

Интегрируя (5.19) по всем частотам и вводя обозначение

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \alpha_\nu H_\nu d\nu}{H}, \quad (5.21)$$

находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{d\bar{I}}{dr} = -\bar{\alpha}H, \quad (5.22)$$

где H — полный поток излучения в фотосфере и \bar{I} — средняя полная интенсивность излучения.

Величина $\bar{\alpha}$, определенная формулой (5.21), есть средний коэффициент поглощения. Вводя соответствующую ему оптическую глубину τ по формуле

$$\tau = \int_r^\infty \bar{\alpha} dr, \quad (5.23)$$

вместо (5.21) имеем

$$\frac{4\pi}{3} \frac{d\bar{I}}{d\tau} = H. \quad (5.24)$$

Так как поток излучения H постоянен в фотосфере, то интегрирование (5.24) дает

$$\bar{I} = \frac{H}{2\pi} \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right). \quad (5.25)$$

Здесь мы воспользовались граничным условием: $2\pi\bar{I}=H$ при $\tau=0$.

Считая, что величина \bar{I} равна полной интенсивности излучения при термодинамическом равновесии, т. е. $\bar{I}=\sigma T_e^4/\pi$, и выражая полный поток излучения через эффективную температуру T_e по формуле $H=\sigma T_e^4$, вместо (5.25) находим

$$T_e^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \quad (5.26)$$

т. е. ранее полученную формулу (4.20).

Таким образом, определяя средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$ формулой (5.21) и пользуясь приближением Эддингтона, мы приходим к такой же зависимости между температурой и оптической глубиной, как и в случае, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты. Однако вычислить точно величину $\bar{\alpha}$ мы не можем, так как в формулу (5.21) входит поток излучения H_ν в реальной фотосфере, в которой коэффициент поглощения зависит от частоты. Поэтому средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$ приходится вычислять приближенно.

Для приближенного вычисления величины $\bar{\alpha}$ были предложены следующие способы.

1. Будем считать, что поток излучения H_ν равен потоку излучения из абсолютно черного тела, т. е. $H_\nu = \pi B_\nu(T)$, где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T . Тогда

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \alpha_\nu B_\nu(T) d\nu}{\int B_\nu(T) d\nu}. \quad (5.27)$$

2. Возьмем выражение для H_ν , даваемое формулой (5.19). Заменяя в ней \bar{I}_ν на планковскую интенсивность $B_\nu(T)$, находим

$$H_\nu = -\frac{4\pi}{3} \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dB_\nu(T)}{dT} \frac{dT}{dr}. \quad (5.28)$$

Подстановка (5.28) в (5.21) дает

$$\bar{\alpha} = \frac{\int \frac{dB_\nu(T)}{dT} d\nu}{\int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dB_\nu(T)}{dT} d\nu}. \quad (5.29)$$

Формула (5.29) была предложена Росселандом [2].

3. Примем для H_ν выражение, которое получается в случае, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты. Обозначая поток излучения для этого случая через $H_\nu^0(\tau)$, получаем

$$\bar{\alpha} = \int \alpha_\nu \frac{H_\nu^0(\tau)}{H} d\nu. \quad (5.30)$$

Формулу (5.30) предложил Чандрасекар [4], табулировавший также величину $H_\nu^0(\tau)/H$.

Мы не будем сравнивать между собой различные способы вычисления величины $\bar{\alpha}$. Отметим только, что вычисления по формулам (5.27) и (5.30) проще, чем по формуле (5.29). Это особенно заметно в случае сложного химического состава, так как в формулы (5.27) и (5.30) члены, соответствующие разным атомам, входят аддитивно. Однако формула (5.29), по-видимому, точнее.

Для примера найдем средний коэффициент поглощения по формуле (5.27) в случае, когда поглощение вызывается атомами водорода.

Пользуясь формулой (5.11) для α_ν и формулой (4.2) для $B_\nu(T)$, получаем

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \alpha_\nu B_\nu(T) d\nu = \\ = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 kT}{3 \sqrt{3} ch (2\pi m kT)^{3/2}} \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \left[1 + 2 \frac{\chi_1}{kT} \sum_{i=i_0}^\infty \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}} \right] e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Здесь для простоты мы положили $g_{iv}=1$ и $g_v=1$. Меняя порядок интегрирования и суммирования и производя интегрирование, находим

$$\int_0^{\infty} \alpha_v B_v(T) dv = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T}{3 \sqrt{3} ch (2\pi m k T)^{3/2}} \frac{2h k T}{c^2 h} \left[1 + 2,4 \frac{\chi_1}{kT} \right]. \quad (5.32)$$

Кроме того, имеем

$$\int_0^{\infty} B_v(T) dv = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h} \right)^4 \frac{\pi^4}{15}. \quad (5.33)$$

Подстановка (5.32) и (5.33) в формулу (5.27) дает

$$\bar{\alpha} = \frac{40}{\pi^4 \sqrt{3}} \frac{e^6 h^4}{mc (2\pi m)^{3/2}} \chi_1 \left[1 + 2,4 \frac{\chi_1}{kT} \right] \frac{n_e n^+}{(kT)^{7/2}}. \quad (5.34)$$

Формулу (5.34) мы получили для атома водорода, но она справедлива без изменений и для водородоподобных ионов (так как атомный номер Z входит в χ_1). Приблизленно формула (5.34) справедлива и для других атомов.

Напомним, что первый член в квадратных скобках формулы (5.34) соответствует свободно-свободным переходам, а второй член — связанно-свободным переходам. В случае поглощения излучения водородными атомами первый член преобладает при температурах, больших 400 000 К, а второй член — при температурах, меньших 400 000 К (так как для водорода $\chi_1/k=157\ 200$).

Считая, что водородные атомы полностью ионизованы (а значит, $n_e=n^+ \sim \rho$), в двух указанных случаях из формулы (5.34) получаем

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{7/2}} \quad (5.35)$$

(при сравнительно высоких температурах) и

$$\bar{\alpha} \approx \frac{\rho^2}{T^{3/2}} \quad (5.36)$$

(при сравнительно низких температурах). Формулы (5.35) и (5.36) довольно часто применяются в астрофизике.

§ 6. Теория фотосфер при коэффициенте поглощения, зависящем от частоты

1. Приближенная теория. Самый простой путь для построения приближенной теории фотосфер при коэффициенте поглощения, зависящем от частоты, состоит в использовании результатов изложенной выше теории фотосфер при предположении о независи-

мости коэффициента поглощения от частоты. С этой целью в теорию фотосфер вводится средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$. Как было показано в предыдущем параграфе, его можно определить так, что сохраняется такая же зависимость температуры T от оптической глубины τ , как и в случае, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты. Поэтому сохраняются и полученные ранее выводы о строении звездной фотосферы, т. е. об изменении в ней плотности и температуры с геометрической глубиной (в соответствующих формулах § 4 надо лишь заменить α на $\bar{\alpha}$).

Однако для определения поля излучения в фотосфере для разных частот необходимо, чтобы в теории фигурировал коэффициент поглощения α_ν или соответствующая ему оптическая глубина τ_ν . Для нас особенный интерес представляет интенсивность излучения, выходящего из звезды. Как было показано ранее, она определяется формулой (4.30), справедливой при любой зависимости τ_ν от ν . Мы будем считать, что входящая в эту формулу температура T при помощи формулы (5.26) выражается через оптическую глубину τ , соответствующую среднему коэффициенту поглощения. Поэтому для вычисления по формуле (4.30) надо выразить и τ_ν через τ . Мы приближенно примем, что $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ не меняется в фотосфере. Тогда получаем

$$\tau_\nu = \int_r^\infty \alpha_\nu dr = \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \int_r^\infty \bar{\alpha} dr = \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau. \quad (6.1)$$

На самом деле величина $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ зависит от глубины в фотосфере. Очевидно, что для вычисления интенсивности излучения, выходящего из звезды, для величины $\alpha_\nu/\bar{\alpha}$ надо брать ее значение в поверхностных слоях фотосферы (точнее говоря, в тех слоях, в которых в среднем возникает непрерывный спектр).

Подставляя (6.1) в (4.30), для интенсивности излучения, выходящего из звезды под углом ϑ к радиусу-вектору в частоте ν , получаем

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \sec \vartheta \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} d\tau, \quad (6.2)$$

где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T . Принимая во внимание (4.2) и (5.26), вместо (6.2) находим

$$I_\nu(0, \vartheta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta}}{e^{\frac{h\nu}{kT_e} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)} - 1} \sec \vartheta \frac{\alpha_\nu}{\bar{\alpha}} d\tau. \quad (6.3)$$

В том же приближении (т. е. при $\alpha_v/\bar{\alpha} = \text{const}$) для потока излучения в частоте ν на поверхности звезды имеем

$$H_\nu = \frac{4\pi h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{E_2\left(\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}}\tau\right) \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_0}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\tau\right)} - 1}. \quad (6.4)$$

Ранее полученные формулы (4.39) и (4.40) являются частными случаями формул (6.3) и (6.4) (при $\tau_v = \tau$).

Иногда при вычислении величины $I_\nu(0, \vartheta)$ по формуле (6.2) функцию $B_\nu(T)$ представляют в виде ряда, расположенного по степеням τ :

$$B_\nu(\tau) = B_\nu(T_0) (1 + \beta_\nu \tau + \dots), \quad (6.5)$$

в котором берут только два первых члена. Мы имеем

$$\beta_\nu = \frac{1}{B_\nu(T_0)} \left[\frac{dB_\nu}{dT} \frac{dT}{d\tau} \right]_{\tau=0} \quad (6.6)$$

или, на основании формул (4.2) и (5.26),

$$\beta_\nu = \frac{3}{8} \frac{h\nu}{kT_0} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}}}. \quad (6.7)$$

Для величины $I_\nu(0, \vartheta)$ приближенно получаем

$$I_\nu(0, \vartheta) = B_\nu(T_0) \int_0^\infty (1 + \beta_\nu \tau) e^{-\frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \tau \sec \vartheta} \frac{\alpha_v}{\bar{\alpha}} \sec \vartheta d\tau, \quad (6.8)$$

или, после интегрирования,

$$I_\nu(0, \vartheta) = B_\nu(T_0) \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \beta_\nu \cos \vartheta \right). \quad (6.9)$$

Подставляя (6.9) в (4.35), для потока излучения находим

$$H_\nu = \pi B_\nu(T_0) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \beta_\nu \right). \quad (6.10)$$

Формулы (6.9) и (6.10) являются довольно грубыми, однако из них ясно видно, как отношение $\alpha_v/\bar{\alpha}$ влияет на величины $I_\nu(0, \vartheta)$ и H_ν . Легко понять, что это влияние объясняется ростом температуры с глубиной. Чем меньше отношение $\alpha_v/\bar{\alpha}$, тем из более глубоких слоев фотосферы до нас доходит излучение и тем, следовательно, величины $I_\nu(0, \vartheta)$ и H_ν оказываются больше.

Как известно, величиной $I_\nu(0, \vartheta)$ дается распределение яркости по диску звезды. Из формулы (6.9) следует, что в частотах, для

которых коэффициент поглощения α_ν очень велик, яркость диска везде приблизительно одинакова; в частотах же, для которых коэффициент поглощения очень мал, яркость сильно убывает при переходе от центра к краю. Рассмотрим для примера звезды, в фотосферах которых поглощение вызывается в основном атомами водорода (т. е. звезды классов А и В, как увидим дальше). Из формулы (5.11) видно, что коэффициент поглощения α_ν сразу за пределом серии Бальмера в несколько раз больше, чем до предела (так как за пределом $i_0=2$, а до предела $i_0=3$). Поэтому распределение яркости по диску звезды в частотах после бальмеровского предела должно заметно отличаться от распределения яркости по диску в частотах до бальмеровского предела. Этот вывод может быть сопоставлен с результатами наблюдений затменных переменных звезд классов А и В.

Величина H_ν характеризует относительное распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Важной особенностью спектров звезд некоторых классов являются скачки интенсивности у пределов серий, вызванные скачками коэффициента поглощения. В частности, в спектрах звезд классов А и В должны быть скачки у предела серии Бальмера (интенсивность до предела больше интенсивности после предела). Приблизленно бальмеровский скачок может быть найден по формуле (6.10). Более точные данные о бальмеровских скачках в звездных спектрах будут приведены ниже.

Пользуясь формулой (6.10) и наблюдательными данными о распределении энергии в непрерывном спектре звезды, можно приближенно определить зависимость коэффициента поглощения от частоты в фотосфере (точнее говоря, величину α_ν/α). Такое определение было сделано для Солнца, когда еще не был решен вопрос о том, какими атомами вызывается в основном поглощение в фотосфере Солнца. Это исследование сильно способствовало решению указанного вопроса.

2. Случай поглощения атомами одного рода. Изложенная выше приближенная теория дает результаты, которые могут быть использованы лишь для грубых оценок. Переходя теперь к более строгой теории фотосфер, мы сначала рассмотрим один частный случай, в котором эта теория сравнительно проста. Именно, допустим, что поглощение в фотосфере вызывается в основном атомами одного рода, т. е. атомами одного элемента в определенной стадии ионизации. В этом случае объемный коэффициент поглощения может быть представлен в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от частоты и температуры, а другая — только от температуры и плотности, т. е.

$$\alpha_\nu = \Phi(\nu, T) \Psi(T, \rho). \quad (6.11)$$

Возможность такого представления видна, например, из формулы (5.11), определяющей коэффициент поглощения α_ν для водорода.

Если α_v дается формулой (6.11), то уравнение переноса излучения может быть записано так:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{d\zeta} = \Phi(v, T) [I_v - B_v(T)], \quad (6.12)$$

где $B_v(T)$ — интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре T и

$$\zeta = \int_r^\infty \Psi(T, \rho) dr. \quad (6.13)$$

Уравнение лучистого равновесия (1.17) в данном случае принимает вид

$$\int_0^\infty \Phi(v, T) B_v(T) dv = \int_0^\infty \Phi(v, T) dv \int I_v \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (6.14)$$

Из уравнений (6.12) и (6.14) может быть получено одно интегральное уравнение для определения температуры T в виде функции от ζ . Если эта функция найдена, то из уравнения (6.12) можно определить интенсивность излучения $I_v(\zeta, \vartheta)$ и, в частности, интенсивность излучения на границе звезды, т. е. величину $I_v(0, \vartheta)$.

Введение независимой переменной ζ дает возможность избежать нахождения распределения плотности в фотосфере при определении спектра звезды. Если же нас интересует не только спектр звезды, но и величины T и ρ в зависимости от r , то, зная функцию $T(\zeta)$, их можно легко найти из уравнения (6.13) и уравнения механического равновесия (4.42).

Так как самым распространенным элементом в поверхностных слоях звезд является водород, то можно было бы думать, что поглощение излучения в фотосферах всех звезд вызывается в основном атомами водорода. В действительности дело обстоит не так. В фотосферах звезд поздних классов атомы водорода находятся почти полностью в первом состоянии, вследствие чего они поглощают излучение практически только за границей серии Лаймана. Между тем при низких температурах кривая распределения энергии по частотам имеет максимум в инфракрасной части спектра. Следовательно, в фотосферах звезд поздних классов поглощение излучения водородными атомами не может играть существенной роли.

Однако с увеличением температуры растет число атомов водорода в возбужденных состояниях. Вместе с тем происходит смещение максимума кривой распределения энергии по частотам в сторону больших частот. Поэтому с увеличением температуры роль атомов водорода в поглощении возрастает. Подсчеты показывают, что в фотосферах звезд классов А и В (точнее говоря, звезд с эффективными температурами порядка 10 000—20 000 К) поглощение произво-

дится в основном атомами водорода. В фотосферах более горячих звезд существенную роль в поглощении играют также атомы гелия.

Таким образом, для звезд с $T_e \simeq 10\,000$ — $20\,000$ К коэффициент поглощения обусловлен в основном водородом и может быть представлен в форме (6.11). Теория фотосфер этих звезд была разработана Э. Р. Мустелем [6]. Вместо рассмотрения упомянутого интегрального уравнения для функции $T(\xi)$ он предложил определять ее последовательными приближениями из уравнения

$$\frac{dT}{d\xi} = \frac{H}{4\pi \int_0^\infty \frac{1}{\Phi(\nu, T)} \frac{dK_\nu}{dT} d\nu}, \quad (6.15)$$

где

$$K_\nu = \int I_\nu \cos^2 \vartheta \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (6.16)$$

Уравнение (6.15) получается из (6.12) путем умножения его на $\cos \vartheta / \Phi(\nu, T)$ и интегрирования по всем частотам и направлениям.

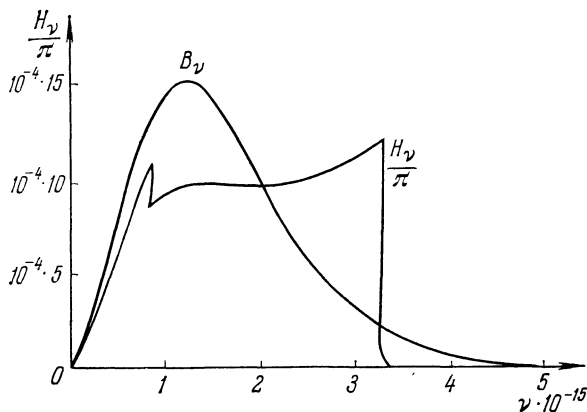


Рис. 8

Величина H есть полный поток излучения в фотосфере. Как мы знаем, $H = \text{const}$, что является следствием уравнения (6.14). При решении уравнения (6.15) в качестве первого приближения можно принять $K_\nu = B_\nu(T)$.

Э. Р. Мустель вычислил распределение энергии в непрерывном спектре звезд с эффективными температурами $10\,500$ К, $15\,000$ К и $20\,000$ К. Часть полученных им результатов приведена на рис. 8 и в табл. 1.

На рис. 8 представлена для примера теоретическая кривая распределения энергии в спектре звезды класса В5 ($T_e = 15\,000$ К). Вместе с ней дана планковская кривая, соответствующая той же температуре T_e (площади под кривыми одинаковы и равны $\sigma T_e^4 / \pi$).

Мы видим, что действительная кривая распределения энергии в спектре звезды весьма сильно отличается от планковской кривой. Особенно следует отметить большие скачки интенсивности у пределов серий. Такой же характер носят кривые распределения энергии в спектрах звезд рассматриваемых типов, полученные из наблюдений.

В таблице 1 приведены теоретические и наблюдаемые значения спектрофотометрической температуры T_c и бальмеровского скачка D . При этом через T'_c и T''_c обозначены значения T_c до бальмеровского предела (т. е. при $\nu < \nu_2$) и после него соответственно.

Напомним, что спектрофотометрической температурой характеризуется наклон кривой распределения энергии в данном месте спектра. Точнее говоря, она определяется из условия, что логарифмическая производная интенсивности спектра равна логарифмической производной планковской интенсивности при температуре T_c , т. е.

$$\frac{d}{d\nu} \lg H_\nu = \frac{d}{d\nu} \lg B_\nu(T_c). \quad (6.17)$$

Подставляя сюда выражение для $B_\nu(T)$, находим следующее уравнение для определения T_c :

$$\frac{d}{d\nu} \lg H_\nu = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT_c} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_c}}}. \quad (6.18)$$

Что же касается бальмеровского скачка, то он определяется формулой

$$D = \lg \frac{H_{\nu < \nu_2}}{H_{\nu > \nu_2}}. \quad (6.19)$$

Из таблицы 1 видно, что теория находится в хорошем согласии с наблюдениями. Это говорит прежде всего о том, что в фотосферах

Т а б л и ц а 1

Спектрофотометрические температуры и бальмеровские скачки звезд ранних спектральных классов

Спектр, класс	A0	B5	B2
T_e	10 500 К	15 000 К	20 000 К
T'_c { теор.	19 000	21 000	23 000
{ набл.	16 500	23 000	26 500
T''_c { теор.	10 500	15 000	19 000
{ набл.	11 000	16 000	19 000
D { теор.	0,49	0,22	0,10
{ набл.	0,47	0,24	0,11

рассматриваемых звезд главная роль в поглощении радиации принадлежит действительно атомам водорода.

3. Модели фотосфер. Как было выяснено выше, в том случае, когда коэффициент поглощения α_v представляется в виде (6.11), теория фотосфер сильно упрощается. В этом случае сначала можно рассчитать поле излучения в фотосфере, а затем определить структуру фотосферы. Однако обычно α_v не представляется в виде (6.11) (так как поглощение вызывается разными атомами), вследствие чего обе указанные задачи надо решать совместно. Для этого следует совместно решить ряд уравнений, уже полученных ранее. Мы сейчас приведем эти уравнения, являющиеся основными уравнениями теории фотосфер.

1) Уравнение переноса излучения:

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\alpha_v I_v + \varepsilon_v. \quad (6.20)$$

2) Условие постоянства полного потока излучения (эквивалентное условию лучистого равновесия):

$$2\pi \int_0^\infty dv \int_0^\pi I_v \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta = \sigma T_e^4. \quad (6.21)$$

3) Закон Кирхгофа — Планка, выражающий собой предположение о локальном термодинамическом равновесии:

$$\varepsilon_v = \alpha_v \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1}. \quad (6.22)$$

4) Уравнение механического равновесия фотосферы:

$$d(p_g + p_r) = -g\rho dr, \quad (6.23)$$

где

$$p_g = \frac{R^*}{\mu} \rho T, \quad p_r = \frac{1}{3} a T^4. \quad (6.24)$$

В приведенных уравнениях заданными величинами являются эффективная температура звезды T_e , ускорение силы тяжести на поверхности звезды g и химический состав фотосферы. Кроме того, надо считать заданным выражение для коэффициента поглощения α_v , который зависит от химического состава и от физических условий в фотосфере (т. е. от T и ρ).

В результате решения этих уравнений получается модель фотосферы, т. е. зависимость температуры T и плотности ρ от глубины, а также поле излучения в фотосфере. В частности, при этом определяется теоретический спектр звезды, который может быть сравнен с наблюдаемым спектром.

Основные уравнения теории фотосфер обычно решаются методом последовательных приближений. При этом при построении первого

приближения используется средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}$ и соответствующая ему оптическая глубина τ , и принимается, что температура T связана с τ так же, как и в случае независимости коэффициента поглощения от частоты. Иными словами, считается, что

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)], \quad (6.25)$$

где

$$d\tau = -\bar{\alpha} dr = -\bar{\kappa} \rho dr. \quad (6.26)$$

Из соотношений (6.23) и (6.26) мы также имеем

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}}, \quad (6.27)$$

где обозначено $p = p_g + p_r$. Так как величину $\bar{\kappa}$ можно выразить через T и p , а температура T выражается через τ формулой (6.25), то интегрирование уравнения (6.27) позволяет получить p как функцию от τ . Зная зависимость T и p от τ , мы можем при помощи соотношения (6.26) перейти от оптической глубины τ к геометрической глубине $z = r_0 - r$, где r_0 — произвольное расстояние от центра звезды, принимаемое за нуль-пункт отсчета глубин.

Очень часто расчет моделей фотосфер заканчивается на первом приближении. Однако иногда делаются и последующие приближения, для выполнения которых был предложен ряд способов. С целью облегчения вычислений составлены таблицы значений коэффициента поглощения α_ν и среднего коэффициента поглощения $\bar{\alpha}$ в зависимости от химического состава, плотности и температуры.

Ниже в виде примеров приводятся результаты расчета моделей фотосфер для звезд разных спектральных классов (подробнее см. [6] — [8]).

4. Горячие звезды. В фотосферах горячих звезд поглощение излучения производится в основном водородом и гелием. Как уже было установлено выше, в фотосферах звезд с эффективными температурами 10 000—20 000 К главная роль в поглощении принадлежит водороду. С увеличением же температуры растет роль в поглощении гелия. Как увидим дальше, число атомов гелия в фотосферах примерно лишь на порядок меньше числа атомов водорода. Однако в фотосферах холодных звезд роль гелия в поглощении ничтожна. Объясняется это так же, как и слабое поглощение атомами водорода при низких температурах. Разница состоит лишь в том, что энергия возбуждения гелия еще больше, чем энергия возбуждения водорода. Поэтому и поглощение атомами гелия начинает сказываться при еще более высоких температурах. При дальнейшем повышении температуры становится существенным и поглощение ионизованным гелием.

Вместе с тем в фотосферах горячих звезд важную роль в переносе излучения играет рассеяние света свободными электронами. Это

связано с сильной ионизацией атомов водорода и гелия при высоких температурах.

Модели фотосфер горячих звезд рассчитывались многими авторами. В табл. 2 приведены результаты Травинга, рассчитавшего модель фотосферы звезды 10 Ящерицы (спектральный класс O9 V, $T_e=37\,450$ К, $\lg g=4,45$). В последовательных столбцах таблицы даны: оптическая глубина τ , температура T , логарифм газового давления p_g , логарифм электронного давления p_e и геометрическая глубина z в километрах. Найденное на основе этой модели распре-

Таблица 2

Модель фотосферы звезды 10 Ящерицы

τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z в км	τ	T	$\lg p_g$	$\lg p_e$	z в км
0	27 700	—	—	—	0,20	36 100	3,87	3,58	3520
0,01	29 000	2,78	2,48	0	0,40	38 700	4,09	3,81	4420
0,02	29 700	3,06	2,76	850	0,60	40 800	4,22	3,94	4970
0,04	30 800	3,31	3,01	1640	0,80	42 300	4,31	4,03	5390
0,06	31 900	3,46	3,16	2090	1,00	43 500	4,37	4,10	5730
0,08	32 800	3,56	3,26	2420	2,00	47 800	4,57	4,30	6840
0,10	33 500	3,64	3,34	2680	3,00	50 900	4,68	4,41	7580

деление энергии в непрерывном спектре звезды оказалось в хорошем согласии с наблюдаемым распределением (например, вычисленный балмеровский скачок равен $D=0,044$, а наблюдаемый $D=0,047$).

Результаты других расчетов также подтверждают наблюдения данными о распределении энергии в видимой области спектра. В частности, для многих звезд класса В вычисленные и наблюдаемые непрерывные спектры удовлетворительно согласуются между собой во всем интервале от 3400 до 8000 Å.

Однако горячие звезды основную часть энергии излучают в ультрафиолетовой области спектра. Поэтому большое значение для проверки теории имеют спектрограммы звезд в ультрафиолетовой области, полученные при внеатмосферных наблюдениях. Изучение этих спектрограмм привело к заключению, что наблюдаемое распределение энергии в спектрах звезд класса В согласуется с теоретическим. В случае же звезд класса О обнаружили существенные расхождения, которые были в значительной мере устранены после уточнения модели (в основном за счет учета так называемого «покроваго эффекта», т. е. поглощения в линиях). Еще лучшее согласие теории с наблюдениями достигается при отказе от предположения о локальном термодинамическом равновесии в фотосфере (см. ниже).

5. Холодные звезды. Сначала в виде примера холодной звезды рассмотрим Солнце. В непрерывном спектре Солнца не наблюдается

бальмеровский скачок. Уже одно это говорит о том, что главная роль в поглощении в фотосфере Солнца принадлежит не атомам водорода. Долгое время перед астрофизиками стояла важная задача — выяснить источник поглощения в солнечной фотосфере. Из наблюдений при помощи приближенной теории фотосфер была найдена зависимость коэффициентов поглощения от частоты, однако ни один из известных атомов не обладал такой поглощательной способностью. Наконец, в 1939 г. Вильд высказал правильную мысль: основным источником поглощения в фотосфере Солнца является отрицательный ион водорода.

Квантовомеханический расчет отрицательного иона водорода представил значительные трудности, однако они были преодолены Чандрасекаром (см. § 5). Вычисления показали, что коэффициент поглощения иона H^- примерно так же зависит от частоты, как и коэффициент поглощения в фотосфере Солнца, найденный указанным выше способом. В частности, отсутствие скачков в видимой области спектра Солнца объясняется отсутствием скачков коэффициента поглощения иона H^- .

Ранее уже отмечалось, что теория фотосфер при коэффициенте поглощения, не зависящем от частоты, дает неплохие результаты в применении к Солнцу. Это связано с тем, что коэффициент поглощения иона H^- сравнительно мало меняется в той области спектра, в которой излучение Солнца является наиболее сильным. Пользуясь последним обстоятельством, Чандрасекар для применения к Солнцу разработал специальную теорию фотосфер при коэффициенте поглощения, мало отличающемся от среднего. На основе этой теории были получены некоторые поправки к значениям температуры, найденные ранее для случая, когда коэффициент поглощения не зависит от частоты (см. [4]). Результаты расчета модели солнечной фотосферы, выполненные при использовании указанной теории, приведены в начале гл. III.

Переходя от Солнца к другим холодным звездам, мы можем сказать, что роль иона H^- является главной в образовании непрерывного спектра всех таких звезд (с эффективными температурами приблизительно меньше 8000 К). При более высоких температурах очень сильное поглощение производят атомы водорода, и оно преобладает над поглощением ионом H^- . К тому же при очень высоких температурах этих ионов мало, так как мало нейтральных атомов водорода, при встрече которых со свободными электронами и образуются ионы H^- . Наоборот, при низких температурах атомы водорода поглощают слабо и их роль в поглощении гораздо меньше роли ионов H^- . В фотосферах холодных звезд отрицательных ионов водорода довольно много, так как почти все атомы водорода находятся в нейтральном состоянии, а свободные электроны возникают при ионизации металлов.

В фотосферах очень холодных звезд (с температурами 2000—3000 К), кроме атомов, содержатся различные молекулы. Как вы-

яснилось, при расчете моделей таких фотосфер надо учитывать поглощение отрицательными ионами H^- , H_2^- , He^- , поглощение в молекулярных полосах и рэлеевское рассеяние на атоме H и молекуле H_2 . Поэтому для вычисления полного коэффициента поглощения следует предварительно определить концентрации различных молекул и свободных электронов в зависимости от физических условий при принятом химическом составе. С этой целью должны быть решены уравнения диссоциации молекул и уравнения ионизации металлов, поставляющих свободные электроны. При расчете моделей фотосфер необходимо также принимать во внимание конвекцию. Вследствие сказанного расчеты моделей фотосфер холодных звезд довольно сложны. Поэтому результатов таких расчетов сравнительно немного (см. [8] и [9]).

6. Белые карлики. Особое место среди звезд занимают белые карлики — звезды с гораздо меньшей светимостью, чем звезды главной последовательности того же спектрального класса. Радиусы белых карликов очень малы — порядка 0,01 радиуса Солнца, однако их массы — порядка массы Солнца. Поэтому ускорение силы тяжести на поверхности белых карликов очень велико — в некоторых случаях оно доходит до 10^{10} см/с². Столь большие значения g приводят к ряду особенностей как в структуре фотосфер белых карликов, так и в распределении энергии в их спектрах.

В качестве примера расчетов моделей фотосфер белых карликов приведем результаты А. К. Колесова [10]. Наблюдения показывают, что в спектрах одних белых карликов (их большинство) присутствуют только линии водорода, а в спектрах других — только линии гелия. Соответственно этому при расчетах отдельно рассматривались чисто водородные и чисто гелиевые фотосферы. Расчеты были выполнены при поверхностных температурах T_0 , равных 12 000, 15 000 и 20 000 К (а для чисто гелиевых фотосфер и при $T_0=30$ 000 К), и при значениях ускорения силы тяжести g , равных 10^6 , 10^8 и 10^{10} см/с². В табл. 3 содержатся результаты расчета для случая чисто водородной фотосферы при $T_0=15$ 000 К и $g=10^8$ см/с².

В последнем столбце табл. 3 дана геометрическая глубина в километрах. Мы видим, что единичной оптической глубине соответствует геометрическая глубина порядка 0,4 км. Иными словами, такого порядка оказывается «толщина фотосферы» белых карликов, т. е. она чрезвычайно мала. У других звезд толщина фотосферы гораздо больше. Например, как следует из табл. 2, у звезды 10 Ящерицы она порядка 6000 км. Эта разница объясняется огромным ускорением силы тяжести на поверхности белого карлика, вследствие чего требуется большой градиент давления, чтобы уравновесить притяжение.

Большие давления в фотосферах белых карликов отражаются на их спектрах. При больших давлениях высокие дискретные уровни атомов не осуществляются вследствие влияния электрических полей ионов и свободных электронов (подробнее об этом эффекте см. в

Модель фотосферы белого карлика

τ	T	$\rho \cdot 10^{-5}$ $\frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$	$n_e \cdot 10^{-17}$ см^{-3}	$\rho \cdot 10^7$ $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	z , км
0,1	15 900	0,92	0,200	0,364	0
0,2	16 500	1,41	0,296	0,536	0,110
0,4	17 500	2,24	0,448	0,799	0,229
0,6	18 300	3,00	0,577	1,02	0,323
0,8	19 000	3,72	0,694	1,21	0,378
1,0	19 600	4,43	0,802	1,39	0,433
2,0	22 100	7,86	1,28	2,18	0,621
3,0	23 900	11,2	1,68	2,86	0,753
4,0	25 400	14,4	2,04	3,45	0,855
5,0	26 600	17,5	2,37	4,00	0,938

§ 8). Поэтому частота предела каждой серии уменьшается и ионизация с осуществляющихся нижних уровней может вызываться излучением меньших частот. Очевидно, что роль указанного эффекта различна в разных местах фотосферы (а именно, растет с глуби-

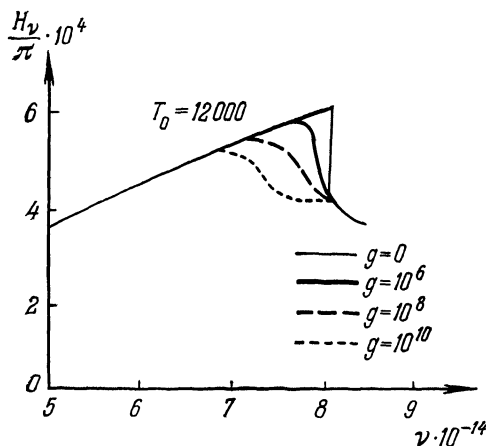


Рис. 9

ной из-за увеличения давления). Вследствие этого при образовании спектра звезды должно происходить размывание скачков интенсивности у пределов серий. В частности, должен размываться и бальмеровский скачок, находящийся в видимой части спектра.

На рис. 9 представлен теоретический спектр звезды с поверхностной температурой 12 000 К вблизи предела серии Бальмера. Из рисунка видно, как усиливается размывание скачка с увеличе-

нием ускорения силы тяжести в фотосфере. При больших значениях g скачки практически отсутствуют. Наблюдаемые спектры белых карликов как раз и обладают такой особенностью.

7. **Фотосферы при отсутствии ЛТР.** В изложенной выше теории фотосфер делалось допущение о локальном термодинамическом равновесии (ЛТР). Это допущение означает справедливость для каждого места фотосферы соотношения (6.22), выражающего закон Кирхгофа — Планка. В свою очередь указанное соотношение выполняется тогда, когда скорости свободных электронов распреде-

лены по формуле Максвелла, а распределение атомов по энергетическим уровням и стадиям ионизации дается формулами Больцмана и Саха. Можно считать, что в глубоких слоях фотосферы состояние ЛТР осуществляется с большой точностью вследствие преобладающей роли столкновений в возбуждении и ионизации атомов. Однако по мере приближения к поверхности звезды роль столкновений убывает, вследствие чего возрастают отклонения от ЛТР. В самых же поверхностных слоях звезды возбуждение и ионизация атомов вызывается в основном не столкновениями, а излучением.

Таким образом, в строгой теории фотосфер определение поля излучения и населенностей энергетических уровней атомов должно производиться совместно. Точнее говоря, соотношение (6.22) надо заменить уравнениями, выражающими условие стационарности для каждого уровня. Условие состоит в том, что число переходов на данный уровень равно числу переходов с этого уровня (как при столкновениях, так и под воздействием излучения). Вместе с тем величины α_ν и ε_ν , входящие в уравнение переноса излучения, должны быть выражены через населенности уровней. К указанным уравнениям следует также добавить уравнение механического равновесия и условие постоянства потока излучения в фотосфере.

Ясно, что в такой постановке теория фотосфер оказывается чрезвычайно сложной. Поэтому представляет большой интерес возможность упростить теорию, сделав предположение о детальном равновесии радиативных переходов в линиях (т. е. о равенстве между числом переходов с одного дискретного уровня на другой и числом обратных переходов). Тогда в основных уравнениях теории из всех радиативных переходов должны приниматься во внимание лишь переходы в непрерывном спектре (т. е. фотоионизации и рекомбинации). Такое предположение можно сделать потому, что непрозрачность в линиях значительно превосходит непрозрачность в непрерывном спектре.

Теория фотосфер при отсутствии ЛТР с указанным выше предположением разрабатывалась Калкофеном и другими авторами. Были рассчитаны модели фотосфер горячих звезд, состоящих только из водорода или из водорода и гелия. Полученные результаты для видимой области спектра в общем не сильно отличаются от тех, к которым приводит теория при наличии ЛТР. Однако расхождение между результатами оказывается очень большим в области лаймановского континуума.

Теория фотосфер при отсутствии ЛТР подробно изложена в книге Д. Михаласа [8]. Так как эта теория очень сложна, то большое значение приобретают методы решения исходных уравнений. В настоящее время на практике применяются два метода. Один из них заключается в использовании итерационного процесса, в котором в качестве первого приближения берется решение задачи для случая наличия ЛТР. Другой метод основан на замене уравнений данной теории системой алгебраических уравнений для всех искомых ве-

личин в разных точках фотосферы. Очевидно, что последний метод требует применения очень мощных ЭВМ. Результаты расчетов моделей фотосфер при отсутствии ЛТР содержатся как в уже упомянутой монографии [8], так и во многих оригинальных исследованиях. Проблема отклонения от ЛТР в поверхностных слоях звезд будет затронута также при рассмотрении образования линейчатых спектров звезд (см. § 9).

§ 7. Специальные вопросы теории фотосфер

1. Протяженные фотосферы. Предположение о том, что толщина фотосферы гораздо меньше радиуса звезды, нельзя применять к некоторым особым звездам (например, к звездам типа Вольфа — Райе). Так обстоит дело тогда, когда плотность в фотосфере сравнительно медленно убывает с увеличением расстояния от центра звезды. В таких фотосферах слои одинаковой плотности должны считаться не плоскопараллельными, а сферическими.

Найдем зависимость температуры от оптической глубины в данном случае. Для этого мы должны воспользоваться уравнением переноса излучения в форме (1.20). Проинтегрировав это уравнение по всем частотам, получаем

$$\cos \vartheta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I}{\partial \vartheta} = -\bar{\alpha} I + \varepsilon, \quad (7.1)$$

где $\bar{\alpha}$ — средний коэффициент поглощения. Обозначая, как обычно, $\varepsilon = \bar{\alpha} S$, в качестве условия лучистого равновесия имеем

$$S = \int I \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (7.2)$$

Интегрирование (7.1) по всем направлениям при учете (7.2) приводит к формуле

$$H = \frac{C}{r^2}, \quad (7.3)$$

где C — некоторая постоянная. (Очевидно, что $4\pi C$ есть светимость звезды.)

Умножая (7.1) на $\cos \vartheta$ и интегрируя по всем направлениям, в приближении Эддингтона находим

$$\frac{4\pi}{3} \frac{dS}{dr} = -\bar{\alpha} H, \quad (7.4)$$

или, на основании (4.15),

$$\frac{ac}{3} \frac{dT^4}{dr} = -\bar{\alpha} H. \quad (7.5)$$

Для коэффициента поглощения $\bar{\alpha}$ возьмем выражение

$$\bar{\alpha} \sim \frac{\rho^2}{T^s} \quad (7.6)$$

[сравните с формулами (5.35) и (5.36)] и допустим, что плотность в фотосфере обратно пропорциональна некоторой степени расстояния от центра звезды, т. е.

$$\rho \sim \frac{1}{r^n}. \quad (7.7)$$

Подставляя (7.3), (7.6) и (7.7) в уравнение (7.5) и интегрируя его, получаем

$$T = T_1 \left(\frac{r_1}{r} \right)^{\frac{2n+1}{4+s}}, \quad (7.8)$$

где T_1 — температура на расстоянии r_1 .

Пользуясь формулами (7.7) и (7.8), можно также легко получить зависимость оптической глубины τ от расстояния r . Подстановка указанных формул в соотношение $d\tau = -\bar{\alpha} dr$ и интегрирование дает

$$\tau = \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \frac{4n-s-2}{4+s}, \quad (7.9)$$

где под r_1 теперь понимается расстояние от центра звезды при $\tau=1$. Из (7.8) и (7.9) получаем искомую зависимость T от τ :

$$T = T_1 \tau^{\frac{2n+1}{2(4n-s-2)}}. \quad (7.10)$$

Возьмем, например, $n=2$ и $s=4$. Тогда имеем

$$T = T_1 \tau^{3/4}. \quad (7.11)$$

Таким образом, в протяженной фотосфере температура возрастает с оптической глубиной гораздо быстрее, чем в фотосфере, состоящей из плоскопараллельных слоев.

Знание зависимости T от τ дает возможность вычислить распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Для этого надо воспользоваться уравнением переноса излучения (1.20), положив в нем, на основании гипотезы о локальном термодинамическом равновесии, $\epsilon_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T)$. Первоначально в теории протяженных фотосфер принималось, что коэффициент поглощения не зависит от частоты. В таком случае кривая распределения энергии в непрерывном спектре звезды получалась очень сильно отличающейся от планковской кривой — с большим избытком излучения в ультрафиолетовой части спектра. Однако при учете зависимости коэффициента поглощения от частоты указанного избытка излучения не получается вследствие сильного поглощения за границами основных серий атомов. Следует также иметь в виду, что в протяженных фотосферах возможны очень большие отклонения от локального термодинамического равновесия.

2. Покровный эффект. Излучение звезды в непрерывном спектре, проходя через поверхностные слои звезды, испытывает частичное

поглощение в спектральных линиях. Энергия, поглощенная в линиях, возвращается обратно в фотосферу. Вследствие этого увеличивается плотность излучения в фотосфере, а значит, и ее температура. Это явление называется покровным эффектом.

Обозначим через A долю энергии, поглощенной в спектральных линиях. Эта величина может быть найдена из наблюдений. Например, для Солнца она приблизительно равна 10%.

Поглощение энергии в линиях происходит в поверхностном слое с оптической толщиной в непрерывном спектре порядка нескольких десятых. Однако для простоты мы сейчас примем, что энергия поглощается в линиях на границе звезды (при $\tau=0$). Тогда при предположении о независимости коэффициента поглощения в непрерывном спектре от частоты (или при использовании среднего коэффициента поглощения) учет покровного эффекта может быть произведен точно.

При составлении уравнения лучистого равновесия для данной задачи надо иметь в виду, что на каждый элементарный объем в фотосфере падает как диффузное излучение, идущее со всех сторон, так и излучение, отраженное от границы и ослабленное по пути. Интенсивность диффузного излучения мы обозначим через $I(\tau, \mu)$, а интенсивность излучения, отраженного от границы, — через I_* . Тогда в качестве условия лучистого равновесия получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu + \frac{1}{2} I_* \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} d\mu. \quad (7.12)$$

Подставляя в (7.12) выражение $I(\tau, \mu)$ через $S(\tau)$, найденное из уравнения переноса излучения (т. е. поступая так же, как при получении уравнения Милна), находим

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau' + \frac{1}{2} I_* E_2 \tau. \quad (7.13)$$

Для определения величины I_* мы должны воспользоваться соотношением

$$I_* = 2A \int_0^1 I(0, \mu) \mu d\mu, \quad (7.14)$$

выражающим собой тот факт, что из количества энергии, падающей на границу, отражается обратно доля A . Очевидно, что в данном случае поток излучения должен быть таким же, как и при отсутствии покровного эффекта (т. е. равным πF). Поэтому имеем

$$2(1-A) \int_0^1 I(0, \mu) \mu d\mu = F. \quad (7.15)$$

Из (7.14) и (7.15) следует

$$I_* = \frac{A}{1-A} F. \quad (7.16)$$

Подставляя (7.16) в (7.13), получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^\infty E_1 |\tau - \tau'| S(\tau') d\tau' + \frac{AF}{2(1-A)} E_2 \tau. \quad (7.17)$$

Уравнение (7.17) при $A=0$ переходит в уравнение Милна.

Легко убедиться, что решение уравнения (7.17) имеет вид

$$S(\tau) = \frac{A}{1-A} F + \frac{3}{4} F [\tau + q(\tau)], \quad (7.18)$$

где $q(\tau)$ — функция Хопфа [см. формулу (2.51)].

Используя известные соотношения $S(\tau) = \sigma T^4/\pi$ и $F = \sigma T_e^4/\pi$, вместо (7.18) находим

$$T^4 = T_e^4 \left\{ \frac{A}{1-A} + \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)] \right\}. \quad (7.19)$$

Из формулы (7.19) видно, какое влияние оказывает покровный эффект на температуру в фотосфере. Однако эту формулу нельзя применять при очень малых значениях τ (из-за сделанного выше допущения о том, что излучение отражается от самой границы звезды).

3. Эффект отражения в тесных парах. Если две звезды находятся близко друг от друга, то при изучении их свечения необходимо принимать во внимание обмен лучистой энергией между ними. В этом случае к собственному излучению каждой звезды добавляется еще излучение, отраженное ею. Разумеется, процесс отражения является в действительности весьма сложным: он состоит в том, что в каждой звезде под действием излучения соседней звезды происходит увеличение температуры, вследствие чего и возрастает количество излучаемой звездой энергии. Напишем уравнение лучистого равновесия для данной задачи. Допустим, что на границу звезды A падает излучение от звезды B внутри телесного угла Ω (рис. 10). Угол Ω для простоты будем считать малым. Среднюю интенсивность излучения, падающего внутри телесного угла Ω , обозначим через I_0 , а средний угол между направлением этого излучения и нормалью к фотосфер-

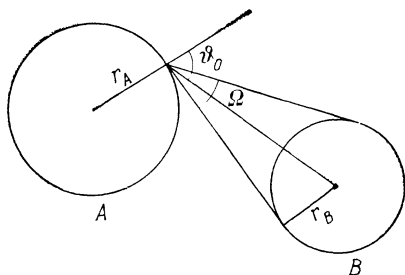


Рис. 10

ным слоям — через ϑ_0 . Тогда уравнение лучистого равновесия будет иметь вид

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu', \mu_0) d\mu' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \quad (7.20)$$

где $I(\tau, \mu', \mu_0)$ — интенсивность диффузного излучения в фотосфере ($\mu' = \cos \vartheta'$, $\mu_0 = \cos \vartheta_0$).

Пользуясь уравнением (7.20) и уравнением переноса излучения, как и при получении уравнения (2.45), находим

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - \tau'| S(\tau', \mu_0) d\tau' + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (7.21)$$

Уравнение (7.21) принадлежит к типу уравнений, подробно рассмотренных в § 3. Решение этого уравнения будет состоять из двух слагаемых: первое слагаемое определяется источниками энергии, находящимися внутри звезды (на бесконечно большой глубине), а второе — энергией, поступающей в фотосферу звезды A от звезды B . На основании формул (3.16) и (3.64) получаем

$$\begin{aligned} S(\tau, \mu_0) = & \\ = \frac{\sqrt{3}}{4} F \left[1 + \int_0^{\tau} \Phi(\tau') d\tau' \right] + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \Phi(\mu_0) \left[e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \int_0^{\tau} e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu_0}} \Phi(\tau') d\tau' \right], & \end{aligned} \quad (7.22)$$

где $\Phi(\mu_0)$ и $\Phi(\tau)$ — функции, определяемые уравнениями (3.53) и (3.55) соответственно.

При $\tau=0$ из (7.22) получается следующая простая формула:

$$S(0, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} F + \frac{I_0 \Omega}{4\pi} \Phi(\mu_0). \quad (7.23)$$

Так как величина $S(\tau, \mu_0)$ пропорциональна T^4 , то при помощи формулы (7.22) может быть вычислена температура T на любой оптической глубине и при произвольном положении соседней звезды относительно данного места в фотосфере. Формула (7.23) позволяет определить значение поверхностной температуры T_0 .

Если температура в фотосфере известна, то, пользуясь формулой (6.3), можно найти интенсивность излучения, выходящего из данного места поверхности звезды в любой частоте ν .

Очевидно, что для нахождения полной интенсивности излучения нет необходимости в знании температуры. Обозначим через ϑ угол отражения, т. е. угол между направлением выходящего из звезды излучения и направлением радиуса-вектора ($\cos \vartheta = \mu$). Тогда ин-

тенсивность излучения $I(0, \mu, \mu_0)$ будет определяться формулой

$$I(0, \mu, \mu_0) = \int_0^\infty S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}, \quad (7.24)$$

в которую надо подставить выражение (7.22). Указанная подстановка уже была сделана в § 3. На основании формулы (3.40) (в которой $m = 1/\mu_0$) и формул (3.57) и (3.63) находим

$$I(0, \mu, \mu_0) = \frac{V\sqrt{3}}{4} F\Phi(\mu) + \frac{I_0\Omega}{4\pi} \frac{\Phi(\mu)\Phi(\mu_0)}{\mu + \mu_0} \mu_0. \quad (7.25)$$

Из полученных формул видно, что эффект отражения тем больше, чем больше отношение $I_0\Omega/\pi F$. Это отношение можно представить в более удобной форме. Если телесный угол Ω мал, то мы получаем

$$I_0\Omega = \frac{L_B}{4\pi r^2}, \quad (7.26)$$

где L_B — светимость звезды B и r — расстояние между звездами A и B . С другой стороны, имеем

$$\pi F = \frac{L_A}{4\pi r_A^2}, \quad (7.27)$$

где L_A и r_A — светимость и радиус звезды A соответственно. Из (7.26) и (7.27) следует:

$$\frac{I_0\Omega}{\pi F} = \frac{L_B}{L_A} \left(\frac{r_A}{r} \right)^2. \quad (7.28)$$

Оценки по приведенным формулам показывают, что роль эффекта отражения может быть значительной. Разумеется, она зависит от положения звезды B относительно рассматриваемого места в фотосфере звезды A (тем больше, чем меньше угол ϑ_0). Эффект отражения сказывается на кривых изменения блеска.

4. Поляризация излучения горячих звезд. В фотосферах горячих звезд большую роль в переносе излучения играет рассеяние света свободными электронами. В этом случае свет, рассеянный элементарным объемом, является поляризованным. Поэтому при изучении фотосфер горячих звезд необходимо рассмотреть перенос поляризованного излучения.

Рассеяние света свободными электронами происходит по закону, который можно сформулировать следующим образом. Пусть I_{\parallel} и I_{\perp} — интенсивности линейно-поляризованного излучения с электрическим вектором, соответственно параллельным и перпендикулярным к плоскости рассеяния (т. е. плоскости, в которой лежат падающий и рассеянный лучи). Если излучение падает на единичный объем внутри телесного угла $d\omega$, то количество энергии, рассеянное этим объемом в направлении, образующем угол γ с направлением

падающего излучения, в единичном телесном угле равно соответственно $\frac{3}{2} \sigma_e I_{\parallel} \cos^2 \gamma \frac{d\omega}{4\pi}$ и $\frac{3}{2} \sigma_e I_{\perp} \frac{d\omega}{4\pi}$, причем рассеянное излучение имеет то же направление электрического вектора, что и падающее излучение. Здесь σ_e — объемный коэффициент рассеяния свободными электронами, определенный формулой (5.16).

Как мы знаем, поле излучения в фотосфере обладает осевой симметрией: интенсивность излучения зависит только от τ и угла ϑ , но не зависит от азимута. Поэтому в данном случае для характеристики поляризованного излучения достаточно задать лишь две величины (а не четыре, как в общем случае). В качестве этих величин мы можем взять интенсивности излучения I_l и I_r с колебаниями соответственно в плоскости, проходящей через луч и нормаль к фотосферным слоям, и перпендикулярно к этой плоскости. Вместо интенсивностей I_l и I_r можно взять также интенсивности I и K , равные

$$I = I_r + I_l, \quad K = I_r - I_l. \quad (7.29)$$

Величина I есть общая интенсивность излучения, а величина $p = K/I$ — степень поляризации излучения.

Для определения величин I и K мы имеем обычные уравнения переноса излучения:

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI}{d\tau} &= I - S, \\ \cos \vartheta \frac{dK}{d\tau} &= K - R, \end{aligned} \right\} \quad (7.30)$$

где $d\tau = -\sigma_e dr$.

На основании закона рассеяния света свободными электронами можно получить, что входящие в эти уравнения величины S и R связаны с интенсивностями излучения I и K следующими уравнениями лучистого равновесия:

$$S(\tau, \mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') \left[1 + \frac{1}{2} P_2(\mu) P_2(\mu') \right] d\mu' + \frac{3}{8} P_2(\mu) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) d\mu', \quad (7.31)$$

$$R(\tau, \mu) = \frac{3}{8} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu') P_2(\mu') d\mu' + \frac{9}{16} (1 - \mu^2) \int_{-1}^{+1} K(\tau, \mu') (1 - \mu'^2) d\mu', \quad (7.32)$$

где $P_2(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$ есть второй полином Лежандра. При получении уравнений (7.31) и (7.32) принято, что мы имеем дело с чисто электронной фотосферой.

Мы не будем останавливаться на выводе приведенных уравнений и их решении, а дадим лишь результаты решения (см. [4] и [5]). В табл. 4 приведены значения величин I , K и степени поляризации p для излучения, выходящего из звезды.

Таблица 4

Излучение звезды с чисто электронной фотосферой

μ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$I(0, \mu)$	1,00	1,24	1,46	1,67	1,87	2,07	2,27	2,46	2,66	2,85	3,04
$10K(0, \mu)$	1,25	1,00	0,84	0,70	0,58	0,47	0,37	0,27	0,18	0,09	0
$p(\mu)$ в %	12,5	8,0	5,8	4,2	3,1	2,3	1,6	1,1	0,7	0,3	0

Из таблицы видно, что распределение яркости по диску звезды с чисто электронной фотосферой не сильно отличается от распределения яркости по диску обычной звезды (отношение яркости в центре диска к яркости на краю равно 3,04 вместо 2,91). Что же касается степени поляризации, то она равна нулю в центре диска и возрастает до 12,5% на краю.

Однако для реальных звезд степень поляризации меньше, чем приведенная в табл. 4, так как в фотосферах наряду с рассеянием света свободными электронами происходит поглощение и испускание энергии атомами.

Очевидно, что излучение, идущее от всего диска сферически-симметричной звезды, будет неполяризованным. Поэтому указанный эффект поляризации света звезд может быть обнаружен только при наблюдениях затменных переменных, один из компонентов которых является горячей звездой, а другой — холодной. В таком случае при покрытии горячей звезды ее холодным спутником излучение системы будет в небольшой степени поляризованным. Этот эффект, предсказанный теорией, был затем действительно обнаружен при наблюдениях.

Особенно интересно то, что при упомянутых наблюдениях было открыто новое явление — поляризация света звезд вне затмения и даже поляризация света одиночных звезд. В основном это явление объясняется поляризацией излучения при прохождении его через межзвездное пространство (о чем мы будем подробно говорить в § 32). Однако в некоторых случаях указанное явление может быть также вызвано рассеянием света на свободных электронах. Поляризация излучения двойной системы вне затмения может быть результатом рассеяния света одной звезды на свободных электронах в фотосфере другой звезды или в газовом потоке, которые иногда обнаруживаются в двойных системах. Излучение одиночной звезды может оказаться поляризованным вследствие рассеяния света на свободных электронах при отклонении формы звезды от сферической

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ I

1. Milne E. A. Thermodynamics of the Stars. In «Handbuch der Astrophysik». Bd. III, Berlin, 1930.
2. Rosseland S. Astrophysik auf Atomtheoretischer Grundlage.— 1931 (русский перевод: Росселанд С. Астрофизика на основе теории атома, 1936).
3. Амбарцумян В. А. Теоретическая астрофизика.— М.: ГОНТИ, 1939.
4. Chandrasekhar S. Radiative Transfer. 1950 (русский перевод: Перенос лучистой энергии.— М.: Изд-во иностр. лит., 1953).
5. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет.— М.: Гостехиздат, 1956.
6. Мустель Э. Р. Звездные атмосферы.— М.: Физматгиз, 1960.
7. Gray D. The observation and analysis of stellar photospheres. 1976 (русский перевод: Грей Д. Наблюдения и анализ звездных фотосфер.— М.: Мир, 1980).
8. Mihalas D. Stellar atmospheres.— 1978 (русский перевод: Михалас Д. Звездные атмосферы, ч. 1.— М.: Мир, 1982).
9. Vardja M. S. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, v. 8.— 1970.
10. Теория звездных спектров.— М.: Наука, 1966.

Под звездной атмосферой мы будем понимать слой, в котором возникает линейчатый спектр звезды. В среднем атмосфера находится выше фотосферы, дающей непрерывный спектр. Объясняется это тем, что коэффициент поглощения в линии гораздо больше коэффициента поглощения в непрерывном спектре. Поэтому в самых внешних частях звезды поглощение в непрерывном спектре уже не играет заметной роли, а поглощение в линиях остается сильным.

Первоначально в астрофизике делалось даже допущение, что между фотосферой и атмосферой существует резкая граница. Иными словами, предполагалось, что из фотосферы идет излучение в непрерывном спектре без линий, а при прохождении его через атмосферу (или, как тогда говорилось, через обращаящий слой) возникают линии поглощения. В настоящее время указанное предположение обычно не делается, т. е. считается, что в каждом элементарном объеме происходит поглощение как в линиях, так и в непрерывном спектре. Однако и в этом случае сначала занимаются теорией фотосфер, т. е. задачей об образовании непрерывного спектра звезды, а затем — теорией атмосфер, т. е. задачей об образовании линий поглощения. При этом в теории фотосфер обычно не учитывается влияние линий, а в теории атмосфер считается известным решение задачи об образовании непрерывного спектра.

В этой главе сначала рассматривается вопрос о коэффициенте поглощения в спектральной линии, затем решается задача об образовании линейчатых спектров звезд и, наконец, путем сравнения теории с наблюдениями определяются различные характеристики звездных атмосфер. Следует подчеркнуть, что большинство наших сведений о звездах получено на основе изучения их линейчатых спектров. К ним относятся сведения о химическом составе звездных атмосфер, о движениях в атмосферах, о вращении звезд, о магнитных полях звезд и др. Поэтому теория образования линий поглощения в звездных спектрах занимает исключительно важное место в теоретической астрофизике.

§ 8. Коэффициент поглощения в спектральной линии

1. Эйнштейновские коэффициенты переходов. Излучение и поглощение в спектральной линии связано с переходами атома из одного дискретного состояния в другое. Если атом находится в возбужденном состоянии, то он может спонтанно (самопроизвольно)

перейти в любое состояние с меньшей энергией. При спонтанном переходе атома из k -го состояния в i -е излучается фотон с энергией

$$h\nu_{ik} = E_k - E_i, \quad (8.1)$$

где E_k и E_i — энергия начального и конечного состояния соответственно. Под действием излучения частоты ν_{ik} может произойти обратный переход, в результате которого фотон поглощается. Излучение частоты ν_{ik} может также вызвать переход атома из k -го состояния в i -е, связанный с излучением фотона. Это — процесс вынужденного излучения или отрицательного поглощения.

Вероятности указанных процессов характеризуются некоторыми коэффициентами, введенными Эйнштейном. Пусть n_k — число атомов в k -м состоянии в 1 см^3 . Очевидно, что число спонтанных переходов из k -го состояния в i -е, происходящих в 1 см^3 за время dt , пропорционально числу n_k и времени dt , т. е. равно $n_k A_{ki} dt$. Величина A_{ki} называется эйнштейновским коэффициентом спонтанного перехода. Число переходов из i -го состояния в k -е, связанных с поглощением фотонов, в 1 см^3 за время dt равно $n_i B_{ik} \rho_{ik} dt$, где n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см^3 и ρ_{ik} — плотность излучения частоты ν_{ik} . Величина B_{ik} представляет собой эйнштейновский коэффициент поглощения. Число переходов из k -го состояния в i -е, вызванных излучением, в 1 см^3 за время dt может быть записано в виде

$$n_k B_{ki} \rho_{ik} dt,$$

где B_{ki} — эйнштейновский коэффициент отрицательного поглощения.

Эйнштейновские коэффициенты переходов не являются независимыми, а связаны друг с другом двумя соотношениями. Для вывода этих соотношений рассмотрим состояние термодинамического равновесия. В этом случае имеет место детальное равновесие, при котором любой процесс компенсируется обратным процессом. В частности, число переходов из k -го состояния в i -е равно числу переходов из i -го состояния в k -е, т. е.

$$n_k A_{ki} + n_k B_{ki} \rho_{ik} = n_i B_{ik} \rho_{ik}. \quad (8.2)$$

С другой стороны, при термодинамическом равновесии распределение атомов по состояниям дается формулой Больцмана

$$\frac{n_k}{n_i} = \frac{g_k}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}, \quad (8.3)$$

где g_i и g_k — статистические веса состояний. Из (8.2) при помощи (8.3) получаем

$$\rho_{ik} = \frac{A_{ki}}{B_{ki}} \frac{1}{\frac{g_i}{g_k} \frac{B_{ik}}{B_{ki}} e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}. \quad (8.4)$$

Сравнивая (8.4) с формулой Планка (4.4), также имеющей место при термодинамическом равновесии, находим

$$A_{ki} = \frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} B_{ki}, \quad B_{ki} = \frac{g_i}{g_k} B_{ik}. \quad (8.5)$$

Таким образом, если известен один из коэффициентов Эйнштейна, то два других определяются при помощи соотношений (8.5). Заметим, что хотя эти соотношения и были получены при рассмотрении термодинамического равновесия, они справедливы всегда, так как эйнштейновские коэффициенты переходов характеризуют свойства атома и фотона и не зависят от того, как распределены атомы по состояниям и фотоны по частотам.

Следует подчеркнуть большое различие между спонтанным и вынужденным излучением. При спонтанных переходах фотоны испускаются во все стороны. При вынужденных переходах фотоны испускаются в том же направлении, в каком летят вызвавшие эти переходы фотоны. Поэтому интенсивность падающего на атомы пучка излучения убывает вследствие поглощения, но возрастает вследствие вынужденных переходов. Этим объясняется, почему вынужденное излучение называют также отрицательным поглощением.

Из сказанного следует, что полное количество фотонов, поглощаемых в рассматриваемой линии в 1 см^3 за 1 с , равно

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} - n_k B_{ki} \rho_{ik} = n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - \frac{n_k B_{ki}}{n_i B_{ik}}\right).$$

На основании второго из соотношений (8.5) это выражение можно переписать в виде

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i}\right).$$

Таким образом, для учета отрицательного поглощения надо количество фотонов, претерпевших обычное поглощение, умножить на величину $1 - \frac{g_i n_k}{g_k n_i}$.

Если распределение атомов по уровням дается формулой Больцмана (в частности, при термодинамическом равновесии), то вместо последнего выражения имеем

$$n_i B_{ik} \rho_{ik} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}\right).$$

Следовательно, в данном случае множитель, учитывающий отрицательное поглощение, равен $1 - e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}$. Этим результатом мы уже пользовались ранее при рассмотрении поглощения в непрерывном спектре (§ 5).

Знание эйнштейновских коэффициентов спонтанных переходов дает возможность определить среднюю продолжительность жизни

атома в возбужденных состояниях. Пусть $n_k(0)$ — число атомов в k -м состоянии в момент времени $t=0$. Убывание вследствие спонтанных переходов на все лежащие ниже уровни происходит по закону

$$dn_k = -n_k \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} dt, \quad (8.6)$$

или после интегрирования,

$$n_k(t) = n_k(0) e^{-\gamma_k t}, \quad (8.7)$$

где обозначено

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki}. \quad (8.8)$$

Отсюда для средней продолжительности жизни атома в k -м состоянии получаем

$$\bar{t}_k = \int_0^{\infty} t e^{-\gamma_k t} \gamma_k dt = \frac{1}{\gamma_k}. \quad (8.9)$$

Величины A_{ki} для разрешенных переходов — порядка 10^7 с^{-1} . Поэтому средняя продолжительность жизни атома в возбужденном состоянии оказывается порядка 10^{-7} с . Исключение составляют метастабильные состояния, из которых все переходы на нижележащие уровни запрещены. Для запрещенных переходов величины A_{ki} гораздо меньше, чем для разрешенных переходов. Поэтому средняя продолжительность жизни атома в метастабильном состоянии очень велика (иногда доходит до нескольких часов).

Для вычисления эйнштейновских коэффициентов переходов необходимо знать волновые функции атома. Так как определение волновых функций представляет весьма сложную задачу, то эйнштейновские коэффициенты переходов вычислены лишь для простейших случаев.

В таблице 5 даны значения величин A_{ki} для атома водорода. Здесь под индексами i и k понимаются главные квантовые числа, а величины A_{ki} имеют следующий смысл. Если n_k есть количество атомов во всех состояниях с главным квантовым числом k , то общее число переходов в состояния с главным квантовым числом i , происходящих за 1 с, равно $n_k A_{ki}$. При этом предполагается, что распределение атомов по состояниям с разными азимутальными квантовыми числами пропорционально статистическим весам этих состояний.

Эйнштейновские коэффициенты переходов A_{ki} , B_{ik} и B_{ki} просто выражаются через так называемую силу осциллятора f_{ik} . Например, эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода равен

$$A_{ki} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_{ik}^2}{mc^3} \frac{g_i}{g_k} f_{ik}, \quad (8.10)$$

Т а б л и ц а 5

Значения A_{ki} для атома водорода

$i \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7
2	$4,67 \cdot 10^8$	—	—	—	—	—	—
3	$5,54 \cdot 10^7$	$4,39 \cdot 10^7$	—	—	—	—	—
4	$1,27 \cdot 10^7$	$8,37 \cdot 10^6$	$8,94 \cdot 10^6$	—	—	—	—
5	$4,10 \cdot 10^6$	$2,52 \cdot 10^6$	$2,19 \cdot 10^6$	$2,68 \cdot 10^6$	—	—	—
6	$1,64 \cdot 10^6$	$9,68 \cdot 10^5$	$7,74 \cdot 10^5$	$7,67 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^6$	—	—
7	$7,53 \cdot 10^5$	$4,37 \cdot 10^5$	$3,34 \cdot 10^5$	$3,03 \cdot 10^5$	$3,24 \cdot 10^5$	$4,50 \cdot 10^5$	—
8	$3,85 \cdot 10^5$	$2,20 \cdot 10^5$	$1,64 \cdot 10^5$	$1,42 \cdot 10^5$	$1,38 \cdot 10^5$	$1,55 \cdot 10^5$	$2,26 \cdot 10^5$

где m — масса электрона и e — его заряд. Величина f_{ik} является безразмерной и представляет собой число классических осцилляторов, которые по поглощательному действию заменяют один атом.

2. Коэффициент поглощения, обусловленный затуханием излучения и тепловым движением атомов. Спектральные линии не являются строго монохроматическими. В каждой линии могут поглощаться фотоны разных частот, близких к центральной частоте линии ν_0 . Вероятность поглощения фотонов частоты ν внутри линии определяется многими причинами. Как и раньше (см. § 1), мы будем характеризовать эту вероятность объемным коэффициентом поглощения, который обозначим через σ_ν . Физический смысл этой величины, как мы помним, состоит в том, что вероятность поглощения фотона частоты ν на пути ds равна $\sigma_\nu ds$. Отметим также, что количество энергии частоты ν , поглощаемое единицей объема за 1 с, равно $\sigma_\nu \int I_\nu d\omega$, где I_ν — интенсивность излучения и интегрирование ведется по всем направлениям.

Пусть рассматриваемая линия возникает при переходе атома из i -го состояния в k -е и n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см³. Мы можем представить величину σ_ν в виде $\sigma_\nu = n_i k_\nu$, где k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Очевидно, что величины σ_ν и k_ν зависят от индексов i и k , но для упрощения записи эти индексы мы опускаем.

Коэффициент поглощения k_ν связан простой зависимостью с эйнштейновским коэффициентом поглощения B_{ik} . Чтобы получить эту зависимость, напишем выражение для числа переходов с i -го уровня на k -й, происходящих в 1 см³ за 1 с, сначала с помощью B_{ik} , а затем с помощью k_ν . С одной стороны, указанное число переходов равно $n_i B_{ik} \rho_{ik}$. С другой стороны, то же число переходов можно представить в виде $n_i \int k_\nu \frac{dv}{h\nu} \int I_\nu d\omega$. Приравняв оба эти выра-

жения и учитывая, что $\int I_\nu d\omega = c\rho_\nu$, где ρ_ν — плотность излучения, находим

$$c \int k_\nu \frac{\rho_\nu}{h\nu} d\nu = B_{ik} \rho_{ik}. \quad (8.11)$$

Так как коэффициент поглощения k_ν имеет резкий максимум в центральной частоте ν_0 , то среднее значение величины $\rho_\nu/h\nu$ можно вынести за знак интеграла. Тогда вместо (8.11) получаем

$$\int k_\nu d\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik}. \quad (8.12)$$

Соотношение (8.12) имеет место во всех случаях, независимо от того, какими причинами обусловлен вид функции k_ν . В частности, из этого соотношения следует, что чем шире интервал частот, внутри которого величина k_ν не сильно отличается от своего значения в центре линии, тем меньше среднее значение коэффициента k_ν в этом интервале.

Зависимость коэффициента поглощения k_ν от частоты, как уже сказано, определяется рядом причин. Главными из них являются следующие: 1) затухание излучения (в терминах классической электронной теории) или размытость энергетических уровней атома (в терминах квантовой механики), 2) эффект Доплера, происходящий от теплового движения атомов.

Допустим сначала, что коэффициент поглощения определяется только затуханием излучения. В этом случае, согласно квантовой теории излучения (см., например, [1]), мы имеем

$$k_\nu = \frac{c^2}{32\pi^3\nu_0^2} \frac{g_k}{g_i} \frac{A_{ki}\Gamma_{ik}}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_{ik}}{4\pi}\right)^2}, \quad (8.13)$$

где $\Gamma_{ik} = \gamma_i + \gamma_k$, а величина γ_k дается формулой (8.8). Обозначим через $\Delta\nu_E$ расстояние от центра линии, на котором значение k_ν составляет половину максимального значения k_{ν_0} . Очевидно, что $\Delta\nu_E = \Gamma_{ik}/4\pi$. Величина $2\Delta\nu_E$ называется естественной шириной спектральной линии. От ширины, выраженной в частотах, мы можем перейти к ширине, выраженной в длинах волн, пользуясь формулой $\Delta\lambda_E = \lambda_0 \Delta\nu_E / \nu_0$. Естественная ширина линии, выраженная в длинах волн, оказывается порядка 0,001 Å.

Будем теперь считать, что зависимость k_ν от частоты определяется только тепловым движением атомов. В этом случае выражение для k_ν можно получить весьма легко. Если неподвижный атом поглощает фотоны с частотой ν_0 , то движущийся атом поглощает фотоны с частотой $\nu = \nu_0 + \nu_0 v_x/c$, где v_x — проекция скорости атома на направление излучения (ось x). Мы примем, что распределение атомов по скоростям дается формулой Максвелла, т. е. число

атомов со скоростями от v_x до $v_x + dv_x$ равно

$$dn \sim e^{-\frac{Mv_x^2}{2kT}} dv_x, \quad (8.14)$$

где M — масса атома. Очевидно, что вероятность поглощения фотонов с частотами от ν до $\nu + d\nu$ пропорциональна числу атомов со скоростями от v_x до $v_x + dv_x$. Поэтому для коэффициента поглощения имеем

$$k_\nu = k_0 e^{-\frac{M}{2kT} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c \right)^2}, \quad (8.15)$$

где k_0 — значение k_ν в центре линии.

Величину k_0 мы пока не знаем, однако во всех случаях, когда коэффициент поглощения в линии известен с точностью до постоянного множителя, этот множитель можно найти с помощью соотношения (8.12). Подставляя (8.15) в (8.12), получаем

$$k_0 = \frac{c^3}{8\pi^{3/2}\nu_0^3 v} \frac{g_k}{g_i} A_{ki}. \quad (8.16)$$

Формулу (8.15) можно переписать в виде

$$k_\nu = k_0 e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} \right)^2}, \quad (8.17)$$

где $\Delta\nu_D = \nu_0 v/c$ и v — средняя тепловая скорость атома, равная $v = \sqrt{2kT/M}$. Величина $2\Delta\nu_D$ называется доплеровской шириной спектральной линии. Выраженная в длинах волн доплеровская ширина оказывается порядка $0,1 \text{ \AA}$ (при средней скорости атома порядка 1 км/с). Следовательно, доплеровская ширина гораздо больше естественной ширины.

Легко получить, что при совместном действии затухания излучения и эффекта Доплера коэффициент поглощения равен

$$k_\nu = k_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u+y)^2 + a^2}, \quad (8.18)$$

где

$$u = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}, \quad a = \frac{\Delta\nu_E}{\Delta\nu_D} \quad (8.19)$$

и k_0 дается формулой (8.16).

Вводя обозначение $k_\nu/k_0 = H(u, a)$, мы имеем

$$H(u, a) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u+y)^2 + a^2}. \quad (8.20)$$

Функции $H(u, a)$ играет очень большую роль в теории линейчатых спектров звезд и поэтому подробно изучалась и табулировалась.

Вследствие того, что величина a обычно очень мала, удобно разложить функцию $H(u, a)$ в ряд по степеням a , т. е. представить в виде

$$H(u, a) = H_0(u) + aH_1(u) + a^2H_2(u) + \dots \quad (8.21)$$

Оказывается, что

$$H_0(u) = e^{-u^2}, \quad (8.22)$$

$$H_1(u) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[1 - 2ue^{-u^2} \int_0^u e^{t^2} dt \right] \quad (8.23)$$

и т. д. В табл. 6 приведены значения функций $H_0(u)$, $H_1(u)$ и $H_2(u)$ для некоторых значений u . Подробные таблицы функций $H_i(u)$ даны Гаррисом [2].

Таблица 6

Значения функций $H_0(u)$, $H_1(u)$ и $H_2(u)$

u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$	u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$
0	1,0000	-1,1284	+1,0000	1,6	0,0773	+0,3157	-0,3185
0,2	0,9608	-1,0405	+0,8839	1,8	0,0392	+0,2803	-0,2146
0,4	0,2521	-0,8035	+0,5795	2,0	0,0183	+0,2317	-0,1282
0,6	0,6977	-0,4855	+0,1953	2,2	0,0079	+0,1849	-0,0686
0,8	0,5273	-0,1672	-0,1476	2,4	0,0032	+0,1461	-0,0332
1,0	0,3679	+0,0859	-0,3679	2,6	0,0012	+0,1165	-0,0145
1,2	0,2369	+0,2454	-0,4454	2,8	0,0004	+0,0947	-0,0058
1,4	0,1409	+0,3139	-0,4113	3,0	0,0001	+0,0786	-0,0021

Приближенно при $a \ll 1$ в центральных частях линии коэффициент поглощения равен

$$k_v = k_0 e^{-u^2}. \quad (8.24)$$

Для далеких же от центра частей линии из формулы (8.18) находим

$$k_v = k_0 \frac{a}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{u^2}. \quad (8.25)$$

Переходная область между областями применения формул (8.24) и (8.25) находится из того условия, что в ней значения k_v , даваемые этими формулами, одного порядка.

Легко видеть, что формула (8.24) совпадает с (8.17), а формула (8.25) — с (8.13) (если пренебречь в последней $\Gamma_{ik}/4\pi$ по сравнению с $|v-v_0|$). Следовательно, вблизи центра линии коэффициент поглощения определяется эффектом Доплера, а вдали от него — затуханием излучения.

3. Эффекты давления. При получении формулы (8.18) были приняты во внимание только естественная размытость энергетических уровней атома и участие атома в тепловом движении. Однако на вид функции k_ν также сильно влияет присутствие посторонних частиц. Это влияние мы будем называть эффектами давления (так как чем больше давление, тем сильнее это влияние).

Самой простой формой эффектов давления является столкновение атома с посторонней частицей, при котором энергия возбуждения атома передается частице (удар второго рода). Из-за таких столкновений среднее время жизни атома в возбужденном состоянии будет меньше, чем определенное по формуле (8.9), а размытость энергетического уровня — соответственно больше. Последнее следует из принципа неопределенностей Гейзенберга, согласно которому $\Delta E \Delta t \simeq h$. При учете столкновений для средней продолжительности жизни атома в возбужденном состоянии вместо формулы (8.9) имеем

$$\bar{t}_k = \frac{1}{\gamma_k + \gamma_c}, \quad (8.26)$$

где γ_c — число столкновений за 1 с, рассчитанное на один возбужденный атом.

Коэффициент поглощения при учете столкновений будет опять определяться формулой (8.18), в которой под a следует понимать величину

$$a = \frac{\Delta\nu_E + \Delta\nu_c}{\Delta\nu_D}, \quad (8.27)$$

где $\Delta\nu_c$ — полуширина, определяемая столкновениями (т. е. соответствующая величине γ_c).

Однако на коэффициент поглощения влияют не только удары второго рода. Гораздо большее влияние на него оказывают прохождения посторонних частиц около атома. При таких прохождениях меняется силовое поле вблизи атома, вследствие чего происходит смещение энергетических уровней. Очевидно, что смещение уровней данного атома меняется с течением времени, а для определенного момента времени уровни разных атомов смещены на неодинаковую величину. Поэтому указанный эффект вызывает расширение спектральных линий.

Задача об определении коэффициента поглощения при учете прохождения посторонних частиц около атома весьма сложна (см. [3]). При ее решении необходимо принимать во внимание как различия в типах атомов (нейтральные и ионизованные), так и различия в типах посторонних частиц (свободные электроны, ионы, нейтральные атомы, молекулы). Обычно принимается, что если посторонняя частица находится на расстоянии r от атома, то происходит смещение частоты линии на величину

$$\Delta\nu = \frac{C_k}{r^k}, \quad (8.28)$$

где k и C_k — некоторые постоянные, различные для разных случаев. При прохождении около атома заряженной частицы $k=2$ или $k=4$ (соответственно линейный и квадратичный эффект Штарка). Если рассматриваемые атомы встречаются с подобными им атомами, то $k=3$ (эффект собственного давления). При встречах атомов с атомами других элементов или с молекулами $k=6$ (эффект сил ван-дер-Ваальса). Постоянная C_k для каждого случая определяется из теоретических соображений или экспериментально.

Для нахождения коэффициента поглощения при заданном законе взаимодействия между атомами и посторонними частицами были разработаны два метода. Первый из них состоит в рассмотрении отдельных сближений атомов с частицами и в последующем суммировании результатов сближений (метод дискретных встреч). Второй метод основан на определении вероятности напряженности поля при случайном расположении возмущающих частиц, которые считаются неподвижными (статистическая теория).

При использовании первого метода атом обычно заменяется классическим осциллятором и считается, что каждая встреча атома с частицей ведет к изменению фазы колебания. Вычисление изменения фазы производится для встреч с произвольными прицельными расстояниями при учете формулы (8.28). Разложение в ряд Фурье колебания с внезапно изменившейся фазой приводит к выражению для коэффициента поглощения, аналогичному выражению (8.13). При дополнительном учете теплового движения атомов для коэффициента поглощения получается формула (8.18), в которой величина a дается формулой (8.27), а $\Delta v_c = \gamma_c/4\pi$. Вычисление величины γ_c указанным способом для разных случаев привело к следующим результатам:

$$\gamma_c = 4\pi^3 C_3 n \quad (\text{при } k=3), \quad (8.29)$$

$$\gamma_c = 38,8 C_4^2 v^{1/2} n \quad (\text{при } k=4), \quad (8.30)$$

$$\gamma_c = 17,0 C_6^2 v^{3/2} n \quad (\text{при } k=6). \quad (8.31)$$

В этих формулах v — средняя относительная скорость атома и возмущающей частицы, а n — число частиц в 1 см^3 .

Таким образом, в принятой приближенной теории близкие прохождения возмущающих частиц около атома влияют на коэффициент поглощения так же, как удары второго рода. Вместе с тем это влияние аналогично влиянию затухания излучения. Поэтому величина γ_c обычно называется постоянной затухания вследствие столкновений.

Статистическая теория является очень простой, если считать, что возмущение вызывается только ближайшей к атому частицей. Приблизительно так считать можно потому, что возмущения далеких частиц в какой-то мере компенсируют друг друга. Обозначим через $W_1(r) dr$ вероятность того, что ближайшая частица находится на рас-

стоянии от r до $r+dr$ от атома. Как легко показать,

$$W_1(r) dr = e^{-(r/r_0)^3} d\left(\frac{r}{r_0}\right)^3, \quad (8.32)$$

где r_0 — среднее расстояние между частицами, определенное соотношением

$$\frac{4}{3} \pi r_0^3 n = 1. \quad (8.33)$$

От вероятности $W_1(r) dr$ при помощи формулы (8.28) мы можем перейти к вероятности различных смещений по частоте. Поскольку коэффициент поглощения k_ν пропорционален этой вероятности, то мы получаем

$$k_\nu \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\Delta\nu)^{\frac{3+k}{k}}} e^{-\frac{4}{3} \pi n \left(\frac{C_k}{\Delta\nu}\right)^{3/k}}. \quad (8.34)$$

Очевидно, что формулу (8.34) при малых значениях $\Delta\nu$ нельзя считать правильной, так как малые возмущения вызываются в основном далекими частицами. Однако большие возмущения производятся в основном ближайшей частицей. Поэтому формулой (8.34) можно пользоваться при больших значениях $\Delta\nu$. В данном случае, заменяя в формуле (8.34) экспоненциальный множитель единицей (это возможно, когда $r \ll r_0$), находим

$$k_\nu \approx \frac{C_k^{3/k} n}{(\nu - \nu_0)^{\frac{3+k}{k}}}. \quad (8.35)$$

Формулой (8.35) дается асимптотическое выражение для коэффициента поглощения в крыльях линии.

Разумеется, обе рассматриваемые теории, если бы они были точными, давали бы одинаковые результаты. Однако в обеих теориях сделаны упрощающие предположения, вследствие чего каждая из них имеет свою область применимости. Исследование этого вопроса показало, что метод дискретных встреч дает правильные результаты для центральных частей линии, а статистический метод — для внешних. Иными словами, в центральных частях линии коэффициент поглощения определяется формулой (8.18) с соответствующими значениями a и γ_c , а во внешних частях линии — формулой (8.35) (которая, как уже было сказано, только для этих частей и справедлива).

Граница между областями применимости приведенных выше выражений для k_ν зависит как от типа взаимодействия между атомами и возмущающими частицами, так и от физических условий в звездной атмосфере (оказывается, что эта граница тем дальше от центра линии, чем больше концентрация возмущающих частиц и чем меньше средняя относительная скорость частицы и атома).

В звездных атмосферах присутствуют возмущающие частицы разных сортов, и все они как-то влияют на коэффициент поглощения в данной линии. Обычно основное влияние в центральных частях линии оказывают частицы одного рода, а во внешних частях — другого рода. Однако при изменении глубины в атмосфере относительная роль разных частиц меняется. Разумеется, происходит изменение относительной роли частиц и при переходе к другим линиям и к атмосферам других типов. Поэтому правильный учет влияния посторонних частиц (т. е. эффектов давления) на коэффициент поглощения в спектральной линии является довольно трудным делом.

4. Эффект Штарка. Особенно большое влияние на коэффициент поглощения оказывает присутствие заряженных частиц (ионов и свободных электронов) около поглощающих атомов. В электрическом поле, создаваемом этими частицами, происходит смещение энергетических уровней атома, т. е. действует эффект Штарка. Очевидно, что смещение уровней у разных атомов в данный момент различно, вследствие чего спектральная линия расширяется. Как известно, различают линейный и квадратичный эффект Штарка. В первом случае смещение уровней пропорционально первой степени напряженности поля, во втором — ее квадрату. Соответственно этому, в формуле (8.28), определяющей смещение уровней, $k=2$ и $k=4$ (так как напряженность поля пропорциональна r^{-2}).

Мы сейчас рассмотрим (более подробно, чем выше) линейный эффект Штарка, который действует на уровни водорода и высокие уровни гелия. Сначала допустим, что возмущающими частицами являются ионы. Так как тепловые скорости ионов сравнительно невелики, то в этом случае можно применить статистическую (или, как ее иногда называют, статическую) теорию.

Выше было получено выражение для k_v при допущении, что возмущение вызывается лишь ближайшей к атому частицей. Теперь мы примем во внимание все частицы, которые будем считать случайно расположенными в пространстве.

Пусть F — напряженность поля, создаваемого частицей, находящейся на расстоянии r от атома, т. е.

$$F = \frac{e}{r^2}, \quad (8.36)$$

и F_0 — «средняя» напряженность поля, соответствующая значению r_0 , определенному формулой (8.33), т. е.

$$F_0 = \frac{e}{r_0^2} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/3} en^{2/3} = 2,60en^{2/3}. \quad (8.37)$$

Обозначим через β величину F/F_0 и через $W(\beta) d\beta$ — вероятность того, что эта величина заключена в интервале от β до $\beta + d\beta$.

Функция $W(\beta)$ при учете действия всех частиц была впервые найдена Хольцмарком. Она дается формулой

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi\beta} \int_0^{\infty} x \sin xe^{-(\frac{x}{\beta})^{3/2}} dx. \quad (8.38)$$

При $\beta \gg 1$ из (8.38) получаем

$$W(\beta) = 1,496\beta^{-3/2} (1 + 5,106\beta^{-3/2} + 14,43\beta^{-3} + \dots), \quad (8.39)$$

а при $\beta \ll 1$:

$$W(\beta) = \frac{4}{3\pi} \beta^2 (1 - 0,4628\beta^2 + 0,1227\beta^4 + \dots). \quad (8.40)$$

Значения функции Хольцмарка приведены в табл. 7.

Т а б л и ц а 7

Функция Хольцмарка

β	$W(\beta)$	β	$W(\beta)$	β	$W(\beta)$	β	$W(\beta)$	β	$W(\beta)$	β	$W(\beta)$
0	0	1,6	0,367	3,0	0,176	4,6	0,0573	6,0	0,0242	8,5	0,0087
0,2	0,017	1,8	0,360	3,2	0,150	4,8	0,0494	6,2	0,0219	9,0	0,0075
0,4	0,063	2,0	0,339	3,4	0,128	5,0	0,0431	6,4	0,0199	10,0	0,0056
0,6	0,130	2,2	0,310	3,6	0,111	5,2	0,0379	6,6	0,0181	15,0	0,00188
0,8	0,203	2,4	0,275	3,8	0,098	5,4	0,0336	6,8	0,0166	20,0	0,00089
1,0	0,271	2,6	0,238	4,0	0,086	5,6	0,0299	7,0	0,0153	25,0	0,00050
1,2	0,324	2,8	0,206	4,2	0,075	5,8	0,0268	7,5	0,0125	30,0	0,00031
1,4	0,356			4,4	0,065			8,0	0,0104		

Если бы мы приняли во внимание только действие ближайшей частицы, то, пользуясь формулой (8.32) и тем, что $\beta = (r_0/r)^2$, получили бы

$$W(\beta) = \frac{3}{2} e^{-\beta^{-3/2}} \beta^{-3/2}. \quad (8.41)$$

При $\beta \gg 1$ формула (8.41) дает почти такие же значения $W(\beta)$, как и формула (8.38). Объясняется это тем, что большие напряженности поля создаются в основном ближайшей частицей.

После определения функции $W(\beta)$ можно без труда найти и коэффициент поглощения k_ν . Очевидно, что величина β может быть представлена в виде $\beta = (v - v_0)/(\Delta\nu)_0$, где $(\Delta\nu)_0$ — смещение линии при напряженности поля F_0 . Поэтому вероятность поглощения фотонов с частотами от v до $v + dv$ будет равна $W[(v - v_0)/(\Delta\nu)_0] dv/(\Delta\nu)_0$. Однако в действительности линия в электрическом поле расщепляется на ряд компонент. Обозначим через I_j относительную силу j -й компоненты и через b_j — смещение этой компоненты при единичной

напряженности поля (следовательно, $(\Delta\nu)_0 = b_j F_0$). Тогда для коэффициента поглощения получаем

$$k_\nu \sim \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{\nu - \nu_0}{b_j F_0}\right). \quad (8.42)$$

Как известно (см., например, [3]),

$$b_j = \frac{3h}{8\pi^2 m_e} n_j, \quad (8.43)$$

где m и e — масса и заряд электрона, n_j — целое число, зависящее от начального и конечного уровней.

Чтобы полностью определить k_ν , воспользуемся, как обычно в таких случаях, формулой (8.11). В результате находим

$$k_\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik} \sum \frac{I_j}{b_j F_0} W\left(\frac{\nu - \nu_0}{b_j F_0}\right). \quad (8.44)$$

Наибольший интерес представляет поведение коэффициента поглощения в далеких от центра частях линии. В этом случае, беря для $W(\beta)$ только первый член в формуле (8.39), имеем

$$k_\nu = \frac{h\nu_0}{c} B_{ik} \frac{1,496 F_0^{3/2}}{(\nu - \nu_0)^{5/2}} \sum I_j b_j^{1/2}. \quad (8.45)$$

Эта формула, как и должно быть, находится в полном соответствии с формулой (8.35) при $k=2$.

Перейдем в формуле (8.45) от частоты ν к длине волны λ и запишем ее в виде

$$k_\lambda = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}}, \quad (8.46)$$

где C — постоянная, различная для разных линий. В случае балмеровских линий вычисления дали, что постоянная C равна $3,13 \cdot 10^{-16}$ для H_α , $0,885 \cdot 10^{-16}$ для H_β , $0,442 \cdot 10^{-16}$ для H_γ и $0,309 \cdot 10^{-16}$ для H_δ , причем $\lambda - \lambda_0$ выражено в ангстремах.

Следует подчеркнуть, что входящая в формулу (8.46) величина F_0 представляет собой «среднюю» напряженность поля, обусловленную ионами. Подставляя (8.37) в (8.46), находим

$$k_\lambda = \frac{4\pi}{3} C \frac{e^{3/2} n}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}}, \quad (8.47)$$

где n — число ионов в 1 см^3 . Мы видим, что в крыльях водородных линий коэффициент поглощения тем больше, чем больше концентрация ионов. Поэтому можно ожидать широких водородных линий поглощения в спектрах звезд с большими плотностями в атмосферах (особенно в спектрах белых карликов).

Из формулы (8.47) также видно, что во внешних частях линий коэффициент поглощения, обусловленный эффектом Штарка, убы-

вает как $(\lambda - \lambda_0)^{-5/2}$. Этим он существенно отличается от коэффициента поглощения, обусловленного затуханием, который убывает как $(\lambda - \lambda_0)^{-2}$.

Рассмотрим теперь вопрос о том, какое влияние на коэффициент поглощения оказывает эффект Штарка, вызванный свободными электронами. В данном случае вследствие больших скоростей свободных электронов можно применить метод дискретных встреч. Он приводит к коэффициенту поглощения, даваемому формулой (8.18) с соответствующей постоянной затухания вследствие столкновений. Оказывается, что такое выражение для k_λ справедливо до весьма большого расстояния от центра линии. Мы обозначим это граничное расстояние через $\Delta\lambda_g$. В табл. 8, взятой из статьи

Таблица 8

Значения величины $\Delta\lambda_g$ для бальмеровских линий

T	20 000 К	10 000 К	5000 К	3000 К
H_α { электроны протоны	580 0,63	230 0,25	110 0,12	70 0,08
H_β { электроны протоны	120 0,13	48 0,05	24 0,03	14 0,02
H_γ { электроны протоны	48 0,05	19 0,02	9 0,01	6 0,006
H_δ { электроны протоны	32 0,03	13 0,01	6 0,007	4 0,004

Унзоляда [2], приведены значения величины $\Delta\lambda_g$ (выраженной в ангстремах) для некоторых бальмеровских линий. В той же таблице даны для сравнения значения $\Delta\lambda_g$ при эффекте Штарка, вызванном протонами. Мы видим, что в последнем случае значения $\Delta\lambda_g$ весьма малы. При значениях $\lambda - \lambda_0$, превосходящих $\Delta\lambda_g$, следует пользоваться выражением для k_λ , даваемым статистической теорией.

Вычисления, сделанные указанным методом, привели к заключению, что коэффициент поглощения, обусловленный электронами, значительно меньше коэффициента поглощения, обусловленного протонами. Поэтому влиянием электронов на коэффициент поглощения пренебрегали. Однако затем было установлено, что эксперимент не подтверждает теорию, основанную только на учете влияния протонов. В связи с этим был выполнен ряд исследований, в которых рассмотрено одновременное воздействие протонов и электронов на атом водорода. Вместе с тем были приняты во внимание неадиабатические явления, заключающиеся в переходах между компонентами, на которые расщепляется энергетический уровень в электрическом поле (раньше этого не делалось). В результате было

показано, что влияние электронов на коэффициент поглощения является существенным.

Согласно полученным результатам коэффициент поглощения в крыльях водородных линий представляется в виде

$$k_{\lambda} = C \frac{F_0^{3/2}}{(\lambda - \lambda_0)^{5/2}} [1 + R(n_e, T)(\lambda - \lambda_0)^{1/2}], \quad (8.48)$$

где множитель перед квадратными скобками — коэффициент поглощения, обусловленный протонами, а второе слагаемое в скобках учитывает влияние электронов. Значения величины $R(n_e, T)$ для трех балмеровских линий при разных значениях электронной концентрации n_e и температуры T приведены в табл. 9 (считается, что $\lambda - \lambda_0$ выражено в ангстремах).

Таблица 9

Значения величины $R(n_e, T)$

$T \backslash \lg n_e$	H_{α}			H_{β}			H_{γ}		
	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
10	1,05	0,79	0,59	1,05	0,80	0,60	1,37	1,04	0,78
12	0,82	0,63	0,48	0,81	0,62	0,48	1,03	0,80	0,62
14	0,59	0,46	0,36	0,56	0,45	0,35	0,70	0,56	0,45
15	0,47	0,38	0,30	0,45	0,35	0,28	0,53	0,44	0,35
16	0,35	0,30	0,25	0,33	0,26	0,22	0,37	0,31	0,26
17	0,24	0,22	0,19	0,21	0,17	0,15	0,21	0,19	0,17
18	0,12	0,14	0,13	0,09	0,09	0,08	0,09	0,09	0,09

Многие формулы для коэффициента поглощения в спектральной линии, употребляемые в астрофизике, содержатся в справочнике К. Ленга [4].

§ 9. Линии поглощения при локальном термодинамическом равновесии

1. Основные формулы. После определения коэффициента поглощения в спектральной линии перейдем к вопросу об образовании линий поглощения в спектре звезды. Мы будем рассматривать линию, возникающую при переходе из i -го состояния в k -е данного атома. Коэффициент поглощения в линии, как и раньше, обозначим через σ_{ν} , а коэффициент излучения — через ϵ_{ν} . Эти величины зависят от индексов i и k , но для упрощения записи мы их не пишем. Коэффициенты поглощения и излучения в непрерывном спектре обозначим соответственно через α_{ν} и ϵ_{ν}^0 . Эти величины обуслов-

лены всеми атомами, находящимися в данном элементарном объеме. В пределах линии коэффициенты α_ν и ϵ_ν^0 очень слабо зависят от частоты.

Принимая, что атмосфера состоит из плоскопараллельных слоев, получаем следующее уравнение переноса излучения в спектральной линии:

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu + \alpha_\nu) I_\nu + \epsilon_\nu + \epsilon_\nu^0. \quad (9.1)$$

Здесь, как и раньше, ϑ — угол между направлением излучения и внешней нормалью к атмосферным слоям, а интенсивность излучения I_ν зависит от r и ϑ .

При рассмотрении непрерывного спектра звезд мы сделали предположение о локальном термодинамическом равновесии. В таком случае имеем

$$\epsilon_\nu^0 = \alpha_\nu B_\nu(T), \quad (9.2)$$

где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность излучения для частот данной линии.

Аналогичное предположение мы сделаем сначала и при рассмотрении образования спектральных линий, т. е. будем считать

$$\epsilon_\nu = \sigma_\nu B_\nu(T). \quad (9.3)$$

Очевидно, что применимость соотношения (9.3) нуждается в большем обосновании, чем применимость соотношения (9.2), так как линии возникают в среднем в более поверхностных слоях звезд, чем непрерывный спектр.

При помощи (9.2) и (9.3) вместо уравнения (9.1) находим

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\sigma_\nu + \alpha_\nu) (I_\nu - B_\nu). \quad (9.4)$$

Пусть t_ν — оптическая глубина в атмосфере в частоте ν внутри линии, т. е.

$$t_\nu = \int_r^\infty (\sigma_\nu + \alpha_\nu) dr. \quad (9.5)$$

Тогда уравнение (9.4) принимает вид

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu(t_\nu, \vartheta)}{dt_\nu} = I_\nu(t_\nu, \vartheta) - B_\nu(T). \quad (9.6)$$

Наибольший интерес для нас представляет интенсивность излучения в линии, выходящего из атмосферы. Для этой величины из уравнения (9.6) получаем

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-t_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta dt_\nu. \quad (9.7)$$

Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре вблизи линии, мы обозначим через $I_v^0(0, \vartheta)$. Эта величина равна

$$I_v^0(0, \vartheta) = \int_0^{\infty} B_v(T) e^{-\tau_v \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau_v, \quad (9.8)$$

где τ_v — оптическая глубина в атмосфере в непрерывном спектре вблизи линии, т. е.

$$\tau_v = \int_r^{\infty} \alpha_v dr. \quad (9.9)$$

Отношение

$$r_v(\vartheta) = \frac{I_v(0, \vartheta)}{I_v^0(0, \vartheta)} \quad (9.10)$$

характеризует профиль линии поглощения на угловом расстоянии ϑ от центра диска звезды. Очевидно, что величина $r_v(\vartheta)$ может быть найдена из наблюдений только для Солнца (и в принципе — для затменных переменных). Для обычных же звезд из наблюдений определяется лишь профиль линии поглощения в спектре всего диска. Этот профиль характеризуется отношением

$$r_v = \frac{H_v}{H_v^0}, \quad (9.11)$$

где H_v — поток излучения, выходящего из звезды в частоте ν внутри линии, и H_v^0 — поток излучения, выходящего из звезды в непрерывном спектре вблизи линии. Величина H_v определяется формулой

$$H_v = 2\pi \int_0^{\infty} B_v(T) E_2 t_v dt_v, \quad (9.12)$$

где $E_2 t_v$ — вторая интегральная показательная функция. Аналогичной формулой (с заменой t_v на τ_v) определяется и величина H_v^0 (см. § 4).

Если известна величина r_v , то легко может быть найдена и так

называемая эквивалентная ширина линии поглощения. Под ней понимается ширина соседнего участка непрерывного спектра, энергия которого равна энергии, поглощенной в линии (рис. 11). Обозначая эквивалентную ширину линии через W , на основании определения имеем

$$H_v^0 W = \int (H_v^0 - H_v) d\nu, \quad (9.13)$$

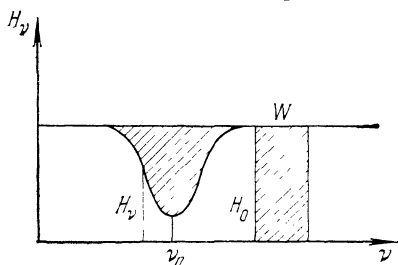


Рис. 11

или, при использовании (9.11),

$$W = \int (1 - r_v) dv. \quad (9.14)$$

Приведенными формулами, определяющими профили и эквивалентные ширины линий, мы будем часто пользоваться ниже.

2. Определение профилей линий. Для вычисления профилей линий поглощения мы должны знать зависимость между температурой T и оптической глубиной t_v . Точная зависимость между этими величинами может быть найдена только на основе расчета моделей звездных фотосфер. Однако некоторый интерес представляет и приближенная зависимость между T и t_v , которой мы сейчас воспользуемся.

Из формул (6.1) и (6.5) вытекает следующая приближенная формула, связывающая между собой температуру T и оптическую глубину τ_v в непрерывном спектре:

$$B_v(T) = B_v(T_0) \left(1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \tau_v \right). \quad (9.15)$$

При получении этой формулы предполагалось, что отношение коэффициента поглощения в непрерывном спектре α_v к среднему коэффициенту поглощения $\bar{\alpha}$ не зависит от глубины. Теперь мы допустим, что и отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре, т. е. величина σ_v/α_v , также не зависит от глубины. Тогда на основании формул (9.5) и (9.9) имеем

$$t_v = \left(\frac{\sigma_v}{\alpha_v} + 1 \right) \tau_v. \quad (9.16)$$

Подстановка (9.16) в (9.15) дает

$$B_v(T) = B_v(T_0) \left(1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v} t_v \right). \quad (9.17)$$

Для нахождения величины $r_v(\vartheta)$, определенной формулой (9.10), мы должны подставить (9.17) в (9.7) и (9.15) в (9.8). Делая это, получаем

$$r_v(\vartheta) = \frac{1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v} \cos \vartheta}{1 + \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v} \cos \vartheta}. \quad (9.18)$$

Формулой (9.18) определяется профиль линии на угловом расстоянии ϑ от центра диска. Аналогично получается выражение для величины r_v , характеризующей профиль линии в спектре всей

звезды:

$$r_v = \frac{1 + \frac{2}{3} \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\sigma_v + \alpha_v}}{1 + \frac{2}{3} \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v}}. \quad (9.19)$$

Очевидно, что в случае локального термодинамического равновесия линия поглощения возникает вследствие роста температуры с глубиной. Так как коэффициент поглощения в линии больше коэффициента поглощения в непрерывном спектре, то излучение в линии доходит до нас из менее глубоких слоев, где температура ниже. Поэтому интенсивность излучения в линии и оказывается меньше интенсивности излучения в непрерывном спектре. Если бы температура в атмосфере была постоянной, то в формулах (9.18) и (9.19) мы имели бы $\beta_v = 0$, а значит $r_v(\vartheta) = 1$ и $r_v = 1$, т. е. линий поглощения не было бы.

Следует иметь в виду, что приближенные формулы (9.18) и (9.19) могут в некоторых случаях обладать очень малой точностью, так как величины σ_v/α_v и α_v/α , которые мы считали постоянными, могут в реальных атмосферах сильно меняться с глубиной.

Как уже сказано, для получения точных профилей линий необходимы предварительные расчеты моделей звездных фотосфер. Эти расчеты дают распределение температуры и плотности в поверхностных слоях звезды, в которых возникают линии поглощения. Пользуясь такими данными, можно вычислить коэффициенты поглощения σ_v и α_v на разных глубинах, а значит, и оптические глубины t_v и τ_v в виде функций от геометрической глубины.

В качестве примера построения моделей звездных фотосфер и последующего вычисления непрерывных и линейчатых спектров звезд можно указать большую работу де Ягера и Невена. Названные авторы построили 50 моделей фотосфер с поверхностными температурами T_0 от 4000 до 25 000 К и с значениями $\lg g$ от 1 до 5. Для каждой модели было найдено распределение энергии в непрерывном спектре и определены профили и эквивалентные ширины многих линий (водорода, гелия, углерода, азота и других атомов). Часть результатов, относящихся к линии H_γ , приведена в табл. 10. Эта таблица, составленная для случая $T_0 = 14\,000$ К, содержит значения величины r_v на разных расстояниях от центра линии (выраженных в ангстремах) и при различных значениях $\lg g$. В последнем столбце таблицы даны значения эквивалентной ширины W в ангстремах.

При вычислении профиля линии H_γ было взято выражение для коэффициента поглощения, учитывающее эффект Штарка. Как известно, этот эффект действует тем сильнее, чем больше плотность, а плотность в атмосфере тем больше, чем больше ускорение силы тяжести. Этим объясняется тот факт, что эквивалентная ширина линии W растет с увеличением g .

Таблица 10

Величины r_v и W для линии H_γ при разных ускорениях силы тяжести в атмосфере звезды

$\Delta\lambda$ $\lg g$	0	0,5	1	2	4	8	16	32	W
1	0,70	0,74	0,92	0,97	1,00				0,60
2	0,72	0,76	0,84	0,92	0,99	1,00			0,90
3	0,74	0,78	0,81	0,86	0,91	0,96	1,00		2,05
4	0,75	0,76	0,77	0,80	0,86	0,93	0,98	1,00	3,50
5	0,78	0,79	0,81	0,83	0,86	0,90	0,95	1,00	4,20

3. Слабые линии и крылья сильных линий. Приведенные выше формулы, определяющие профили линий поглощения, сильно упрощаются в случае слабых линий, т. е. таких, для которых $\sigma_v \ll \ll \alpha_v$. Очевидно, что это неравенство справедливо и для внешних частей сильных линий (которые называются обычно крыльями линий). Поэтому упрощение формулы для r_v будет относиться и к ним.

Рассмотрим какую-либо линию в спектре всей звезды. При выполнении условия $\sigma_v \ll \alpha_v$ формула (9.19) может быть переписана в виде

$$1 - r_v = \frac{\beta_v}{\frac{3}{2} \frac{\alpha_v}{\alpha} + \beta_v} \frac{\sigma_v}{\alpha_v}. \quad (9.20)$$

Мы видим, что в данном случае величина $1 - r_v$ пропорциональна коэффициенту поглощения в линии σ_v . Что же касается множителя перед σ_v , то его можно считать не зависящим от частоты.

В предыдущем параграфе были получены выражения для коэффициента поглощения во внешних частях линии. Пользуясь этими выражениями и формулой (9.20), можно найти величину $1 - r_v$ в крыльях сильных линий. В частности, если σ_v определяется затуханием излучения, то

$$1 - r_\lambda = \frac{D_1}{(\Delta\lambda)^2}, \quad (9.21)$$

а если σ_v определяется эффектом Штарка, то

$$1 - r_\lambda = \frac{D_2}{(\Delta\lambda)^{5/2}}, \quad (9.22)$$

где D_1 и D_2 — некоторые постоянные. Следует, однако, иметь в виду, что в формуле (9.22) принято во внимание лишь влияние протонов. Если же учитывать и влияние электронов, то, как можно заключить на основании выражения (8.48) для коэффициента по-

глощения, в достаточно далеких крыльях линий величина $1 - r_\lambda$ опять дается формулой (9.21) (разумеется, с другим значением постоянной D_1). Значение $\Delta\lambda$, при котором надо перейти от одной формулы к другой для величины $1 - r_\lambda$ в случае действия эффекта Штарка, зависит от электронной концентрации и температуры.

Формула (9.20) является приближенной, так как она основана на приближенной формуле (9.15) и на допущении, что величина σ_v/α_v не меняется в атмосфере. Однако при выполнении неравенства $\sigma_v \ll \alpha_v$ можно также получить упрощенную формулу для r_v , не делая указанных предположений.

На основании формул (9.11) и (9.12) имеем

$$r_v = \frac{\int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v}{\int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.23)$$

Займемся числителем этого выражения. Пользуясь равенством

$$dt_v = \left(\frac{\sigma_v}{\alpha_v} + 1 \right) d\tau_v,$$

мы можем представить его в виде суммы:

$$\int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v = \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v d\tau_v + \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v. \quad (9.24)$$

Для первого слагаемого находим

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v d\tau_v &= \int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty B_v(T) e^{-t_v z} d\tau_v = \\ &= - \int_1^\infty \frac{dz}{z^2} \int_0^\infty e^{-(t_v - \tau_v) z} d\tau_v \frac{d}{d\tau_v} \int_{\tau_v}^\infty B_v(T') e^{-\tau'_v z} d\tau'_v = \\ &= \int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v - \int_0^\infty \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v \int_{\tau_v}^\infty B_v(T') E_1 \tau'_v d\tau'_v \end{aligned} \quad (9.25)$$

(здесь использовано интегрирование по частям). Во втором же слагаемом при $\sigma_v \ll \alpha_v$ можно просто заменить t_v на τ_v . Поэтому вместо соотношения (9.24) получаем

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B_v(T) E_2 t_v dt_v &= \int_0^\infty B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v - \\ &- \int_0^\infty \frac{\sigma_v}{\alpha_v} d\tau_v \left[\int_{\tau_v}^\infty B_v(T') E_1 \tau'_v d\tau'_v - B_v(T) E_2 \tau_v \right]. \end{aligned} \quad (9.26)$$

Подстановка (9.26) в (9.23) дает

$$1 - r_v = \int_0^{\infty} \frac{\sigma_v}{\alpha_v} G(\tau_v) d\tau_v, \quad (9.27)$$

где обозначено

$$G(\tau_v) = \frac{\int_{\tau_v}^{\infty} B_v(T) E_1 \tau_v d\tau_v - B_v(T) E_2 \tau_v}{\int_0^{\infty} B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.28)$$

Формулу (9.28) можно переписать также в виде

$$G(\tau_v) = \frac{\int_{\tau_v}^{\infty} \frac{dB_v(T)}{d\tau_v} E_2 \tau_v d\tau_v}{\int_0^{\infty} B_v(T) E_2 \tau_v d\tau_v}. \quad (9.29)$$

Таким образом, для искомой величины r_v мы получили формулу (9.27), в которой функция $G(\tau_v)$ дается формулой (9.29). Легко видеть, что в случае, когда для $B_v(T)$ принимается выражение (9.15) и величина σ_v/α_v считается постоянной в атмосфере, формула (9.27) переходит в приведенную выше формулу (9.20).

В формуле (9.27) функция $G(\tau_v)$ представляет собой *весовую функцию* при величине σ_v/α_v . Удобство вычислений по этой формуле обусловлено тем, что весовая функция зависит только от величин, характеризующих непрерывный спектр (но не линии), и слабо зависит от частоты. Поэтому для данной атмосферы весовую функцию можно заранее табулировать и затем вычислять профили различных линий по формуле (9.27).

Вопрос о вычислении величины r_v для слабых линий и для крыльев сильных линий был впервые рассмотрен Унзольдом (см. [5]). Предложенный им «метод весовых функций» мы изложили выше для случая, когда делается предположение о локальном термодинамическом равновесии. Однако этот метод с различными видоизменениями применяется также и в других случаях.

4. Отклонения от термодинамического равновесия. Сделанное нами предположение о локальном термодинамическом равновесии сильно упрощает теорию звездных спектров. Однако возникает важный вопрос о том, в какой мере справедливо это предположение.

Обратимся прежде всего к сравнению теории с наблюдениями. Из формулы (9.7) следует, что при переходе от центра диска к краю интенсивность внутри линии должна стремиться к интенсивности

непрерывного спектра на краю диска, т. е. должно быть

$$I_{\nu}(0, \vartheta) \rightarrow B_{\nu}(T_0) \quad \text{при} \quad \vartheta \rightarrow \frac{\pi}{2}. \quad (9.30)$$

Иными словами, линии поглощения на краю диска должны исчезать. Особенно ясно это видно из формулы (9.18), из которой следует, что $r_{\nu}(\vartheta) \rightarrow 1$ при $\vartheta \rightarrow \pi/2$.

Однако наблюдательные данные об изменении профилей линий на диске Солнца показывают, что исчезновения линий на краю диска в действительности не происходит.

Легко понять, чем вызывается это расхождение между теорией и наблюдениями. В глубоких слоях атмосферы возбуждение атомов происходит в основном под действием столкновений. При этом благодаря максвелловскому распределению частиц по скоростям устанавливается больцмановское распределение атомов по возбужденным уровням. В свою очередь это приводит к тому, что отношение коэффициента излучения ϵ_{ν} к коэффициенту поглощения σ_{ν} будет равняться планковской интенсивности при температуре, равной кинетической температуре газа. Таким образом, в глубоких слоях атмосферы можно предполагать наличие локального термодинамического равновесия. Однако при переходе к менее глубоким слоям роль столкновений в возбуждении атомов уменьшается, а в самых верхних слоях возбуждение вызывается в основном излучением. Вследствие же того, что плотность этого излучения сильно отличается от планковской плотности, распределение атомов по состояниям уже не будет определяться формулой Больцмана. Поэтому не будет соблюдаться и закон Кирхгофа — Планка.

Таким образом, в верхних слоях атмосферы должны существовать значительные отклонения от локального термодинамического равновесия. Этим и объясняется тот факт, что профили линий, вычисленные при предположении о наличии локального термодинамического равновесия, не согласуются с наблюдаемыми профилями линий.

Из сказанного следует, что при решении задачи об образовании линий поглощения в звездных спектрах коэффициент излучения в линии ϵ_{ν} нельзя задавать формулой (9.3), а его следует определять в ходе решения самой задачи. Точнее говоря, нахождение профилей линий поглощения должно основываться на рассмотрении переноса излучения в спектральных линиях. Таким рассмотрением мы займемся в следующих параграфах. Пока же заметим, что строгое решение задачи об образовании линейчатых спектров звезд представляет большие трудности. Поэтому при вычислении профилей линий часто все-таки пользуются приведенными выше формулами, основанными на предположении о локальном термодинамическом равновесии. По-видимому, приближенно это можно делать для слабых линий, возникающих в сравнительно глубоких слоях атмосферы.

Ясно, что при исследовании переноса излучения в спектральных линиях следует одновременно принимать во внимание все линии данного атома, т. е. иметь дело с многоуровневым атомом. Однако в дальнейшем мы будем рассматривать в основном изолированную спектральную линию, т. е. двухуровневый атом. Это необходимо сделать как для получения первого приближения к действительности, так и для более отчетливого понимания физических процессов, ведущих к образованию линейчатых спектров звезд.

§ 10. Линии поглощения при когерентном рассеянии

1. Модель Шварцшильда — Шустера. В предыдущем параграфе мы сделали допущение о локальном термодинамическом равновесии в звездных атмосферах и в соответствии с этим для коэффициента излучения в линии ϵ_ν пользовались формулой (9.3). Однако это допущение не подтверждается наблюдениями, и поэтому мы должны рассмотреть те реальные физические процессы, которые обуславливают величину ϵ_ν . Как уже говорилось, возбуждение атомов во внешних слоях звезд вызывается в основном излучением. Следовательно, энергия, излучаемая каким-либо объемом, зависит от лучистой энергии, поглощаемой этим объемом. Поэтому чтобы написать выражение для ϵ_ν , надо знать долю энергии, излучаемой в частоте ν внутри данной линии, из общего количества поглощаемой лучистой энергии.

Сначала при нахождении величины ϵ_ν мы сделаем следующие два предположения:

1. Будем считать, что количество энергии, излучаемое элементарным объемом в данной линии, точно равно количеству энергии, поглощаемому этим объемом в той же линии, т. е. нет перераспределения энергии между линиями, а также нет других процессов, ведущих к появлению или исчезновению квантов в рассматриваемой линии. В таком случае говорят о чистом рассеянии излучения в спектральной линии.

2. Будем считать, что энергия, поглощаемая элементарным объемом в данной частоте внутри линии, испускается им в точности в той же частоте, т. е. нет перераспределения излучения по частотам внутри линии. Такой процесс называется когерентным рассеянием излучения.

Указанные предположения были сделаны еще в первых работах по теории звездных спектров и принимались в течение долгого времени. Впоследствии выяснилось, что они весьма далеки от действительности. Это повело к различным уточнениям теории, которые мы рассмотрим позднее.

Из сделанных предположений вытекает, что каждый элементарный объем излучает столько энергии в данной частоте внутри линии, сколько он ее поглощает. Таким образом, мы считаем, что в звездной атмосфере осуществляется монохроматическое лучистое

равновесие. Уравнение, выражающее это равновесие, записывается, очевидно, так:

$$4\pi\epsilon_v = \sigma_v \int I_v d\omega, \quad (10.1)$$

где интегрирование производится по всем телесным углам.

Как уже говорилось во введении к этой главе, первоначально в теории звездных спектров принималось существование резкой границы между фотосферой и атмосферой. При этом считалось, что из фотосферы идет излучение без линий поглощения, а эти линии возникают при прохождении излучения через атмосферу. Такая модель внешних слоев звезды называется моделью Шварцшильда — Шустера.

Принимая эту модель, мы должны в уравнении переноса излучения (9.1) положить равными нулю коэффициенты поглощения и излучения в непрерывном спектре. В таком случае уравнение переноса излучения принимает вид

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -\sigma_v I_v + \epsilon_v. \quad (10.2)$$

Введем оптическую глубину в частоте ν

$$t_v = \int_r^\infty \sigma_v dr \quad (10.3)$$

и обозначим

$$\epsilon_v = \sigma_v S_v. \quad (10.4)$$

Тогда вместо уравнений (10.1) и (10.2) получаем

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI_v(t_v, \vartheta)}{dt_v} &= I_v(t_v, \vartheta) - S_v(t_v), \\ S_v(t_v) &= \frac{1}{2} \int_0^\pi I_v(t_v, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

Заметим, что уравнения (10.5) формально не отличаются от уравнений (2.8) в теории фотосфер. Однако уравнения (2.8) относятся к интегральному излучению, а уравнения (10.5) — к излучению определенной частоты ν внутри линии.

К системе уравнений (10.5) надо добавить еще граничные условия. Условие на верхней границе атмосферы (при $t_v=0$) выражает отсутствие излучения, падающего на звезду извне:

$$I_v(0, \vartheta) = 0 \quad \text{при} \quad \vartheta > \frac{\pi}{2}. \quad (10.6)$$

Условие на нижней границе атмосферы (при $t_v=t_v^0$) должно выражать собой тот факт, что интенсивность излучения, входящего из фотосферы в атмосферу, задана и равна интенсивности непре-

ровного спектра в частоте ν (ее, очевидно, можно считать равной интенсивности излучения, выходящего из атмосферы вблизи линии). Обозначая, как и раньше, эту интенсивность через $I_\nu^0(0, \vartheta)$, имеем

$$I_\nu(t_\nu^0, \vartheta) = I_\nu^0(0, \vartheta) \quad \text{при } \vartheta < \frac{\pi}{2}. \quad (10.7)$$

Таким образом, задача состоит в решении системы уравнений (10.5) при граничных условиях (10.6) и (10.7).

Для решения полученной системы уравнений могут быть использованы методы, изложенные в гл. I. Применим к ней первый приближенный метод (т. е. метод Шварцшильда — Шустера).

Обозначая через I'_ν среднюю интенсивность излучения, идущего снизу вверх, и через I''_ν — среднюю интенсивность излучения, идущего сверху вниз, вместо системы уравнений (10.5) приближенно получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{dI'_\nu}{dt_\nu} &= I'_\nu - S_\nu, & -\frac{1}{2} \frac{dI''_\nu}{dt_\nu} &= I''_\nu - S_\nu, \\ S_\nu &= \frac{1}{2} (I'_\nu + I''_\nu). \end{aligned} \right\} \quad (10.8)$$

Из уравнений (10.8) следует

$$I'_\nu - I''_\nu = F_\nu, \quad I'_\nu + I''_\nu = 2F_\nu t_\nu + C_\nu, \quad (10.9)$$

где F_ν и C_ν — произвольные постоянные.

Граничные условия (10.6) и (10.7) в данном случае принимают вид

$$I''_\nu = 0 \quad \text{при } t_\nu = 0, \quad I'_\nu = \bar{I}_\nu^0 \quad \text{при } t_\nu = t_\nu^0, \quad (10.10)$$

где \bar{I}_ν^0 — средняя интенсивность излучения, входящего из фотосферы в атмосферу. При помощи (10.10) находим

$$C_\nu = F_\nu, \quad F_\nu = \frac{\bar{I}_\nu^0}{1 + t_\nu^0}. \quad (10.11)$$

Знание произвольных постоянных позволяет получить из уравнений (10.8) и (10.9) следующее выражение для функции S_ν :

$$S_\nu = \frac{\bar{I}_\nu^0}{1 + t_\nu^0} \left(\frac{1}{2} + t_\nu \right). \quad (10.12)$$

Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы, в рассматриваемом случае равна

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^{t_\nu^0} S_\nu(t_\nu) e^{-t_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta dt_\nu + I_\nu^0(0, \vartheta) e^{-t_\nu^0 \sec \vartheta}. \quad (10.13)$$

Если мы подставим сюда найденное выражение для S_ν и воспользуемся формулой (9.10), то получим искомую величину $r_\nu(\vartheta)$, харак-

теризующую профиль линии поглощения на угловом расстоянии ϑ от центра диска.

Чтобы определить величину r_ν , характеризующую профиль линии в спектре всей звезды, надо найти потоки излучения, выходящего из атмосферы в частоте ν внутри линии и в непрерывном спектре вблизи линии. В принятом приближении эти величины равны

$$H_\nu = \pi F_\nu, \quad H_\nu^0 = \pi \bar{I}_\nu^0. \quad (10.14)$$

Подставляя (10.14) в (9.11) и пользуясь второй из формул (10.11), получаем

$$r_\nu = \frac{1}{1 + t_\nu^0}. \quad (10.15)$$

Заметим, что величина $1/(1 + t_\nu^0)$ представляет собой долю фотосферного излучения, пропущенного атмосферой в частоте ν (вообще говоря, после многократных рассеяний). Величина же $t_\nu^0/(1 + t_\nu^0)$ есть доля этого излучения, отраженного обратно в фотосферу.

Мы можем переписать формулу (10.15) в несколько другом виде. Входящая в нее величина t_ν^0 , представляющая собой оптическую толщину атмосферы в частоте ν , равна

$$t_\nu^0 = \int_{r_0}^{\infty} \sigma_\nu dr, \quad (10.16)$$

где r_0 — радиус основания атмосферы. Представим объемный коэффициент поглощения в виде $\sigma_\nu = nk_\nu$, где n — число атомов в нижнем состоянии для данной линии (или, как иногда говорят, число поглощающих атомов) в 1 см^3 и k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Тогда, считая, что k_ν не зависит от места в атмосфере, вместо (10.16) получаем

$$t_\nu^0 = k_\nu N, \quad (10.17)$$

где

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n(r) dr. \quad (10.18)$$

Величина N есть число поглощающих атомов в столбе с сечением 1 см^2 над фотосферой. Подставляя (10.17) в (10.15), находим

$$r_\nu = \frac{1}{1 + k_\nu N}. \quad (10.19)$$

Если бы для решения системы уравнений (10.5) мы использовали второй приближенный метод (т. е. метод Эддингтона), то получили

бы следующее выражение для величины r_v :

$$r_v = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} k_v N}. \quad (10.20)$$

Как видим, оно не сильно отличается от выражения (10.19).

2. Модель Эддингтона. Сделанное выше предположение о разделении внешних частей звезды на два слоя, фотосферу и атмосферу, является довольно грубым. Теперь мы откажемся от этого предположения и будем считать, что в каждом элементарном объеме происходит поглощение и излучение энергии как в непрерывном спектре, так и в линиях. Такую модель внешних слоев звезды будем называть моделью Эддингтона.

Строго говоря, при принятии модели Эддингтона задачи об образовании непрерывного и линейчатого спектров звезд следует рассматривать совместно. Однако влияние поглощения и излучения в линиях на возникновение непрерывного спектра невелико и в первом приближении им можно пренебречь (это влияние, как мы знаем из § 8, учитывается во втором приближении в виде так называемого «покровного эффекта»). Следовательно, при решении задачи об образовании линейчатых спектров звезд все величины, относящиеся к непрерывному спектру, можно считать известными.

Уравнения, определяющие интенсивность излучения внутри линии в случае модели Эддингтона, уже были получены ранее. Одним из них является уравнение переноса излучения (9.1), а другим — уравнение лучистого равновесия (10.1). Уравнение (9.1) можно переписать в виде

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \varepsilon_v + \alpha_v B_v(T). \quad (10.21)$$

Здесь мы воспользовались соотношением (9.2), так как считаем справедливым предположение о локальном термодинамическом равновесии для непрерывного спектра. Подставляя (10.1) в (10.21), получаем одно интегро-дифференциальное уравнение для определения величины I_v :

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dr} = -(\sigma_v + \alpha_v) I_v + \sigma_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \alpha_v B_v(T). \quad (10.22)$$

Вводя оптическую глубину в непрерывном спектре τ_v посредством соотношения $d\tau_v = -\alpha_v dr$, вместо (10.22) находим

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} = (\eta_v + 1) I_v - \eta_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} - B_v(T), \quad (10.23)$$

где обозначено

$$\eta_v = \frac{\sigma_v}{\alpha_v}. \quad (10.24)$$

Вообще говоря, величина η_v является очень сложной функцией от глубины, однако в дальнейшем для простоты мы примем, что $\eta_v = \text{const.}$

Для получения приближенного решения уравнения (10.23) применим метод Эддингтона (см. § 2). Предварительно введем обозначения:

$$\bar{I}_v = \int I_v \frac{d\omega}{4\pi}, \quad \bar{H}_v = \int I_v \cos \vartheta \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (10.25)$$

Величина \bar{I}_v представляет собой среднюю интенсивность излучения в данном месте, а $4\pi\bar{H}_v$ — поток излучения.

Умножив (10.23) сначала на $d\omega/4\pi$, а затем на $\cos \vartheta d\omega/4\pi$ и проинтегрировав по всем телесным углам, находим

$$\frac{d\bar{H}_v}{d\tau_v} = \bar{I}_v - B_v, \quad (10.26)$$

$$\frac{1}{3} \frac{d\bar{I}_v}{d\tau_v} = (1 + \eta_v) \bar{H}_v. \quad (10.27)$$

Здесь мы использовали приближенное соотношение

$$\int I_v \cos^2 \vartheta \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{3} \bar{I}_v. \quad (10.28)$$

Из уравнений (10.26) и (10.27) получаем следующее уравнение для определения \bar{I}_v :

$$\frac{d^2 \bar{I}_v}{d\tau_v^2} = 3(1 + \eta_v)(\bar{I}_v - B_v). \quad (10.29)$$

Для величины $B_v(T)$, как и раньше, мы возьмем выражение (9.15), т. е. будем считать ее линейной функцией от τ_v . В таком случае частное решение уравнения (10.29) будет просто равно $B_v(T)$. В качестве общего же решения этого уравнения находим

$$\bar{I}_v = C_v e^{-\tau_v \sqrt{3(1+\eta_v)}} + D_v e^{\tau_v \sqrt{3(1+\eta_v)}} + B_v, \quad (10.30)$$

где C_v и D_v — произвольные постоянные.

Очевидно, что в глубоких слоях атмосферы, где линии в спектре отсутствуют, $\bar{I}_v = B_v$. Поэтому должно быть $D_v = 0$. Следовательно, имеем

$$\bar{I}_v = C_v e^{-\tau_v \sqrt{3(1+\eta_v)}} + B_v(T_0)(1 + \beta_v^* \tau_v), \quad (10.31)$$

где обозначено $\beta_v^* = \beta_v \bar{\alpha} / \alpha_v$. При помощи (10.27) получаем

$$\bar{H}_v = \frac{1}{3(1+\eta_v)} \left[-C_v e^{-\tau_v \sqrt{3(1+\eta_v)}} \sqrt{3(1+\eta_v)} + B_v(T_0) \beta_v^* \right]. \quad (10.32)$$

Для определения постоянной C_v надо использовать граничное условие (10.6). В принятом приближении его можно записать в виде

$$\bar{I}_v = 2\bar{H}_v \quad (\text{при } \tau_v = 0). \quad (10.33)$$

Подставляя (10.31) и (10.32) в (10.33), находим

$$C_v \sqrt{3(1+\eta_v)} = -\frac{3(1+\eta_v)-2\beta_v^*}{\sqrt{3(1+\eta_v)}+2} B_v(T_0). \quad (10.34)$$

Так как нашей задачей является определение профиля линии поглощения в спектре звезды, то нам надо найти поток выходящего из звезды излучения, т. е. величину $H_v(0) = 4\pi \bar{H}_v(0)$. Полагая в формуле (10.32) $\tau_v = 0$ и принимая во внимание (10.34), получаем

$$H_v(0) = 4\pi B_v(T_0) \frac{1 + \frac{\beta_v^*}{\sqrt{3(1+\eta_v)}}}{\sqrt{3(1+\eta_v)}+2}. \quad (10.35)$$

Вне спектральной линии $\eta_v = 0$. Следовательно, поток излучения в непрерывном спектре вблизи линии равен

$$H_v^0(0) = 4\pi B_v(T_0) \frac{1 + \frac{\beta_v^*}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+2}. \quad (10.36)$$

Из (10.35) и (10.36) находим

$$r_v = \frac{H_v(0)}{H_v^0(0)} = \frac{1 + \frac{\beta_v^*}{\sqrt{3(1+\eta_v)}}}{1 + \frac{\beta_v^*}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3(1+\eta_v)}+2}. \quad (10.37)$$

Этой формулой и определяется искомый профиль линии поглощения в звездном спектре.

Заметим, что в центральных частях сильных линий $\eta_v \gg 1$. Поэтому в данном случае имеем

$$r_v \simeq \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+\beta_v^*} \cdot \frac{1}{\sqrt{\eta_v}}. \quad (10.38)$$

Мы видим, что величина r_v зависит от β_v^* только через посредство потока в непрерывном спектре. Поток же в центральных частях линии от β_v^* практически не зависит. Это объясняется тем, что центральные части сильных линий образуются в самых поверхностных слоях атмосферы [где можно считать, что $B_v(T) = B_v(T_0)$].

Во внешних частях линии $\eta_v \ll 1$. В этом случае формула (10.37) дает

$$r_v = 1 - \frac{\eta_v}{2} \left(\frac{\beta_v^*}{\sqrt{3}+\beta_v^*} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} \right). \quad (10.39)$$

Таким образом, величина $1 - r_v$ пропорциональна коэффициенту поглощения в линии σ_v [как и согласно формуле (9.20)].

При помощи уравнения (10.21) и полученного выражения для величины \bar{I}_ν мы можем найти также и величину $r_\nu(\vartheta)$, но на этом не будем останавливаться.

3. Флуоресценция в звездных атмосферах. Полученные выше выражения для r_ν определяют собой теоретические профили линий поглощения. Однако эти профили (как в случае модели Шварцшильда — Шустера, так и в случае модели Эддингтона) не находясь в хорошем согласии с наблюдаемыми профилями. Особенно велико расхождение между ними в отношении центральных интенсивностей линий. При этом для сильных линий теоретические значения r_{ν_0} гораздо меньше наблюдаемых значений (подробнее см. в § 11).

Указанные расхождения говорят о том, что предположения, сделанные нами при составлении уравнения (10.1), в действительности не осуществляются. Одно из этих предположений заключалось в том, что в каждой линии происходит чистое рассеяние излучения. На самом деле в звездных атмосферах происходят и процессы флуоресценции, т. е. перераспределение излучения между линиями, а также между линиями и непрерывным спектром. Очевидно, что перераспределение излучения между линиями не может привести к увеличению центральных интенсивностей всех линий: если интенсивность одной линии увеличилась, то интенсивности других линий должны уменьшиться.

Иначе обстоит дело в случае перераспределения излучения между линиями и непрерывным спектром. Рассмотрим для простоты атом, обладающий только тремя уровнями энергии (1, 2 и 3), причем первые два дискретные, а третий соответствует ионизованному состоянию. Кроме процесса чистого рассеяния в спектральной линии ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$), рассмотренного нами ранее, возможны также два следующих взаимно противоположных циклических процесса: 1) переход $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, т. е. ионизация атома из первого состояния, захват электрона на второй уровень и излучение кванта в линии; 2) переход $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, т. е. поглощение кванта в линии, ионизация из второго состояния и захват электрона на первый уровень. Очевидно, что процессы первого рода приводят к появлению квантов в линии, а процессы второго рода — к исчезновению таких квантов. В глубоких слоях атмосферы, где можно предполагать наличие термодинамического равновесия, указанные процессы компенсируют друг друга. Однако во внешних слоях атмосферы процессы первого рода преобладают над процессами второго рода. Объясняется это тем, что вероятность процессов первого рода зависит только от плотности излучения за границей основной серии, а вероятность процессов второго рода — как от плотности излучения за границей второй серии, так и от плотности излучения в спектральной линии. Что касается плотности излучения в непрерывном спектре, то она, очевидно, не меняется в атмосфере. Однако плотность излучения в спектральной линии убывает при переходе от глубоких слоев к внешним.

Таким образом, перераспределение излучения между линиями и непрерывным спектром в звездных атмосферах чаще приводит к появлению квантов в линии, чем к их исчезновению. В частности, благодаря этому процессу должны увеличиваться центральные интенсивности линий поглощения.

Чтобы определить профили линий при учете действия указанного флуоресцентного механизма, мы должны составить и решить соответствующее уравнение переноса излучения. Сделаем это, следуя Стрёмгрену.

Примем эддингтоновскую модель атмосферы и будем исходить из уравнения (10.21). Однако вместо формулы (10.1), определяющей величину ϵ_v , мы напишем

$$\epsilon_v = (1 - \gamma) \sigma_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \epsilon'_v, \quad (10.40)$$

где ϵ'_v — объемный коэффициент излучения, обусловленный процессами первого рода, а под γ понимается доля квантов в спектральной линии, испытавших истинное поглощение (т. е. доля атомов, перешедших из второго состояния в ионизованное); введением величины γ учитываются процессы второго рода.

Пользуясь изложенными выше соображениями, легко найти выражение для величины ϵ'_v . В глубоких слоях атмосферы, где число процессов первого рода равно числу процессов второго рода,

$$\epsilon'_v = \gamma \sigma_v \bar{I}_v. \quad (10.41)$$

Вместе с тем в тех же слоях $\bar{I}_v = B_v(T)$. Поэтому вместо (10.41) имеем

$$\epsilon'_v = \gamma \sigma_v B_v(T). \quad (10.42)$$

Можно считать, что полученное выражение для ϵ'_v сохранится и при переходе от глубоких слоев атмосферы к более внешним, так как плотность излучения, вызывающего ионизацию атомов из основного состояния, в атмосфере не меняется. Однако чтобы учесть возможное отличие плотности этого излучения в атмосфере звезды от плотности при термодинамическом равновесии, мы введем в правую часть соотношения (10.42) некоторый поправочный множитель Q . Тогда получаем

$$\epsilon_v = (1 - \gamma) \sigma_v \bar{I}_v + Q \gamma \sigma_v B_v(T). \quad (10.43)$$

Подставляя (10.43) в (10.21), а также переходя от переменной r к τ_v , находим

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} = (1 + \eta_v) I_v - (1 - \gamma) \eta_v \bar{I}_v - (1 + Q \gamma \eta_v) B_v(T), \quad (10.44)$$

где η_v определяется формулой (10.24).

Получим приближенное решение уравнения (10.44), считая, что $\eta_v = \text{const}$. Из этого уравнения имеем

$$\frac{d\bar{H}_v}{d\tau_v} = (1 + \gamma\eta_v) \bar{I}_v - (1 + Q\gamma\eta_v) B_v, \quad (10.45)$$

$$\frac{d\bar{I}_v}{d\tau_v} = 3(1 + \eta_v) \bar{H}_v. \quad (10.46)$$

Отсюда получается следующее уравнение для определения \bar{I}_v :

$$\frac{d^2\bar{I}_v}{d\tau_v^2} = 3(1 + \eta_v) [(1 + \gamma\eta_v) \bar{I}_v - (1 + Q\gamma\eta_v) B_v]. \quad (10.47)$$

Решение уравнения (10.47) имеет вид

$$\bar{I}_v = C_v e^{-b_v \tau_v} + \frac{1 + Q\gamma\eta_v}{1 + \gamma\eta_v} B_v(T_0) (1 + \beta_v^* \tau_v), \quad (10.48)$$

где

$$b_v^2 = 3(1 + \eta_v)(1 + \gamma\eta_v), \quad (10.49)$$

а C_v — произвольная постоянная. Постоянная при $e^{b_v \tau_v}$ равна нулю, так как \bar{I}_v не может с увеличением τ_v возрасти экспоненциально. Подставляя (10.48) в (10.46), находим

$$\bar{H}_v = \frac{1}{3(1 + \eta_v)} \left[-b_v C_v e^{-b_v \tau_v} + \frac{1 + Q\gamma\eta_v}{1 + \gamma\eta_v} B_v(T_0) \beta_v^* \right] \quad (10.50)$$

Определяя постоянную C_v из условия (10.33), получаем следующее выражение для интересующего нас потока излучения на границе звезды:

$$H_v(0) = 4\pi B_v(T_0) \frac{1 + Q\gamma\eta_v}{1 + \gamma\eta_v} \frac{b_v + \beta_v^*}{3(1 + \eta_v) + 2b_v}. \quad (10.51)$$

Отсюда вытекает, что

$$r_v = \frac{1 + Q\gamma\eta_v}{1 + \gamma\eta_v} \cdot \frac{b_v + \beta_v^*}{1 + \frac{\beta_v^*}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{3} + 2}{3(1 + \eta_v) + 2b_v}. \quad (10.52)$$

Полученная формула для r_v является обобщением формулы (10.37) на случай наличия флуоресценции.

Для того чтобы пользоваться формулой (10.52), надо определить величину γ . Как уже сказано, она равна отношению числа ионизаций из второго состояния к сумме числа ионизаций и числа спонтанных переходов из этого состояния. При помощи эйнштейновских коэффициентов переходов (см. § 8) величина γ представляется в виде

$$\gamma = \frac{B_{23}\rho_{23}}{B_{23}\rho_{23} + A_{21}}. \quad (10.53)$$

В этой формуле

$$B_{23}\rho_{23} = c \int_{\nu_{23}}^{\infty} \rho_{\nu} k_{2\nu} \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (10.54)$$

где ν_{23} — частота ионизации из второго состояния, $k_{2\nu}$ — коэффициент поглощения за границей второй серии.

Для грубой оценки величины γ можно поступить так. Будем считать, что величина $B_{23}\rho_{23}$ действительно является произведением плотности излучения непосредственно за границей второй серии ρ_{23} на эйнштейновский коэффициент перехода [определенный в согласии с формулой (10.54)]. Тогда, представляя ρ_{23} и A_{21} в виде

$$\rho_{23} = \frac{\sigma_{23}}{e \frac{h\nu_{23}}{kT} - 1}, \quad (10.55)$$

$$A_{21} = \frac{g_1}{g_2} \sigma_{12} B_{12}, \quad (10.56)$$

где

$$\sigma_{ik} = \frac{8\pi h \nu_{ik}^3}{c^3}, \quad (10.57)$$

и принимая приближенно $g_2 \approx g_1$, $\sigma_{12} \approx \sigma_{23}$, $B_{12} \approx B_{23}$, получаем

$$\gamma \approx e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT}}. \quad (10.58)$$

Оценка величины γ по формуле (10.58) для атомов с потенциалом ионизации из возбужденного состояния около 3 эВ (например, для Na I и Ca I) при температуре Солнца дает $\gamma \approx 10^{-3}$. Вычисления по формулам (10.53) и (10.54) приводят к значениям такого же порядка ($\gamma = 0,0015$ для линий D₁ и D₂ натрия и $\gamma = 0,0004$ для линии λ 4227 Ca I).

Формулу (10.52) для r_{ν} и сделанные оценки величины γ мы используем ниже (в § 11) при обсуждении вопроса о центральных интенсивностях линий поглощения.

4. Точное решение задачи. Рассматриваемую нами задачу об определении профилей линий поглощения в звездных спектрах при сделанных выше предположениях можно решить точно. Для получения такого решения мы применим способ, изложенный в § 3.

Уравнение переноса излучения мы возьмем в форме (10.21), а коэффициент излучения ϵ_{ν} зададим уравнением (10.43), т. е. примем во внимание флуоресценцию. Указанные уравнения можно переписать в виде

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\nu}}{dt_{\nu}} = I_{\nu} - S_{\nu}, \quad (10.59)$$

где $dt_{\nu} = -(\sigma_{\nu} + \alpha_{\nu}) dr$ и

$$S_{\nu} = (1 - \gamma) \frac{\eta_{\nu}}{1 + \eta_{\nu}} \int I_{\nu} \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1 + Q\gamma\eta_{\nu}}{1 + \eta_{\nu}} B_{\nu}(T). \quad (10.60)$$

Функцию $B_v(T)$, как и выше, представим формулой (9.15). Переходя в ней от τ_v к t_v , имеем

$$B_v(T) = B_v(T_0) \left(1 + \frac{\beta_v^*}{1 + \eta_v} t_v \right), \quad (10.61)$$

где $\beta_v^* = \beta_v \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_v}$.

Решая уравнение (10.59) относительно I_v и подставляя найденное выражение I_v через S_v в уравнение (10.60) (т. е. поступая так же, как в § 2 при получении уравнения Милна), мы приходим к следующему интегральному уравнению для определения функции $S_v(t_v)$:

$$S_v(t_v) = \frac{\lambda_v}{2} \int_0^\infty E_1 |t_v - t'_v| S_v(t'_v) dt'_v + \frac{1 + Q\gamma\eta_v}{1 + \eta_v} B_v(T), \quad (10.62)$$

где обозначено

$$\lambda_v = (1 - \gamma) \frac{\eta_v}{1 + \eta_v}. \quad (10.63)$$

Перепишем уравнение (10.62) в виде

$$S(t) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty E_1 |t - t'| S(t') dt' + g(t), \quad (10.64)$$

опуская для простоты на время индекс v . Свободный член этого уравнения является линейной функцией от t ; т. е.

$$g(t) = c_0 + c_1 t. \quad (10.65)$$

Мы видим, что уравнение (10.64) принадлежит к типу уравнений, подробно рассмотренных в § 3. Если в уравнении (3.1) положить

$$K(t) = \frac{\lambda}{2} E_1 t = \frac{\lambda}{2} \int_1^\infty e^{-tx} \frac{dx}{x}, \quad (10.66)$$

то мы получим уравнение (10.64). При представлении ядра $K(t)$ в форме (3.17) имеем $A(x) = \lambda/2x$.

Согласно способу, изложенному в § 3, решение уравнения (10.64) надо начинать с нахождения функции $S(0, x)$, определенной уравнением (3.20). В данном случае, полагая $x = 1/\mu$ и $S(0, x) = \varphi(\mu)$, вместо (3.20) имеем

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2} \varphi(\mu) \mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu'. \quad (10.67)$$

При $\lambda = 1$ из (10.67) получается ранее рассмотренное уравнение (3.53).

Функция $\varphi(\mu)$, впервые введенная В. А. Амбарцумяном, была затем подробно изучена рядом авторов. В табл. 11 приведены значения этой функции, а в табл. 12 — значения ее моментов [т. е. величин, определенных формулой (3.59)].

Таблица 11

Значения функции $\varphi(\mu)$

$\lambda \backslash \mu$	0	0,4	0,6	0,8	0,85	0,90	0,925	0,95	0,975	1
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,1	1,00	1,06	1,09	1,14	1,15	1,17	1,18	1,20	1,21	1,25
0,2	1,00	1,09	1,15	1,23	1,26	1,29	1,31	1,34	1,37	1,45
0,3	1,00	1,11	1,19	1,30	1,34	1,39	1,42	1,46	1,51	1,64
0,4	1,00	1,13	1,22	1,36	1,41	1,48	1,52	1,57	1,64	1,83
0,5	1,00	1,14	1,25	1,41	1,48	1,56	1,61	1,67	1,76	2,01
0,6	1,00	1,15	1,27	1,46	1,53	1,63	1,69	1,77	1,88	2,19
0,7	1,00	1,16	1,29	1,50	1,58	1,69	1,76	1,85	1,98	2,37
0,8	1,00	1,17	1,31	1,54	1,63	1,75	1,83	1,93	2,08	2,55
0,9	1,00	1,18	1,32	1,57	1,67	1,81	1,89	2,01	2,18	2,73
1,0	1,00	1,18	1,34	1,60	1,71	1,85	1,95	2,08	2,27	2,91

Функция $S(t)$, являющаяся решением уравнения (10.64), может быть выражена через функцию $\varphi(\mu)$. Однако нас сейчас интересуют лишь профили линий поглощения. Поэтому мы должны найти только интенсивность излучения, выходящего из атмосферы, т. е. величину $I(0, \mu)$. Как мы знаем, величина $I(0, \mu)$ также выражается непосредственно через функцию $\varphi(\mu)$.

Таблица 12

Значения моментов функции $\varphi(\mu)$

λ	0	0,4	0,6	0,8	0,85	0,90	0,925	0,95	0,975	1
α_0	1,00	1,13	1,23	1,38	1,44	1,52	1,57	1,63	1,73	2,00
α_1	0,50	0,58	0,64	0,74	0,77	0,83	0,86	0,90	0,96	1,15
α_2	0,33	0,39	0,43	0,50	0,53	0,57	0,59	0,63	0,67	0,82

В данном случае, т. е. когда $g(t)$ является линейной функцией от t , для определения интенсивности излучения $I(0, \mu)$ мы должны использовать формулы (3.41) и (3.48). Первая из них получена при $g(t)=1$, вторая — при $g(t)=t$. Как следует из формулы (3.27), при ядре вида (10.66)

$$S(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}. \quad (10.68)$$

Поэтому находим

$$I(0, \mu) = \frac{\varphi(\mu)}{\sqrt{1-\lambda}} \left[c_0 + c_1 \left(\mu + \frac{\lambda}{2} \frac{\alpha_1}{\sqrt{1-\lambda}} \right) \right], \quad (10.69)$$

где α_1 — первый момент функции $\varphi(\mu)$.

Сопоставляя между собой свободный член уравнения (10.60) и выражение (10.65) для функции $g(t)$, получаем следующее выражение для интенсивности излучения, выходящего из атмосферы в частоте ν :

$$I_\nu(0, \mu) = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{\sqrt{1-\lambda_\nu}} \frac{1 + Q\eta_\nu}{1 + \eta_\nu} B_\nu(T_0) \left[1 + \frac{\beta_\nu^*}{1 + \eta_\nu} \left(\mu + \frac{\lambda_\nu}{2} \frac{\alpha_{\nu 1}}{\sqrt{1-\lambda_\nu}} \right) \right]. \quad (10.70)$$

Здесь под $\varphi_\nu(\mu)$ понимается функция $\varphi(\mu)$, определенная уравнением (10.67) при значении λ , даваемом формулой (10.63).

Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре вблизи линии, получается из (10.70) при $\eta_\nu = 0$. Она равна

$$I_\nu^0(0, \mu) = B_\nu(T_0) (1 + \beta_\nu^* \mu). \quad (10.71)$$

Из (10.70) и (10.71) следует, что величина $r_\nu(\mu)$, определяющая профиль линии поглощения на угловом расстоянии $\arccos \mu$ от центра диска, дается формулой

$$r_\nu(\mu) = \frac{I_\nu(0, \mu)}{I_\nu^0(0, \mu)} = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{(1 + \beta_\nu^* \mu) \sqrt{1-\lambda_\nu}} \frac{1 + Q\eta_\nu}{1 + \eta_\nu} \left[1 + \frac{\beta_\nu^*}{1 + \eta_\nu} \left(\mu + \frac{\lambda_\nu}{2} \frac{\alpha_{\nu 1}}{\sqrt{1-\lambda_\nu}} \right) \right]. \quad (10.72)$$

Для однородной атмосферы (т. е. в случае $\beta_\nu^* = 0$) и при отсутствии флуоресценции (т. е. при $\gamma = 0$) из формулы (10.72) находим

$$r_\nu(\mu) = \frac{\varphi_\nu(\mu)}{\sqrt{1-\lambda_\nu}}. \quad (10.73)$$

Формула (10.72) (при $Q = 1$) была впервые получена Чандрасекаром.

§ 11. Линии поглощения при некогерентном рассеянии

1. Перераспределение излучения по частотам внутри линии.
В предыдущем параграфе при рассмотрении вопроса об образовании линий поглощения в звездных спектрах были сделаны два предположения: 1) о чистом рассеянии в спектральной линии (т. е. об отсутствии перераспределения излучения между линиями, а также между линиями и непрерывным спектром), 2) о когерентном рассеянии (т. е. об отсутствии перераспределения излучения по частотам внутри линии). Однако профили линий, вычисленные при

этих предположениях, весьма сильно отличаются от наблюдаемых профилей. Это свидетельствует о том, что указанные предположения на самом деле не осуществляются, и от них надо отказаться. Учет флуоресценции (точнее говоря, перераспределения излучения между линиями и непрерывным спектром), уже произведенный выше, значительно уменьшает расхождение между теорией и наблюдениями. Теперь мы примем во внимание и некогерентность рассеяния, т. е. изменение частоты излучения при элементарном акте рассеяния.

Перечислим сначала причины, приводящие к перераспределению излучения по частотам внутри линии.

1. Естественная размытость энергетических уровней атома. Если уровни размыты, то атом может поглощать фотоны одной частоты, а излучать фотоны несколько другой частоты, возвращаясь после процесса рассеяния не точно в исходное состояние. Этот эффект играет роль в случае линий субординатных серий, для которых как верхний, так и нижний уровень являются размытыми. В случае же линий основной серии, для которых нижний уровень может считаться бесконечно тонким (если только атом вследствие каких-либо причин не выводится часто из основного состояния), частота излученного фотона совпадает с частотой поглощенного фотона.

2. Тепловое движение атомов. Пусть движущийся атом поглотил фотон определенной частоты. Так как этот атом может испустить фотон в любую сторону, то вследствие эффекта Доплера частота излученного фотона для неподвижного наблюдателя может быть различной. Поэтому частоты поглощенного и излученного движущимся атомом фотонов, вообще говоря, не совпадают.

3. Эффекты давления. Пусть в момент поглощения атомом фотона вблизи от атома находится возмущающая частица. За время, в течение которого атом пребывает в верхнем состоянии, частица может удалиться от атома, вследствие чего вызываемое ею смещение энергетических уровней изменится. По указанной причине частота излучаемого фотона будет отличаться от частоты поглощенного фотона. При этом разность энергий фотонов унесет с собой возмущающая частица.

Обозначим через $p(\nu, \nu') d\nu$ вероятность того, что элементарный объем, поглотив фотоны частоты ν' , излучает после этого фотоны в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$. Функция $p(\nu, \nu')$ определяется перечисленными причинами и, вообще говоря, весьма сложна (см., например, [6]).

Мы сейчас не будем заниматься подробным рассмотрением функции $p(\nu, \nu')$, а отметим лишь два частных случая. Допустим сначала, что эффекты давления не играют роли, т. е. функция $p(\nu, \nu')$ обусловлена только естественной размытостью уровней (иными словами, затуханием излучения) и тепловым движением атомов. В этом слу-

чае для резонансной линии была получена следующая формула, определяющая $p(v, v')$:

$$p(v, v') \sigma_{v'} = \frac{nk_0}{\pi \Delta v_D} \int_0^\infty e^{-(y+r)^2} \left[\arctg \frac{y+s}{a} + \arctg \frac{y-s}{a} \right] dy, \quad (11.1)$$

где

$$s = \frac{u+u'}{2}, \quad r = \frac{|u-u'|}{2}, \quad (11.2)$$

σ_v — объемный коэффициент поглощения, равный $\sigma_v = nk_v$. Величина k_v определяется формулой (8.17), и прочие величины в (11.1) имеют такой же смысл, что и в (8.17). В точную формулу для $p(v, v')$ входит также угол рассеяния. Формула (11.1) может быть получена из точной формулы путем интегрирования по углу.

В другом частном случае мы предположим, что эффекты давления оказывают основное влияние на вид функции $p(v, v')$. Если за время жизни атома в возбужденном состоянии возмущающее поле меняется очень сильно, то можно считать, что частота излучаемого фотона v не зависит от частоты поглощенного фотона v' . В этом случае функция $p(v, v')$, которую мы можем обозначить просто через p_v , определяется весьма легко.

Очевидно, что функция $p(v, v')$ должна удовлетворять условию

$$\int p(v, v') dv = 1, \quad (11.3)$$

где интегрирование производится по всем частотам. Кроме того, должно выполняться соотношение

$$p(v, v') \sigma_{v'} = p(v', v) \sigma_v, \quad (11.4)$$

выражающее «принцип обратимости» для оптических явлений.

Если функция $p(v, v')$ не зависит от v' , то из (11.4) следует, что $p_v = c \sigma_v$, где c — постоянная. Определяя c из формулы (11.3), получаем

$$p_v = \frac{\sigma_v}{\int \sigma_{v'} dv'}. \quad (11.5)$$

Мы будем говорить, что в данном случае происходит полное перераспределение излучения по частотам при элементарном акте рассеяния. Такое рассеяние излучения будем называть полностью некогерентным.

Приведенные формулы для функции $p(v, v')$ соответствуют разным значениям давления: при малых давлениях следует пользоваться формулой (11.1), при больших — формулой (11.5). Очевидно, что при изучении диффузии излучения в газовых туманностях должна применяться формула (11.1). В случае же звездных атмосфер можно, по-видимому, пользоваться формулой (11.5). Однако и в случае туманностей обычно делается предположение о полном перераспре-

делении излучения по частотам, так как некоторые вычисления показали, что замена формулы (11.1) на (11.5) не приводит к большим различиям в результатах.

Используя функцию $p(v, v')$, мы можем написать выражение для коэффициента излучения ϵ_v . Если считать, что в линии происходит чистое рассеяние излучения, то имеем

$$\epsilon_v = \int p(v, v') \sigma_v dv' \int I_{v'} \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (11.6)$$

При $p(v, v') = \delta(v - v')$, где δ — функция Дирака, из (11.6) следует

$$\epsilon_v = \sigma_v \int I_v \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (11.7)$$

т. е. выражение для ϵ_v в случае когерентного рассеяния излучения.

Подставляя в (11.6) выражение для $p(v, v')$, даваемое формулой (11.5), получаем

$$\epsilon_v = \sigma_v \frac{\int \sigma_{v'} dv' \int I_{v'} \frac{d\omega}{4\pi}}{\int \sigma_{v'} dv'}. \quad (11.8)$$

Этой формулой определяется коэффициент излучения при полностью некогерентном рассеянии.

В дальнейшем мы будем считать, что в звездных атмосферах происходит полностью некогерентное рассеяние излучения в спектральных линиях.

2. Уравнение переноса излучения и его решение. После рассмотрения процессов, происходящих при элементарном акте рассеяния, перейдем к определению профилей линий поглощения. При этом, как уже сказано, сделаем предположение о полном перераспределении излучения по частотам.

Для простоты будем считать, что флуоресценция отсутствует. В таком случае уравнение переноса излучения мы должны взять в форме (10.21), а выражение для коэффициента излучения — в форме (11.8).

Введем оптическую глубину τ в непрерывном спектре при помощи соотношения $d\tau = -\alpha_v dr$ (для упрощения записи мы опускаем индекс v при τ). Тогда указанные уравнения принимают вид

$$\mu \frac{dI_v(\tau, \mu)}{d\tau} = (\eta_v + 1) I_v(\tau, \mu) - \eta_v S(\tau) - B_v(T) \quad (11.9)$$

и

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int \rho_v dv \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu) d\mu, \quad (11.10)$$

где $\mu = \cos \vartheta$, $\eta = \sigma_v / \alpha$ и использовано обозначение (11.5).

Величину $B_v(T)$ мы раньше брали в виде линейной функции от τ , однако теперь для простоты будем считать ее постоянной и равной $B_v(T_0)$.

Из уравнения (11.9) следует, что искомая интенсивность излучения, выходящего из атмосферы, равна

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-x\tau} x d\tau + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}, \quad (11.11)$$

где обозначено

$$x = \frac{\eta_v + 1}{\mu}. \quad (11.12)$$

Для составления интегрального уравнения, определяющего функцию $S(\tau)$, найдем интенсивность излучения I_v из (11.9) и подставим в (11.10). В результате получаем

$$S(\tau) = \frac{1}{2} \int p_v dv \int_0^{\infty} [\eta_v S(\tau') + B_v(T_0)] E_1[|\tau - \tau'|(\eta_v + 1)] d\tau'. \quad (11.13)$$

Уравнение (11.13) может быть переписано в виде

$$S(\tau) = \int_0^{\infty} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau' + g(\tau), \quad (11.14)$$

где

$$K(\tau) = \frac{1}{2} \int p_v \eta_v dv \int_{\eta_v + 1}^{\infty} e^{-x\tau} \frac{dx}{x} \quad (11.15)$$

и

$$g(\tau) = B_v(T_0) \left[\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int p_v dv \int_{\eta_v + 1}^{\infty} e^{-x\tau} \frac{dx}{x^2} \right]. \quad (11.16)$$

Меняя порядок интегрирования в (11.15), находим

$$K(\tau) = \int_1^{\infty} e^{-x\tau} A(x) dx, \quad (11.17)$$

где

$$A(x) = \frac{1}{x} \int_{v(x)}^{\infty} p_v \eta_v dv, \quad (11.18)$$

а $v(x) = v_0$, если $x > \eta_{v_0} + 1$, и $\eta_{v(x)} + 1 = x$, если $x < \eta_{v_0} + 1$ (v_0 — центральная частота линии).

Аналогично получаем

$$g(\tau) = B_v(T_0) \left[\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int_1^\infty e^{-x\tau} A_1(x) dx \right], \quad (11.19)$$

где

$$A_1(x) = \frac{1}{x^2} \int_{v(x)}^\infty p_v dv \quad (11.20)$$

и нижний предел интегрирования определяется так же, как в (11.18).

Уравнение (11.14) может быть решено методом, изложенным в § 3. Однако нас интересует не сама функция $S(\tau)$, а только интенсивность излучения, выходящего из атмосферы. Эту же величину можно найти по формулам, приведенным в § 3, без предварительного определения функции $S(\tau)$. При этом она будет выражена через функцию $S(0, x)$, определенную уравнением (3.20).

Из формулы (11.19) мы видим, что свободный член уравнения (11.14) состоит из двух частей: постоянной и суперпозиции экспонент. Поэтому, обозначая через $S(\tau, x)$ решение уравнения (11.14) при свободном члене $e^{-x\tau}$, получаем

$$S(\tau) = B_v(T_0) \left[S(\tau, 0) \int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} - \frac{1}{2} \int_1^\infty S(\tau, x) A_1(x) dx \right]. \quad (11.21)$$

Подставляя (11.21) в (11.11) и пользуясь формулой (3.19), находим

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} B_v(T_0) S(0, x) \left[S(0, 0) \int \frac{p_v}{\eta_v + 1} dv - \right. \\ \left. - \frac{x}{2} \int_1^\infty \frac{S(0, y)}{x+y} A_1(y) dy \right] + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}. \quad (11.22)$$

Входящая в формулу (11.22) величина $S(0, 0)$ может быть найдена при помощи соотношения (3.27). Принимая во внимание (11.17), вместо этого соотношения имеем

$$S^2(0, 0) \left[1 - 2 \int_0^\infty K(\tau) d\tau \right] = 1. \quad (11.23)$$

Подставляя сюда выражение (11.15), получаем

$$S^2(0, 0) \int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1} = 1. \quad (11.24)$$

Поэтому формула (11.22) принимает вид

$$I_v(0, \mu) = \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} B_v(T_0) S(0, x) \left[\sqrt{\int \frac{\rho_v dv}{\eta_v + 1}} - \frac{x}{2} \int_1^\infty \frac{S(0, y)}{x + y} A_1(y) dy \right] + \frac{B_v(T_0)}{\eta_v + 1}. \quad (11.25)$$

Формулой (11.25) и дается искомая интенсивность излучения, выходящего из атмосферы внутри спектральной линии. Вне линии интенсивность излучения в данном случае равна $B_v(T_0)$. Поэтому для величины $r_v(\mu)$ имеем

$$r_v(\mu) = \frac{I_v(0, \mu)}{B_v(T_0)} \quad (11.26)$$

Функция $S(0, x)$, через которую выражается интенсивность излучения $I_v(0, \mu)$, определяется уравнением (3.20). Полагая $x = 1/z$ и $S(0, x) = \varphi(z)$, вместо этого уравнения получаем

$$\varphi(z) = 1 + z\varphi'(z) \int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z + z'} A\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{dz'}{z'}. \quad (11.27)$$

В новых обозначениях формула для $r_v(\mu)$ записывается в виде

$$r_v(\mu) = \frac{1}{\eta_v + 1} + \frac{\eta_v}{\eta_v + 1} \varphi(z) \left[\sqrt{\int \frac{\rho_v dv}{\eta_v + 1}} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\varphi(z')}{z + z'} A_1\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{dz'}{z'} \right]. \quad (11.28)$$

Для вычисления величины $r_v(\mu)$ по формуле (11.28) необходимо найти функцию $\varphi(z)$ из уравнения (11.27). Это легко достигается численными методами.

Формула (11.28) дает окончательное выражение для величины $r_v(\mu)$, определяющей профиль линии поглощения при полностью некогерентном рассеянии. Эта формула может быть легко обобщена на тот случай, когда функция $B_v(T)$ представляется в виде линейной функции от τ и учитывается флуоресценция [7].

Следует подчеркнуть, что предположение о полном перераспределении излучения по частоте сильно упрощает теорию образования спектральных линий. При таком предположении, в большинстве случаев оправдывающемся на практике, были решены многие важные задачи, относящиеся к звездным спектрам (см. [8]). Однако при решении некоторых частных задач (особенно касающихся резонансных линий) должны использоваться истинные законы перераспределения излучения по частоте внутри линии.

3. Центральные интенсивности линий поглощения. До сих пор мы не занимались сравнением рассматриваемой теории образова-

ния линейчатых спектров звезд с результатами наблюдений. Сделаем это сейчас в отношении центральных интенсивностей линий поглощения.

Наблюдения показывают, что даже для очень сильных линий центральные интенсивности довольно велики. Выраженные в долях интенсивности непрерывного спектра, они составляют несколько сотых или десятых (т. е. $r_{v_0} \approx 0,01-0,1$). Посмотрим, к каким значениям r_{v_0} приводит изложенная выше теория.

Рассмотрим сначала профили линий при когерентном рассеянии света и при отсутствии флуоресценции. В этом случае величина r_v определяется формулой (10.37). Мы видим, что профиль линии зависит от величины η_v , которая равна

$$\eta_v = \frac{nk_v}{\alpha_v}, \quad (11.29)$$

где n — число поглощающих атомов в 1 см^3 и k_v — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Величину k_v можно считать известной, а величину n/α_v можно определить по ширине линии (например, сравнивая теоретические и наблюдаемые расстояния от центра линии при $r_v = 1/2$). Это дает возможность найти значение величины η_v в центре линии. Для сильных линий значения η_v оказываются очень большими — порядка 10^6 .

Из формулы (10.37) при $\eta_{v_0} \gg 1$ вытекает следующая порядковая оценка для величины r_{v_0} :

$$r_{v_0} \approx \frac{1}{\sqrt{\eta_{v_0}}}. \quad (11.30)$$

При $\eta_{v_0} \approx 10^6$ формула (11.30) дает $r_{v_0} \approx 10^{-3}$. Это значение r_{v_0} гораздо меньше значений, получаемых из наблюдений.

Как уже отмечалось, указанное расхождение между теорией и наблюдениями заставило обратиться к учету флуоресценции. В этом случае для величины r_v была получена формула (10.52). При $\eta_{v_0} \approx 10^6$ и при $\gamma \approx 10^{-3}$ (такая оценка величины γ была сделана выше) мы имеем $\gamma\eta_{v_0} \gg 1$. Поэтому из формулы (10.52) по порядку величины находим

$$r_{v_0} \approx Q\sqrt{\gamma}. \quad (11.31)$$

При $\gamma \approx 10^{-3}$ и $Q \approx 1$ из формулы (11.31) следует: $r_{v_0} \approx 0,03$. Таким образом, формула (11.31) дает гораздо более высокие значения r_{v_0} , чем формула (11.30). Иными словами, учет флуоресценции сильно повышает теоретические значения центральных интенсивностей линий.

Однако при $Q \approx 1$ теоретические значения r_{v_0} оказываются все-таки меньше наблюдаемых. Например, для линий D_1 и D_2 натрия и $\lambda 4227 \text{ \AA}$ кальция в спектре Солнца теоретические и наблюдаемые значения r_{v_0} расходятся в 2—4 раза. Для линий H и K ионизован-

ного кальция это расхождение гораздо больше, так как величина γ в этом случае очень мала. Чтобы привести в согласие теорию с наблюдениями, приходится считать, что введенный выше гипотетический множитель Q значительно больше единицы. Это значит, что интенсивность ультрафиолетового излучения Солнца, вызывающего ионизацию атомов из основного состояния, должна во много раз превосходить интенсивность излучения, даваемую формулой Планка. Однако, как увидим в гл. III, у нас нет оснований для такого предположения.

В связи со сказанным возникает вопрос, не может ли учет некогерентности рассеяния привести к более высоким теоретическим значениям центральных интенсивностей линий поглощения. Для решения этого вопроса мы должны обратиться к формуле (11.28), определяющей величину $r_v(\mu)$ при полностью некогерентном рассеянии. Можно показать, что второй член в квадратных скобках формулы (11.28) по крайней мере в два раза меньше первого. Что же касается множителя перед скобками, то для центра линии он близок к единице [так как $z = \mu / (1 + \eta_v)$], а при очень малых z , как видно из уравнения (11.27), $\varphi(z) \approx 1$. Поэтому в данном случае по порядку величины имеем

$$r_{v_0} \approx \sqrt{\int \frac{\rho_v dv}{\eta_v + 1}}. \quad (11.32)$$

При оценке величины r_{v_0} по формуле (11.32) мы возьмем для коэффициента поглощения в линии его обычное выражение, даваемое формулой (8.17). Тогда получаем

$$r_{v_0} \approx \left(\frac{a}{\eta_{v_0}} \right)^{1/4}. \quad (11.33)$$

При $a \approx 10^{-2}$ и $\eta_{v_0} \approx 10^6$ формула (11.33) дает $r_{v_0} \approx 10^{-2}$. При когерентном же рассеянии по формуле (11.30) мы раньше получили $r_{v_0} \approx 10^{-3}$. Таким образом, центральные интенсивности линий поглощения при некогерентном рассеянии могут быть гораздо больше, чем при когерентном.

Большие значения величины r_{v_0} , даваемые формулой (11.33), объясняются перераспределением излучения по частотам внутри линии: во внешних слоях атмосферы происходит поглощение сильного излучения в крыльях линии и последующее испускание энергии в центральных частях линии.

Как уже говорилось, для величины $r_v(\mu)$ была получена формула при одновременном учете некогерентности рассеяния и флуоресценции (см. [7]). Для величины r_{v_0} эта формула дает

$$r_{v_0} \approx \sqrt{\left(\frac{a}{\eta_{v_0}} \right)^{1/2} + \gamma}. \quad (11.34)$$

Мы видим, что если выполняется неравенство

$$\left(\frac{a}{\eta_{v_0}}\right)^{1/2} \gg \gamma, \quad (11.35)$$

то величина r_{v_0} обусловлена в основном перераспределением излучения по частотам внутри линии. В случае же выполнения противоположного неравенства главную роль в формировании центральных частей линии играет флуоресценция.

Можно высказать предположение, что для некоторых линий солнечного спектра имеет место неравенство (11.35). Для таких линий значение величины r_{v_0} , вычисленное по формуле (11.34), будет больше значения, даваемого формулой (11.31) при $Q=1$, т. е. в этом случае возможно согласие теории с наблюдениями.

Следует еще отметить, что центральные части сильных линий поглощения формируются в самых верхних слоях атмосферы, которые являются уже хромосферой. В этих слоях в результате столкновений возникают эмиссионные линии, накладывающиеся на линии поглощения. Благодаря этому происходит наблюдаемое увеличение линий поглощения в их центральных частях (подробнее см. § 16).

4. Изменение профилей линий на диске Солнца. Хорошим способом проверки теории линейчатых спектров звезд является изучение изменения профилей линий при переходе от центра солнечного диска к его краю. Вместе с тем такое изучение может дать некоторые сведения о структуре солнечной атмосферы.

Мы сейчас рассмотрим только поведение далеких крыльев сильных линий. Как и раньше, предположим, что отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре, обозначенное нами через η_v , постоянно в атмосфере. Очевидно, что величина $1-r_v(\mu)$ в крыльях линии пропорциональна η_v . Поэтому поведение крыльев линии на солнечном диске удобно характеризовать величиной

$$C(\mu) = \lim_{\eta_v \rightarrow 0} \frac{1-r_v(\mu)}{\eta_v}. \quad (11.36)$$

Найдем величину $C(\mu)$ при разных механизмах образования линий. В случае локального термодинамического равновесия на основании формулы (9.18) имеем

$$C(\mu) = \frac{\beta_v^* \mu}{1 + \beta_v^* \mu}. \quad (11.37)$$

Для определения величины $C(\mu)$ при предположении о когерентном рассеянии света мы должны воспользоваться формулой (10.72). Входящая в эту формулу функция $\Phi_v(\mu)$ определяется уравнением (10.67), а величина λ_v — формулой (10.63). При $\eta_v \ll 1$ из

уравнения (10.67) следует

$$\Phi_v(\mu) = 1 + \frac{1-\gamma}{2} \eta_v \mu \ln \frac{1+\mu}{\mu}. \quad (11.38)$$

Поэтому из формулы (10.72) получаем (при $Q=1$):

$$C(\mu) = \frac{3}{2} - \frac{\gamma}{2} - \frac{1-\gamma}{2} \mu \ln \frac{1+\mu}{\mu} - \frac{1}{1+\beta_v^* \mu} \left[1 + \frac{\beta_v^*}{2} (1-\gamma) \right]. \quad (11.39)$$

При предположении о полностью некогерентном рассеянии из формулы (11.28) находим

$$C(\mu) = 1 - \Phi(\mu) \left[\sqrt{\int \frac{p_v dv}{\eta_v + 1}} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\Phi(z')}{\mu + z'} A_1\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{dz'}{z'} \right], \quad (11.40)$$

где функция $\Phi(z)$ определяется уравнением (11.27). Эта формула относится к случаю $\beta_v^*=0$ и $\gamma=0$, однако можно получить и более общее выражение для величины $C(\mu)$ (см. [7]).

Приведенные теоретические выражения для величины $C(\mu)$ могут быть сравнены с наблюдательными данными. Такое сравнение показывает, что лучше всего теория согласуется с наблюдениями при предположении о некогерентном рассеянии света. Однако и в этом случае имеется расхождение между ними. Объясняется это, по-видимому, тем, что величина η_v в действительности не постоянна в атмосфере.

В связи с этим заметим, что профили некоторых резонансных линий (в частности, линий H и K ионизованного кальция) были вычислены также для реальной модели атмосферы Солнца. Такие профили, полученные при предположении о полном перераспределении излучения по частоте, уже удовлетворительно согласуются с наблюдаемыми профилями. Согласие оказывается еще лучше, если используется закон истинного перераспределения по частоте.

5. Многоуровневый атом. Выше речь шла об образовании отдельной линии поглощения, т. е. рассматривался двухуровневый атом. На самом деле все линии связаны между собой, так как происходят переходы электронов с каждого уровня на другие. Поэтому в строгой теории образования звездных спектров следует рассматривать многоуровневые атомы. В этом случае необходимо решить систему уравнений, состоящую из условий стационарности для каждого уровня и уравнений переноса излучения для каждой линии. Должно также приниматься во внимание перераспределение излучения по частоте внутри линии.

Данная задача оказывается особенно сложной для атомов, которые играют существенную роль в возникновении непрерывного спектра звезды. Для таких атомов задача об образовании линий поглощения должна решаться совместно с задачей об образовании непрерывного спектра. В основном это относится к атому водорода.

При расчете же линейчатого спектра какого-либо другого атома модель фотосферы (т. е. распределение в ней температуры и плотности) предполагается уже известной. Тем самым считаются заданными все величины, характеризующие вероятности атомных столкновений и вероятности радиативных переходов, связанных с непрерывным спектром (т. е. фотоионизаций и рекомбинаций).

Решение упомянутой выше системы уравнений стационарности и уравнений переноса излучения требует большой вычислительной работы. С целью ее упрощения можно в качестве первого приближения использовать результаты расчетов для отдельных линий, а затем принять во внимание влияние линий друг на друга. Однако такая процедура применима лишь в случае слабой связи между линиями. Иногда точные расчеты делаются только для нескольких первых уровней атома, а влияние более высоких уровней учитывается приближенно.

Расчет интенсивностей и профилей спектральных линий описанным путем производился для многих атомов (в частности, для водорода и гелия применительно к звездам ранних классов). Результаты вычислений удовлетворительно согласуются с наблюдательными данными. Вместе с тем эти результаты в некоторых отношениях значительно отличаются от тех, которые получаются при предположении о локальном термодинамическом равновесии (подробнее см. [6]).

§ 12. Химический состав звездных атмосфер

1. Эквивалентные ширины линий. Одной из наиболее важных характеристик линии поглощения является ее эквивалентная ширина, т. е. ширина соседнего участка непрерывного спектра, энергия которого равна энергии, поглощенной в линии. Эквивалентная ширина линии определяется формулой

$$W = \int (1 - r_v) dv, \quad (12.1)$$

где $r_v = H_v/H_v^0$ (см. § 9).

Подставляя в формулу (12.1) теоретическое выражение для величины r_v , мы можем получить зависимость между эквивалентной шириной линии и числом поглощающих атомов. Эта зависимость, изображенная на графике, называется обычно «кривой роста». По измеренной эквивалентной ширине линии с помощью кривой роста можно определить число поглощающих атомов. Такие определения служат основой для нахождения химического состава звездной атмосферы. В этом состоит очень важное (но не единственное) назначение кривой роста.

Для вычисления величины W по формуле (12.1) надо задать модель атмосферы. В случае модели Шварцшильда — Шустера величина r_v определяется формулой (10.19). Подставляя (10.19) в (12.1), мы получаем зависимость между W и N . Однако, строго говоря, в

эту зависимость должны входить еще величины, являющиеся параметрами в выражении для коэффициента поглощения k_v . Если для k_v взять выражение (8.18), то такими параметрами будут k_0 , Δv_D и a . Очевидно, что в данном случае эквивалентная ширина линии зависит от произведения $k_0 N$ и от параметров Δv_D и a , т. е.

$$W = F_1(k_0 N, \Delta v_D, a). \quad (12.2)$$

В случае модели Эддингтона при простейших предположениях величина r_v дается формулой (10.37), в которой $\eta_v = k_v n / \alpha_v$. В данном случае для эквивалентной ширины линии имеем

$$W = F_2\left(k_0 \frac{n}{\alpha_v}, \Delta v_D, a\right). \quad (12.3)$$

Легко видеть, что величина n/α_v обладает таким же физическим смыслом, как и величина N , т. е. представляет собой число поглощающих атомов в столбе с сечением 1 см^2 над фотосферой. В самом деле, мы имеем

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n \, dr = \frac{n}{\alpha_v} \int_{r_0}^{\infty} \alpha_v \, dr = \frac{n}{\alpha_v} \tau_v. \quad (12.4)$$

А так как оптическая глубина основания атмосферы в непрерывном спектре τ_v порядка единицы, то величины n/α_v и N должны быть одного порядка.

Из сказанного следует, что для определения числа поглощающих атомов с помощью кривой роста необходимо знать параметры k_0 , Δv_D и a . Однако в большинстве случаев эти параметры известны плохо, и поэтому их пытаются находить также с помощью кривой роста. Это можно делать потому, что обычно в спектре звезды содержится много линий данного атома, т. е. мы имеем много соотношений типа (12.2) или (12.3), в которых значения величины W известны из наблюдений.

Таким образом, с помощью кривой роста может быть решен ряд задач. Мы сейчас перечислим некоторые из них.

1. Определение числа поглощающих атомов N (или n/α_v), т. е. числа атомов в состоянии, при переходах из которого возникает данная линия. После этого производится оценка числа атомов рассматриваемого элемента во всех состояниях. Таким путем находится химический состав атмосферы.

2. Нахождение числа атомов в разных состояниях (если в спектре звезды наблюдаются линии, возникающие из разных состояний). При представлении этих чисел формулой Больцмана определяется «температура возбуждения» атомов в атмосфере.

3. Определение доплеровской полуширины линии, равной

$$\Delta v_D = v_0 \frac{v}{c}, \quad (12.5)$$

где v — средняя скорость хаотического движения атомов (теплого и турбулентного). Отсюда может быть получено значение скорости v .

4. Нахождение параметра a , который дается формулой (8.27). Тем самым определяется роль столкновений в затухании излучения.

5. Определение величины k_0 , связанной с эйнштейновским коэффициентом спонтанного перехода A_{ki} формулой (8.16). Выражая коэффициент A_{ki} через силу осциллятора f , получаем

$$k_0 = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m v_0 v} f, \quad (12.6)$$

где m — масса электрона и e — его заряд. Следовательно, зная k_0 , можно найти силу осциллятора для данной линии.

Ниже мы получим теоретические кривые роста в явном виде и сообщим результаты их применения к определению химического состава звездных атмосфер. Вопросы определения других параметров атмосфер с помощью кривых роста будут кратко рассмотрены в следующем параграфе. Подробнее см. [9] и [10].

2. Кривая роста для модели Шварцшильда — Шустера. Чтобы получить зависимость эквивалентной ширины линии от числа поглощающих атомов в случае модели Шварцшильда — Шустера, надо подставить в формулу (12.1) выражение (10.19). Сделав это, находим

$$W = \int \frac{k_v N}{1 + k_v N} dv. \quad (12.7)$$

Для коэффициента поглощения k_v мы возьмем выражение (8.18). Так как интеграл (12.7) в общем виде не берется, то мы рассмотрим три частных случая, соответствующих трем участкам кривой роста.

1. Пусть N мало, так что $k_v N \ll 1$ для всех частот. В этом случае формулу (12.7) можно переписать в виде

$$W = N \int k_v dv. \quad (12.8)$$

Подставляя сюда выражение (8.18), получаем

$$W = \sqrt{\pi} \frac{v_0 v}{c} k_0 N. \quad (12.9)$$

Эта формула справедлива только для очень слабых линий.

2. Пусть N велико, так что $k_v N \gg 1$, но $k_v N \ll 1$ в тех частях линии, где k_v определяется затуханием излучения. В данном случае для k_v можно взять выражение (8.24). Подставляя его в формулу (12.7), имеем

$$W = k_0 N \frac{v_0 v}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u^2} du}{1 + k_0 N e^{-u^2}}. \quad (12.10)$$

Приближенное вычисление интеграла дает

$$W = 2 \frac{v_0 v}{c} \sqrt{\ln k_0 N}. \quad (12.11)$$

Заметим, что формула (12.11) может быть также получена из следующих соображений. Найдем то расстояние Δv от центра линии, на котором $r_v = 1/2$. Согласно формуле (10.19), на этом расстоянии должно быть $k_v N = 1$ или

$$k_0 N e^{-\left(\frac{c}{v} \frac{\Delta v}{v_0}\right)^2} = 1. \quad (12.12)$$

Отсюда находим

$$\Delta v = v_0 \frac{v}{c} \sqrt{\ln k_0 N}. \quad (12.13)$$

Так как приближенно $W = 2\Delta v$, то мы снова приходим к формуле (12.11).

3. Пусть, наконец, N настолько велико, что неравенство $k_v N \gg 1$ осуществляется даже в тех далеких от центра частях линии, где k_v определяется затуханием излучения. Очевидно, что в данном случае для вычисления интеграла (12.7) на всем протяжении линии можно пользоваться для k_v выражением (8.25). Подставляя (8.25) в (12.7), получаем

$$W = \frac{a}{\sqrt{\pi}} k_0 N \frac{v_0 v}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{u^2 + \frac{a}{\sqrt{\pi}} k_0 N}, \quad (12.14)$$

или, после интегрирования,

$$W = \pi^{3/4} \frac{v_0 v}{c} \sqrt{a k_0 N}. \quad (12.15)$$

Суммируя полученные результаты, можем сказать, что эквивалентная ширина линии W растет с увеличением числа поглощающих атомов сначала как N , затем приблизительно как $\sqrt{\ln N}$ и, наконец, как \sqrt{N} .

При практическом использовании зависимости между W и N обычно ее несколько преобразуют. Прежде всего, от эквивалентной ширины в шкале частот W_v (ее мы выше обозначали просто через W) переходят к эквивалентной ширине в шкале длин волн W_λ . Эти величины связаны между собой очевидным соотношением

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \frac{W_v}{v}. \quad (12.16)$$

Далее, от числа поглощающих атомов N переходят к величине

$$X_0 = k_0 N, \quad (12.17)$$

представляющей собой приближенно оптическую толщину атмосферы в центре линии (так как k_{v_0} мало отличается от k_0 при $a \ll 1$).

Учитывая сказанное, можно переписать полученные выше формулы в следующем виде:

при малых X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \sqrt{\pi} \frac{v}{c} X_0, \quad (12.18)$$

при больших X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = 2 \frac{v}{c} \sqrt{\ln X_0}, \quad (12.19)$$

при очень больших X_0

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \pi^{3/4} \frac{v}{c} \sqrt{a X_0}. \quad (12.20)$$

Вместо последней формулы мы можем также написать

$$\frac{W_\lambda}{\lambda} = \frac{\pi^{1/4}}{2} \sqrt{\frac{v\Gamma}{cv_0}} X_0, \quad (12.21)$$

где Γ — постоянная затухания (обусловленная как затуханием вследствие излучения, так и затуханием вследствие столкновений). Здесь мы воспользовались соотношением

$$a = \frac{c\Gamma}{4\pi v_0 v}, \quad (12.22)$$

вытекающим из определения величины a , даваемого формулой (8.27).

Как уже сказано, кривая, представляющая зависимость W от N (или $\ln W_\lambda/\lambda$ от $\ln X_0$), называется кривой роста. Для построения кривых роста пользуются как приведенными выше формулами (12.18) — (12.20), так и результатами численного определения интеграла (12.7) для промежуточных значений X_0 .

Все кривые роста составляют семейство, зависящее от двух параметров: средней скорости хаотического движения атомов v и постоянной затухания Γ (или величины a).

3. Кривая роста для модели Эддингтона. Для получения зависимости эквивалентной ширины линии от числа поглощающих атомов в случае модели Эддингтона мы должны взять для r_v выражение (10.37) [или более общее выражение (10.52)]. Подставляя это выражение в формулу (12.7), можно получить зависимость W от $k_0 n/\alpha_v$. Мы не будем производить вычислений, а приведем лишь их результат. Оказывается, что эквивалентная ширина линии W сначала растет как $k_0 n/\alpha_v$, затем как $\sqrt{\ln k_0 \frac{n}{\alpha_v}}$ и, наконец, как $\sqrt{k_0 n/\alpha_v}$.

Иными словами, кривая роста в случае модели Эддингтона имеет приблизительно такой же вид, как и в случае модели Шварцшильда — Шустера. Напомним, что величина n/α_v по своему физическому смыслу аналогична величине N .

Пользуясь точным выражением для величины r_v , даваемым формулой (10.72), мы можем получить точную кривую роста для мо-

дели Эддингтона. Допустим для простоты, что флуоресценция отсутствует, т. е. $\gamma=0$. В таком случае формула (10.72) принимает вид

$$r_v(\mu) = \frac{\varphi_v(\mu)}{(1 + \beta_v^* \mu) \sqrt{1 + \eta_v}} \left[1 + \frac{\beta_v^*}{1 + \eta_v} \left(\mu + \frac{\alpha_{v1} \eta_v}{2 \sqrt{1 + \eta_v}} \right) \right], \quad (12.23)$$

где $\eta_v = k_v n / \alpha_v$, функция $\varphi_v(\mu)$ определяется уравнением (10.67) и α_{v1} — ее первый момент.

Формулой (12.23) определяется профиль линии на угловом расстоянии μ от центра диска. При помощи этой формулы можно получить следующее выражение для величины r_v , определяющей профиль линии в спектре всей звезды:

$$r_v = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \beta_v^* \right) \sqrt{1 + \eta_v}} \left[\alpha_{v2} + \frac{\beta_v^*}{1 + \eta_v} \left(\alpha_{v2} + \frac{\alpha_{v1}^2 \eta_v}{2 \sqrt{1 + \eta_v}} \right) \right], \quad (12.24)$$

где α_{v2} — второй момент функции $\varphi_v(\mu)$.

Подстановка выражения (12.23) или (12.24) в формулу (12.7) и выполнение интегрирования должно дать искомую кривую роста.

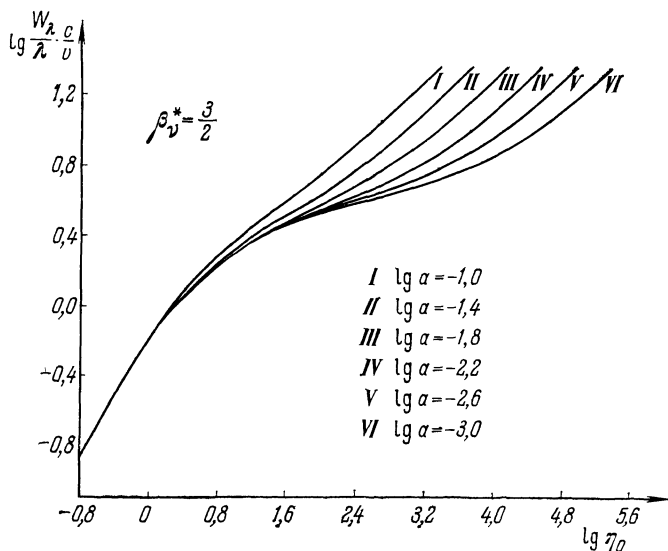


Рис. 12

Указанное интегрирование было численно произведено Врубелем, который привел свои результаты в виде таблиц и графиков.

На рис. 12 даются полученные кривые роста. По оси абсцисс отложена величина $\eta_0 = \frac{k_0 n}{\alpha_v}$, а по оси ординат — величина $\frac{W_\lambda}{\lambda} \frac{c}{v}$. При больших значениях η_0 кривая разветвляется на ряд кривых, соответствующих разным значениям параметра α .

Кривые роста, изображенные на рис. 12, относятся к случаю, когда $\beta_v^* = 3/2$. Напомним, что $\beta_v^* = \beta_v \bar{\alpha} / \alpha_v$, где β_v определяется формулой (6.7). Следовательно, величина β_v^* , а с ней вместе и кривая роста, могут заметно меняться при переходе от одного участка спектра к другому.

4. Построение кривых роста по наблюдательным данным. Теоретические кривые роста зависят от ряда параметров (k_0 , a , v), которые заранее точно не известны. Поэтому для определения этих параметров приходится пользоваться наблюденными эквивалентными ширинами линий. С этой целью для данной звезды по линиям рассматриваемого атома строится эмпирическая кривая роста. Путем сравнения этой кривой с теоретической кривой роста и определяются значения упомянутых параметров.

Возможность построения кривой роста по наблюдательным данным основана на наличии в спектре звезды мультиплетов. Для линий мультиплета, имеющих общий нижний уровень, число N одно и то же, а силы осцилляторов часто известны. Поэтому для указанных линий значения величины $\lg X_0$, которая согласно формулам (12.17) и (12.6) равна

$$\lg X_0 = \lg f + \lg \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m v_0 v} N, \quad (12.25)$$

отличаются друг от друга только неизвестным постоянным слагаемым. Это обстоятельство позволяет по наблюденным эквивалентным ширинам линий, входящих в мультиплет, построить часть кривой роста с неизвестным, однако, нуль-пунктом на оси абсцисс. Соответствующие участки кривой роста могут быть построены также по линиям других мультиплетов. После этого путем перемещения полученных участков кривой роста вдоль оси абсцисс для достижения согласия между ними может быть определена полная кривая роста. На рис. 13 в виде примера дана кривая роста, построенная Д. Кулиевым по линиям Fe I (точки), Ca I (крестики) и Na I (кружочки) в спектре α Персея.

Сравнение эмпирической кривой роста с семейством теоретических кривых дает возможность выбрать ту из них, которая ближе всего соответствует наблюдениям. Тем самым определяются значения параметров v и a (или Γ) для рассматриваемых атомов в атмосфере данной звезды. По полученной таким путем кривой роста может быть найдено и число поглощающих атомов N .

Изучение звездных атмосфер при помощи кривых роста приводит к весьма интересным результатам. Укажем, например, на то, что для звезд-сверхгигантов значения параметра v часто оказываются в несколько раз превосходящими средние тепловые скорости атомов. Это объясняется турбулентными движениями в атмосферах звезд (см. § 13).

В случае звезд-карликов найденные из наблюдений значения параметра Γ оказываются во много раз больше (например, в случае

Солнца — в 5—10 раз) соответствующих теоретических значений, определенных при учете только затухания вследствие излучения. Это значит, что в атмосферах звезд большую роль играет также за-

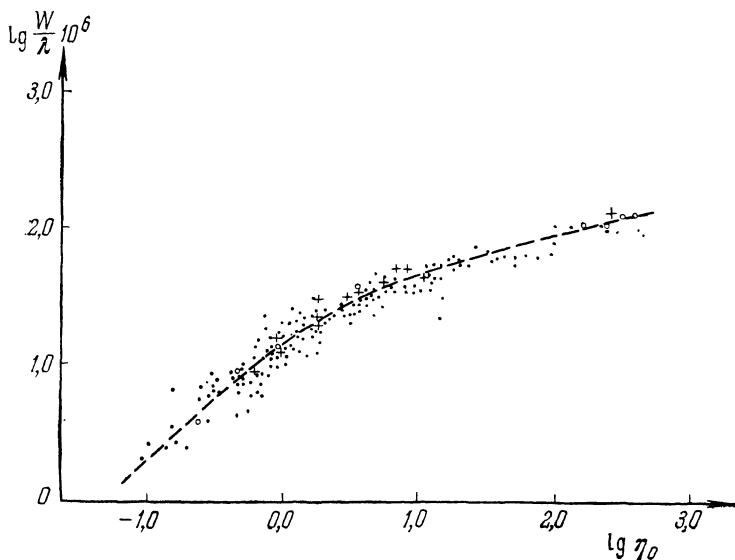


Рис. 13

тухание вследствие столкновений. Большое значение Γ для звезд-карликов объясняется сравнительно большой плотностью их атмосфер.

5. Содержание различных атомов в атмосферах. Основным назначением кривой роста является определение с ее помощью химического состава звездных атмосфер. По эквивалентной ширине линии кривая роста дает число поглощающих атомов, т. е. число атомов в нижнем состоянии для данной линии. В большинстве случаев это состояние является возбужденным. Чтобы перейти к числу атомов в основном состоянии, обычно пользуются формулой Больцмана. Часто бывает, что в спектре звезды наблюдаются линии, возникающие из возбужденных состояний нейтрального атома, а большинство атомов данного элемента находится в ионизованном состоянии (или наоборот). В таком случае для нахождения полного числа атомов этого элемента приходится применять также формулу ионизации Саха. Входящая в эту формулу концентрация свободных электронов должна быть предварительно определена одним из способов, описанных в следующем параграфе.

Указанный метод определения химического состава звездных атмосфер довольно прост и часто применяется на практике. Однако надо иметь в виду, что он связан с двумя погрешностями. Первая из них возникает вследствие отклонения распределения атомов по

состояниям от распределения, даваемого формулами Больцмана и Саха. Источником другой погрешности является использование средних для всей атмосферы значений температуры и электронной концентрации, в то время как эти величины сильно меняются в атмосфере.

По этим причинам в настоящее время определение химического состава звездных атмосфер с помощью кривой роста рассматривается лишь в качестве первого приближения. В следующем приближении (с целью устранения второй из упомянутых погрешностей) используются расчеты моделей звездных фотосфер, выполненных применительно к данной звезде (см. § 6). Результаты таких расчетов дают распределение температуры и плотности в поверхностных слоях звезды. Это позволяет более или менее точно вычислить профиль любой линии рассматриваемого элемента при различных предположениях относительно его содержания. Путем сравнения вычисленных и наблюдаемых эквивалентных ширин определяется содержание этого элемента в звездной атмосфере.

Определение химического состава атмосфер различных звезд делалось во многих исследованиях. Мы сейчас приведем некоторые результаты, взятые из статьи Аллера [9].

В таблице 13 содержатся сведения о химическом составе атмосферы Солнца. Здесь под n понимается полная концентрация атомов данного элемента. В таблице даются значения $\lg n$, причем для водорода условно принято $\lg n = 12$.

В таблице 13 нет сведений о количестве атомов гелия в солнечной атмосфере, что объясняется отсутствием линий поглощения гелия в видимой части спектра Солнца. В этой части спектра могут наблюдаться линии гелия, возникающие только из возбужденных состояний. Однако потенциал возбуждения гелия очень велик, вследствие чего при сравнительно низкой температуре Солнца в

Таблица 13

Химический состав атмосферы Солнца

Элемент	$\lg n$	Элемент	$\lg n$	Элемент	$\lg n$	Элемент	$\lg n$
H	12,00	S	7,30	Cu	5,04	Rh	0,78
Li	0,96	K	4,70	Zn	4,40	Pb	1,21
Be	2,36	Ca	6,15	Ga	2,36	Ag	0,14
C	8,72	Sc	2,82	Ge	3,29	Cd	1,46
N	7,98	Ti	4,68	Rb	2,48	In	1,16
O	8,96	V	3,70	Sr	2,60	Sn	1,54
Na	6,30	Cr	5,36	Y	2,25	Sb	1,94
Mg	7,40	Mn	4,90	Zr	2,23	Ba	2,10
Al	6,20	Fe	6,57	Nb	1,95	Yb	1,53
Si	7,50	Co	4,64	Mo	1,90	Pd	1,33
P	5,34	Ni	5,91	Ru	1,43		

возбужденных состояниях оказывается мало атомов гелия и они не могут дать заметных линий поглощения. Интенсивные линии поглощения гелия появляются только в спектрах горячих звезд (классов В и О).

Однако, как увидим ниже, в спектре солнечной хромосферы наблюдаются эмиссионные линии гелия. По отношению интенсивностей эмиссионных линий гелия и водорода удалось определить, что число атомов гелия составляет примерно 0,2 числа атомов водорода.

Таким образом, наиболее распространенным элементом в солнечной атмосфере является водород. За ним следует гелий. Далее идут легкие элементы: углерод, азот, кислород. Число атомов металлов, вместе взятых, составляет примерно одну десятитысячную числа атомов водорода.

В таблице 14 приведены данные о химическом составе атмосфер звезд класса В (точнее говоря, значения $\lg n$). Эта таблица, как и предыдущая, взята из упомянутой статьи Аллера, который использовал опубликованные результаты ряда авторов. Частично эти результаты получены при помощи кривых роста, а частично — при помощи моделей фотосфер. Для звезды τ Скорпиона приведены два результата. Расхождение между ними обусловлено как различиями в наблюдательном материале, так и различиями в принятых методах определения химического состава.

Т а б л и ц а 14

Химический состав атмосфер звезд класса В

Элемент	γ Peg	ζ Per	τ Sco		10 Lac	55 Cyg
H	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
He	11,17	11,31	11,23	—	11,23	11,18
C	8,58	8,26	8,37	7,70	8,37	8,41
N	8,01	8,31	8,57	8,26	8,37	8,63
O	8,63	9,03	9,12	8,63	8,77	8,98
Ne	8,73	8,61	8,72	8,86	8,72	—
Mg	7,95	7,76	7,73	8,30	8,22	—
Al	5,76	6,78	6,58	6,40	7,07	—
Si	7,03	7,96	7,95	7,63	7,75	7,46

Из таблиц 13 и 14 видно, что химический состав звездных атмосфер в общих чертах не отличается от химического состава атмосферы Солнца. Как мы узнаем дальше, приблизительно таким же оказывается и химический состав газовых туманностей. Вывод об единстве химического состава различных типов звезд и туманностей имеет громадное значение для астрофизики.

Большой интерес представляет вопрос о выявлении реальных различий в химическом составе звездных атмосфер. Из наблюда-

тельных данных следует, что звезды с приблизительно одинаковой поверхностной температурой иногда очень сильно различаются по своим спектрам. В качестве примера можно указать звезды типа Вольфа — Райе, спектры которых довольно резко делятся на две последовательности: азотную и углеродную. Другим примером могут служить звезды поздних классов, спектры которых делятся на кислородную и углеродную ветви (первая из них характеризуется полосами TiO, а вторая — полосами C₂, CN и CH). Наблюдениями установлено также существование звезд с очень слабыми спектральными линиями водорода («звезды, бедные водородом») и звезд с очень сильными линиями некоторых металлов («металлические звезды»). По-видимому, в большинстве указанных случаев спектральные аномалии объясняются особенностями химического состава. Однако вполне возможно, что в некоторых случаях эти аномалии вызваны особенностями возбуждения и ионизации атомов в атмосферах звезд.

Проблема определения химического состава атмосфер звезд разных типов очень важна как для теории звездной эволюции, так и для теории образования элементов. Это обусловлено тем, что в недрах звезд происходят ядерные реакции, при которых одни элементы превращаются в другие. Надо однако иметь в виду, что по содержанию элементов в атмосфере звезды можно судить о химическом составе ее недр лишь в случае перемешивания вещества внутри звезды (подробнее см. [11]).

§ 13. Физические условия в атмосферах

1. Возбуждение и ионизация атомов. Как известно, при термодинамическом равновесии степень возбуждения и ионизации атомов определяется формулами Больцмана и Саха. Строго говоря, в звездных атмосферах термодинамическое равновесие отсутствует. Однако и в этом случае в качестве первого приближения пользуются все-таки формулами Больцмана и Саха. Поэтому при рассмотрении физических условий в звездных атмосферах мы должны прежде всего остановиться на этих формулах.

Пусть E_i — энергия i -го уровня атома и g_i — его статистический вес (или кратность уровня). Обозначим через n_i число атомов с энергией E_i в 1 см³ при термодинамическом равновесии. Основная формула статистической физики дает

$$n_i = C g_i e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (13.1)$$

где C — некоторая постоянная.

Из формулы (13.1) получаем

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_1 - \chi_i}{kT}}, \quad (13.2)$$

где обозначено $E_i = -\chi_i$. Величина χ_i представляет собой энергию ионизации с i -го уровня, а величина $\chi_1 - \chi_i$ — энергию возбуждения этого уровня. Формула (13.2) называется обычно формулой Больцмана.

Формулу (13.1) можно применить и к состояниям с положительной энергией, в которых электрон не связан с атомом. Это дает возможность найти отношение числа ионов к числу нейтральных атомов. Формула, определяющая это отношение (так называемая формула Саха) имеет вид

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (13.3)$$

где n^+ — число ионизованных атомов в основном состоянии в 1 см^3 , g^+ — статистический вес этого состояния, n_e — число свободных электронов в 1 см^3 .

Аналогичные формулы служат и для нахождения числа атомов в следующих стадиях ионизации. В частности, отношение числа дважды ионизованных атомов к числу однажды ионизованных атомов дается формулой

$$n_e \frac{n^{++}}{n^+} = \frac{g^{++}}{g^+} \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi'_1}{kT}}, \quad (13.4)$$

где n^{++} — число дважды ионизованных атомов в основном состоянии в 1 см^3 , g^{++} — статистический вес этого состояния, χ'_1 — энергия ионизации из основного состояния однажды ионизованного атома.

Применим в качестве примера приведенные формулы к атому водорода. В данном случае $g_i = 2i^2$ и $\chi_i = \chi_1/i^2$. Поэтому формула (13.2) принимает вид

$$\frac{n_i}{n_1} = i^2 e^{-\frac{\chi_1}{kT}} \left(1 - \frac{1}{i^2}\right). \quad (13.5)$$

В частности, для второго уровня имеем

$$\frac{n_2}{n_1} = 4e^{-\frac{117\,900}{T}}. \quad (13.6)$$

Из формулы (13.6) следует, что при господствующих в звездных атмосферах температурах в тысячи кельвинов подавляющее большинство атомов водорода находится в основном состоянии. Однако с увеличением температуры степень возбуждения атомов быстро растет.

Из формулы (13.5) также видно, как меняется число возбужденных атомов с увеличением номера уровня i . Если температура не очень высока, то величина n_i/n_1 с увеличением i сначала убывает, а затем растет, причем при очень больших i она растет приблизительно пропорционально i^2 . Отсюда следует, что если бы осуществ-

лялись все уровни атома, то полное число атомов в возбужденных состояниях было бы бесконечно большим. Однако в действительности из-за возмущений, вызываемых посторонними частицами, высокие уровни атомов не осуществляются. Поэтому число атомов во всех возбужденных состояниях оказывается обычно гораздо меньше числа атомов в основном состоянии.

При применении формулы ионизации (13.3) к атому водорода мы должны положить $g^+ = 1$, $g_1 = 2$, $\chi_1/k = 157\,200$. В результате находим

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = 2,4 \cdot 10^{15} T^{3/2} e^{-\frac{157\,200}{T}}. \quad (13.7)$$

Степень ионизации зависит не только от температуры T , но и от концентрации свободных электронов n_e . Поскольку же значение n_e в звездных атмосферах сравнительно мало, то даже при не очень высоких температурах степень ионизации может быть большой. Например, полагая $n_e \approx 10^{12}$, из формулы (13.7) получаем, что уже при $T \approx 10\,000$ К значение n^+/n_1 для водорода будет порядка 300.

При практических расчетах формула ионизации (13.3) часто используется в виде

$$p_e \frac{n^+}{n_1} = 2 \frac{g^+}{g_1} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (13.8)$$

где p_e — электронное давление, равное

$$p_e = n_e kT. \quad (13.9)$$

Производя логарифмирование, вместо (13.8) получаем

$$\lg p_e \frac{n^+}{n_1} = -\frac{5040}{T} \chi_1 + 2,5 \lg T - 0,48 + \lg \frac{2g^+}{g_1}. \quad (13.10)$$

Здесь электронное давление p_e выражено в барах (1 бар = 1 дина/см²), а энергия ионизации χ_1 — в электронвольтах. Под электронвольтом понимается энергия, которую приобретает электрон при прохождении разности потенциалов в 1 вольт (1 эВ = $1,60 \cdot 10^{-12}$ эрг).

В таблице 15 приведены значения энергии ионизации нейтральных и однажды ионизованных атомов. Из таблицы видно, что наименьшими энергиями ионизации из нейтральных атомов обладают металлы (Na, Ca, Fe и др.). В звездных атмосферах они ионизируются уже при температурах порядка 5000 К. При повышении температуры претерпевает ионизацию водород. Самая высокая температура нужна для ионизации гелия.

Как уже сказано, формулы Больцмана и Саха можно применять к звездным атмосферам только в качестве первого приближения. В тех же случаях, когда для определения величин n_i/n_1 и n^+/n_1 необходимо иметь более точные формулы, приходится рассматривать те конкретные процессы, которые обуславливают эти величины,

Таблица 15

Энергия ионизации некоторых атомов (в электронвольтах)

Элемент	χ_1	χ'_1	Элемент	χ_1	χ'_1	Элемент	χ_1	χ'_1
H	13,60		A	15,75	27,6	Br	11,84	21,6
He	24,58	54,4	K	4,34	31,8	Kr	14,00	24,6
Li	5,39	76,6	Ca	6,11	11,9	Rb	4,18	27,4
Be	9,32	18,2	Sc	6,56	12,8	Sr	5,69	11,0
B	8,30	25,1	Ti	6,83	13,6	Y	6,6	12,3
C	11,26	24,4	V	6,74	14,6	Zr	6,95	14,0
N	14,54	29,6	Cr	6,76	16,5	Nb	6,77	13,5
O	13,61	35,1	Mn	7,43	15,6	Mo	7,18	15,2
F	17,42	35,0	Fe	7,90	16,2	Tc	7,45	15
Ne	21,56	41,1	Co	7,86	17,0	Ru	7,5	16,4
Na	5,14	47,3	Ni	7,63	18,2	Rh	7,7	18,1
Mg	7,64	15,0	Cu	7,72	20,3	Pd	8,33	19,9
Al	5,98	18,8	Zn	9,39	18,0	Ag	7,57	22,0
Si	8,15	16,3	Ga	6,00	20,5	Cd	8,99	16,9
P	10,55	19,6	Ge	7,88	15,9	In	5,78	18,9
S	10,36	23,4	As	9,85	20,2	Sn	7,33	14,6
Cl	13,01	23,8	Se	9,75	21,4			

т. е. процессы возбуждения и ионизации атомов под действием излучения и под действием столкновений (а также обратные процессы). В таких случаях для определения степени возбуждения и ионизации атомов получаются формулы (13.2) и (13.3) с некоторыми поправочными множителями. Для звездных атмосфер эти множители обычно не сильно отличаются от единицы. Однако для многих других астрофизических объектов отклонение упомянутых множителей от единицы оказывается очень большим. Примером могут служить газовые туманности, которые мы рассмотрим позднее (см. § 23 и 24).

2. Концентрация свободных электронов. Для нахождения степени ионизации атомов по формуле (13.3) необходимо знать концентрацию свободных электронов n_e . Эта величина зависит от глубины и должна определяться на основе расчета моделей звездных фотосфер (см. § 6). Однако в некоторых случаях представляет интерес только среднее значение концентрации свободных электронов в атмосфере. Указанная величина, которую мы обозначим через \bar{n}_e , обычно определяется одним из двух способов.

Первый способ может быть использован тогда, когда в спектре звезды наблюдаются линии одного и того же атома в разных стадиях ионизации. Допустим, например, что наблюдаются линии нейтрального и однажды ионизованного атомов. В таком случае при помощи кривой роста и формулы Больцмана можно найти числа n_1 и n^+ . После этого по формуле ионизации определяется и искомая величина \bar{n}_e .

В спектре Солнца присутствуют линии Ca и Ca^+ , а также Sr и Sr^+ . Применение указанного способа в обоих случаях дает приблизительно одинаковый результат, а именно, $\bar{n}_e \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

Второй способ определения величины \bar{n}_e основан на подсчете числа линий бальмеровской серии водорода, наблюдающихся в спектре звезды. Как уже говорилось, высокие уровни атома в действительности не осуществляются вследствие влияния посторонних частиц. Поэтому должна существовать верхняя граница и для числа наблюдаемых линий. Обозначим через i номер последнего осуществляющегося уровня и через r_i — соответствующий ему радиус орбиты. Обозначим также через r_0 среднее расстояние между частицами. Очевидно, что должно быть $r_i < r_0$. Но для атома водорода $r_i = r_1 i^2$, где r_1 — радиус первой орбиты Бора ($r_1 = 0,53 \cdot 10^{-8} \text{ см}$), а среднее расстояние между частицами равно

$$r_0 = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}, \quad (13.11)$$

где n — концентрация частиц. Поэтому мы получаем

$$r_1 i^2 < \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}, \quad (13.12)$$

или

$$\lg n < 24,21 - 6 \lg i. \quad (13.13)$$

Неравенство (13.13) позволяет оценить верхнюю границу для концентрации частиц n (в том числе и концентрации свободных электронов \bar{n}_e) по наблюдаемому числу бальмеровских линий.

Однако при достаточно большом числе заряженных частиц (ионов и свободных электронов) они оказывают возмущающее действие на атомы, вследствие чего число осуществляющихся уровней еще более уменьшается. Заряженные частицы благодаря эффекту Штарка вызывают также расширение линий. При этом высокие члены бальмеровской серии между собой сливаются и их уже становится невозможным отличить от континуума. При учете слияния линий Инглис и Теллер получили следующую формулу для определения концентрации заряженных частиц n по номеру верхнего уровня последней наблюдаемой бальмеровской линии:

$$\lg n = 23,26 - 7,5 \lg i. \quad (13.14)$$

Здесь при низких температурах ($T < 10^5/i$) под n следует понимать концентрацию ионов и свободных электронов, а при высоких температурах ($T > 10^5/i$) только концентрацию ионов. Если можно считать, что ионы и свободные электроны образуются лишь при ионизации атомов водорода, то в первом случае $n = 2\bar{n}_e$, а во втором $n = \bar{n}_e$.

Описанные способы определения средней концентрации свободных электронов в звездных атмосферах не отличаются большой точ-

ностью (хотя бы вследствие неопределенности самого понятия величины \bar{n}_e). Однако на практике для грубой оценки \bar{n}_e эти способы применяются весьма часто. В частности, по числу наблюдаемых балмеровских линий в звездных спектрах можно легко разделить звезды-карлики от звезд-гигантов. В атмосферах карликов концентрация частиц значительно больше, чем в атмосферах гигантов, а значит, величина i должна быть меньше. Особенно малое число балмеровских линий должно присутствовать в спектрах белых карликов, что вполне соответствует наблюдениям.

3. Турбулентность в атмосферах. Изучение звездных атмосфер методом кривых роста показало, что для многих звезд значения параметра v в несколько раз превосходят средние тепловые скорости атомов. Так возникло представление о существовании в звездных атмосферах наряду с тепловым движением другого типа хаотического движения газа. Это движение было названо «турбулентным» (хотя оно и может отличаться от турбулентного движения в аэродинамическом смысле). Таким образом, полная скорость хаотического движения атомов газа в звездной атмосфере определяется формулой

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_t^2}, \quad (13.15)$$

где v_0 — средняя скорость теплового движения, равная

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_a}}, \quad (13.16)$$

и v_t — скорость турбулентного движения.

Особенно большие турбулентные скорости были найдены у звезд-сверхгигантов. Например, по определению Струве, в атмосфере ϵ Возничего $v_t = 20$ км/с, а в атмосфере 17 Зайца $v_t = 67$ км/с. Для сравнения укажем, что средние тепловые скорости атомов металлов в атмосферах звезд порядка 1 км/с.

Вследствие турбулентных движений в звездных атмосферах происходит также изменение профилей линий поглощения, а именно — расширение линий. В спектрах некоторых сверхгигантов слабые линии оказываются широкими и мелкими, а сильные линии — расширенными в их центральных частях, но лишенными крыльев (этим они отличаются от линий в спектрах звезд-карликов).

Однако для ряда звезд отмечены большие расхождения между турбулентными скоростями, определенными по эквивалентным ширинам (т. е. по кривым роста) и по полуширинам линий поглощения. Например, при изучении звезды δ Большого Пса по эквивалентной ширине было получено $v_t = 5$ км/с, а по полуширине $v_t = 30$ км/с. Для объяснения подобных расхождений была выдвинута та точка зрения, что в звездных атмосферах ячейки турбулентности могут иметь различные масштабы. Если линейные размеры ячейки турбулентности малы по сравнению с толщиной атмосферы, то турбулентное движение влияет на линии поглощения совершенно так

же, как тепловое движение. В этом случае не должно быть различий в турбулентных скоростях, найденных по эквивалентным ширинам и по полуширинам линий поглощения. Если же линейные размеры ячеек турбулентности превосходят толщину атмосферы, то турбулентное движение должно расширять линии поглощения, но не может увеличить их эквивалентные ширины. В этом случае влияние турбулентности на линии поглощения аналогично влиянию вращения звезды. Согласно такому взгляду турбулентное движение в атмосфере δ Большого Пса ближе подходит ко второму из указанных случаев.

Следует отметить, что спектроскопически определенная турбулентность большого масштаба является, по-видимому, особым типом конвекции.

Подробное исследование турбулентности в звездных атмосферах было выполнено О. Струве и Су Шухуаном. В частности, они занимались определением масштабов турбулентных ячеек на основании зависимости между эквивалентной шириной и полушириной линии поглощения (см., например [9]).

4. Вращение звезд. Вращение звезды вокруг собственной оси может быть установлено по виду спектра. Если звезда вращается, то части диска, удаляющиеся от нас, дают линию поглощения, смещенную в красную сторону спектра, а части диска, приближающиеся к нам, в фиолетовую. В целом вращающаяся звезда дает линию поглощения, расширенную по сравнению с линией поглощения в спектре невращающейся звезды. Очевидно, что вращение звезды вызывает расширение всех линий. Поэтому эффект вращения легко отделяется, например, от эффекта Штарка, вызывающего заметное расширение лишь тех линий, которые особенно чувствительны к электрическому полю.

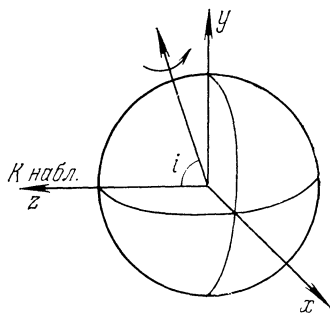


Рис. 14

Рассмотрим сначала вопрос о влиянии вращения на профиль линии поглощения. Пусть скорость вращения звезды на экваторе равна v , а ось вращения образует с лучом зрения угол i . Возьмем прямоугольную систему координат x, y, z с началом в центре звезды, с осью z , направленной к наблюдателю, и с осью y , лежащей в плоскости, проведенной через ось вращения и луч зрения (рис. 14). Для упрощения записи будем считать, что радиус звезды равен единице.

Обозначим через $I(x, y, \nu - \nu_0)$ интенсивность излучения, идущего от точки с координатами x, y на диске невращающейся звезды внутри линии на расстоянии $\nu - \nu_0$ от ее центра. Если звезда вращается, то в выражение для интенсивности излучения вместо ν_0 надо подставить центральную частоту для рассматриваемой точки,

равную $v_0 + v_0 \frac{v_z}{c}$, где v_z — лучевая скорость этой точки. Легко получить, что

$$v_z = -xv \sin i. \quad (13.17)$$

Поэтому интенсивность излучения, идущего от точки с координатами x, y на диске вращающейся звезды, в частоте ν будет $I\left(x, y, \nu - v_0 + v_0 \frac{v}{c} x \sin i\right)$.

Обозначим далее через $I_0(x, y)$ интенсивность излучения, идущего от точки с координатами x, y на диске звезды в непрерывном спектре. Тогда отношение энергии, излучаемой звездой в частоте ν внутри линии, к энергии, излучаемой звездой в непрерывном спектре, будет равно

$$\bar{r}(\nu - \nu_0) = \frac{\int_{-1}^{+1} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I\left(x, y, \nu - v_0 + v_0 \frac{v}{c} x \sin i\right) dy}{\int_{-1}^{+1} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}. \quad (13.18)$$

Этой формулой и определяется профиль линии поглощения в спектре вращающейся звезды.

С возрастанием скорости вращения звезды ширина линии поглощения увеличивается. Однако одновременно линия становится менее глубокой. Указанное обстоятельство связано с тем, что эквивалентная ширина линии при этом не меняется: при любой скорости вращения она равна эквивалентной ширине линии в спектре невращающейся звезды. Этот результат, понятный из физических соображений, легко также получить из формулы (13.18).

Для упрощения формулы (13.18) сделаем предположение, что профиль линии поглощения во всех частях диска невращающейся звезды одинаков, т. е.

$$I(x, y, \nu - \nu_0) = r(\nu - \nu_0) I_0(x, y). \quad (13.19)$$

Подставляя (13.19) в (13.18), получаем

$$\bar{r}(\nu - \nu_0) = \int_{-1}^{+1} r\left(\nu - \nu_0 + v_0 \frac{v}{c} x \sin i\right) A(x) dx, \quad (13.20)$$

где

$$A(x) = \frac{\int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}{\int_{-1}^{+1} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}. \quad (13.21)$$

Выразим расстояние от центра линии в наибольших доплеровских ширинах, обусловленных вращением, т. е. положим

$$t = \frac{v - v_0}{v_0} \frac{c}{v \sin i} \quad (13.22)$$

и вместо $r(v - v_0)$ и $\bar{r}(v - v_0)$ будем писать просто $r(t)$ и $\bar{r}(t)$. Тогда вместо соотношения (13.20) получаем

$$\bar{r}(t) = \int_{-1}^{+1} r(t - x) A(x) dx. \quad (13.23)$$

Соотношение (13.23) дает возможность вычислить профиль линии в спектре вращающейся звезды по профилю линий в спектре невращающейся звезды, если известна величина $A(x)$. Чтобы определить эту величину, надо знать закон распределения интенсивности излучения в непрерывном спектре на диске звезды. Мы примем, как обычно,

$$I_0 = C(1 + \beta \cos \vartheta), \quad (13.24)$$

где ϑ — угловое расстояние от центра диска. Так как $\sin \vartheta = \sqrt{x^2 + y^2}$, то вместо (13.24) имеем

$$I_0(x, y) = C(1 + \beta \sqrt{1 - x^2 - y^2}). \quad (13.25)$$

Подставляя (13.25) в (13.21) и производя интегрирование, находим

$$A(x) = \frac{\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - x^2} + \frac{\beta}{2}(1 - x^2)}{1 + \frac{2}{3}\beta}. \quad (13.26)$$

Очевидно, что величина $A(x)$ определяет профиль линии в спектре вращающейся звезды, если ширина линии в спектре невращающейся звезды очень мала. Если же эта ширина не мала (т. е. сравнима с шириной линии, расширенной вращением), то для определения профиля линии в спектре вращающейся звезды надо пользоваться формулами (13.23) и (13.26).

Приведенные формулы позволяют находить по профилям линий скорость вращения звезды (точнее говоря, величину $v \sin i$). Для этого берут профиль линии в спектре невращающейся звезды рассматриваемого спектрального класса и при помощи формулы (13.23) строят профили линий, расширенных вращением, при разных значениях параметра $v \sin i$. Сравнение этих профилей с профилем линии в спектре данной звезды и дает возможность определить искомое значение $v \sin i$.

На рис. 15 для примера приведен профиль линии гелия 4026 Å в спектре невращающейся звезды i Геркулеса, а также найденные по формуле (13.23) профили линий, деформированные вращением.

Следует отметить, что уверенное определение величины $v \sin i$ возможно только тогда, когда она достигает значений порядка нескольких десятков километров в секунду. В противном случае эффект вращения трудно отделить от других эффектов, влияющих на профиль линии.

Указанным способом величины $v \sin i$ были определены для многих звезд. Оказалось, что быстрым вращением обладают только звезды ранних спектральных классов: O, B, A и ранних F. Наиболее быстро вращаются (со скоростями, достигающими до 500—600 км/с) звезды класса Be. Скорости вращения звезд классов B и A доходят до 400—500 км/с, а звезд класса F — до 200—300 км/с.

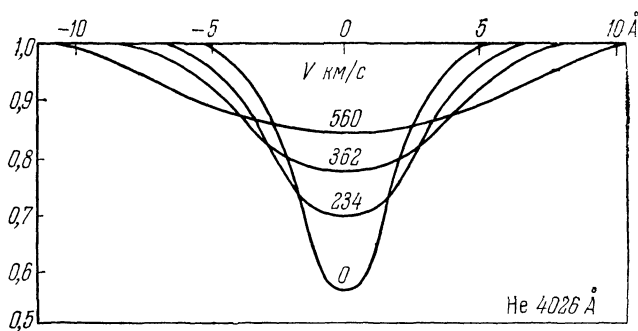


Рис. 15

Звезды более поздних классов, чем F5, не обнаруживают заметного вращения. Переход от величин $v \sin i$ к скоростям вращения v совершается статистическим путем при предположении, что оси вращения равномерно распределены по направлениям.

Быстрое вращение звезды существенно влияет на физические условия в звездной атмосфере, так как к числу сил, действующих в атмосфере, добавляется центробежная сила. Поскольку центробежная сила зависит от широты, то и физические условия в атмосфере вращающейся звезды зависят от широты. В частности, на разных широтах должно быть различным распределение температуры и плотности в атмосфере. Вместе с тем должны быть различия и в степени возбуждения и ионизации атомов, а значит, и в виде спектра. Вычисления показывают, что спектры, возникающие на экваторе и на полюсе, могут соответствовать весьма различным спектральным подклассам. А так как мы наблюдаем спектр всей звезды, то он должен обладать чертами как того, так и другого подкласса. Очевидно, что относительная роль этих черт зависит от угла наклона оси вращения к лучу зрения. Наблюдаемые спектры некоторых звезд действительно обладают чертами разных подклассов. Для объяснения таких спектров можно высказать предположение, что в этих случаях мы имеем дело со звездами, которые быстро вращают-

ся и обращены к нам своими полярными областями (иначе относительная роль спектров полярных областей будет невелика).

Для каждой звезды существует критическая скорость вращения на экваторе v_k , при которой сила притяжения уравнивается центробежной силой. Эта скорость определяется формулой

$$v_k^2 = G \frac{M}{R}, \quad (13.27)$$

где M — масса звезды, R — ее радиус и G — постоянная тяготения. Возьмем для примера звезду класса B5, у которой $M=6M_\odot$ и $R=4R_\odot$. Формула (13.27) дает для этой звезды $v_k=530$ км/с.

Если скорость вращения звезды на экваторе превосходит скорость v_k , то из экваториальной области будет происходить истечение вещества, приводящее к образованию вращающегося вокруг звезды газового кольца. Такими кольцами, по мнению Струве, обладают звезды класса Be. Этот взгляд подтверждается тем, что скорости вращения звезд класса Be являются наибольшими и близкими к скорости v_k . Вместе с тем существование вблизи звезды газового кольца может объяснить наличие эмиссионных линий в спектре звезды (см. гл. VI). В действительности, вероятно, выбрасывание вещества из звезды происходит не вследствие вращения, а под действием других механизмов (например, в виде протуберанцев). Однако быстрое вращение звезды способствует этому процессу.

5. Магнитные поля звезд. Изучение магнитных полей звезд основывается на эффекте Зеемана, состоящем, как известно, в расщеплении спектральных линий в магнитном поле. В простейшем случае одиночная линия расщепляется в магнитном поле на три компонента, одна из которых занимает несмещенное положение, а две другие смещены на одинаковое расстояние по обе стороны от нее. При этом величина смещения пропорциональна напряженности поля H . Все компоненты линии поляризованы, причем характер поляризации зависит от угла между направлением поля и лучом зрения. В более сложных случаях происходит расщепление линии на большее число компонент.

Линии поглощения в звездных спектрах обычно сильно расширены вследствие ряда причин (тепловое движение атомов, эффект Штарка, турбулентность, вращение звезды). Поэтому даже при очень большой напряженности магнитного поля зеемановские компоненты линий сливаются между собой. Чтобы обнаружить магнитное поле, необходимо применение специальной методики, основанной на использовании анализаторов поляризованного света. При помощи таких анализаторов удастся в какой-то мере отделить друг от друга зеемановские компоненты линий и по их смещению определить напряженность поля.

Впервые магнитное поле было открыто Бэбкоком в 1947 г. у звезды 78 Девы, принадлежащей к спектральному классу A2p.

Бэбкок предполагал, что сильное магнитное поле связано с быстрым вращением звезды. Однако обнаружить эффект Зеемана по линиям, расширенным вращением, очень трудно. Поэтому для наблюдений была выбрана звезда класса А с узкими спектральными линиями, относительно которой можно было думать, что она, как и другие звезды этого класса А, вращается очень быстро, но видна нам со стороны полюса. В последующие годы Бэбкок продолжал свои наблюдения и его каталог (см. [9]) содержит сведения о 89 «магнитных звездах».

Рассмотрение упомянутого каталога приводит к ряду выводов.

1. Напряженность магнитного поля на поверхности звезд оказывается порядка 1000 Э. Однако такие значения H , по-видимому, гораздо больше среднего значения, так как измерить напряженности поля, не превосходящие 200 Э, при принятой методике нельзя.

2. Большинство звезд каталога (70 из 89) принадлежит к спектральному классу А (точнее, к интервалу В8—F0). Однако в значительной мере здесь сказывается наблюдательная селекция вследствие преимущественного отбора звезд, подобных звезде 78 Девы.

3. Почти все магнитные звезды обладают «пекулярными» спектрами, в которых некоторые линии ослаблены, а другие усилены по сравнению с обычными спектрами.

4. Магнитные поля всех изученных звезд являются переменными. При этом в некоторых случаях поля меняются периодически, в большинстве же случаев — иррегулярно.

Дальнейшими исследованиями установлено, что магнитные звезды представляют собой особую группу звезд класса А. Они не являются звездами, видимыми с полюса, а вращаются медленнее других звезд. Для объяснения магнитных и спектральных изменений этих звезд предложена модель наклонного ротатора, т. е. звезды, ось вращения которой наклонена под некоторым углом к магнитной оси. В таком случае вместе с вращением звезды перемещаются относительно наблюдателя и магнитные полюсы.

Важной особенностью магнитных звезд являются аномалии в их химическом составе. Такой вывод делается на основании аномалий интенсивностей линий поглощения. Поскольку интенсивности линий меняются с течением времени (т. е. с вращением звезды), то считается, что химические элементы неравномерно распределены по поверхности звезды. По-видимому, эта неравномерность относится лишь к поверхностным слоям и она вызывается влиянием магнитного поля, которое может иметь довольно сложную структуру.

Магнитные поля по наблюдаемому эффекту Зеемана были обнаружены также у других звезд. Например, поля с напряженностью порядка 1000 Э измерены у некоторых красных гигантов. Наблюдаемая круговая поляризация света белых карликов дала основание предполагать, что они обладают полями с напряженностью порядка 10^7 Э.

Для решения различных проблем звездного магнетизма должна применяться теория образования линий поглощения в магнитном поле. Эта теория необходима также для изучения магнитных полей солнечных пятен (см. § 15).

§ 14. Звезды разных спектральных классов

1. Зависимость спектра от температуры. До сих пор мы занимались вопросом о том, как образуется спектр одной какой-либо звезды. Теперь коротко остановимся на рассмотрении всей совокупности звездных спектров.

Как известно, в первом приближении звездные спектры образуют линейную последовательность. Все свойства спектра (например, эквивалентные ширины линий) меняются плавно вдоль последовательности. Объясняется это тем, что спектр звезды зависит в основном от одного параметра — от температуры. С изменением температуры изменяется степень возбуждения и ионизации атомов в атмосфере звезды, вследствие чего изменяются и интенсивности линий.

На практике все звездные спектры разделяются на ряд классов. Расположенные в порядке убывания температуры, эти классы таковы: O—B—A—F—G—K—M. В конце спектральная последовательность разветвляется: наряду со спектрами класса M (с полосами окиси титана) выделяются спектры классов R—N (с полосами углерода и циана) и спектры класса S (с полосами окиси циркония). По-видимому, это разветвление вызвано различием в химическом составе звезд.

Проследим за изменением спектра с увеличением температуры звезды. В спектрах наиболее холодных звезд (класс M и др.) присутствуют молекулярные полосы и линии нейтральных атомов металлов. С возрастанием температуры молекулы диссоциируют, вследствие чего молекулярные полосы пропадают (класс K). В дальнейшем металлы постепенно ионизируются. Очень сложные спектры класса G содержат огромное число линий нейтральных и ионизованных металлов. При последующем увеличении температуры увеличивается интенсивность линий ионизованных металлов (класс F). В классе A наибольшей интенсивности достигают линии балмеровской серии водорода. В классе B появляются линии гелия (так как для возбуждения линий гелия, лежащих в видимой части спектра, нужна достаточно высокая температура). Наконец, в классе O становятся интенсивными линии ионизованного гелия.

Можно также проследить за изменением интенсивностей отдельных линий с увеличением температуры звезды. Возьмем для примера линии, возникающие при переходе электронов из возбужденного состояния нейтрального атома. При низких температурах эти линии очень слабы, так как большинство атомов находится в основном состоянии. При увеличении температуры растет степень

возбуждения атомов, что влечет за собой возрастание эквивалентных ширин рассматриваемых линий. Однако увеличение числа атомов в возбужденном состоянии продолжается только до определенной температуры. При дальнейшем возрастании температуры число атомов в возбужденном состоянии уменьшается вследствие перехода атомов в ионизованное состояние. Поэтому уменьшаются и эквивалентные ширины рассматриваемых линий. Таким образом, при увеличении температуры звезды эквивалентные ширины линий, возникающих при переходе электронов из возбужденного состояния нейтрального атома, сначала растут, а затем убывают.

Аналогично изменяются (т. е. сначала растут, а затем убывают) с увеличением температуры и эквивалентные ширины линий ионизованных атомов. Только линии основной серии нейтрального атома ведут себя с возрастанием температуры иначе: их эквивалентные ширины при этом убывают (если не принимать во внимание образование молекул при низких температурах).

Изложенные качественные соображения подтверждаются соответствующими расчетами. Они основаны на использовании формул Больцмана и Саха, определяющих степень возбуждения и ионизации атомов. Как мы помним, эти формулы имеют вид

$$\frac{n_i}{n_1} = \frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_1 - \chi_i}{kT}}, \quad (14.1)$$

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = f e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (14.2)$$

где

$$f = \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3}. \quad (14.3)$$

Именно в результате применения формул (14.1) и (14.2) к звездным атмосферам Саха в 1921 г. объяснил спектральную классификацию.

Применим указанные формулы к вычислению зависимости эквивалентной ширины линии от температуры. Как и выше, рассмотрим линию, возникающую при переходе электрона из возбужденного состояния нейтрального атома. При принятии модели Эддингтона эквивалентная ширина линии будет тем больше, чем больше отношение n_i/α_v , где n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см^3 и α_v — объемный коэффициент поглощения в непрерывном спектре (см. § 12). Представим величину α_v в виде

$$\alpha_v = \kappa_v \rho, \quad (14.4)$$

где κ_v — коэффициент поглощения, рассчитанный на единицу массы, и ρ — плотность. Обозначим далее через q долю данного элемента в общей плотности ρ , т. е. положим

$$q\rho = m_a n, \quad (14.5)$$

где n — полное число атомов данного элемента в 1 см^3 , а m_a — масса одного атома. При помощи (14.4) и (14.5) получаем

$$\frac{n_i}{\alpha_v} = \frac{q}{m_a \kappa_v} \frac{n_i}{n}. \quad (14.6)$$

Будем считать, что $n = n_1 + n^+$, т. е. пренебрежем числом возбужденных атомов, а также числом дважды ионизованных атомов. Тогда, пользуясь формулами (14.1) и (14.2), находим

$$\frac{n_i}{\alpha_v} = \frac{q}{m_a \kappa_v} \frac{\frac{g_i}{g_1} e^{-\frac{\chi_1 - \chi_i}{kT}}}{1 + \frac{f}{n_e} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}}. \quad (14.7)$$

Эта формула и выражает зависимость величины n_i/α_v от температуры T . При помощи кривой роста, связывающей эквивалентную ширину линии W и величину n_i/α_v , мы можем найти также зависимость W от T .

Аналогичные формулы могут быть получены и для линий ионизованных атомов.

Из сказанного вытекает, что по виду звездного спектра (точнее говоря, по эквивалентным ширинам линий поглощения) может быть определена температура звездной атмосферы. Такая температура называется ионизационной.

Для определения ионизационных температур Фаулер и Милн предложили следующий способ. Пользуясь формулой (14.7), найдем ту температуру, при которой величина n_i/α_v (а значит, и величина W) имеет максимум, и припишем эту температуру звезде того спектрального класса, в котором данная линия действительно достигает наибольшей эквивалентной ширины. Считая, что $\kappa_v = \text{const}$ и $p_e = n_e kT = \text{const}$, из формулы (14.7) получаем для определения ионизационной температуры следующее уравнение:

$$p_e = \frac{\chi_i + \frac{5}{2} kT}{\chi_1 - \chi_i} f kT e^{-\frac{\chi_1}{kT}}. \quad (14.8)$$

Названные авторы, решив уравнение (14.8) (и аналогичные уравнения для линий ионизованных атомов) относительно T и сопоставив найденные значения T с данными наблюдений, получили шкалу ионизационных температур. Часть их результатов приведена в табл. 16. В ней для всех звезд принято $p_e = 10^{-6}$ атм.

Однако найденные указанным способом ионизационные температуры лишь грубо соответствуют действительности. На самом деле величина n_i/α_v зависит не только от температуры T , но и от параметров κ_v и n_e . В свою очередь эти параметры выражаются через температуру T и ускорение силы тяжести g . Поэтому и эквивалентная ширина линии зависит не только от T , но и от g . Разумеется,

Т а б л и ц а 16

Ионизационные температуры звезд

Спектральный класс	Максимум линии	Ионизационная температура, К
K5	Na, $1^2P - m^2D$	3900
G5	Mg, $1^3P - m^3S$	5250
G0	Ca II, $1^2S - m^2P$	6290
A0	H, серия Бальмера	10000
B2	He, $2^3P - m^2D$	16100
B1	Si III, O II	19000
O5	He II, λ 4686, серия Пикеринга	35000

величина W зависит от T гораздо сильнее, чем от g , что и объясняет существование линейной последовательности звездных спектров в первом приближении. Но и зависимость W от g также должна приниматься во внимание.

2. Влияние ускорения силы тяжести на спектр. При помощи формулы (14.7) можно построить графики, дающие эквивалентную ширину линии W в виде функции от температуры T . Эти графики различны для разных значений ускорения силы тяжести g (вследствие зависимости величин κ_ν и n_e не только от T , но и от g). При этом оказывается, что чем больше g , тем большая температура требуется для достижения линией максимальной эквивалентной ширины.

В атмосферах звезд-гигантов значения g гораздо меньше, чем в атмосферах звезд-карликов. Поэтому при данной эквивалентной ширине линии температура гиганта должна быть ниже температуры карлика. Иными словами, звезды-гиганты должны быть холоднее звезд-карликов того же спектрального класса. Этот теоретический вывод качественно подтверждается результатами наблюдений. Однако найденные из наблюдений различия в спектрах гигантов и карликов гораздо больше тех, которые предсказываются теорией, основанной на применении формулы (14.7) и аналогичной формулы для n^+/α_ν . В значительной мере это объясняется тем, что изменение ускорения силы тяжести сказывается на эквивалентной ширине линии не только благодаря изменению степени ионизации атомов, но также вследствие изменения роли эффектов давления, которые непосредственно влияют на ширину линии.

Тот факт, что эквивалентная ширина линии зависит не только от температуры T , но и от ускорения силы тяжести g , требует усовершенствования спектральной классификации. Каждый спектр звезды должен характеризоваться заданием не одного параметра, а двух, определенным образом связанных с T и g . Иначе говоря, спектральная классификация должна быть не одномерной, а двумерной.

Заметим, что влияние ускорения силы тяжести на спектр звезды называется обычно эффектом абсолютной величины. Объясняется это тем, что при заданной температуре ускорение силы тяжести g однозначно связано со светимостью звезды L . В самом деле, мы имеем

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (14.9)$$

и

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4. \quad (14.10)$$

Кроме того, величины L и M связаны эмпирическим соотношением масса — светимость типа

$$L \sim M^n, \quad (14.11)$$

где n — некоторый параметр (порядка 3—4). Из приведенных формул при $T_e = \text{const}$ получаем

$$g \sim L^{-1 + \frac{1}{n}}. \quad (14.12)$$

Таким образом, g тем больше, чем меньше L .

В некоторых работах были предложены эмпирические двумерные классификации звездных спектров. На практике наиболее часто применяется йеркская классификация, приписывающая каждой звезде, кроме спектрального класса, еще один из семи классов светимости (I — сверхгиганты, II — яркие гиганты, III — гиганты, IV — субгиганты, V — карлики главной последовательности, VI — субкарлики, VII — белые карлики). Иногда используется также французская классификация, основанная на характеристиках непрерывного спектра звезды, не искажаемых межзвездным поглощением света.

Представляет большой интерес то обстоятельство, что влияние ускорения силы тяжести на линии нейтральных и ионизованных атомов оказывается различным. Это позволяет по отношению эквивалентных ширин линий иона и нейтрального атома в спектре звезды находить ускорение силы тяжести на ее поверхности, а значит, и абсолютную величину звезды. Путем сопоставления абсолютной величины звезды с ее видимой величиной может быть также найдено расстояние до звезды. На этом основывается метод определения так называемых спектральных параллакс. Указанный метод начал применяться уже давно и дал ряд ценных результатов. На практике для каждого спектрального класса подобраны те линии ионов и нейтральных атомов, отношение интенсивностей которых особенно чувствительно к абсолютной величине.

3. Звезды ранних спектральных классов. В спектрах звезд ранних классов весьма интенсивны балмеровские линии водорода. Как видно из табл. 16, своей наибольшей интенсивности они дости-

гают в спектральном классе A0, т. е. при температуре около 10 000 К. При уменьшении температуры эти линии ослабевают из-за уменьшения числа атомов во втором состоянии. При увеличении температуры линии ослабевают вследствие усиления ионизации атомов.

Профили и эквивалентные ширины бальмеровских линий в спектрах звезд-гигантов и звезд-карликов существенно отличаются друг от друга. Это говорит о сильном влиянии на бальмеровские линии ускорения силы тяжести. Однако в данном случае это влияние обусловлено не столько изменением степени ионизации атомов, сколько эффектом Штарка. При переходе от гигантов к карликам плотность вещества в атмосфере возрастает, вследствие чего действие эффекта Штарка усиливается. По этой причине эквивалентные ширины бальмеровских линий в спектрах карликов значительно больше, чем в спектрах гигантов.

Сильное влияние ускорения силы тяжести на бальмеровские линии дает возможность определить значение g для данной звезды путем сравнения теоретических и наблюдаемых профилей линий. Теоретические профили должны быть определены на основе расчетов моделей фотосфер при эффективной температуре звезды и при разных значениях g . Сравнение теории с наблюдениями позволяет выбрать наиболее подходящее значение g . Как уже говорилось выше, знание g дает возможность найти светимость звезды, а затем и ее параллакс.

По расширению бальмеровских линий под действием эффекта Штарка можно также грубо оценить среднее значение электронной концентрации в атмосфере звезды. При учете эффекта Штарка для коэффициента поглощения в крыльях бальмеровских линий выше было получено выражение (8.46). Пользуясь тем, что в атмосферах горячих звезд число ионов равно числу свободных электронов (так как водород полностью ионизован), мы можем переписать это выражение в виде

$$k_{\lambda} = \frac{4\pi}{3} C \frac{e^{3/2} n_e}{(\lambda - \lambda_0)^{3/2}}. \quad (14.13)$$

Будем для простоты считать, что линии поглощения образуются при локальном термодинамическом равновесии. Тогда величина r_{λ} , характеризующая профиль линии, определяется формулой (9.19). Из этой формулы получаем

$$1 - r_{\lambda} = A \frac{\sigma_{\lambda}}{\sigma_{\lambda} + \alpha_v}, \quad (14.14)$$

где обозначено

$$A = \frac{\beta_v}{\frac{3}{2} \frac{\alpha_v}{\alpha} + \beta_v}. \quad (14.15)$$

Входящая в формулу (14.14) величина σ_{λ} представляет собой объемный коэффициент поглощения в линии, равный $\sigma_{\lambda} = n_2 k_{\lambda}$

где n_2 — число атомов водорода во втором состоянии в 1 см^3 . Пользуясь выражением (14.13), вместо формулы (14.14) находим

$$1 - r_\lambda = \frac{A}{1 + \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{D} \right)^{5/2}}, \quad (14.16)$$

где

$$D = \left(\frac{4\pi}{3} C e^{3/2} \frac{n_2 \bar{n}_e}{\alpha_v} \right)^{2/5} \quad (14.17)$$

и под \bar{n}_e понимается средняя концентрация свободных электронов в атмосфере.

Формулой (14.16) определяется профиль линии поглощения, расширенной эффектом Штарка. Строго говоря, эта формула применима лишь к крыльям линии. Однако для центральных частей линии значения величины σ_λ не существенны, так как для них $\sigma_\lambda \gg \alpha_v$ и, следовательно, величина $\frac{\sigma_\lambda}{\sigma_\lambda + \alpha_v}$ близка к 1.

При помощи формулы (14.16) получается следующее выражение для эквивалентной ширины линий:

$$W = \int (1 - r_\lambda) d\lambda = 2,64 AD. \quad (14.18)$$

Для каждой бальмеровской линии из наблюдений может быть найдена эквивалентная ширина W и величина A , представляющая собой центральную глубину линии (так как $A \approx 1 - r_{\lambda_0}$). Пользуясь этими значениями W и A , по формуле (14.18) можно найти величину D , а значит, и произведение $n_2 \bar{n}_e / \alpha_v$.

Для определения электронной концентрации \bar{n}_e необходимо предварительно найти величину n_2 / α_v . Чтобы сделать это, можно использовать высокие члены бальмеровской серии. Так как коэффициент поглощения быстро убывает с ростом номера линии, то для достаточно высоких членов серии будет выполняться неравенство $\sigma_\lambda \ll \alpha_v$. В этом случае эквивалентная ширина линии равна

$$W = A \frac{n_2}{\alpha_v} \int k_\lambda d\lambda = A \frac{n_2}{\alpha_v} \frac{h}{\nu_0} B_{2k}. \quad (14.19)$$

Формула (14.19) дает возможность найти величину n_2 / α_v , а формула (14.17) — величину \bar{n}_e .

Указанный способ определения величины \bar{n}_e имеет, однако, тот недостаток, что бальмеровские линии, для которых выполняется неравенство $\sigma_\lambda \ll \alpha_v$, в действительности могут не наблюдаться вследствие слияния этих линий, вызванного эффектами давления. Как мы помним, другой способ нахождения величины \bar{n}_e основан как раз на установлении номера последней наблюдаемой бальмеровской линии.

Наряду с линиями водорода в спектрах звезд классов В и О присутствуют интенсивные линии гелия, являющегося, как из-

вестно, следующим по распространенности элементом после водорода. Спектр гелия гораздо сложнее спектра водорода, однако он довольно подробно изучен. Многие линии гелия подвержены эффекту Штарка (в одних случаях квадратичному, в других — линейному) и по расширению этих линий можно судить об ускорении силы тяжести в атмосфере звезды. Влияние эффекта Штарка на линии ионизованного гелия, присутствующие в спектрах звезд класса O, может быть количественно изучено так же, как это делается в отношении линий водорода.

Как уже говорилось ранее (в § 5), в поверхностных слоях горячих звезд некоторую роль в переносе энергии играет рассеяние излучения на свободных электронах. Этот процесс может заметно влиять на распределение энергии в непрерывном спектре звезды. В некоторых случаях его необходимо также учитывать при изучении линейчатых спектров горячих звезд.

4. Звезды поздних спектральных классов. В спектрах звезд поздних классов присутствуют многочисленные линии металлов. Так как потенциалы возбуждения металлов сравнительно малы, то в возбужденных состояниях оказывается довольно много атомов. При переходах электронов из этих состояний и возникают линии, лежащие в видимой части спектра. При очень низких температурах в звездных атмосферах образуется также большое число молекул. Поэтому в спектрах звезд самых поздних классов видны интенсивные молекулярные полосы.

Для определения числа молекул в звездной атмосфере пользуются «формулой диссоциации», аналогичной формуле ионизации (14.2). Пусть при встрече атомов A и B образуется молекула AB . Обозначим через n_A , n_B и n_{AB} концентрации этих атомов и молекул. При термодинамическом равновесии имеем

$$\frac{n_A n_B}{n_{AB}} = \frac{g_A g_B}{g_{AB}} \left(\frac{2\pi M}{h^2} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{1/2} h^2}{8\pi^2 I} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \right) e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (14.0)$$

где g_A , g_B , g_{AB} — статистические веса основных состояний атомов A и B и молекулы AB , M — приведенная масса, I — момент инерции, ν_0 — основная частота колебаний атомов в молекуле, U — энергия диссоциации молекулы. Величины M и I , как известно, равны

$$M = \frac{M_A M_B}{M_A + M_B}, \quad I = M r_0^2, \quad (14.21)$$

где r_0 — равновесное расстояние между ядрами атомов A и B .

В таблице 17 для некоторых молекул приведены значения параметров, входящих в формулу (14.20). При этом энергия диссоциации U дана в электронвольтах, приведенная масса M — в атомных единицах массы, расстояние между ядрами r_0 — в ангстремах.

Вычисления по формуле (14.20) показывают, что в атмосферах холодных звезд (с температурами порядка 2000—3000 K) должно

Т а б л и ц а 17

Некоторые параметры молекул

Молекула	Энергия диссоциации	Приведенная масса	Расстояние между ядрами	Молекула	Энергия диссоциации	Приведенная масса	Расстояние между ядрами
H ₂	4,48	0,504	0,742	NH	3,6	0,940	1,038
C ₂	6,3	6,002	1,312	O ₂	5,08	8,000	1,207
CH	3,47	0,930	1,120	OH	4,37	0,948	0,971
CO	11,1	6,858	1,209	TiO	6	11,998	1,620
CN	7	6,464	1,172	ZrO	7	13,584	1,42

находиться много различных молекул. С увеличением температуры число молекул в атмосферах убывает. Однако даже при температурах порядка 5000 К в атмосферах должно находиться еще достаточное число молекул, чтобы они могли быть обнаружены при наблюдениях. В самом деле, в спектре Солнца наблюдается большое число слабых молекулярных полос.

Для расчета молекулярных спектров звезд необходимо не только уметь определять количество молекул в атмосферах, но и знать структуру спектров и коэффициенты поглощения в полосах. Такие сведения для большинства молекул в настоящее время являются лишь приближенными. Тем не менее, пользуясь имеющимися данными, можно вычислить изменение интенсивностей полос различных молекул с изменением температуры звезды. Если принять, что звездные атмосферы по химическому составу не отличаются заметно от атмосферы Солнца, то вычисленные молекулярные спектры в общих чертах совпадают с молекулярными спектрами звезд классов G—K—M.

Важно то, что молекулярные спектры звезд существенно зависят от давления в атмосферах (так как число молекул n_{AB} пропорционально числам атомов n_A и n_B). Поэтому интенсивности полос одних и тех же молекул в спектрах гигантов и карликов весьма различны. Таким образом, по характеру молекулярных спектров звезд можно судить об ускорении силы тяжести в атмосферах.

Как уже говорилось, в области поздних классов происходит разветвление спектральной последовательности, что объясняется различиями в химическом составе звездных атмосфер. В атмосферах звезд класса M кислорода больше, чем углерода, вследствие чего кислород соединяется в основном с титаном, образуя молекулы TiO. В атмосферах же звезд классов R и N углерода больше, чем кислорода. Поэтому кислород соединяется не с титаном, а с углеродом, образуя молекулу CO (не имеющую полос в видимой части

спектра). Другие же атомы углерода входят в молекулы CH , CN и C_2 , характерные для спектров классов R и N.

5. Белые карлики. Спектры белых карликов сильно отличаются от спектров звезд главной последовательности. Основная их особенность — очень небольшое число линий поглощения. Значительная часть белых карликов вообще не содержит заметных линий поглощения в своих спектрах (эти спектры относятся к классу DC). В спектрах белых карликов класса DB присутствуют лишь некоторые линии гелия. Большинство изученных белых карликов обладает спектрами класса DA, в которых содержится только несколько первых членов бальмеровской серии водорода. В спектрах белых карликов классов DF, DG и DK присутствуют также линии H и K Ca II и некоторые линии FeI.

С помощью 200-дюймового телескопа Гринстейн получил спектрограммы нескольких десятков белых карликов, позволившие измерить профили и эквивалентные ширины линий поглощения (см. [9]). Он считает, что белые карлики делятся на две последовательности. Атмосферы звезд одной из них состоят в основном из водорода (спектральные классы DA, DF, DG, DK), а атмосферы звезд второй — в основном из гелия (спектральные классы DB и DC). Горячие звезды второй последовательности содержат в своих спектрах линии гелия и принадлежат к классу DB. В спектрах же холодных звезд второй последовательности линии гелия наблюдать не могут и эти звезды относятся к классу DC.

Основные черты спектров белых карликов объясняются огромными ускорениями силы тяжести в их атмосферах (порядка 10^6 — 10^{10} см/с²). Это приводит к большим концентрациям частиц в атмосферах и, следовательно, к сильному действию эффекта Штарка. По указанной причине бальмеровские линии в спектрах белых карликов оказываются очень широкими (их эквивалентные ширины достигают до десятков ангстрем). Вместе с тем высокие члены бальмеровской серии сливаются и мы видим лишь несколько первых членов серии (обычно не больше пяти). Труднее объяснить слабость линий металлов в спектрах белых карликов. Может быть, здесь играет роль гравитационное разделение атомов, т. е. то обстоятельство, что под действием силы тяжести тяжелые атомы оказываются в более глубоких слоях атмосферы, чем легкие.

Профили и эквивалентные ширины бальмеровских линий в спектрах белых карликов можно приближенно вычислить по формулам (14.16) и (14.18), полученным при учете эффекта Штарка. Входящие в эти формулы величины A и D зависят от физических условий на «эффективном» уровне образования линии. Мы будем считать, что на этом уровне оптическая глубина в непрерывном спектре равна $1/3$, т. е.

$$\alpha_v \Delta r = \frac{1}{3}, \quad (14.22)$$

где Δr — «толщина однородной атмосферы». Далее, из уравнения гидростатического равновесия имеем

$$\Delta r = \frac{kT}{\mu m_{\text{H}} g}, \quad (14.23)$$

где μ — средний молекулярный вес. Пользуясь также обычной формулой, связывающей температуру с оптической глубиной, получаем

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{2\alpha_v} \right)^{1/4}, \quad (14.24)$$

где T_0 — поверхностная температура звезды. Если задать значения величин T_0 и g , а также химический состав атмосферы, то при помощи трех последних формул можно определить величины Δr ,

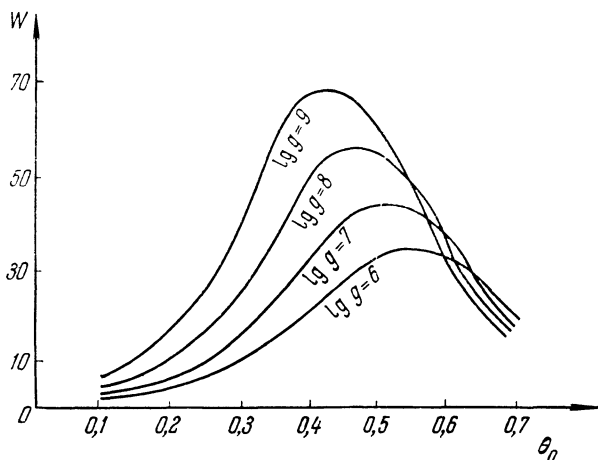


Рис. 16

ρ и T на рассматриваемом уровне (значения коэффициента поглощения α_v в зависимости от ρ и T даются в специальных таблицах). После этого могут быть найдены и искомые величины A и D для данной линии.

В результате таких вычислений были определены профили и эквивалентные ширины бальмеровских линий для звезд с большими ускорениями силы тяжести в атмосферах. На рис. 16 приведены графики, дающие эквивалентные ширины линии H_γ в зависимости от величины $\theta_0 = 5040/T_0$ при разных значениях g . Из рисунка видно, что эквивалентная ширина линии растет с увеличением g . Это объясняется увеличением плотности в атмосфере, а значит, и усилением эффекта Штарка. Приведенные графики также показывают, что величина W сильно зависит от температуры T_0 .

На рис. 17 для сравнения приведена диаграмма, построенная на основании наблюдательных данных. На ней по оси ординат отложены значения эквивалентной ширины линии, а по оси абсцисс — значения показателя цвета $U - V$. Так как величина $U - V$ примерно линейно зависит от величины θ_0 , то из сравнения рисунков 16 и 17 мы можем сделать заключение о приблизительном согласии теории с наблюдениями.

Профили линий поглощения, вычисленные по формуле (14.16), оказываются весьма различными для разных температур. При больших значениях T_0 величина A мала, а величина D велика, т. е. линия является широкой, но неглубокой. Малость величины

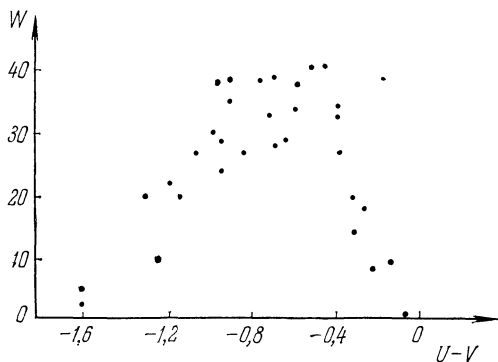


Рис. 17

A обусловлена как малостью величины β_v при высоких температурах, так и большими значениями величины $\alpha_v/\bar{\alpha}$ при высоких температурах и больших ускорениях силы тяжести. В спектрах очень горячих белых карликов линии поглощения трудно обнаружить. При низких температурах величина D мала, т. е. линия является узкой. Такой характер линий поглощения, определенных теоретически, также согласуется с наблюдательными данными.

Более точные вычисления профилей балмеровских линий в спектрах белых карликов были сделаны на основе расчетов моделей звездных фотосфер. Путем сравнения теоретических и наблюдаемых профилей линий произведены оценки величин T_0 и g для ряда белых карликов.

Представляет интерес вопрос о влиянии вращения звезды на профили линий поглощения в спектрах белых карликов. Однако этот вопрос очень труден, так как линии в спектрах белых карликов сильно расширены эффектом Штарка. Чтобы определить скорость вращения, необходимы очень большие значения этой скорости. Правда, белые карлики в принципе могут вращаться очень быстро, так как скорость отрыва достигает у них нескольких тысяч километров в секунду.

Можно даже высказать предположение, что быстрое вращение белых карликов делает незаметными линии поглощения в их спектрах. Подсчеты показывают, что это вряд ли возможно в случае линий водорода с большой эквивалентной шириной. Однако менее широкие линии могут стать совершенно незаметными вследствие вращения. Чтобы показать это, воспользуемся формулой (13.20), позволяющей определять профили линий в спектре вращающейся звезды по профилям линий в спектре невращающейся звезды при различных скоростях вращения.

Применяя эту формулу к центру линии, мы можем переписать ее в виде

$$1 - \bar{r}(0) = \int_{-1}^{+1} \left[1 - r \left(v_0 \frac{v}{c} x \sin i \right) \right] A(x) dx, \quad (14.25)$$

где величина $A(x)$ определяется формулой (13.26). Пользуясь определением эквивалентной ширины линии, из (14.25) получаем

$$1 - \bar{r}(0) < A(0) \frac{W_{\lambda} c}{\lambda v \sin i}. \quad (14.26)$$

Если $W \approx 1 \text{ \AA}$ и $v \sin i \approx 1000 \text{ км/с}$, то из неравенства (14.26) следует, что $1 - \bar{r}(0) < 0,05$. Линии же с такой небольшой глубиной трудно заметить. Поэтому возможно, что именно вращение звезды вызывает отсутствие заметных линий поглощения металлов в спектрах белых карликов (за исключением, например, линий H и K Ca II, обладающих значительной эквивалентной шириной).

Следует отметить, что вопрос о вращении белых карликов интересен также с точки зрения космогонии. По современным взглядам, белый карлик является конечной стадией эволюции звезды, находившейся когда-то в верхней части главной последовательности и прошедшей затем через стадию гиганта и сверхгиганта. Звезды же верхней части главной последовательности, как известно, вращаются весьма быстро. Поэтому изучение вращения белых карликов должно способствовать выяснению эволюционных путей звезды.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ II

1. Heitler W. The quantum theory of radiation.— Oxford, 1954 (русский перевод: Гайтлер В. Квантовая теория излучения.— М.: Изд-во иностр. лит., 1956).
2. Современные проблемы астрофизики и физики Солнца.— М.: Изд-во иностр. лит., 1951.
3. Соболевман И. И. Введение в теорию атомных спектров.— М.: Наука, 1977.
4. Lang K. R. Astrophysical Formulae.— 1974 (русский перевод: Ленг К. Астрофизические формулы, ч. I.— М.: Мир, 1978).

5. Unsöld A. Physik der Sternatmosphären.— 1938 (русский перевод: Унзольд А. Физика звездных атмосфер.— М.: Изд-во иностр. лит., 1949).
6. Mihałas D. Stellar Atmospheres.— 1978 (русский перевод: Михалас Д. Звездные атмосферы, ч. II.: — М.: Мир, 1982).
7. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет.— М.: Гостехиздат, 1956.
8. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел.— М.: Наука 1969.
9. Stellar atmospheres/Ed. J. L. Greenstein, 1960 (русский перевод: Звездные атмосферы.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963).
10. Мустель Э. Р. Звездные атмосферы.— М.: Физматгиз, 1960.
11. Aller L. H. The abundance of the elements, 1961 (русский перевод: Аллер Л. Распространенность химических элементов.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963).

Солнце — одна из звезд, и поэтому многое из того, что говорилось в предыдущих главах о звездах, относится и к Солнцу. Однако чрезвычайная близость к нам Солнца позволяет исследовать его гораздо подробнее других звезд. В частности, Солнце является единственной из звезд, диск которой мы видим. Это дает возможность изучить распределение яркости по диску Солнца и изменение спектральных линий при переходе от центра диска к краю (об этом уже шла речь выше). Вместе с тем наблюдения солнечного диска обнаруживают очень важные детали на нем: пятна, грануляцию и т. д. Несомненно, что такие детали характерны и для других звезд, но они не могут нами наблюдаться. Краткое рассмотрение различных явлений на солнечном диске будет сделано в начале настоящей главы.

Наибольшее же внимание в этой главе будет уделено самым внешним слоям атмосферы Солнца: хромосфере и короне. Имеются факты, говорящие о наличии таких слоев и у других звезд, однако их изучение встречает большие трудности. В случае же Солнца хромосфера и корона исследуются сравнительно легко, особенно на основе наблюдений, выполненных во время затмений. В конце главы кратко рассматривается проблема радиоизлучения Солнца, источником которого являются те же внешние слои его атмосферы.

Физические процессы, происходящие на Солнце, представляют огромный интерес для астрофизики. Вместе с тем их изучение имеет большое практическое значение вследствие сильного влияния Солнца на Землю. Однако многие проблемы физики Солнца, лежащие в стороне от основного направления этой книги, здесь подробно рассматриваться не будут. С ними можно познакомиться по соответствующим монографиям (см., например, [1] — [4]).

§ 15. Общие сведения

1. Фотосфера Солнца. Путем решения уравнений, приведенных в § 6, может быть построена теоретическая модель солнечной фотосферы. К настоящему времени получен ряд таких моделей, отличающихся друг от друга заданием химического состава, а также теми математическими допущениями, которые делаются при расчетах.

В таблице 18 в виде примера приведены результаты расчета одной из первых моделей, в которых принимается правильный основной источник поглощения в солнечной фотосфере, т. е. отрица-

тельный ион водорода (см. [2]). При вычислениях были взяты следующие значения основных параметров: $T_e = 5713\text{K}$, $g = 2,74 \cdot 10^4 \text{ см/с}^2$, $\lg A = 3,8$ (через A обозначается отношение числа атомов водорода к числу атомов металлов).

В первом столбце таблицы дана оптическая глубина, соответствующая среднему коэффициенту поглощения, во втором — температура T , в третьем и четвертом — логарифмы полного давления p

Т а б л и ц а 18

Теоретическая модель фотосферы Солнца

$\bar{\tau}$	T, K	$\lg p$	$\lg p_e$	$\rho \cdot 10^8$	h	$\bar{\tau}$	T, K	$\lg p$	$\lg p_e$	$\rho \cdot 10^8$	h
0,01	4650	3,74	9,85	1,4	515	0,20	5090	4,60	0,71	9,4	232
0,02	4700	4,01	0,09	2,7	428	0,40	5400	4,77	0,96	13,1	170
0,04	4740	4,19	0,27	3,9	370	0,60	5660	4,86	1,15	15,4	135
0,06	4790	4,30	0,36	5,0	333	0,80	5870	4,91	1,32	16,6	115
0,08	4840	4,38	0,44	6,0	307	1,00	6070	4,94	1,48	17,3	103
0,10	4890	4,43	0,50	6,6	290						

и электронного давления p_e соответственно, в пятом — плотность в г/см^3 и в последнем — геометрическая высота в километрах, отсчитываемая от некоторого уровня.

Для Солнца может быть также построена эмпирическая модель фотосферы. Эта возможность основана на том, что в случае Солнца мы имеем наблюдательные данные о распределении яркости по диску для разных частот. Как известно, интенсивность излучения, выходящего из фотосферы на угловом расстоянии ϑ от центра диска, дается формулой

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-\tau_\nu \sec \vartheta} \sec \vartheta d\tau_\nu, \quad (15.1)$$

где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T и τ_ν — оптическая глубина в частоте ν . Считая температуру T функцией от τ_ν , мы можем рассматривать соотношение (15.1) как интегральное уравнение для определения величины $B_\nu(T)$.

Для получения приближенного решения уравнения (15.1) величину $B_\nu(T)$ обычно представляют в виде разложения по некоторым функциям от τ_ν с неопределенными коэффициентами. Например, можно положить

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau_\nu + c_\nu \tau_\nu^2. \quad (15.2)$$

Подставляя (15.2) в (15.1) и интегрируя, находим

$$I_\nu(0, \vartheta) = a_\nu + b_\nu \cos \vartheta + 2c_\nu \cos^2 \vartheta. \quad (15.3)$$

Коэффициенты a_v , b_v и c_v определяются по полученным из наблюдений значениям величины $I_v(0, \vartheta)$. Вместо выражения (15.2) можно пользоваться формулой:

$$B_v(T) = a_v + b_v \tau_v + c_v E_2 \tau_v, \quad (15.4)$$

дающей более правильные результаты как при $\tau_v \rightarrow 0$, так и при $\tau_v \rightarrow \infty$. Подставляя (15.4) в (15.1), имеем

$$I_v(0, \vartheta) = a_v + b_v \cos \vartheta + c_v [1 - \cos \vartheta \ln(1 + \sec \vartheta)]. \quad (15.5)$$

Формулы (15.2) и (15.4) связывают между собой величины τ_v и T , т. е. дают оптические глубины в разных частотах на одном и том же уровне в фотосфере (характеризуемом температурой T). На основании определения оптической глубины мы имеем

$$\alpha_v = -\frac{d\tau_v}{dr} = -\frac{d\tau_v}{dT} \cdot \frac{dT}{dr}. \quad (15.6)$$

Следовательно, если известна величина τ_v как функция от T , то можно найти и величину α_v как функцию от T (с точностью до постоянного для данного слоя множителя dT/dr). Тем самым находится эмпирическая зависимость α_v от частоты ν на разных глубинах.

Полученная указанным способом зависимость α_v от ν была сопоставлена с теоретическим выражением для α_v , обусловленным отрицательным ионом водорода. Такое сопоставление с несомненностью подтвердило правильность принимаемого источника поглощения в фотосфере Солнца.

После определения зависимости температуры T от τ_v может быть найдена и зависимость давления p от τ_v . Для этого мы должны воспользоваться уравнением гидростатического равновесия (4.42), которое вместе с уравнением (15.6) дает

$$\frac{dp}{d\tau_v} = \frac{gp}{\alpha_v}. \quad (15.7)$$

Для коэффициента поглощения α_v возьмем теоретическое выражение (5.14), представив его в виде $\alpha_v = \rho p_e f_v(T)$ (так как $n_1 = \rho/m_H$ вследствие слабой ионизации водорода в солнечной фотосфере). Поэтому вместо уравнения (15.7) получаем

$$\frac{dp}{d\tau_v} = \frac{g}{p_e f_v(T)}. \quad (15.8)$$

При заданном химическом составе электронное давление p_e может быть выражено через p и T при помощи формулы ионизации. Это позволяет проинтегрировать уравнение (15.8), т. е. найти p в виде функции от τ_v . После этого плотность ρ находится из уравнения состояния газа. Для установления связи между оптическими и геометрическими расстояниями в фотосфере можно применить

соотношение

$$r - r_0 = - \int \frac{d\tau_v}{\alpha_v}, \quad (15.9)$$

где r_0 — произвольная постоянная. Так как α_v зависит от p и T , то для выполнения интегрирования в (15.9) надо использовать найденные выражения этих величин через τ_v .

Эмпирические модели солнечной фотосферы в общих чертах согласуются с теоретическими моделями, однако между ними имеются и различия. Отчасти эти различия вызваны тем, что в работах по теории фотосфер не вполне точно учитывались некоторые существенные явления (покровный эффект, конвекция и др.).

2. Конвекция и грануляция. В теории звездных фотосфер обычно предполагается, что в фотосфере осуществляется лучистое равновесие. Такое предположение мы сделали в гл. I, и на его основе определялась структура фотосферы и рассчитывалось поле излучения в ней. В частности, приведенные в табл. 18 результаты расчета модели фотосферы Солнца были получены при допущении о лучистом равновесии фотосферы. Однако возникает вопрос о том, будет ли такое состояние фотосферы устойчивым, т. е. будет ли элемент объема, выведенный каким-либо образом из своего равновесного положения, возвращаться в него под действием существующих в фотосфере сил. Если этого не будет, то в фотосфере возникнут перемещения газовых масс, т. е. конвекция.

Найдем условие наступления конвекции в фотосфере. Для этого допустим, что некоторый элементарный объем испытывает перемещение снизу вверх. Будем считать, что объем при этом перемещении расширяется адиабатически. Тогда температура и плотность в объеме будут изменяться определенным образом (согласно уравнениям адиабаты). Если температура в объеме окажется ниже температуры окружающего газа (а значит, плотность в объеме больше плотности этого газа), то под действием тяготения объем вернется в исходное положение. Если же температура в объеме окажется выше температуры окружающего газа, то объем будет продолжать подниматься. В последнем случае наступает конвекция.

Таким образом, условие наступления конвекции состоит в том, что адиабатический градиент температуры должен быть меньше градиента температуры при лучистом равновесии, т. е.

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ад}} < \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{луч}}. \quad (15.10)$$

Полученное неравенство можно привести к более удобному виду. Для этого воспользуемся уравнением гидростатического равновесия (4.42) и уравнением состояния идеального газа (4.43). Из указанных уравнений вытекает

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{g \mu p}{R_* T}. \quad (15.11)$$

Поэтому находим

$$-\frac{dT}{dr} = -\frac{dT}{dp} \frac{dp}{dr} = \frac{g\mu}{R_*} \frac{d \ln T}{d \ln p}. \quad (15.12)$$

Следовательно, вместо (15.10) имеем

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{ад}} < \left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{луч}}. \quad (15.13)$$

Условие наступления конвекции в виде неравенства (15.13) было получено Шварцшильдом еще в 1905 г.

Посмотрим, выполняется ли неравенство (15.13) в фотосфере. Для этого вычислим в отдельности его левую и правую части.

Как известно, при адиабатическом изменении состояния выполняется соотношение

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const}, \quad (15.14)$$

где $\gamma = c_p/c_v$, c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, а c_v — теплоемкость газа при постоянном объеме. Из (15.14) следует

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{ад}} = \frac{\gamma-1}{\gamma}. \quad (15.15)$$

Для одноатомного газа $\gamma = 5/3$. Поэтому в данном случае

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{ад}} = \frac{2}{5}. \quad (15.16)$$

Для вычисления правой части неравенства (15.13) воспользуемся формулой (4.49), определяющей величину dT/dr при лучистом равновесии в случае $\kappa = \text{const}$. На основании формул (15.12) и (4.49) имеем

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{луч}} = \frac{1}{4}. \quad (15.17)$$

Из сравнения формул (15.16) и (15.17) видно, что неравенство (15.13) не выполняется, т. е. конвекция в фотосфере не возникает. Такой вывод и был сделан первоначально в теории фотосфер. Однако дальнейшими исследованиями было установлено, что конвекция в фотосферах все-таки может наступать по двум причинам: 1) вследствие изменения коэффициента поглощения κ с глубиной, 2) вследствие изменения с глубиной степени ионизации атомов. Последнее обстоятельство связано с тем, что процессы ионизации атомов ведут к изменению теплоемкости газа, точнее говоря, к уменьшению эффективного значения величины γ . Так как самым распространенным элементом в фотосферах является водород.

то наибольшее влияние на величину $(d \ln T / d \ln p)_{\text{ад}}$ оказывает ионизация водородных атомов. Подсчеты показывают, что при определенной степени ионизации водорода наступает конвекция в фотосфере. С увеличением глубины степень ионизации водорода возрастает. Когда водород становится почти полностью ионизованным, конвекция прекращается.

Таким образом, в звездных фотосферах существуют конвективные зоны, обусловленные частичной ионизацией водорода. В этих зонах температурный градиент является адиабатическим.

Глубина, на которой начинается конвективная зона, для разных звезд различна. У звезд класса А тонкая конвективная зона расположена в поверхностных слоях. В фотосфере Солнца эта зона начинается на оптической глубине в видимой части спектра порядка 2. При переходе к более холодным звездам главной последовательности глубина залегания конвективной зоны и ее толщина увеличиваются.

Так как конвективная зона в солнечной фотосфере находится на сравнительно небольшой оптической глубине, то она может влиять на некоторые наблюдаемые характеристики Солнца. Согласно Зидентопфу существованием конвекции объясняется самый вид поверхности Солнца, а именно, так называемая грануляция, т. е. зернистая структура поверхности. При этом гранула отождествляется с конвективной ячейкой, в которой нагретое вещество поднимается вверх (а в промежутках между гранулами стекает вниз).

Как показывают наблюдения, размеры гранул составляют в среднем 500 км, а их средняя продолжительность жизни равна приблизительно 8 минутам. Грубые теоретические оценки этих величин приводят примерно к таким же значениям. Эти оценки основываются на представлении о том, что в атмосфере с градиентом плотности конвективные элементы должны иметь диаметры того же порядка, что и локальная высота однородной атмосферы. Поднимаясь, конвективные элементы адиабатически расширяются и сливаются с другими элементами. Вместо них образуются новые элементы меньших диаметров (так как высота однородной атмосферы уменьшается при переходе к более внешним слоям Солнца). Такая картина развития грануляции подтверждается кинематографированием поверхности Солнца.

С конвекцией тесно связано еще одно важное явление в атмосфере Солнца — ее колебания (или пульсации). Наиболее отчетливо выражены колебания с периодом около 5 минут и со скоростями порядка 0,5 км/с. Причину этих колебаний видят в акустических волнах, возникающих в конвективной зоне.

3. Солнечные пятна. На диске Солнца временами наблюдаются темные образования — солнечные пятна. Линейные размеры пятен доходят до 100 000 км. Продолжительность их существования весьма различна: от нескольких часов до нескольких месяцев. Каждое

пятно состоит из более темного ядра (или тени) и более светлой каймы, называемой полутенью. Однако пятна кажутся темными лишь вследствие контраста с фотосферой; на самом деле они весьма горячие. Эффективная температура пятна порядка 4500 К (а эффективная температура фотосферы, как известно, равна 5785 К). Спектр пятна относят к классу K0, в то время как спектральный класс фотосферы есть G2.

Спектроскопическое изучение пятен позволило сделать вывод о движении газа в них. Скорости этого движения — порядка 2 км/с в области полутени. При этом в нижних слоях пятна вещество из него вытекает, а в верхних — в него втекает (эффект Эвершеда). Принимая во внимание существование таких потоков газа, можно было бы думать, что в пятне происходит в основном конвективный перенос энергии. Однако в действительности в пятне, как и в фотосфере, главную роль в переносе энергии играет лучеиспускание. К такому выводу приводит сравнение теоретических и наблюдательных данных об интенсивности излучения, выходящего из пятна. В пятне (как и вообще в фотосферах холодных звезд) поглощение света производится в основном отрицательным ионом водорода. Поэтому приближенно можно считать, что в видимой части спектра коэффициент поглощения не зависит от длины волны, и интенсивность излучения, выходящего из пятна, в случае лучистого равновесия определяется формулой (4.39). Эта формула дает: 1) распределение энергии в спектре пятна при заданном угле ϑ , 2) изменение интенсивности излучения данной частоты ν при изменении положения пятна на диске Солнца. Значения интенсивности излучения $I_\nu(0, \vartheta)$, вычисленные по формуле (4.39), находятся в удовлетворительном согласии с результатами наблюдений пятен. Однако при допущении о конвективном равновесии пятна согласие между теорией и наблюдениями отсутствует.

Физические условия в пятнах изучаются такими же методами, как и условия в звездных атмосферах. В частности, применяется построение кривых роста и анализ профилей спектральных линий. В результате определяется степень возбуждения и ионизации атомов, электронная концентрация, скорости движения газов и другие характеристики пятен.

Наиболее важной особенностью солнечных пятен является присутствие в них магнитных полей. Пятен без поля не наблюдается. Более того, слабые магнитные поля иногда обнаруживаются до появления пятна в данном месте фотосферы (или через некоторое время после его исчезновения).

Исследование магнитных полей пятен производится на основе наблюдения эффекта Зеемана, представляющего собой расщепление спектральных линий в магнитном поле. Картина расщепления зависит от угла между направлением поля и лучом зрения. Обычно магнитные поля пятен перпендикулярны к солнечной поверхности. Поэтому для пятна в центральной части диска имеет место продоль-

ный эффект Зеемана. В этом случае линия расщепляется на две поляризованные по кругу составляющие, отстоящие от нормального положения линии на величину

$$\Delta\lambda = 4,7 \cdot 10^{-5} g \lambda^2 H, \quad (15.18)$$

где длина волны λ выражена в сантиметрах, напряженность поля H в эрстедах и g — множитель Ланде. Определение напряженности магнитных полей пятен при помощи формулы (15.18) приводит к значениям порядка нескольких сотен и тысяч эрстед.

В большинстве случаев зеемановские компоненты линии не наблюдаются в отдельности, а сливаются между собой, т. е. при наличии магнитного поля линия расширяется. При этом происходит увеличение эквивалентной ширины для линий средней интенсивности, вследствие чего кривая роста поднимается в ее «пологой» части. По кривой роста для пятен может быть оценена напряженность магнитного поля.

Для подробной интерпретации спектров солнечных пятен необходима теория образования линий поглощения в магнитном поле. Эта теория разрабатывалась во многих исследованиях, причем в некоторых из них при довольно общих предположениях (в частности, при учете некогерентности рассеяния света).

Причина образования солнечных пятен не вполне ясна. Несомненно, их появление связано с возникновением в глубине конвективной зоны магнитных полей, которые каким-то образом выносятся наружу. Как известно, плотность магнитной энергии равна $H^2/8\pi$. В глубоких слоях эта энергия меньше энергии конвективного движения $\frac{1}{2}\rho v^2$ и магнитное поле не препятствует конвекции. Но в наружных частях пятен имеет место обратное неравенство, т. е.

$$\frac{H^2}{8\pi} > \frac{1}{2}\rho v^2, \quad (15.19)$$

и магнитное поле подавляет конвекцию. Считается, что вследствие отсутствия конвективного переноса энергии наружные части пятен и оказываются холоднее окружающей их фотосферы.

Группы пятен обычно окружены факелами, представляющими собой светлые образования на диске Солнца. Как правило, факелы появляются несколько раньше пятен и существуют в среднем в три раза дольше их. Особенно хорошо видны факелы на краю диска, где фотосфера менее ярка, чем в центре. Этот факт объясняется тем, что в поверхностных слоях температура факела выше температуры фотосферы (примерно на 300 К). По-видимому, перенос энергии в факелах осуществляется не только лучеиспусканием, но и конвекцией.

4. Солнечная активность. Кроме пятен и факелов, на Солнце наблюдаются и другие нестационарные процессы. Наиболее замечательные из них — хромосферные вспышки и протуберанцы.

Хромосферная вспышка представляет собой внезапное возрастание яркости некоторой части поверхности Солнца (по площади равной примерно пятну). Обычно усиление вспышки происходит в течение нескольких минут, а ослабление — более медленно. Иногда вспышки удается обнаружить в белом свете, но преимущественно их наблюдают в линии H_{α} и некоторых других линиях при помощи спектрогелиографа. В большинстве случаев вспышка возникает над группами пятен или недалеко от них. По наблюдаемой мощности вспышек найдено, что плотность вещества в вспышках гораздо больше, чем в соседних частях хромосферы. Причину вспышек различные гипотезы связывают с характером магнитных полей над группами пятен.

Изучение вспышек имеет большое значение для геофизики, так как они оказывают сильное влияние на состояние земной ионосферы. Во время вспышек от Солнца идут потоки быстрых корпускул и высокочастотного излучения (ультрафиолетового и рентгеновского). Эти корпускулы и фотоны, попадая в земную ионосферу, вызывают магнитные бури, нарушения радиосвязи и многие другие явления.

В физике солнечной атмосферы важное место занимает также изучение протуберанцев, под которыми понимают облака газа, наблюдаемые над краем солнечного диска. Точнее говоря, протуберанцы находятся выше хромосферы — в короне. Спектр протуберанца состоит из отдельных ярких линий: водорода, ионизованного кальция и др. Так как протуберанцы не проектируются на фотосферу, то в их спектрах почти нет непрерывного фона и отсутствуют линии поглощения.

Однако протуберанцы могут наблюдаться и на диске Солнца. В этом случае они проявляют себя вследствие поглощения света в отдельных линиях. Обнаружить протуберанцы на солнечном диске можно при помощи спектрогелиографа, позволяющего получить фотографии Солнца в лучах определенной длины волны. На спектрогелиограммах, снятых в ядрах линий водорода, ионизованного кальция и др., видны темные волокна (или, как их иногда называют, темные флоккулы). Эти образования и представляют собой протуберанцы, проектирующиеся на диск Солнца.

По форме, размерам и характеру движения протуберанцы весьма разнообразны. При грубой классификации различают спокойные протуберанцы (не меняющиеся заметно в течение часов и суток) и эруптивные протуберанцы (движущиеся с громадными скоростями, достигающими до 1000 км/с). Выделяют также особый класс протуберанцев, которые связаны с солнечными пятнами.

Очень ценные данные о движении протуберанцев были получены путем их кинематографирования, произведенного на ряде обсерваторий. В частности, при этом выяснилось, что эруптивные протуберанцы возникают из спокойных вследствие внезапного возрастания скорости. Было также установлено, что многие протуберан-

цы образуются при конденсации коронального вещества, которое в виде струй движется затем вниз. Движение протуберанцев, несомненно, связано с существующими на Солнце магнитными полями. Во многих случаях оно имеет характер движения заряженных частиц вдоль силовых магнитных линий. Движения протуберанцев детально изучил А. Б. Северный в Крымской астрофизической обсерватории. Большой интерес представляют вопросы свечения протуберанцев. Однако здесь ими мы заниматься не будем, так как они близки к вопросам свечения хромосферы, которые будут подробно рассмотрены в следующем параграфе.

Солнечные пятна, факелы, вспышки и протуберанцы представляют собой наиболее характерные примеры проявления солнечной активности. Как известно, эта активность заметно изменяется с течением времени, причем приблизительный период изменений составляет 11 лет. Однако солнечная активность не влияет на характеристики Солнца как звезды. Иными словами, у звезды, похожей на Солнце, появление пятен и протуберанцев не может нами отмечаться. Вместе с тем не исключено, что у звезд других типов подобные явления происходят в больших масштабах и поэтому называются на наблюдаемых изменениях блеска и спектра звезды.

§ 16. Хромосфера

1. Интенсивности линий. Во время солнечных затмений, когда весь диск Солнца закрыт Луной, мы можем наблюдать спектр, состоящий из ярких линий на темном фоне. Эти линии принадлежат хромосфере, представляющей собой самый верхний слой солнечной атмосферы (если не считать короны). По составу линий спектр хромосферы подобен обычному фраунгоферову спектру диска Солнца, т. е. в спектре хромосферы яркие линии находятся на тех же местах, на каких находятся линии поглощения в спектре диска (за некоторыми исключениями, которые будут указаны ниже).

Сам характер спектра хромосферы вполне понятен. Как мы помним, верхние слои солнечной атмосферы почти не дают излучения в непрерывном спектре, но производят рассеяние света в спектральных линиях. Поэтому при наблюдениях атмосферы по касательной к фотосфере мы не видим непрерывного спектра, а видим лишь яркие линии. Когда же наблюдается диск Солнца, то виден непрерывный спектр с линиями поглощения, возникающими вследствие того, что излучение, рассеянное атмосферой в линиях, в значительной части возвращается обратно в фотосферу.

Из наблюдательных данных можно найти полную интенсивность излучения в любой линии на высоте h от края диска. Эту величину мы обозначим через $I(h)$. Очевидно, что она представляет собой количество энергии, излучаемое в линии столбом с сечением 1 см^2 , проходящим на расстоянии h от фотосферы за 1 с в единице телесного угла (рис. 18).

Величина $I(h)$ убывает с ростом h , и после обработки результатов наблюдений ее обычно представляют в виде

$$I(h) = I(0) e^{-\beta h}, \quad (16.1)$$

где $I(0)$ и β — некоторые параметры.

Зная величину $I(h)$ для данной линии, мы можем определить объемный коэффициент излучения в этой линии. Обозначая его через $\varepsilon(h)$, имеем следующее уравнение:

$$I(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(h') ds, \quad (16.2)$$

где h' — высота произвольной точки на луче зрения и s — расстояние, отсчитываемое вдоль луча.

Если R — радиус Солнца, то из рис. 18 следует, что

$$s^2 = (R + h')^2 - (R + h)^2. \quad (16.3)$$

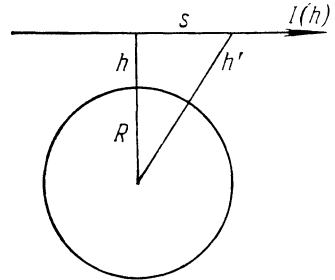


Рис. 18

Так как толщина хромосферы мала по сравнению с R , то вместо (16.3) можем написать

$$s^2 = 2R(h' - h). \quad (16.4)$$

При учете (16.4) соотношение (16.2) принимает вид

$$I(h) = \sqrt{2R} \int_h^{\infty} \frac{\varepsilon(h') dh'}{\sqrt{h' - h}}. \quad (16.5)$$

Соотношение (16.5) является интегральным уравнением Абеля для искомой функции $\varepsilon(h)$. Решение этого уравнения дается формулой

$$\varepsilon(h) = -\frac{1}{\pi \sqrt{2R}} \frac{d}{dh} \int_h^{\infty} \frac{I(h') dh'}{\sqrt{h' - h}}. \quad (16.6)$$

Подставляя (16.1) в (16.6), находим

$$\varepsilon(h) = \varepsilon(0) e^{-\beta h}, \quad (16.7)$$

где

$$\varepsilon(0) = I(0) \sqrt{\frac{\beta}{2\pi R}}. \quad (16.8)$$

Таким образом при помощи формулы (16.7) и получаемых из наблюдений величин $I(0)$ и β может быть определен коэффициент излучения ε для каждой линии на любой высоте h .

Определение величин $\varepsilon(h)$ производилось на основании наблюдений многих солнечных затмений. В табл. 19 приведена часть результатов, полученных Мензелом и Силлье.

Т а б л и ц а 19

Излучение хромосферы в разных спектральных линиях

Атом	Длина волны линии	$\beta \cdot 10^8$	$\lg \varepsilon(0)$	Атом	Длина волны линии	$\beta \cdot 10^8$	$\lg \varepsilon(0)$
H	4861 (H_β)	1,16	—1,63	He ⁺	4686	0,30	—5,88
	4340 (H_γ)	1,16	—2,22	Mg	3838	1,81	—2,90
	3970 (H_δ)	1,16	—2,56	Ti ⁺	4572	1,58	—3,79
He					4227	2,11	—3,19
	5016	0,58	—4,96	Ca	3968	0,69	—2,93
	4026	0,67	—4,49	Ca ⁺	3934	0,69	—2,85

Такие результаты представляют значительный интерес для выяснения физических условий в верхних слоях солнечной атмосферы.

2. Самопоглощение в линиях. При написании уравнения (16.2) мы считали, что хромосфера прозрачна для собственного излучения. Однако такое предположение справедливо только для верхней хромосферы. При рассмотрении же нижней хромосферы необходимо учитывать самопоглощение в спектральных линиях.

Обозначим через $\varepsilon_\nu(h)$ и $\sigma_\nu(h)$ коэффициенты излучения и поглощения в частоте ν внутри данной линии на высоте h над фотосферой. Тогда интенсивность излучения в частоте ν , идущего к наблюдателю на расстоянии h от края диска, будет равна

$$I_\nu(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_\nu(h') e^{-t_\nu} ds, \quad (16.9)$$

где t_ν — оптическое расстояние, отсчитываемое вдоль луча зрения, т. е.

$$t_\nu = \int_s^\infty \sigma_\nu ds'. \quad (16.10)$$

Мы будем считать, что величина

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\sigma_\nu} = S \quad (16.11)$$

не зависит от частоты внутри линии. Так, в частности, обстоит дело при полностью некогерентном рассеянии света.

Очевидно, что величина S определяется заданием отношения чисел атомов в верхнем и нижнем состояниях для данной линии,

т. е. отношения n_k/n_i . В самом деле, при помощи (16.11) мы можем написать

$$n_k A_{ki} h\nu_{ik} = 4\pi S \int \sigma_\nu d\nu. \quad (16.12)$$

Кроме того, на основании формулы (8.12) имеем

$$\int \sigma_\nu d\nu = \frac{h\nu_{ik}}{c} (n_i B_{ik} - n_k B_{ki}), \quad (16.13)$$

где в интересах общности принято во внимание отрицательное поглощение. Из формул (16.12) и (16.13), пользуясь соотношениями (8.5), связывающими между собой эйнштейновские коэффициенты переходов, находим

$$S = \frac{2h\nu_{ik}^3}{c^2} \frac{1}{\frac{g_k}{g_i} \frac{n_i}{n_k} - 1}. \quad (16.14)$$

Разумеется, величина n_i/n_k меняется в хромосфере. Однако для простоты мы будем считать ее постоянной (соответствующей некоторой средней «температуре возбуждения»). Тогда будет постоянной в хромосфере и величина S .

Пользуясь формулой (16.11) и допущением о постоянстве S , вместо уравнения (16.9) получаем

$$I_\nu(h) = S \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_\nu(h') e^{-t_\nu} ds, \quad (16.15)$$

или, после интегрирования,

$$I_\nu(h) = S \left[1 - e^{-t_\nu^0(h)} \right], \quad (16.16)$$

где $t_\nu^0(h)$ — оптическая толщина хромосферы вдоль луча зрения.

Представляя величину σ_ν в виде $\sigma_\nu = n_i k_\nu$, где k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом, мы можем написать

$$t_\nu^0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_\nu ds = k_\nu \int_{-\infty}^{+\infty} n_i ds. \quad (16.17)$$

Вводя обозначение

$$N_i(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} n_i(h') ds, \quad (16.18)$$

вместо (16.16) находим

$$I_\nu(h) = S \left[1 - e^{-k_\nu N_i(h)} \right]. \quad (16.19)$$

Интегрирование соотношения (16.19) по всем частотам дает

$$I(h) = S \int_0^{\infty} [1 - e^{-k_v N_i(h)}] dv, \quad (16.20)$$

где $I(h)$ — полная интенсивность линии.

Уравнение (16.20) дает возможность определить величину $N_i(h)$ по найденной из наблюдений интенсивности излучения $I(h)$. Величина $N_i(h)$ представляет собой число атомов в i -м состоянии, находящихся в столбе с сечением 1 см^2 , проходящем на высоте h от края диска. Эта величина связана с концентрацией атомов $n_i(h)$ уравнением (16.18), которое можно переписать в виде

$$N_i(h) = V \overline{2R} \int_h^{\infty} \frac{n_i(h')}{V h' - h} dh'. \quad (16.21)$$

Решая это уравнение Абеля, мы можем определить искомую величину $n_i(h)$.

Указанный способ нахождения концентрации атомов в хромосфере нельзя считать надежным, так как он основан на предположении о постоянстве величины S , которое в действительности не осуществляется. Последнее видно хотя бы из того, что формула (16.16) дает линию с максимальной интенсивностью в ее центре, в то время как наблюдаемые профили линий часто имеют седлообразный вид. Поэтому представляет интерес задача об определении из уравнения (16.9) не только концентрации атомов $n_i(h)$, но и величины $S(h)$ [или величин $n_i(h)$ и $n_k(h)$]. Однако в настоящее время мы вряд ли располагаем достаточно точными значениями функции $I_v(h)$ (характеризующей профили хромосферных линий на разных высотах), которые необходимы для решения этой задачи.

Следует подчеркнуть, что наличие самопоглощения в хромосфере не говорит еще о большой оптической толщине хромосферы вдоль радиуса. Рассмотрим хромосферные слои, высота которых больше h . Оптическая толщина этих слоев вдоль радиуса равна

$$\tau_v(h) = k_v \int_h^{\infty} n_i(h') dh'. \quad (16.22)$$

Принимая, что концентрация атомов убывает с высотой пропорционально $e^{-\beta h}$, получаем

$$\tau_v(h) = k_v \frac{n_i(h)}{\beta}. \quad (16.23)$$

Оптическая же толщина хромосферы для луча, идущего на расстоянии h от края диска, на основании формулы (16.17) равна

$$t_v^0(h) = k_v n_i(h) \sqrt{\frac{2\pi R}{\beta}}. \quad (16.24)$$

Поэтому имеем

$$\tau_v(h) = \frac{t_v^0(h)}{\sqrt{2\pi R\beta}}. \quad (16.25)$$

Подставляя в полученную формулу $\beta \approx 10^{-8}$, находим $\tau_v(h) \approx 0,015 t_v^0(h)$. Следовательно, даже при больших значениях $t_v^0(h)$, т. е. при сильном самопоглощении в линии, величина $\tau_v(h)$ может быть меньше единицы. Можно считать, что в таком случае в хромосфере происходит лишь однократное рассеяние света в спектральной линии. Однако для некоторых сильных линий хромосферного спектра (например, для бальмеровских линий и линий H и K Ca⁺) оптическая толщина хромосферы вдоль радиуса, по-видимому, больше единицы.

3. Распределение атомов по высоте. На основании изучения спектра хромосферы может быть найдено распределение атомов по высоте. Допустим, что самопоглощение в линии отсутствует. Тогда объемный коэффициент излучения в линии определяется формулой (16.7). Пользуясь соотношением

$$4\pi\epsilon(h) = n_k(h) A_{ki} h\nu_{ik}, \quad (16.26)$$

получаем

$$n_k(h) = n_k(0) e^{-\beta h}, \quad (16.27)$$

где

$$n_k(0) = \frac{4\pi\epsilon(0)}{A_{ki} h\nu_{ik}}. \quad (16.28)$$

Чтобы от числа атомов в i -м состоянии перейти к числу атомов в основном состоянии, обычно применяют формулу Больцмана с некоторой средней температурой возбуждения атомов T (хотя при этом возможна значительная ошибка, так как T может меняться в хромосфере). Сделав такой переход, имеем

$$n_1(h) = n_1(0) e^{-\beta h}, \quad (16.29)$$

где

$$n_1(0) = n_k(0) \frac{g_1}{g_k} e^{\frac{\chi_1 - \chi_k}{kT}}. \quad (16.30)$$

По формуле (16.29) может быть найдено изменение концентрации с высотой для любого атома. Входящие в эту формулу параметры $n_1(0)$ и β определяются на основании наблюдательных данных (например, данных, приведенных в табл. 19).

Сравним формулу (16.29) с барометрической формулой

$$n_1(h) = n_1(0) e^{-\frac{m_a g h}{kT}}, \quad (16.31)$$

где m_a — масса данного атома и g — ускорение силы тяжести в атмосфере Солнца.

Хотя внешние формулы (16.29) и (16.31) похожи друг на друга, они дают резко различные результаты. Согласно барометрической формуле чем больше масса атома, тем быстрее падает концентрация с высотой. Согласно же формуле (16.29) со значениями β , получаемыми из наблюдений, падение концентрации с высотой происходит приблизительно одинаково для разных атомов.

Вместе с тем для любого атома значение величины $m_a g/kT$ гораздо больше значения β . Например, для водорода $m_a g/kT = 6,6 \times 10^{-8}$ (при $T \approx 5000\text{K}$), а $\beta = 1,16 \cdot 10^{-8}$. Для других атомов различие в значениях этих величин еще больше. Следовательно, падение концентрации атомов с высотой в хромосфере происходит гораздо медленнее, чем этого требует барометрическая формула.

В течение долгого времени была популярной гипотеза Милна, согласно которой атомы поднимаются на большую высоту в хромосфере под действием светового давления в спектральных линиях. На основании формулы (4.56) мы можем написать следующее выражение для силы светового давления, действующей на все атомы данного элемента в определенной стадии ионизации, находящиеся в единице объема:

$$f = \frac{1}{c} \sum n_i k_{ik} H_{ik} \Delta v_{ik}, \quad (16.32)$$

где k_{ik} — коэффициент поглощения в спектральной линии, рассчитанный на один атом, H_{ik} — поток излучения в этой линии, Δv_{ik} — ее ширина. При оценках величины f по формуле (16.32) следует иметь в виду, что максимум кривой распределения энергии в спектре Солнца приходится на видимую область, а наибольшее число атомов находится в основном состоянии. Поэтому сила светового давления будет наибольшей для атомов того элемента, который имеет линии основной серии в видимой части спектра. Такому условию удовлетворяют только нейтральный натрий и ионизованный кальций. Первый из этих атомов имеет в видимой части спектра резонансные линии D_1 и D_2 , а второй — резонансные линии H и K . В солнечной атмосфере атомы этих элементов находятся преимущественно в однажды ионизованном состоянии. Поэтому мы приходим к выводу, что сила светового давления будет наибольшей для атомов кальция. Приблизительно эту силу можно оценить по формуле

$$f = \frac{1}{c} n_1 k_{12} H_{12} \Delta v_{12}, \quad (16.33)$$

т. е. приняв во внимание только давление излучения в резонансной линии.

Вычисления по формуле (16.33) показывают, что для кальция сила светового давления сравнима с силой притяжения. Следовательно, световое давление может влиять на распределение атомов кальция по высоте в хромосфере. Однако влияние светового давле-

ния на другие атомы очень мало. Нельзя также думать, что атомы кальция способны увлечь за собой всю хромосферу. Таким образом, надо признать, что большая протяженность хромосферы не может быть объяснена действием светового давления.

Некоторые авторы для объяснения большой высоты хромосферы указывали на происходящие в ней турбулентные движения. Вывод о таких движениях, по-видимому, следует сделать на основании наблюдаемых ширин линий в спектре хромосферы. Если считать, что ширины линий обусловлены хаотическим движением атомов, то для скоростей этого движения получаются значения порядка 10—20 км/с, т. е. превосходящие средние скорости теплового движения атомов. При учете турбулентности в барометрической формуле (16.31) вместо величины $v_0^2 = 2kT/m_a$ надо писать величину $v_0^2 + v_t^2$, где v_t — турбулентная скорость. В таком случае вместо барометрической формулы имеем

$$n_1(h) = n_1(0)e^{-\frac{2gh}{v_0^2 + v_t^2}}. \quad (16.34)$$

Формула (16.34) при $v_t \approx 20$ км/с дает примерно такой же ход концентрации атомов с высотой, как и формула (16.29), полученная на основании наблюдательных данных.

Однако наиболее правильным представляется взгляд, что хромосфера находится не в статическом, а в динамическом равновесии. К такой точке зрения приводит сам вид хромосферы, которая кажется состоящей из отдельных волокон или струй (называемых часто спикулами). Эти струи в силу каких-то причин выбрасываются из фотосферы. Возможно, что они связаны с грануляцией, так как число струй по грубой оценке равно числу гранул. Средняя продолжительность жизни хромосферных струй составляет несколько минут. Их скорость движения — порядка 20 км/с.

4. Возбуждение атомов в хромосфере. Как уже говорилось, спектр хромосферы по составу линий в общих чертах подобен фрунгоферову спектру диска Солнца. Однако имеются некоторые исключения из этого. Наиболее существенным из них является присутствие в спектре хромосферы весьма интенсивных линий гелия (как известно, именно по этим хромосферным линиям и был открыт элемент, названный гелием). Более того, в спектре хромосферы видна слабая линия λ 4686, принадлежащая ионизованному гелию. Наличие в хромосфере большого числа возбужденных и ионизованных атомов гелия совершенно не соответствует температуре фотосферы Солнца. Концентрация возбужденных атомов гелия, вычисленная по формуле Больцмана при температуре около 6000 К, оказывается примерно в миллиард раз меньше концентрации этих атомов, полученной из наблюдений.

Таким образом, в хромосфере имеется аномальное возбуждение атомов. Первоначально для объяснения этого явления выдвигалась гипотеза о существовании значительного ультрафиолетового из-

бытка в спектре Солнца. Однако эта гипотеза не может быть принята хотя бы потому, что идущее от фотосферы ультрафиолетовое излучение вызвало бы также возбуждение атомов в более глубоких слоях атмосферы, чего не наблюдается. Такое же возражение можно сделать и против предположения о возбуждении атомов потоком быстрых частиц, идущих от фотосферы.

В дальнейшем была высказана мысль о возбуждении гелия в хромосфере не снизу (со стороны фотосферы), а сверху (со стороны короны). После открытия высокой температуры короны стали думать, что свечение хромосферы в линиях гелия может вызываться высокочастотным излучением короны. Однако потом было установлено, что возрастание температуры начинается уже в хромосфере. Поэтому атомы с высоким потенциалом возбуждения (в том числе и атомы гелия) могут возбуждаться в верхней хромосфере электронным ударом (см. [5]).

Таким образом, мы должны сделать вывод, что хромосфера состоит как из более холодных, так и из более горячих областей. Физическая модель хромосферы должна быть поэтому довольно сложной. Наиболее вероятной надо считать следующую модель. Нижний слой хромосферы (до высоты около 1000 км) является сравнительно холодным, с температурой порядка 5000 К. С увеличением высоты температура медленно повышается, достигая значений 10—12 тысяч кельвинов на высоте 1500—2000 км. Еще выше хромосфера становится неоднородной. Здесь она состоит из отдельных волокон с температурой 12—18 тысяч кельвинов. Выше 4000 км на фоне короны наблюдаются более холодные спиккулы, которые исчезают на высоте около 10 000 км.

5. Ультрафиолетовый спектр Солнца. Запуски ракет позволили получить спектры Солнца в ультрафиолетовой области. Результаты измерений этих спектров и их интерпретации опубликованы во многих статьях и книгах (см., например, [4]).

Спектр Солнца в ближайшей ультрафиолетовой области (примерно до 1900 Å) похож на спектр в видимой части, т. е. является непрерывным спектром с линиями поглощения. Около 2100 Å интенсивность непрерывного спектра резко падает (в качестве возможных причин этого указано поглощение рядом атомов и молекул). Приблизительно при 1900 Å в спектре Солнца появляются эмиссионные линии. При дальнейшем уменьшении длины волны непрерывный спектр ослабевает и эмиссионные линии становятся заметнее. После 1500 Å спектр Солнца состоит из ярких линий на слабом непрерывном фоне.

Среди ярких линий ультрафиолетового спектра Солнца выделяется линия L_{α} водорода (1215,67 Å). В спектре видны и другие линии серии Лаймана, а также лаймановский континуум. Вместе с тем весьма интенсивной является резонансная линия ионизованного гелия (303,78 Å). В спектре присутствует также много линий ионов C, N, O, Si и др. (в том числе и резонансные линии).

Большинство ярких линий ультрафиолетового спектра Солнца возникает в хромосфере и в переходной области между хромосферой и короной. Некоторые линии возникают в короне. Важно подчеркнуть, что мы можем наблюдать эти линии лишь вследствие крайней слабости непрерывного спектра Солнца в ультрафиолете. Яркие линии такой же интенсивности в видимой части спектра, как правило, не могут быть обнаружены, так как они накладываются на сильный непрерывный спектр или на линии поглощения, интенсивность внутри которых также велика. Только во время затмений, когда хромосфера и корона не проектируются на фотосферу, мы можем наблюдать яркие хромосферные и корональные линии

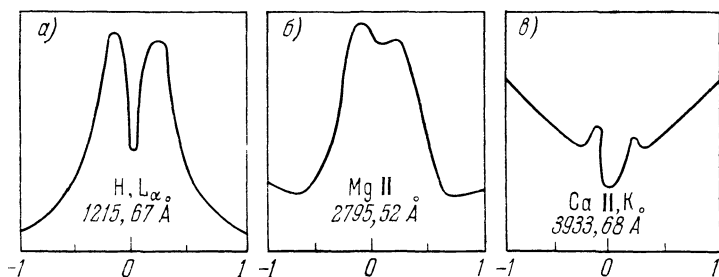


Рис. 19

в видимой части спектра. Однако в некоторых случаях и в видимой части спектра диска Солнца можно обнаружить влияние излучения хромосферы. Оно проявляется в увеличении интенсивностей в центральных областях сильных фраунгоферовых линий (например, линий H и K CaII).

При ракетных наблюдениях был определен профиль линии L_α в спектре Солнца. Он изображен на рис. 19, а. В центре эмиссионной линии L_α видна узкая линия поглощения, возникающая вследствие поглощения излучения нейтральным водородом на пути от Солнца до ракеты. Подтверждением этого является тот факт, что верхние слои земной атмосферы светятся в линии L_α благодаря переизлучению ими поглощенной солнечной радиации в данной линии. Отвлекаясь от упомянутой узкой линии поглощения, мы можем сказать, что линия L_α в спектре Солнца имеет широкий провал в центральной области.

На рис. 19, б и в приведены профили эмиссионных линий 2796 Mg II и 3934 Ca II, весьма похожих на профиль линии L_α . Спектрограмма с линией λ 2796 была получена при ракетных наблюдениях. Эта эмиссионная линия наложена на широкую линию поглощения. Эмиссионная линия λ 3934 находится на самом дне очень широкой линии поглощения K и является примером влияния хромосферы на фраунгоферов спектр, о чем шла речь выше. Эмиссионная линия L_α также наложена на широкую линию поглоще-

ния, но профиль последней трудно определить вследствие слабости непрерывного спектра.

Многие линии ультрафиолетового спектра Солнца возникают в переходной области между хромосферой и короной, температура в которой меняется примерно от 10 000 К до 1 млн. кельвинов. Теоретическое изучение этой области является весьма интересной задачей физики Солнца. Очевидно, что атомы какого-либо элемента в определенной стадии ионизации находятся преимущественно лишь в очень узком слое этой области, так как при более низкой температуре атомы находятся в предшествующей стадии ионизации, а при более высокой температуре — в последующей. Поэтому в переходной области существует сильная стратификация (т. е. слоистость) излучения. Принимая во внимание излучение в разных спектральных диапазонах, можно построить модель переходной области, т. е. определить изменения в ней плотности и температуры с высотой (см., например, [6]).

6. Линия L_α в спектре Солнца. Выше мы привели некоторые наблюдательные данные о линии L_α . Займемся теперь интерпретацией этих данных.

Эмиссионная линия L_α возникает в верхних слоях хромосферы, где температура растет с высотой. В этих слоях атомы возбуждаются электронным ударом и при последующих спонтанных переходах образуются кванты в спектральных линиях. Однако в большинстве случаев выйти беспрепятственно из хромосферы L_α -кванты не могут, так как оптическая глубина хромосферных слоев в центральной частоте этой линии велика. Поэтому в хромосфере происходит диффузия L_α -излучения. Как было выяснено ранее (в § 11), эта диффузия сопровождается перераспределением излучения по частотам внутри линии. При таком процессе преимущественная доля квантов выходит наружу в далеких от центра частях линии, для которых оптическая глубина сравнительно мала. В центральных же частях линии вследствие сильного поглощения выходит наружу меньшая доля квантов. Следовательно, эмиссионная линия может иметь провал в центральной области. Именно такой провал и наблюдается у линии L_α солнечного спектра.

Для определения теоретических профилей линии L_α мы можем воспользоваться уравнениями (11.9) и (11.10) с некоторыми изменениями. Указанные уравнения описывают диффузию излучения в спектральной линии с полным перераспределением по частотам при возникновении квантов в линии из непрерывного спектра. В результате решения этих уравнений определяется контур линии поглощения в спектре звезды. Чтобы принять во внимание образование квантов в линии за счет столкновений, надо ввести в уравнение (11.10) некоторый дополнительный член. Тогда мы получим линию поглощения с усиленной интенсивностью в центральной области или даже линию поглощения с наложенной на нее эмиссионной линией. Очевидно, что такие теоретические профили будут от-

носиться не только к линии L_α , но и к другим резонансным линиям солнечного спектра (в частности, к линиям H и K Ca II).

Для простоты мы найдем только профиль эмиссионной линии, которая накладывается на линию поглощения. В данном случае свободный член интегрального уравнения (11.14), определяющего функцию $S(\tau)$, обусловлен только столкновениями. Так как этот механизм возбуждения линий ослабевает с увеличением оптической глубины, то мы примем, что

$$g(\tau) = Ce^{-m\tau}, \quad (16.35)$$

где C и m — постоянные. Интенсивность излучения частоты ν внутри линии, выходящего под углом μ к нормали, выражается через функцию $S(\tau)$ формулой

$$I_\nu(0, \mu) = \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu + 1} \int_0^\infty S(\tau) e^{-x\tau} d\tau, \quad (16.36)$$

где η_ν — отношение коэффициента поглощения в линии к коэффициенту поглощения в непрерывном спектре и $x = (\eta_\nu + 1)/\mu$ [см. для сравнения формулу (11.11)]. Однако в том случае, когда $g(\tau)$ является экспонентой, для нахождения величины $I_\nu(0, \mu)$ нет необходимости в определении функции $S(\tau)$. На основании формулы (3.19) имеем

$$I_\nu(0, \mu) = C \frac{\eta_\nu}{\eta_\nu + 1} \frac{\varphi\left(\frac{1}{m}\right) \varphi\left(\frac{\mu}{\eta_\nu + 1}\right)}{1 + m \frac{\mu}{\eta_\nu + 1}}, \quad (16.37)$$

где функция $\varphi(z)$ определяется уравнением (11.27).

Уравнение (11.27) может быть легко решено численными методами. В. В. Иванов сделал это при доплеровском коэффициенте поглощения в линии, пренебрегая поглощением в непрерывном спектре. С помощью полученной таблицы функции $\varphi(z)$ по формуле (16.37) были определены профили эмиссионных линий. На рис. 20 для примера приведены некоторые результаты для центра диска ($\mu = 1$). По оси абсцисс отложено расстояние от центра линии в доплеровских ширинах, по оси ординат — интенсивность по отношению к центральной интенсивности. Профили построены для значений величины m/η_ν , равных ∞ , 2, 0,5, 0,3, 0,2 и 0,15, причем линия тем шире, чем меньше эта величина. Мы видим, что теоретические профили эмиссионных линий весьма похожи на профили линии L_α , полученные из наблюдений (см. рис. 19, а).

Теория дает также профили эмиссионных линий на разных расстояниях от центра диска. Оказывается, что при переходе от центра диска к краю центральный провал линии становится глубже, а рас-

стояние между максимумами возрастает. Примерно так же изменяется профиль линии L_{α} на диске Солнца и согласно наблюдениям.

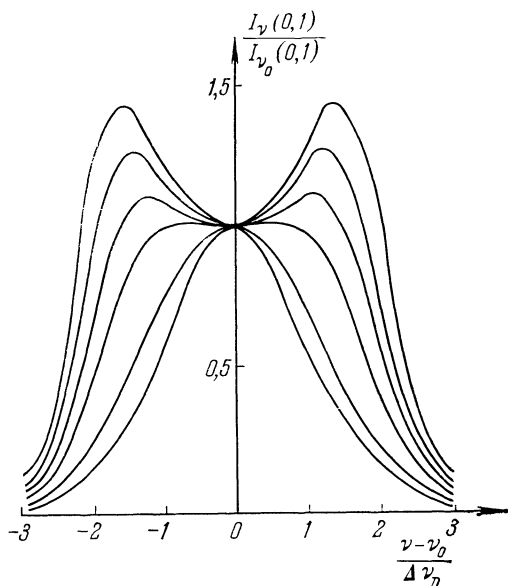


Рис. 20

Сравнение теории с наблюдениями дает возможность определить значения параметров C и m . В свою очередь это позволяет найти распределение электронной концентрации и температуры в верхних слоях хромосферы, от которых указанные параметры зависят. Следует, однако, иметь в виду, что при получении формулы (16.37) предполагалось постоянство профиля коэффициента поглощения в хромосфере. В действительности же он меняется с глубиной вследствие изменения температуры.

В более подробной теории образования резонансных линий в спектре

Солнца принимаются во внимание различные причины, влияющие на населенность второго уровня атома (см. [5]).

§ 17. Корона

1. Излучение короны. Корона представляет собой самую внешнюю часть солнечной атмосферы. Изучать корону очень трудно, так как ее яркость гораздо меньше яркости неба, обусловленной рассеянием солнечного света в земной атмосфере. Поэтому наблюдения короны приходится проводить во время солнечных затмений, когда излучение диска Солнца не доходит до атмосферы Земли. С целью избавления от рассеянного света неба корону наблюдают также в высокогорных обсерваториях при помощи специальных инструментов — коронографов. Вследствие эпизодичности и кратковременности затмений второй способ наблюдения короны дает больше сведений о ней, чем первый.

Наблюдения показывают, что количество энергии, излучаемой короной, составляет примерно одну миллионную долю светимости Солнца. С течением времени излучение короны претерпевает заметные изменения (возрастая в годы максимума солнечной активности и убывая в годы минимума).

Спектр короны в видимой области резко отличается от спектра расположенной ниже хромосферы. Как мы помним, спектр хромосферы состоит из ярких линий, являющихся обращенными фраунгоферовыми линиями (за исключением линий гелия). В то же время корона обладает непрерывным спектром с фраунгоферовыми линиями поглощения. Вместе с тем в спектре короны присутствуют и яркие линии, но они совсем не те, что линии в спектре хромосферы.

Точнее говоря, излучение короны может быть разделено на три составляющие. Первая составляющая (К-компонента) имеет непрерывный спектр с некоторым числом очень размытых линий поглощения, соответствующих наиболее сильным фраунгоферовым линиям в спектре диска Солнца. Это излучение является поляризованным. Вторая составляющая (F-компонента) имеет непрерывный спектр с фраунгоферовыми линиями, который существенно не отличается от спектра диска Солнца. Это излучение почти не поляризовано. Третья составляющая (Е-компонента) обладает эмиссионным линейчатым спектром. Суммарная энергия, излучаемая короной в линиях, составляет около 1% энергии, выходящей из нее в непрерывном спектре.

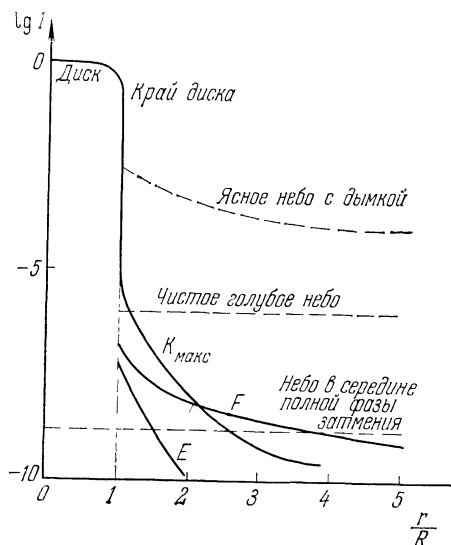


Рис. 21

На рисунке 21, взятом из статьи ван де Хюлста [2], приведены кривые, характеризующие относительные интенсивности каждой из компонент излучения короны на разных расстояниях от края диска Солнца. Для сравнения на том же рисунке пунктиром отмечены яркости неба около Солнца в трех случаях. Первый из них соответствует небу с дымкой, т. е. земной атмосфере, включающей в себя как молекулы, так и крупные частицы (индикатрисы рассеяния последних сильно вытянуты вперед, вследствие чего около Солнца наблюдается яркий ореол). Второй случай соответствует голубому небу, т. е. атмосфере, состоящей только из молекул. В третьем случае пунктирная прямая дает яркость неба во время полной фазы затмения. Эта яркость обусловлена рассеянным светом, пришедшим в область лунной тени из области атмосферы, освещенной Солнцем.

Как показали Аллен и ван де Хюлст, F-компонента излучения солнечной короны возникает в действительности не в самой короне,

а в пространстве между Солнцем и Землей. Эта компонента является результатом рассеяния солнечного света на частицах межпланетной пыли, т. е. имеет такую же природу, как и зодиакальный свет. Значительная яркость F-компоненты объясняется сильной вытянутостью вперед индикатрисы рассеяния пылевых частиц.

Таким образом, для нахождения истинного излучения короны необходимо из ее наблюдаемого излучения исключить F-компоненту. В дальнейшем мы уже не будем говорить об этой фиктивной компоненте и займемся лишь истинными компонентами К и Е.

2. Происхождение непрерывного спектра. Объяснение происхождения непрерывного спектра короны (точнее, его К-компоненты) состоит в том, что он возникает в результате рассеяния фотосферного излучения Солнца на свободных электронах короны. Приведем некоторые факты, подтверждающие правильность такого объяснения.

1. Распределение энергии в спектре короны не отличается от распределения энергии в спектре Солнца. Совпадают также между собой цвет короны и цвет Солнца. Так и должно обстоять дело в случае рассеяния света на свободных электронах вследствие независимости коэффициента рассеяния от длины волны. Некоторые расхождения между различными наблюдательными данными о спектре и цвете короны вызваны трудностями наблюдений.

2. Излучение короны является поляризованным в соответствии с законом поляризации света при электронном рассеянии (сформулированном в § 7). Наблюдения дают степень поляризации света короны p на разных расстояниях от центра диска Солнца r (с ростом r она возрастает приблизительно до значения $p=40\%$ на расстоянии $r=1,5 r_{\odot}$, а затем убывает). Как известно, теоретическое значение степени поляризации излучения, рассеянного элементарным объемом, равно

$$p = \frac{\sin^2 \gamma}{1 + \cos^2 \gamma}, \quad (17.1)$$

где γ — угол между направлениями падающего и рассеянного излучения. Однако на данный элементарный объем короны падает излучение от разных мест фотосферы и для каждого падающего луча будет свой угол рассеяния γ и своя плоскость рассеяния. Поэтому выражение для степени поляризации света, рассеянного элементарным объемом короны, оказывается довольно сложным. Для нахождения же величины $p(r)$ надо проинтегрировать излучение от всех элементарных объемов вдоль луча зрения. Такие вычисления приводят к значениям степени поляризации $p(r)$, согласующимся с наблюдаемыми значениями этой величины (если, разумеется, из наблюдаемого излучения короны исключить неполяризованную F-компоненту).

3. В спектре короны присутствует лишь очень небольшое число сильно размытых фраунгоферовых линий. Это объясняется доплеровским расширением линий, происходящим при рассеянии сол-

нечного света на быстро движущихся свободных электронах короны. Если мы обозначим через r_v^0 относительную остаточную интенсивность линии в спектре Солнца и через r_v аналогичную величину для короны, то приближенно можно написать

$$r_v = \frac{1}{\Delta v_D \sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{v-v'}{\Delta v_D}\right)^2} r_v^0 dv', \quad (17.2)$$

где

$$\Delta v_D = \frac{\bar{v}_0}{c} \sqrt{\frac{2kT_e}{m}}, \quad (17.3)$$

и T_e — электронная температура короны. Так как масса электрона m очень мала, то величина Δv_D оказывается очень большой. Поэтому узкие и слабые фраунгоферовы линии размываются настолько, что становятся невидимыми. И только очень сильные фраунгоферовы линии (например, H и K ионизованного кальция), хотя и весьма размытые, наблюдаются в спектре короны. Следует отметить, что в спектре F-компоненты излучения короны, возникающей при рассеянии света на пылевых частицах, присутствует большое число фраунгоферовых линий, так как скорости пылевых частиц очень малы.

Перечисленные факты с несомненностью говорят о том, что непрерывный спектр короны образуется вследствие рассеяния света, идущего от диска Солнца, на свободных электронах короны. Возникает, однако, следующий важный вопрос: чем вызывается резкое изменение характера спектра при переходе от хромосферы к короне, т. е. почему ярко-линейчатый спектр хромосферы превращается в непрерывный спектр короны? Разумеется, ответ на этот вопрос состоит не в том, что в короне много свободных электронов, а в хромосфере их мало. На самом деле с удалением от поверхности Солнца плотность вещества (и в том числе концентрация свободных электронов) быстро убывает. И именно этим убыванием плотности в основном и объясняется указанное изменение спектра. Эффект возрастания роли электронного рассеяния с уменьшением плотности уже отмечался нами в § 5, причем в качестве примера приводились фотосферы звезд — сверхгигантов.

Чтобы пояснить сказанное, напомним выражения для коэффициентов излучения в непрерывном спектре и в линии. Объемный коэффициент излучения в непрерывном спектре, обусловленный рассеянием света на свободных электронах, дается формулой

$$\epsilon_v = n_e \sigma_0 \int I_v^0 \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (17.4)$$

где n_e — концентрация свободных электронов, σ_0 — коэффициент рассеяния, рассчитанный на один электрон, и I_v^0 — интенсивность излучения, приходящего от фотосферы. С другой стороны, объем-

ный коэффициент излучения в линии, соответствующей переходу $k \rightarrow i$, равен

$$\epsilon'_v = \frac{n_k A_{ki} h \nu_{ik}}{4\pi \Delta \nu_{ik}}, \quad (17.5)$$

где n_k — число атомов в k -м состоянии в 1 см³, A_{ki} — эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода и $\Delta \nu_{ik}$ — ширина линии. Величину n_k , по аналогии с формулой (5.7), можно представить в виде

$$n_k = b_k n_e n^+ \frac{g_k}{g^+} \frac{h^3}{2(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{\frac{\chi_k}{k T_e}}, \quad (17.6)$$

где коэффициент b_k показывает, во сколько раз значение величины $n_k/n_e n^+$ отличается от ее значения при термодинамическом равновесии с температурой T_e .

Подставляя (17.6) в (17.5), мы видим, что коэффициент излучения в линии ϵ'_v пропорционален $n_e n^+$, т. е. квадрату плотности (если атомы находятся преимущественно в ионизованном состоянии). Однако коэффициент излучения в непрерывном спектре ϵ_v пропорционален n_e , т. е. первой степени плотности. Поэтому в случае малой плотности газа ϵ'_v есть малая величина первого порядка, а ϵ_v — малая величина второго порядка. Следовательно, при достаточно малой плотности коэффициент излучения в линии будет меньше коэффициента излучения в непрерывном спектре, обусловленного рассеянием на свободных электронах.

Для отношения величин ϵ'_v и ϵ_v мы имеем

$$\frac{\epsilon'_v}{\epsilon_v} \sim n^+ \sim \rho. \quad (17.7)$$

Так как с удалением от поверхности Солнца плотность ρ убывает, то убывает и отношение ϵ'_v/ϵ_v . При сравнительно большой плотности (в хромосфере) $\epsilon'_v/\epsilon_v \gg 1$, т. е. видны сильные линии на относительно слабом непрерывном фоне. При сравнительно малой плотности (в короне) $\epsilon'_v/\epsilon_v \ll 1$, т. е. наблюдается непрерывный спектр и почти нет линий (за некоторыми исключениями).

В действительности отношение ϵ'_v/ϵ_v зависит не только от плотности, но и от температуры. Оно зависит также от механизма возбуждения атомов, которым определяется значение коэффициента b_k . Поэтому для разных линий ход изменения величины ϵ'_v/ϵ_v с расстоянием r будет различным. Для каждой линии соответствующие расчеты можно выполнить при помощи формул (17.4) — (17.6). Ниже это будет сделано для бальмеровских линий водорода.

3. Электронная концентрация. Поскольку основным механизмом свечения короны является рассеяние света свободными электронами, то по измеренной поверхностной яркости короны можно найти распределение свободных электронов в ней. Эта задача решается

в принципе так же, как и рассмотренная выше задача о нахождении распределения излучающих атомов по высоте в хромосфере.

Будем считать, что корона обладает сферической симметрией (хотя в действительности это не совсем так). Пусть $\varepsilon(r')$ — объемный коэффициент излучения на расстоянии r' от центра Солнца и $I(r)$ — интенсивность излучения, идущего от короны к наблюдателю на расстоянии r от центра диска. Указанные величины связаны между собой уравнением

$$I(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(r') ds, \quad (17.8)$$

где $s = \sqrt{r'^2 - r^2}$. Это уравнение можно переписать также в виде

$$I(r) = 2 \int_r^{\infty} \frac{\varepsilon(r') r' dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}. \quad (17.9)$$

Так как величина $I(r)$ известна из наблюдений, то, решая уравнение (17.9) (уравнение Абеля), мы можем найти коэффициент излучения $\varepsilon(r)$. На практике обычно пользуются тем, что если

$$\varepsilon(r) = \frac{C}{r^m}, \quad (17.10)$$

где C и m — постоянные, то, как следует из (17.9),

$$I(r) = \frac{2C}{r^{m-1}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{m-2} \varphi d\varphi. \quad (17.11)$$

На этом основании, принимая, что $\varepsilon(r)$ является суммой членов вида (17.10), подбираются постоянные C и m так, чтобы сумма членов вида (17.11) достаточно хорошо представляла заданную функцию $I(r)$.

Если коэффициент излучения $\varepsilon(r)$ найден, то, пользуясь формулой (17.4), мы можем определить электронную концентрацию $n_e(r)$. Считая, что интенсивность фотосферного излучения I_0 не зависит от направления, получаем

$$n_e(r) = \frac{2\varepsilon(r)}{\sigma_0 I_0 \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2} \right]}, \quad (17.12)$$

где R — радиус Солнца.

При более строгом решении задачи об определении электронной концентрации в короне необходимо учесть потемнение солнечного диска при переходе от центра к краю. Кроме того, следует принять во внимание, что свободные электроны рассеивают излучение не изотропно, а с индикатрисой рассеяния $\chi(\gamma) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \gamma)$.

После нахождения электронной концентрации $n_e(r)$ можно вычислить степень поляризации излучения короны $p(r)$ (о чем уже говорилось выше). Совпадение вычисленных и наблюдаемых значений $p(r)$ служит контролем правильности определения $n_e(r)$.

В качестве примера приведем следующую приближенную формулу для величины $n_e(r)$, полученную указанным выше способом:

$$n_e(r) = 10^8 \left[0,036 \left(\frac{R}{r} \right)^{1,5} + 1,55 \left(\frac{R}{r} \right)^6 + 2,99 \left(\frac{R}{r} \right)^{16} \right]. \quad (17.13)$$

Подробное изучение структуры короны было выполнено ван де Хюлстом (см. [2]). В его работе принята во внимание анизотропия

Таблица 20

Электронная концентрация в короне $n_e(r) \cdot 10^{-6}$

r/R	«Максимальная» корона	«Минимальная» корона		r/R	«Максимальная» корона	«Минимальная» корона	
		экваториальная	полярная			экваториальная	полярная
1,00	403	227	174	1,5	14,8	8,3	1,41
1,03	316	178	127	1,7	7,11	4,0	0,542
1,06	235	132	87,2	2,0	2,81	1,58	0,196
1,1	160	90,0	53,2	2,6	0,665	0,374	0,040
1,2	70,8	39,8	16,3	3,0	0,313	0,176	0,017
1,3	37,6	21,1	5,98	4,0	0,090	0,050	0,004

электронного рассеяния, исключена F-компонента, учтена поляризация излучения короны. Полученные результаты приведены в табл. 20, содержащей значения электронной концентрации как для короны в эпоху максимума солнечной активности, так и для короны в эпоху минимума. При этом «максимальная» корона считается сферически-симметричной, а для «минимальной» короны даны значения n_e отдельно для экваториальной и полярной областей.

Мы можем определить также полное число свободных электронов в короне, для чего достаточно знать ее светимость. Если ε — коэффициент излучения, то светимость короны равна

$$L_k = 4\pi \int \varepsilon dV, \quad (17.14)$$

где интегрирование производится по всему объему короны. Так как светимость короны определяется в основном излучением ее внутренних частей (для которых $r \approx R$), то на основании формулы (17.12) можно приближенно написать

$$\varepsilon(r) = \frac{1}{2} n_e(r) \sigma_0 I_0. \quad (17.15)$$

Подстановка (17.15) в (17.14) дает

$$L_k = 2\pi\sigma_0 I_0 N_e, \quad (17.16)$$

где $N_e = \int n_e dV$.

С другой стороны, светимость Солнца равна

$$L_\odot = 4\pi R^2 \pi I_0. \quad (17.17)$$

Поэтому для отношения светимости короны к светимости Солнца получаем

$$\frac{L_k}{L_\odot} = \frac{\sigma_0 N_e}{2\pi R^2}. \quad (17.18)$$

Формула (17.18) дает возможность определить полное число свободных электронов в короне N_e , если известна из наблюдений величина L_k/L_\odot . Как уже упоминалось, $L_k/L_\odot \approx 10^{-6}$. Поэтому находим: $N_e \approx 5 \cdot 10^{40}$.

Отсюда, между прочим, следует, что число свободных электронов короны, приходящихся на один квадратный сантиметр поверхности Солнца, равно

$$\frac{N_e}{4\pi R^2} \approx 10^{18}. \quad (17.19)$$

Умножая это число на коэффициент рассеяния, рассчитанный на один свободный электрон, получаем приближенное значение для оптической толщины короны, которое оказывается равным $\tau_0 \approx 10^{-6}$. Такого результата и следовало ожидать, так как должно выполняться приближенное равенство: $L_k \approx \tau_0 L_\odot$.

4. Корональные линии. В видимой части спектра короны присутствует около 30 эмиссионных линий. Наиболее яркой из них является «зеленая» линия с длиной волны 5303 Å. Весьма сильны также линии λ 6375 и λ 6702 Å в красной части спектра, λ 7892, λ 10747 и λ 10798 Å — в инфракрасной и λ 3388 Å — в ультрафиолетовой. Относительные интенсивности линий различны в разных частях короны. Ширины линий довольно велики — порядка 1 Å.

Происхождение корональных линий в течение долгого времени было загадкой для астрофизиков. Наконец в 1939 г. Гротриан обнаружил, что частоты двух корональных линий совпадают с частотами запрещенных линий, возникающих при переходах между подуровнями основного состояния ионов Fe X и Fe XI. Затем Эдлен нашел такое же совпадение частот двух других корональных линий и линий ионов Ca XII и Ca XIII. Следует заметить, что запрещенные линии указанных ионов в лаборатории не наблюдались. Частоты этих линий были найдены из схемы термов, построенной по наблюдаемым в лаборатории разрешенным линиям, лежащим в ультрафиолетовой области спектра.

В дальнейшем Эдлен произвел отождествление большинства линий в спектре короны. Оказалось, что все они образуются при запрещенных переходах между подуровнями одного состояния сильно ионизованных атомов (железа, кальция, никеля и аргона). В табл. 21 дан список отождествленных корональных линий вместе с различными сведениями о них.

Таблица 21

Линии излучения короны

Длина волны	Наблюдаемая относительная интенсивность		Ион	Коэффициент вероятности A_{ki} в c^{-1}	Потенциал возбуждения в эВ	Потенциал ионизации в эВ
	по Гротриану	по Лию				
3 328	1,0	—	Ca XII	488	3,72	589
3 388	16	—	Fe XIII	87	5,96	325
3 601,0	2,1	—	Ni XVI	193	3,44	455
3 642,9	—	—	Ni XIII	18	5,82	350
3 986,9	0,7	—	Fe XI	9,5	4,68	261
4 086,3	1,0	—	Ca XIII	319	3,03	655
4 231,4	2,6	—	Ni XII	237	2,93	318
4 359	—	—	Ar XIV	108	2,84	682
5 116,03	4,3	2,2	Ni XIII	157	2,42	350
5 302,86	100	100	Fe XIV	60	2,34	355
5 536	—	—	Ar X	106	2,24	421
5 694,42	—	1,2	Ca XV	95	2,18	814
6 374,51	8,1	18	Fe X	69	1,94	233
6 701,83	5,4	2,0	Ni XV	57	1,85	422
7 059,62	—	2,2	Fe XV	—	31,77	390
7 891,94	—	13	Fe XI	44	1,57	261
8 024,21	—	0,5	Ni XV	22	3,39	422
10 746,80	—	55	Fe XIII	14	1,15	325
10 797,95	—	35	Fe XIII	9,7	2,30	325

Вычисления показывают, что высокоионизованные атомы других элементов не имеют линий в видимой части спектра или их линии слишком слабы и не могут наблюдаться на фоне непрерывного спектра короны. Однако некоторые линии находятся на пределе видимости и, возможно, их удастся обнаружить каким-либо способом в будущем.

Указанное отождествление корональных линий сразу же вызывает два вопроса: 1) в чем причина существования многократно ионизованных атомов в короне? 2) Почему в спектре короны наблюдаются запрещенные линии? На первый из этих вопросов ответ будет дан ниже. Сейчас же мы кратко ответим на второй из них (откладывая подробное рассмотрение проблемы возникновения запрещенных

линий в спектрах небесных тел до гл. V, посвященной газовым туманностям).

Как известно, эйнштейновские коэффициенты спонтанных переходов для разрешенных линий порядка 10^8 с^{-1} . Однако для запрещенных линий эти коэффициенты гораздо меньше. Например, для запрещенных линий в спектре короны, как следует из таблицы, они порядка $10\text{--}10^3 \text{ с}^{-1}$ (хотя запрет в этих случаях и не очень сильный). Вследствие малости вероятностей запрещенных переходов необходимы особые условия, чтобы запрещенные линии могли стать достаточно интенсивными.

Для выяснения этих условий прежде всего заметим, что если из данного состояния возможны как запрещенные, так и разрешенные переходы, то первые из них происходят гораздо реже вторых, и запрещенная линия оказывается гораздо слабее разрешенной. Следовательно, запрещенные линии могут стать сравнительно интенсивными только в том случае, когда верхнее состояние метастабильное, т. е. из него нет никаких переходов вниз, кроме запрещенных.

Однако, в отличие от обычных возбужденных состояний, в которых атом находится в течение времени порядка 10^{-8} с , в метастабильном состоянии он может находиться гораздо дольше. Поэтому для осуществления спонтанного перехода из метастабильного состояния необходимо, чтобы атом не подвергался внешним возмущениям в течение весьма больших промежутков времени. В частности, атом не должен испытывать частых встреч со свободными электронами, так как последние могут перевести его из метастабильного состояния вниз без излучения запрещенной линии при ударе второго рода. Точно так же атом не должен подвергаться сильному воздействию излучения, при поглощении которого он может перейти из метастабильного состояния вверх. Таким образом, для появления сравнительно интенсивных запрещенных линий в спектре какого-либо объекта необходимо, чтобы плотность вещества и плотность излучения были в нем достаточно малыми.

Само присутствие запрещенных линий в спектре короны говорит о том, что указанные условия в ней выполняются. Вычисления подтверждают это. Как мы видели, электронная концентрация в короне довольно мала, и столкновения не препятствуют спонтанным переходам из метастабильных состояний (хотя значение n_e в короне на несколько порядков больше, чем в туманностях, но и вероятности переходов для корональных линий сравнительно велики). Вместе с тем в короне осуществляется и условие, касающееся плотности излучения. Чтобы ионы, дающие корональные линии, перевести из их метастабильных состояний вверх, необходимо излучение в далекой ультрафиолетовой области спектра. Плотность же такого излучения в атмосфере Солнца очень мала.

5. Температура короны. Сразу же после отождествления корональных линий было сделано еще одно важное открытие в физике

Солнца: появился ряд фактов, свидетельствующих о чрезвычайно высокой кинетической температуре короны — порядка миллиона кельвинов. Мы сейчас приведем наиболее существенные из этих фактов.

1. Сильная ионизация атомов в короне. Этот факт следует поставить на первое место. Если бы температура короны не была столь высокой, то было бы совершенно непонятным существование в ней многократно ионизованных атомов (таких, как Fe X, Ca XII и т. д.). При температуре же порядка 10^6 кельвинов сильная ионизация атомов вызывается электронными ударами (см. ниже).

2. Размывание линий поглощения. Мы уже говорили о том, что в спектре короны, возникающем при рассеянии солнечного излучения на свободных электронах, не видны фраунгоферовы линии, за исключением некоторых сильно размытых. Это объясняется доплеровским расширением линий вследствие теплового движения свободных электронов. Однако если считать, что температура короны равна температуре обращющего слоя, т. е. 5000 К, то профили линий поглощения, вычисленные по формуле (17.2), оказываются значительно уже и резче наблюдаемых профилей. Чтобы согласовать теорию с наблюдениями, надо допустить, что температура электронного газа короны не меньше 600 000 К.

3. Ширины линий излучения. Измеренные профили эмиссионных линий в спектре короны хорошо представляются кривыми, соответствующими максвелловскому распределению атомов по скоростям. Это дает возможность по ширине линии найти среднюю скорость движения атомов. Для зеленой линии λ 5303 Å, принадлежащей Fe XIV, ширина оказывается около 1 Å, значит, средняя скорость атомов железа — около 25 км/с. Отсюда для кинетической температуры короны получается значение порядка $2 \cdot 10^6$ кельвинов.

4. Отсутствие бальмеровских линий. Как уже отмечалось, эмиссионные линии в спектре короны должны быть слабы на фоне непрерывного спектра. Однако водорода во внешних слоях Солнца так много, что бальмеровские линии можно было бы обнаружить, если бы температура короны была низкой. Факт же отсутствия этих линий в спектре короны говорит о ее высокой температуре. Сильная зависимость интенсивности бальмеровских линий от температуры объясняется тем, что эти линии возникают в результате рекомбинаций, а вероятность рекомбинации приблизительно пропорцио-

нальна $T_e^{-\frac{3}{2}}$. Следовательно, при $T_e = 10^6$ кельвинов интенсивность линии должна быть примерно в 1000 раз меньше, чем при $T_e = 10^4$ кельвинов. Отношение интенсивностей бальмеровских линий к интенсивности непрерывного спектра может быть найдено при помощи формул (17.4) — (17.6). Подобные вычисления показали, что линия H_α не будет заметной в спектре короны только в том случае, когда $T_e > 100\,000$ К (см. [7]).

5. Градиент плотности в короне. Как видно из формулы (17.13) и табл. 20, плотность в короне падает с возрастанием r не очень быстро. Во всяком случае, это падение происходит гораздо медленнее, чем по барометрическому закону с температурой 5000 К. На этом основании была выдвинута гипотеза о том, что корона не находится в гидростатическом равновесии, а поддерживается турбулентными движениями. Однако в такой гипотезе (не подтвержденной наблюдениями) нет необходимости, если температуру короны считать очень высокой. Возьмем обобщенную барометрическую формулу

$$n_e \sim e^{\frac{GM\mu m_H}{rkT}}, \quad (17.20)$$

отличающуюся от обычной барометрической формулы (16.31) тем, что в ней учтена зависимость ускорения силы тяжести от r . Здесь G — постоянная тяготения, M — масса Солнца, m_H — масса атома водорода, μ — средний молекулярный вес. Легко убедиться, что формула (17.20) хорошо представляет наблюдательные данные об электронной концентрации, приведенные в табл. 20, т. е. $\lg n_e$ и $1/r$ связаны между собой линейной зависимостью. Чтобы согласовать между собой теоретическое и наблюдаемое значения углового коэффициента этой зависимости, надо для температуры короны принять значение $T \approx 1,4 \cdot 10^6$ кельвинов (оно получается при $\mu = 0,69$, т. е. в том случае, когда отношение числа атомов водорода к числу атомов гелия в короне, как и в хромосфере, равно 5). Следовательно, можно считать, что корона находится в гидростатическом равновесии при указанной высокой температуре.

6. Интенсивность радиоизлучения Солнца. Как мы увидим в следующем параграфе, основная часть длинноволнового радиоизлучения Солнца идет от короны. По измеренным интенсивностям этого радиоизлучения можно определить электронную температуру короны, которая оказывается порядка 10^6 кельвинов.

Таким образом, надо считать твердо установленным, что температура короны — порядка миллиона кельвинов. Для объяснения нагревания короны было высказано несколько гипотез. Наиболее вероятная из них основывается на существовании акустических и магнитоакустических волн, идущих от фотосферы. Эти волны порождаются конвекцией и проходят через верхнюю фотосферу и нижнюю хромосферу почти без диссипации. Однако в верхней хромосфере и короне из-за уменьшения плотности они превращаются в ударные волны, энергия которых быстро диссипирует и переходит в тепло. Так как определенная температура короны устанавливается в результате равновесия между нагреванием и охлаждением, то при теоретическом нахождении температуры должно быть рассмотрено и охлаждение короны. Оно происходит за счет излучения короны в спектральных линиях, вследствие передачи энергии короны более холодной хромосфере теплопроводностью и при вылете из нее быстрых частиц, уносящих с собой некоторую энергию. Подсче-

ты показывают, что потеря энергии короной сравнительно невелика. Вследствие этого и механизмы нагревания короны не должны быть мощными.

При построении теории короны вместе с рассмотрением баланса энергии должен быть изучен и баланс массы. В корону поступает вещество из хромосферы и этот процесс компенсируется истечением вещества из короны. Раньше изучали диссипацию частиц из стационарной короны, однако теперь считается, что вся корона растекается. Радиолокацией Солнца было установлено движение газа в короне наружу со скоростями, возрастающими от двух до нескольких десятков км/с. Это движение газа приводит к появлению «солнечного ветра» в межпланетном пространстве.

Следует еще заметить, что правильная теория короны должна объяснять наблюдаемую ее неоднородность. Как показали наблюдения, зеленая и красная линии в спектре короны (с длинами волн 5303 Å и 6374 Å, соответственно) возникают в разных областях короны. Так как первая из этих линий принадлежит Fe XIV, а вторая Fe X, то естественно считать, что «зеленая» область короны значительно горячее «красной». Оказывается, что температура короны ниже средней в полярной части и выше средней над пятнами и факелами. Большой интерес для теории короны представляют также ее различные структурные образования: лучи, «арки», «шлемы» и т. д. Устойчивость таких образований связана, по-видимому, с сушеванием магнитных полей в короне.

6. Ионизация и возбуждение атомов. Мы уже говорили о том, что высокая температура короны позволяет понять существование в ней многократно ионизованных атомов. Однако для определения степени ионизации атомов в короне нельзя применять обычную ионизационную формулу Саха, так как в короне отсутствует термодинамическое равновесие. В подобных случаях степень ионизации атомов находится путем рассмотрения тех элементарных процессов, которые ведут к ионизации, и обратных им процессов, т. е. рекомбинаций. В дальнейшем (в гл. V, VI и VII) будут получены формулы ионизации при отсутствии термодинамического равновесия для случая туманностей и оболочек нестационарных звезд. Сейчас же для случая короны вопрос о степени ионизации атомов мы рассмотрим более кратко (хотя надо иметь в виду, что формулы ионизации для случаев туманности и короны сильно отличаются друг от друга вследствие различий в механизме ионизации).

Рассмотрим сначала для простоты ионизацию атомов водорода. Пусть, как и выше, n_1 , n^+ и n_e — число нейтральных атомов (в первом состоянии), число протонов и число свободных электронов в 1 см³ соответственно. Ионизация атомов может происходить как при столкновениях (из которых наибольшую роль играют столкновения со свободными электронами), так и под действием излучения. Число этих процессов, происходящих в 1 см³ за 1 с, мы обозначим соответственно через $n_1 n_e B$ и $n_1 D$. Обратными процессами являются реком-

бинации при тройных столкновениях (без излучения) и рекомбинации, связанные с излучением (как самопроизвольные, так и вынужденные). Число рекомбинаций мы обозначим соответственно через $n_e^2 n^+ A$ и $n_e n^+ C$. В стационарном состоянии число ионизаций равно числу рекомбинаций, т. е. выполняется равенство

$$n_1 n_e B + n_1 D = n_e^2 n^+ A + n_e n^+ C. \quad (17.21)$$

При термодинамическом равновесии каждый прямой процесс компенсируется обратным процессом. В частности, число ионизаций при столкновениях равно числу рекомбинаций при столкновениях, т. е.

$$n_1 B = n_e n^+ A. \quad (17.22)$$

Аналогично число ионизаций под действием излучения равно числу рекомбинаций, связанных с излучением, т. е.

$$n_1 D = n_e n^+ C. \quad (17.23)$$

Формулы (17.22) и (17.23) переходят в обычную формулу ионизации (5.5), если подставить в них значения коэффициентов A , B , C и D для случая термодинамического равновесия (точнее говоря, при максвелловском распределении свободных электронов по скоростям и при планковской плотности излучения).

При отсутствии же термодинамического равновесия степень ионизации атомов находится из соотношения (17.21), в котором каждый член должен быть определен для заданных конкретных условий. Во внешних слоях звезд и в туманностях, вследствие малой плотности вещества, рекомбинации при тройных столкновениях случаются гораздо реже рекомбинаций, связанных с излучением, т. е.

$$n_e A \ll C. \quad (17.24)$$

Что же касается ионизаций, то, вообще говоря, они происходят как при столкновениях, так и под действием излучения. Как мы увидим дальше, в туманностях ионизация вызывается излучением горячих звезд. В этом случае степень ионизации атомов определяется формулой (17.23) при соответствующей (отличной от планковской) плотности излучения. В короне же плотность ультрафиолетового излучения очень мала, и оно не играет никакой роли в ионизации атомов (за исключением первой ионизации металлов). Легко понять, что при огромной кинетической температуре короны ионизация атомов в ней вызывается электронными ударами. В данном случае из соотношения (17.21) получаем

$$\frac{n^+}{n_1} = \frac{B}{C}. \quad (17.25)$$

Важно заметить, что степень ионизации в короне не зависит от плотности вещества (а зависит лишь от электронной температуры T_e).

Теория ионизации атомов в короне была разработана И. С. Шкловским [7]. Произведенные им вычисления по формуле (17.25) для водорода привели к значениям величины n^+/n_1 порядка 10^6 при $T_e \approx 10^5$ кельвинов и порядка 10^7 при $T_e \approx 10^6$ кельвинов (когда $n_e \approx 10^8$ см $^{-3}$). Эти значения величины n^+/n_1 примерно в миллион раз меньше ее значений в случае термодинамического равновесия при тех же температурах и плотностях.

Определение относительных чисел атомов металлов в разных стадиях ионизации также может быть сделано по формуле (17.25) (в которой под n_1 теперь надо понимать концентрацию атомов в данной стадии ионизации, а под n^+ — в последующей). Однако в этом случае для коэффициентов B и C приходится пользоваться приближенными выражениями, так как квантовомеханические вычисления этих величин очень трудны. В табл. 22 приведены для примера зна-

Т а б л и ц а 22

Ионизация железа в короне $T_e \cdot 10^{-6}$

	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2	1,4
Fe X	0,092	0,83	1,6	2,9	6,0	13	30	—
Fe IX								
Fe XI	—	0,29	0,77	1,1	2,7	8,0	12	22
Fe X								
Fe XII	—	0,10	0,30	0,52	1,1	3,5	7,2	12
Fe XI								
Fe XIII	—	0,030	0,10	0,29	0,47	1,4	3,4	7,2
Fe XII								
Fe XIV	—	0,010	0,039	0,13	0,31	0,66	2,0	4,3
Fe XIII								
Fe XV	—	0,0033	0,014	0,047	0,12	0,40	0,82	1,7
Fe XIV								

чения относительных чисел атомов железа в разных стадиях ионизации при различных электронных температурах.

Мы видим, что при данной электронной температуре число атомов с возрастанием стадии ионизации сначала растет, а затем убывает. Например, при $T_e = 800\,000$ К наибольшее число атомов железа находится в стадии Fe XII.

Согласно наблюдениям, в спектре короны присутствуют линии Fe X — Fe XV, причем излучение в линиях разных ионов идет от разных областей короны. На основании таблицы можно сказать, что температура короны должна быть порядка миллиона кельвинов, причем в разных областях она различна. Например, области короны, светящиеся в линиях Fe X — Fe XI, должны иметь температуру по-

рядка 600 000 К, а области, светящиеся в линиях Fe XIII — Fe XIV, — температуру порядка 1 200 000 К. Иногда в спектре одного и того же места короны видны линии атомов, находящихся в весьма далеких друг от друга стадиях ионизации. Это можно объяснить тем, что луч зрения пересекает области с разными температурами.

Кроме рассмотренной выше обычной рекомбинации, в короне может играть существенную роль так называемая «диэлектронная рекомбинация». Этот процесс состоит в том, что данный ион возбуждается свободным электроном с энергией, меньшей энергии возбуждения, и электрон оказывается связанным с ионом. Иными словами, при таком процессе образуется атом или ион в более низкой стадии ионизации с двумя возбужденными электронами. Число диэлектронных рекомбинаций, происходящих в 1 см^3 за 1 с, равно $n_e n^+ C$, т. е. дается таким же выражением, как и число обычных рекомбинаций, но с другим значением C . Учет диэлектронных рекомбинаций при изучении степени ионизации атомов в короне приводит к заключению, что температура короны должна быть примерно вдвое выше температуры, определенной ранее (см., например, [9]). Следует отметить, что диэлектронные рекомбинации могут иметь значение и для некоторых других объектов (высокотемпературных туманностей, окрестностей квазаров и т. п.).

После рассмотрения проблемы ионизации атомов в короне обратимся к вопросу о возбуждении ионов. При этом пока будем говорить лишь о возбуждении тех уровней основного состояния иона, при переходах с которых возникают наблюдаемые запрещенные линии в спектре короны. Возбуждение указанных уровней производится двумя путями: 1) при столкновениях со свободными электронами, 2) при поглощении излучения, идущего от фотосферы (второй механизм возбуждения играет некоторую роль во внешних частях короны). Возвращение иона на нижний уровень происходит как при спонтанных переходах, так и при ударах второго рода. Из условия постоянства числа ионов на каждом из уровней можно найти отношение числа ионов на k -м уровне к числу ионов на первом уровне, т. е. величину n_k/n_1 . Здесь мы не будем останавливаться на этих расчетах, так как подобным же образом находится распределение ионов по уровням в газовых туманностях, о чем подробно говорится в § 24.

Знание отношения n_k/n_1 дает возможность перейти от концентрации ионов на возбужденном уровне n_k (находимой по измеренной интенсивности эмиссионной линии, как в случае хромосферы) к концентрации ионов на первом уровне n_1 . Суммирование чисел n_1 для всех стадий ионизации позволяет определить полную концентрацию атомов данного элемента. Разделив эту концентрацию на n_e , мы получаем отношение числа атомов рассматриваемого элемента к числу атомов водорода (так как n_e приближенно равно концентрации протонов).

Указанным способом было определено отношение числа атомов металлов к числу атомов водорода в короне. Оказалось, что это отношение не зависит от высоты и примерно такое же, как в обрабатываемом слое. Этот факт представляет большой интерес, так как он свидетельствует о перемещении вещества в короне.

7. Ультрафиолетовое и рентгеновское излучения. Корональные линии, наблюдаемые в видимой части спектра, образуются при переходах между подуровнями основных состояний различных ионов. Следующие же состояния корональных ионов находятся очень высоко. Например, резонансные потенциалы возбуждения ионов Fe X — Fe XV составляют 30—40 В. Поэтому резонансные линии этих ионов расположены в далекой ультрафиолетовой области спектра.

Возбуждение ионов в короне может происходить в результате ионизаций и последующих рекомбинаций. Однако, как показывают подсчеты, более эффективным механизмом возбуждения является электронный удар. Следует иметь в виду, что при температуре порядка миллиона кельвинов средняя энергия свободного электрона порядка 100 эВ. Поэтому практически каждый свободный электрон может при столкновении возбудить такие ионы, как указанные выше ионы железа.

Задавая определенный химический состав короны, мы можем рассчитать ее ультрафиолетовый спектр. Вычисления показали, что этот спектр должен быть весьма богат эмиссионными линиями. Вместе с тем корона должна обладать и непрерывным спектром в рассматриваемой области, происходящим от рекомбинаций наиболее распространенных атомов: водорода ($\lambda < 912 \text{ \AA}$), гелия ($\lambda < 504 \text{ \AA}$) и ионизованного гелия ($\lambda < 227 \text{ \AA}$). При рекомбинациях высокоионизованных атомов железа, никеля и др. должен возникать непрерывный спектр в области еще меньших длин волн (порядка десятков ангстрем).

Наблюдения, выполненные при помощи ракет, дали возможность получить ультрафиолетовый спектр Солнца. Этот спектр уже был описан в предыдущем параграфе. Там же было сказано, что в основном ультрафиолетовое излучение Солнца возникает в верхней хромосфере и переходной области от хромосферы к короне. Однако часть этого излучения, обусловленная многократно ионизованными атомами, идет от короны.

Как известно, излучение очень коротких длин волн (примерно от 0,1 \AA до нескольких десятков ангстрем) принадлежит уже к рентгеновской области спектра. Легко понять, что в короне с ее высокой температурой должно возникать довольно сильное рентгеновское излучение. При этом, как следует из сказанного выше, оно может быть как непрерывным, так и линейчатым.

Рентгеновское излучение Солнца также наблюдалось при помощи ракет. При этом наблюдения велись с фильтрами преимущественно в участках спектра 2—8, 8—18 и 44—60 \AA , т. е. в области

мягкого рентгена. Проведение наблюдений в течение ряда лет позволило получить зависимость интенсивности рентгеновского излучения от фазы солнечной активности. Оказалось, что в годы максимума активности рентгеновское излучение в несколько раз интенсивнее, чем в годы минимума. Объясняется это как возрастанием плотности короны, так и повышением ее температуры при переходе от минимума к максимуму активности.

Большой интерес представляют результаты наблюдения рентгеновского излучения Солнца во время затмения 1958 г. Один из них состоит в доказательстве того, что рентгеновское излучение Солнца возникает действительно в короне. Основанием для такого заключения служит тот факт, что во время полной фазы затмения интенсивность рентгеновского излучения составляет значительную долю (порядка 10%) от его интенсивности вне затмений (в то же самое время интенсивность излучения в линии L_{α} , возникающего в хромосфере, уменьшается примерно в тысячу раз). Другой важный результат был получен путем изучения зависимости интенсивности рентгеновского излучения от фазы затмения. Обнаружилось, что особенно сильное рентгеновское излучение идет от частей короны, находящихся над активными областями поверхности Солнца. Такой вывод подтверждается и фотографиями Солнца в рентгеновских лучах, полученными вне затмения.

Особенно интересны результаты наблюдения рентгеновского излучения во время хромосферных вспышек. В этих случаях в течение довольно коротких промежутков времени (порядка нескольких минут) наблюдаются потоки жесткого рентгеновского излучения — с длинами волн порядка 1 \AA и меньше. Для объяснения такого излучения можно высказать предположение об образовании в короне очень горячих областей. Вычисления дали представление о спектре рентгеновского излучения короны при разных температурах. Например, температура около 10^7 кельвинов достаточна для появления излучения с длиной волны порядка 3 \AA . Однако для объяснения наблюдаемого излучения более коротких длин волн приходится допустить наличие в короне механизма нетеплового излучения.

§ 18. Радиоизлучение Солнца

1. Результаты наблюдений. Радиоизлучение Солнца было открыто во время второй мировой войны и с тех пор очень интенсивно исследуется. Весьма быстро было установлено, что это излучение идет к нам от короны и верхних слоев хромосферы. Таким образом, по наблюдаемому радиоизлучению Солнца мы можем судить о физических процессах в самых внешних его частях. Важно подчеркнуть одно существенное преимущество радионаблюдений короны и хромосферы перед их оптическими наблюдениями: в то время как наблюдениям в оптической области спектра сильно мешает большая яр-

кость фотосферы, при наблюдениях в области радиоволн этого не происходит (так как сами эти части Солнца и являются «фотосферой» для радиоизлучения).

Наблюдения радиоизлучения Солнца с земной поверхности могут вестись в довольно широком интервале длин волн — от нескольких миллиметров до нескольких десятков метров. Излучение более коротких волн поглощается в земной атмосфере (молекулами O_2 и H_2O), а излучение более длинных волн отражается от земной ионосферы.

Исследование радиоизлучения Солнца производится при помощи радиотелескопов, позволяющих измерить поток солнечного излучения определенной длины волны. Для измерения интенсивностей радиоизлучения, идущего от разных мест солнечного диска, приходится применять радиотелескопы больших размеров или радиоинтерферометры. Это вызвано тем, что разрешающая сила, определяемая отношением диаметра отверстия телескопа к длине волны излучения, в радиодиапазоне гораздо меньше, чем в оптике.

Очень ценные сведения о распределении яркости по диску в радиочастотах получаются также во время солнечных затмений. Заметим, что именно при наблюдениях солнечного затмения 1947 г. С. Э. Хайкин и Б. М. Чихачев впервые экспериментально доказали корональную природу радиоизлучения Солнца в метровом диапазоне волн (так как во время полного затмения поток радиоизлучения оказался равным примерно 40% потока вне затмения).

Измеренную интенсивность радиоизлучения I_ν обычно характеризуют яркостной температурой T_ν , т. е. представляют ее в виде $I_\nu = B_\nu(T_\nu)$, где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T . Так как для радиочастот $h\nu/kT \ll 1$, то формула Планка переходит в формулу Рэлея — Джинса:

$$B_\nu(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT. \quad (18.1)$$

Поэтому яркостная температура определяется соотношением

$$I_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} kT_\nu. \quad (18.2)$$

Измеренный поток радиоизлучения Солнца может быть записан в виде

$$H_\nu = \bar{I}_\nu \Omega, \quad (18.3)$$

где \bar{I}_ν — средняя интенсивность излучения и Ω — телесный угол, под которым виден солнечный диск. Понимая под \bar{I}_ν планковскую интенсивность, соответствующую температуре \bar{T}_ν , мы можем эту температуру принять в качестве меры потока излучения. Величина \bar{T}_ν представляет собой среднюю яркостную температуру для часто-

гы ν . Пользуясь формулой (18.2), имеем

$$H_{\nu} = \frac{2\nu^2}{c^2} k \bar{T}_{\nu} \Omega. \quad (18.4)$$

Так как $\Omega = \pi (R/r)^2$, где R — радиус Солнца и r — расстояние от Солнца до Земли, то вместо (18.4) получаем

$$H_{\nu} = \pi \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{2\nu^2}{c^2} k \bar{T}_{\nu}. \quad (18.5)$$

Светимость же Солнца в частоте ν представляется в виде

$$L_{\nu} = 4\pi^2 R^2 \frac{2\nu^2}{c^2} k \bar{T}_{\nu}. \quad (18.6)$$

Как показывают наблюдения, радиоизлучение Солнца состоит из двух компонент: 1) радиоизлучение спокойного Солнца (невозмущенная компонента) и 2) спорадическое радиоизлучение Солнца (возмущенная компонента). Первая компонента почти постоянна (точнее говоря, слабо меняется в течение цикла солнечной активности). Как увидим ниже, она является тепловым излучением короны и хромосферы. Вторая компонента испытывает как медленные, так и очень быстрые изменения с течением времени. Ее происхождение связано с различными активными процессами на Солнце: пятнами, хромосферными вспышками и т. д.

Измерение потоков радиоизлучения Солнца приводит к тому результату, что для невозмущенной компоненты яркостная температура \bar{T}_{ν} оказывается порядка 10^4 кельвинов в сантиметровом диапазоне и порядка 10^6 кельвинов — в метровом. Что же касается возмущенной компоненты, то для нее в метровом диапазоне иногда получаются яркостные температуры порядка 10^8 — 10^9 кельвинов и больше. Иными словами, поток возмущенного радиоизлучения Солнца иногда в 100—1000 и больше раз превосходит поток радиоизлучения спокойного Солнца.

В дальнейшем речь будет идти в основном о невозмущенной компоненте солнечного радиоизлучения, а возмущенная компонента будет рассмотрена весьма кратко. Подробное рассмотрение проблемы радиоизлучения Солнца содержится в уже упомянутых монографиях [2], [3], [7] и особенно в книге В. В. Железнякова [8]. Общая теория распространения радиоизлучения в плазме изложена в монографии В. Л. Гинзбурга [9].

2. Радиоизлучение спокойного Солнца. Приступая к интерпретации наблюдательных данных о солнечном радиоизлучении, мы сначала ответим на вопрос, в каких слоях Солнца оно возникает. Для этого нам следует определить оптические глубины различных слоев в области радиочастот. Очевидно, что излучение может доходить до наблюдателя лишь от тех слоев, оптическая глубина которых не превосходит по порядку единицу.

Чтобы найти оптическую глубину τ_v , надо знать объемный коэффициент поглощения α_v . Как было выяснено в § 5, поглощение излучения в непрерывном спектре происходит при фотоионизациях и свободно-свободных переходах. Однако фотоионизации вызываются лишь теми квантами, энергия которых больше энергии ионизации ($h\nu > \chi_i$), и поэтому кванты в области радиочастот, обладающие небольшой энергией, поглощаются при фотоионизациях не могут (они могли бы поглощаться при фотоионизациях с высоких дискретных уровней, но такие уровни в действительности не существуют). В то же время при свободно-свободных переходах могут поглощаться кванты любых частот, в том числе и очень малых. Именно при свободно-свободных переходах и происходит поглощение радиоизлучения.

Объемный коэффициент поглощения, обусловленный свободно-свободными переходами электрона в поле протона, дается формулой (5.10).

Так как водород является самым распространенным элементом в атмосфере Солнца, то приближенно мы примем, что этой формулой определяется полный объемный коэффициент поглощения, т. е.

$$\alpha_v = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6 k T_e}{3 \sqrt{3} c h (2 \pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_v}{v^3}, \quad (18.7)$$

где n^+ и n_e — концентрация протонов и свободных электронов соответственно, T_e — температура электронного газа и g_v — множитель Гаунта (в области радиочастот — порядка 10).

Однако в формуле (18.7) не принято во внимание отрицательное поглощение, играющее очень большую роль для радиоизлучения. На основании сказанного в § 8, для учета отрицательного поглощения следует ввести в правую часть формулы (18.7) множитель $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}$. Для свободно-свободных переходов множитель такого вида вводится при допущении максвелловского распределения свободных электронов по скоростям.

В области радиочастот величина $h\nu/kT_e$ очень мала (например, $h\nu/kT_e \approx 10^{-8}$ при $T_e \approx 10^6$ кельвинов и $\lambda = 100$ см), вследствие чего указанный множитель можно заменить величиной $h\nu/kT_e$. Поэтому объемный коэффициент поглощения в области радиочастот при учете отрицательного поглощения записывается в виде

$$\alpha_v = n_e n^+ \frac{2^4 \pi^2 e^6}{3 \sqrt{3} c (2 \pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_v}{v^2}. \quad (18.8)$$

Так как g_v очень слабо зависит от v , то можно считать, что $\alpha_v \sim 1/v^2$.

Пользуясь полученным выражением для α_v , мы можем определить оптическую глубину любого места в солнечной атмосфере по формуле

$$\tau_v = \int_r^\infty \alpha_v dr = \frac{2^4 \pi^2 e^6}{3 \sqrt{3} c (2 \pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_v}{v^2} \int_r^\infty n^+ n_e dr, \quad (18.9)$$

где для простоты принято, что $T_e = \text{const}$. Для вычисления входящего в (18.9) интеграла надо знать зависимость n_e от r (приближенно $n^+ = n_e$). Для короны эта зависимость дается формулой (17.13). Результаты вычисления оптических глубин в короне для разных длин волн приведены в табл. 23, взятой из книги И. С. Шкловского [7].

Таблица 23

Оптические глубины в короне для радиоизлучения

$\frac{r}{R}$	Длина волны λ в см							
	50	100	150	187	300	400	800	1200
1,04	0,183	0,73	1,65	2,58	6,6	11,7	47	107
1,1	0,061	0,26	0,59	0,93	2,4	4,2	17	38
1,2	0,017	0,068	0,154	0,24	0,62	1,08	4,4	10
1,4	0,004	0,015	0,035	0,053	0,14	0,25	1,0	2,3
1,6	0,0006	0,002	0,005	0,008	0,02	0,03	0,14	0,82

Из таблицы видно, что для метровых волн оптическая толщина короны превосходит единицу, т. е. радиоизлучение Солнца в метровом диапазоне волн идет к наблюдателю в основном от короны. Для излучения же меньших длин волн корона в значительной мере прозрачна, и поэтому такое излучение доходит до наблюдателя не только от короны, но и от хромосферы.

Рассмотренный процесс поглощения радиоизлучения происходит при переходах свободных электронов с одной гиперболической орбиты на другую в поле иона. При обратных переходах происходит испускание квантов в области радиочастот. Такие переходы и являются причиной радиоизлучения спокойного Солнца. Таким образом, это излучение представляет собой обычное тепловое излучение электронного газа. По своему происхождению невозмущенное радиоизлучение Солнца не отличается от его излучения в оптической области спектра. Однако радиоизлучение Солнца идет к наблюдателю от короны и хромосферы, а излучение в оптической области спектра — от более глубоких фотосферных слоев. Это различие объясняется сильным возрастанием величины коэффициента поглощения с уменьшением частоты излучения.

Если мы знаем объемный коэффициент поглощения α_v , то можем легко определить и объемный коэффициент излучения ϵ_v . Для этого воспользуемся известным соотношением

$$\epsilon_v = \alpha_v B_v(T_e), \quad (18.10)$$

которое для свободно-свободных переходов справедливо при максвелловском распределении свободных электронов по скоростям.

Подставляя в формулу (18.10) выражения (18.1) и (18.8), получаем

$$\varepsilon_{\nu} = n_e n^+ \frac{2^5 \pi^2 e^6 k T_e}{3 \sqrt{3} c^3 (2 \pi m k T_e)^{3/2}} g_{\nu}. \quad (18.11)$$

Знание коэффициентов поглощения и излучения позволяет вычислить интенсивность излучения, идущего к наблюдателю на любом расстоянии от центра солнечного диска. Таким вычислением мы займемся ниже, а пока получим приближенную формулу для светимости Солнца в радиочастотах. Обозначим через R_{ν} радиус солнечного диска для радиоизлучения частоты ν (он определяется из того условия, что оптический путь луча, идущего на расстоянии R_{ν} от центра диска, равен единице). Тогда, считая, что $T_e = \text{const}$, для светимости Солнца в частоте ν имеем

$$L_{\nu} = 4 \pi R_{\nu}^2 \pi B_{\nu}(T_e). \quad (18.12)$$

Подставляя сюда выражение (18.1), находим

$$L_{\nu} = 4 \pi^2 R_{\nu}^2 \frac{2 \nu^2}{c^2} k T_e. \quad (18.13)$$

Применим формулу (18.13) к солнечному радиоизлучению на метровых волнах, которое, как было выяснено выше, идет к нам от короны. Как следует из этой формулы, светимость Солнца пропорциональна квадрату частоты, что подтверждается наблюдениями. По величине светимости, находимой из наблюдений, можно при помощи формулы (18.13) определить электронную температуру короны T_e .

Как уже говорилось, яркостная температура Солнца \bar{T}_{ν} в метровом диапазоне порядка 10^6 кельвинов. Сравнивая между собой формулы (18.6) и (18.13), мы видим, что $\bar{T}_{\nu} \approx T_e$ (так как R_{ν} мало отличается от R). Поэтому и электронная температура короны должна быть порядка 10^6 кельвинов. Измерение светимости Солнца в радиочастотах было одним из первых свидетельств в пользу высокой температуры короны. Если бы температура короны равнялась температуре фотосферы, то светимость Солнца в метровом диапазоне была бы в сотни раз меньше наблюдаемой (так как $L_{\nu} \approx T_e$).

Радиоизлучение Солнца на сантиметровых волнах идет в основном от верхних слоев хромосферы. Измеренная яркостная температура этого излучения (порядка 10 000 К) приблизительно равна электронной температуре указанных слоев.

Следует подчеркнуть, что формула (18.13) справедлива лишь при $T_e = \text{const}$. Поэтому ее нельзя применять к радиоизлучению Солнца на дециметровых волнах, которое идет к нам частью от короны, а частью от хромосферы. Формула для светимости Солнца в этом случае будет получена ниже.

3. Распределение радиоизлучения по диску. Знание механизма радиоизлучения спокойного Солнца дает возможность найти распределение интенсивности этого излучения по диску. Вообще гово-

ря, радиоизлучение данной частоты идет к наблюдателю как от короны, так и от хромосферы.

Мы обозначим температуру короны через T_1 , а температуру хромосферы — через T_2 и будем считать их постоянными. Примем также, что корона и хромосфера обладают сферической симметрией, причем граница между ними представляет сферу радиуса R .

Интенсивность излучения частоты ν , идущего к наблюдателю на расстоянии r от центра диска, дается формулой

$$I_\nu(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_\nu(T_e) e^{-t_\nu} \alpha_\nu ds, \quad (18.14)$$

где t_ν — оптическое расстояние данного места в солнечной атмосфере до наблюдателя [сравните с формулой (16.9)]. Если $r > R$, то излучение идет только от короны, и формула (18.14) принимает вид

$$I_\nu(r) = B_\nu(T_1) \left[1 - e^{-t_\nu^0(r)} \right], \quad (18.15)$$

где

$$t_\nu^0(r) = 2 \int_r^\infty \frac{\alpha_\nu(r') r' dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}. \quad (18.16)$$

Если $r < R$, то до наблюдателя доходит как излучение хромосферы (ослабленное поглощением в короне), так и излучение короны. В этом случае вместо (18.14) имеем

$$I_\nu(r) = B_\nu(T_1) \left[1 - e^{-t_\nu^0(r)} \right] + B_\nu(T_2) e^{-t_\nu^0(r)}, \quad (18.17)$$

где

$$t_\nu^0(r) = \int_R^\infty \frac{\alpha_\nu(r') r' dr'}{\sqrt{r'^2 - r^2}}, \quad (18.18)$$

и считается, что оптическая толщина хромосферы бесконечно велика.

В формулы (18.16) и (18.18) надо подставить выражение (18.8) для коэффициента поглощения α_ν . После этого для вычисления величины $t_\nu^0(r)$ следует задать закон изменения электронной концентрации в короне. Подстановка вычисленных значений $t_\nu^0(r)$ в формулы (18.15) и (18.17) дает теоретическое распределение теплового радиоизлучения по солнечному диску.

Результаты таких вычислений существенно зависят от длины волны излучения. Для излучения с длиной волны порядка 1 см и меньше оптическая толщина короны очень мала и поэтому, как видно из формулы (18.17),

$$I_\nu(r) \approx B_\nu(T_2),$$

т. е. интенсивность радиоизлучения одинакова на всем диске и соответствует температуре хромосферы. С увеличением длины волны оптическая толщина короны возрастает и вместе с ней растет роль радиоизлучения короны. По мере удаления от центра диска интенсивность этого излучения сначала увеличивается, а затем убывает, достигая максимума при $r=R$ (так как оптический путь луча в короне при $r=R$ является наибольшим). Для метровых волн оптическая толщина короны превосходит единицу. В этом случае, как следует из формул (18.17) и (18.15), интенсивность излучения постоянна и соответствует температуре короны при $r < R$, а затем с ростом r медленно убывает.

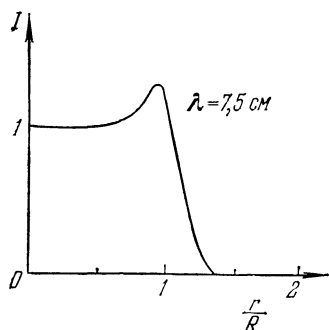


Рис. 22

Описанные результаты вычислений распределения радиоизлучения по солнечному диску в общих чертах согласуются с наблюдательными данными. В качестве примера на рис. 22 приведено наблюдаемое распределение интенсивности излучения с длиной волны 7,5 см. Из рисунка видно, что наблюдения, как и вычисления, дают максимальную яркость при $r \approx R$. Некоторые расхождения между

изложенной теорией и наблюдениями объясняются тем, что в действительности температуры короны и хромосферы не постоянны и корона не является сферически-симметричной.

Пользуясь приведенными формулами для интенсивности солнечного радиоизлучения, можно определить светимость Солнца в радиочастотах. Очевидно, что светимость Солнца в частоте ν равна

$$L_\nu = 4\pi \cdot 2\pi \int_0^\infty I_\nu(r) r dr. \quad (18.19)$$

Подставляя сюда выражения (18.15) и (18.17), находим

$$L_\nu = 8\pi^2 \left\{ B_\nu(T_1) \int_0^\infty [1 - e^{-t_\nu^0(r)}] r dr + B_\nu(T_2) \int_0^R e^{-t_\nu^0(r)} r dr \right\}, \quad (18.20)$$

или

$$L_\nu = 4\pi^2 R^2 [a_\nu B_\nu(T_1) + b_\nu B_\nu(T_2)], \quad (18.21)$$

где обозначено

$$a_\nu = \frac{2}{R^2} \int_0^\infty [1 - e^{-t_\nu^0(r)}] r dr, \quad (18.22)$$

$$b_\nu = \frac{2}{R^2} \int_0^R e^{-t_\nu^0(r)} r dr. \quad (18.23)$$

Выражая светимость Солнца L_v через яркостную температуру \bar{T}_v при помощи формулы (18.6), а также пользуясь формулой (18.1) для величины $B_v(T)$, вместо (18.21) получаем

$$\bar{T}_v = a_v T_1 + b_v T_2. \quad (18.24)$$

Формула (18.24) выражает яркостную температуру \bar{T}_v солнечного радиоизлучения частоты v через температуру короны T_1 и температуру хромосферы T_2 .

Величины a_v и b_v легко определяются численно. В частности, согласно [7] имеем:

$$\begin{array}{lll} a_v = 1, & b_v = 0,0019 & \text{для } \lambda = 3 \text{ см,} \\ a_v = 0,99, & b_v = 0,021 & \text{» } \lambda = 10 \text{ см,} \\ a_v = 0,96, & b_v = 0,088 & \text{» } \lambda = 21 \text{ см,} \\ a_v = 0,82, & b_v = 0,37 & \text{» } \lambda = 50 \text{ см.} \end{array}$$

Задавая температуры короны и хромосферы ($T_1 \approx 10^6$ кельвинов и $T_2 \approx 10^4$ кельвинов), мы можем найти теоретическую зависимость яркостной температуры \bar{T}_v от частоты. Значения \bar{T}_v , получаемые из наблюдений, приближенно удовлетворяют этой зависимости.

4. Распространение радиоволн в короне. При нахождении распределения яркости радиоизлучения по солнечному диску мы предполагали, что излучение распространяется прямолинейно. Однако в действительности радиоизлучение в поверхностных слоях Солнца может испытывать рефракцию. Чтобы выяснить роль рефракции, надо знать выражение для показателя преломления радиоволн в плазме.

Рассматривая движения свободного электрона в поле радиоволны, можно получить (см. [9]) как выражение для коэффициента поглощения α_v , так и выражение для показателя преломления n . Выражение для коэффициента поглощения уже было дано выше формулой (18.8). Что же касается показателя преломления, то он оказывается равным

$$n = \sqrt{1 - \frac{v_c^2}{v^2}}, \quad (18.25)$$

где величина v_c , представляющая собой собственную частоту колебаний плазмы, определяется формулой

$$v_c^2 = \frac{e^2 n_e}{\pi m}. \quad (18.26)$$

Мы видим, что $n < 1$, т. е. плазма обладает меньшим показателем преломления для радиоволн, чем вакуум. С увеличением n_e показатель преломления убывает, и для каждой частоты v существует такое критическое значение электронной концентрации n'_e , при котором $n = 0$. Через уровень, где $n = 0$, излучение не проходит, испы-

тывая полное отражение. Следовательно, радиоизлучение идет лишь от слоев солнечной атмосферы, расположенных выше указанного уровня.

С другой стороны, как мы знаем, излучение идет к наблюдателю в основном от тех слоев, оптическая глубина которых меньше

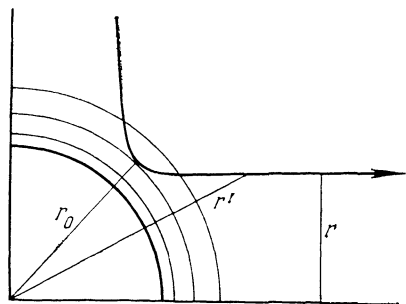


Рис. 23

единицы. Обозначим через n_e'' значение электронной концентрации при $\tau_v = 1$. Тогда можно сказать, что если $n_e' \gg n_e''$ (т. е. уровень с $n = 0$ находится ниже уровня с $\tau_v = 1$), то рефракция мало влияет на излучение, идущее к наблюдателю. Подсчеты показывают, что так обстоит дело для сантиметровых и дециметровых волн. Например, при $\lambda = 10$ см, как следует из формулы (18.26), $n_e' \approx 10^{11}$ см $^{-3}$, а $n_e'' \approx 10^9$ см $^{-3}$. В этом случае $n \approx 1$ во

всей области, где $\tau_v < 1$. Однако для метровых волн $n_e' \ll n_e''$, и рефракция играет очень большую роль.

Для определения траектории луча при учете рефракции надо воспользоваться известным соотношением

$$n(r') r' \sin \vartheta = r, \quad (18.27)$$

где $n(r')$ — показатель преломления на расстоянии r' от центра Солнца, ϑ — угол между направлением излучения и радиусом-вектором, r — расстояние от центра Солнца до касательной к направлению излучения, выходящего из короны. Подстановка в уравнение (18.27) выражения (18.25) дает для траектории луча кривую, обращенную выпуклостью к центру Солнца (рис. 23).

Очевидно, что оптический путь луча в короне определяется формулой

$$t_v^0(r) = 2 \int_{r_0}^{\infty} \alpha_v(r') \sec \vartheta dr', \quad (18.28)$$

где r_0 находится из условия: $n(r_0)r_0 = r$. Пользуясь соотношением (18.27), получаем

$$t_v^0(r) = 2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{\alpha_v(r') dr'}{\sqrt{1 - \left[\frac{r}{n(r') r'} \right]^2}}. \quad (18.29)$$

Величина $t_v^0(r)$, определенная формулой (18.29), и должна быть подставлена в формулу (18.15) для вычисления интенсивности излучения, выходящего из короны на метровых волнах. Найденное в результате таких вычислений распределение интенсивности радио-

излучения по солнечному диску существенно отличается от распределения, полученного без учета рефракции.

Заметим, что для среды с изменяющимся показателем преломления уравнение переноса излучения имеет вид

$$n^2 \frac{d}{ds} \left(\frac{I_\nu}{n^2} \right) = -\alpha_\nu I_\nu + \epsilon_\nu. \quad (18.30)$$

Так как при термодинамическом равновесии интенсивность излучения равна $n^2 B_\nu(T)$, где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность, то связь между коэффициентом излучения ϵ_ν и коэффициентом поглощения α_ν дается формулой

$$\epsilon_\nu = n^2 \alpha_\nu B_\nu(T). \quad (18.31)$$

Подставляя (18.31) в уравнение (18.30) и интегрируя его при $T = \text{const}$, мы для интенсивности излучения, выходящего из короны, снова приходим к формуле (18.15), в которой величина $I_\nu^0(r)$ дается формулой (18.29).

5. Спорадическое радиоизлучение. Солнце редко бывает спокойным в радиочастотах. Обычно на радиоизлучение спокойного Солнца накладывается возмущенное излучение, которое можно разделить на две составляющие. Первая из них меняется сравнительно медленно (в течение часов, дней и месяцев), вторая — очень быстро (в течение секунд и минут).

Медленно меняющаяся компонента возмущенного солнечного радиоизлучения наблюдается главным образом на сантиметровых и дециметровых волнах. Ее интенсивность сравнима с интенсивностью излучения спокойного Солнца. Из наблюдений следует, что возникновение этой компоненты связано с образованием солнечных пятен (так как чем больше площадь пятен, тем интенсивнее радиоизлучение). Точнее говоря, источниками медленно меняющегося радиоизлучения Солнца являются области, находящиеся над пятнами и факелами. Об этом свидетельствует прямое сопоставление изображений Солнца в радиочастотах и в оптической области спектра. Локальные источники радиоизлучения вращаются вместе с Солнцем, и так как они расположены выше пятен, то восходят раньше, а заходят позже них. На этом основании можно определить высоты источников над фотосферой, которые оказываются порядка $0,05 R_\odot$.

Наблюдения (в частности, выполненные во время затмений) дают возможность определить положение, размеры и яркостные температуры локальных радиоисточников. Из наблюдений также следует, что радиоизлучение локальных источников является поляризованным. Рассмотрение этих данных приводит к заключению, что медленно меняющееся возмущенное радиоизлучение Солнца возникает при свободно-свободных переходах электронов в поле ионов (тормозное излучение) и при движении электронов в магнитном поле по искривленной траектории (магнитно-тормозное излучение).

Быстро меняющаяся компонента солнечного радиоизлучения наблюдается во всем радиодиапазоне (от миллиметровых до метровых волн). Она обнаруживается в виде всплесков радиоизлучения различной длительности и интенсивности. Некоторые всплески происходят в течение времени порядка 1 с с яркостной температурой, в несколько раз превосходящей яркостную температуру спокойного Солнца. Однако наблюдаются и гораздо более сильные всплески — продолжительностью в несколько минут с яркостной температурой 10^8 — 10^9 , а иногда и 10^{12} кельвинов.

Для объяснения всплесков радиоизлучения привлекаются различные механизмы нетеплового излучения (см. [8] и [10]). Один из них состоит в возбуждении плазменных колебаний потоком быстрых частиц. При этом образуются продольные плазменные волны, которые затем превращаются в поперечные электромагнитные волны. Частоты собственных колебаний плазмы определяются формулой (18.26). Из нее видно, что при электронных концентрациях, характерных для короны, возникают метровые волны, на которых как раз и наблюдаются сильные всплески радиоизлучения. Возможно, что причиной плазменных колебаний являются быстрые частицы, образующиеся при хромосферных вспышках. В пользу этой гипотезы говорит тот факт, что сильные всплески радиоизлучения обнаруживаются через несколько минут после максимумов хромосферных вспышек. При этом сначала наблюдаются всплески на более коротких волнах, а затем на все более и более длинных. Это можно объяснить перемещением быстрых частиц, вызывающих колебания плазмы, из более плотных областей короны в менее плотные. Всплески могут также возникать в результате движения через корону ударной волны, порожденной хромосферной вспышкой. В качестве другого возможного механизма всплесков радиоизлучения было указано тормозное излучение релятивистских электронов в магнитном поле, т. е. так называемое синхротронное излучение (о нем см. § 31). Так как всплески очень разнообразны, то можно думать, что они возникают под действием различных механизмов.

6. Сверхкорона Солнца. Изучать солнечную корону можно не только по ее радиоизлучению, но и по ослаблению короной излучения, идущего от источников, расположенных за ней. По счастливой случайности один из самых мощных галактических источников радиоизлучения, Крабовидная туманность, находится очень близко от эклиптики (приблизительно на расстоянии 4,5 угловых солнечных радиуса). Поэтому ежегодно происходит покрытие Крабовидной туманности внешними частями короны. Наблюдения этого явления, выполненные впервые В. В. Виткевичем, привели к обнаружению частей короны, удаленных от центра Солнца на несколько десятков его радиусов.

Внешние части короны (называемые обычно сверхкороной) производят ослабление излучения Крабовидной туманности вследствие рассеяния радиоволн на электронных неоднородностях. При

прохождении луча через неоднородность происходит отклонение луча из-за различия в показателях преломления неоднородности и окружающей среды. Простые подсчеты дают возможность определить уменьшение интенсивности излучения, проходящего через корону на разных расстояниях от центра солнечного диска, в зависимости от числа неоднородностей, их размеров и электронной концентрации в них. Из сравнения теории с наблюдениями найдено, например, что в короне на расстоянии 20 солнечных радиусов линейные размеры неоднородностей составляют около 10^{10} см, и электронные концентрации в них — около 10^3 см $^{-3}$.

Наблюдения, подобные описанным выше наблюдениям Крабовидной туманности, были выполнены и для многих других радиоисточников. В результате получены сведения о свойствах сверхкороны на расстояниях от Солнца, достигающих до 100 его радиусов. Следует отметить, что сверхкорону можно также наблюдать в оптической области спектра во время солнечных затмений.

На основании наблюдаемого медленного падения плотности в короне с удалением от Солнца возникло представление о том, что межпланетная среда является не чем иным, как продолжением короны. Сначала определение свойств межпланетной среды на разных расстояниях от Солнца делалось путем расчета модели статической короны. Затем Паркер [11] произвел подробное гидродинамическое рассмотрение «расширяющейся короны», т. е. короны, состоящей из частиц, движущихся от Солнца. Это движение происходит с громадными скоростями (на больших расстояниях от Солнца — порядка сотен километров в секунду) и вызывает существование «солнечного ветра» в межпланетном пространстве. По-видимому, солнечный ветер оказывает значительное влияние на внешние части планетных атмосфер, хвосты комет и некоторые другие объекты в солнечной системе.

Запуск космических аппаратов дает возможность непосредственно измерить характеристики межпланетной плазмы. В частности, при этом обнаружено, что радиальная скорость плазмы возрастает во время магнитных бурь. Результаты таких измерений в значительной мере подтверждают указанную выше теорию.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ III

1. Амбарцумян В. А., Мустель Э. Р., Северный А. Б., Соболев В. В. Теоретическая астрофизика.— М.: Гостехиздат, 1952.
2. The Sun/Ed. G. Kuiper, Chicago: 1953 (русский перевод: Солнце.— М.: Изд-во иностр. лит., 1957).
3. Zirin H. The Solar Atmosphere.— 1966 (русский перевод: Зирин Г. Солнечная атмосфера.— М.: Мир, 1969).
4. Gibson E. G. The Quiet Sun.— 1973 (русский перевод: Гибсон Э. Спокойное Солнце.— М.: Мир, 1977).
5. Thomas R. N., Athay R. G. Physics of the Solar Chromosphere.— New York: 1961 (русский перевод: Томас Р., Атей Р. Физика солнечной хромосферы.— М.: Мир, 1965).

6. И в а н о в-Х о л о д н ы й Г. С., Н и к о л ь с к и й Г. М. Солнце и ионосфера.— М.: Наука, 1969.
7. Ш к л о в с к и й И. С. Физика солнечной короны.— М.: Физматгиз, 1962.
8. Ж е л е з н я к о в В. В. Радиоизлучение Солнца и планет.— М.: Наука, 1964.
9. Г и н з б у р г В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1960.
10. К а п л а н С. А., П и к е л ь н е р С. Б., Ц ы т о в и ч В. Н. Физика плазмы солнечной атмосферы.— М.: Наука, 1977.
11. P a r k e r E. N. Interplanetary dynamical processes.— 1963 (русский перевод: П а р к е р Е. Н. Динамические процессы в межпланетной среде.— М.: Мир, 1965).

Как известно, планеты светятся вследствие отражения ими солнечного излучения. В планетных атмосферах происходит сложный процесс многократного рассеяния света, в результате которого лучистая энергия частично испытывает истинное поглощение (т. е. переходит в другие формы энергии), а частично выходит из атмосферы наружу. По излучению, диффузно отраженному планетной атмосферой, мы можем судить об оптических свойствах атмосферы и о физической природе составляющих ее частиц.

Атмосферы некоторых планет (например, Венеры и Юпитера) обладают очень большой оптической толщиной и сквозь атмосферу не видна поверхность планеты. Другие планеты (например, Марс) окружены атмосферами малой оптической толщины. В этом случае путем изучения свечения планеты можно получить сведения не только об атмосфере, но и о поверхности планеты.

В настоящей главе в основном излагается теория многократного рассеяния света в планетных атмосферах вместе с ее применениями к отдельным планетам. При этом используются результаты фотометрических и спектроскопических наблюдений планет. Более подробно упомянутая теория изложена в специальных работах [1]—[3].

В последнее время были получены весьма ценные сведения о планетах при наблюдении с помощью космических аппаратов. Большой интерес представляют также результаты исследования радиоизлучения планет. Об этих результатах будет кратко сказано в конце главы.

§ 19. Рассеяние света в планетных атмосферах

1. Основные уравнения. Вследствие малости толщины атмосферы по сравнению с радиусом планеты приближенно можно считать, что атмосфера состоит из плоскопараллельных слоев. Вместе с тем можно принять, что атмосфера освещена параллельными солнечными лучами. Угол падения солнечных лучей на атмосферу в данном месте мы обозначим через ϑ_0 , а освещенность перпендикулярной к ним площадки — через πF . Наша задача будет состоять в нахождении интенсивности излучения, выходящего из атмосферы в разных направлениях после процесса многократного рассеяния в ней.

Для решения поставленной задачи мы должны воспользоваться уравнением переноса излучения. Как было показано в § 1, в случае

плоскопараллельных слоев это уравнение имеет вид

$$\cos \vartheta \frac{dI}{dz} = -\alpha I + \varepsilon, \quad (19.1)$$

где I — интенсивность излучения, α — коэффициент поглощения, ε — коэффициент излучения, z — высота над поверхностью планеты, ϑ — угол между направлением излучения и нормалью к атмосферным слоям (рис. 24). Величины I , α и ε зависят от частоты излучения, но для упрощения записи индекс ν мы опускаем.

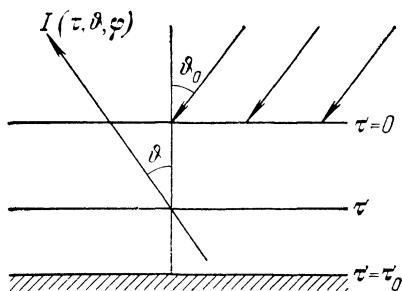


Рис. 24

Входящая в уравнение (19.1) величина ε обусловлена рассеянием света, происходящим в элементарном объеме. Мы будем считать, что из общего количества лучистой энергии, поглощенной в этом объеме, рассеивается им доля λ .

В таком случае величина $\lambda\alpha$ будет

представлять собой коэффициент рассеяния, а величина $(1-\lambda)\alpha$ — коэффициент истинного поглощения. Вообще говоря, вероятность рассеяния излучения в разные стороны неодинакова. Мы обозначим через $x(\gamma)$ $d\omega/4\pi$ вероятность рассеяния излучения в направлении, образующем угол γ с направлением падающего на объем излучения, внутри телесного угла $d\omega$. Величина $x(\gamma)$ называется индикатрисой рассеяния. Если рассеяние излучения происходит с одинаковой вероятностью во все стороны, то $x(\gamma)=1$. Индикатриса рассеяния в этом случае называется сферической.

Чтобы получить выражение для величины ε , рассмотрим элементарный объем с единичной площадью основания и толщиной dz , находящийся на высоте z . Этот объем освещен как излучением, приходящим непосредственно от Солнца, так и излучением, рассеянным атмосферой. Обозначим через τ оптическую глубину данного объема, т. е. положим

$$\tau = \int_z^{\infty} \alpha(z) dz. \quad (19.2)$$

Тогда количество энергии, падающее на объем непосредственно от Солнца, будет равно $\pi F e^{-\tau \sec \vartheta_0} \cos \vartheta_0$. Из этого количества энергии поглощается объемом доля $\alpha dz \sec \vartheta_0$, а из нее рассеивается им под углом γ к направлению солнечного излучения в телесном угле $d\omega$ доля $\lambda x(\gamma) d\omega/4\pi$. Поэтому для коэффициента излучения, обусловленного рассеянием первого порядка, находим

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{4} \alpha F x(\gamma) e^{-\tau \sec \vartheta_0}. \quad (19.3)$$

К выражению (19.3) надо добавить еще член, происходящий от рассеяний высших порядков. В результате для полного коэффициента излучения получаем

$$\varepsilon = \lambda \alpha \int I x(\gamma') \frac{d\omega'}{4\pi} + \frac{\lambda}{4} \alpha F x(\gamma) e^{-\tau \sec \vartheta_0}, \quad (19.4)$$

где интегрирование производится по всем направлениям падающего на объем излучения и γ' есть угол между каким-либо из этих направлений и направлением излучения, рассеянного объемом.

В уравнениях (19.1) и (19.4) вместо коэффициента излучения ε введем величину S посредством соотношения

$$\varepsilon = \alpha S. \quad (19.5)$$

При произвольной индикатрисе рассеяния величины S и I зависят от оптической глубины τ , зенитного расстояния ϑ и азимута φ . Поэтому вместо уравнений (19.1) и (19.4) мы можем написать

$$\cos \vartheta \frac{dI(\tau, \vartheta, \varphi)}{d\tau} = I(\tau, \vartheta, \varphi) - S(\tau, \vartheta, \varphi), \quad (19.6)$$

$$S(\tau, \vartheta, \varphi) = \frac{\lambda}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi x(\gamma') I(\tau, \vartheta', \varphi') \sin \vartheta' d\vartheta' + \frac{\lambda}{4} F x(\gamma) e^{-\tau \sec \vartheta_0}, \quad (19.7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma' &= \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi'), \\ \cos \gamma &= -\cos \vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (19.8)$$

а азимут направления солнечных лучей принят равным нулю.

Таким образом, задача о рассеянии света в планетной атмосфере сводится к решению уравнений (19.6) и (19.7). К этим уравнениям следует присоединить еще граничные условия. Условие на верхней границе атмосферы (т. е. при $\tau=0$) должно выражать тот факт, что нет диффузного излучения, падающего на атмосферу извне. Условие на нижней границе (т. е. при $\tau=\tau_0$) должно учитывать отражение излучения поверхностью планеты.

Решая приведенные уравнения, можно найти интенсивности излучения, выходящего из атмосферы. Сравнение теоретических и наблюдаемых значений этих интенсивностей позволяет сделать заключения об оптических свойствах атмосферы, т. е. о величинах τ_0 , λ и $x(\gamma)$.

В свою очередь по оптическим свойствам атмосферы можно судить о природе частиц, которые ее составляют. Для этого используется теория рассеяния света на отдельных частицах (см., например, [4]). Эта теория, разработанная особенно подробно для шаровых частиц, определяет коэффициент поглощения α , альбедо частицы λ и индикатрису рассеяния $x(\gamma)$ в зависимости от отношения радиуса

частицы к длине волны излучения и от показателя преломления вещества частицы.

Заметим, что в случае рассеяния света молекулами индикатриса рассеяния определяется формулой Рэлея

$$x(\gamma) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \gamma). \quad (19.9)$$

Если же рассеяние света производится частицами, радиусы которых сравнимы с длиной волны излучения, то индикатриса рассеяния обычно оказывается сильно вытянутой вперед.

2. Полубесконечная атмосфера. Как уже сказано, атмосферы некоторых планет обладают оптической толщиной, превосходящей по порядку единицу. В этом случае при определении интенсивности излучения, диффузно отраженного атмосферой, приближенно можно считать $\tau_0 = \infty$.

Сначала мы допустим, что в атмосфере происходит изотропное рассеяние света, т. е. $x(\gamma) = 1$. Тогда величина S будет функцией только от τ , а интенсивность излучения I — функцией только от τ и ϑ . Поэтому уравнения (19.6) и (19.7) можно переписать в виде

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, \mu_0)}{d\tau} = I(\tau, \mu, \mu_0) - S(\tau, \mu_0), \quad (19.10)$$

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu, \mu_0) d\mu + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \quad (19.11)$$

где обозначено $\cos \vartheta = \mu$, $\cos \vartheta_0 = \mu_0$ и подчеркнута зависимость величин I и S от параметра μ_0 .

Из уравнений (19.10) и (19.11) можно получить одно интегральное уравнение для определения функции $S(\tau, \mu_0)$. Поступая так же, как при выводе уравнения (2.48), находим

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} E_1 |\tau - t| S(t, \mu_0) dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}, \quad (19.12)$$

где $E_1 \tau$ — первая интегральная показательная функция.

Если функция $S(\tau, \mu_0)$ известна, то может быть легко определена и интенсивность излучения, выходящего из атмосферы, т. е. величина $I(0, \mu, \mu_0)$. Полагая

$$I(0, \mu, \mu_0) = F \rho(\mu, \mu_0) \mu_0, \quad (19.13)$$

имеем

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{1}{F} \int_0^{\infty} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu \mu_0}. \quad (19.14)$$

Величина $\rho(\mu, \mu_0)$ называется коэффициентом яркости или коэффициентом отражения атмосферы.

Интегральное уравнение (19.12) относится к уравнениям типа (3.1), подробно рассмотренным в § 3. В данном случае ядро уравнения (3.1) дается формулой (3.17), в которой $A(x) = \lambda/2x$, $a=1$, $b=\infty$, а свободный член имеет вид $g(\tau) = \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}$. Пользуясь соотношениями (3.19) и (3.20), мы получаем для коэффициента яркости выражение

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi(\mu) \varphi(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \quad (19.15)$$

в котором функция $\varphi(\mu)$ определяется уравнением

$$\varphi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2} \mu \varphi(\mu) \int_0^1 \frac{\varphi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu'. \quad (19.16)$$

Как мы помним, функция $\varphi(\mu)$ уже встречалась в теории звездных фотосфер (в § 3) и в теории образования звездных спектров (в § 10). Теперь мы видим, что через ту же функцию выражается коэффициент яркости планетной атмосферы. Значения функции $\varphi(\mu)$ при разных значениях параметра λ приведены на стр. 121.

Соотношения (19.15) и (19.16) мы получили при помощи уравнения (19.12), однако В. А. Амбарцумян показал, что их можно также получить без использования этого уравнения, а именно — при помощи так называемого «принципа инвариантности». Согласно этому принципу отражательная способность полубесконечной среды не изменится, если к ней добавить некоторый слой с теми же оптическими свойствами. Добавляя к полубесконечной среде слой бесконечно малой оптической толщины, определяя все изменения в интенсивности излучения, вносимые этим слоем, и приравнивая их нулю, мы и приходим к указанным соотношениям (см. [1]).

При помощи принципа инвариантности был также найден коэффициент яркости при произвольной индикатрисе рассеяния. В виде примера приведем результат, полученный при простейшей неферрической индикатрисе рассеяния

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos \gamma, \quad (19.17)$$

где x_1 — некоторый параметр.

В данном случае коэффициент яркости определяется формулой

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \rho_0(\mu, \mu_0) + \rho_1(\mu, \mu_0) \cos \varphi, \quad (19.18)$$

а величины $\rho_0(\mu, \mu_0)$ и $\rho_1(\mu, \mu_0)$ имеют следующую структуру:

$$\rho_0(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_0^0(\mu) \varphi_0^0(\mu_0) - x_1 \varphi_1^0(\mu) \varphi_1^0(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \quad (19.19)$$

$$\rho_1(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} x_1 \frac{\varphi_1^1(\mu) \varphi_1^1(\mu_0)}{\mu + \mu_0}. \quad (19.20)$$

В свою очередь вспомогательные функции $\varphi_0^0(\mu)$ и $\varphi_1^0(\mu)$ определяются из системы уравнений

$$\varphi_0^0(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2} \mu \int_0^1 \frac{\varphi_0^0(\mu) \varphi_0^0(\mu') - x_1 \varphi_1^0(\mu) \varphi_1^0(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu', \quad (19.21)$$

$$\varphi_1^0(\mu) = \mu - \frac{\lambda}{2} \mu \int_0^1 \frac{\varphi_0^0(\mu) \varphi_0^0(\mu') - x_1 \varphi_1^0(\mu) \varphi_1^0(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu', \quad (19.22)$$

а вспомогательная функция $\varphi_1^1(\mu)$ — из уравнения

$$\varphi_1^1(\mu) = \sqrt{1 - \mu^2} + \frac{\lambda}{4} x_1 \mu \varphi_1^1(\mu) \int_0^1 \frac{\varphi_1^1(\mu')}{\mu + \mu'} \sqrt{1 - \mu'^2} d\mu'. \quad (19.23)$$

Функции $\varphi_0^0(\mu)$, $\varphi_1^0(\mu)$ и $\varphi_1^1(\mu)$ табулированы, так что вычисление коэффициента яркости по формулам (19.18) — (19.20) не составляет труда.

При сильно вытянутой индикатрисе рассеяния формулы для коэффициента отражения $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ становятся довольно сложными. В этом случае для его определения используются численные методы.

3. Атмосфера конечной оптической толщины. Рассмотрим теперь рассеяние света в атмосфере произвольной оптической толщины τ_0 . Считая для простоты, что индикатриса рассеяния является сферической, получаем следующее уравнение для определения функции $S(\tau, \mu_0)$:

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1|\tau - t| S(t, \mu_0) dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (19.24)$$

Здесь мы пока пренебрегли отражением света поверхностью планеты.

Наша задача состоит в определении интенсивностей излучения, диффузно отраженного и диффузно пропущенного атмосферой. Вместо них мы будем искать соответствующие им коэффициенты яркости (или коэффициенты отражения и пропускания) $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$, выражающиеся через функцию $S(\tau, \mu_0)$ при помощи формул

$$F\rho(\mu, \mu_0) \mu_0 = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}, \quad (19.25)$$

$$F\sigma(\mu, \mu_0) \mu_0 = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \quad (19.26)$$

Однако для нахождения величин $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$ нет необходимости в предварительном определении функции $S(\tau, \mu_0)$. Как и в

случае $\tau_0 = \infty$, можно получить уравнения, непосредственно определяющие коэффициенты яркости. Для этого поступим следующим образом.

Перепишем уравнения (19.24) в виде

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\tau E_1(\tau - t) S(t, \mu_0) dt + \frac{\lambda}{2} \int_\tau^{\tau_0} E_1(t - \tau) S(t, \mu_0) dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (19.27)$$

Положив $\tau - t = x$ в первом интеграле и $t - \tau = x$ во втором, получаем

$$S(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\tau E_1 x S(\tau - x, \mu_0) dx + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0 - \tau} E_1 x S(\tau + x, \mu_0) dx + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (19.28)$$

Дифференцируя это уравнение по τ , находим

$$S'(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1 |\tau - t| S'(t, \mu_0) dt - \frac{\lambda F}{4\mu_0} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \frac{\lambda}{2} S(0, \mu_0) E_1 \tau - \frac{\lambda}{2} S(\tau_0, \mu_0) E_1 (\tau_0 - \tau). \quad (19.29)$$

Сравнивая между собой уравнения (19.24) и (19.29), мы видим, что они имеют одинаковые ядра и отличаются друг от друга лишь свободными членами. Но так как функция $E_1 \tau$ определяется формулой

$$E_1 \tau = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu}, \quad (19.30)$$

то свободный член уравнения (19.29) представляет собой суперпозицию свободных членов уравнения (19.24). Поэтому вследствие линейности рассматриваемых уравнений имеем

$$S'(\tau, \mu_0) = -\frac{1}{\mu_0} S(\tau, \mu_0) + \frac{2}{F} S(0, \mu_0) \int_0^1 S(\tau, \mu') \frac{d\mu'}{\mu'} - \frac{2}{F} S(\tau_0, \mu_0) \int_0^1 S(\tau_0 - \tau, \mu') \frac{d\mu'}{\mu'}. \quad (19.31)$$

Соотношение (19.31) и дает нам возможность получить уравнения, определяющие величины $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$. Умножая это соотноше-

ние на $e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$, интегрируя по τ в пределах от нуля до τ_0 и учитывая формулы (19.25) и (19.26), находим

$$F\rho(\mu, \mu_0)(\mu + \mu_0) = S(0, \mu_0)\varphi(\mu) - S(\tau_0, \mu_0)\psi(\mu), \quad (19.32)$$

где обозначено

$$\varphi(\mu) = 1 + 2\mu \int_0^1 \rho(\mu, \mu') d\mu', \quad (19.33)$$

$$\psi(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2\mu \int_0^1 \sigma(\mu, \mu') d\mu'. \quad (19.34)$$

После умножения соотношения (19.31) на $e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$ и интегрирования аналогично получаем

$$F\sigma(\mu, \mu_0)(\mu - \mu_0) = S(0, \mu_0)\psi(\mu) - S(\tau_0, \mu)\varphi(\mu). \quad (19.35)$$

С другой стороны, из уравнения (19.24) вытекает

$$\begin{aligned} S(0, \mu_0) &= \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} S(t, \mu_0) dt \int_0^1 e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{d\mu}{\mu} + \frac{\lambda}{4} F = \\ &= \frac{\lambda}{2} \int_0^1 d\mu \int_0^{\tau_0} S(t, \mu_0) e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{dt}{\mu} + \frac{\lambda}{4} F = \frac{\lambda}{4} F \left[1 + 2\mu_0 \int_0^1 \rho(\mu, \mu_0) d\mu \right]. \end{aligned} \quad (19.36)$$

Из того же уравнения аналогично находим

$$S(\tau_0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2\mu_0 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu_0) d\mu \right]. \quad (19.37)$$

Пользуясь симметричностью величин $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$ относительно μ и μ_0 (которая будет доказана ниже) и обозначениями (19.33) и (19.34), получаем

$$S(0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F\varphi(\mu_0), \quad S(\tau_0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} F\psi(\mu_0). \quad (19.38)$$

Подстановка выражений (19.38) в формулы (19.32) и (19.35) дает

$$\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu)\psi(\mu_0)}{\mu + \mu_0}, \quad (19.39)$$

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\psi(\mu)\varphi(\mu_0) - \varphi(\mu)\psi(\mu_0)}{\mu - \mu_0}. \quad (19.40)$$

Подставляя же выражения (19.39) и (19.40) в формулы (19.33) и (19.34), находим

$$\Phi(\mu) = 1 + \frac{\lambda}{2} \mu \int_0^1 \frac{\Phi(\mu) \Phi(\mu') - \Psi(\mu) \Psi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu', \quad (19.41)$$

$$\Psi(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + \frac{\lambda}{2} \mu \int_0^1 \frac{\Psi(\mu) \Phi(\mu') - \Phi(\mu) \Psi(\mu')}{\mu - \mu'} d\mu'. \quad (19.42)$$

Соотношения (19.39)—(19.42) являются искомыми. Формулы (19.39) и (19.40) определяют структуру коэффициентов яркости, а уравнения (19.41) и (19.42) служат для определения вспомогательных функций $\Phi(\mu)$ и $\Psi(\mu)$.

При индикатрисе рассеяния произвольного вида коэффициенты яркости также выражаются через вспомогательные функции, зависящие только от одного аргумента, и эти функции определяются системами уравнений, похожими на уравнения (19.41) и (19.42) (см., например, [2]).

Нам еще остается доказать симметричность коэффициентов яркости относительно углов падения и отражения (или пропускания). Для этого рассмотрим интегральное уравнение

$$S(\tau, \mu_0) = \int_0^{\tau_0} K(|\tau - t|) S(t, \mu_0) dt + g(\tau, \mu_0) \quad (19.43)$$

с произвольным ядром, зависящим от модуля разности двух аргументов, и с произвольным свободным членом, зависящим от параметра μ_0 . Уравнение (19.24) является частным случаем уравнения (19.43).

Считая, что $g(\tau, \mu)$ представляет собой свободный член уравнения (19.43), в котором μ_0 заменено на μ , получаем

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) g(\tau, \mu) d\tau &= \\ &= \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) \left[S(\tau, \mu) - \int_0^{\tau_0} K(|\tau - t|) S(t, \mu) dt \right] d\tau = \\ &= \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) S(\tau, \mu) d\tau - \int_0^{\tau_0} S(t, \mu) dt \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) K(|\tau - t|) d\tau. \end{aligned} \quad (19.44)$$

Отсюда, обращаясь снова к уравнению (19.43), находим

$$\int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) g(\tau, \mu) d\tau = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu) g(\tau, \mu_0) d\tau. \quad (19.45)$$

Аналогично можно получить:

$$\int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu_0) g(\tau_0 - \tau, \mu) d\tau = \int_0^{\tau_0} S(\tau, \mu) g(\tau_0 - \tau, \mu_0) d\tau. \quad (19.46)$$

Полагая $g(\tau, \mu_0) = e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}$ и принимая во внимание формулы (19.25) и (19.26), из (19.45) и (19.46) имеем

$$\rho(\mu, \mu_0) = \rho(\mu_0, \mu), \quad \sigma(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu_0, \mu). \quad (19.47)$$

Эти соотношения, которыми раньше мы уже пользовались, нам и требовалось доказать.

Соотношения (19.47) играют весьма важную роль в теории рассеяния света. С физической точки зрения они выражают «принцип обратимости» для оптических явлений. К планетным атмосферам впервые этот принцип применил Миннарт (см. [5]).

4. Отражение света поверхностью планеты. Выше мы предполагали, что коэффициент отражения света поверхностью планеты равен нулю. Теперь примем во внимание эффект отражения, причем для простоты будем считать, что интенсивность отраженного света не зависит от направления (т. е. отражение является изотропным). Альбе́до поверхности планеты обозначим через A . Индикатрису рассеяния света в планетной атмосфере, как и раньше, будем считать сферической.

В данном случае атмосфера освещена не только прямыми солнечными лучами сверху, но и диффузным излучением, идущим от поверхности планеты снизу. Отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения теперь мы обозначим через $\bar{S}(\tau, \mu_0)$ и вместо уравнения (19.24) получаем

$$\bar{S}(\tau, \mu_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} E_1 |\tau - t| \bar{S}(t, \mu_0) dt + \frac{\lambda}{4} F e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} + \frac{\lambda}{2} \bar{I}(\mu_0) \int_0^1 e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}} d\mu. \quad (19.48)$$

где $\bar{I}(\mu_0)$ — интенсивность излучения, отраженного поверхностью.

Нам надо найти коэффициенты яркости $\bar{\rho}(\mu, \mu_0)$ и $\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)$, определяемые формулами

$$\bar{F}\bar{\rho}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \int_0^{\tau_0} \bar{S}(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu} + \bar{I}(\mu_0) e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}, \quad (19.49)$$

$$F\bar{\sigma}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \int_0^{\tau_0} \bar{S}(\tau, \mu_0) e^{-\frac{\tau_0 - \tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}. \quad (19.50)$$

Последний член формулы (19.49) учитывает излучение, отраженное поверхностью и прошедшее через атмосферу.

Входящая в уравнение величина $\bar{I}(\mu_0)$ заранее также не является известной. Очевидно, что она зависит от искомой интенсивности излучения, падающего на поверхность, или от соответствующего коэффициента яркости $\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)$. Чтобы найти указанную зависимость, надо прежде всего написать выражение для освещенности поверхности. Легко видеть, что освещенность прямыми солнечными лучами равна $\pi F e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} \mu_0$, а освещенность диффузным излучением атмосферы равна $2\pi F \mu_0 \int_0^1 \bar{\sigma}(\mu, \mu_0) \mu d\mu$. Умножая суммарную освещенность на альбедо поверхности A , мы получаем количество энергии, отраженное поверхностью. С другой стороны, это количество энергии равно $\pi \bar{I}(\mu_0)$. Поэтому имеем

$$\bar{I}(\mu_0) = AF\mu_0 \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2 \int_0^1 \bar{\sigma}(\mu, \mu_0) \mu d\mu \right]. \quad (19.51)$$

Для нахождения величин $\bar{\rho}(\mu, \mu_0)$ и $\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)$ сравним между собой уравнения (19.24) и (19.48). Из этого сравнения видно, что

$$\bar{S}(\tau, \mu_0) = S(\tau, \mu_0) + \frac{2}{F} \bar{I}(\mu_0) \int_0^1 S(\tau_0 - \tau, \mu') d\mu'. \quad (19.52)$$

Умножая (19.52) на $e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$, интегрируя в пределах от нуля до τ_0 и пользуясь формулами (19.25), (19.26) и (19.49), получаем

$$\bar{\rho}(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + \frac{\bar{I}(\mu_0)}{F\mu_0} \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu') \mu' d\mu' \right]. \quad (19.53)$$

Аналогично находим

$$\bar{\sigma}(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu, \mu_0) + \frac{\bar{I}(\mu_0)}{F\mu_0} 2 \int_0^1 \rho(\mu, \mu') \mu' d\mu'. \quad (19.54)$$

Для определения величины $\bar{I}(\mu_0)$ умножим (19.54) на $2\mu d\mu$ и проинтегрируем в пределах от нуля до 1. При помощи (19.51) это дает

$$\bar{I}(\mu_0) = \frac{A}{1-AC} \left[e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} + 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu_0) \mu d\mu \right] F\mu_0, \quad (19.55)$$

где обозначено

$$C = 4 \int_0^1 \mu d\mu \int_0^1 \rho(\mu, \mu') \mu' d\mu'. \quad (19.56)$$

Вводя также обозначения

$$M(\mu) = e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + 2 \int_0^1 \sigma(\mu, \mu') \mu' d\mu', \quad (19.57)$$

$$N(\mu) = 2 \int_0^1 \rho(\mu, \mu') \mu' d\mu' \quad (19.58)$$

и подставляя (19.55) в (19.53) и (19.54), получаем

$$\bar{\rho}(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + \frac{A}{1-AC} M(\mu) M(\mu_0), \quad (19.59)$$

$$\bar{\sigma}(\mu, \mu_0) = \sigma(\mu, \mu_0) + \frac{A}{1-AC} N(\mu) M(\mu_0). \quad (19.60)$$

Таким образом, мы пришли к формулам, посредством которых коэффициенты яркости $\bar{\rho}(\mu, \mu_0)$ и $\bar{\sigma}(\mu, \mu_0)$ при $A \neq 0$ выражаются через коэффициенты яркости $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$ при $A=0$.

Входящие в формулы (19.59) и (19.60) величины $M(\mu)$ и $N(\mu)$ можно выразить через те же вспомогательные функции $\Phi(\mu)$ и $\Psi(\mu)$, через которые раньше были выражены величины $\rho(\mu, \mu_0)$ и $\sigma(\mu, \mu_0)$. При помощи формул (19.39) и (19.40), а также уравнений (19.41) и (19.42), находим

$$M(\mu) = \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_0\right) \Psi(\mu) + \frac{\lambda}{2} \beta_0 \Phi(\mu), \quad (19.61)$$

$$N(\mu) = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_0\right) \Phi(\mu) - \frac{\lambda}{2} \beta_0 \Psi(\mu), \quad (19.62)$$

где использованы обозначения

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \int_0^1 \Phi(\mu) \mu^i d\mu, \\ \beta_i &= \int_0^1 \Psi(\mu) \mu^i d\mu, \end{aligned} \right\} \quad (19.63)$$

т. е. α_0 и β_0 — нулевые моменты функций $\Phi(\mu)$ и $\Psi(\mu)$.

Легко видеть, что величины $M(\mu_0)$ и $N(\mu_0)$ имеют простой физический смысл. Первая из них представляет собой отношение освещенности поверхности планеты к освещенности верхней границы атмосферы, а вторая — отношение освещенности верхней границы снизу к освещенности верхней границы сверху (при $A=0$).

5. Альbedo планеты. Полученные выше формулы для интенсивности излучения, диффузно отраженного планетной атмосферой, позволяют легко определить альbedo планеты. Сначала мы найдем так называемое плоское альbedo, т. е. альbedo планеты в данном месте при определенном угле падения солнечных лучей на плоский слой, в виде которого представляется атмосфера. Очевидно, что поток

излучения, выходящего из атмосферы, равен $2\pi F\mu_0 \int_0^1 \bar{\rho}(\mu, \mu_0) \mu d\mu$, а поток солнечного излучения, падающего на атмосферу, равен $\pi F\mu_0$. Поэтому плоское альbedo, являющееся отношением указанных потоков, равно

$$A_1(\mu_0) = 2 \int_0^1 \bar{\rho}(\mu, \mu_0) \mu d\mu. \quad (19.64)$$

Для вычисления величины $A_1(\mu_0)$ подставим в формулу (19.64) выражение (19.59). Учитывая при этом формулы (19.58) и (19.61), получаем

$$A_1(\mu_0) = N(\mu_0) + \frac{A}{1-AC} [(2-\lambda\alpha_0)\beta_1 + \lambda\beta_0\alpha_1] M(\mu_0), \quad (19.65)$$

где, как и раньше, A — альbedo поверхности планеты, а α_1 и β_1 — первые моменты функций $\varphi(\mu)$ и $\psi(\mu)$. Как видно из формул (19.56), (19.58) и (19.62), величина C равна

$$C = 1 - (2 - \lambda\alpha_0)\alpha_1 - \lambda\beta_0\beta_1. \quad (19.66)$$

Отметим, что входящие в приведенные формулы величины α_0 и β_0 связаны между собой простым соотношением. Чтобы получить его, проинтегрируем уравнение (19.41) по μ в пределах от нуля до 1. В результате находим

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \mu d\mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu') - \psi(\mu)\psi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu', \quad (19.67)$$

или, после замены

$$\frac{\mu}{\mu + \mu'} = 1 - \frac{\mu'}{\mu + \mu'},$$

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{2} (\alpha_0^2 - \beta_0^2) - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 d\mu \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)\varphi(\mu') - \psi(\mu)\psi(\mu')}{\mu + \mu'} \mu' d\mu'. \quad (19.68)$$

Из двух последних формул и вытекает искомое соотношение:

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{4} (\alpha_0^2 - \beta_0^2). \quad (19.69)$$

Рассмотрим два частных случая формулы (19.65), определяющей плоское альbedo.

1. Допустим, что оптическая толщина атмосферы бесконечно велика ($\tau_0 = \infty$). В этом случае функция $\varphi(\mu)$ определяется уравнением (19.16), а $\psi(\mu) = 0$. Поэтому формула (19.65) принимает вид

$$A_1(\mu_0) = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{2} \alpha_0\right) \varphi(\mu_0). \quad (19.70)$$

Но из соотношения (19.69) в данном случае (т. е. при $\beta_0=0$) находим

$$\alpha_0 = \frac{2}{\lambda} (1 - \sqrt{1-\lambda}). \quad (19.71)$$

Следовательно, вместо (19.70) имеем

$$A_1(\mu_0) = 1 - \varphi(\mu_0) \sqrt{1-\lambda}. \quad (19.72)$$

2. Будем считать, что в атмосфере происходит чистое рассеяние излучения, т. е. $\lambda=1$. В указанном случае, как следует из (19.69),

$$\alpha_0 = 2 - \beta_0, \quad (19.73)$$

поэтому

$$C = 1 - \beta_0(\alpha_1 + \beta_1). \quad (19.74)$$

Легко видеть, что формулу (19.65) можно теперь переписать в виде

$$A_1(\mu_0) = 1 - \frac{\beta_0}{2} [\Phi(\mu_0) + \psi(\mu_0)] \frac{1-A}{1-AC}. \quad (19.75)$$

При изучении планет, кроме плоского альбедо, употребляют еще так называемое сферическое альбедо, представляющее собой отношение энергии, отраженной всей планетой, к энергии, падающей на планету от Солнца. Если плоское альбедо известно, то легко найти и сферическое альбедо.

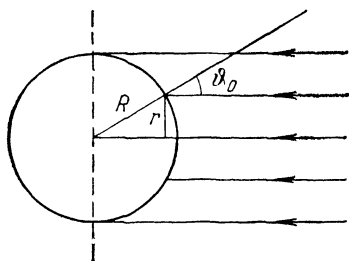


Рис. 25

Обозначим радиус планеты через R (рис. 25). Тогда энергия, падающая на планету от Солнца, будет равна $\pi R^2 \pi F$. С другой стороны, обозначая через r расстояние данной точки на диске планеты от центра диска, находим, что энергия, отраженная планетой, бу-

дет равна $2\pi \int_0^R A_1(\mu_0) \pi F r dr$. Так как $r dr = R^2 \mu_0 d\mu_0$, то последнее выражение можно переписать в виде

$$2\pi R^2 \pi F \int_0^1 A_1(\mu_0) \mu_0 d\mu_0.$$

Поэтому, обозначая сферическое альбедо через A_* , получаем

$$A_* = 2 \int_0^1 A_1(\mu_0) \mu_0 d\mu_0. \quad (19.76)$$

Подставляя (19.65) в (19.76), находим

$$A_* = C + \frac{A}{1-AC} [(2-\lambda\alpha_0)\beta_1 + \lambda\beta_0\alpha_1]^2, \quad (19.77)$$

где C определяется формулой (19.66).

Применим полученную формулу для сферического альbedo к двум рассмотренным выше случаям. В первом из этих случаев (т. е. при $\tau_0 = \infty$) имеем

$$A_* = 1 - 2\alpha_1 \sqrt{1-\lambda}, \quad (19.78)$$

а во втором (т. е. при $\lambda=1$)

$$A_* = 1 - \frac{(1-A)(1-C)}{1-AC}. \quad (19.79)$$

Для вычисления величин $A_1(\mu_0)$ и A_* надо иметь таблицы функций $\Phi(\mu)$ и $\Psi(\mu)$ и их нулевых и первых моментов. Такие таблицы содержатся в ряде работ (см. [3]).

Таблица 24

Сферическое альbedo A_*

τ_0	A										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,1	0,08	0,17	0,26	0,34	0,43	0,52	0,61	0,71	0,80	0,90	1,00
0,2	0,15	0,22	0,30	0,38	0,46	0,54	0,63	0,72	0,81	0,90	1,00
0,3	0,21	0,27	0,34	0,41	0,48	0,56	0,64	0,72	0,81	0,90	1,00
0,5	0,30	0,35	0,40	0,46	0,52	0,59	0,66	0,73	0,82	0,90	1,00
1,0	0,45	0,48	0,51	0,55	0,60	0,64	0,70	0,76	0,83	0,91	1,00
2,0	0,61	0,63	0,65	0,67	0,69	0,72	0,75	0,80	0,85	0,92	1,00
3,0	0,70	0,71	0,72	0,73	0,75	0,77	0,79	0,82	0,86	0,92	1,00
∞	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

В таблице 24 приведены значения сферического альbedo, найденные по формуле (19.79), т. е. для того случая, когда в атмосфере оптической толщины τ_0 происходит чистое рассеяние света и атмосфера ограничена поверхностью с альbedo A .

§ 20. Оптические свойства планетных атмосфер

1. Атмосфера Венеры. С помощью теории рассеяния света можно истолковать результаты фотометрических наблюдений планет. При этом путем сравнения теории с наблюдениями могут быть определены оптические свойства планетных атмосфер. Сначала мы сделаем это для случая атмосферы Венеры [3].

Очевидно, что освещенность Земли от Солнца равна $E_S = \pi F (r_1/r_2)^2$, где r_1 — расстояние от Солнца до Венеры и r_2 — расстояние от Солнца до Земли, а $E_V/E_S = 2,512^{m_\odot - m}$, где m_\odot — звездная величина Солнца. Поэтому получаем

$$2,512^{m_\odot - m} =$$

$$= \frac{2}{\pi} \left(\frac{r_2 R}{r_1 \Delta} \right)^2 \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha - \omega) \cos \omega d\omega = \int_0^{\pi/2} \rho(\mu, \mu_0, \varphi) \cos^3 \psi d\psi. \quad (20.3)$$

Соотношение (20.3) дает искомую теоретическую зависимость m от α , т. е. позволяет построить теоретическую кривую блеска планеты. В соотношение (20.3) надо подставить выражение для $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ и воспользоваться формулами (20.1). Так как коэффициент яркости $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ зависит от величин $x(\gamma)$ и λ , то, сравнивая между собой теоретическую и наблюдаемую кривые блеска, можно определить указанные величины. При этом следует также принять во внимание соотношение

$$\frac{1}{2} \int_0^\pi x(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1, \quad (20.4)$$

выражающее собой условие нормировки индикатрисы рассеяния.

При определении теоретической кривой блеска удобно в выражении для $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ выделить член, учитывающий рассеяние первого порядка. В таком случае имеем

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} \frac{x(\gamma)}{\mu + \mu_0} + \Delta\rho(\mu, \mu_0, \varphi), \quad (20.5)$$

где $\gamma = \pi - \alpha$ и $\Delta\rho$ — член, учитывающий рассеяния высших порядков. Так как точное выражение для величины $\Delta\rho$ при произвольной индикатрисе рассеяния очень сложное, то мы определим эту величину приближенно, сохраняя в разложении индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра только два первых члена. Иными словами, величину $\Delta\rho$ найдем не для действительной индикатрисы рассеяния $x(\gamma)$, а для индикатрисы рассеяния

$$x(\gamma) = 1 + x_1 \cos \gamma, \quad (20.6)$$

где

$$x_1 = \frac{3}{2} \int_0^\pi x(\gamma) \cos \gamma \sin \gamma d\gamma. \quad (20.7)$$

Как было показано ранее, коэффициент яркости $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ при индикатрисе рассеяния вида (20.6) дается формулами (19.18) —

(19.20). Пользуясь ими, находим

$$\Delta\rho = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_0^0(\mu)\varphi_0^0(\mu_0) - x_1\varphi_1^0(\mu)\varphi_1^0(\mu_0) - 1}{\mu + \mu_0} + \frac{\lambda x_1}{4} \frac{\varphi_1^1(\mu)\varphi_1^1(\mu_0) \cos \varphi + \cos \alpha}{\mu + \mu_0}, \quad (20.8)$$

где вспомогательные функции $\varphi_0^0(\mu)$, $\varphi_1^0(\mu)$ и $\varphi_1^1(\mu)$ определяются уравнениями (19.21) — (19.23). Как уже говорилось, эти функции табулированы. Заметим также, что при малой роли истинного поглощения в атмосфере (т. е. при значениях λ , близких к 1), из уравнений (19.21) и (19.22) могут быть получены следующие асимптотические формулы:

$$\varphi_0^0(\mu) = \varphi(\mu) \left(1 - 3 \sqrt{\frac{1-\lambda}{3-x_1}} \mu \right), \quad (20.9)$$

$$\varphi_1^1(\mu) = \varphi(\mu) \mu \sqrt{\frac{3(1-\lambda)}{3-x_1}}, \quad (20.10)$$

где $\varphi(\mu)$ — функция, определяемая уравнением (19.16) при $\lambda=1$. Формулами (20.9) и (20.10) можно воспользоваться в случае Венеры, так как альбеда этой планеты весьма велико (порядка 0,7), а следовательно, величина $1 - \lambda$ очень мала. При сферической индикатрисе рассеяния это видно из формулы (19.78), а при вытянутой вперед индикатрисе рассеяния величина $1 - \lambda$ будет еще меньше.

Подставим теперь выражение (20.5) в соотношение (20.3). Результат этой подстановки можно записать в виде

$$x(\pi - \alpha)f(\alpha) + g(\alpha) = h(\alpha), \quad (20.11)$$

где введены обозначения

$$f(\alpha) = \frac{1}{4} \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos \omega \cos(\alpha - \omega)}{\cos \omega + \cos(\alpha - \omega)} d\omega \int_0^{\pi/2} \cos^2 \psi d\psi = \\ = \frac{\pi}{16} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \right), \quad (20.12)$$

$$g(\alpha) = \int_{\alpha - \pi/2}^{\pi/2} \cos \omega \cos(\alpha - \omega) d\omega \int_0^{\pi/2} \Delta\rho \cos^3 \psi d\psi, \quad (20.13)$$

$$h(\alpha) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_1 \Delta}{r_2 R} \right)^2 2,512^m \odot^{-m}. \quad (20.14)$$

Левая часть соотношения (20.11) определяется теоретически, а правая зависит только от наблюдательных данных. Если эти данные известны, то, пользуясь соотношением (20.11), а также формулами (20.4) и (20.7), можно найти величины $x(\gamma)$ и λ .

Зависимость функции $h(\alpha)$ от угла фазы α обусловлена наблюдаемой кривой изменения блеска планеты. Эта кривая для Венеры определялась в ряде работ. Например, на основании данных

Мюллера визуальная звездная величина Венеры может быть представлена в виде

$$m = -4,71 + 0,01322\alpha + 0,000\,000\,425\alpha^3 \quad (20.15)$$

в интервале от $\alpha = 24^\circ$ до $\alpha = 156^\circ$ при расстоянии Венеры от Земли, равном одной астрономической единице.

Определенная указанным способом индикатриса рассеяния в атмосфере Венеры приведена в табл. 25. При этом для величины m было принято среднее из значений, полученных Мюллером и Данжоном. Для данной индикатрисы рассеяния величина x_1 , определенная формулой (20.7) и характеризующая вытянутость индикатрисы рассеяния, оказалась равной $x_1 = 1,43$. Альbedo частицы в атмосфере Венеры получилось равным $\lambda = 0,987$, т. е. очень близким к 1. В той же таблице для сравнения приведена индикатриса рассеяния в безоблачной атмосфере Земли (определенная способом, изложенным ниже).

Таблица 25

Индикатрисы рассеяния в атмосферах Венеры и Земли

γ	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165
Венера	9,20	2,80	1,22	0,53	0,26	0,18	0,24	0,38	0,61	0,92	1,23
Земля	3,30	1,90	1,30	0,94	0,75	0,64	0,65	0,72	0,85	1,03	1,10

Как видно из табл. 25, индикатриса рассеяния в атмосфере Венеры весьма сильно вытянута вперед (причем значительно сильнее, чем индикатриса рассеяния в атмосфере Земли). Это говорит о том, что рассеяние света в атмосфере Венеры производится в основном крупными частицами. Разумеется, в атмосфере Венеры содержится и некоторое количество молекул (на что указывают спектроскопические исследования). Однако роль молекулярного рассеяния света в атмосфере Венеры невелика, так как ее индикатриса рассеяния сильно отличается от индикатрисы рассеяния Рэлея. Если считать, что атмосфера Венеры состоит из облачного слоя и находящегося над ним слоя газа, то на основании сказанного оптическая толщина газового слоя должна быть очень малой.

Последний вывод подтверждается результатами исследования поляризации света Венеры. Наблюдения показали, что излучение Венеры поляризовано в сравнительно небольшой степени (не превосходящей 4%). При этом было определено изменение степени поляризации с углом фазы. Однако это изменение нельзя объяснить рассеянием света по закону Рэлея в газовом слое. Приходится поэтому считать, что поляризация света Венеры возникает в основном при рассеянии на крупных частицах. Как выяснилось при под-

робных исследованиях, средний радиус таких частиц порядка 1 мкм, а их показатель преломления близок к 1,5.

2. Атмосфера Марса. Сквозь атмосферу Марса (при отсутствии пылевой бури) хорошо видна поверхность планеты, вследствие чего можно считать, что оптическая толщина атмосферы в видимой части спектра меньше единицы. На основании фотометрии Марса могут быть сделаны заключения об оптических свойствах его атмосферы и поверхности. Однако в некоторых отношениях изучать Марс труднее, чем Венеру, так как его угол фазы меняется лишь в пределах от 0° до 47° . Поэтому, в частности, нельзя полностью определить индикатрису рассеяния в атмосфере Марса.

Обычно Марс наблюдается во время противостояний, т. е. когда угол фазы близок к нулю. В такие периоды многими исследователями были получены снимки Марса в разных лучах. Это позволило найти распределение яркости по диску планеты в довольно широком интервале длин волн.

При интерпретации наблюдений Марса в первом приближении можно принять, что в атмосфере происходит лишь однократное рассеяние света. В таком случае, как следует из формулы (19.3), функция S , представляющая собой отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения, равна

$$S = \frac{\lambda}{4} F x(\gamma) e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}. \quad (20.16)$$

Подставляя это выражение в соотношение (19.25), получаем следующую формулу для коэффициента яркости, обусловленного рассеянием первого порядка:

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0}. \quad (20.17)$$

Однако в формуле (20.17) не принято во внимание отражение света поверхностью планеты. Будем считать, что поверхность освещается лишь прямыми солнечными лучами и отражает излучение ортотропно с альбедо A . Тогда интенсивность излучения, отраженного от поверхности и выходящего из атмосферы под углом μ к нормали, будет, очевидно, равна

$$A F e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \mu_0.$$

Поэтому выражение для коэффициента яркости при учете отражения света поверхностью планеты принимает вид

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + A e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}. \quad (20.18)$$

Применяя формулу (20.18) к противостоянию планеты, мы должны положить $\mu_0 = \mu$, $\varphi = \pi$, $\gamma = \pi$. Следовательно, в данном случае

имеем

$$\rho(\mu, \mu, \pi) = \frac{\lambda x(\pi)}{8\mu} \left(1 - e^{-\frac{2}{\mu} \tau_0} \right) + A e^{-\frac{2}{\mu} \tau_0}. \quad (20.19)$$

Эта формула определяет коэффициент яркости планеты на угловом расстоянии μ от центра диска.

Формула (20.19) обычно и используется при интерпретации фотометрических наблюдений Марса. Так как величина $\rho(\mu, \mu, \pi)$ известна из наблюдений, то, пользуясь этой формулой, можно пытаться найти неизвестные величины $\lambda x(\pi)$, τ_0 и A (считая их не зависящими от μ). В первом приближении можно допустить отсутствие истинного поглощения в атмосфере и рэлеевскую индикатрису рассеяния, т. е. принять $\lambda x(\pi) = 3/2$. В таком случае для согласования теоретических и наблюдаемых значений коэффициента яркости на диске планеты надо подобрать лишь две величины: оптическую толщину атмосферы τ_0 и альбедо поверхности A .

Указанным способом было найдено, что в видимой части спектра оптическая толщина атмосферы Марса порядка 0,03—0,06, т. е. примерно в 10 раз меньше оптической толщины безоблачной атмосферы Земли. Вместе с тем для альбедо поверхности планеты были получены значения порядка 0,1—0,3 (различные для «материков», «морей» и «полярных шапок»).

Найденные для Марса величины τ_0 и A весьма сильно зависят от длины волны излучения. При этом величина τ_0 возрастает при переходе от красной части спектра к фиолетовой. Однако это возрастание происходит медленнее, чем по закону $\tau_0 \sim \nu^4$, имеющему место при чисто молекулярном рассеянии света, вследствие чего надо считать, что в атмосфере Марса заметную роль играет рассеяние света крупными частицами.

Для тех частей спектра, в которых оптическая толщина атмосферы порядка единицы и больше, уже нельзя пользоваться формулой (20.18), так как в этом случае необходимо учитывать рассеяние высших порядков. Точное выражение для коэффициента яркости, справедливое при любом значении τ_0 , было получено выше. Оно дается формулой (19.39) при $A=0$ и формулой (19.59) при $A \neq 0$. При нахождении указанных формул предполагалось, что рассеяние света является изотропным. Однако при помощи этих формул можно также получить приближенное выражение для коэффициента яркости при произвольной индикатрисе рассеяния. При этом рассеяние первого порядка будем учитывать точно, а рассеяния высших порядков — приближенно, определяя их не для данной индикатрисы рассеяния, а для сферической. В таком случае для коэффициента яркости получаем выражение

$$\rho(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + \Delta\rho(\mu, \mu_0), \quad (20.20)$$

где, на основании формул (19.39) и (19.59),

$$\Delta\rho(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu + \mu_0)} \left[\varphi(\mu)\varphi(\mu_0) - \psi(\mu)\psi(\mu_0) - \right. \\ \left. - 1 + e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \right] + \frac{A}{1-AC} M(\mu) M(\mu_0). \quad (20.21)$$

Формула (20.20) может быть, в частности, применена для изучения Марса в период так называемых глобальных пылевых бурь, когда практически вся поверхность планеты затянута пылевыми облаками. Например, в 1971 г. пылевая буря на Марсе длилась примерно 4 месяца. В начальной и заключительной фазах развития пылевой бури оптическая толщина облаков в видимом участке спектра порядка единицы, в средней же фазе $\tau_0 \gg 1$ (подробнее см. [6]).

3. Атмосфера Земли. Оптические свойства атмосферы Земли изучены чрезвычайно подробно. Однако здесь мы остановимся лишь на тех свойствах земной атмосферы, которые определяются на основе простейших фотометрических наблюдений и с помощью формул теории рассеяния света, приведенных в предыдущем параграфе.

Оптическая толщина земной атмосферы наиболее просто находится путем измерения интенсивности солнечного излучения, пропущенного атмосферой, при разных зенитных расстояниях Солнца. Указанная интенсивность определяется формулой

$$I = I_0 e^{-\tau_0 \sec \vartheta_0}, \quad (20.22)$$

где I_0 — интенсивность солнечного излучения на верхней границе атмосферы. Для нахождения оптической толщины атмосферы τ_0 при помощи формулы (20.22) необходимы по крайней мере два измерения величины I при разных зенитных расстояниях Солнца ϑ_0 (чтобы исключить I_0). При ясном небе оптическая толщина атмосферы в видимой части спектра оказывается порядка 0,3, причем она возрастает с убыванием длины волны. Последнее обстоятельство, как известно, объясняет покраснение Солнца при приближении его к горизонту и голубой цвет неба. По отклонению изменения величины τ_0 с длиной волны от закона $\tau_0 \sim \nu^4$ можно судить об относительной роли рассеяния света молекулами и крупными частицами в земной атмосфере.

Измерение распределения яркости по небу дает возможность найти индикатрису рассеяния в атмосфере. Для этого мы должны воспользоваться формулой, определяющей интенсивность излучения, диффузно пропущенного атмосферой, или соответствующий ей коэффициент яркости $\sigma(\mu, \mu_0; \varphi)$. Если учитывать лишь рассеяние первого порядка, то для нахождения величины $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ надо подставить выражение (20.16) в соотношение (19.26). В результате имеем

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0}. \quad (20.23)$$

Рассеяние высших порядков может быть учтено так же, как в формуле (20.20), т. е. при сферической индикатрисе рассеяния. В таком случае вместо формулы (20.23) получаем

$$\sigma(\mu, \mu_0, \varphi) = \frac{\lambda}{4} x(\gamma) \frac{e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} - e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}}}{\mu - \mu_0} + \Delta\sigma(\mu, \mu_0), \quad (20.24)$$

где, как следует из формул (19.40) и (19.60),

$$\Delta\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4(\mu - \mu_0)} \left[\psi(\mu) \varphi(\mu_0) - \psi(\mu_0) \varphi(\mu) - e^{-\frac{\tau_0}{\mu}} + e^{-\frac{\tau_0}{\mu_0}} \right] + \frac{A}{1-AC} N(\mu) M(\mu_0). \quad (20.25)$$

Индикатриса рассеяния земной атмосферы, найденная указанным способом (при использовании несколько иной формулы для величины $\Delta\sigma$), приведена в последней строке табл. 25. В данном случае принималось, что $\lambda=1$. Значительное отличие полученной индикатрисы рассеяния от рэлеевской объясняется присутствием в атмосфере, наряду с молекулами, большого числа крупных частиц (пылинок, капель воды и т. д.).

Большой интерес представляет также определение оптических свойств облаков. При сплошной облачности можно считать, что рассеяние света происходит в плоском слое, оптическая толщина которого очень велика. В этом случае до наблюдателя, находящегося на земной поверхности, доходит лишь излучение, испытавшее очень большое число рассеяний. Поэтому нахождение оптических свойств облаков (характеризующих рассеяние света в элементарном объеме) встречает значительные трудности.

Применим к облачному небу в виде примера формулу (20.24). При $\tau_0 \gg 1$ первый член в правой части этой формулы пренебрежимо мал, а для второго члена можно получить простые асимптотические формулы (см. [3]). В частности, при $\lambda=1$ и $A=0$ имеем

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu) \varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b}, \quad (20.26)$$

где $\varphi(\mu)$ — функция, определенная уравнением (19.16) (при $\lambda=1$), а $b=2\alpha_2/\alpha_1$, где α_1 и α_2 — первый и второй моменты этой функции. Вычисления дают $b=1,42$. Из формулы (20.26) видно, что относительное распределение яркости по облачному небу определяется функцией $\varphi(\mu)$, т. е.

$$I(\mu) \sim \varphi(\mu). \quad (20.27)$$

Как было показано в § 3, формулой (20.27) дается и относительное распределение яркости по диску звезды. Полученный результат вполне понятен, так как в обоих случаях мы имеем дело с рассеянием света в среде, состоящей из плоскопараллельных слоев, при

источниках излучения, находящихся на очень большом оптическом расстоянии от границы.

Если $A \neq 0$, то для определения величины $\sigma(\mu, \mu_0)$, нам надо найти функции $M(\mu)$ и $N(\mu)$. При $\lambda=1$, как видно из формул (19.61), (19.62) и (19.73),

$$N(\mu) = 1 - M(\mu). \quad (20.28)$$

При $\tau_0 \gg 1$ подстановка (20.26) в (19.57) дает

$$M(\mu) = \frac{\varphi(\mu)}{(\tau_0 + b) \sqrt{3}}, \quad (20.29)$$

где принято во внимание, что $\alpha_1 = 2/\sqrt{3}$ (см. § 3). Пользуясь формулами (19.56) и (19.58), а также двумя последними формулами, получаем

$$C = 1 - \frac{4}{3(\tau_0 + b)}. \quad (20.30)$$

Записывая величину $\sigma(\mu, \mu_0)$ в виде

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{1}{4} \frac{\varphi(\mu) \varphi(\mu_0)}{\tau_0 + b} + \frac{A}{1 - AC} N(\mu) M(\mu_0) \quad (20.31)$$

и подставляя в формулу (20.31) полученные выражения для величин $N(\mu)$, $M(\mu_0)$ и C , находим

$$\sigma(\mu, \mu_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} \varphi(\mu_0) \frac{4A + \sqrt{3}(1 - A)\varphi(\mu)}{4A + 3(1 - A)(\tau_0 + b)}. \quad (20.32)$$

Аналогичные формулы для величины $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ могут быть выведены и в более сложных случаях, т. е. при произвольных значениях λ и различных индикатрисах рассеяния. Можно также дать асимптотические формулы (при $\tau_0 \gg 1$) для величины $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$, характеризующей распределение яркости облаков при наблюдении их сверху. Сравнение теоретических и наблюдаемых значений коэффициентов яркости $\sigma(\mu, \mu_0, \varphi)$ и $\rho(\mu, \mu_0, \varphi)$ позволяет получить сведения о τ_0 , λ и $x(\gamma)$ для облаков.

4. Интерпретация спектров планет. Очень ценные сведения о планетных атмосферах может дать спектроскопическое изучение планет. Однако такое изучение представляет большие трудности. Отчасти это вызвано тем, что свечение планет происходит вследствие рассеяния ими солнечного излучения и поэтому в спектрах планет содержатся все линии спектра Солнца. Кроме того, в спектрах планет присутствуют и теллурические линии, возникающие при прохождении излучения через земную атмосферу. Такая сложность планетных спектров сильно затрудняет выявление линий, возникающих в атмосфере планеты. Особенно это относится к линиям газов, содержащихся в атмосфере Земли (в частности, кислорода и водяного пара). О наличии этих газов в атмосфере планеты можно судить лишь по усилению теллурических линий. Из сказанного вид-

но, какое большое значение для спектроскопии планет имеет вывод астрономических инструментов за пределы земной атмосферы, осуществляемый при помощи искусственных спутников и космических аппаратов.

Приведем некоторые результаты наблюдений планетных спектров, выполненных еще с поверхности Земли (см., например, [7]). В 1932 г. Адамс и Дэнхем нашли полосы поглощения углекислого газа (CO_2) в инфракрасной части спектра Венеры. Позднее Койпером были открыты полосы поглощения того же газа в спектре Марса. В спектрах Юпитера и Сатурна присутствуют полосы поглощения метана (CH_4) и аммиака (NH_3), однако концентрация этих газов в атмосферах мала. Сильные полосы поглощения метана содержатся также в спектрах Урана и Нептуна. Основной же составляющей атмосфер Юпитера и других планет-гигантов является, как можно ожидать, молекулярный водород (H_2), который обнаружен благодаря наличию в их спектрах полос поглощения, обусловленных квадрупольными переходами.

Следует отметить, что некоторые газы не проявляют себя спектроскопически в доступной наблюдениям с Земли области спектра. К ним относится, в частности, гелий, который, по-видимому, в сравнительно больших количествах содержится в атмосферах планет-гигантов. Эмиссионная линия гелия 584 \AA была обнаружена с помощью ультрафиолетового спектрометра с борта космических аппаратов, пролетавших мимо Юпитера и Сатурна.

При количественной интерпретации спектров планет могут быть использованы те же формулы, которые применялись выше при интерпретации фотометрических данных о планетах. Мы сейчас напишем выражения для интенсивности излучения внутри линии планетного спектра в некоторых простейших случаях.

Выше мы считали, что в каждом элементарном объеме атмосферы происходит рассеяние и истинное поглощение света в непрерывном спектре (обусловленное наличием в атмосфере молекул и крупных частиц). При этом коэффициент рассеяния обозначался через $\lambda\alpha$, а коэффициент истинного поглощения через $(1 - \lambda)\alpha$, где λ — альбедо частицы, а α — коэффициент поглощения. Теперь допустим, что в каждом элементарном объеме, наряду с указанными процессами, происходит также истинное поглощение в спектральной линии. Рассеянием света в линии будем пренебрегать (этого, очевидно, нельзя делать для резонансной полосы). Коэффициент истинного поглощения в частоте ν внутри линии обозначим через α_ν .

При принятых обозначениях уравнение переноса излучения в спектральной линии записывается в виде

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -(\alpha + \alpha_\nu) I_\nu + \varepsilon_\nu, \quad (20.33)$$

где

$$\varepsilon_\nu = \lambda\alpha \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda\alpha \frac{F}{4} e^{-\tau_\nu \sec \vartheta_0}, \quad (20.34)$$

и τ_ν — оптическая глубина в частоте ν , т. е.

$$\tau_\nu = \int_r^\infty (\alpha + \alpha_\nu) dr. \quad (20.35)$$

В уравнении (20.34) для простоты считается, что рассеяние света является изотропным.

Вводя обозначение

$$S_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\alpha + \alpha_\nu}, \quad (20.36)$$

вместо уравнений (20.33) и (20.34) получаем

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu, \quad (20.37)$$

$$S_\nu = \lambda_\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \lambda_\nu \frac{F}{4} e^{-\tau_\nu \sec \vartheta_0}, \quad (20.38)$$

где

$$\lambda_\nu = \frac{\lambda \alpha}{\alpha + \alpha_\nu}. \quad (20.39)$$

Мы видим, что уравнения (20.37) и (20.38) формально совпадают с ранее рассмотренными уравнениями (19.10) и (19.11). При этом вне спектральной линии, т. е. когда $\alpha_\nu = 0$, $\tau_\nu = \tau$ и $\lambda_\nu = \lambda$, первые из упомянутых уравнений переходят во вторые.

Рассмотрим сначала случай, когда оптическая толщина атмосферы в непрерывном спектре по порядку меньше единицы. В этом случае, на основании формулы (20.18), интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре, равна

$$I(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda}{4} \frac{1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + A e^{-\tau_0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \right] F \mu_0, \quad (20.40)$$

где A — альbedo поверхности планеты. Заменяя здесь λ на λ_ν и τ_0 на τ_ν^0 , получаем выражение для интенсивности излучения, выходящего из атмосферы в частоте ν внутри спектральной линии:

$$I_\nu(\mu, \mu_0) = \left[\frac{\lambda_\nu}{4} \frac{1 - e^{-\tau_\nu^0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)}}{\mu + \mu_0} + A e^{-\tau_\nu^0 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)} \right] F \mu_0. \quad (20.41)$$

Отношение этих интенсивностей, т. е. величина

$$r_\nu(\mu, \mu_0) = \frac{I_\nu(\mu, \mu_0)}{I(\mu, \mu_0)}, \quad (20.42)$$

характеризует профиль линии поглощения на угловом расстоянии $\mu \cos \theta$ от центра диска планеты.

Если оптическая толщина атмосферы в непрерывном спектре очень мала, то из приведенных формул следует

$$r_v(\mu, \mu_0) = e^{-(\tau_v^0 - \tau_0)} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right). \quad (20.43)$$

Эта формула выражает тот факт, что линия поглощения возникает при прохождении луча через атмосферу, его отражении от поверхности планеты и вторичном прохождении через атмосферу по направлению к наблюдателю. Поэтому линия имеет такую же остаточную интенсивность, как при прохождении излучения через слой газа с оптической толщиной $(\tau_v^0 - \tau_0) \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)$. В данном случае находимая из наблюдений «эквивалентная толщина слоя газа» непосредственно характеризует количество газа в атмосфере. По-видимому, формула (20.43) применима к красной части спектра Марса.

Рассмотрим теперь случай, когда оптическая толщина атмосферы очень велика (мы будем считать $\tau_0 = \infty$). При этом предположим, что величины λ и λ_v постоянны в атмосфере. Как следует из формулы (19.15), интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в непрерывном спектре, равна

$$I(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda}{4} \frac{\varphi_\lambda(\mu) \varphi_\lambda(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F \mu_0, \quad (20.44)$$

где через $\varphi_\lambda(\mu)$ мы обозначили функцию, определенную уравнением (19.16). Заменяя здесь λ на λ_v , находим, что интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в спектральной линии, дается формулой

$$I_v(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_v}{4} \frac{\varphi_{\lambda_v}(\mu) \varphi_{\lambda_v}(\mu_0)}{\mu + \mu_0} F \mu_0. \quad (20.45)$$

Подставляя (20.44) и (20.45) в (20.42), получаем

$$r_v(\mu, \mu_0) = \frac{\lambda_v \varphi_{\lambda_v}(\mu) \varphi_{\lambda_v}(\mu_0)}{\lambda \varphi_\lambda(\mu) \varphi_\lambda(\mu_0)}. \quad (20.46)$$

Будем считать, что величины λ и λ_v близки к 1. Тогда, как следует из формулы (20.9) при $x_1 = 0$, функция $\varphi_\lambda(\mu)$ представляется в виде

$$\varphi_\lambda(\mu) = \varphi(\mu) [1 - \mu \sqrt{3(1 - \lambda)}], \quad (20.47)$$

где через $\varphi(\mu)$ обозначена функция $\varphi_\lambda(\mu)$ при $\lambda = 1$. Аналогичное выражение можно написать и для функции $\varphi_{\lambda_v}(\mu)$. Подставляя указанные выражения в формулу (20.46) и пренебрегая членами порядка $1 - \lambda$ и $1 - \lambda_v$, находим

$$r_v(\mu, \mu_0) = 1 - \sqrt{3}(\mu + \mu_0)(\sqrt{1 - \lambda_v} - \sqrt{1 - \lambda}). \quad (20.48)$$

Очевидно, что в данном случае получаемая из наблюдений «эквивалентная толщина слоя газа» уже не имеет такого простого физического смысла, как в случае применимости формулы (20.43). Пользуясь полученным выражением для величины $r_v(\mu, \mu_0)$, можно определить эквивалентную ширину линии поглощения по формуле

$$W(\mu, \mu_0) = \int [1 - r_v(\mu, \mu_0)] dv. \quad (20.49)$$

Так как коэффициент поглощения в линии α_v пропорционален концентрации поглощающих молекул n , то формула (20.49) дает зависимость W от n (точнее говоря, от n/α). Поэтому сравнение наблюдаемого и теоретического значений W позволяет найти концентрацию молекул n в атмосфере планеты.

Если применить формулу (20.49) к разным линиям молекулярной полосы, то можно получить относительные числа молекул на разных вращательно-колебательных уровнях. Допуская, что вследствие столкновений устанавливается максвелловское распределение молекул по возбужденным уровням, можно найти температуру газа. Таким способом Чемберлен и Койпер по полосам поглощения CO_2 определили температуру в атмосфере Венеры, оказавшуюся равной 285 К. При указанном определении температуры использовалось выражение (20.48) для величины $r_v(\mu, \mu_0)$. Иными словами, делалось предположение, что молекулы и крупные частицы перемешаны в атмосфере в постоянном отношении. По-видимому, это предположение приближенно справедливо, так как зависимость эквивалентной ширины полосы CO_2 от фазы, вычисленная на его основе, согласуется с аналогичной зависимостью, полученной из наблюдений.

Формула (20.48) справедлива лишь при изотропном рассеянии света. Этот случай важен главным образом потому, что к нему можно приближенно свести случай анизотропного рассеяния, который более соответствует реальным атмосферам. Указанная возможность основана на том, что поле излучения при произвольной индикатрисе рассеяния (усредненное по азимуту) похоже на поле излучения при сферической индикатрисе рассеяния в атмосфере с другими значениями параметров λ и τ_0 . В случае анизотропного рассеяния получена также точная формула для величины r_v , обобщающая формулу (20.48) (см. [3]).

Для расчета спектров планет необходима как теория многократного рассеяния света, так и теория молекулярных спектров. Вопросы образования спектров молекул, содержащихся в планетных атмосферах, изложены в книге Р. Гуди [8].

§ 21. Строение планетных атмосфер

1. Температуры планет. При изучении планет, кроме рассмотренных выше наблюдений в оптической области спектра, производятся также и другие наблюдения. Среди них очень важны наблюде-

ния с целью измерения температур планет. Прежде чем сообщить результаты таких измерений, мы выясним, какие значения температур должны ожидаться на планетах.

Предположим, что солнечные лучи освещают абсолютно черную пластинку, расположенную перпендикулярно к ним. Если L — светимость Солнца и r — расстояние пластинки от центра Солнца, то освещенность пластинки равна

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}. \quad (21.1)$$

Пластинка поглощает солнечное излучение и переизлучает его по закону Планка с температурой T_1 , определяемой из условия

$$E = \sigma T_1^4. \quad (21.2)$$

Так как

$$L = 4\pi r_\odot^2 \sigma T_e^4, \quad (21.3)$$

где r_\odot — радиус Солнца и T_e — его эффективная температура, то из приведенных формул получаем

$$T_1 = T_e \left(\frac{r_\odot}{r} \right)^{1/2}. \quad (21.4)$$

По формуле (21.4) могут быть вычислены значения температуры T_1 для разных планет. Эти значения T_1 содержатся в последнем столбце табл. 26. В двух предыдущих столбцах таблицы даны значения расстояния r в астрономических единицах и освещенности E в кал/см² мин (приведенное в таблице значение E для Земли представляет так называемую солнечную постоянную).

Вычисленное по формуле (21.4) значение T_1 характеризует температуру планеты, лишенной атмосферы, в том случае, когда Солнце находится в зените и планета поглощает все падающее на нее солнечное излучение. Если же угол падения солнечных лучей равен ϑ_0 и альбедо планеты в видимой части спектра (в которой Солнце излучает основную часть энергии) равно A , то температура T_1 будет, очевидно, определяться формулой

$$T_1 = T_e \left[\frac{r_\odot^2 (1 - A) \cos \vartheta_0}{r^2} \right]^{1/4}. \quad (21.5)$$

В действительности вследствие вращения планеты вокруг оси и вокруг Солнца угол ϑ_0 для данного места меняется с течением времени. Поэтому меняется и значение температуры T_1 . При нахождении температуры для данного места и определенного момента времени необходимо также учитывать медленность нагревания и остывания поверхности планеты.

Если планета обладает атмосферой, то для теоретического определения температуры атмосферы и поверхности планеты должна быть решена задача о переносе излучения через атмосферу. Эта

Таблица 26

Значения величин E и T_1 для разных планет

Планета	r	E	T_1	Планета	r	E	T_1
Меркурий	0,387	12,7	631	Сатурн	9,539	0,0208	128
Венера	0,723	3,64	464	Уран	19,191	0,0052	89
Земля	1,000	1,90	392	Нептун	30,071	0,0021	72
Марс	1,524	0,81	316	Плутон	39,52	0,0012	62
Юпитер	5,203	0,0702	173				

задача будет рассмотрена ниже, а пока заметим, что и в данном случае получаются температуры такого же порядка, как и приведенные в табл. 26. Так как эти температуры гораздо ниже температуры Солнца, то основная часть энергии излучается планетой не в видимой, а в далекой инфракрасной части спектра (в видимой же части спектра почти все излучение планеты представляет собой отраженное излучение Солнца). Точнее говоря, тепловое излучение планеты имеет максимум при длине волны λ_m , определяемой законом смещения Вина

$$\lambda_m T = 0,290 \text{ см} \cdot \text{кельвин}, \quad (21.6)$$

и при температурах, характерных для планет, значения λ_m оказываются порядка 5—50 мкм.

Для измерения потоков теплового излучения планет применяются чувствительные термоэлементы и специальные фильтры, пропускающие излучение в инфракрасной части спектра. При этом используется тот факт, что земная атмосфера имеет «окно прозрачности» в интервале 8—15 мкм. При вычислении температур по измеренным потокам излучения предполагается, что распределение энергии в спектре планеты дается формулой Планка.

Приведем некоторые результаты определения температур планет (подробнее см. [5] и [9]).

Для Меркурия были измерены потоки теплового излучения в зависимости от угла фазы. Это позволило вычислить температуру в подсолнечной точке планеты, которая оказалась равной 613 К. Такая температура хорошо согласуется с значением T_1 , найденным по формуле (21.5) при $\vartheta_0=0$ и $A=0,07$.

Измеренная температура Венеры равна приблизительно 230 К. Особенно интересно то, что нет заметного различия в температурах освещенной и темной полусфер. Так как атмосфера Венеры обладает большой оптической толщиной, то указанное значение температуры относится к внешним слоям атмосферы.

Для Марса получены подробные данные о температурах в различных местах диска и в разное время. Укажем лишь, что температу-

ра подсолнечной точки в перигелии равна 300 и в афелии 273 К. Разница между этими температурами находится в согласии с формулой (21.5) (т. е. с изменением T_1 в зависимости от r). Однако сами измеренные значения температуры несколько меньше значений T_1 , найденных по формуле (21.5), что объясняется, по-видимому, наличием атмосфер у планеты.

Измеренные температуры Юпитера и Сатурна в подсолнечных точках равны приблизительно 150 и 125 К соответственно. Температуры планет, более далеких от Солнца, определяются неуверенно.

2. Радиоизлучение планет. Для выяснения физических условий на планетах большое значение имеет исследование радиоизлучения планет. Радиоизлучение различных длин волн идет к нам от разных атмосферных слоев, что позволяет судить об изменении физических условий с глубиной в атмосфере. Для некоторых длин волн в радиодиапазоне атмосфера может быть совершенно прозрачной, хотя она и непрозрачна в оптической области спектра. По радиоизлучению этих длин волн можно получить сведения о невидимой для нас поверхности планеты. К настоящему времени радиоастрономическими методами наиболее подробно изучены Венера и Юпитер. Такое изучение привело к ряду важных и неожиданных результатов.

Особенно интересен тот факт, что для Венеры в сантиметровом диапазоне получается очень высокая яркостная температура — порядка 600 К. Эта температура гораздо выше той, которая находится по потоку излучения в инфракрасном участке спектра (и равной, как мы знаем, примерно 230 К). По-видимому, радиоизлучение Венеры имеет тепловую природу, так как оно не обнаруживает систематических изменений и не содержит значительной поляризованной компоненты. Объяснение столь высокой температуры, определяемой по радиоизлучению, состоит в том, что она относится к поверхности планеты; нагревание же поверхности вызвано так называемым «парниковым эффектом» (о котором речь будет ниже).

В миллиметровом диапазоне температура Венеры оказывается порядка 300—400 К. Согласно указанной интерпретации она относится к средним слоям атмосферы.

Радиоизлучение Юпитера является очень сложным. При $\lambda < 3$ см яркостная температура составляет примерно 140 К, т. е. она близка к температуре, находимой по излучению в инфракрасной области спектра. На этом основании излучение Юпитера при $\lambda < 3$ см можно считать тепловым. Однако наблюдения радиоизлучения Юпитера в интервале от 3 см до 70 см показали, что поток этого излучения в единичном интервале частот слабо зависит от длины волны. Между тем поток теплового излучения (при постоянной температуре и постоянных размерах источника) должен быстро убывать с ростом длины волны, так как интенсивность теплового излучения определяется формулой (18.1). Поэтому был сделан вывод о нетепловом характере радиоизлучения Юпитера в рассматриваемом

диапазоне. Трудно допустить, что это излучение является тепловым и идет к нам от слоев с разной температурой, так как при $\lambda=70$ см яркостная температура равна 30 000 К, т. е. очень велика.

Предположение о нетепловой природе излучения Юпитера в интервале длин волн от 3 до 70 см подтверждается следующими важными фактами: 1) поток этого излучения меняется с течением времени, 2) это излучение линейно поляризовано (на волне 31 см степень поляризации около 30%, а электрический вектор примерно параллелен экватору планеты), 3) размеры излучающей области приблизительно в три раза превосходят оптический диаметр Юпитера. Последний из этих фактов заслуживает особого внимания, так как он лежит в основе представления о радиационных поясах Юпитера (подобных радиационным поясам Земли, открытым при помощи искусственных спутников). Предполагается, что радиационные пояса образуются благодаря захвату заряженных частиц магнитным полем планеты и наблюдаемое дециметровое радиоизлучение Юпитера является магнитотормозным излучением электронов.

Наблюдения также показывают, что от Юпитера идет сильное спорадическое радиоизлучение. Всплески радиоизлучения продолжительностью порядка 1 с обнаруживаются на волнах, равных нескольким десяткам метров. Это излучение поляризовано и возникает в некоторых локальных источниках. Для объяснения спорадического радиоизлучения Юпитера предлагаются такие же механизмы, как и для объяснения спорадического радиоизлучения Солнца, т. е. магнитотормозное излучение электронов и собственные колебания плазмы.

3. Модели планетных атмосфер. Результаты наблюдений планет в разных участках спектра (видимом, инфракрасном и радиодиапазоне) служат основой для построения моделей планетных атмосфер. Такие модели разрабатывались для ряда планет (Венеры, Марса, Юпитера). Здесь в виде примера мы лишь кратко рассмотрим модель атмосферы Венеры.

При разработке модели планетной атмосферы задается некоторая схема строения атмосферы, ее химический состав и механизм переноса энергии. В результате расчета определяется распределение плотности и температуры в атмосфере. Это позволяет вычислить оптические глубины в атмосфере для разных частот, а затем и интенсивности выходящего из атмосферы излучения в разных участках спектра. Сравнение теоретических и наблюдаемых интенсивностей излучения дает возможность сделать проверку рассчитанной модели.

Для атмосферы Венеры наиболее вероятной считается парниковая модель, сущность которой заключается в следующем. Солнечное излучение, падающее на атмосферу, частично ею отражается, а частично пропускается (вообще говоря, после многократных рассеяний, которые были рассмотрены в § 19). Прошедшее через атмосферу солнечное излучение нагревает поверхность, и от нее идет теп-

ловое излучение в далекой инфракрасной области спектра. Однако оптическая толщина атмосферы в инфракрасной области спектра очень велика. Поэтому значительная часть инфракрасного излучения идет от атмосферы обратно к поверхности, благодаря чему она еще более нагревается. В результате процесса переноса излучения устанавливается равновесное состояние, при котором энергия теплового излучения, выходящего из атмосферы наружу, равна энергии солнечного излучения, падающего на поверхность планеты. Подобные процессы происходят в парниках и оранжереях (в которых, однако, стекло не столько поглощает идущее от почвы тепловое излучение, сколько преграждает конвекцию).

Легко найти приближенное распределение температуры в атмосфере. Так как поглощение инфракрасного излучения в атмосфере происходит в молекулярных полосах, то зависимость коэффициента поглощения от частоты является очень сложной. Для простоты мы введем средний коэффициент поглощения и ему соответствующую оптическую глубину τ . Количество энергии, падающей на поверхность планеты от Солнца, обозначим через E_1 . Это количество энергии в виде инфракрасного излучения переносится через атмосферу наружу. Будем считать, что в атмосфере осуществляется локальное термодинамическое равновесие. Тогда зависимость температуры T от оптической глубины τ будет определяться формулой

$$\frac{ac}{4} T^4 = E_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right), \quad (21.7)$$

написанной по аналогии с формулой (4.16), полученной в приближении Эддингтона в теории фотосфер. Мы заменили лишь поток излучения в звездной фотосфере πF на поток излучения в планетной атмосфере E_1 .

Если оптическую толщину атмосферы обозначить через τ_1 , то температура поверхности планеты будет равна

$$T_1 = \left[\frac{4E_1}{ac} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau_1 \right) \right]^{1/4}. \quad (21.8)$$

Разумеется, формула (21.8) весьма груба и она лишь иллюстрирует действие «парникового эффекта». На самом деле при рассмотрении переноса излучения через атмосферу следует учитывать зависимость коэффициента поглощения от частоты, определяемую заданием химического состава и физических условий (т. е. температуры и плотности). Необходимо также принимать во внимание возможность конвективного переноса энергии в атмосфере.

На рис. 27 изображена схема парниковой модели атмосферы Венеры, причем стрелками указаны те области атмосферы, от которых идет к наблюдателю излучение в разных участках спектра. От облаков идет к нам диффузно-отраженное солнечное излучение в видимой части спектра и собственное инфракрасное излучение атмосферы. Радиоизлучение на миллиметровых волнах идет от под-

облачных слоев атмосферы, а на сантиметровых волнах — от поверхности планеты.

Парниковая модель атмосферы Венеры в общих чертах подтверждается наблюдательными данными, полученными при запусках космических аппаратов к этой планете (советских «Венер» и американских «Маринеров»). При таких запусках установлено, что температура поверхности планеты около 730 К, давление вблизи поверхности около 90 атм и основным компонентом атмосферы является углекислый газ (97%). Верхняя граница облачного слоя расположена на высоте около 70 км, а нижняя — на высоте примерно

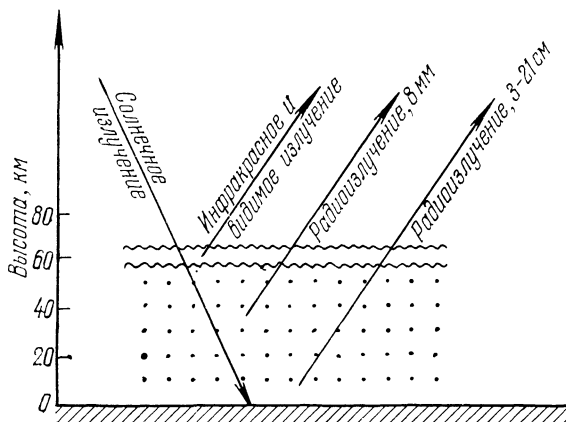


Рис. 27

50 км. Ниже аэрозоль присутствует в незначительных количествах. Оптическая толщина облаков в видимом участке спектра равна 30—50. Несмотря на это, освещенность поверхности составляет величину порядка 5% освещенности верхней границы атмосферы, что объясняется малой ролью истинного поглощения в атмосфере (т. е. малостью величины $1 - \lambda$). Так как альbedo поверхности невелико (примерно 0,1—0,2), то мы видим, что заметная часть падающего на Венеру излучения Солнца идет на нагревание поверхности. Для объяснения этих данных, а также результатов различных наземных наблюдений разработан ряд вариантов парниковой модели (подробнее см. [10]).

4. Верхние слои атмосферы. В земной атмосфере выше облаков находятся почти чисто газовые слои. Естественно считать, что так обстоит дело и в случае других планет, покрытых облаками (в частности, Венеры и Юпитера). Изучение газовых слоев может производиться разными методами. Одним из них является поляризметрический метод, уже упоминавшийся ранее. При рассеянии на молекулах излучение становится поляризованным, причем при углах рассеяния, близких к 90° , степень поляризации близка к единице. Поэтому из сравнения наблюдаемой поляризации света планеты

с поляризацией, обусловленной рассеянием на молекулах, можно сделать заключение о роли газового слоя в рассеянии излучения. Таким путем найдено, что для Венеры оптическая толщина газового слоя в видимой части спектра очень невелика (не больше 0,03). Для Юпитера поляризационные исследования затруднены тем, что его угол фазы меняется лишь от 0 до 12°. Тем не менее удалось установить, что оптическая толщина газового слоя в полярных областях больше, чем на экваторе. Подробные результаты исследования планет поляриметрическим методом содержатся в статье Дольфюса [5].

Значительно более ценные результаты дает спектроскопический метод изучения планетных атмосфер. Как уже говорилось, путем сравнения теоретических и наблюдаемых эквивалентных ширин линий могут быть найдены концентрации молекул в атмосфере и ее температура. Отметим также, что указанным путем можно определить и давление в атмосфере. Такая возможность связана с тем, что эквивалентная ширина линии зависит не только от концентрации рассматриваемых молекул, но и от концентрации всех частиц в атмосфере (т. е. от давления), так как столкновения частиц с молекулами влияют на коэффициент поглощения в линии. Определение давления делалось для атмосферы Венеры по полосам CO_2 . Однако не вполне ясно, к какому уровню атмосферы надо отнести полученные результаты. Сначала думали, что молекулярные полосы возникают лишь в надоблачном газовом слое, но они образуются и в облаках, где происходит истинное поглощение света в линии и рассеяние на крупных частицах. В таком случае определение оптических свойств надоблачного слоя спектроскопическим методом сильно усложняется.

Очень важные сведения о строении верхних слоев планетных атмосфер можно получить также путем наблюдения покрытия звезд планетами. При надвижении планеты на звезду происходит постепенное ослабление блеска звезды, вызванное прохождением ее излучения через все более и более плотные слои планетной атмосферы. Очевидно, что по наблюдаемой кривой изменения блеска звезды можно найти зависимость плотности в атмосфере от высоты.

Как показывают элементарные расчеты, уменьшение блеска звезды при прохождении ее излучения через планетную атмосферу вызывается в основном не поглощением света в атмосфере, а явлением дифференциальной рефракции. Параллельные звездные лучи, падающие на планетную атмосферу, вследствие рефракции в ней расходятся. Поэтому для земного наблюдателя освещенность E от звезды во время покрытия ее планетной атмосферой будет меньше освещенности E_0 от звезды вне покрытия (рис. 28).

Найдем отношение E/E_0 . Пусть r — расстояние от центра планеты, на котором прошел бы звездный луч при отсутствии рефракции. Вследствие рефракции путь луча в атмосфере искривляется и при выходе из атмосферы он составляет некоторый угол δ с первоначальным лучом. Если расстояние между двумя лучами до вхож-

дения в атмосферу равно dr , то для земного наблюдателя оно будет, очевидно, равно

$$dy = \left(1 - l \frac{d\delta}{dr}\right) dr, \quad (21.9)$$

где l — расстояние от планеты до Земли (заметим, что $d\delta/dr < 0$). Так как

$$E_0 dr = E dy, \quad (21.10)$$

то для искомого отношения интенсивностей получаем

$$\frac{E_0}{E} = 1 - l \frac{d\delta}{dr}. \quad (21.11)$$

Величина δ в зависимости от r дается теорией рефракции. Как известно, траектория луча в атмосфере определяется уравнением

$$n(r') r' \sin \vartheta = r, \quad (21.12)$$

где ϑ — угол между лучом и радиусом-вектором и $n(r')$ — показатель преломления на расстоянии r' от центра планеты. Пользуясь

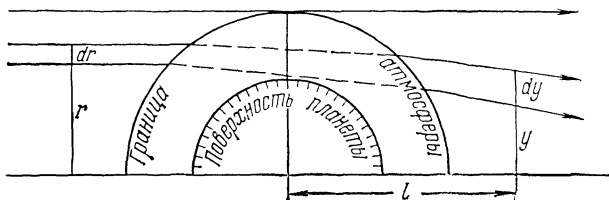


Рис. 28

уравнением (21.12), можно получить следующую формулу для величины δ :

$$\delta = 2 \int_1^{n(r_0)} \operatorname{tg} \vartheta \frac{dn}{n}, \quad (21.13)$$

где r_0 — наименьшее расстояние луча от центра планеты.

При вычислении величины δ примем, что плотность в верхних слоях атмосферы убывает с увеличением r' по экспоненциальному закону, т. е.

$$\rho(r') = \rho(R) e^{-\beta(r'-R)}, \quad (21.14)$$

где β — некоторая постоянная и R — радиус верхней границы облачного слоя. Тогда показатель преломления может быть представлен в виде

$$n(r') = 1 + b e^{-\beta(r'-R)}, \quad (21.15)$$

где b — постоянная, пропорциональная величине $\rho(R)$.

Пользуясь формулами (21.12) и (21.15), а также учитывая малость величины b по сравнению с 1, из (21.13) приближенно получаем

$$\delta = b \sqrt{2\pi\beta R} e^{-\beta(r-R)}. \quad (21.16)$$

Это выражение для δ мы должны подставить в формулу (21.11). В результате находим

$$\frac{E_0}{E} = 1 + lb\beta^{3/2} \sqrt{2\pi R} e^{-\beta(r-R)}. \quad (21.17)$$

Из наблюдений величина E_0/E получается в виде функции от времени, которую, при учете обстоятельств покрытия звезды планетой, можно представить в виде функции от расстояния y . Поэтому и теоретическую зависимость (21.7) между величиной E_0/E и r нам следует заменить зависимостью между E_0/E и y . Дифференцируя (21.17) по y и учитывая (21.10), получаем

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{E_0}{E} \right) = -\beta \left(\frac{E_0}{E} - 1 \right) \frac{E}{E_0}. \quad (21.18)$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\frac{E_0}{E} + \ln \left(\frac{E_0}{E} - 1 \right) = -\beta y + \text{const.} \quad (21.19)$$

Из сравнения между собой наблюдаемой и теоретической зависимостей E_0/E от y можно определить значение параметра β . Если считать, что плотность в атмосфере меняется по барометрическому закону, то

$$\beta = \frac{\mu m_{\text{H}} g}{kT}, \quad (21.20)$$

где μ — средний молекулярный вес и g — ускорение силы тяжести в атмосфере. Поэтому при помощи формулы (21.20) по величине β можно найти величину μ . Это позволяет составить некоторое представление о химическом составе атмосферы.

Указанный метод изучения верхних слоев планетных атмосфер был применен к Юпитеру и Венере. В 1952 г. Баум и Код наблюдали покрытие Юпитером звезды σ Овна и получили, что $\beta = 0,12 \text{ км}^{-1}$. Принимая для Юпитера $g = 2600 \text{ см/с}^2$ и $T = 86 \text{ К}$, они по формуле (21.20) нашли для среднего молекулярного веса значение $\mu = 3,3$. Такое низкое значение μ можно объяснить тем, что верхние слои атмосферы Юпитера состоят в основном из молекулярного водорода и гелия.

В 1959 г. наблюдалось покрытие Регула Венерой. Сопоставляя между собой наблюдаемую и теоретическую кривые блеска звезды, Вокулер нашел, что «высота однородной атмосферы» Венеры равна приблизительно 6 км, т. е. $\beta \approx 0,17 \text{ км}^{-1}$. Так как для Венеры

$g=850 \text{ см/с}^2$ и $T \approx 230 \text{ К}$, то формула (21.20) дает $\mu \approx 38$. Это значение μ не сильно отличается от молекулярного веса углекислого газа ($\mu=44$), который, как мы знаем, является основной составляющей атмосферы Венеры.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ IV

1. Амбарцумян В. А. Научные труды, т. I.— Ереван, Изд-во АН Арм ССР, 1960.
2. Chandrasekhar S. Radiative Transfer.— Oxford, 1950 (русский перевод: Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии.— М.: Изд-во иностр. лит., 1953).
3. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет.— М.: Наука, 1972.
4. Deirmendjian D. Electromagnetic scattering on spherical polydispersions.— 1969 (русский перевод: Дейрменджян Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.— М.: Мир, 1971).
5. Planets and Satellites.— Chicago, 1961 (русский перевод: Планеты и спутники.— М.: Изд-во иностр. лит., 1963).
6. Мороз В. И. Физика планеты Марс.— М.: Наука, 1978.
7. Мороз В. И. Физика планет.— М.: Наука, 1967.
8. Goody P. M. Atmospheric radiation.— Oxford, 1964 (русский перевод: Гуди Р. М. Атмосферная радиация.— М.: Мир, 1966).
9. Александров Ю. В. Введение в физику планет.— Киев: Вища школа, 1982.
10. Кузьмин А. Д., Маров М. Я. Физика планеты Венеры.— М.: Наука, 1974.

Физика газовых туманностей принадлежит к числу наиболее разработанных разделов астрофизики. Объясняется это чрезвычайной простотой физических условий в туманностях: малой плотностью вещества и малой плотностью излучения. При таких условиях многие процессы происходят в «чистом» виде, не подвергаясь посторонним воздействиям.

Свечение газовых туманностей вызывается излучением горячих звезд. Туманность поглощает высокочастотное излучение звезды и перерабатывает его в кванты меньших частот. Так возникают яркие линии в спектрах туманностей. В принципе таким же путем (хотя в некоторых отношениях и более сложным) возникают яркие линии в спектрах звезд типов Ве, Вольфа — Райе, новых и других объектов. Поэтому результаты изучения газовых туманностей широко используются в разных разделах астрофизики.

Идущий в газовых туманностях процесс переработки высокочастотного излучения звезд в кванты меньших частот говорит о сильном отклонении состояния туманностей от термодинамического равновесия. Это резко отличает туманности от звездных атмосфер, для которых предположение о наличии термодинамического равновесия оказывается достаточным как первое приближение к действительности. При изучении туманностей нам уже нельзя будет пользоваться формулами Больцмана и Саха для вычисления количества атомов в разных состояниях и формулой Планка для вычисления интенсивности излучения в разных частотах. В каждом отдельном случае указанные величины придется определять путем рассмотрения тех элементарных процессов, которые протекают в реальных туманностях. Мы обычно будем пользоваться предположением, что туманности стационарны, т. е. распределение атомов по состояниям и поле излучения в туманности не меняются с течением времени. При этом, естественно, нам понадобятся вероятности различных элементарных процессов (т. е. вероятности фотоионизаций, рекомбинаций, столкновений и т. д.), которые вычисляются в теоретической физике.

§ 22. Механизм свечения туманностей

1. Наблюдательные данные. Подробное изложение результатов наблюдений газовых туманностей содержится в ряде монографий ([1] — [3] и др.). Мы сейчас обратим внимание лишь на основные факты.

Газовые туманности в нашей Галактике делятся на две группы. К первой принадлежат так называемые планетарные туманности. При наблюдениях в телескоп они чаще всего представляются в виде круглых или овальных дисков, напоминающих диски планет, а также в виде колец. В центре планетарной туманности находится горячая звезда, называемая обычно ядром туманности. Вторую группу составляют диффузные туманности, не имеющие правильной формы. В самой диффузной туманности или около нее наблюдаются звезды ранних спектральных классов (одна или несколько).

Размеры отдельных планетарных туманностей известны с небольшой точностью вследствие ненадежности параллаксов. Средний диаметр планетарной туманности составляет около 10 000 астрономических единиц. Размеры диффузных туманностей часто гораздо больше.

Спектры газовых туманностей состоят из отдельных ярких линий на слабом непрерывном фоне. Яркие линии принадлежат водороду, гелию, ионизованному гелию, а также ряду других атомов и ионов. Однако наиболее характерными для спектров газовых туманностей являются так называемые главные небулярные линии N_1 и N_2 с длинами волн 5006 и 4959 Å соответственно. Раньше эти линии приписывали неизвестному на Земле элементу «небулию», однако в 1928 г. Боуэн показал, что они являются запрещенными линиями дважды ионизованного кислорода. В спектрах газовых туманностей наблюдается также много других запрещенных линий.

Число известных в настоящее время планетарных туманностей составляет несколько сотен. Диски многих из них не видны в телескопы, и заключение об их природе было сделано по виду спектра. Это либо очень маленькие либо очень далекие туманности. Число известных диффузных туманностей значительно возросло благодаря работам Г. А. Шайна и В. Ф. Газе. Делая снимки неба в узком участке спектра, включающем в себя линию H_{α} , они обнаружили большое количество слабо светящихся диффузных туманностей.

Несмотря на то, что энергия, излучаемая газовыми туманностями, заключена преимущественно в отдельных спектральных линиях, светимости туманностей очень велики. Так, средняя абсолютная фотографическая величина планетарных туманностей равна $M_n = -0,5$. Важно отметить, что планетарные туманности, как правило, значительно ярче своих ядер, т. е. $M_* - M_n > 0$. Иногда эта разность доходит до семи звездных величин. В среднем же $M_* - M_n \approx 3$.

Звезды, вызывающие свечение газовых туманностей, принадлежат к самым ранним спектральным классам. Примерно половина ядер планетарных туманностей обладает спектрами типа WR (однако эти звезды отличаются от обычных звезд Вольфа — Райе гораздо меньшей светимостью). Примерно четверть ядер планетарных туманностей имеет спектры без каких-либо заметных линий.

Вычисления показывают, что такими спектрами могут обладать звезды с большими ускорениями силы тяжести на поверхности и высокими температурами (см. § 14). Остальные ядра планетарных туманностей относятся к спектральным классам O и Of.

Диффузные туманности светятся за счет излучения звезд спектральных классов O, WR и B0, находящихся в самой туманности или около нее. Наблюдениями не обнаружены диффузные туманности, свечение которых вызывается звездами спектральных классов, более поздних, чем B0. Объясняется это тем, что высокочастотного излучения таких звезд недостаточно, чтобы вызвать заметное свечение туманности в видимой части спектра.

Как показывают наблюдения, вещество, составляющее планетарные туманности, удаляется от ядра, т. е. туманности расширяются. При этом скорости расширения туманностей равны нескольким десяткам километров в секунду. Первоначально заключение о расширении планетарных туманностей было сделано на основании спектральных наблюдений. Эмиссионные линии в спектрах туманностей оказываются сравнительно узкими на краю туманности и более широкими или даже раздвоенными в ее центре. При предположении о расширении туманностей это объясняется тем, что на краю туманности луч зрения пересекает ту ее часть, которая движется с нулевой лучевой скоростью, а в центре он пересекает области, одна из которых к нам приближается, а другая от нас удаляется. Позднее факт расширения планетарных туманностей был подтвержден непосредственным сравнением фотографий некоторых туманностей, полученных с интервалом в несколько десятков лет. Указанный факт послужил основанием для гипотезы об образовании планетарной туманности в результате выброса вещества из ее ядра.

2. Причина свечения туманностей. Как уже сказано, в газовых туманностях происходит переработка высокочастотного излучения звезд в кванты меньших частот. Мы сейчас должны выяснить, в чем причина этого процесса. Чтобы сделать это, рассмотрим сначала свойства излучения, приходящего от звезды в данное место туманности.

Будем считать, что звезда излучает как абсолютно черное тело температуры T_* . Если бы все небо сплошь было покрыто такими звездами, то плотность излучения в данном месте туманности равнялась бы плотности излучения при термодинамическом равновесии, т. е. выражалась бы формулой Планка

$$\rho_v^* = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT_*}} - 1}. \quad (22.1)$$

В действительности плотность излучения в туманности гораздо меньше ρ_v^* . Мы ее представим в виде

$$\rho_v = W\rho_v^*, \quad (22.2)$$

где W — так называемый коэффициент дилуции (ослабления) излучения. Очевидно, что

$$W = \frac{\Omega}{4\pi}, \quad (22.3)$$

где Ω — телесный угол, под которым видна звезда из данной точки туманности (рис. 29). Обозначим через r_* радиус звезды и через r — расстояние рассматриваемой точки от центра звезды. Так как

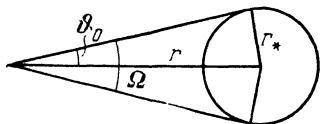


Рис. 29

$$\Omega = 2\pi \int_0^{\theta_0} \sin \vartheta d\vartheta = 2\pi (1 - \cos \theta_0),$$

а $\sin \theta_0 = r_*/r$, то мы получаем

$$W = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^2} \right]. \quad (22.4)$$

В точку, находящуюся на поверхности звезды, излучение приходит от полусферы. Поэтому в данном случае (т. е. при $r = r_*$) $W = \frac{1}{2}$.

Для точек, находящихся на больших расстояниях от звезды (т. е. при $r \gg r_*$), из формулы (22.4) находим

$$W = \frac{1}{4} \left(\frac{r_*}{r} \right)^2. \quad (22.5)$$

Заметим, что в этом случае коэффициент дилуции может быть представлен как отношение площади диска звезды πr_*^2 к площади сферы радиуса r , т. е. $4\pi r^2$.

Средние радиусы планетарных туманностей оказываются порядка 10^{17} см, а радиусы их ядер — порядка 10^{10} см. Поэтому плотность излучения в планетарной туманности ослаблена приблизительно в 10^{14} раз по сравнению с плотностью излучения на поверхности звезды.

Проинтегрировав соотношение (22.2) по всем частотам и воспользовавшись формулой Стефана — Больцмана для интегральной плотности излучения при термодинамическом равновесии, получаем следующее выражение для интегральной плотности излучения в туманности

$$\rho = W a T_*^4. \quad (22.6)$$

Представив величину ρ в виде $\rho = a T_1^4$, находим

$$T_1 = W^{1/4} T_*. \quad (22.7)$$

Так как температуры звезд, вызывающих свечение туманностей, порядка нескольких десятков тысяч кельвинов, а значения W в

туманностях, как мы только что определили, порядка 10^{-14} , то значения температуры T_1 , соответствующей интегральной плотности излучения в туманностях, оказываются всего порядка нескольких десятков кельвинов.

Итак, интегральная плотность излучения, приходящего от звезды в туманность, чрезвычайно мала. Между тем, как видно из формулы (22.2), относительное распределение этого излучения по частотам оказывается таким же, как при выходе из звезды, т. е. соответствующим очень высокой температуре T_* . Таким образом, излучение, приходящее от звезды в туманность, характеризуется громадным несоответствием между интегральной плотностью и спектральным составом.

Если излучение, обладающее указанным свойством, взаимодействует с веществом, то, как известно из термодинамики, происходит перераспределение излучения по частотам в направлении установления наиболее вероятного распределения. Иными словами, в таком случае должна происходить переработка квантов больших частот в кванты меньших частот. Этим дается качественное объяснение процесса переработки излучения в газовых туманностях.

3. Теорема Росселанда. Переходя к рассмотрению процесса свечения туманностей с количественной стороны, мы сначала допустим, что атомы обладают только тремя уровнями энергии (1, 2 и 3). Из различных переходов, происходящих под действием излучения звезды, мы рассмотрим два взаимно противоположных циклических процесса:

$$\text{I. } 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1, \quad \text{II. } 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1.$$

Первый из этих процессов связан с поглощением одного кванта частоты ν_{13} и с излучением двух квантов меньших частот ν_{12} и ν_{23} , а второй — с поглощением двух квантов частот ν_{12} и ν_{23} , и последующим излучением одного кванта большей частоты ν_{13} .

Найдем число процессов первого и второго рода, происходящих в единице объема туманности за 1 с. Для этого воспользуемся эйнштейновскими коэффициентами переходов A_{ki} , B_{ik} и B_{ki} и обозначим через ρ_{ik} плотность излучения частоты ν_{ik} .

Если n_1 — число атомов в первом состоянии в 1 см³, то число переходов из первого состояния в третье, происходящих в 1 см³ за 1 с, будет равно $n_1 B_{13} \rho_{13}$. Из третьего состояния возможны переходы (спонтанные и индуцированные) как в первое состояние, так и во второе. Доля интересующих нас переходов во второе состояние равна

$$\frac{A_{32} + B_{32} \rho_{23}}{A_{31} + B_{31} \rho_{13} + A_{32} + B_{32} \rho_{23}}.$$

Из атомов, оказавшихся во втором состоянии, часть перейдет обратно в третье состояние, поглотив излучение, а часть перейдет

в первое состояние (спонтанно или под действием излучения). Отношение числа переходов из второго состояния в первое к общему числу переходов из второго состояния равно

$$\frac{A_{21} + B_{21}\rho_{12}}{B_{23}\rho_{23} + A_{21} + B_{21}\rho_{12}}.$$

Таким образом, для искомого числа процессов первого рода получаем

$$N_I = n_I B_{13}\rho_{13} \frac{A_{32} + B_{32}\rho_{23}}{A_{31} + B_{31}\rho_{13} + A_{32} + B_{32}\rho_{23}} \frac{A_{21} + B_{21}\rho_{12}}{B_{23}\rho_{23} + A_{21} + B_{21}\rho_{12}}. \quad (22.8)$$

Аналогично находится число процессов второго рода. Оно оказывается равным

$$N_{II} = n_I B_{12}\rho_{12} \frac{B_{23}\rho_{23}}{A_{21} + B_{21}\rho_{12} + B_{23}\rho_{23}} \frac{A_{31} + B_{31}\rho_{13}}{A_{31} + B_{31}\rho_{13} + A_{32} + B_{32}\rho_{23}}. \quad (22.9)$$

Из соотношений (22.8) и (22.9) вытекает следующая формула для отношения числа процессов второго рода к числу процессов первого рода:

$$\frac{N_{II}}{N_I} = \frac{B_{12}\rho_{12}B_{23}\rho_{23}(A_{31} + B_{31}\rho_{13})}{B_{13}\rho_{13}(A_{32} + B_{32}\rho_{23})(A_{21} + B_{21}\rho_{12})}. \quad (22.10)$$

Чтобы упростить полученную формулу, введем соотношения Эйнштейна:

$$A_{ki} = B_{ik} \frac{g_i}{g_k} \sigma_{ik}, \quad B_{ki} = \frac{g_i}{g_k} B_{ik}, \quad (22.11)$$

где

$$\sigma_{ik} = \frac{8\pi h \nu_{ik}^3}{c^3}, \quad (22.12)$$

а g_i — статистический вес i -го состояния (см. § 8). Кроме того, запишем величину ρ_{ik} в виде

$$\rho_{ik} = W \sigma_{ik} \bar{\rho}_{ik}, \quad (22.13)$$

где

$$\bar{\rho}_{ik} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT_*}} - 1}. \quad (22.14)$$

В результате формула (22.10) преобразуется к виду

$$\frac{N_{II}}{N_I} = W \frac{\bar{\rho}_{12}\bar{\rho}_{23}(1 + W\bar{\rho}_{13})}{\rho_{13}(1 + W\bar{\rho}_{12})(1 + W\rho_{23})}. \quad (22.15)$$

Когда $W=1$, формула (22.15) дает

$$\frac{N_{II}}{N_I} = \frac{\frac{1}{\rho_{13}} + 1}{\left(\frac{1}{\rho_{12}} + 1\right)\left(\frac{1}{\rho_{23}} + 1\right)} = \frac{e^{\frac{h\nu_{13}}{kT_*}}}{e^{\frac{h\nu_{12}}{kT_*}} \cdot e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_*}}}. \quad (22.16)$$

Но $v_{12} + v_{23} = v_{13}$. Поэтому в данном случае $N_{II}/N_I = 1$, как и следовало ожидать.

Если $W \ll 1$, то, учитывая, что множитель $\bar{\rho}_{12}\bar{\rho}_{23}/\bar{\rho}_{13}$ имеет значения порядка единицы, получаем

$$\frac{N_{II}}{N_I} \approx W. \quad (22.17)$$

Таким образом, отношение числа процессов второго рода к числу процессов первого рода оказывается порядка W . Этот результат обычно называют теоремой Росселанда.

В планетарных туманностях $W \approx 10^{-14}$. Поэтому в данном случае числом процессов второго рода можно совершенно пренебречь по сравнению с числом процессов первого рода. Иначе говоря, процессы превращения квантов больших частот в кванты меньших частот происходят в туманностях несравненно чаще, чем обратные процессы.

4. Определение температур звезд по линиям водорода. Выше мы считали, что туманность состоит из атомов, обладающих только тремя уровнями энергии. Теперь рассмотрим свечение реальной туманности, состоящей из атомов водорода.

Вследствие чрезвычайно малой плотности излучения в туманностях подавляющее большинство атомов находится в основном состоянии. Поэтому туманности оказываются непрозрачными для излучения в лаймановской серии и совершенно прозрачными для излучения в бальмеровской, пашеновской и других субординатных сериях. Таким образом, туманность поглощает энергию звезды в частотах лаймановской серии и излучает вместо нее кванты в субординатных сериях (и, в частности, в наблюдаемой нами бальмеровской серии), которые беспрепятственно выходят из туманности. При достаточно большой оптической толщине туманности за границей лаймановской серии она будет светиться в водородных линиях в основном за счет энергии звезды за границей этой серии (так как энергия, поглощаемая туманностью в лаймановских линиях, будет гораздо меньше).

Точнее говоря, процесс свечения водородной туманности происходит следующим образом. Под действием излучения звезды за границей лаймановской серии происходит ионизация водородного атома, т. е. возникают протон и свободный электрон. Через некоторое время свободный электрон захватывается каким-нибудь протоном. Допустим, что захват произошел на один из высоких уровней. Возникший при этом квант за границей соответствующей субординатной серии уходит из туманности. Далее следует цепь «каскадных» переходов электрона с уровня на уровень. Вследствие чрезвычайно малой плотности излучения и вещества в туманностях эта цепь переходов в огромном большинстве случаев не прерывается. Образующиеся при указанных переходах кванты

в линиях субординатных серий также уходят из туманности. Однако если электрон совершил переход на первый уровень, то возникший при этом квант в лаймановской линии поглощается в туманности и электрон опять оказывается на прежнем уровне. Поэтому с данного уровня (если он только не второй) электрон рано или поздно совершит переход не на первый уровень. Легко понять, что указанная цепь переходов должна закончиться переходом на второй уровень с образованием балмеровского кванта и последующим переходом со второго уровня на первый с образованием кванта в линии L_{α} .

Бальмеровский квант беспрепятственно уходит из туманности. Что же касается L_{α} -кванта, то он также уходит из туманности, однако после длительного процесса диффузии.

Из сказанного вытекает, что из каждого поглощенного и переработанного туманностью кванта лаймановского континуума обязательно образуется один бальмеровский квант и один квант в линии L_{α} (а также может образоваться некоторое количество квантов в других субординатных сериях).

Мы сейчас будем считать, что оптическая толщина туманности за пределом серии Лаймана значительно больше единицы. В таком случае туманность будет поглощать и перерабатывать все L_c -кванты звезды. Поэтому в данном случае число излучаемых звездой L_c -квантов будет равно числу излучаемых туманностью бальмеровских квантов.

Таким образом, по свечению туманности в бальмеровской серии можно судить о свечении звезды за границей лаймановской серии. Сравнивая свечение туманности в бальмеровской серии со свечением звезды в видимой части спектра, мы, по существу, сравниваем свечение звезды в двух далеких друг от друга областях спектра (ультрафиолетовой и видимой). Поэтому из указанного сравнения может быть определена температура звезды.

Обозначим через I_v^* среднюю интенсивность излучения, выходящего из звезды. Тогда число квантов, излучаемых звездой в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, будет равно

$$4\pi r_*^2 \frac{\pi I_v^*}{h\nu} d\nu,$$

а значит, полное число испускаемых звездой L_c -квантов будет определяться формулой

$$N_{L_c}^* = 4\pi r_*^2 \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\pi I_v^*}{h\nu} d\nu, \quad (22.18)$$

где ν_0 — частота границы лаймановской серии.

С другой стороны, число бальмеровских квантов, излучаемых туманностью, равно

$$N_{\text{Ba}} = \sum_{\text{Ba}} \frac{E_i}{h\nu_i}, \quad (22.19)$$

где E_i — полная энергия, излучаемая туманностью в i -й бальмеровской линии, а $h\nu_i$ — энергия соответствующего кванта. Обозначим через E_i^* энергию, излучаемую звездой в единичном интервале частот вблизи i -й бальмеровской линии, и составим безразмерные отношения

$$A_i = \frac{E_i}{\nu_i E_i^*}, \quad (22.20)$$

которые могут быть определены из наблюдений. Подставляя (22.20) в (22.19) и учитывая, что

$$E_i^* = 4\pi r_*^2 \pi I_{\nu_i}^*, \quad (22.21)$$

получаем

$$N_{\text{Ba}} = 4\pi r_*^2 \sum_{\text{Ba}} A_i \frac{\pi I_{\nu_i}^*}{h}. \quad (22.22)$$

В том случае, когда оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана значительно превосходит единицу,

$$N_{\text{Ba}} = N_{\text{Lc}}^*. \quad (22.23)$$

Поэтому при помощи формул (22.18) и (22.22) имеем

$$\int_{\nu_0}^{\infty} I_{\nu}^* \frac{d\nu}{\nu} = \sum_{\text{Ba}} A_i I_{\nu_i}^*. \quad (22.24)$$

Будем считать, что интенсивность излучения I_{ν}^* дается формулой Планка с температурой T_* . Тогда вместо (22.24) находим

$$\int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1} = \sum_{\text{Ba}} A_i \frac{\nu_i^3}{e^{\frac{h\nu_i}{kT_*}} - 1}. \quad (22.25)$$

Сделав здесь подстановку

$$\frac{h\nu}{kT_*} = x, \quad \frac{h\nu_i}{kT_*} = x_i, \quad \frac{h\nu_0}{kT_*} = x_0, \quad (22.26)$$

окончательно получаем

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \sum_{\text{Ba}} A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}. \quad (22.27)$$

Суммирование в правой части этой формулы распространяется на все линии бальмеровской серии и на бальмеровский континуум.

Как уже сказано, величины A_i должны быть найдены из наблюдений. После этого из формулы (22.27) может быть определена температура звезды T_* .

Изложенный метод определения температур звезд был предложен Занстра. Он также применил этот метод к определению температур трех ядер планетарных туманностей (NGC 6543, 6572, 7009). Оказалось, что температуры этих звезд весьма высоки (39 000, 40 000 и 55 000 К соответственно).

При получении формулы (22.27) предполагалось, что вся энергия звезды в лаймановском континууме поглощается туманностью. Если это не так, то вместо формулы (22.27), мы, очевидно, имеем

$$\int_{x_0}^{\infty} \left[1 - e^{-\tau_0 \left(\frac{x_0}{x} \right)^3} \right] \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \sum_{\text{Ba}} A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}, \quad (22.28)$$

где τ_0 — оптическая толщина туманности непосредственно за границей серии Лаймана. Здесь принято во внимание, что коэффициент поглощения водорода обратно пропорционален кубу частоты. При $\tau_0 = \infty$ формула (22.28) переходит в формулу (22.27). Если для данной туманности $\tau_0 \ll 1$, а при определении температуры звезды мы пользуемся все-таки формулой (22.27), то, как легко видеть, значение температуры получается ниже истинного.

Нахождение температуры звезды из уравнения (22.28) требует предварительного определения оптической толщины туманности τ_0 , что представляет собой довольно трудную задачу. Иногда уравнение (22.28) применяют для определения величины τ_0 , приняв для температуры звезды значение, полученное каким-либо другим способом.

5. Излучение звезд в ультрафиолетовой области спектра. Свечение газовых туманностей в линиях многих атомов (однако, как увидим ниже, не всех) происходит так же, как свечение в линиях водорода в результате фотоионизаций и последующих рекомбинаций. Эти атомы поглощают энергию звезды за границами своих основных серий и излучают ее частично в видимой области спектра. Так, в частности, светятся туманности в линиях гелия и ионизованного гелия.

На рисунке 30 схематически изображено распределение энергии в спектре звезды и указаны те области спектра, за счет энергии которых туманность светится в линиях водорода, гелия и ионизованного гелия. Напомним, что энергии ионизации H, He I и He II равны соответственно 13,6, 24,6 и 54,4 эВ, в то время как энергия квантов в видимой части спектра порядка 2—3 эВ. Следовательно, свечение туманностей в линиях рассматриваемых атомов происходит за счет энергии звезды в далекой ультрафиолетовой области спектра.

По интенсивностям линий разных атомов, возникающих в результате фотоионизаций и рекомбинаций, можно определять температуры звезд, как и по интенсивностям водородных линий. Будем считать, что туманность поглощает все кванты звезды за границей основной серии данного атома. Тогда число этих квантов (как и в случае атома водорода) будет равно числу квантов, излучаемых

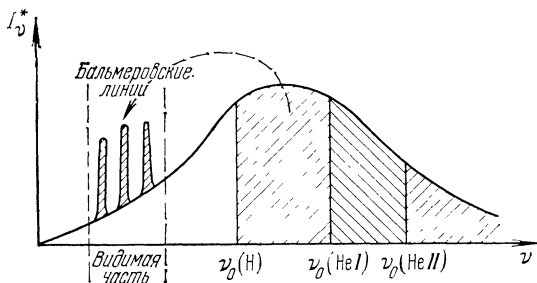


Рис. 30

туманностью во второй серии. Поэтому для определения температуры звезды получаем следующее уравнение, являющееся обобщением уравнения (22.27):

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = Q \sum A_i \frac{x_i^3}{e^{x_i} - 1}. \quad (22.29)$$

Здесь $x_0 = h\nu_0/kT_*$, а ν_0 — частота ионизации из основного состояния рассматриваемого атома. Суммирование в правой части уравнения (22.29) ведется по линиям этого атома в видимой части спектра, а множитель Q представляет собой отношение числа квантов во второй серии к числу квантов в наблюдаемых линиях. Для водорода $Q=1$, если наблюдаются все линии бальмеровской серии. Для других атомов величину Q можно оценить на основании теоретических определений интенсивностей эмиссионных линий (см. § 24). Следует отметить, что в точном знании величины Q нет необходимости, так как большое изменение интеграла в левой части уравнения (22.29) соответствует небольшим изменениям температуры.

Определение температуры звезды по линиям разных атомов приводит, вообще говоря, к различным результатам. Например, для ядра туманности NGC 7009 получена температура 55 000 К по линиям водорода и 70 000 К по линиям ионизованного гелия. В некоторых случаях расхождение между температурами еще больше.

Для объяснения таких результатов мы должны считать, что интенсивность излучения звезды не может быть представлена формулой Планка с одной и той же температурой во всех участках спектра. Кроме того, различия в температурах, определенных

по линиям разных атомов, могут быть вызваны неполным поглощением туманностью излучения звезды за границами основных серий некоторых атомов. В последнем случае, как было выяснено выше, уравнение (22.29) дает заниженные значения температуры.

При практическом применении изложенного метода определения температур звезд большая трудность состоит в нахождении величин A_i из сравнения спектров туманности и звезды. Поэтому значительный интерес представляет возможность определения T_* по отношению интенсивностей линий двух каких-либо атомов в спектре туманности. Очевидно, что в этом случае величина T_* , по существу, находится из сравнения между собой участков спектра звезды за границами основных серий этих атомов.

Впервые указанная возможность была использована В. А. Амбарцумяном, предложившим определять температуру звезды по отношению интенсивностей линий H_β водорода и $\lambda 4686 \text{ \AA}$ ионизованного гелия в спектре туманности. Чтобы связать это отношение с величиной T_* , мы можем воспользоваться уравнением (22.29), написав его сначала для водорода, а затем для ионизованного гелия. При этом в правой части уравнения (22.29) в первом случае ограничимся линией H_β , а во втором — линией $\lambda 4686 \text{ \AA}$. Соответствующие значения величины Q в обоих случаях будут близки между собой, так как атомы H и He^+ подобны друг другу, а эйнштейновские коэффициенты вероятностей переходов $4 \rightarrow 2$ и $4 \rightarrow 3$ (при которых излучаются рассматриваемые линии) почти одинаковы. Поэтому, разделив одно из упомянутых уравнений на другое, мы приближенно (с точностью до множителя, близкого к единице) получаем

$$\frac{\int_{x_0}^{4x_0} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}}{\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}} = \frac{E_{H_\beta}}{E_{\lambda 4686}}, \quad (22.30)$$

где x_0 — величина, определенная формулой (22.26) для водорода.

Температуры звезд, определенные при помощи уравнения (22.30), оказываются весьма высокими. Например, для ядра туманности NGC 7009 была получена температура 115 000 К. По-видимому, столь высокие значения температур объясняются в основном неполным поглощением туманностью излучения звезды за границей лаймановской серии. Такое объяснение кажется вероятным потому, что в туманностях, в которых дважды ионизован гелий, должен быть в сильной степени ионизован водород. Вследствие этого оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана может быть меньше единицы.

Для определения температур звезд по эмиссионным линиям в спектрах туманностей могут быть использованы линии не только

водорода, гелия и ионизованного гелия, но и других атомов (N III, C IV и т. д.). Вместо температур можно также определять просто числа квантов, излучаемых звездой за границами основных серий атомов. При этом для атомов с небольшими потенциалами ионизации (H, He) необходимо учитывать возможность неполного поглощения туманностью таких квантов. Кванты за границами основных серий атомов с большими потенциалами ионизации обычно поглощаются туманностью полностью. Таким образом, по интенсивностям эмиссионных линий разных атомов в видимой части спектра туманности мы можем найти распределение энергии в далекой ультрафиолетовой области спектра звезды.

6. Определение температур звезд по линиям «небулия». Как уже упоминалось, рассмотренный выше механизм свечения газовых туманностей (фотоионизации с последующими рекомбинациями) не является единственным. Наряду с ним в туманностях действует другой механизм, вызывающий свечение в главных небулярных линиях N_1 и N_2 , а также в других линиях «небулия».

Тот факт, что свечение туманностей в линиях N_1 и N_2 происходит не в результате фотоионизаций, доказывается следующими соображениями:

1. Если бы кванты в линиях N_1 и N_2 возникали за счет излучения звезды за границей основной серии дважды ионизованного кислорода, то температуры звезд были бы чрезвычайно высоки, в некоторых случаях свыше миллиона кельвинов.

2. Имеется ряд планетарных туманностей, в спектрах которых нет линий ионизованного гелия, что объясняется слабостью излучения ядер за границей основной серии этого иона. Если бы линии N_1 и N_2 возникали вследствие фотоионизации, то в данном случае они также отсутствовали бы, так как потенциалы ионизации He^+ и O^{++} почти совпадают. Однако линии N_1 и N_2 в спектрах всех планетарных туманностей являются наиболее интенсивными.

В действительности свечение газовых туманностей в линиях «небулия» вызывается возбуждением атомов при столкновениях со свободными электронами. Потенциалы возбуждения состояний, при переходах из которых излучаются кванты в рассматриваемых линиях, очень невелики (например, 2,5 В для линий N_1 и N_2). Поэтому в туманностях имеется большое количество свободных электронов, энергия которых достаточна для возбуждения указанных состояний. Разумеется, в конечном счете свечение туманностей в линиях «небулия» происходит за счет излучения звезды, так как свободные электроны приобретают свою энергию при фотоионизациях.

По свечению туманностей в линиях «небулия» могут определяться температуры звезд, как и по свечению в линиях, имеющих рекомбинационное происхождение. Соответствующие формулы были также получены Занстра. При этом были сделаны следующие предположения: 1) большинство свободных электронов возникает

при фотоионизации водородных атомов, 2) все L_c -кванты звезды поглощаются туманностью, 3) вся энергия, получаемая электронами при ионизации, идет на возбуждение линий «небулия».

Как известно, при ионизации атома излучением частоты ν кинетическая энергия оторванного электрона оказывается равной

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - h\nu_0,$$

где ν_0 — частота ионизации атома (в данном случае водорода). Если туманность поглощает все излучение звезды за границей лаймановской серии, то энергия, приобретаемая свободными электронами за 1 с, будет равна

$$4\pi r_*^2 \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\pi I_{\nu}^*}{h\nu} (h\nu - h\nu_0) d\nu.$$

С другой стороны, энергия, излучаемая туманностью в линиях «небулия» за 1 с, может быть представлена в виде

$$4\pi r_*^2 \sum_{\text{Neb}} A_i \pi I_{\nu_i}^* \nu_i,$$

где A_i — величины, определенные формулой (22.20), а суммирование ведется по всем линиям «небулия», возбуждаемым электронным ударом.

При сделанных предположениях два последних количества должны быть равны друг другу, т. е. должно быть

$$\int_{\nu_0}^{\infty} I_{\nu}^* (\nu - \nu_0) \frac{d\nu}{\nu} = \sum_{\text{Neb}} A_i I_{\nu_i}^* \nu_i. \quad (22.31)$$

Заменяя здесь величину I_{ν}^* планковской интенсивностью, получаем

$$\int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 (\nu - \nu_0)}{e^{\frac{h\nu}{kT_*}} - 1} d\nu = \sum_{\text{Neb}} A_i \frac{\nu_i^4}{e^{\frac{h\nu_i}{kT_*}} - 1}, \quad (22.32)$$

или, воспользовавшись обозначениями (22.26),

$$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 (x - x_0)}{e^x - 1} dx = \sum_{\text{Neb}} A_i \frac{x_i^4}{e^{x_i} - 1} \quad (22.33)$$

Формула (22.33) дает возможность определить температуру звезды T_* , если известны из наблюдений величины A_i для линий «небулия».

Применив данный метод к определению температур ядер планетарных туманностей, Занстра получил температуру 39 000 К для

NGC 6543, 38000 К для NGC 6552 и 50 000 К для NGC 7009. Мы видим, что эти значения температур весьма близки к приведенным выше значениям T_* , найденным по линиям водорода.

Для грубой оценки температур звезд Занстра применил изложенный метод в упрощенном виде. Пользуясь формулой (22.33) и тем фактом, что линии N_1 и N_2 определяют собой главную часть визуальной светимости туманности, он получил зависимость между температурой звезды T_* и разностью звездных величин ядра и туманности $m_* - m_n$. Очевидно, что чем больше эта разность, тем выше температура звезды. По наблюдаемым значениям разности $m_* - m_n$ были определены температуры большого числа ядер туманностей. Оказалось, что в некоторых случаях эти температуры достигают 100 000 К. Высокие температуры звезд, получаемые этим способом, подтверждаются, как правило, и другими признаками, в частности, большой интенсивностью линий He II в спектрах туманностей.

Изложенные в этом параграфе методы определения температур звезд широко применяются в астрофизике. При помощи этих методов определяют не только температуры ядер туманностей, но и температуры звезд с яркими линиями в спектрах: звезд классов Be, Вольфа — Райе, новых и др.

§ 23. Ионизация атомов

1. Число рекомбинаций. Как было выяснено, в газовых туманностях происходит ионизация атомов под действием излучения горячих звезд. Вместе с тем в туманностях происходят и обратные процессы — захваты ионами свободных электронов, т. е. рекомбинации атомов. Число ионизаций может быть определено при помощи коэффициента поглощения в непрерывном спектре, введенного в § 5. Теперь мы получим формулы для определения числа рекомбинаций.

Пусть n^+ и n_e — число ионов и число свободных электронов в 1 см^3 соответственно, а $f(v) dv$ — доля электронов со скоростями от v до $v+dv$. Обозначим через $\beta_i(v)$ эффективное поперечное сечение для захвата электрона со скоростью v на i -й уровень. Тогда число захватов электронов со скоростями от v до $v+dv$, происходящих в 1 см^3 за 1 с, будет равно

$$n^+ n_e \beta_i(v) f(v) v dv.$$

Полное число рекомбинаций в 1 см^3 за 1 с на i -уровень мы представим в виде $n_e n^+ C_i(T_e)$, где T_e — температура электронного газа. Очевидно, что

$$C_i(T_e) = \int_0^{\infty} \beta_i(v) f(v) v dv. \quad (23.1)$$

Величина $\beta_i(v)$ связана с коэффициентом поглощения в непрерывном спектре атомом, находящимся в i -м состоянии. Для установления этой связи рассмотрим состояние термодинамического равновесия. В этом случае имеет место детальное равновесие, при котором любой процесс уравнивается обратным процессом. В частности, число ионизаций, происходящих с i -го уровня при поглощении квантов с частотами от ν до $\nu+dv$, должно равняться числу захватов на этот уровень электронов со скоростями от v до $v+dv$, причем

$$h\nu = \frac{1}{2} m v^2 + \chi_i. \quad (23.2)$$

Число ионизаций с i -го уровня при поглощении квантов с частотами от ν до $\nu+dv$ в 1 см³ за 1 с равно

$$n_i k_{iv} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right) \frac{c \rho_\nu}{h\nu} dv,$$

где n_i — число атомов в i -м состоянии, k_{iv} — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом (множитель в скобках учитывает отрицательное поглощение), ρ_ν — плотность излучения частоты ν . На основании принципа детальное равновесия имеем

$$n_e n^+ \beta_i(v) f(v) v dv = n_i k_{iv} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right) \frac{c \rho_\nu}{h\nu} dv. \quad (23.3)$$

Как известно, при термодинамическом равновесии функция $f(v)$ определяется формулой Максвелла, плотность излучения ρ_ν — формулой Планка и распределение атомов по состояниям — формулами Больцмана и Саха. При помощи перечисленных формул из соотношения (23.3) получаем

$$\beta_i(v) = \frac{h^2 v^2}{c^2 m^2 v^2} \frac{g_i}{g^+} k_{iv}, \quad (23.4)$$

где g_i — статистический вес i -го состояния данного атома, и g^+ — статистический вес основного состояния иона.

Формула (23.4) и дает искомую связь между величинами $\beta_i(v)$ и k_{iv} . Хотя при выводе ее предполагалось термодинамическое равновесие, но она верна, разумеется, всегда (так как вероятности поглощения и излучения квантов не зависят от распределения атомов по состояниям и квантов по частотам).

Подставляя (23.4) в (23.1), получаем следующее выражение для коэффициента рекомбинации:

$$C_i(T_e) = \frac{g_i}{g^+} \frac{h^2}{c^2 m^2} \int_0^\infty \frac{v^2}{v} k_{iv} f(v) dv. \quad (23.5)$$

Здесь функция $f(v)$ дается формулой Максвелла при температуре T_e , т. е.

$$f(v) = \frac{4\pi m^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}} v^2. \quad (23.6)$$

Чтобы вычислить величину $C_i(T_e)$ по формуле (23.5), надо знать коэффициент поглощения для данного атома. Мы сейчас найдем $C_i(T_e)$ для водорода. В этом случае коэффициент поглощения k_{iv} дается формулой (5.6). Подставляя (5.6) в (23.5) и пользуясь также формулами (23.2) и (23.6), получаем

$$C_i(T_e) = \frac{2^9 \pi^5}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^{10}}{m^2 c^3 h^3} \left(\frac{m}{kT_e} \right)^{3/2} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}} E_1 \left(\frac{\chi_i}{kT_e} \right), \quad (23.7)$$

где $E_1 x$ — интегральная показательная функция.

Формулу (23.7) можно переписать в виде

$$C_i(T_e) = 3,22 \cdot 10^{-6} M_i(T_e), \quad (23.8)$$

где

$$M_i(T) = \frac{1}{T^{3/2} i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT}} E_1 \left(\frac{\chi_i}{kT} \right). \quad (23.9)$$

Значения функции $M_i(T) \cdot 10^8$ приведены в табл. 27.

Аналогично могут быть найдены коэффициенты рекомбинации для других атомов.

Т а б л и ц а 27

Значения функции $M_i(T) \cdot 10^8$

i	T, K					i	T, K				
	1000	5000	10 000	20 000	50 000		1000	5000	10 000	20 000	50 000
1	20	8,8	6,0	3,9	2,3	5	3,5	1,1	0,64	0,34	0,13
2	9,8	3,9	2,7	1,6	0,78	6	2,9	0,86	0,46	0,23	0,088
3	6,4	2,5	1,4	0,86	0,37	7	2,3	0,66	0,35	0,17	0,062
4	4,7	1,6	0,94	0,52	0,21	8	1,9	0,52	0,26	0,13	0,046

2. Степень ионизации в туманности. При термодинамическом равновесии степень ионизации атомов определяется формулой Саха. В туманностях нет термодинамического равновесия, поэтому мы должны вывести новую ионизационную формулу. Для этого мы воспользуемся тем, что туманности стационарны, т. е. физические условия в них не меняются с течением времени (на самом деле изменение происходит, но очень медленно). Точнее говоря, будем считать, что в каждом объеме число ионизаций равно числу рекомбинаций.

Так как ионизация атомов в туманностях происходит преимущественно из основного состояния, то число ионизаций, совершающихся в 1 см^3 за 1 с под действием излучения в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, равно

$$n_1 k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu}{h\nu} d\nu.$$

Плотность излучения в туманности ρ_ν определяется формулой (22.2). Поэтому для полного числа ионизаций, происходящих в единице объема за единицу времени, получаем

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu,$$

где ν_1 — частота ионизации из основного состояния.

Что же касается рекомбинаций, то они происходят на все уровни. Поэтому полное число рекомбинаций, случающихся в 1 см^3 за 1 с, будет равно

$$n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i(T_e).$$

Приравнивая друг к другу два последних выражения, имеем

$$n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i(T_e). \quad (23.10)$$

Эта формула и дает возможность определить степень ионизации атомов в туманности, если известны величины $k_{1\nu}$ и $C_i(T_e)$. Однако ее можно сильно упростить, воспользовавшись соотношением (23.5).

Предварительно перепишем формулу (23.10) в виде

$$p n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{c\rho_\nu^*}{h\nu} d\nu = n_e n^+ C_1(T_e), \quad (23.11)$$

где через p обозначена доля захватов на первый уровень. Принимая во внимание соотношение (23.5), а также считая, что величина ρ_ν^* дается формулой Планка с температурой T_* , а величина $f(\nu)$ — формулой Максвелла с температурой T_e , вместо (23.11) находим

$$p n_1 W \int_{\nu_1}^{\infty} k_{1\nu} \frac{\nu^2 d\nu}{h\nu e^{\frac{\nu^2}{kT_*} - 1}} = \frac{g_1}{g^+} n_e n^+ \frac{mh^3}{2(2\pi mkT_e)^{3/2}} \int_0^{\infty} k_{1\nu} \nu^2 e^{-\frac{m\nu^2}{2kT_e}} \nu d\nu. \quad (23.12)$$

Чтобы вычислить интегралы, входящие в соотношение (23.12), надо знать зависимость $k_{1\nu}$ от частоты. Для разных атомов эта зависимость различна, однако мы примем, что для всех атомов

$k_{1\nu} \sim 1/\nu^2$. Происходящая от этого ошибка сравнительно невелика, а вычисления существенно упрощаются. После выполнения интегрирования формула (23.12) принимает вид

$$\frac{n_e n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} p W \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} \ln \left(1 - e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} \right)^{-1}. \quad (23.13)$$

В обычно встречающихся на практике случаях $h\nu_1/kT_* \gg 1$. Поэтому вместо (23.13) имеем

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} p W \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2(2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}}. \quad (23.14)$$

Это окончательный вид формулы ионизации для туманностей.

Мы видим, что формула (23.14) отличается от формулы Саха наличием множителя $p W \sqrt{T_e/T_*}$ в правой части. Этот множитель для газовых туманностей очень мал. Однако это не значит, что степень ионизации n^+/n_1 также мала. В действительности степень ионизации в туманностях может быть весьма значительной, так как малость коэффициента дилуции W компенсируется малостью концентрации свободных электронов n_e .

В планетарных туманностях, как мы знаем, $W \approx 10^{-14}$, а ниже будет показано, что $n_e \approx 10^4 \text{ см}^{-3}$. В этом случае формула (23.14) дает, что для водорода степень ионизации будет больше единицы при $T_* > 20\,000 \text{ К}$. В том же случае для гелия $n^+/n_1 > 1$ при $T_* > 33\,000 \text{ К}$.

3. Ионизация в туманности большой оптической толщины. Формула (23.14) справедлива лишь тогда, когда оптическая толщина туманности за границей основной серии данного атома меньше единицы. В противном случае необходимо учитывать поглощение излучения звезды, а также наличие диффузного излучения туманности, происходящего от рекомбинаций на первый уровень.

Поглощение излучения звезды на пути до данного места туманности может быть учтено путем введения в правую часть формулы (23.14) множителя $e^{-\tau}$, где τ — оптическое расстояние от звезды за границей основной серии, соответствующее некоторому среднему коэффициенту поглощения. Что же касается учета ионизаций под действием диффузного излучения туманности, то его можно приближенно выполнить, отбрасывая в правой части формулы (23.10) член, соответствующий рекомбинациям на первый уровень (так как в туманности большой оптической толщины рекомбинации на первый уровень компенсируются ионизациями при поглощении диффузного излучения). Легко видеть, что в таком случае в правую часть формулы (23.14) вместо множителя p должен входить множитель $p/(1-p)$. Для атома водорода доля захватов на первый уровень близка к половине, вследствие чего множитель $p/(1-p)$ близок к единице. Мы будем считать, что этот множитель примерно равен

единице и для других атомов. Принимая во внимание все сказанное, можно переписать формулу (23.14) в следующем виде:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} W \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2 (2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} \cdot e^{-\tau}. \quad (23.15)$$

Представляет интерес вопрос, как меняется степень ионизации n^+/n_1 с изменением расстояния r от звезды? Чтобы упростить рассмотрение этого вопроса, мы возьмем планетарную туманность, толщина которой мала по сравнению с ее радиусом. В таком случае коэффициент дилуции в туманности можно считать постоянным ($W = \text{const}$). Кроме того, примем, что концентрация атомов в туманности также постоянна ($n = \text{const}$).

Наш расчет будет относиться к водороду. Однако результаты в принципе будут справедливы для всех атомов, которые производят сильное поглощение за границами своих основных серий в туманностях.

Обозначим через x долю ионизованных атомов, т. е. положим

$$n^+ = xn, \quad n_1 = (1-x)n, \quad n_e = xn. \quad (23.16)$$

Тогда вместо формулы (23.15) получаем

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{g^+}{g_1} \frac{W}{n} \sqrt{\frac{T_e}{T_*}} \frac{2 (2\pi m k T_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{h\nu_1}{kT_*}} \cdot e^{-\tau}. \quad (23.17)$$

Входящее в эту формулу оптическое расстояние τ равно

$$\tau = nk \int_{r_1}^r (1-x) dr, \quad (23.18)$$

где k — средний коэффициент поглощения и r_1 — радиус внутренней границы туманности.

Из соотношений (23.17) и (23.18) легко получить дифференциальное уравнение, связывающее величины x и r . Логарифмируя, а затем дифференцируя соотношение (23.17), находим

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1-x} \right) dx = -d\tau. \quad (23.19)$$

При помощи (23.18) отсюда имеем

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1-x} \right) \frac{dx}{1-x} = -nk dr. \quad (23.20)$$

Интегрирование уравнения (23.20) дает

$$2 \ln \frac{x_0}{1-x_0} \frac{1-x}{x} + \frac{1}{1-x_0} - \frac{1}{1-x} = nk(r-r_1), \quad (23.21)$$

где x_0 — значение величины x при $\tau=0$.

В таблице 28 в виде примера приведены значения величины $nk(r-r_1)$, вычисленные по формуле (23.21) для разных значений x .

Т а б л и ц а 28

Доля ионизованных атомов x в зависимости от r и τ

x	$nk(r-r_1)$	τ	x	$nk(r-r_1)$	τ
0,999	0	0	0,900	999	4,7
0,997	669	1,1	0,700	1009	6,4
0,990	907	2,3	0,500	1012	7,6
0,970	963	3,5			

При этом принято, что $1-x_0=0,001$. Там же даны значения величины τ , найденные по формуле

$$\tau = \ln \left(\frac{x_0}{x} \right)^2 \frac{1-x}{1-x_0}, \quad (23.22)$$

вытекающей из (23.17).

Из приведенных формул и из таблицы видно, что величина x остается близкой к единице до значения r , определяемого формулой

$$nk(r-r_1) \approx \frac{1}{1-x_0}, \quad (23.23)$$

после чего резко убывает на сравнительно небольшом интервале изменения r . Значения r , даваемые формулой (23.23), соответствуют значениям τ порядка нескольких единиц.

Полученный результат вполне понятен из физических соображений. Когда оптическое расстояние τ становится порядка единицы, происходит уменьшение степени ионизации, т. е. возрастание числа нейтральных атомов. В свою очередь рост числа нейтральных атомов ведет к увеличению оптического расстояния τ .

Таким образом, туманность может быть разделена на две области: внутреннюю, в которой степень ионизации велика $\left(\frac{n^+}{n_1} \gg 1 \right)$, и внешнюю, в которой степень ионизации мала $\left(\frac{n^+}{n_1} \ll 1 \right)$, с весьма резкой границей между ними. Первая область светится в линиях данного атома, возникающих в результате фотоионизаций и рекомбинаций, вторая в них не светится. В случае атома водорода первая из этих областей называется обычно зоной Н II, вторая — зоной Н I (рис. 31).

Если температура звезды достаточно высока, чтобы вызвать вторую ионизацию данного атома, то туманность может быть разбита на три области. В первой, ближайшей к звезде области существуют в основном дважды ионизованные атомы и свечение происходит в линиях однажды ионизованного атома. В следующей области находятся в основном однажды ионизованные атомы и она светится в линиях нейтрального атома. В последней области содержатся

лишь нейтральные атомы и она совсем не светится в линиях данного элемента, имеющих рекомбинационное происхождение.

Сказанное означает, что в туманностях должна существовать «стратификация» (т. е. слоистость) излучения. Этот теоретический вывод подтверждается наблюдениями: изображения планетарных туманностей, полученные с помощью бесцелевого спектрографа,

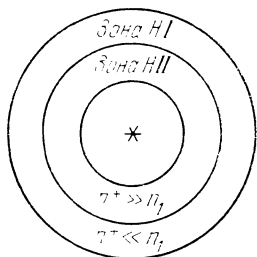


Рис. 31

имеют в разных линиях неодинаковую величину. При этом, как и следовало ожидать, размеры изображения в общем тем меньше, чем больше потенциал ионизации атома. Например, размеры изображений туманностей в линиях ионизованного гелия значительно меньше, чем в линиях нейтрального гелия.

4. Энергетический баланс свободных электронов. При выводе ионизационной формулы мы считали, что в каждом элементарном объеме туманности число свободных электронов не меняется с течением времени. Теперь рассмотрим еще

одно важное уравнение стационарности, выражающее собой закон сохранения энергии свободных электронов. Это позволит получить зависимость между температурой звезды и электронной температурой туманности [4].

Мы будем считать, что свободные электроны возникают при фотоионизации атомов водорода. Среднюю энергию, получаемую электроном при фотоионизации, обозначим через ϵ . Так как число ионизаций должно равняться числу рекомбинаций, то количество энергии, приобретаемое электронами в 1 см^3 за 1 с будет равно

$$\epsilon n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i.$$

Свободные электроны расходуют свою энергию разными путями. Некоторая часть их энергии тратится на излучение в непрерывном спектре при рекомбинациях и свободно-свободных переходах. Эту часть энергии мы обозначим через

$$n_e n^+ \left(\sum_1^{\infty} C_i \epsilon_i + f \right),$$

где ϵ_i — средняя энергия свободного электрона, захваченного на i -й уровень. Другая часть энергии свободных электронов, которую мы обозначим через E , расходуется на возбуждение свечения в линиях «небулия» (в предыдущем параграфе приближенно считалось, что на это идет вся энергия, получаемая свободными электронами при фотоионизациях). Наконец, свободные электроны могут тратить свою энергию на возбуждение атомов водорода. Хотя энергия, требуемая для возбуждения атома водорода, и велика, но этих атомов очень много, вследствие чего потерю энергии свободных элек-

тронов при столкновениях с ними надо принимать во внимание. Мы обозначим через $n_1 n_e D_i$ число возбуждений i -го уровня водорода и через $n_1 n_e D_c$ — число ионизаций атома водорода, происходящих в 1 см^3 за 1 с при столкновениях со свободными электронами. Тогда энергия, теряемая свободными электронами при этих столкновениях, будет равна

$$n_1 n_e \left(\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right).$$

На основании закона сохранения энергии имеем

$$\varepsilon n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i = n_e n^+ \left(\sum_1^{\infty} C_i \varepsilon_i + f \right) + E + n_1 n_e \left(\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right). \quad (23.24)$$

Будем для простоты считать, что температура в туманности везде одинакова. Тогда, интегрируя соотношение (23.24) по всему объему туманности, находим

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} \sum_1^{\infty} C_i \int n_e n^+ dV = & \left(\sum_1^{\infty} C_i \varepsilon_i + f \right) \int n_e n^+ dV + \\ & + \int E dV + \left(\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right) \int n_1 n_e dV, \end{aligned} \quad (23.25)$$

где $\bar{\varepsilon}$ — энергия, получаемая электроном при фотоионизации, средняя для всей туманности.

Энергию, излучаемую туманностью в линиях «небулия», удобно выразить через энергию, излучаемую туманностью в какой-либо бальмеровской линии, например, в линии H_β . Делая это, имеем

$$\int E dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} \int n_4 dV, \quad (23.26)$$

где $I_{\text{Neb}}/I_{H_\beta}$ — отношение интенсивностей линий «небулия» и H_β в спектре туманности. Но величина n_k , представляющая собой число атомов водорода в k -м состоянии в 1 см^3 , должна быть пропорциональна $n_e n^+$, так как заполнение уровней атома водорода происходит в результате рекомбинаций. Поэтому, вводя обозначение $n_k = z_k n_e n^+$ (об определении чисел z_k см. в следующем параграфе), вместо (23.26) получаем

$$\int E dV = \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{H_\beta}} A_{42} h\nu_{24} z_4 \int n_e n^+ dV. \quad (23.27)$$

Подставляя (23.27) в (23.25), находим

$$\bar{\epsilon} \sum_1^{\infty} C_i = \sum_1^{\infty} C_i \epsilon_i + f + \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{\text{H}\beta}} A_{42} h\nu_{24} z_4 + \frac{\bar{n}_1}{n^+} \left(\sum_2^{\infty} D_i h\nu_{1i} + D_c h\nu_{1c} \right), \quad (23.28)$$

где

$$\frac{\bar{n}_1}{n^+} = \frac{\int n_1 n_e dV}{\int n_e n^+ dV}. \quad (23.29)$$

Уравнение (23.28) можно рассмотреть для двух предельных случаев. В первом случае предположим, что оптическая толщина туманности в лаймановском континууме мала ($\tau_0 \ll 1$). Тогда ионизация атомов водорода будет происходить в основном под действием излучения, приходящего непосредственно от звезды, и величина $\bar{\epsilon}$ будет равна

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_{\nu_1}^{\infty} (h\nu_i - h\nu_1) \frac{\rho_{\nu}^*}{h\nu} k_{1\nu} d\nu}{\int_{\nu_1}^{\infty} \frac{\rho_{\nu}^*}{h\nu} k_{1\nu} d\nu}. \quad (23.30)$$

Для водорода, как известно, $k_{1\nu} \sim 1/\nu^3$. Поэтому, представляя величину $\bar{\epsilon}$ в виде

$$\bar{\epsilon} = A k T_*, \quad (23.31)$$

где k — постоянная Больцмана, для величины A получаем

$$A = \frac{\int_{x_0}^{\infty} \frac{dx}{e^x - 1}}{\int_{x_0}^{\infty} \frac{dx}{x(e^x - 1)}} - x_0, \quad (23.32)$$

где $x_0 = h\nu_1/kT_*$.

Во втором случае примем, что оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана велика ($\tau_0 \gg 1$). В этом случае ионизация вызывается как излучением, идущим непосредственно от звезды, так и диффузным излучением самой туманности. Однако при больших значениях τ_0 можно считать, что все кванты, испускаемые при захватах электронов на первый уровень, поглощаются в туманности, т. е. число ионизаций, происходящих под влиянием диффузного излучения, равно $C_1 \int n_e n^+ dV$, а энергия, которую электроны

получают при этом, равна $C_1 \epsilon_1 \int n_e n^+ dV$. Поэтому и в данном случае диффузного излучения туманности можно не учитывать. Надо только в уравнении (23.28) суммировать величины C_i и $C_i \epsilon_i$ не от 1, а от 2. Для величины A теперь находим

$$A = \frac{\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}}{\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}} - x_0. \quad (23.33)$$

Значения величины A , вычисленные по формулам (23.32) и (23.33), приведены в табл. 29.

Т а б л и ц а 29

Значение величины A

$T_*/1000$	I		II	
	A	$AT_*/1000$	A	$AT_*/1000$
20	0,90	18	1,24	25
40	0,83	33	1,46	58
60	0,77	46	1,63	98
80	0,71	57	1,76	141

Из этой таблицы видно, что в принятом интервале звездных температур энергия ϵ во втором случае приблизительно в два раза больше, чем в первом. А так как число захватов на первый уровень составляет около половины общего числа захватов, то уравнение (23.28) в обоих случаях должно давать близкие между собой результаты.

Принимая второй из рассмотренных случаев (хотя он далеко не всегда осуществляется в действительности), в дополнение к равенству (23.31) положим

$$\sum_2^{\infty} C_i \epsilon_i + f = B T_e k \sum_2^{\infty} C_i, \quad (23.34)$$

$$A_{42} h \nu_{24} z_4 = C k \sum_2^{\infty} C_i, \quad (23.35)$$

$$\sum_2^{\infty} D_i h \nu_{1i} + D_e h \nu_{1c} = D k \sum_2^{\infty} C_i. \quad (23.36)$$

Тогда вместо уравнения (23.28) получаем

$$AT_* = BT_e + C \frac{I_{\text{Neb}}}{I_{\text{H}\beta}} + D \frac{\bar{n}_1}{n^+}. \quad (23.37)$$

Соотношение (23.37) является искомым. Оно связывает между собой температуру звезды T_* и электронную температуру туманности T_e . Входящий в это соотношение коэффициент A зависит только от T_* и дан в табл. 29. Коэффициенты B , C и D зависят только от T_e и приведены в табл. 30.

Т а б л и ц а 30

Коэффициенты B , C и D

$T_e/1000$	B	$BT_e/1000$	$C/1000$	$D/1000$
5	1,02	5	3	0,001
7,5	1,04	8	3	3,0
10	1,06	11	3	$2,5 \cdot 10^2$
12,5	1,08	14	3	$2,5 \cdot 10^3$
15	1,10	17	3	$1,6 \cdot 10^4$

При помощи соотношения (23.37) можно найти электронную температуру туманности T_e , если температура звезды T_* известна. Для этого надо знать из наблюдений также величины $I_{\text{Neb}}/I_{\text{H}\beta}$ и \bar{n}_1/n^+ . Так как линии N_1 и N_2 являются самыми яркими в спектрах туманностей, то приближенно мы имеем: $I_{\text{Neb}}/I_{\text{H}\beta} \approx I_{N_1+N_2}/I_{\text{H}\beta} = 4I_{N_2}/I_{\text{H}\beta}$. Что же касается величины \bar{n}_1/n^+ , то, пользуясь формулами (23.29) и (23.15), мы можем представить ее в виде

$$\frac{\bar{n}_1}{n^+} = \left(\frac{n_1}{n^+} \right)_0 \left[\ln \left(\frac{n^+}{n_1} \right)_0 + 1 \right], \quad (23.38)$$

где $(\bar{n}_1/n^+)_0$ — степень ионизации, определенная обычной ионизационной формулой [т. е. формулой (23.15) при $\tau=0$]. Следует отметить, что величину \bar{n}_1/n^+ достаточно знать лишь приближенно, так как коэффициент D меняется с изменением электронной температуры очень быстро.

В таблице 31 приведены результаты применения соотношения (23.37) к определению электронных температур ряда планетарных туманностей. В первом столбце таблицы дается номер туманности, во втором — значение T_e , в трех последующих столбцах — доли энергии свободных электронов, расходуемой соответственно на излучение в непрерывном спектре, на возбуждение линий «небулия» и на неупругие столкновения с атомами водорода.

В предпоследнем столбце табл. 31 приведены принятые значения температур ядер туманностей, найденные по линиям «небулия», т. е.

из уравнения (22.33). Как мы помним, при написании этого уравнения предполагалось, что вся энергия, получаемая свободными электронами при фотоионизациях, идет на возбуждение линий «небулия». В действительности на это идет только доля энергии, равная $CI_{\text{Neb}}/AT_*I_{\text{H}\beta}$. Поэтому мы можем уточнить метод определения температур звезд по линиям «небулия», введя в левую часть уравнения (22.33) в виде множителя эту долю. Температуры ядер, найденные после указанного уточнения, приведены в последнем столбце табл. 31. Легко видеть, что уточненный метод определения температур звезд по линиям «небулия» становится эквивалентным методу определения температур звезд по линиям водорода.

Таблица 31

Электронные температуры туманностей и температуры их ядер

Объект	T_e , К	Непрер. спектр.	Небулий	Водород	T_* по линиям небулия, К	T_* исправл., К
NGC 7672	14 000	0,10	0,30	0,60	59 000	76 000
NGC 7009	10 000	0,15	0,55	0,30	40 000	45 000
NGC 6572	13 000	0,15	0,40	0,45	40 000	48 000
NGC 6826	9 000	0,25	0,60	0,15	27 000	29 000
ICII 4593	10 000	0,30	0,60	0,10	24 000	25 000
NGC 6543	11 000	0,20	0,30	0,50	33 000	41 000

Как следует из табл. 31, электронные температуры планетарных туманностей гораздо ниже температур их ядер. Объясняется это тем, что значительная часть энергии, получаемой свободными электронами при фотоионизации, расходуется ими на неупругие столкновения с различными атомами. При этом основную роль в охлаждении электронного газа играют столкновения с атомами, обладающими низкими потенциалами возбуждения (особенно с ионами O^{++}).

Определенные нами значения T_e представляют собой средние электронные температуры в зонах Н II. Однако в различных частях туманности значения T_e могут существенно отличаться друг от друга. Причиной этого являются различия как в значениях величины ϵ , так и в концентрациях тех атомов и ионов, при столкновениях с которыми происходит охлаждение электронного газа. Как показывают вычисления, электронные температуры в зонах Н I гораздо ниже, чем в зонах Н II.

В § 25 будут изложены другие методы для определения электронных температур туманностей (по отношению интенсивностей запрещенных линий). Значения T_e , найденные этими методами, оказываются примерно такими же, как и значения, приведенные в

табл. 31. Если считать электронную температуру туманности известной, то из соотношения (23.37) можно определить температуру звезды. Следует подчеркнуть, что эта температура будет характеризовать энергию звезды в самом лаймановском континууме, а не ее отношение к энергии в видимой части спектра, как температура, найденная методом Занстра.

Как мы увидим дальше (в гл. VII), рассмотрение энергетического баланса свободных электронов применяется также при изучении межзвездного газа (в основном для определения электронных температур).

§ 24. Возбуждение атомов

1. Возбуждение при фотоионизациях и рекомбинациях. Возбуждение атомов в туманностях происходит либо при фотоионизациях и последующих рекомбинациях либо при столкновениях. Сейчас мы рассмотрим первый из этих механизмов, причем для простоты — применительно к атому водорода. Роль столкновений в возбуждении атомов будет рассмотрена позднее.

Вычисление степени возбуждения атомов в туманностях не представляет больших трудностей. В условиях туманностей вероятности переходов из возбужденных состояний под действием излучения и столкновений оказываются гораздо меньше вероятностей спонтанных переходов (за исключением переходов с очень высоких уровней). Поэтому после фотоионизаций и рекомбинаций атомы совершают лишь «каскадные» переходы с уровня на уровень (т. е. цепь спонтанных переходов от возбужденного состояния до первого). Образующиеся при таких переходах кванты в линиях субординатных серий беспрепятственно уходят из туманности. Вследствие этого после определения населенностей уровней могут быть легко вычислены и интенсивности эмиссионных линий.

Для определения числа атомов в разных состояниях мы должны составить уравнения стационарности, выражающие собой тот факт, что число переходов в данное состояние равно числу переходов из этого состояния.

Число переходов в i -е состояние, совершающихся в 1 см^3 за 1 с , равно

$$n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i}.$$

Здесь первый член представляет собой число захватов непосредственно на i -й уровень, второй — число спонтанных переходов из выше лежащих дискретных состояний, третий — число переходов из первого состояния под действием излучения в лаймановской линии.

Из i -го состояния происходят практически только спонтанные переходы вниз. Число таких переходов в 1 см³ за 1 с равно

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}.$$

Приравнивая два последних выражения, получаем

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_1 B_{1i} \rho_{1i} \quad (i=2, 3, 4, \dots). \quad (24.1)$$

Величина ρ_{1i} , представляющая собой плотность излучения в лаймановской линии, нам заранее не известна. Рассмотрим поэтому два предельных случая уравнений (24.1).

В случае А будем предполагать, что оптическая толщина туманности в лаймановских линиях очень мала по сравнению с 1. Тогда будет малой и плотность излучения ρ_{1i} . Поэтому, пренебрегая последним членом в каждом из уравнений (24.1), находим

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i=2, 3, 4, \dots). \quad (24.2)$$

В случае В (который для наблюдаемых туманностей гораздо ближе к действительности, чем предыдущий случай) оптическая толщина туманности в лаймановских линиях считается очень большой. В этом случае почти все кванты, излучаемые при переходе $i \rightarrow 1$, поглощаются при обратном переходе, т. е. $n_i A_{i1} = n_1 B_{1i} \rho_{1i}$. Следовательно, вместо системы уравнений (24.1) имеем

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_e n^+ C_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i=3, 4, 5, \dots). \quad (24.3)$$

Таким образом, в обоих случаях мы пришли к системе линейных алгебраических уравнений относительно чисел $z_i = n_i / n_e n^+$.

Система уравнений (24.3) для водорода была приближенно решена Силлье, который использовал 12 первых уравнений ($i=3, 4, \dots, 14$) и отбросил остальные. Коэффициент рекомбинации $C_i(T_e)$ находился при этом по формуле (23.7).

Позднее Мензел и Бэкер [5] рассмотрели системы уравнений (24.2) и (24.3), взяв более точное выражение для коэффициента рекомбинации (с гаунтовским множителем, отличным от единицы) и приняв во внимание более высокие уровни. В их таблицах приведены значения величины b_i , определенной соотношением

$$n_i = b_i n_e n^+ \frac{i^2 h^3}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} e^{x_i / T_e}, \quad (24.4)$$

т. е. показывающей, во сколько раз значение $n_i / n_e n^+$ в туманностях отличается от значения $n_i / n_e n^+$ в состоянии термодинамического равновесия с температурой T_e .

Ситон получил более точные решения систем уравнений (24.2) и (24.3). Искомая величина z_i была при этом представлена в виде

$$z_i = \frac{C_i + \sum_{k=i+1}^{\infty} Q_{ki} C_k}{\sum_{k=k_0}^{i-1} A_{ik}}, \quad (24.5)$$

где $k_0=1$ в случае А и $k_0=2$ в случае В, а величины Q_{ki} (зависящие только от эйнштейновских коэффициентов спонтанных переходов и от значения k_0) составляют элементы «каскадной матрицы». Очевидно, что величина Q_{ki} определяет вероятность попадания атома на уровень i с уровня k любым путем. Вычисленные Ситоном значения величины $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$ приведены в табл. 32.

Мы видим, что величина b_i сильно отличается от единицы (а при $i \rightarrow \infty$, как и следовало ожидать, $b_i \rightarrow 1$). На этом основании может

Т а б л и ц а 32

Значения величины $b_i e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}$

<i>i</i>	<i>T_e</i> , К				<i>i</i>	<i>T_e</i> , К			
	Случай А		Случай В			Случай А		Случай В	
	10 000	20 000	10 000	20 000		10 000	20 000	10 000	20 000
2	0,193	0,315	—	—	9	0,360	0,480	0,552	0,730
3	0,213	0,332	0,668	1,013	10	0,376	0,494	0,563	0,735
4	0,244	0,364	0,540	0,792	15	0,434	0,547	0,605	0,756
5	0,273	0,394	0,519	0,739	20	0,472	0,580	0,635	0,772
6	0,299	0,421	0,520	0,725	25	0,499	0,603	0,656	0,785
7	0,322	0,443	0,529	0,722	30	0,520	0,621	0,673	0,795
8	0,341	0,463	0,540	0,725					

сложиться впечатление, что в отношении распределения атомов по состояниям туманности близки к термодинамическому равновесию. В действительности это верно только в отношении величин $n_i/n_e n^+$ (при $i \geq 2$ в случае А и при $i \geq 3$ в случае В). Если же рассматривать степень возбуждения атомов n_i/n_1 , то эта величина очень далека от своего значения при термодинамическом равновесии. В самом деле, из формул (23.14) и (24.4) мы получаем

$$\frac{n_i}{n_1} = p W \frac{T_*}{T_e} b_i \frac{g_i}{g_1} e^{\frac{\chi_i}{kT_e} - \frac{\chi_1}{kT_*}}. \quad (24.6)$$

Формула (24.6) сильно отличается от формулы Больцмана. Особенно существенно присутствие в правой части формулы (24.6)

малого множителя W . Вследствие этого число возбужденных атомов в туманности гораздо меньше числа атомов в основном состоянии.

Следует отметить, что система уравнений (24.3) [как и (24.2)], определяющая населенности уровней атома водорода, не является вполне точной. При написании этой системы не было принято во внимание азимутальное вырождение уровней, т. е. наличие при главном квантовом числе i ряда состояний с различными азимутальными числами l . В действительности вместо системы (24.3) мы должны написать следующую систему уравнений для определения чисел n_{il} :

$$\begin{aligned} n_{il} \left[\sum_{k=1}^i A_{ilk(l-1)} + \sum_{k=l+2}^i A_{ilk(l+1)} \right] = \\ = \sum_{k=i}^{\infty} [n_{k(l+1)} A_{k(l+1)il} + n_{k(l-1)} A_{k(l-1)il}] + n_e n^+ C_{il}(T_e) \quad (24.7) \\ (i=3, 4, 5, \dots, l=0, 1, 2, \dots, i-1). \end{aligned}$$

Здесь учтено, что разрешены только такие переходы, при которых число l меняется на единицу. Система уравнений (24.7) рассматривалась в ряде работ. Один из полученных результатов состоит в том, что замена системы (24.3) системой (24.7) не приводит к значительным изменениям в числах атомов n_i (а также и в интенсивностях эмиссионных линий).

Уравнения, определяющие населенности уровней, могут быть составлены не только для водорода, но и для других атомов. Однако для других атомов (кроме водородоподобных ионов) очень трудно найти величины A_{ki} и $C_i(T_e)$. Поэтому населенности уровней в этих случаях вычислялись приближенно (см. [10]).

2. Интенсивности эмиссионных линий. Знание населенностей уровней атома дает возможность вычислить интенсивности эмиссионных линий. Эти вычисления сильно облегчаются полной прозрачностью туманностей для излучения в линиях субординатных серий. Интенсивности линий, возникающих в спектрах туманностей в результате рекомбинаций, зависят только от коэффициентов рекомбинаций $C_i(T_e)$ и коэффициентов спонтанных переходов A_{ki} . Поэтому путем сравнения теории с наблюдениями можно, в частности, проверить правильность квантовомеханических вычислений этих коэффициентов. Такая проверка (представляющая особый интерес в случае сложных атомов) возможна только при изучении туманностей, благодаря крайней простоте осуществляющихся в них физических условий.

Мы сейчас найдем интенсивности эмиссионных линий водорода. Количество энергии, излучаемое туманностью в линии, соответствующей переходу $k \rightarrow i$, за 1 с равно

$$E_{ki} = A_{ki} h \nu_{ik} \int n_k dV, \quad (24.8)$$

где интегрирование производится по всему объему туманности. Представим число атомов n_k в виде $n_k = z_k(T_e) n_e n^+$, где величина $z_k(T_e)$ определяется из системы уравнений (24.2) или (24.3). Если считать, что электронная температура не меняется в туманности, то вместо формулы (24.8) имеем

$$E_{ki} = z_k A_{ki} h \nu_{ik} \int n_e n^+ dV. \quad (24.9)$$

Входящий в полученную формулу интеграл нам не известен, но он общий для всех линий. Поэтому формула (24.9) дает возможность вычислить относительные интенсивности эмиссионных линий.

В частности, при помощи формулы (24.9) можно найти относительные интенсивности бальмеровских линий, т. е. так называемый бальмеровский декремент. Выражая интенсивности бальмеровских линий в интенсивности линии H_β (как обычно делается), получаем

$$\frac{E_{k2}}{E_{42}} = \frac{z_k A_{k2} \nu_{2k}}{z_4 A_{42} \nu_{24}}. \quad (24.10)$$

Теоретический бальмеровский декремент (вычисленный Ситонном) приведен в табл. 33.

Мы видим, что теоретический бальмеровский декремент в каждом из рассмотренных случаев слабо зависит от электронной температуры и практически может считаться постоянным. Однако наблюдаемый бальмеровский декремент заметно меняется от туманности к туманности, причем он более крут, чем теоретический (например, для многих туманностей отношение интенсивностей линий H_α и H_β приблизительно равно 5). Как было установлено, расхождения между теорией и наблюдениями объясняются в основном избирательным поглощением света в пространстве, приводящим к покраснению далеких объектов. Благодаря этому наблюдаемое отношение интенсивностей линий H_α и H_β и кажется больше, чем оно есть на самом деле. После учета поглощения света теория (в случае В)

Таблица 33

Бальмеровский декремент

T_e, K	Случай А		Случай В		Набл.
	10 000	20 000	10 000	20 000	
H_α	1,91	1,99	2,71	2,79	2,77
H_β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,589	0,569	0,506	0,491	0,50
H_δ	0,378	0,356	0,298	0,282	0,26
H_ϵ	0,258	0,238	0,192	0,178	0,18

и наблюдения согласуются удовлетворительно. Это видно, например, из табл. 33, в последнем столбце которой приведен наблюдаемый бальмеровский декремент с учетом поглощения света (средний для 17 туманностей).

Очевидно, что путем сравнения теоретических и наблюдаемых интенсивностей линий в спектрах туманностей можно определить поглощение света в Галактике. При таких определениях целесообразно использовать данные не только о бальмеровских, но и о пашеновских линиях.

К настоящему времени, кроме относительных интенсивностей линий водорода в спектрах туманностей, также приближенно вычислены относительные интенсивности линий некоторых других атомов (в частности, He I и N III).

3. Роль столкновений. Свободные электроны, возникающие при фотоионизации атомов, обладают довольно большой кинетической энергией. Эту энергию они могут тратить на возбуждение атомов при столкновениях. Очевидно, что чем меньше потенциал возбуждения атома, тем большая доля свободных электронов может возбудить этот атом. Поэтому атомы, имеющие низкие потенциалы возбуждения, в туманностях возбуждаются в основном электронными ударами. Так, в частности, происходит возбуждение свечения туманностей в линиях «небулия». Однако электронные удары не могут заметно влиять на населенности уровней атомов с большими потенциалами возбуждения. Сейчас мы рассмотрим вопрос о возбуждении электронными ударами атомов водорода (потенциалы возбуждения которых надо отнести к значительным, хотя и не очень большим). Столкновения, приводящие к свечению туманностей в линиях «небулия», будут подробно рассмотрены в следующем параграфе.

Пусть, как и выше, $n_1 n_e D_i(T_e)$ — число возбуждений и $n_1 n_e D_c(T_e)$ — число ионизаций из основного состояния при столкновениях в 1 см^3 за 1 с. Значения величин $D_i(T_e)$ и $D_c(T_e)$ для водорода, вычисленные Чемберленом, приведены в табл. 34. При $i > 6$ величина D_i приближенно определяется формулой

$$D_i = D_6 \left(\frac{6}{i} \right)^{3,20}. \quad (24.11)$$

Для определения чисел атомов в разных состояниях при возбуждении столкновениями мы должны составить уравнения стационарности, аналогичные уравнениям (24.3). В данном случае вместо числа рекомбинаций $n_e n^+ C_i$ надо написать число столкновений $n_1 n_e D_i$. Поэтому вместо уравнения (24.3) получаем

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = n_1 n_e D_i(T_e) + \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \quad (i=3, 4, 5, \dots). \quad (24.12)$$

В результате решения уравнений (24.12) могут быть найдены величины $n_i/n_1 n_e$, а затем и относительные интенсивности эмисси-

онных линий. Вычисленный Чемберленом бальмеровский декремент приведен в табл. 35.

Из сравнения табл. 33 и 35 видно, что в случае возбуждения атомов столкновениями бальмеровский декремент оказывается более крутым, чем в случае возбуждения ионизациями и рекомбинациями. Вследствие этого высказывалась мысль, что наблюдаемый крутой бальмеровский декремент в спектрах планетарных туманностей вызван не только поглощением света в Галактике, но и влиянием столкновений на населенности атомных уровней. Однако, как легко

Таблица 34

Значения величин $D_i(T_e)$ и $D_c(T_e)$ для водорода

T_e, K	10 000	20 000	40 000
D_2	$231 \cdot 10^{-15}$	$89 \cdot 10^{-12}$	$23,2 \cdot 10^{-10}$
D_3	6,32	6,65	3,05
D_4	1,50	1,86	0,92
D_5	0,435	0,69	0,404
D_6	0,201	0,36	0,218
D_c	25,7	5,31	6,25

Таблица 35

Бальмеровский декремент при возбуждении столкновениями

T_e, K	10 000	20 000	40 000
H_α	5,76	4,79	4,96
H_β	1,00	1,00	1,00
H_γ	0,291	0,347	0,383
H_δ	0,136	0,169	0,194
H_ϵ	0,076	0,097	0,112

показать, это влияние не может быть большим, если свободные электроны возникают при фотоионизации атомов водорода. В самом деле, из каждого L_c -кванта звезды, поглощенного туманностью, образуется при рекомбинации один бальмеровский квант, в то время как далеко не каждый свободный электрон производит столкновение, приводящее к появлению такого кванта. Объясняется это, прежде всего, тем, что при температуре звезды порядка нескольких десятков тысяч кельвинов средняя энергия оторванного электрона составляет лишь небольшую часть энергии возбуждения водородных уровней. Кроме того, значительная часть энергии свободных электронов идет на возбуждение свечения туманности в линиях «небулия». Наконец, как видно из табл. 34, при неупругих столкновениях свободных электронов с атомами водорода основная часть энергии расходуется на возбуждение линии L_α , а не на возбуждение бальмеровских линий. Таким образом, надо признать, что энергия свободных электронов недостаточна, чтобы вызвать путем столкновений такое же свечение в бальмеровских линиях, какое вызывается в результате рекомбинаций.

4. Массы и плотности туманностей. По свечению туманности в линиях водорода может быть определена концентрация атомов водорода в туманности. Для этого надо воспользоваться формулой (24.9), определяющей энергию, излучаемую туманностью в данной

линии. Применяя эту формулу к бальмеровской линии, соответствующей переходу $k \rightarrow 2$, имеем

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h \nu_{2k} \int n_e n^+ dV. \quad (24.13)$$

Так как водород является наиболее распространенным элементом, а в светящейся части туманности он находится преимущественно в ионизованном состоянии, то можно считать, что $n_e = n^+$. Поэтому формула (24.13) может быть переписана в виде

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h \nu_{2k} n^{+2} V, \quad (24.14)$$

где n^+ — среднее число протонов в 1 см^3 , а V — объем светящейся части туманности. Из формулы (24.14) получаем

$$n^+ = \sqrt{\frac{E_{k2}}{z_k A_{k2} h \nu_{2k} V}}. \quad (24.15)$$

Оценка величины n^+ в планетарных туманностях по формуле (24.15) приводит к значениям порядка нескольких тысяч. С этими значениями n^+ ионизационная формула дает для степени ионизации атомов водорода $n^+/n_1 \approx 10^3$. Следовательно, число нейтральных атомов водорода в 1 см^3 составляет в среднем несколько единиц.

Знание величины n^+ дает возможность определить массу светящейся части туманности, которая равна

$$M = m_H n^+ V, \quad (24.16)$$

где m_H — масса атома водорода. Подставляя (24.15) в (24.16), находим

$$M = m_H \sqrt{\frac{E_{k2} V}{z_k A_{k2} h \nu_{2k}}}. \quad (24.17)$$

Энергия, излучаемая туманностью в данной бальмеровской линии, составляет некоторую долю δ_{2k} визуальной светимости туманности L , т. е. $E_{k2} = \delta_{2k} L$. Поэтому вместо формул (24.15) и (24.17) имеем

$$\rho = m_H n^+ = C \sqrt{\frac{L}{V}}, \quad (24.18)$$

$$M = C \sqrt{LV}, \quad (24.19)$$

где

$$C = m_H \sqrt{\frac{\delta_{2k}}{z_k A_{k2} h \nu_{2k}}}. \quad (24.20)$$

Для большинства туманностей можно принять, что визуальные светимости определяются в основном излучением в линиях N_1 и N_2 (исключением являются туманности с сильным непрерывным спектром, которые будут рассмотрены в гл. VII). Тогда, грубо говоря, величина δ_{2k} представляет собой отношение интенсивности данной

линии к интенсивности линий $N_1 + N_2$. Например, в том случае, когда линия N_2 ярче линии H_β в три раза, величина δ_{24} равна $1/12$. В этом случае $C = 1,5 \cdot 10^{-12}$. Конечно, величина δ_{24} несколько меняется от туманности к туманности, однако это мало сказывается на значении C , так как δ_{24} входит в формулу (24.20) под знаком корня. Поэтому в первом приближении множитель C может считаться постоянным для всех рассматриваемых туманностей.

Формулы (24.18) и (24.19) впервые были получены В. А. Амбарцумяном. Их применение к определению масс и плотностей планетарных туманностей дало следующие результаты:

$$M \approx 0,01 M_\odot, \\ \rho \approx 10^{-20} \text{ г/см}^3.$$

Эти значения M и ρ являются средними. Массы и плотности отдельных планетарных туманностей могут отличаться от указанных средних значений, по-видимому, в десятки раз.

Плотности диффузных газовых туманностей оказываются в среднем несколько меньше плотностей планетарных туманностей (примерно на один-два порядка). Что же касается масс диффузных туманностей, то они заключены в очень широких пределах — от небольших долей массы Солнца до нескольких тысяч масс Солнца. Например, масса туманности «Омега» оказывается порядка $500 M_\odot$.

Следует подчеркнуть, что формула (24.19) дает значение массы только той части туманности, которая светится в линиях водорода. Это значение является массой всей туманности лишь в том случае, когда оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана меньше единицы.

Для определения плотностей и масс туманностей по формулам (24.18) и (24.19) необходимо знать расстояния до них. Однако расстояния до планетарных туманностей известны плохо, вследствие чего их плотности и массы находятся с некоторыми ошибками. Обозначая через R расстояние до туманности, мы из упомянутых формул видим, что $\rho \sim R^{-1/2}$ и $M \sim R^{3/2}$. Следовательно, ошибка в расстоянии влияет мало на значение плотности, но очень сильно — на значение массы.

Интересно отметить, что слабая зависимость R от M позволила И. С. Шкловскому использовать формулу (24.19) для определения расстояний до планетарных туманностей при предположении о постоянстве их масс. Мы, очевидно, имеем

$$V \sim r^3 \sim R^3 \Phi^3$$

и

$$L \sim r^2 I \sim R^2 \Phi^2 I,$$

где r — радиус туманности, Φ — ее радиус в угловой мере, I — поверхностная яркость туманности. Поэтому из формулы (24.19)

получаем

$$R \sim \frac{M^{2/5}}{\Phi I^{1/5}}. \quad (24.21)$$

Пользуясь формулой (24.21), И. С. Шкловский составил каталог расстояний до планетарных туманностей. При этом коэффициент пропорциональности в формуле (24.21) был определен при помощи статистических параллаксов. Кроме того, как уже сказано, масса M считалась постоянной для всех туманностей. Однако даже для одной туманности величина M меняется с возрастанием зоны Н II по мере расширения туманности. Лишь для туманностей с небольшой оптической толщиной в лаймановском континууме величина M остается постоянной с течением времени. Поэтому упомянутый каталог относится именно к этим туманностям.

Для некоторых из ближайших к нам туманностей удалось определить расстояния тригонометрическим путем. Они оказались в удовлетворительном согласии с расстояниями, найденными по формуле (24.21). Это говорит о том, что массы планетарных туманностей не очень сильно различаются между собой.

§ 25. Запрещенные линии

1. Необходимые условия для появления запрещенных линий.

В спектрах газовых туманностей присутствует много запрещенных линий, принадлежащих разным атомам и ионам: О I, О II, О III, N I, N II, S II и др. Наиболее интенсивными из них являются главные небулярные линии N_1 и N_2 дважды ионизованного кислорода (с длинами волн 5006 и 4959 Å соответственно). Из других запрещенных линий следует отметить линию 4363 Å дважды ионизованного кислорода, фиолетовый дублет 3726 и 3729 Å однажды ионизованного кислорода, красный дублет 6548 и 6584 Å однажды ионизованного азота. Схемы энергетических уровней упомянутых ионов приведены на рис. 32.

Как известно, «запрещенные» линии отличаются от «разрешенных» линий крайней малостью вероятностей переходов. Эйнштейновские коэффициенты вероятности спонтанных переходов для разрешенных линий порядка 10^8 с^{-1} , для запрещенных линий они в миллионы и миллиарды раз меньше. В табл. 36 даны для примера значения коэффициентов вероятности спонтанных переходов для некоторых запрещенных линий ионов О III, N II и О I (вычисленные Гарстангом).

В обычных звездных спектрах запрещенные линии не наблюдаются. В спектрах же газовых туманностей они сравнимы по интенсивности с разрешенными линиями. Чем же вызвано это различие?

Как мы помним, запрещенные линии (принадлежащие, правда, совсем другим ионам) присутствуют также в спектре солнечной ко-

роны. При рассмотрении короны (в § 17) мы выяснили условия, которые необходимы для появления запрещенных линий. Очевидно, что подобные условия должны осуществляться и в газовых туманностях.

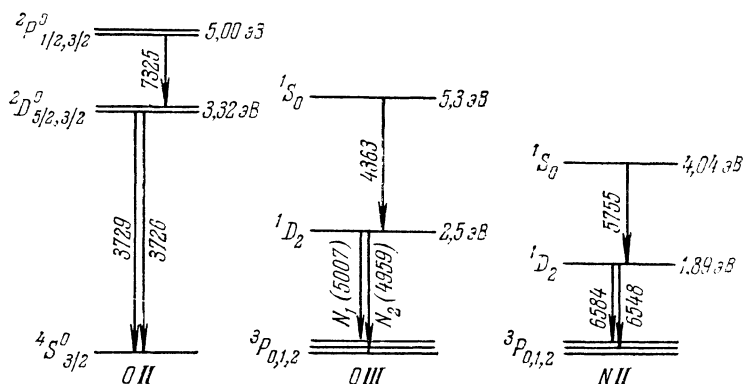


Рис. 32

Как было установлено, интенсивные запрещенные линии могут возникать только из метастабильных состояний, т. е. из таких, из которых нет других переходов вниз, кроме запрещенных (в противном случае гораздо чаще происходят разрешенные переходы,

Таблица 36

Коэффициенты вероятностей спонтанных переходов
для некоторых запрещенных линий

Переход	O III		N II		O I	
	λ , Å	A	λ , Å	A	λ , Å	A
$3P_2 - 1D_2$	5006,84	0,021	6583,4	0,0030	6300,23	0,0069
$3P_1 - 1D_2$	4958,91	0,0071	6548,1	0,00103	6363,88	0,0022
$3P_0 - 1D_2$	4931,0	$1,9 \cdot 10^{-6}$	6527,4	$4,2 \cdot 10^{-7}$	6392	$1,1 \cdot 10^{-6}$
$1D_2 - 1S_0$	4363,21	1,6	5754,8	1,08	5577,35	1,28

чем запрещенные). Но продолжительность жизни атома в метастабильном состоянии очень велика (например, для иона O^{++} в состоянии $1D_2$, из которого испускаются линии N_1 и N_2 , она равна 38 секундам). Следовательно, для того чтобы мог совершиться спонтанный переход из метастабильного состояния, необходимо, чтобы атом в течение длительного времени не был подвержен каким-либо возмущениям: ни воздействию излучения, ни столкновениям. Это значит, что для появления запрещенных линий необходимы малая плотность излучения и малая плотность вещества.

Отсутствие запрещенных линий в звездных спектрах говорит о том, что в атмосферах звезд указанные условия не выполняются. Наоборот, на основании наличия многочисленных и весьма интенсивных запрещенных линий в спектрах газовых туманностей можно сделать вывод о крайне малой плотности излучения и плотности вещества в этих объектах.

Условия, необходимые для появления запрещенных линий, могут быть выражены в виде некоторых неравенств. Для их получения рассмотрим атом, обладающий тремя энергетическими уровнями. При этом будем считать, что переход из второго состояния в первое запрещен (т. е. второе состояние метастабильное), а переходы из третьего состояния вниз разрешены. В таком случае $A_{21} \ll \ll A_{31}, A_{32}$.

Возбуждение атома может происходить как под действием излучения, так и при столкновениях. Очевидно, что число возбуждений второго уровня будет по порядку таким же, как и число возбуждений третьего уровня. Следовательно, запрещенная линия по своей интенсивности будет сравнима с разрешенными линиями, если из второго состояния будут в основном происходить спонтанные переходы.

Число спонтанных переходов из второго состояния в 1 см^3 за 1 с равно $n_2 A_{21}$. Вместе с ними могут совершаться и переходы из второго состояния под действием излучения, из которых в данном случае гораздо чаще будут переходы вверх, чем вниз (так как коэффициенты B_{ik} пропорциональны коэффициентам A_{ki}). Число переходов $2 \rightarrow 3$ при поглощении излучения равно $n_2 B_{23} \rho_{23}$. Следовательно, для того чтобы излучение не мешало спонтанным переходам из метастабильного состояния, должно выполняться условие

$$A_{21} \gg B_{23} \rho_{23}. \quad (25.1)$$

Представим плотность излучения в виде $\rho_{23} = W \rho_{23}^*$, где ρ_{23}^* — плотность излучения в атмосфере звезды и W — коэффициент дилуции излучения. Тогда вместо неравенства (25.1) получаем

$$A_{21} \gg W B_{23} \rho_{23}^*. \quad (25.2)$$

Из второго состояния возможны также переходы при столкновениях со свободными электронами. Число ударов первого рода в 1 см^3 за 1 с мы обозначим через $n_2 b_{23}$, а число ударов второго рода — через $n_2 a_{21}$. Так как удары первого рода могут производиться только теми электронами, энергия которых превосходит энергию возбуждения атома $h\nu_{23}$, а удары второго рода — электронами с любой энергией, то обычно $a_{21} \gg b_{23}$. Таким образом, для того чтобы столкновения не препятствовали излучению квантов в запрещенной линии, должно выполняться неравенство

$$A_{21} \gg a_{21}. \quad (25.3)$$

Величина a_{21} может быть представлена в виде $a_{21} = n_e \sigma_{21} v$, где n_e — концентрация свободных электронов, σ_{21} — среднее эффективное сечение для ударов второго рода, v — средняя скорость свободного электрона. Поэтому вместо (25.3) имеем

$$A_{21} \gg n_e \sigma_{21} v. \quad (25.4)$$

Неравенства (25.2) и (25.4) выражают собой условия, необходимые для появления запрещенных линий, сравнимых по интенсивности с разрешенными линиями.

В газовых туманностях величины W и n_e чрезвычайно малы. Вследствие этого неравенства (25.2) и (25.4) выполняются даже для линий с очень малыми значениями A_{21} , т. е. запрещенных очень сильными правилами отбора.

По наличию запрещенных линий в спектре туманности при помощи приведенных неравенств можно оценить верхние пределы величин W и n_e . Например, для линии N_1 и N_2 на основании табл. 36 имеем $A_{21} = 0,028 \text{ с}^{-1}$. Далее при грубой оценке можно принять: $\sigma_{21} \approx 10^{-16} \text{ см}^2$, $v \approx 10^8 \text{ см/с}$. Поэтому из неравенства (25.4) получаем, что в туманности $n_e \leq 10^6 \text{ см}^{-3}$. Разумеется, линии N_1 и N_2 будут видны и при $n_e \approx 10^6 \text{ см}^{-3}$, но в этом случае населенность второго уровня уже будет уменьшаться ударами второго рода. При $n_e \gg 10^6 \text{ см}^{-3}$ удары второго рода будут «гасить» эти линии.

Как мы видели, условия в туманностях таковы, что атомы, попавшие в метастабильное состояние, могут находиться в нем очень долго (до спонтанного перехода вниз). Поэтому в метастабильных состояниях должно накопиться огромное число атомов. Очевидно, что этот процесс должен происходить не только в туманностях, но и в других объектах с малыми значениями величин W и n_e .

Подчеркнем, что только благодаря накоплению атомов в метастабильных состояниях и излучаются интенсивные запрещенные линии, так как интенсивность линии пропорциональна числу атомов в исходном состоянии и вероятности соответствующего спонтанного перехода, а вероятности спонтанных переходов из метастабильных состояний очень малы.

Вместе с тем накопление атомов в метастабильных состояниях может приводить к возникновению линий поглощения, для которых эти состояния являются нижними уровнями. Примером может служить линия поглощения $\lambda 3889 \text{ \AA}$, имеющая нижним уровнем метастабильное состояние 2^3S гелия. В частности, эта линия наблюдается в спектре звезды θ_1 Ориона, находящейся в туманности Ориона.

Вопрос об условиях, необходимых для появления запрещенных линий, и о накоплении атомов в метастабильных состояниях был подробно рассмотрен В. А. Амбарцумяном [6]. С этим вопросом приходится встречаться при изучении не только газовых туманно-

стей, но и некоторых других объектов: оболочек новых звезд, комет и т. д.

2. Вероятности столкновений. Большинство запрещенных линий в спектрах газовых туманностей возникает вследствие возбуждения атомов электронным ударом. Поэтому для всех расчетов, связанных с излучением туманностей в запрещенных линиях, необходимо знать вероятности неупругих столкновений атомов со свободными электронами.

Рассмотрим переходы атома между состояниями i и j под действием электронных ударов. Число ударов первого рода в 1 см^3 за 1 с мы обозначим через $n_i b_{ij}$. При таких ударах происходят переходы атома из нижнего состояния i в верхнее состояние j за счет энергии электрона. Число ударов второго рода в 1 см^3 за 1 с обозначим через $n_i a_{ji}$. При таких ударах совершаются обратные переходы, причем энергия возбуждения атома передается электрону.

Величины b_{ij} и a_{ji} , характеризующие вероятности неупругих столкновений, связаны между собой простым соотношением. Для получения этого соотношения рассмотрим состояние термодинамического равновесия. В этом случае на основании принципа детального равновесия имеем

$$n_i b_{ij} = n_j a_{ji}. \quad (25.5)$$

Но при термодинамическом равновесии распределение атомов по состояниям дается формулой Больцмана. Поэтому из (25.5) находим

$$b_{ij} = a_{ji} \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT}}. \quad (25.6)$$

Очевидно, что полученное соотношение справедливо во всех случаях, когда имеет место максвелловское распределение электронов по скоростям при температуре T .

Величина a_{ji} очень слабо зависит от температуры электронного газа, так как удары второго рода могут производиться электронами с любой скоростью (в этом случае электрон не затрачивает энергию, а получает). Наоборот, величина b_{ij} зависит от температуры очень сильно, причем b_{ij} тем больше, чем больше T . Это обусловлено тем, что удары первого рода могут производить лишь те электроны, энергия которых больше энергии возбуждения атома. В выражении (25.6) зависимость b_{ij} от температуры дается в основном экспоненциальным членом.

Величины a_{ji} и b_{ij} выражаются через эффективные сечения для столкновений атомов с электронами. Пусть $\sigma_{ij}(v)$ — эффективное сечение для удара первого рода между атомом и свободным электроном со скоростью v и $n_{ef}(v) dv$ — число электронов со скоростями от

v до $v+dv$ в 1 см^3 . Мы, очевидно, имеем

$$b_{ij} = n_e \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{ij}(v) v f(v) dv, \quad (25.7)$$

где $mv_0^2/2 = \hbar v_{ij}$. Для величины a_{ji} аналогично получаем

$$a_{ji} = n_e \int_0^{\infty} \sigma_{ji}(v) v f(v) dv. \quad (25.8)$$

На основании квантовомеханических вычислений можно считать, что в случае метастабильных состояний эффективные поперечные сечения для столкновений обратно пропорциональны энергии электрона. Поэтому величину $\sigma_{ij}(v)$ можно представить в виде

$$\sigma_{ij}(v) = \frac{h^2}{4\pi m^2} \frac{\Omega(i, j)}{g_i v^2}, \quad (25.9)$$

где $\Omega(i, j)$ — безразмерное эффективное сечение (порядка единицы). Величина $\sigma_{ji}(v)$ дается аналогичной формулой с заменой g_i на g_j .

Подставляя (25.9) в (25.7) и пользуясь максвелловским выражением (23.6) для функции $f(v)$, получаем

$$b_{ij} = n_e \frac{h^2}{2\pi m^2} \left(\frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \frac{\Omega(i, j)}{g_i} e^{-\frac{\hbar v_{ij}}{k T_e}} = 8,54 \cdot 10^{-6} \frac{n_e}{\sqrt{T_e}} \frac{\Omega(i, j)}{g_i} e^{-\frac{\hbar v_{ij}}{k T_e}}. \quad (25.10)$$

Для величины a_{ji} находим

$$a_{ji} = 8,54 \cdot 10^{-6} \frac{n_e}{\sqrt{T_e}} \frac{\Omega(i, j)}{g_j}. \quad (25.11)$$

Значения величины $\Omega(i, j)$ для ряда ионов были вычислены Ситоном. Часть полученных им результатов приведена в табл. 37.

Вычисленные значения величин $\Omega(i, j)$ отличаются от точных значений, по-видимому, не более чем на 40%, оценки (числа в скобках) — не более чем вдвое.

3. Интенсивности запрещенных линий. Если нам известны вероятности столкновений, возбуждающих метастабильные состояния, и эйнштейновские коэффициенты вероятностей спонтанных переходов из этих состояний, то мы можем легко вычислить интенсивности запрещенных линий. Такие вычисления сильно упрощаются вследствие полной прозрачности туманностей для излучения в запрещенных линиях, обусловленной чрезвычайной малостью атомного коэффициента поглощения в этих линиях.

Для определения интенсивностей линий надо найти населенности энергетических уровней. Мы сейчас ограничимся рассмот-

Т а б л и ц а 37

Эффективные поперечные сечения для столкновений

Конфигурация	Ион	$\Omega (1,2)$	$\Omega (1,3)$	$\Omega (2,3)$
$2p^2$	N II	2,39	0,223	0,46
	O III	1,73	0,195	0,61
	F IV	(1,21)	(0,172)	(0,58)
	Ne V	(0,84)	(0,157)	0,53
$2p^3$	O II	1,44	0,218	1,92
	F III	(1,00)	(0,221)	(3,11)
	Ne IV	(0,68)	(0,234)	(3,51)
	Na V	0,43	(0,255)	(3,49)
$2p^4$	F II	(0,95)	(0,057)	0,17
	Ne III	0,76	0,077	0,27
	Na IV	(0,61)	(0,092)	(0,30)
	Mg V	0,54	(0,112)	(0,30)

рением только трех нижних уровней атома. Как видно из рис. 32, в наиболее интересных случаях этого вполне достаточно.

Принимая во внимание переходы под действием соударений и спонтанные переходы, получаем следующие уравнения стационарности для второго и третьего состояний атома:

$$\left. \begin{aligned} n_2 (A_{21} + a_{21} + b_{23}) &= n_1 b_{12} + n_3 (A_{32} + a_{32}), \\ n_3 (A_{31} + A_{32} + a_{31} + a_{32}) &= n_1 b_{13} + n_2 b_{23}. \end{aligned} \right\} \quad (25.12)$$

зная эти уравнения относительно величин n_2 и n_3 , находим

$$n_2 = n_1 \frac{(A_{31} + A_{32} + a_{31} + a_{32}) b_{12} + (A_{32} + a_{32}) b_{13}}{(A_{31} + A_{32} + a_{31} + a_{32}) (A_{21} + a_{21}) + (A_{31} + a_{31}) b_{23}}, \quad (25.13)$$

$$n_3 = n_1 \frac{b_{13} (A_{21} + a_{21} + b_{23}) + b_{12} b_{23}}{(A_{31} + A_{32} + a_{31} + a_{32}) (A_{21} + a_{21}) + (A_{31} + a_{31}) b_{23}}. \quad (25.14)$$

Формулы (25.13) и (25.14) справедливы при любых концентрациях свободных электронов n_e , от которых зависят величины a_{jj} и b_{ij} . В двух предельных случаях — при больших и малых значениях n_e — эти формулы существенно упрощаются.

При больших значениях n_e мы можем пренебречь спонтанными переходами по сравнению с переходами под действием столкновений. Легко видеть, что в этом случае, как и следовало ожидать, получается больцмановское распределение атомов по состояниям. Например, из формулы (25.13) при использовании соотношения (25.6) находим

$$n_2 = n_1 \frac{(a_{31} + a_{32}) b_{12} + a_{32} b_{13}}{(a_{31} + a_{32}) a_{21} + a_{31} b_{23}} = n_1 \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_{12}}{kT_e}}. \quad (25.15)$$

При малых значениях n_e мы можем пренебречь всеми переходами из возбужденных состояний под действием столкновений по сравнению со спонтанными переходами. В данном случае формулы (25.13) и (25.14) принимают вид

$$n_2 = \frac{n_1}{A_{21}} \left(b_{12} + \frac{A_{32}}{A_{31} + A_{32}} b_{13} \right), \quad (25.16)$$

$$n_3 = \frac{n_1 b_{13}}{A_{31} + A_{32}}. \quad (25.17)$$

В газовых туманностях (за некоторыми исключениями) осуществляется второй из рассмотренных случаев, т. е. населенности метастабильных состояний определяются формулами (25.16) и (25.17).

При помощи полученных выражений для населенностей уровней мы можем определить интенсивности запрещенных линий. Найдем, например, отношение интенсивностей линий, возникающих при переходах $2 \rightarrow 1$ и $3 \rightarrow 2$. Пользуясь формулами (25.13) и (25.14), получаем

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{n_2 A_{21} \nu_{12}}{n_3 A_{32} \nu_{23}} = \frac{\nu_{12} A_{21}}{\nu_{23} A_{32}} \cdot \frac{(A_{31} + A_{32} + a_{31} + a_{32}) b_{12} + (A_{32} + a_{32}) b_{13}}{b_{13} (A_{21} + a_{21} + b_{23}) + b_{12} b_{23}}. \quad (25.18)$$

При больших концентрациях свободных электронов из этой формулы следует

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{\nu_{12} A_{21}}{\nu_{23} A_{32}} \frac{g_2}{g_3} e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_e}}. \quad (25.19)$$

При малых значениях n_e формула (25.18) дает

$$\frac{E_{21}}{E_{32}} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{23}} \left[\left(\frac{A_{31}}{A_{32}} + 1 \right) \frac{b_{12}}{b_{13}} + 1 \right]. \quad (25.20)$$

Найденные формулы для интенсивностей запрещенных линий будут применены в дальнейшем не только к газовым туманностям, но и к оболочкам новых звезд.

Как уже говорилось, при малых значениях n_e (и вместе с тем при малых значениях W) происходит сильное накопление атомов в метастабильных состояниях. Это хорошо видно из формул (25.16) и (25.17), согласно которым населенность возбужденного уровня тем больше, чем меньше вероятности спонтанных переходов из него. Если бы мы считали переход из второго состояния вниз запрещенным, а переходы из третьего состояния разрешенными, то число атомов во втором состоянии было бы гораздо больше, чем в третьем. Иными словами, населенность метастабильного уровня значительно превосходит населенность обычного уровня. Что же касается интенсивности запрещенной линии, то, как видно из формулы (25.20), она примерно такого же порядка, что и интенсивность разрешенной линии.

4. Электронные температуры и концентрации. Интенсивность запрещенной линии какого-либо атома в спектре туманности зависит от количества этих атомов, от концентрации свободных электронов и от температуры электронного газа. Поэтому по наблюдаемым интенсивностям запрещенных линий в спектре туманности можно определять значения указанных величин.

Для определения электронной температуры туманности широко используется способ, основанный на измерении относительных интенсивностей запрещенных линий иона O III. Этот ион обладает двумя метастабильными состояниями, при переходах из которых возникают линии $\lambda 4363 \text{ \AA}$ и $N_1 + N_2$ (см. рис. 32). Возбуждение упомянутых состояний производится электронным ударом. Так как для возбуждения свечения в линии $\lambda 4363 \text{ \AA}$ электрон должен обладать большей энергией, чем для возбуждения свечения в линиях N_1 и N_2 , то отношение интенсивностей этих линий (т. е. величина $E_{\lambda 4363}/E_{N_1+N_2}$) должно увеличиваться с ростом T_e .

Полученные выше формулы для населенностей метастабильных состояний и для интенсивностей запрещенных линий можно непосредственно применить к иону O III. Назовем три нижних состояния этого иона (основное и два метастабильных) состояниями 1, 2 и 3. Если считать, что концентрация свободных электронов в туманности мала, то отношение интенсивностей линий $N_1 + N_2$ и $\lambda 4363 \text{ \AA}$ будет определяться формулой (25.20).

Перейдем здесь от величин b_{ij} к величинам a_{ji} при помощи соотношения (25.6). Это позволит нам в явном виде выразить зависимость отношения интенсивностей линий $N_1 + N_2$ и $\lambda 4363 \text{ \AA}$ от температуры, так как величины a_{ji} от T_e почти не зависят. Выполнив указанный переход, находим

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda 4363}} = \frac{v_{12}}{v_{32}} \left[\left(\frac{A_{31}}{A_{32}} + 1 \right) \frac{g_2 a_{21}}{g_3 a_{31}} e^{\frac{h\nu_{23}}{kT_e}} + 1 \right]. \quad (25.21)$$

Формула (25.21) была впервые получена В. А. Амбарцумяном [6]. Так как тогда не были известны эффективные сечения для столкновений, то он принял $g_2 a_{21}/g_3 a_{31} \approx 1$. Теперь на основании формулы (25.11) и табл. 37 получаем $g_2 a_{21}/g_3 a_{31} = \Omega(1,2)/\Omega(1,3) = 8,9$. Учитывая также, что в данном случае $A_{31}/A_{32} = 0,14$, вместо (25.21) имеем

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda 4363}} = 8,74 e^{\frac{33000}{T_e}}. \quad (25.22)$$

Эта формула и дает возможность определять T_e по получаемому из наблюдений отношению интенсивностей линий $N_1 + N_2$ и $\lambda 4363 \text{ \AA}$.

Изложенный метод определения электронных температур туманностей был использован в работах Мензела с сотрудниками [9]. Для большого числа туманностей они получили значения T_e

в интервале от 7000 до 25 000 К. Эти значения мало отличаются от тех, которые были найдены путем рассмотрения энергетического баланса свободных электронов (см. § 23).

Если электронная концентрация в туманности не является малой, то на населенности метастабильных уровней влияют удары второго рода. В этом случае отношение интенсивностей линий $N_1 + N_2$ и $\lambda 4363 \text{ \AA}$ будет определяться формулой (25.18). Пользуясь формулами (25.10) и (25.11), а также табл. 36 и 37, вместо формулы (25.18) приближенно получаем

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda 4363}} = 0,0753e^{\frac{33000}{T_e}} \frac{1 + 2,67 \cdot 10^5 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1 + 2300 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \quad (25.23)$$

Как и следовало ожидать, при малых электронных концентрациях (приблизительно при $n_e < 10^5 \text{ см}^{-3}$, если T_e порядка 10^4 кельвинов) формула (25.23) переходит в формулу (25.22). С увеличением n_e роль ударов второго рода возрастает и отношение интенсивностей линий становится зависящим не только от T_e , но и от n_e . Однако при больших значениях n_e (примерно при $n_e > 10^7 \text{ см}^{-3}$) отношение интенсивностей линий опять зависит только от T_e и определяется формулой

$$\frac{E_{N_1+N_2}}{E_{\lambda 4363}} = 0,0753e^{\frac{33000}{T_e}}. \quad (25.24)$$

Эта формула может быть также получена непосредственно из формулы (25.19) при подстановке в нее численных значений параметров. В данном случае переходы под действием столкновений происходят чаще спонтанных переходов и распределение атомов по уровням является бальмеровским.

Для определения электронной температуры туманности по отношению интенсивностей запрещенных линий можно использовать не только ион O III, но и другие ионы. В частности, к ним относится ион N II, обладающий двумя метастабильными состояниями, из которых испускаются линии $\lambda 5755 \text{ \AA}$ и дублет $\lambda 6548$ и $\lambda 6584 \text{ \AA}$. Применяя формулу (25.18) к иону N II, получаем

$$\frac{E_{\lambda 6560}}{E_{\lambda 5755}} = 0,0162e^{\frac{25000}{T_e}} \frac{1 + 1,94 \cdot 10^5 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1 + 320 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \quad (25.25)$$

При малых и больших значениях n_e при помощи этой формулы может быть найдена температура T_e без знания n_e .

В случае промежуточных значений n_e (когда удары второго рода влияют на населенности метастабильных уровней, но бальмеровское распределение атомов по уровням еще не установилось)

отношение интенсивностей запрещенных линий зависит не только от T_e , но и от n_e . В этом случае путем одновременного использования формул (25.23) и (25.25) можно попытаться определить как электронную температуру, так и электронную концентрацию. Однако этот способ нахождения T_e и n_e может применяться сравнительно редко, так как в большинстве туманностей электронная концентрация мала (как было выяснено в § 24, $n_e \approx 10^3 - 10^4 \text{ см}^{-3}$).

Более удобно определять электронную концентрацию в туманностях по отношению интенсивностей линий $\lambda 3726$ и $\lambda 3729 \text{ \AA}$, принадлежащих иону O II. Если исходные уровни этих линий рассматривать в качестве состояний 2 и 3, то отношение интенсивностей линий будет даваться формулой, аналогичной формуле (25.18) (с заменой $v_{23}A_{32}$ на $v_{13}A_{31}$). При подстановке в эту формулу числовых значений параметров получаем

$$\frac{E_{\lambda 3729}}{E_{\lambda 3726}} = 0,35 \frac{1 + 43 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}{1 + 10 \frac{\sqrt{T_e}}{n_e}}. \quad (25.26)$$

Мы видим, что в формулу (25.26) не входит содержащий температуру экспоненциальный член, который характерен для формул (25.23) и (25.25). Объясняется это близостью друг к другу состояний 2 и 3, вследствие чего $h\nu_{23} \ll kT_e$. При помощи формулы (25.26) электронная концентрация может определяться без точного знания электронной температуры. Однако формула (25.26) справедлива лишь при сравнительно низких температурах. При более высоких температурах надо также учитывать два выше расположенных уровня, т. е. рассматривать атом, обладающий пятью уровнями энергии. Определение электронных концентраций этим способом производили Ситон и Остерброк.

Интересно отметить, что электронная концентрация, получаемая по отношению интенсивностей запрещенных линий, не зависит от расстояния до туманностей. В то же время электронная концентрация, определяемая по интенсивностям балмеровских линий, т. е. по формуле (24.15), от этого расстояния зависит. Поэтому представляется возможность находить расстояния до туманностей путем сравнения электронных концентраций, определяемых указанными методами. Пока этот способ не дает надежных результатов, но его, по-видимому, можно усовершенствовать.

5. Химический состав туманностей. По отношению интенсивностей линий в спектре туманности, принадлежащих разным атомам, можно определить относительное содержание этих атомов в туманности. Такие определения могут быть выполнены как по линиям, возникающим в результате столкновений, так и по линиям, имеющим рекомбинационное происхождение.

Пусть E_{21} — количество энергии, излучаемое туманностью за 1 с в запрещенной линии, соответствующей переходу $2 \rightarrow 1$

данного атома. Эта величина может быть представлена в виде

$$E_{21} = n_2 A_{21} h \nu_{12} V, \quad (25.27)$$

где n_2 — число атомов во втором состоянии в 1 см^3 и V — объем туманности, светящийся в рассматриваемой линии (как мы знаем из § 23, атомы в разных стадиях ионизации находятся в разных зонах туманности).

Если плотность туманности мала, то число атомов n_2 определяется формулой (25.16). Первое слагаемое в скобках этой формулы соответствует столкновениям, возбуждающим непосредственно второй уровень, а второе слагаемое — столкновениям, возбуждающим третий уровень, и последующим переходам атома на второй. Обычно второе слагаемое значительно меньше первого. Поэтому вместо формулы (25.27) приближенно получаем

$$E_{21} = n_1 b_{12} h \nu_{12} V. \quad (25.28)$$

Аналогичная формула может быть написана и для какого-либо другого атома. Из этих формул имеем

$$\frac{E_{21}}{E'_{21}} = \frac{n_1 b_{12} \nu_{12} V}{n'_1 b'_{12} \nu'_{12} V'}, \quad (25.29)$$

где штрихами обозначены величины, относящиеся ко второму атому. Из наблюдений можно найти отношение интенсивностей линий E_{21}/E'_{21} и отношение V/V' объемов, светящихся в этих линиях. Поэтому формула (25.29) позволяет определить величину n_1/n'_1 , представляющую собой отношение концентраций рассматриваемых атомов. Очевидно, что для таких определений должны быть предварительно теоретически найдены вероятности возбуждающих столкновений [а при более точных подсчетах с использованием формулы (25.16) — вероятности спонтанных переходов].

Свечение туманностей в линиях, возникающих в результате фотоионизаций и рекомбинаций, было рассмотрено в § 24. На основании формулы (24.9), количество энергии, излучаемое туманностью за 1 с в бальмеровской линии водорода, может быть записано в виде

$$E_{k2} = z_k A_{k2} h \nu_{2k} n_e n^+ V_H, \quad (25.30)$$

где z_k — величины, определяемые системой уравнений (24.3), и V_H — объем туманности, светящийся в бальмеровских линиях. Подобные формулы можно написать и для других атомов, линии которых возникают аналогичным путем. При помощи этих формул, как и выше, можно найти относительные концентрации атомов. Чтобы сделать это, надо знать вероятности спонтанных переходов и рекомбинаций.

Следует заметить, что изложенным методом определяется концентрация атомов в определенной стадии ионизации (например,

по линиям N_1 и N_2 — концентрация атомов дважды ионизованного кислорода). Чтобы оценить долю атомов рассматриваемого элемента в других стадиях ионизации, приходится пользоваться ионизационной формулой.

Химический состав планетарных туманностей по интенсивностям эмиссионных линий определяли Аллер и Мензел [9]. Полученные ими данные об относительных числах атомов разных элементов приведены в табл. 38 (число атомов водорода условно принято за 1000). В той же таблице для сравнения приведены данные об относительных числах атомов в атмосферах Солнца и звезды τ Sco, полученные совершенно другим методом — по интенсивностям линий поглощения.

Т а б л и ц а 38

Химический состав планетарных туманностей и звездных атмосфер

Элемент	Планетарная туманность	Солнце	τ Sco	Элемент	Планетарная туманность	Солнце	τ Sco
Водород	1000	1000	1000	Фтор	0,0001	0,037	0,1
Гелий	100	222	175	Неон	0,01		
Углерод	0,6	0,04	0,17	Сера	0,036		
Азот	0,2	0,12	0,3	Хлор	0,002		
Кислород	0,25	0,37	1,0	Аргон	0,0015		

Мы видим, что нет больших различий в химическом составе туманностей и звездных атмосфер. В частности, самым распространенным элементом в туманностях является водород. Число атомов гелия составляет примерно одну десятую часть числа атомов водорода, а число всех других атомов, вместе взятых, примерно одну тысячную.

§ 26. Непрерывный спектр

1. Рекомбинации и свободно-свободные переходы. Как уже говорилось, спектры газовых туманностей состоят из эмиссионных линий на слабом непрерывном фоне. Происхождение этого непрерывного фона в значительной мере объясняется рекомбинациями и свободно-свободными переходами электронов в полях ионов. Основную роль в создании такого свечения играет водород, как наиболее распространенный элемент в туманностях.

Для вычисления количества энергии, излучаемой туманностью в непрерывном спектре, мы должны знать коэффициенты излучения, обусловленные рекомбинациями и свободно-свободными переходами. Так как коэффициенты поглощения в непрерывном спектре нам известны (см. § 5), то мы можем легко найти и необходимые нам

коэффициенты излучения, применяя для этого обычный прием, т. е. рассматривая состояние термодинамического равновесия.

Обозначим через ε_{iv} объемный коэффициент излучения при рекомбинациях на i -й уровень и через α_{iv} — объемный коэффициент поглощения с i -го уровня. При термодинамическом равновесии имеем

$$\varepsilon_{iv} = \alpha_{iv} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{e^{kT}} - 1}. \quad (26.1)$$

Представим объемный коэффициент поглощения в виде $\alpha_{iv} = n_i k_{iv}$, где n_i — число атомов в i -м состоянии в 1 см³ и k_{iv} — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. При термодинамическом равновесии величина n_i выражается через концентрацию ионов n^+ и концентрацию свободных электронов n_e формулой (5.7), вытекающей из формул Больцмана и Саха. Что же касается коэффициента поглощения k_{iv} , то для водорода он дается формулой (5.6)

(в которую надо еще ввести множитель $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ для учета отрицательного поглощения). Пользуясь указанными формулами, из (26.1) получаем

$$\varepsilon_{iv} = n_e n^+ \frac{2^7 \pi^4}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^{10}}{m^2 c^3 h^2} \left(\frac{m}{kT} \right)^{3/2} \frac{g_{iv}}{i^3} e^{\frac{\chi_i - h\nu}{kT}}, \quad (26.2)$$

где $h\nu > \chi_i$. Эта формула верна всегда, когда скорости свободных электронов распределены по закону Максвелла с температурой T .

При помощи формулы (26.2) мы можем, между прочим, найти полное число рекомбинаций на i -й уровень. Это число равно

$$n_e n^+ C_i = 4\pi \int_{\nu_i}^{\infty} \frac{\varepsilon_{iv}}{h\nu} d\nu. \quad (26.3)$$

При $g_{iv} = 1$ отсюда получается выражение (23.7) для коэффициента рекомбинации C_i .

Объемный коэффициент излучения, обусловленный рекомбинациями на все уровни, очевидно, равен

$$\varepsilon'_v = n_e n^+ \frac{2^7 \pi^4}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^{10}}{m^2 c^3 h^2} \left(\frac{m}{kT} \right)^{3/2} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{g_{iv}}{i^3} e^{\frac{\chi_i - h\nu}{kT}}. \quad (26.4)$$

Здесь надо считать, что $j=1$ за границей лаймановской серии, $j=2$ от границы бальмеровской серии до границы лаймановской серии и т. д.

Аналогично можно найти объемный коэффициент излучения ε''_v , обусловленный свободно-свободными переходами. Пользуясь

выражением (5.10) для объемного коэффициента поглощения α_v'' и законом Кирхгофа — Планка, получаем

$$\varepsilon_v'' = n_e n^+ \frac{2^3 \pi^2}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2 c^3} \left(\frac{m}{kT} \right)^{1/2} g_v e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \quad (26.5)$$

Суммируя выражения (26.4) и (26.5), приходим к следующей формуле для объемного коэффициента излучения, обусловленного как рекомбинациями, так и свободно-свободными переходами:

$$\varepsilon_v = n_e n^+ \frac{2^3 \pi^2}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2 c^3} \left(\frac{m}{kT_e} \right)^{1/2} \left(g_v + 2 \frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{g_{iv}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}} \right) e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \quad (26.6)$$

Имея в виду применение этой формулы к газовым туманностям, мы заменили в ней температуру T на электронную температуру туманности T_e .

Распределение энергии в непрерывном спектре, даваемое формулой (26.6), характеризуется той особенностью, что у пределов серий интенсивность излучения скачком возрастает при переходе от меньших частот к большим. Объясняется это появлением нового слагаемого в формуле (26.6), обусловленного рекомбинациями на более низкий уровень.

Как видно из формулы (26.6), излучение в видимой области непрерывного спектра примерно в равной мере обусловлено рекомбинациями и свободно-свободными переходами (при $T_e \approx 10\,000$ К). С другой стороны, как мы знаем из § 22, каждая рекомбинация на третий и более высокие уровни обязательно приводит к появлению одного кванта в бальмеровских линиях. Следовательно, число квантов в бальмеровских линиях должно быть по порядку величины равно числу квантов в непрерывном спектре. Но излучение в линиях сосредоточено в очень узких интервалах частот. Поэтому рассматриваемый непрерывный спектр должен играть роль лишь слабого фона для эмиссионных линий. Найдем для примера отношение числа квантов в линии H_β к числу квантов в бальмеровском континууме. Очевидно, что это отношение равно

$$\frac{n_4 A_{42}}{n_e n^+ C_2(T_e)} = z_4 \frac{A_{42}}{C_2(T_e)},$$

и, как показывают подсчеты, оно порядка единицы. Таким образом, в одной линии H_β излучается примерно столько квантов, сколько во всем бальмеровском континууме.

Изложенная теория качественно согласуется с результатами наблюдений. Как известно, непрерывный спектр газовых туманностей действительно весьма слаб. Вместе с тем наблюдается скачок интенсивности у предела бальмеровской серии, характерный для рекомбинационных спектров. Однако количественное согласие между теорией и наблюдениями отсутствует.

Из формулы (26.6) видно, что теоретическое распределение энергии в непрерывном спектре следует закону

$$H_\nu \sim e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \quad (26.7)$$

Подставляя это выражение для потока излучения H_ν в соотношение (6.18), получаем следующую зависимость между спектрофотометрической температурой T_c и электронной температурой T_e :

$$-\frac{h}{kT_e} = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT_c} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_c}}}. \quad (26.8)$$

Пренебрегая здесь величиной $e^{-\frac{h\nu}{kT_c}}$ по сравнению с 1, для участка спектра вблизи линии H_β находим

$$\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_e} = \frac{1}{10000}. \quad (26.9)$$

При $T_e = 10\,000$ К это соотношение дает: $T_c = 5000$ К. Однако наблюдаемые спектрофотометрические температуры туманностей оказываются значительно более высокими. Вместе с тем и наблюдаемая интенсивность непрерывного спектра туманностей в визуальной области заметно превосходит его теоретическую интенсивность (по отношению к интенсивности бальмеровских линий). Поэтому можно сделать вывод, что в туманностях существует какой-то дополнительный источник свечения в непрерывном спектре.

К такому же выводу можно прийти и путем рассмотрения бальмеровского скачка. Теоретический бальмеровский скачок, как следует из формулы (6.19) и (26.6), дается выражением

$$D = \lg \frac{1 + 2 \frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=3}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}}{1 + 2 \frac{\chi_1}{kT_e} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}}}, \quad (26.10)$$

где принято $g_\nu = 1$ и $g_{i\nu} = 1$. Мы видим, что в данном случае $D < 0$. Величина D зависит только от электронной температуры и может быть вычислена для каждой туманности (при значении T_e , полученном по интенсивностям запрещенных линий). Однако наблюдаемые значения величины D оказываются больше вычисленных. Очевидно, что это можно объяснить влиянием дополнительного излучения.

В таблице 39 приведены значения бальмеровского скачка D в зависимости от электронной температуры T_e и величины $C/\text{Ва}_c$, представляющей собой отношение интенсивности дополнительного непрерывного спектра к интенсивности непрерывного спектра,

обусловленного рекомбинациями и свободно-свободными переходами, за границей бальмеровской серии. При $C=0$ бальмеровский скачок вычислен по формуле (26.10). Из таблицы видно, как возрастает величина D с увеличением величины C/Ba_c при постоянной электронной температуре.

Изучая непрерывный спектр туманности Ориона, Гринстейн из наблюдений нашел, что $D=-0,64$. Если считать, что величина D определяется формулой (26.10), то, как следует из табл. 39, электронная температура будет равна $T_e=22\ 000$ К. Такая электронная температура слишком высока для туманности. Чтобы при найденном значении D получить $T_e=12\ 000$ К, надо принять $C/Ba_c=0,2$.

Т а б л и ц а 39

Бальмеровский скачок D (с обратным знаком)

T_e , К	$\frac{C}{Ba_c}$				T_e , К	$\frac{C}{Ba_c}$			
	0	0,1	0,2	0,3		0	0,1	0,2	0,3
5 000	2,34	1,02	0,77	0,63	20 000	0,72	0,58	0,49	0,42
7 500	1,68	0,96	0,73	0,61	25 000	0,60	0,49	0,42	0,37
10 000	1,31	0,87	0,68	0,57	30 000	0,51	0,41	0,36	0,32
15 000	0,93	0,70	0,57	0,49	40 000	0,38	0,33	0,29	0,26

Из сказанного вытекает, что происхождение непрерывного спектра газовых туманностей не может быть объяснено только рекомбинациями и свободно-свободными переходами. В части диффузных туманностей некоторую роль в создании непрерывного спектра играет пыль, рассеивающая излучение звезд. Однако в планетарных туманностях пыль, по-видимому, не содержится в больших количествах.

Добавочный механизм возникновения непрерывного спектра чисто газовых туманностей будет указан ниже.

2. Двухфотонное излучение. Из каждого возбужденного состояния атома, кроме спонтанных переходов с излучением одного кванта, возможны также спонтанные переходы с излучением двух квантов. Обычно вероятность первых переходов (одноквантовых) гораздо больше вероятности вторых (двухквантовых). Однако в случае метастабильных состояний, из которых вероятность всех одноквантовых переходов мала, положение может стать обратным. В частности, так обстоит дело с метастабильным состоянием $2s$ водорода. Как показывают подсчеты, переход $2s \rightarrow 1s$ более вероятен с излучением двух квантов, чем одного.

Энергии квантов, излучаемых при двухквантовом переходе $2s \rightarrow 1s$, могут быть произвольными, но сумма их постоянна и равна, очевидно, энергии L_α -кванта. Таким образом, при двухквантовых переходах излучается энергия в непрерывном спектре. В газовых туманностях после фотоионизаций, рекомбинаций и каскадных переходов значительная часть атомов водорода попадает в метастабильное состояние $2s$. Как мы знаем, условия в туманностях таковы, что ни излучение, ни столкновения не выводят атомы из метастабильных состояний (или выводят весьма редко). Поэтому атомы водорода, попавшие в состояние $2s$, в большинстве случаев (если плотность не очень велика) совершают переходы в состояние $1s$ с излучением квантов в непрерывном спектре. Значительная роль таких процессов в образовании непрерывного спектра газовых туманностей была впервые указана в работах Спизера и Гринстейна и независимо от них А. Я. Киппера [7].

Таблица 40

Величины $\psi(y)$ и $y\psi(y)$, характеризующие двухфотонное излучение

y	λ (Å)	$\psi(y)$	$y\psi(y)$		y	λ (Å)	$\psi(y)$	$y\psi(y)$
0,00		0	0		0,30	4052	4,546	1,363
0,05	24 313	1,725	0,0863		0,35	3473	4,711	1,649
0,10	12 157	2,783	0,2783		0,40	3039	4,824	1,929
0,15	8 105	3,481	0,5222		0,45	2702	4,889	2,200
0,20	6 078	3,961	0,7922		0,50	2431	4,907	2,454
0,25	4 862	4,306	1,077					

Обозначим частоты двух квантов, излучаемых при переходе $2s \rightarrow 1s$, через $y\nu_{12}$ и $(1-y)\nu_{12}$, где ν_{12} — частота L_α и y — любое число от нуля до 1. Пусть $A(y)dy$ — коэффициент вероятности перехода, связанного с излучением кванта в интервале частот от $\nu_{12}y$ до $\nu_{12}(y+dy)$. Представляя величину $A(y)$ в виде

$$A(y) = \frac{9\alpha^6\nu_0}{2^{10}} \psi(y), \quad (26.11)$$

где ν_0 — частота ионизации водорода и $\alpha = 2\pi e^2/hc$ — постоянная тонкой структуры, названные авторы получили для функции $\psi(y)$ значения, приведенные в табл. 40. Так как $\psi(y) = \psi(1-y)$, то y в таблице меняется только от нуля до $1/2$. Энергия, излучаемая в единичном интервале частот, пропорциональна величине $h\nu A(y)$ или $y\psi(y)$. Значения функции $y\psi(y)$ также даны в таблице. Эйнштейновский коэффициент двухквантового перехода $2s \rightarrow 1s$

равен

$$A_{2s, 1s} = \frac{1}{2} \int_0^1 A(y) dy = 8,227 \text{ с}^{-1}. \quad (26.12)$$

При помощи величины $A(y)$ можно легко написать выражение для объемного коэффициента излучения ϵ_v , обусловленного двухквантовыми переходами. Обозначим через n_{2s} число атомов водорода в состоянии $2s$ в 1 см^3 . Тогда, очевидно, имеем

$$4\pi\epsilon_v dv = n_{2s} A(y) dy \cdot h\nu,$$

или

$$\epsilon_v = n_{2s} \frac{h}{4\pi} A(y) y. \quad (26.13)$$

Чтобы найти величину n_{2s} , надо составить уравнение стационарности для состояния $2s$. Атомы водорода попадают в состояние $2s$ после рекомбинаций и последующих каскадных переходов. Обозначим через X долю всех рекомбинаций на высокие уровни, начиная со второго, которые приводят к появлению атомов в состоянии $2s$. Тогда число переходов в состояние $2s$ в 1 см^3 за 1 с будет равно $Xn_en^+ \sum_2^\infty C_i(T_e)$. Вычисления дают, что приблизительно $X=0,32$ (величина X слабо зависит от электронной температуры). С другой стороны, атомы покидают состояние $2s$ вследствие двухквантовых переходов. Число таких переходов в 1 см^3 за 1 с равно $n_{2s}A_{2s, 1s}$. На основании сказанного получаем

$$n_{2s}A_{2s, 1s} = Xn_en^+ \sum_2^\infty C_i(T_e). \quad (26.14)$$

Подставляя величину n_{2s} из (26.14) в (26.13), находим

$$\epsilon_v = Xn_en^+ \sum_2^\infty C_i(T_e) \frac{hA(y)y}{4\pi A_{2s, 1s}}. \quad (26.15)$$

По формуле (26.15) с помощью табл. 40 и может быть вычислена искомая величина ϵ_v .

Очевидно, что полное число квантов, излучаемых при двухквантовых переходах $2s \rightarrow 1s$ в 1 см^3 за 1 с , равно

$$2Xn_en^+ \sum_2^\infty C_i(T_e).$$

По порядку величины это число сравнимо с числом квантов, излучаемых при рекомбинациях. Поэтому двухквантовые переходы должны играть существенную роль в создании непрерывного спектра газовых туманностей.

Добавление выражения (26.15) к ранее полученному выражению (26.6) приводит к распределению энергии в непрерывном спектре,

Здесь XR и $(1-X)R$ — числа атомов, попадающих соответственно в состояние $2s$ и $2p$ после рекомбинаций и каскадных переходов в

1 см^3 за 1 с , а $R = n_e n^+ \sum_2^{\infty} C_i$. Через $n_{2s} b_{2s, 2p}$ обозначено число переходов $2s \rightarrow 2p$, совершающихся под действием столкновений в 1 см^3 за 1 с , а через $n_{2p} a_{2p, 2s}$ — число обратных переходов. Вместо величины $A_{2p, 1s}$ мы написали величину $A_{2p, 1s}/N$, чтобы приближенно учесть многократные рассеяния L_{α} -квантов в туманности.

Находя из уравнений (26.10) величину n_{2s} , получаем следующее выражение для искомого числа двухквантовых переходов:

$$n_{2s} A_{2s, 1s} = \frac{X + a_{2p, 2s} \frac{N}{A_{2p, 1s}}}{1 + a_{2p, 2s} \frac{N}{A_{2p, 1s}} + \frac{b_{2s, 2p}}{A_{2s, 1s}}} R. \quad (26.17)$$

Этой формулой и следует заменить формулу (26.14) при учете столкновений, переводящих атомы из состояния $2s$ в состояние $2p$ и обратно.

Подставим в формулу (26.17) числовые значения параметров: $A_{2p, 1s} = 6,24 \cdot 10^8$, $A_{2s, 1s} = 8,23$, $b_{2s, 2p} = n_e 5 \cdot 10^{-4}$, $a_{2p, 2s} = n_e 1,5 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Тогда получаем

$$n_{2s} A_{2s, 1s} = \frac{X + 2,4 \cdot 10^{-13} n_e N}{1 + 2,4 \cdot 10^{-13} n_e N + 6 \cdot 10^{-5} n_e} R. \quad (26.18)$$

Мы видим, что когда число рассеяний L_{α} -квантов в туманности мало, а именно

$$2,4 \cdot 10^{-13} n_e N \ll 1, \quad (26.19)$$

формула (26.18) принимает вид

$$n_{2s} A_{2s, 1s} = \frac{X}{1 + 6 \cdot 10^{-5} n_e} R. \quad (26.20)$$

В этом случае переходы $2s \rightarrow 2p$ совершаются чаще обратных переходов, и интенсивность двухфотонного излучения ослабевает с ростом n_e .

Когда же среднее число рассеяний L_{α} -квантов в туманности удовлетворяет неравенству

$$N \gg 2,5 \cdot 10^8, \quad (26.21)$$

то вместо формулы (26.18) находим

$$n_{2s} A_{2s, 1s} = \left[X + (1 - X) \frac{2,4 \cdot 10^{-13} n_e N}{1 + 2,4 \cdot 10^{-13} n_e N} \right] R. \quad (26.22)$$

Эта формула дает для числа двухфотонных переходов примерно такое же значение, как и формула (26.14), или больше его. Это

значит, что переходы $2p \rightarrow 2s$ компенсируют переходы $2s \rightarrow 2p$ или даже преобладают над ними.

Если к неравенству (26.21) можно добавить еще неравенство

$$2,4 \cdot 10^{-13} n_e N \gg 1, \quad (26.23)$$

то получаем

$$n_{2s} A_{2s, 1s} = R, \quad (26.24)$$

т. е. число двухфотонных переходов равно числу рекомбинаций на все уровни, начиная со второго. В данном случае все L_α -кванты превращаются в двухфотонное излучение.

Как мы увидим в следующем параграфе, величина N в туманностях очень велика. Однако она, по-видимому, все же не настолько велика, чтобы выполнялось неравенство (26.21). Поэтому надо считать, что число двухфотонных переходов в туманностях определяется формулой (26.20).

Формулу (26.20) можно заменить формулой (26.14), понимая в ней под X величину

$$X = \frac{0,32}{1 + 6 \cdot 10^{-3} n_e}. \quad (26.25)$$

Соответственно этому и для коэффициента излучения ε_ν можно использовать выражение (26.15), считая, что в нем X дается формулой (26.25).

4. Сравнение теории с наблюдениями. Мы уже говорили, что теория образования непрерывного спектра туманностей, принимающая во внимание лишь рекомбинации и свободно-свободные переходы, не может удовлетворительно объяснить результаты наблюдений. При этом из сравнения указанной теории с наблюдениями приходится сделать вывод о существовании в туманностях какого-то дополнительного источника непрерывного спектра. Если в качестве такого источника принять двухфотонное излучение, то согласие между теорией и наблюдениями будет значительно лучше.

Сравнение наблюденного распределения энергии в спектре туманностей с теоретическим распределением было сделано Ситоном. Его результаты, касающиеся бальмеровского скачка, приведены в табл. 41.

В первом столбце таблицы даны номера туманностей по каталогам NGC и IC, во втором и третьем — значения T_e и n_e по определениям Ситона, в четвертом — наблюденные значения бальмеровского скачка. В последующих столбцах даны теоретические значения бальмеровского скачка для трех случаев: 1) при учете рекомбинаций и свободно-свободных переходов, 2) при одновременном учете двухфотонного излучения с $X=0,32$, 3) при одновременном учете двухфотонного излучения с величиной X , определенной формулой (26.25).

Из таблицы следует, что двухфотонное излучение существенно влияет на величину бальмеровского скачка. Вместе с тем можно

Т а б л и ц а 41

Теоретические и наблюдаемые значения бальмеровского скачка в спектрах туманностей

Туманность	$10^{-4}T_e$	$10^{-4}n_e$	$-D_{\text{набл.}}$	$-D_{\text{теор.}}$		
NGC 6543	1,0	3	0,98	1,26	0,70	0,95
NGC 6572	1,3	5	0,79	1,00	0,59	0,84
NGC 6826	1,1	3	0,61	1,15	0,66	0,89
NGC 7009	1,4	3	0,82	0,90	0,56	0,73
NGC 7662	1,3	5	0,81	0,80	0,59	0,79
IC 418	1,9	0,8	0,48	0,69	0,45	0,50
Среднее			0,75	0,98	0,59	0,78

констатировать хорошее согласие между наблюдениями и теорией при значениях величины X , найденных по формуле (26.25).

Наблюдения дают также кривые изменения интенсивности излучения с частотой в видимой части спектра туманностей. У ряда планетарных туманностей интенсивность излучения оказалась приблизительно постоянной в значительной области спектра (от 3600 до 4800 Å). Этот факт не соответствует экспоненциальному закону убывания интенсивности излучения с ростом частоты, вытекающему из формулы (26.6). Между тем, как видно из формулы (26.15) и табл. 40, интенсивность двухфотонного излучения в видимой части спектра с увеличением частоты несколько возрастает. Поэтому учет двухфотонного излучения в значительной мере объясняет распределение энергии в непрерывном спектре планетарных туманностей. Некоторые расхождения между теорией и наблюдениями, возможно, вызваны неточностью наблюдений.

5. Излучение в других областях спектра. Выше была подробно рассмотрена проблема происхождения непрерывного спектра туманностей в визуальной области. Однако туманности обладают весьма интенсивным непрерывным спектром и в других областях. В частности, уже давно было обнаружено излучение туманностей в радиодиапазоне. Как выяснилось, в случае планетарных туманностей это излучение имеет тепловую природу. Соответствующие формулы для энергии, излучаемой единицей объема, были приведены в § 18, посвященном радиоизлучению Солнца. Здесь мы не будем применять эти формулы к планетарным туманностям, так как ниже (в § 34) они используются для объяснения радиоизлучения диффузных туманностей. Отметим лишь, что знание величин n_e и T_e , найденных для данной планетарной туманности по ее излучению в видимой части спектра, позволяет вычислить энергию этой туманности в радиочастотах. Результаты таких вычислений хорошо согласуются с наблюдательными данными.

При наблюдениях планетарных туманностей в инфракрасном участке спектра было обнаружено, что от некоторых из них идет весьма интенсивное излучение в области длин волн 5—20 мкм. Поток этого излучения по порядку величины сравним с потоком излучения туманности в видимой области спектра. Инфракрасное излучение таких туманностей складывается из двух частей: теплового излучения газа (обусловленного в основном рекомбинациями и свободно-свободными переходами атома водорода) и значительного избыточного излучения.

Для объяснения избыточного излучения предполагается, что оно идет от находящихся в туманности пылевых частиц, которые нагреваются L_{α} -квантами. Как мы знаем, из каждого L_{α} -кванта звезды, поглощенного туманностью, обязательно образуется один L_{α} -квант, который весьма долго диффундирует в туманности. Если в ходе диффузии L_{α} -квантов вся их энергия тратится на нагревание пылевых частиц, то этой энергии вполне достаточно, чтобы вызвать наблюдаемое инфракрасное излучение туманностей. Вместе с тем подсчеты показывают, что максимум этого излучения должен быть при длине волны около 10 мкм, т. е. положение его также соответствует наблюдениям.

В действительности некоторая часть L_{α} -квантов выходит из туманности наружу. Как увидим далее, это происходит в основном вследствие перехода квантов в крылья линии, вызванного перераспределением по частоте при элементарном акте рассеяния, а также благодаря наличию градиента скорости. Однако учет этих эффектов не сильно влияет на упомянутые выше оценки, если количество пыли в туманности не слишком мало. Чтобы объяснить наблюдаемое инфракрасное излучение туманностей действием указанного механизма надо считать, что оптическая толщина пылевой компоненты туманности в видимой части спектра порядка одной десятой.

В пользу предположения о наличии пыли в планетарных туманностях говорит также и тот факт, что в спектрах одних туманностей избыточное инфракрасное излучение очень сильное, а в спектрах других — слабое. Это можно объяснить тем, что в одних туманностях пыли много, а в других мало.

§ 27. Диффузия излучения в туманностях

1. Поле L_{α} -излучения. При определении интенсивностей эмиссионных линий мы предполагали, что туманности прозрачны для излучения в этих линиях. Такое предположение не вызывает сомнения по отношению к линиям субординатных серий, так как в возбужденных состояниях находится очень мало атомов. Оно справедливо также и по отношению к запрещенным линиям (даже если нижнее состояние — основное) вследствие чрезвычайной ма-

лости для них коэффициента поглощения, рассчитанного на один атом.

Однако, вообще говоря, туманности не прозрачны для излучения в частотах основной серии. Это сильно усложняет расчет поля излучения в указанных частотах, так как при этом приходится применять уравнение переноса излучения. Мы сейчас сделаем расчет поля излучения в частотах лаймановской серии водорода. При этом для простоты примем, что туманность ограничена двумя концентрическими сферами с радиусами r_1 и r_2 , а в центре этих сфер находится ядро туманности. Толщину туманности будем считать малой по сравнению с ее расстоянием от ядра (т. е. $r_2 - r_1 \ll r_1$). В таком случае туманность может считаться состоящей из плоскопараллельных слоев, а коэффициент диллюции излучения — постоянным.

Рассмотрим сначала поле излучения в лаймановском континууме. При поглощении L_c -квантов, приходящих от звезды в туманность, происходит ионизация водородных атомов, а при последующих рекомбинациях на первый уровень L_c -кванты излучаются. Такие процессы поглощения и излучения L_c -квантов могут продолжаться и дальше. Следовательно, в туманности происходит диффузия L_c -излучения. При этом вероятность «выживания» кванта при элементарном акте рассеяния равна отношению числа рекомбинаций на первый уровень к числу рекомбинаций на все уровни.

Чтобы определить плотность диффузного L_c -излучения, мы должны написать уравнение переноса излучения и уравнение лучистого равновесия. В данном случае уравнение лучистого равновесия должно выражать собой тот факт, что в каждом элементарном объеме туманности число ионизаций равно числу рекомбинаций. Следовательно, мы имеем

$$n_e n^+ \sum_1^{\infty} C_i = n_1 \int_{v_1}^{\infty} k_{1v} \frac{dv}{hv} \int (I_v + I_v^0) d\omega, \quad (27.1)$$

где I_v — интенсивность диффузного излучения и I_v^0 — интенсивность излучения, приходящего в данное место туманности непосредственно от звезды. Ранее (в § 23) мы писали подобное уравнение без учета диффузного излучения.

Обозначим через p долю рекомбинаций на первый уровень. Кроме того, примем во внимание, что для водорода коэффициент поглощения на основании формулы (5.6) меняется с частотой по закону

$$k_{1v} = k_{1v_1} \left(\frac{v_1}{v} \right)^3. \quad (27.2)$$

Тогда вместо уравнения (27.1) получаем

$$\frac{n_e n^+ C_1}{n_1 k_{1v_1}} = p \int_{v_1}^{\infty} \left(\frac{v_1}{v} \right)^3 \frac{dv}{hv} \int (I_v + I_v^0) d\omega. \quad (27.3)$$

В случае туманности, состоящей из плоскопараллельных слоев, уравнение переноса излучения имеет вид

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\nu}}{dr} = -n_1 k_{1\nu} I_{\nu} + \varepsilon_{1\nu}, \quad (27.4)$$

где $\varepsilon_{1\nu}$ — объемный коэффициент излучения при рекомбинациях на первый уровень. Как следует из формулы (26.2), величина $\varepsilon_{1\nu}$ может быть представлена в виде

$$\varepsilon_{1\nu} = \varepsilon_{1\nu_1} e^{-\frac{h(\nu - \nu_1)}{kT_e}}. \quad (27.5)$$

Пусть τ — оптическое расстояние какого-либо места в туманности от ее внутренней границы в частоте ν_1 , т. е.

$$\tau = \int_{r_1}^r n_1 k_{1\nu_1} dr. \quad (27.6)$$

При помощи формул (27.2), (27.5) и (27.6) вместо уравнения (27.4) находим

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\nu}}{d\tau} = -\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 I_{\nu} + \frac{\varepsilon_{1\nu_1}}{n_1 k_{1\nu_1}} e^{-\frac{h(\nu - \nu_1)}{kT_e}}. \quad (27.7)$$

Очевидно, что величины C_1 и $\varepsilon_{1\nu_1}$ должны быть связаны между собой. Подстановка (27.5) в (26.3) дает

$$n_e n^+ C_1 = 4\pi \frac{\varepsilon_{1\nu_1}}{h} E_1 \left(\frac{\chi_1}{kT_e} \right) e^{\frac{\chi_1}{kT_e}}. \quad (27.8)$$

Введем обозначение

$$S_c(\tau) = \frac{n_e n^+ C_1}{4\pi n_1 k_{1\nu_1}}. \quad (27.9)$$

Тогда уравнения (27.7) и (27.3) принимают вид

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\nu}}{d\tau} = -\left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 I_{\nu} + \frac{h}{E_1 \left(\frac{\chi_1}{kT_e} \right)} e^{-\frac{h\nu}{kT_e}} S_c(\tau) \quad (27.10)$$

и

$$S_c(\tau) = \rho \int_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 \frac{d\nu}{h\nu} \int I_{\nu} \frac{d\omega}{4\pi} + S_c^0(\tau), \quad (27.11)$$

где

$$S_c^0(\tau) = \rho \int_{\nu_1}^{\infty} \left(\frac{\nu_1}{\nu}\right)^3 \frac{d\nu}{h\nu} \int I_{\nu}^0 \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (27.12)$$

Интенсивность излучения, приходящего от звезды в данное место туманности, очевидно, равна

$$I_v^0 = I_v^* e^{-\tau \left(\frac{v_1}{v} \right)^3}, \quad (27.13)$$

где I_v^* — интенсивность излучения, выходящего из атмосферы звезды. Поэтому находим

$$S_c^0(\tau) = pW \int_{v_1}^{\infty} \left(\frac{v_1}{v} \right)^3 I_v^* e^{-\tau \left(\frac{v_1}{v} \right)^3} \frac{dv}{hv}, \quad (27.14)$$

где W — коэффициент дилуции излучения.

Таким образом, для определения двух искомых величин $I_v(\tau, \vartheta)$ и $S_c(\tau)$ мы получили два уравнения, (27.10) и (27.11). К этим уравнениям надо добавить еще граничные условия, которые в данном случае имеют вид

$$I_v(0, \vartheta) = I_v(0, \pi - \vartheta), \quad I_v(\tau_0, \vartheta) = 0 \text{ при } \vartheta > \frac{\pi}{2}. \quad (27.15)$$

Первое из этих условий, имеющее место на внутренней границе туманности (при $\tau=0$), означает, что интенсивность излучения, выходящего из туманности, равна интенсивности излучения, входящего в туманность. Это происходит потому, что излучение, входящее в туманность в каком-либо месте на внутренней границе под углом ϑ к нормали, есть не что иное, как излучение, выходящее из туманности под углом $\pi - \vartheta$ на противоположной стороне (рис. 34). Второе же условие показывает, что на внешней границе туманности (при $\tau=\tau_0$) нет излучения, идущего внутрь. Из уравнения (27.10) при граничных условиях (27.15) можно найти выражение для интенсивности излучения $I_v(\tau, \vartheta)$ через функцию $S_c(\tau)$. Подставляя это выражение в уравнение (27.11), получаем следующее интегральное уравнение для определения функции $S_c(\tau)$:

$$S_c(\tau) = \frac{p}{2} \int_0^{\tau_0} [K(|\tau - \tau'|) + K(\tau + \tau')] S_c(\tau') d\tau' + S_c^0(\tau), \quad (27.16)$$

где

$$K(\tau) = \frac{\int_{v_1}^{\infty} \left(\frac{v_1}{v} \right)^3 E_1 \left[\tau \left(\frac{v_1}{v} \right)^3 \right] e^{-\frac{hv}{kT_e}} \frac{dv}{v}}{E_1 \left(\frac{\chi_1}{kT_e} \right)}. \quad (27.17)$$

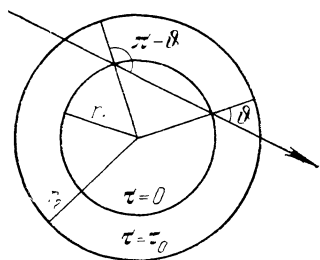


Рис. 34

Уравнение (27.16) может быть изучено методами, изложенными в § 3. В частности, при $\tau_0 = \infty$ можно получить точное решение этого уравнения в явном виде.

Для упрощения рассматриваемой задачи иногда вводят средний коэффициент поглощения для всего лаймановского континуума и под τ понимают соответствующее ему оптическое расстояние. Как легко видеть, тогда вместо уравнения (27.16) имеем

$$S_c(\tau) = \frac{p}{2} \int_0^{\tau_0} [E_1|\tau - \tau'| + E_1(\tau + \tau')] S_c(\tau') d\tau' + S_c^0(\tau). \quad (27.18)$$

Что же касается величины $S_c^0(\tau)$, то ее можно представить в виде

$$S_c^0(\tau) = p \frac{N_c}{4\pi} e^{-\tau}, \quad (27.19)$$

где N_c — число квантов лаймановского континуума, падающих от звезды на 1 см^2 внутренней границы туманности за 1 с.

При $\tau_0 = \infty$ точное решение уравнения (27.18), полученное указанным выше методом, имеет вид

$$S_c(\tau) = p \frac{N_c}{4\pi} \left\{ e^{-\tau} + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \Phi(\tau') [e^{-|\tau - \tau'|} + e^{-(\tau + \tau')}] d\tau' \right\}, \quad (27.20)$$

где

$$\Phi(\tau) = 4p \int_1^{\infty} \frac{x e^{-x\tau} dx}{(p\pi)^2 + \left(2x + p \ln \frac{x-1}{x+1}\right)^2} + \frac{2k(1-k^2)}{p+k^2-1} e^{-k\tau}, \quad (27.21)$$

Т а б л и ц а 42

Значения величины $\frac{4\pi S_c(\tau)}{p}$

$\tau \backslash p$	0,0	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,0	1,00	1,13	1,20	1,30	1,42	1,61	1,93	2,68
0,2	0,82	0,97	1,04	1,14	1,27	1,46	1,79	2,54
0,4	0,67	0,81	0,87	0,96	1,09	1,27	1,59	2,32
0,6	0,55	0,67	0,71	0,81	0,92	1,10	1,40	2,11
0,8	0,45	0,55	0,60	0,68	0,78	0,94	1,23	1,91
1,0	0,37	0,46	0,50	0,57	0,66	0,81	1,08	1,73
1,5	0,22	0,28	0,32	0,36	0,43	0,55	0,76	1,34
2,0	0,14	0,17	0,20	0,23	0,28	0,37	0,54	1,03
2,5	0,08	0,11	0,12	0,15	0,18	0,25	0,38	0,80
3,0	0,05	0,06	0,08	0,09	0,12	0,16	0,27	0,62

и k определяется из уравнения

$$\frac{p}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1. \quad (27.22)$$

В таблице 42 приведены значения величины $4\pi S_c(\tau)/p$, вычисленные при помощи формулы (27.20).

При $\tau \gg 1$ из формулы (27.20) можно получить следующее асимптотическое выражение для функции $S_c(\tau)$:

$$S_c(\tau) = \frac{N_c}{2\pi} \frac{kp}{p+k^2-1} e^{-k\tau}. \quad (27.23)$$

Значения величины k , найденные из уравнения (27.22), приведены в таблице:

p	0	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
k	1,00	0,96	0,91	0,82	0,70	0,52	0

Из таблицы 42 видно, что роль диффузного излучения существенно зависит от величины параметра p . В случае диффузии L_c -излучения этот параметр равен

$$p = \frac{C_1(T_e)}{\sum_1^{\infty} C_i(T_e)}. \quad (27.24)$$

Вычисления по формуле (27.24) дают:

T_e, K	5000	10 000	20 000	50 000
p	0,39	0,44	0,49	0,57

Как мы знаем, электронные температуры туманностей порядка 10 000 К. Поэтому из табл. 42 следует, что в туманностях содержится примерно такое же число квантов диффузного L_c -излучения, как и число L_c -квантов, приходящих непосредственно от звезды. Таким образом, надо признать, что роль диффузного L_c -излучения в туманностях не очень велика (даже в рассмотренном нами случае $\tau_0 = \infty$, когда она максимальна).

Такой результат объясняется тем, что доля захватов на первый уровень, т. е. величина p , сравнительно мала. Если бы p было

близко к единице, то диффузное излучение преобладало бы над прямым. Особенно это было бы заметным при $\tau \gg 1$ вследствие малости величины k .

После определения функции $S_c(\tau)$ мы можем, пользуясь уравнением (27.10), найти и величину $I_v(\tau, \vartheta)$, т. е. интенсивность диффузного L_c -излучения в любом месте туманности. Как видно из уравнения (27.10), распределение диффузного L_c -излучения по частотам сильно зависит от электронной температуры T_e .

В каждом месте туманности диффузное L_c -излучение добавляется к L_c -излучению, приходящему непосредственно от звезды. Интенсивность приходящего от звезды излучения дается формулой (27.13). Очевидно, что спектральный состав суммарного L_c -излучения (т. е. диффузного и приходящего от звезды) должен существенно меняться при переходе от одного места туманности к другому.

2. Поле L_α -излучения в неподвижной туманности. Оптические толщины туманностей в линиях серии Лаймана гораздо больше, чем в лаймановском континууме. Даже в тех случаях, когда туманность прозрачна для L_c -излучения, она может быть в высокой степени непрозрачной для излучения в лаймановских линиях. Поэтому для определения плотности излучения в лаймановских линиях необходимо рассматривать диффузию излучения в этих линиях (см. [8] и [9]).

Очевидно, что плотность излучения в высоких членах серии Лаймана (начиная с L_β) не может быть большой. Объясняется это тем, что из высоких состояний (начиная с третьего) атом может совершить спонтанный переход не только в первое состояние, но и в другие. Поэтому кванты в рассматриваемых линиях после небольшого числа рассеяний превращаются в другие кванты (в частности, в кванты L_α). Иначе обстоит дело с излучением в линии L_α . Из второго состояния атом совершает спонтанный переход только в первое состояние с излучением L_α -кванта, а переходы из него под действием излучения и столкновений происходят крайне редко (в условиях туманностей они редки даже из метастабильных состояний). Поэтому возникший L_α -квант не может исчезнуть в туманности. Вследствие же огромной оптической толщины туманности в линии L_α этот квант выходит из туманности наружу лишь после большого числа рассеяний. Это приводит к весьма большой плотности L_α -излучения в туманностях.

При рассмотрении диффузии L_α -излучения в туманностях мы примем такую же геометрическую модель туманности, как и выше (см. рис. 34). Уравнение переноса излучения в любой частоте ν внутри линии может быть записано в виде

$$\cos \vartheta \frac{dl_\nu}{dr} = -n_1 k_\nu I_\nu + \epsilon_\nu. \quad (27.25)$$

где k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом, и ϵ_ν — объемный коэффициент излучения.

Уравнение лучистого равновесия для L_α -излучения может быть получено из уравнения стационарности для второго уровня атома водорода. Как мы знаем, атомы водорода попадают во второе состояние в результате поглощения L_α -квантов и последующих рекомбинаций. При этом каждая рекомбинация на высокий уровень (начиная со второго) приводит к попаданию атома во второе состояние. Поэтому в качестве уравнения стационарности для этого состояния мы имеем

$$n_2 A_{21} = n_1 B_{12} \rho_{12} + n_e n^+ \sum_2 C_i. \quad (27.26)$$

Очевидно, что

$$n_2 A_{21} = \frac{4\pi}{h\nu_{12}} \int \varepsilon_\nu d\nu \quad (27.27)$$

и

$$B_{12} \rho_{12} = \frac{1}{h\nu_{12}} \int k_\nu d\nu \int I_\nu d\omega, \quad (27.28)$$

где $h\nu_{12}$ — энергия L_α -кванта. Кроме того, используя формулу (27.9), получаем

$$n_e n^+ \sum_2 C_i = \frac{1-p}{p} n_e n^+ C_1 = 4\pi \frac{1-p}{p} n_1 k_{1\nu_1} S_c(\tau), \quad (27.29)$$

где функция $S_c(\tau)$ определяется уравнением (27.16). Подстановка трех последних соотношений в уравнение (27.26) дает

$$\int \varepsilon_\nu d\nu = n_1 \int k_\nu d\nu \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} n_1 k_{1\nu_1} S_c(\tau) h\nu_{12}. \quad (27.30)$$

Как было выяснено в теории образования линий поглощения (в § 11), диффузия излучения в спектральной линии сопровождается перераспределением излучения по частотам при элементарном акте рассеяния. При этом в качестве хорошего приближения к действительности можно принять предположение о полном перераспределении излучения по частотам (или о полностью некогерентном рассеянии), при котором коэффициент излучения ε_ν пропорционален коэффициенту поглощения k_ν . Сделав такое предположение, мы можем представить величину ε_ν в виде

$$\varepsilon_\nu = n_1 k_\nu S, \quad (27.31)$$

где S не зависит от частоты.

При выполнении соотношения (27.31) уравнение переноса излучения (27.25) и уравнение лучистого равновесия (27.30) могут быть переписаны так:

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = n_1 k_\nu (S - I_\nu) \quad (27.32)$$

и

$$S \int k_v dv = \int k_v dv \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} k_{1v_1} S_c h\nu_{12}. \quad (27.33)$$

Обозначим через k_0 коэффициент поглощения в центре линии L_α и введем оптические расстояния в туманности:

$$t = \int_{r_1}^r n_1 k_0 dr, \quad t_0 = \int_{r_1}^{r_2} n_1 k_0 dr. \quad (27.34)$$

Кроме того, представим коэффициент поглощения в виде

$$k_v = k_0 \alpha(x), \quad (27.35)$$

где x — безразмерная частота, представляющая собой отношение расстояния от центра линии к доплеровской полуширине линии, т. е.

$$x = \frac{v - v_0}{\Delta v_D}. \quad (27.36)$$

При принятых обозначениях вместо уравнений (27.32) и (27.33) имеем

$$\cos \vartheta \frac{dI_v}{dt} = \alpha(x) (S - I_v) \quad (27.37)$$

и

$$S = A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx \int I_v \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{1-p}{p} \frac{A q h \nu_{12}}{\Delta v_D} S_c(\tau), \quad (27.38)$$

где

$$q = \frac{k_{1v_1}}{k_0} \quad \text{и} \quad A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx = 1. \quad (27.39)$$

Уравнения (27.37) и (27.38) должны быть решены при граничных условиях, аналогичных (27.15). Пользуясь этими условиями, из указанных уравнений получаем следующее интегральное уравнение для определения функции $S(t)$:

$$S(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} [K(|t - t'|) + K(t + t')] S(t') dt' + S_0(t), \quad (27.40)$$

где

$$K(t) = A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha^2(x) E_1[t\alpha(x)] dx \quad (27.41)$$

и

$$S_0(t) = \frac{1-p}{p} \frac{A q h \nu_{12}}{\Delta v_D} S_c(\tau). \quad (27.42)$$

Заметим, что между оптическими расстояниями t и τ существует очевидная связь:

$$\tau = qt, \quad \tau_0 = qt_0. \quad (27.43)$$

Как показывают вычисления, $q \approx 10^{-4}$. Поэтому мы видим, что при оптической толщине туманности сразу за пределом серии Лаймана порядка единицы (такие значения τ_0 следует принять для зоны Н II) оптическая толщина туманности в центре линии L_α будет порядка десятка тысяч.

Нахождение функции $S(t)$ из уравнения (27.40) полностью определяет поле L_α -излучения в туманности, так как после этого из уравнения (27.37) может быть найдена и интенсивность излучения $I_\nu(t, \vartheta)$. Через функцию $S(t)$ можно выразить и другие физические величины, связанные с L_α -излучением. Например, из формул (27.27) и (27.31) мы получаем следующее выражение для степени возбуждения второго уровня атома водорода:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{c^2}{2h\nu_{12}^3} S(t). \quad (27.44)$$

Здесь мы воспользовались также формулами (8.12) и (8.5).

Ядро интегрального уравнения (27.40) выражается через функцию $K(t)$, которая в свою очередь зависит от величины $\alpha(x)$. Поэтому и искомая функция $S(t)$ будет существенно зависеть от величины $\alpha(x)$, характеризующей контур коэффициента поглощения.

Первоначально в теории диффузии L_α -излучения в туманностях принимался прямоугольный контур коэффициента поглощения, т. е. считалось, что $\alpha(x)=1$ при $|x| \leq 1$ и $\alpha(x)=0$ при $|x| > 1$. В таком случае уравнение (27.40) имеет вид

$$S(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} [E_1 |t - t'| + E_1(t + t')] S(t') dt' + S_0(t). \quad (27.45)$$

Здесь мы не будем заниматься решением этого уравнения, а только укажем, что в результате получаются очень большие значения для плотности L_α -излучения в туманности. Это значит, что L_α -квант испытывает в туманности очень большое число рассеяний. Именно, среднее число рассеяний оказывается порядка квадрата оптической толщины туманности в центре линии L_α , т. е.

$$N \approx t_0^2. \quad (27.46)$$

Следовательно, при $t_0 \approx 10^4$ будет $N \approx 10^8$.

Однако предположение о прямоугольном контуре коэффициента поглощения является весьма грубым. В действительности коэффициент поглощения максимален в центре линии и постепенно убывает с удалением от него. Вследствие этого диффузия излучения в спектральной линии обладает следующей особенностью. Каждый

квант, поглощенный в каком-либо месте туманности, может быть затем излучен на любом расстоянии от центра линии (так как $\epsilon_v \sim \sim k_v$). В частности, он может быть излучен с такой частотой, что оптическая толщина туманности в этой частоте будет по порядку меньше единицы (т. е. $t_v^0 = t_0 \alpha(x) \ll 1$). Такой квант беспрепятственно выйдет из туманности. Следовательно, для каждого кванта, поглощенного в любом месте туманности, имеется определенная вероятность выйти из туманности наружу сразу после переизлучения. Очевидно, что такой процесс не может происходить в случае прямоугольного контура коэффициента поглощения. В этом случае квант выходит из туманности наружу только после длительной диффузии, подойдя близко к границе туманности.

Указанная особенность диффузии излучения в спектральной линии позволяет легко получить приближенное решение уравнения (27.40). Из сказанного выше следует, что L_α -квант, возникший в каком-либо месте туманности, выходит из нее наружу после диффузии в сравнительно небольшой области. Следовательно, плотность L_α -излучения в данном месте мало зависит от плотности излучения в далеких от него частях туманности. Поэтому в уравнении (27.40) мы можем приближенно вынести за знак интеграла значение функции $S(t')$ при $t' = t$. Сделав это, получаем

$$S(t) \left[1 - \int_0^\infty K(u) du + \frac{1}{2} \int_{t_0-t}^\infty K(u) du + \frac{1}{2} \int_{t_0+t}^\infty K(u) du \right] = S_0(t). \quad (27.47)$$

Но из (27.41) следует

$$\int_0^\infty K(u) du = 1. \quad (27.48)$$

Поэтому из (27.47) находим

$$S(t) = \frac{2S_0(t)}{L(t_0-t) + L(t_0+t)}, \quad (27.49)$$

где

$$L(t) = \int_t^\infty K(u) du = A \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) E_2[\alpha(x)t] dx, \quad (27.50)$$

а $E_2 t$ — вторая интегрально-показательная функция.

Легко видеть, что величина $\frac{1}{2} [L(t_0-t) + L(t_0+t)]$ представляет собой долю L_α -квантов, выходящих из туманности, из общего числа L_α -квантов, излучаемых на оптическом расстоянии t от внутренней границы туманности. Следовательно, соотношение (27.49) выражает равенство между собой числа L_α -квантов, возникающих в данном объеме из L_α -излучения, и числа L_α -квантов, излучаемых этим объемом и покидающих туманность.

Мы можем считать, что отношение $S(t)/S_0(t)$ приближенно определяет собой среднее число рассеяний, испытываемых L_α -квантом, возникшим на оптическом расстоянии t . Из формулы (27.49) следует, что это число приближенно равно

$$N(t) = \frac{2}{L(t_0 - t) + L(t_0 + t)}. \quad (27.51)$$

Формулу (27.51) легко понять и на основании физического смысла величины $L(t)$.

Рассмотрим в виде примера случай, когда коэффициент поглощения имеет доплеровский профиль, т. е. $\alpha(x) = e^{-x^2}$. В этом случае

$$K(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-2x^2} E_1(te^{-x^2}) dx \quad (27.52)$$

и

$$L(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x^2} E_2(te^{-x^2}) dx. \quad (27.53)$$

При $t \gg 1$ из (27.52) и (27.53) вытекают следующие асимптотические формулы:

$$K(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi} t^2 \sqrt{\ln t}} \quad (27.54)$$

и

$$L(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi} t \sqrt{\ln t}}. \quad (27.55)$$

Подставляя выражение (27.55) в формулы (27.49) и (27.51), мы получаем приближенные формулы для величин $S(t)$ и $N(t)$ соответственно. В частности, среднее число рассеяний L_α -кванта, возникшего на внутренней границе туманности, приближенно равно

$$N(0) = 2\sqrt{\pi} t_0 \sqrt{\ln t_0}. \quad (27.56)$$

Мы видим, что формула (27.56) дает для величины N гораздо меньшие значения, чем формула (27.46). Например, при $t_0 = 10^4$ по формуле (27.56) получается значение $N \approx 10^5$ вместо значения $N \approx 10^8$, даваемого формулой (27.46). Такой результат вполне понятен: при доплеровском профиле коэффициента поглощения квант может выходить наружу во внешних частях линии при излучении в любом месте туманности, в то время как при прямоугольном контуре коэффициента поглощения он лишен этой возможности. Вместе с тем следует заметить, что среднее число рассеяний L_α -кванта в туманности, даваемое формулой (27.56), остается все же очень большим. Объясняется это малостью доли квантов, которые могут

выйти из туманности во внешних частях линии [т. е. там, где $t_0\alpha(x) \ll 1$] при большой оптической толщине туманности в центре линии.

Если функция $S(t)$ известна, то с помощью уравнения (27.37) можно найти интенсивность выходящего из туманности излучения в линии L_α , т. е. величину $I_\nu(t_0, \vartheta)$, а также поток выходящего излучения $H_\nu(t_0)$. Тем самым определяется профиль линии L_α в спектре туманности. Как было выяснено, L_α -кванты выходят из туманности главным образом во внешних частях линии. Поэтому линия L_α может иметь двухвершинный профиль. Очевидно, что расстояние между вершинами будет тем больше, чем больше оптическая толщина туманности t_0 .

3. Поле L_α -излучения в расширяющейся туманности. До сих пор мы считали, что туманность неподвижна. На самом деле разные части туманностей могут двигаться друг относительно друга. В частности, как уже говорилось, планетарные туманности расширяются со скоростями порядка нескольких десятков километров в секунду.

Относительное движение вещества в туманностях должно быть принято во внимание при рассмотрении диффузии излучения в них. Движение вещества влияет на поле излучения благодаря эффекту Доплера. Очевидно, что это влияние очень мало в случае непрерывного спектра, но очень велико в случае спектральных линий.

Сейчас мы рассмотрим процесс диффузии L_α -излучения в расширяющейся туманности. При этом, как и выше, будем представлять себе туманность в виде тонкого сферического слоя.

Допустим сначала, что скорость расширения v не зависит от расстояния r от центра звезды. В этом случае расширение туманности будет сказываться на постановке граничного условия при $r=r_1$. Когда мы рассматривали неподвижную туманность, то считали, что интенсивность излучения, выходящего из туманности через внутреннюю границу, точно равна интенсивности излучения, вступающего в туманность в обратном направлении. Однако в случае расширяющейся туманности оба эти излучения смещены друг относительно друга по частоте, вследствие чего указанное равенство не будет иметь места. Если мы предположим, что скорость расширения гораздо больше средней тепловой скорости атома (т. е. $v \gg u$), то излучение, приходящее в туманность с ее противоположной стороны, уже не будет поглощаться в туманности. Поэтому интенсивность этого излучения можно считать равной нулю. Таким образом, вместо граничных условий (27.15), имеющих место для неподвижной туманности, мы должны написать следующие граничные условия для туманности, расширяющейся с большой скоростью:

$$\left. \begin{aligned} I_\nu(0, \vartheta) &= 0 & \text{при } \vartheta < \frac{\pi}{2}, \\ I_\nu(t_0, \vartheta) &= 0 & \text{при } \vartheta > \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (27.57)$$

Разумеется, если скорость расширения туманности сравнима со средней тепловой скоростью атома, то первое из этих условий надо соответствующим образом изменить.

Из уравнений (27.37) и (27.38) при граничных условиях (27.57) получаем следующее интегральное уравнение для определения функции $S(t)$:

$$S(t) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} K(|t - t'|) S(t') dt + S_0(t), \quad (27.58)$$

где функция $K(t)$ определяется формулой (27.41). Приближенное решение этого уравнения имеет вид

$$S(t) = \frac{2S_0(t)}{L(t) + L(t_0 - t)}, \quad (27.59)$$

где $L(t)$ дается формулой (27.50). Очевидно, что плотность L_α -излучения в расширяющейся туманности будет меньше, чем в неподвижной.

Будем теперь считать, что скорость расширения туманности зависит от r . В этом случае влияние эффекта Доплера надо учесть в уравнении переноса излучения и в уравнении лучистого равновесия (см. [4]).

Рассмотрим излучение частоты ν , направление которого образует угол ϑ с нормалью к плоскопараллельным слоям туманности. Вдоль этого луча центральная частота для коэффициента поглощения будет меняться по закону

$$\nu'_0 = \nu_0 + \nu_0 \frac{v(t)}{c} \cos \vartheta, \quad (27.60)$$

где ν_0 — центральная частота линии для неподвижного наблюдателя. Поэтому коэффициент поглощения может быть представлен в виде

$$k_\nu = k_0 \alpha \left(\frac{\nu - \nu'_0}{\Delta \nu_D} \right) = k_0 \alpha \left[x - \frac{v(t)}{u} \cos \vartheta \right], \quad (27.61)$$

где принято во внимание, что $x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D}$ и $\Delta \nu_D = \nu_0 \frac{u}{c}$. Считая, как и выше, что диффузия излучения сопровождается перераспределением по частотам при элементарном акте рассеяния, мы для коэффициента излучения ϵ_ν возьмем выражение (27.31). На основании сказанного в качестве уравнения переноса излучения имеем

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dt} = \alpha \left[x - \frac{v(t)}{u} \cos \vartheta \right] (S - I_\nu). \quad (27.62)$$

Уравнение лучистого равновесия будет теперь иметь вид

$$S(t) = A \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int \alpha \left[x - \frac{v(t)}{u} \cos \vartheta \right] I_\nu \frac{d\omega}{4\pi} + S_0(t). \quad (27.63)$$

При $v=0$ два последних уравнения переходят в уравнения (27.37) и (27.38).

Из уравнений (27.62) и (27.63) при граничных условиях (27.15) или (27.57) можно получить интегральное уравнение для определения функции $S(t)$. Для простоты мы примем, что скорость расширения v линейно возрастает с ростом оптического расстояния t , т. е. $v(t) = v(0) + \frac{dv}{dt} \cdot t$, где $\frac{dv}{dt} = \text{const}$ и $\frac{dv}{dt} > 0$. Тогда функция $S(t)$ будет определяться уравнением (27.40) или (27.58), в которых функция $K(t)$ равна

$$K(t) = A \int_0^1 \frac{d\mu}{\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \alpha(x + \gamma t \mu) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z \mu) \frac{dz}{\mu}} dx, \quad (27.64)$$

где обозначено

$$\gamma = \frac{1}{u} \frac{dv}{dt}. \quad (27.65)$$

Приближенное решение упомянутых уравнений дается формулами (27.49) или (27.59), в которых

$$\begin{aligned} L(t) &= A \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) e^{-\int_0^t \alpha(x + \gamma z \mu) \frac{dz}{\mu}} dx = \\ &= A \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) e^{-\frac{1}{\gamma \mu^2} \int_x^{x + \gamma t \mu} \alpha(y) dy} dx. \end{aligned} \quad (27.66)$$

В газовых туманностях обычно величина γ очень мала, а величина t очень велика. Рассмотрим поэтому два частных случая формулы (27.66).

1. Будем считать, что $\gamma t \ll 1$, т. е. туманность расширяется с небольшим градиентом скорости. В предельном случае можем положить $\gamma=0$. Тогда формула (27.66) переходит в формулу (27.50), и поле L_α -излучения в туманности определяется выходом из нее квантов в крыльях линии (таким путем, какой был подробно рассмотрен выше).

2. Допустим, что $\gamma t \gg 1$, т. е. градиент скорости в туманности велик. В предельном случае положим $t=\infty$. Тогда выход квантов в крыльях линии будет невозможен, и поле L_α -излучения в туман-

ности определяется выходом из нее квантов вследствие эффекта Доплера. В данном случае формула (27.66) принимает вид

$$L = A\gamma \int_0^1 \left(1 - e^{-\frac{1}{A\gamma\mu^2}}\right) \mu^2 d\mu. \quad (27.67)$$

При $A\gamma \ll 1$ из (26.67) находим

$$L = \frac{1}{3} A\gamma. \quad (27.68)$$

Следует отметить, что величина $A\gamma$ не зависит от контура коэффициента поглощения. В самом деле, мы имеем

$$\int k_\nu d\nu = k_0 \Delta\nu_D \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx = \frac{k_0 v_0 u}{cA}. \quad (27.69)$$

Поэтому, пользуясь формулой (8.12), получаем

$$\frac{k_0 u}{A} = hB_{12}. \quad (27.70)$$

Следовательно,

$$A\gamma = \frac{A}{n_1 u k_0} \frac{dv}{dr} = \frac{1}{n_1 h B_{12}} \frac{dv}{dr}. \quad (27.71)$$

В рассматриваемом случае приближенное выражение для функции $S(t)$ имеет вид

$$S(t) = \frac{3S_0(t)}{A\gamma}. \quad (27.72)$$

Разумеется, этой формулой можно пользоваться только для областей туманности, далеких от границ [как и вообще выражениями для $\dot{S}(t)$, полученными изложенным методом].

Интересно выяснить, при каких условиях указанные частные случаи формулы (27.66) осуществляются в действительности. Как уже было установлено, ответ на этот вопрос зависит от значения величины

$$\delta = \gamma t = \frac{t}{u} \frac{dv}{dt}. \quad (27.73)$$

Если $\delta \gg 1$, то кванты в линии выходят из туманности в основном вследствие эффекта Доплера, и функция $S(t)$ определяется формулой (27.72). Если же $\delta \ll 1$, то кванты покидают туманность в основном в крыльях линии. Такое заключение вполне понятно, так как величина δ на основании формул (27.55) и (27.68) по порядку равна отношению доли квантов, выходящих из туманности вследствие эффекта Доплера, и доли квантов, выходящих в крыльях линии.

Формулу (27.73) мы можем переписать в виде

$$\delta = \frac{\Delta r}{u} \cdot \frac{dv}{dr}, \quad (27.74)$$

где Δr — толщина туманности. Оценить величину dv/dr весьма трудно, однако надо иметь в виду, что для реальных туманностей вместо dv/dr надо брать $\frac{dv}{ds}$, т. е. градиент скорости, усредненный по всем направлениям. Как будет показано в § 28, в туманностях всегда $\frac{dv}{ds} \approx \frac{v}{r}$ (вследствие кривизны слоев). Поэтому вместо формулы (27.74) получаем

$$\delta \approx \frac{\Delta r}{r} \frac{v}{u}. \quad (27.75)$$

Применим формулу (27.75) к планетарным туманностям. Так как толщина туманности составляет несколько десятых ее радиуса, а скорость расширения туманности в несколько раз больше средней термической скорости атома, то в данном случае δ — порядка единицы. Следовательно, функция $L(t)$ определяется самой формулой (27.66), а не ее предельными случаями. Иными словами, при нахождении поля L_α -излучения в туманности надо принимать во внимание как выход кванта в крыльях линии, так и выход вследствие эффекта Доплера.

Представляет также интерес задача о нахождении поля L_α -излучения в оболочках новых звезд. Скорости расширения этих оболочек гораздо больше скорости расширения планетарных туманностей. Поэтому в данном случае будет выполняться неравенство $\delta \gg 1$. Следовательно, поле L_α -излучения в оболочках новых звезд определяется в основном выходом квантов из оболочки вследствие эффекта Доплера.

4. Световое давление в туманностях. Определение поля L_α -излучения в туманности дает возможность вычислить давление, обусловленное этим излучением. Впервые такое вычисление сделал В. А. Амбарцумян [6], указавший на большую роль давления L_α -излучения в динамике туманностей. Особенно велика сила светового давления на границах туманности, где наибольшего значения достигает поток излучения. При этом сила светового давления различна на границах неподвижной и расширяющейся туманностей. Если туманность неподвижна, то поток L_α -излучения на внутренней границе равен нулю и сила светового давления действует только на внешней границе, причем она направлена наружу. В расширяющейся же туманности поток излучения отличен от нуля не только на внешней, но и на внутренней границе. Поэтому в данном случае сила светового давления действует на обеих границах, причем на внешней границе она направлена от звезды, а на внутренней — к звезде. В обоих случаях диффундирующее в ту-

манности L_α -излучение своим давлением приводит к увеличению толщины туманности.

Сила светового давления в линии L_α , действующая на единицу объема за 1 с, равна

$$f_r = \frac{n_1}{c} \int k_\nu H_\nu d\nu, \quad (27.76)$$

где n_1 — число атомов водорода в 1 см³, k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом, H_ν — поток излучения и c — скорость света.

Будем сначала считать, что туманность неподвижна или расширяется без градиента скорости. При прямоугольном контуре коэффициента поглощения вместо формулы (27.76) имеем

$$f_r = \frac{n_1 k_0 H}{c}, \quad (27.77)$$

где H — полный поток излучения в линии L_α . Определение величины f_r по формуле (27.77) для границ туманности не составляет труда, так как число L_α -квантов, выходящих из туманности, равно числу L_α -квантов звезды, поглощенных в туманности. Подсчеты дают, что под действием светового давления в линии L_α внешние части неподвижной туманности должны испытывать ускорение порядка 1 км/с за 10 лет. Примерно такой же величины торможение должны испытывать ближайшие к звезде слои расширяющейся туманности.

Однако, как мы знаем, предположение о прямоугольном контуре коэффициента поглощения является весьма грубым. В действительности силу светового давления в линии L_α надо определять не по формуле (27.77), а по формуле (27.76). При этом предварительно должна быть решена задача о диффузии излучения в линии при реальном контуре коэффициента поглощения и при учете перераспределения излучения по частотам. Как было выяснено ранее, в ходе диффузии излучения происходит переход квантов из центральных частей линии в ее крылья. Поэтому при большой оптической толщине туманности в центре линии L_α поток излучения H_ν оказывается большим в крыльях линии и малым в ее центральных частях. Между тем коэффициент поглощения k_ν велик в центральных частях линии и мал в ее крыльях. Вследствие сказанного формула (27.76) дает для силы светового давления на границе туманности гораздо меньшие значения, чем формула (27.77) (примерно в 100 раз при оптической толщине туманности в центре линии L_α порядка 10⁴).

В туманности, расширяющейся с градиентом скорости, сила светового давления в линии L_α будет также гораздо меньше значения, найденного по формуле (27.77) (см. [4]).

Чтобы уяснить смысл полученных результатов, надо иметь в виду, что планетарная туманность не может существовать долго. Вследствие расширения туманности плотность в ней уменьшается

и туманность перестает быть видимой. Если туманность расширяется со скоростью 30 км/с, то за время порядка 10^4 лет ее радиус станет порядка 10^{18} см, а ее плотность — порядка 10^{-24} г/см³, т. е. примерно такой же, как и средняя плотность межзвездной среды. За это же время, как следует из указанных подсчетов, световое давление в линии L_α может создать разность скоростей в туманности порядка 10 км/с. Хотя этот эффект и не очень велик, но при решении некоторых вопросов его надо принимать во внимание.

Приведенные результаты относятся к туманности, у которой нет зоны Н I. В таких туманностях большинство атомов водорода находится в ионизованном состоянии. Между тем световое давление в линии L_α испытывают лишь нейтральные атомы водорода. Поэтому ускорение элементарного объема, вызываемое световым давлением, оказывается не очень большим. Точнее говоря, это ускорение w определяется уравнением

$$(n_1 + n^+) m_H w = \frac{n_1}{c} \int k_\nu H_\nu d\nu, \quad (27.78)$$

а в зоне Н II выполняется неравенство $n^+ \gg n_1$.

В зоне Н I имеет место обратное соотношение, т. е. $n_1 \gg n^+$. Однако в этой зоне почти не возникают L_α -кванты, вследствие чего поток излучения H_ν очень мал. Излучение же в линии L_α , идущее от зоны Н II, в своей основной части не поглощается в зоне Н I, а значит, и не производит светового давления. Объясняется это тем, что доплеровская ширина линии $\Delta\nu_D$ в зоне Н I очень мала вследствие малости температуры T_e . Поэтому световое давление в линии L_α в зоне Н I не может быть значительным.

Интересно отметить, что в туманностях, обладающих зонами Н II и Н I, световое давление в линии L_α достигает максимума в переходной области между этими зонами. Как показывают вычисления, в тех случаях, когда масса зоны Н I сравнительно невелика, световое давление может даже вызвать движение этой зоны относительно зоны Н II. Таким путем, по мнению Г. А. Гурзadiana [2], образуются планетарные туманности, состоящие из двух оболочек.

Тот факт, что давление излучения в линии L_α может создать заметные относительные движения в туманностях, объясняется как большим числом L_α -квантов в туманности, так и большой величиной коэффициента поглощения в линии L_α . Как мы знаем, некоторые эффекты, связанные с диффузией излучения (уход квантов в крылья линии, эффект Доплера, вызванный наличием градиента скорости), уменьшают давление L_α -излучения в туманностях, но оно все же остается значительным.

Кроме давления излучения в линии L_α , некоторую роль в туманностях играет также давление L_c -излучения. Однако, в отличие от давления L_α -излучения, создающего относительные движения

в туманности, давление излучения в лаймановском континууме вызывает ускоренное расширение всей туманности. Очевидно, что величина этого ускорения определяется уравнением

$$Mw = \frac{E_c}{c}, \quad (27.79)$$

где M — масса туманности и E_c — энергия, излучаемая звездой в лаймановском континууме за 1 с (или часть этой энергии, если оптическая толщина туманности за границей серии Лаймана не превосходит единицу). Величину w можно легко оценить. Как мы знаем, масса планетарной туманности составляет приблизительно $0,01 M_\odot$, а величина E_c должна быть порядка 10^{36} эрг/с. Поэтому из формулы (27.79) находим, что под действием давления L_c -излучения скорость расширения туманности должна возрастать примерно на 1 км/с за 1000 лет, т. е. на довольно заметную величину за время существования туманности. Можно считать, что такое заключение подтверждается наблюдательными данными, так как скорость расширения туманности v оказывается в среднем тем больше, чем меньше значение коэффициента дилуции в туманности.

Наблюдаемое расширение планетарных туманностей делает очень вероятным предположение о возникновении туманности в результате сбрасывания звездой своих внешних слоев. В качестве подтверждения этой гипотезы можно отметить тот факт, что масса туманности составляет лишь небольшую долю массы звезды. Однако сейчас мы не можем указать ту катастрофу со звездой, которая приводит к образованию планетарной туманности. Одно время думали, что туманности возникают при вспышках новых или сверхновых звезд. Против этого говорит сопоставление скоростей расширения выброшенных оболочек (порядка 1000 км/с) со скоростями расширения туманностей (которые всего порядка 10 км/с). К тому же масса оболочки новой звезды оказывается гораздо меньше (примерно в 1000 раз) массы планетарной туманности. В связи с этим высказывались предположения, что планетарные туманности образуются при отрыве оболочки с небольшой скоростью от каких-либо неустойчивых звезд (например, от красных сверхгигантов). Совершенно другая точка зрения состоит в том, что планетарная туманность возникает вместе со своим ядром из дозвездного вещества (см. [2]).

Следует еще отметить, что космогоническая роль планетарных туманностей, по-видимому, довольно велика. К настоящему времени обнаружено около 600 таких объектов, однако их общее число в Галактике, вероятно, не менее 10 000. По мере расширения туманности она перестает быть видимой и, как уже говорилось, средняя продолжительность существования туманности порядка 10 000 лет. Отсюда следует, что ежегодно в Галактике исчезает (т. е. делается ненаблюдаемой) в среднем одна туманность. Вместе с тем каждый год должна, очевидно, одна туманность возникать. А так

как возраст нашей Галактики порядка 10^{10} лет, то всего в Галактике должно было возникнуть (а затем исчезнуть) примерно 10^{10} туманностей. Поэтому мы можем сделать вывод, что значительная часть звезд была когда-то ядрами планетарных туманностей.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ V

1. Воронцов-Вельяминов Б. А. Газовые туманности и новые звезды.— М.: Изд-во АН СССР, 1948.
2. Гурзadyн Г. А. Планетарные туманности.— М.: Физматгиз, 1962.
3. Allier L., Liller W. Planetary Nebulae, 1968 (русский перевод: Аллер Л., Лиллер У. Планетарные туманности.— М.: Мир, 1971).
4. Соболев В. В. Физика планетарных туманностей.— В кн.: «Вопросы космогонии», т. VI.— М.: Изд-во АН СССР, 1958.
5. Мензел Д., Бэкер Д., Аллер Л., Шортли Д., Хэбб М., Гольдберг Л. Физические процессы в газовых туманностях.— М.: Изд-во иностр. лит., 1948.
6. Амбарцумян В. А. Научные труды, т. I.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960.
7. Киппер А. Я. Свечение газовых туманностей.— В кн.: «Вопросы космогонии», т. IV,— М.: Изд-во АН СССР, 1955.
8. Соболев В. В. Диффузия излучения в газе.— В кн.: «Теория звездных спектров».— М.: Наука, 1966.
9. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел.— М.: Наука, 1969.
10. Никитин А. А., Рудзикас З. Б. Основы теории спектров атомов и ионов.— М.: Наука, 1983.

Огромное большинство звезд обладает абсорбционными спектрами, не меняющимися заметно с течением времени. Атмосферы этих звезд были подробно рассмотрены в гл. I и II. При этом, в согласии с наблюдательными данными, допускалось отсутствие в атмосферах каких-либо нестационарных процессов. Правда, пример Солнца показывает, что такие процессы в действительности происходят (пятна, протуберанцы и т. д.). Однако их масштаб сравнительно невелик и они не влияют на наблюдаемые характеристики всей звезды.

В то же время наблюдениями обнаружено большое число звезд с сильными и быстрыми изменениями спектра и блеска. Характерной чертой таких звезд является наличие в их спектрах ярких линий. Очевидно, что во внешних слоях этих звезд происходят нестационарные процессы значительных масштабов. Как показали подробные исследования, эти процессы связаны с выбрасыванием из звезды больших количеств вещества. В результате вокруг звезды образуется расширяющаяся оболочка, в которой и возникают яркие спектральные линии.

Звезды, выбрасывающие вещество, весьма разнообразны. Одни звезды выбрасывают вещество более или менее непрерывно в течение длительного времени. К ним, в частности, относятся звезды типов Вольфа — Райе, Р Лебедя и Ве. В других случаях выбрасывание вещества из звезды носит характер взрыва. С таким процессом мы встречаемся при вспышках новых звезд. Особенно большие количества вещества и энергии выделяются при вспышке сверхновой звезды, представляющей собой одно из самых грандиозных явлений в Галактике.

Звезды указанных типов являются наиболее замечательными представителями нестационарных звезд. Их изучение составляет очень важную задачу астрофизики, так как оно в сильной степени способствует выяснению природы звезд и путей их развития.

Физические условия в оболочках нестационарных звезд в некоторых отношениях близки к условиям в газовых туманностях. Поэтому при рассмотрении нестационарных звезд мы часто будем пользоваться результатами, изложенными в предыдущей главе.

§ 28. Звезды с яркими спектральными линиями

1. Звезды ранних классов с яркими линиями. Звездные спектры с яркими линиями относятся преимущественно либо к самым ранним, либо к самым поздним классам (мы не говорим сейчас о новых

и родственных им звездах). Из них наиболее полно изучены звезды ранних классов с яркими линиями, т. е. звезды типов Вольфа — Райе, Р Лебеда и Ве. В основном это объясняется меньшей сложностью физических процессов, протекающих в атмосферах указанных звезд.

Звезды типа Вольфа — Райе (WR) по степени возбуждения и ионизации атомов соответствуют спектральному классу О. Их спектры состоят из наложенных на непрерывный фон широких эмиссионных полос Н, He I, He II, C III, N III и других атомов с очень высокими потенциалами ионизации. С фиолетовой стороны некоторых из ярких полос видны слабые линии поглощения. Ширина ярких полос составляет несколько десятков ангстрем, а интенсивность внутри полосы иногда в 10—20 раз превосходит интенсивность непрерывного спектра. Поэтому энергия, излучаемая звездой в ярких линиях, оказывается сравнимой с энергией, излучаемой в непрерывном спектре (в видимой или фотографической области). Билс установил, что спектры звезд WR разделяются на две последовательности: азотную и углеродную. В спектрах первой последовательности имеются полосы азота в разных стадиях ионизации, но нет полос углерода и кислорода; в спектрах второй последовательности содержатся полосы углерода и кислорода в разных стадиях ионизации, но нет полос азота. Степень возбуждения и ионизации атомов в обеих последовательностях примерно одинакова. Впоследствии были обнаружены спектры типа WR с полосами и азота, и углерода. Все же следует считать, что в одних спектрах WR интенсивнее линии азота, в других — углерода.

Звезды WR часто оказываются компонентами спектрально-двойных систем. Некоторые из них являются затменными переменными. Изучение таких систем дало много ценных сведений о звездах WR. Так, было найдено, что их массы порядка 10 масс Солнца.

Визуальные абсолютные величины звезд WR порядка -3^m . Эти звезды — одни из самых ярких объектов Галактики. Однако спектрами WR обладают также новые звезды через несколько лет после вспышки и некоторые ядра планетарных туманностей. Указанные звезды значительно слабее собственно звезд WR. Их визуальные абсолютные величины равны в среднем $+5^m$.

К звездам WR примыкают звезды типа Р Лебеда, принадлежащие к спектральному классу В. В спектрах этих звезд, как и в спектрах звезд WR, видны яркие линии, приблизительно симметричные относительно центральных частот и ограниченные с фиолетовой стороны линиями поглощения (рис. 35, а). Однако, в отличие от спектров WR, ширина ярких линий в этом случае не так велика, а линии поглощения, наоборот, гораздо более интенсивны.

Кроме звезд типа Р Лебеда, эмиссионными линиями обладают также другие звезды спектрального класса В. Их называют просто звездами типа Ве. Профили линий в спектрах звезд типа Ве могут быть охарактеризованы следующим образом: на широкую и неглу-

бокую линию поглощения накладывается менее широкая эмиссионная линия, которая в одних случаях бывает одиночной, в других — раздвоенной (рис. 35, б и в). Спектры звезд типа Ве претерпевают заметные изменения с течением времени. Например, меняются относительные интенсивности компонент ярких линий. Иногда яркие линии исчезают совершенно и звезда типа Ве превращается в нормальную звезду класса В. Вместе с изменениями спектра наблюдаются также небольшие колебания блеска звезды.

Объяснение эмиссионных спектров рассматриваемых звезд основывается на предположении об истечении вещества из звезды, приводящем к образованию вокруг нее протяженной движущейся оболочки. Так как коэффициент диллюции излучения в оболочке мал, то, опираясь на теорему Росселанда (см. § 22), мы можем утверждать, что оболочка должна поглощать идущие от звезды кванты больших частот и перерабатывать их в кванты меньших частот. Иными словами, свечение оболочки происходит в принципе так же, как свечение газовой туманности, т. е. за счет ультрафиолетовой энергии звезды. Очевидно, что для появления ярких линий в спектре звезды необходимо, чтобы ее температура была достаточно высокой (как показывают простые подсчеты, приблизительно больше 20 000 К). Поэтому яркие линии, возникающие за счет ультрафиолетовой энергии звезды, и наблюдаются только в спектрах самых горячих звезд (классов О и В).

По профилям ярких линий в спектрах звезд можно судить о характере выбрасывания вещества из звезды. Обычно принимается, что из звезд типа WR происходит непрерывное истечение вещества с приблизительно постоянной интенсивностью во все стороны. Такое движение вещества должно приводить к наблюдаемым профилям линий, симметричным относительно центральной частоты. При этом удаляющееся от нас вещество дает часть линии, расширенную в красную сторону спектра, а приближающееся — в фиолетовую. Так как спектры звезд типа WR не претерпевают заметных изменений с течением времени, то надо считать, что истечение вещества из них является стационарным.

Более сложно объяснение профилей линий в спектрах звезд типа Ве. Согласно Струве эти звезды очень быстро вращаются, вследствие чего и наблюдаются широкие линии поглощения в их спектрах. Судя по ширине линий, скорости вращения звезд на экваторе доходят до нескольких сотен километров в секунду. Стру-

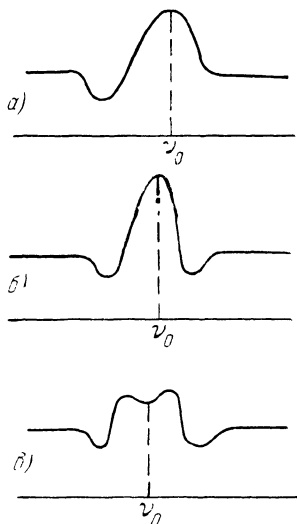


Рис. 35

ве считал, что благодаря вращению происходит истечение вещества из экваториальной плоскости звезды, приводящее к образованию газового кольца, вращающегося вокруг звезды. В газовом кольце и возникают яркие линии, накладывающиеся на широкие линии поглощения. Так как скорость вращения кольца меньше скорости вращения звезды (вследствие сохранения углового момента), то яркая линия оказывается уже линии поглощения. По видимому, в действительности быстрое вращение звезд типа Ве способствует истечению из них вещества, но не является причиной истечения. Это следует из того, что эмиссионный спектр звезд типа Ве испытывает иррегулярные изменения с течением времени (а иногда и исчезает вовсе). Поэтому и истечение вещества из рассматриваемых звезд должно носить иррегулярный характер.

Для истолкования спектров звезд типов WR, Р Лебеда и Ве (и других нестационарных звезд) нужна теория возникновения спектральных линий в протяженных движущихся оболочках звезд. Основы теории будут изложены ниже (подробнее см. [1] и [2]).

2. Профили эмиссионных линий. Скорости движения оболочек обычно составляют десятки и сотни километров в секунду, т. е. они гораздо больше средних термических скоростей атомов. Поэтому можно считать, что профили эмиссионных линий определяются в основном движением оболочки. Влиянием других факторов на профиль линии в первом приближении можно пренебречь.

Мы сейчас получим формулу, определяющую профиль эмиссионной линии при произвольном поле скоростей в оболочке. Примем также во внимание возможную непрозрачность оболочки для излучения в линии.

Будем рассматривать линию, возникающую при переходе из k -го состояния в i -е данного атома. Коэффициент поглощения α_{ik} и коэффициент излучения ϵ_{ik} будем считать постоянными в интервале $\nu_{ik} - \frac{\Delta\nu_{ik}}{2} < \nu < \nu_{ik} + \frac{\Delta\nu_{ik}}{2}$ и равными нулю вне этого интервала. Здесь ν_{ik} — центральная частота линии, $\Delta\nu_{ik} = 2 \frac{u}{c} \nu_{ik}$, где u — средняя тепловая скорость атома, c — скорость света.

Возьмем координатную систему xyz с началом координат в центре звезды и осью z , направленной к наблюдателю. Обозначим скорость движения атомов в оболочке через $v(x, y, z)$, а ее проекцию на ось z через $v_z(x, y, z)$. Будем считать, что $v \gg u$.

Очевидно, что при сделанных предположениях относительно α_{ik} и ϵ_{ik} излучение частоты ν будет посылаться к наблюдателю не всей оболочкой, а только ее некоторой областью, расположенной по обе стороны от поверхности равных лучевых скоростей, определенной уравнением

$$\nu = \nu_{ik} + \frac{\nu_{ik}}{c} v_z(x, y, z). \quad (28.1)$$

Границы упомянутой области находятся от поверхности (28.1) по лучу зрения (т. е. по оси z) на расстоянии, соответствующем изменению частоты на величину $\Delta\nu_{ik}/2$. Обозначая граничные значения z через z_1 и z_2 и пользуясь малостью u по сравнению с v , получаем

$$\Delta\nu_{ik} = \frac{\nu_{ik}}{c} \left| \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right| (z_2 - z_1), \quad (28.2)$$

или

$$z_2 - z_1 = \frac{2u}{\left| \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right|}. \quad (28.3)$$

Пусть $I_{ik}(x, y, \nu)$ — интенсивность излучения, идущего от точки диска звезды с координатами x, y в частоте ν внутри линии. Так как «толщина» слоя, дающего излучение в частоте ν (т. е. разность $z_2 - z_1$), сравнительно невелика (за исключением отдельных мест), то величины α_{ik} и ε_{ik} можно считать постоянными в этом слое вдоль оси z и равными их значениям на поверхности (28.1). Поэтому для интенсивности $I_{ik}(x, y, \nu)$ имеем

$$I_{ik}(x, y, \nu) = \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} [1 - e^{-\alpha_{ik}(z_2 - z_1)}]. \quad (28.4)$$

Полная энергия, излучаемая оболочкой в частоте ν в единице телесного угла, дается формулой

$$E_{ik}(\nu) = \iint I_{ik}(x, y, \nu) dx dy. \quad (28.5)$$

Пользуясь (28.3) и (28.4), вместо (28.5) находим

$$E_{ik}(\nu) = \iint \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} \left[1 - e^{-\frac{2u}{\left| \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right|} \alpha_{ik}} \right] dx dy. \quad (28.6)$$

Интегрирование здесь производится по поверхности (28.1). Формула (28.6) и определяет искомый профиль эмиссионной линии.

Приближенно оболочка может быть разбита на две области: непрозрачную для излучения в рассматриваемой линии и прозрачную для этого излучения. В первой области величина $\frac{2u}{\left| \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right|} \alpha_{ik}$ пре-

восходит единицу, во второй она меньше единицы. Интеграл (28.6) в первой области равен

$$E'_{ik}(\nu) = \iint \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} dx dy, \quad (28.7)$$

а во второй

$$E''_{ik}(\nu) = \iint \varepsilon_{ik} \frac{2u}{\left| \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right|} dx dy. \quad (28.8)$$

Входящие в приведенные формулы величины α_{ik} и ε_{ik} следующим образом выражаются через концентрацию поглощающих атомов n_i и концентрацию излучающих атомов n_k :

$$\varepsilon_{ik} = \frac{n_k A_{ki} h \nu_{ik}}{4\pi \Delta \nu_{ik}}, \quad (28.9)$$

$$\alpha_{ik} = \frac{n_i B_{ik} h \nu_{ik}}{\Delta \nu_{ik} c} \left(1 - \frac{g_i}{g_k} \frac{n_k}{n_i} \right), \quad (28.10)$$

где A_{ki} и B_{ik} — эйнштейновские коэффициенты переходов. Учитывая связь между A_{ki} и B_{ik} , получаем

$$\frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} = \frac{2h\nu_{ik}^3}{c^2} \frac{1}{\frac{g_k}{g_i} \frac{n_i}{n_k} - 1}. \quad (28.11)$$

Соотношение (28.11), как это и должно быть, переходит в формулу Планка, когда n_k/n_i определяется формулой Больцмана.

Таким образом, для вычисления профиля эмиссионной линии необходимо знать как распределение скоростей в оболочке, так и распределение поглощающих и излучающих атомов. Ниже будет показано, как могут быть найдены величины n_i и n_k . Тем самым задача о вычислении профилей эмиссионных линий будет решена до конца.

В качестве примера применения формул (28.7) и (28.8) найдем профили эмиссионных линий, образованных оболочкой, расширяющейся с постоянной для всех слоев скоростью ($v = \text{const}$). Обозначим через r расстояние данного объема от центра звезды и через ϑ — угол между направлением движения атомов и направлением на наблюдателя. Тогда будем иметь

$$v_z = v \cos \vartheta, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{v}{r} \sin^2 \vartheta, \quad (28.12)$$

а поверхность равных лучевых скоростей, соответствующая частоте ν , будет определяться уравнением

$$\nu = \nu_{ik} + \frac{v_{ik}}{c} v \cos \vartheta. \quad (28.13)$$

Допустим сначала, что оболочка прозрачна для излучения в линии. Тогда из формулы (28.8), учитывая, что $dx dy = 2\pi \sin^2 \vartheta r dr$, получаем

$$E''_{ik}(\nu) = 4\pi \frac{u}{v} \int \varepsilon_{ik} r^2 dr. \quad (28.14)$$

Таким образом, прозрачная оболочка дает эмиссионную линию с прямоугольным профилем (т. е. интенсивность внутри линии постоянна). Очевидно, что ширина линии соответствует удвоенной скорости расширения оболочки.

Если оболочка непрозрачна для излучения в линии, то из формулы (28.7) в рассматриваемом случае находим

$$E_{ik}(\nu) = 2\pi \sin^2 \vartheta \int \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} r dr, \quad (28.15)$$

или, принимая во внимание (28.13),

$$E_{ik}(\nu) = 2\pi \left[1 - \left(\frac{\nu - \nu_{ik}}{\nu_{ik}} \frac{c}{v} \right)^2 \right] \int \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} r dr. \quad (28.16)$$

Следовательно, непрозрачная оболочка дает эмиссионную линию с параболическим профилем.

Аналогично могут быть определены профили эмиссионных линий, образованные оболочкой, в которой скорость расширения v зависит от r . Как легко понять, для прозрачной оболочки в этом случае профили линий будут симметричными с интенсивностью, убывающей при удалении от центра линии (так как они получаются наложением друг на друга прямоугольных профилей с различными ширинами). Такие профили очень похожи на профили линий, образованных непрозрачной оболочкой при $v = \text{const}$. Поэтому прежде чем по профилям линий делать заключения о распределении скоростей в оболочке, необходимо выяснить, прозрачна или непрозрачна оболочка для излучения в линиях.

Для решения указанного вопроса можно рассмотреть несколько эмиссионных линий одного и того же атома в спектре звезды. Очевидно, что в случае прозрачной оболочки профили всех этих линий должны быть подобны друг другу. Если же оболочка частично непрозрачна для излучения в линиях, то для разных линий будут непрозрачны разные части оболочки, вследствие чего и профили рассматриваемых линий должны различаться между собой.

В тех случаях, когда оболочка находится близко от звезды (например, когда она образуется в результате стационарного истечения вещества из звезды), при определении профилей эмиссионных линий необходимо принимать во внимание эффект экранирования звездой части оболочки. Благодаря этому эффекту линия становится несимметричной.

Если оболочка непрозрачна для излучения в линии, то в части оболочки, находящейся между звездой и наблюдателем, возникает линия поглощения. В случае радиального истечения вещества из звезды эта линия смещена в фиолетовую сторону спектра. Эмиссионная линия, возникающая в оболочке, частично накладывается на линию поглощения.

При помощи формулы (28.6) можно также определить профили эмиссионных линий, образованных оболочкой, выбрасываемой из вращающейся звезды. Эта задача имеет значение для интерпретации спектров звезд типа Ве.

3. Интенсивности эмиссионных линий. В § 24 были определены интенсивности эмиссионных линий для случая газовых туманностей.

Как мы помним, задача свелась к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$n_i \sum_{k=2}^{i-1} A_{ik} = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} + n_e n^+ C_i(T_e), \quad (28.17)$$

выражающих условия стационарности для каждого из возбужденных состояний атома. Здесь n_i , n_e , n^+ — концентрации атомов в i -м состоянии, свободных электронов и ионов соответственно, $n_e n^+ C_i(T_e)$ — число захватов электронов ионами на i -й уровень в 1 см^3 за 1 с . При написании этих уравнений считалось, что туманности прозрачны для излучения в линиях субординатных серий, так как степень возбуждения атомов в туманностях очень мала.

Эмиссионные линии в спектрах звезд типов WR, Р Лебедя и Ве возникают в принципе так же, как эмиссионные линии в спектре туманностей, т. е. в результате фотоионизаций и рекомбинаций. Однако степень возбуждения атомов в оболочках рассматриваемых звезд не так мала, как в туманностях, вследствие чего оболочки могут быть непрозрачными для излучения в линиях субординатных серий. Поэтому уравнения (28.17) не всегда могут быть использованы для определения интенсивностей эмиссионных линий в спектрах звезд. Вообще говоря, в данном случае следует составить и решить новую систему уравнений, учитывающую непрозрачность оболочки для излучения в линиях, т. е. включающую в себя наряду с уравнениями стационарности для каждого уровня также и уравнения переноса излучения в каждой линии.

Необходимость принять во внимание движение оболочки еще более усложняет задачу. Однако если градиент скорости в оболочке достаточно велик (а в рассматриваемых оболочках дело так и обстоит), то задача существенно упрощается. Объясняется это тем, что при наличии градиента скорости в оболочке кванты в линиях могут выходить не только из ее пограничных областей, но также и из внутренних областей вследствие эффекта Доплера. Грубо говоря, благодаря градиенту скорости оболочка становится в какой-то мере прозрачной для излучения в линиях. В этом случае задача об определении интенсивностей эмиссионных линий опять сводится к некоторой системе алгебраических уравнений (однако не линейных, как в случае туманностей).

Чтобы составить упомянутые уравнения, надо принять во внимание следующие процессы: 1) ионизацию атомов из каждого состояния под действием излучения звезды; 2) рекомбинацию на каждый уровень; 3) спонтанные переходы из верхних состояний в нижние; 4) переходы из нижних состояний в верхние при поглощении квантов в линии, излучаемых оболочкой.

Число спонтанных переходов из k -го состояния в i -е, происходящих в 1 см^3 за 1 с , равно $n_k A_{ki}$. Если оболочка прозрачна для излучения в данной линии, то излучаемые при этом переходе кванты выходят беспрепятственно наружу, и обратные переходы не происхо-

дят вовсе. Если оболочка непрозрачна для излучения в линии и градиент скорости в ней отсутствует, то почти все кванты в линии поглощаются в оболочке, и число переходов из k -го состояния в i -е почти точно равно числу переходов из i -го состояния в k -е. При наличии же градиента скорости в оболочке некоторая доля квантов в линии выходит из оболочки вследствие эффекта Доплера. Эту долю мы обозначим через β_{ik} . Тогда число переходов $k \rightarrow i$ будет больше числа обратных переходов на величину $n_k A_{ki} \beta_{ik}$.

Так как число переходов атомов из k -го состояния во все другие должно равняться числу переходов в i -е состояние, то мы имеем

$$n_i \left(\sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} \beta_{ki} + B_{ic} \rho_{ic} \right) = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \beta_{ik} + n_e n^+ C_i(T_e), \quad (28.18)$$

где $n_i B_{ic} \rho_{ic}$ — число ионизаций из i -го состояния. Величины ρ_{ic} считаются известными и равными

$$\rho_{ic} = W \rho_{ic}^*, \quad (28.19)$$

где ρ_{ic}^* — плотность излучения за границей i -й серии в атмосфере звезды и W — коэффициент дилуции излучения.

При определении величин β_{ik} , как и раньше, примем, что как коэффициент поглощения α_{ik} , так и коэффициент излучения ϵ_{ik} в линии частоты ν_{ik} отличны от нуля и постоянны в интервале $\Delta \nu_{ik} = 2 \frac{u}{c} \nu_{ik}$ и равны нулю вне этого интервала. Кроме того, допустим, что область оболочки, в которой поглощается излучение в данной линии, сравнительно невелика (вследствие большого градиента скорости), так что плотность вещества и градиент скорости в этой области можно считать постоянными.

Рассмотрим излучение в линии частоты ν_{ik} , выходящее из некоторого элементарного объема в направлении s внутри телесного угла $d\omega$. На пути от s до $s+ds$ будет поглощена следующая доля излученных квантов:

$$e^{-\alpha_{ik}s} \left(1 - \frac{|\nu'_{ik} - \nu_{ik}|}{\Delta \nu_{ik}} \right) \alpha_{ik} ds, \quad (28.20)$$

где множитель $e^{-\alpha_{ik}s}$ учитывает поглощение излучения на пути от нуля до s , а множитель $1 - \frac{|\nu'_{ik} - \nu_{ik}|}{\Delta \nu_{ik}}$ — изменение частоты излучения вследствие эффекта Доплера. При этом

$$\nu'_{ik} - \nu_{ik} = \frac{\nu_{ik}}{c} \frac{\partial \nu_s}{\partial s} s. \quad (28.21)$$

Доля квантов, поглощенных на всем их пути в оболочке, будет равна

$$\int_0^{s_1} e^{-\alpha_{ik}s} \left[1 - \frac{1}{2u} \left| \frac{\partial \nu_s}{\partial s} \right| \cdot s \right] \alpha_{ik} ds, \quad (28.22)$$

где величина s_1 определяется из условия

$$\frac{1}{2u} \left| \frac{\partial v_s}{\partial s} \right| s_1 = 1. \quad (28.23)$$

Умножая выражение (28.22) на $d\omega/4\pi$ и интегрируя по всем телесным углам, мы получаем долю квантов, поглощенных в оболочке, из общего числа квантов, излученных данным объемом. При принятых обозначениях эта доля равна $1 - \beta_{ik}$. Поэтому для величины β_{ik} находим

$$\beta_{ik} = \int \left(1 - e^{-1/\beta_{ik}^0} \right) \beta_{ik}^0 \frac{d\omega}{4\pi}, \quad (28.24)$$

где обозначено

$$\beta_{ik}^0 = \frac{1}{2u\alpha_{ik}} \left| \frac{\partial v_s}{\partial s} \right|. \quad (28.25)$$

Если оболочка в данном месте непрозрачна во всех направлениях (т. е. $\beta_{ik}^0 \ll 1$), то величина β_{ik} равна величине β_{ik}^0 , усредненной по направлениям. Если же оболочка в данном месте прозрачна во всех направлениях (т. е. $\beta_{ik}^0 \gg 1$), то, как это и должно быть, $\beta_{ik} = 1$.

Таким образом, для нахождения величин n_i мы получили систему уравнений (28.18), в которой величины β_{ik} определены соотношениями (28.24). Входящие в эти соотношения величины β_{ik}^0 , как видно из формул (28.5) и (28.10), выражаются через величину β_{12}^0 и населенности уровней атомов.

Если уравнения (28.18) решены для разных частей оболочки, то мы можем определить полное количество энергии, излучаемое оболочкой в любой спектральной линии. Для этого служит следующая формула:

$$E_{ki} = A_{ki} h\nu_{ik} \int n_k \beta_{ik} dV, \quad (28.26)$$

где интегрирование производится по всему объему оболочки. Для прозрачной оболочки $\beta_{ik} = 1$ и формула (28.26) переходит в формулу (24.8) предыдущей главы.

Система уравнений (28.18) может быть решена численно. Для этого надо задать значения четырех параметров: температуры звезды T_* (от которой зависят ρ_{ic}^*), электронной температуры T_e (от нее зависят C_i), коэффициента дилуции W и величины β_{12} . В табл. 43 в виде примера приведены значения бальмеровского декремента, найденные при $T_* = 20\,000$ К, $T_e = 20\,000$ К, $\beta_{12} = 0,001$ и при двух значениях коэффициента дилуции: $W = 0,01$ (случай I) и $W = 0,1$ (случай II).

В той же таблице даны для сравнения значения бальмеровского декремента для случая прозрачных оболочек (например, туманностей) при $T_e = 20\,000$ К. Они получены путем решения системы уравнений (28.17), являющейся частным случаем системы уравне-

Т а б л и ц а 43

**Теоретический бальмеровский декремент
в спектрах движущихся оболочек звезд**

Линия	Случай I	Случай II	Случай туман- ностей	Линия	Случай I	Случай II	Случай туман- ностей
H _α	1,61	0,97	2,79	H _δ	0,24	0,50	0,28
H _β	1,00	1,00	1,00	H _ε	0,15	0,32	0,18
H _γ	0,44	0,80	0,49				

ний (28.18) при $\beta_{1k}=0$, $\beta_{ik}=1$ ($i=2, 3, \dots$) и при пренебрежении ионизацией из возбужденных состояний.

Бальмеровский декремент в случае туманностей зависит только от температуры T_e и очень мало меняется при ее изменении. В случае же оболочек, движущихся с градиентом скорости, бальмеровский декремент зависит от нескольких параметров и может принимать весьма различные значения.

Наблюдения показывают, что в спектрах звезд типов WR, Р Лебедя, Ве и новых бальмеровский декремент заметно меняется при переходе от одной звезды к другой, а в случае звезд типа Ве и новых он меняется также и в спектре одной звезды с течением времени. Это может быть объяснено тем, что в оболочках указанных звезд меняются значения параметров W и β_{12} , от которых бальмеровский декремент существенно зависит.

Для вычисления параметра β_{12} надо знать поле скоростей в оболочке. Допустим, например, что атомы движутся в радиальном направлении со скоростью v , зависящей от r . Легко показать, что в таком случае

$$\frac{\partial v_s}{\partial s} = \frac{dv}{dr} \cos^2 \vartheta + \frac{v}{r} \sin^2 \vartheta, \quad (28.27)$$

где ϑ — угол между направлением радиуса-вектора и направлением луча. Из формулы (28.27) видно, что даже тогда, когда $dv/dr=0$, существует градиент скорости в оболочке (обусловленный кривизной слоев). В указанном случае

$$\overline{\frac{\partial v_s}{\partial s}} = \frac{2}{3} \frac{v}{r}. \quad (28.28)$$

После определения $\overline{\frac{\partial v_s}{\partial s}}$ величина β_{12} находится по формуле

$$\beta_{12} = \frac{1}{2un_1k_{12}} \left| \overline{\frac{\partial v_s}{\partial s}} \right|, \quad (28.29)$$

где n_1 — число атомов в основном состоянии в 1 см^3 и k_{12} — коэффициент поглощения в резонансной линии, рассчитанный на один атом.

Оценка величины β_{12} по приведенным формулам приводит к значениям, которые нужны для объяснения наблюдаемого бальмеровского декремента. Определение бальмеровского декремента путем решения системы уравнений (28.18) и последующего применения формулы (28.26) производилось многими авторами. При этом в качестве механизма заселенности уровней принимались не только рекомбинации, но и столкновения.

4. Звезды типа Ве. Как уже говорилось, для объяснения профилей линий в спектрах звезд типа Ве делается предположение, что эти звезды быстро вращаются и из них происходит истечение вещества. Профили эмиссионных линий, возникающих в оболочке, выброшенной из вращающейся звезды, могут быть определены по формуле (28.6) при соответствующем поле скоростей в оболочке. Такие профили оказываются очень похожими на профили эмиссионных линий в спектрах звезд типа Ве. Наблюдаемые изменения профилей линий можно объяснить изменением мощности истечения вещества из звезды. При этом, в частности, играет роль изменение соотношения между прозрачной и непрозрачной частями оболочки.

Относительные интенсивности эмиссионных бальмеровских линий в спектрах звезд типа Ве обычно не согласуются с интенсивностями, вычисленными для случая туманностей. Однако они могут быть объяснены при помощи изложенной выше теории, в которой принимается во внимание непрозрачность оболочек и наличие в них градиента скорости. Непрозрачность оболочки имеет существенное значение для первых членов бальмеровской серии. Для высоких членов этой серии оболочки можно считать прозрачными.

По наблюдаемым интенсивностям эмиссионных бальмеровских линий может быть определена концентрация атомов водорода в оболочке. Допустим для простоты, что оболочка прозрачна для линии, соответствующей переходу $k \rightarrow 2$. Тогда в формуле (28.26) можно считать, что $\beta_{2k} = 1$ и $n_k = z_k n_e n^+$, где z_k находится из системы уравнений (28.17) (подробнее об этом см. § 24). В данном случае формула (28.26) принимает вид

$$E_{k2} = A_{k2} h \nu_{2k} z_k \int n_e n^+ dV. \quad (28.30)$$

Примем, что атомы водорода в оболочке находятся преимущественно в ионизованном состоянии и плотность вещества убывает в ней обратно пропорционально квадрату расстояния от центра звезды (хотя последнее предположение и является грубым для оболочек звезд типа Ве). Тогда мы будем иметь

$$n_e = n^+ = n_e^0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad (28.31)$$

где r_0 — радиус звезды и n_e^0 — концентрация свободных электронов вблизи поверхности звезды. Теперь вместо формулы (28.30) получаем

$$E_{k2} = 4\pi A_{k2} h \nu_{2k} z_k n_e^{02} r_0^3. \quad (28.32)$$

С другой стороны, энергия, излучаемая оболочкой в линии, может быть представлена в виде

$$E_{k2} = \frac{8\pi^2 r_0^2 h c^2}{\lambda_{2k}^5} \frac{W_{2k}}{e^{kT_*} - 1}, \quad (28.33)$$

где W_{2k} — эквивалентная ширина линии (выраженная в сантиметрах). Сравнивая две последние формулы, находим

$$n_e^{02} = \frac{2\pi c}{r_0 A_{k2} z_k \lambda_{2k}^4} \frac{W_{2k}}{e^{kT_*} - 1}. \quad (28.34)$$

Формула (28.34) дает возможность определить концентрацию свободных электронов (а значит, и протонов) в оболочке по измеренной эквивалентной ширине линии. После этого по ионизационной формуле (23.14) может быть найдена и концентрация нейтральных атомов водорода. Таким путем для ряда звезд типа Ве было получено в среднем $n_e^0 \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$ и $n_1^0 \approx 10^5 \text{ см}^{-3}$.

Звезды типа Ве отличаются от звезд класса В не только присутствием ярких линий в их спектрах, но и некоторыми особенностями непрерывного спектра. Как показали наблюдения, звезды типа Ве с эмиссией в среднем краснее звезд класса В без эмиссии. Кроме того, бальмеровский скачок у звезд типа Ве оказался меньше, чем у звезд класса В. Очевидно, что указанные различия вызваны существованием оболочек у звезд типа Ве. В результате переработки высокочастотного излучения звезды в оболочке возникают не только кванты в линиях, но и кванты в непрерывном спектре.

Определение количества энергии, излучаемой звездой типа Ве в непрерывном спектре, не составляет труда. Так как оболочка прозрачна в частотах непрерывного спектра (сквозь оболочку видна сама звезда), то энергия, излучаемая в частоте ν звездой Ве, может быть представлена в виде суммы

$$L_\nu = L_\nu^* + L_\nu^{0b}, \quad (28.35)$$

где L_ν^* — энергия, излучаемая самой звездой (без оболочки), а L_ν^{0b} — энергия, излучаемая оболочкой. Очевидно, что

$$L_\nu^* = 4\pi^2 r_0^2 \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{kT_*} - 1}. \quad (28.36)$$

Для нахождения же величины L_ν^{0b} мы должны воспользоваться выражением (26.6) для объемного коэффициента излучения, обусловленного рекомбинациями и свободно-свободными переходами. Интегрируя это выражение по всем телесным углам и по всему объему

оболочки и используя при этом формулу (28.31), получаем

$$L_v^{\circ 6} = 4\pi^2 r_0^3 n_e^{02} \frac{2^7 \pi^3}{(6\pi)^{3/2}} \frac{e^6}{m^2 c^2} \left(\frac{m}{kT_e} \right)^{1/2} \left(1 + 2 \frac{\gamma_1}{kT_e} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{1}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{kT_e}} \right) e^{-\frac{h\nu}{kT_e}}. \quad (28.37)$$

Из приведенных формул следует, что с усилением истечения вещества из звезды должны наблюдаться следующие изменения:

- 1) видимый блеск звезд должен возрасти;
- 2) спектрофотометрическая температура должна понизиться (так как спектрофотометрическая температура оболочки мала);
- 3) бальмеровский скачок должен уменьшиться (так как бальмеровский скачок оболочки отрицателен).

Два последних заключения сделаны на основании формул (26.9) и (26.10) предыдущей главы.

При усилении выбрасывания вещества из звезды вместе с указанными изменениями непрерывного спектра должно также наблюдаться возрастание энергии, излучаемой оболочкой в спектральных линиях. Все эти эффекты будут тем больше, чем выше температура звезды и чем больше оптическая толщина оболочки за границей лаймановской серии.

При помощи написанных выше формул может быть дана подробная интерпретация непрерывного спектра звезд Ве. В. Г. Горбачкий [2] сделал это для звезды γ Кассиопеи, принадлежащей к числу наиболее известных из рассматриваемых звезд. С 1936 г. по 1941 г. происходили весьма сильные изменения блеска и спектра этой звезды. В течение указанного периода блеск звезды трижды возрастал. Вместе с возрастанием блеска происходило уменьшение спектрофотометрической температуры, уменьшение величины бальмеровского скачка и возрастание интенсивности бальмеровских линий (рис. 36).

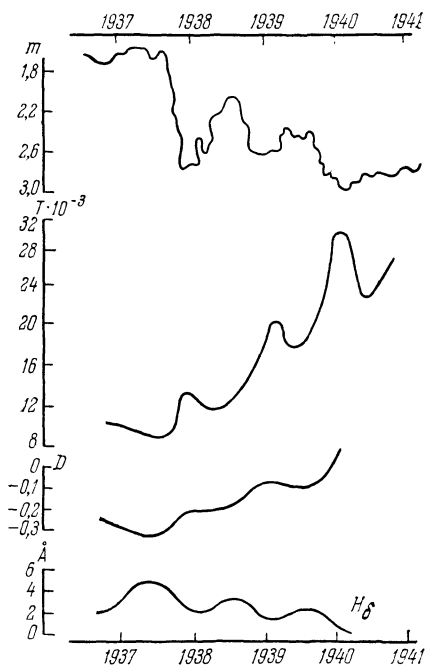


Рис. 36

Все это может быть объяснено тем, что мощность истечения вещества из звезды трижды возрастала, а затем убывала. Иными словами, звезда сбросила с себя последовательно три оболочки. Из сравнения

теории с наблюдениями были определены основные параметры звезды и оболочки. Оказалось, что радиус звезды равен трем радиусам Солнца, температура звезды равна 34 000 К, число атомов водорода в 1 см³ вблизи поверхности звезды порядка 10^{12} — 10^{13} и средняя электронная температура оболочки $T_e \approx 15\,000$ — $20\,000$ К.

Для многих звезд типа Ве были измерены бальмеровские скачки и спектрофотометрические температуры в разных областях спектра. Это позволило определить доли энергии, излучаемые звездой и оболочкой, концентрации атомов в оболочке и количество вещества, выбрасываемое звездой за год (оказавшееся порядка $10^{-7} M_\odot$ для звезд типа Ве ранних подклассов).

5. Звезды типа Вольфа — Райе. Наличие в спектрах звезд типа WR широких ярких линий, не меняющихся заметно с течением времени, вызвало гипотезу о стационарном истечении вещества из этих звезд. Так как яркая линия симметрична относительно центральной частоты и иногда ограничена с фиолетовой стороны линией поглощения, то естественно считать, что истечение вещества является радиальным. При этом яркая линия образуется во всей протяженной оболочке, а линия поглощения — в части оболочки, приближающейся к наблюдателю. Мы уже видели, что в случае истечения вещества с постоянной скоростью яркая линия должна иметь прямоугольный профиль. Линии с такими профилями действительно встречаются в спектрах звезд WR. Однако чаще наблюдаются линии с закругленными профилями, которые можно объяснить при помощи формулы (28.6) как ускоренным или замедленным движением выброшенных атомов, так и непрозрачностью оболочки для излучения в линии.

Слабость линий поглощения в спектрах звезд WR может быть вызвана не только малостью оптической толщины оболочки в линии, но и заполнением линии поглощения эмиссионной линией. Однако в тех случаях, когда нижний уровень метастабилен, линия поглощения весьма сильна. Примером может служить линия поглощения $\lambda\,3889\text{ \AA}$, возникающая из метастабильного состояния 2^3S нейтрального гелия. Сильное поглощение в таких линиях объясняется накоплением атомов в метастабильных состояниях вследствие малости коэффициента дилуции излучения и плотности вещества в протяженной оболочке.

Очевидно, что в случае радиального истечения вещества из звезды ширина эмиссионной линии $\Delta\lambda$ должна быть пропорциональна длине волны λ . Такая зависимость между этими величинами действительно соблюдается для спектров звезд WR (что является одним из наиболее веских доводов в пользу гипотезы истечения).

В таблице 44 для примера приведены измеренные и вычисленные значения $\Delta\lambda$ для трех звезд WR (под номером звезды дан принятый коэффициент пропорциональности между $\Delta\lambda$ и λ). Найденные по ширине эмиссионных линий скорости истечения вещества из звезд WR оказываются порядка 1000—2000 км/с.

Т а б л и ц а 44

Ширины эмиссионных линий в спектрах звезд WR (в ангстремах)

$\lambda, \text{ \AA}$	192 163 $k=0,00833$		50 896 $k=0,00961$		191 765 $k=0,00883$	
	изм.	выч.	изм.	выч.	изм.	выч.
6563	58,0	54,7	74,2	63,1	57,5	57,9
4861	41,2	40,5	44,8	46,7	43,9	42,9
4340	33,4	36,2	36,0	41,7	37,8	38,3

Выброшенное из звезды вещество может двигаться замедленно или ускоренно под действием притяжения звезды и силы светового давления. Закон изменения скорости v с возрастанием расстояния r от центра звезды определяет собой распределение плотности вещества в оболочке. Чтобы найти зависимость плотности ρ от скорости v , рассмотрим протекание вещества через сферу радиуса r . Очевидно, что количество вещества, протекающее через эту сферу за время dt , будет равно

$$dM = 4\pi r^2 \rho(r) v(r) dt. \quad (28.38)$$

При стационарном движении вещества $dM/dt = \text{const}$ и поэтому из (28.38) имеем

$$\rho(r) \sim \frac{1}{r^2 v(r)}. \quad (28.39)$$

Если скорость движения постоянна, то

$$\rho(r) \sim \frac{1}{r^2}. \quad (28.40)$$

В случае замедленного движения плотность убывает с возрастанием r медленнее, чем по закону (28.40), в случае ускоренного движения — быстрее.

Вопрос о зависимости скорости v от расстояния r в оболочках звезд WR может быть решен следующим образом. Поскольку оболочки светятся в принципе так же, как газовые туманности, то в оболочках, как и в туманностях, должна существовать стратификация излучения. Это значит, что линии атомов с высокими потенциалами ионизации возникают в более близких к звезде слоях оболочки, чем линии атомов с низкими потенциалами ионизации. Поэтому в случае значительного изменения скорости в оболочке линии атомов с разными потенциалами ионизации должны иметь неодинаковую ширину. Наблюдения показывают, что ширины линий в спектрах звезд WR тем больше, чем меньше потенциал ионизации. Особенно это ясно видно в случае линий He I и He II. Например, для звезды

HD 192103 скорость расширения оболочки равна 1290 км/с по линиям He I и 975 км/с по линиям He II. Таким образом, мы должны заключить, что атомы, выброшенные из звезды WR, движутся ускоренно. Вследствие этого, как видно из формулы (28.39), плотность вещества в оболочке убывает быстрее, чем обратно пропорционально квадрату расстояния от центра звезды. Как показывают подсчеты, ускоренное движение атомов, выброшенных из звезд WR, может быть объяснено действием на них светового давления (особенно за границей основной серии He II).

Пользуясь формулой (28.38), мы можем найти количество вещества, выбрасываемое звездой WR за год. Это количество вещества равно

$$M = 4\pi r_0^2 \rho(r_0) v(r_0) \cdot 3,16 \cdot 10^7, \quad (28.41)$$

где через r_0 обозначен радиус нижней границы оболочки (совпадающий для звезд WR с радиусом фотосферы). Величина $\rho(r_0)$ для оболочек звезд WR может быть определена тем же способом, что и для оболочек звезд Be, т. е. при помощи формулы (28.34). Полагая также $r_0 \approx 5r_\odot$ и $v = 10^8$ см/с, мы по формуле (28.41) получаем, что звезда WR теряет за год массу, равную приблизительно 10^{-5} массы Солнца.

Полученный результат представляет значительный интерес для космогонии. Так как массы звезд WR порядка 10 масс Солнца, то в стадии WR звезда не может пребывать более миллиона лет. Если же принять во внимание, что мы не знаем звезд, массы которых превосходят массы звезд WR (за исключением родственных им звезд класса O), то можем сделать предположение, что рассматриваемые звезды возникли непосредственно из дозвездной фазы вещества и притом совсем недавно. Такое предположение подтверждается и тем, что большинство звезд WR входит в состав звездных ассоциаций, которые, как известно, по ряду признаков считаются очень молодыми образованиями.

Формула (28.41) позволяет также оценить массу, теряемую ежегодно звездами типов Р Лебеда и Be. Она оказывается порядка $10^{-5} M_\odot$ для звезды типа Р Лебеда и порядка $10^{-6}—10^{-8} M_\odot$ для звезды типа Be. Эти звезды, как и звезды WR, также являются характерными членами звездных ассоциаций.

По относительным интенсивностям эмиссионных линий в спектрах звезд WR можно получить некоторые сведения о химическом составе их оболочек. Делается это путем сравнения наблюдаемых интенсивностей линий с теоретическими интенсивностями, определенными на основе решения системы уравнений (28.17) или (28.18). Таким путем, в частности, было найдено, что в оболочках звезд WR число атомов гелия в несколько раз превосходит число атомов водорода. Этим оболочки звезд WR существенно отличаются от атмосфер обычных звезд и газовых туманностей, в которых отношение числа атомов гелия к числу атомов водорода является обратным. Другая особенность оболочек звезд WR, как мы помним, заключа-

ется в том, что в одних из них много азота, но мало углерода и кислорода, а в других — много углерода и кислорода, но мало азота. Таким образом, химический состав оболочек звезд WR следует считать весьма аномальным.

По отношению интенсивностей эмиссионных линий к интенсивности непрерывного спектра могут быть определены температуры звезд WR. Для этого используется метод Занстра, подробно изложенный в предыдущей главе. Точнее говоря, температура звезды находится из уравнения (22.29), примененного к различным атомам. В табл. 45 приведены температуры звезд WR, полученные Б. А. Воронцовым-Вельяминовым [3]. В первом столбце даны номера звезд по каталогу HD, в последующих столбцах — температуры звезд (в тысячах кельвинов), найденные по линиям разных атомов (ниже символов атомов приведены их потенциалы ионизации в эВ).

Таблица 45

Температура звезд WR (в тысячах кельвинов)

Звезда	He I 24,5	C III или N III 47,4	He II 54,2	C IV 64,2	N IV 77,0	T_c
HD 192163	32	65	73	—	84	15
HD 191765	35	62	69	—	75	15
HD 193077	29	51	59	—	74	13
HD 193576	29	48	60	—	62	14
HD 192103	33	64	63	69	—	12
HD 192641	—	59	55	70	—	7

Мы видим, что температуры звезд WR, определенные указанным методом, весьма высоки. Вместе с тем из таблицы следует, что температуры одной звезды, найденные по линиям разных атомов, различны. В основном это вызвано занижением температур при их определении по линиям атомов со сравнительно низкими потенциалами ионизации. Такие атомы (в частности, водород и гелий) сильно ионизованы в оболочках звезд WR и поэтому поглощают лишь небольшую часть энергии звезды за границами своих основных серий. Например, подсчеты показывают, что оптическая толщина оболочки звезды WR за границей лаймановской серии порядка 0,01. Поэтому температуры, определенные по линиям водорода, и оказываются очень низкими для рассматриваемых звезд — порядка 20 000 К. Другой причиной расхождений между температурами, найденными по линиям разных атомов, может быть отклонение распределения энергии в спектре звезды от закона Планка. Надо также отметить, что уравнение (22.29) не вполне применимо для определения температур звезд WR вследствие большей сложности процессов свечения их оболочек по сравнению с процессами свечения газовых туманностей.

В последнем столбце табл. 45 приведены значения спектрофотометрических температур звезд WR. Мы видим, что они гораздо ниже температур, найденных методом Занстра. Объясняется это тем, что в оболочках звезд WR в результате переработки высокочастотного излучения образуются не только эмиссионные линии, но и непрерывный спектр, распределение энергии в котором соответствует весьма низкой температуре. Однако в случае звезд WR непрерывный спектр образуется более сложным путем, чем в случае звезд Be. Это обусловлено большей мощностью оболочек звезд WR, вследствие чего они играют роль не только «атмосферы», но и «фотосферы».

Мы видели, что из звезд типов Вольфа — Райе, Р Лебедя и Be происходит мощное истечение вещества, проявляющееся в наличии эмиссионных линий в видимой части спектра. Однако истечение вещества происходит не только из упомянутых звезд, но также и из других звезд ранних спектральных классов (правда, в меньших количествах). Об этом свидетельствуют наблюдения ультрафиолетовых спектров звезд, выполненные с помощью телескопов, установленных на спутниках. В таких спектрах присутствуют интенсивные резонансные линии, возникающие в самых верхних слоях атмосферы. Так как эти линии имеют профили, характерные для звезд типа Р Лебедя, то истечение вещества не вызывает сомнения (оно часто называется «звездным ветром»). Интерпретация ультрафиолетовых спектров горячих сверхгигантов на основе изложенной выше теории приводит к заключению, что скорости истечения доходят до 1500 км/с, а количество вещества, теряемого звездой за год, составляет 10^{-7} — $10^{-8} M_{\odot}$. Истечение вещества из этих звезд объясняется световым давлением, возникающим при поглощении излучения звезды в спектральных линиях.

6. Звезды поздних классов с яркими линиями. Кроме рассмотренных выше звезд типов WR, Р Лебедя и Be, эмиссионные линии встречаются также в спектрах звезд поздних классов. К ним принадлежат долгопериодические переменные, звезды типа Z Андромеды и др.

Изменение блеска и спектра долгопериодических переменных происходит с периодами порядка года. Амплитуды изменения блеска составляют несколько звездных величин. В эпоху около максимума блеска в спектре видны яркие линии водорода и ионизованного железа, в эпоху около минимума блеска — яркие линии нейтрального железа. Большинство долгопериодических переменных относится к спектральному классу M, из них приблизительно 80% обладает яркими линиями в спектрах.

Как показывают наблюдения, яркие линии в спектрах долгопериодических переменных возникают в более глубоких слоях атмосферы, чем линии и полосы поглощения. Это следует из того, что излучение в линиях водорода частично поглощается в атмосфере звезды. Некоторые бальмеровские линии разделены на ряд компо-

нент, что вызвано поглощением излучения в этих линиях атомами металлов. В спектрах звезд Me наблюдается необычное распределение интенсивностей среди членов бальмеровской серии, объясняемое поглощением излучения водорода в полосах окиси титана. В спектрах звезд Ne и Se полосы окиси титана отсутствуют и в них бальмеровский декремент нормален.

О возникновении эмиссионных и абсорбционных линий в разных слоях атмосферы говорит также неодинаковое поведение кривых лучевых скоростей, определенных по этим линиям. Оказывается, что разность лучевых скоростей, найденных по ярким и темным линиям, всегда отрицательна. Вместе с тем K -член, определенный по эмиссионным линиям, отрицателен и равен приблизительно — 15 км/с, а K -член, определенный по абсорбционным линиям, близок к нулю. Из этих данных вытекает, что слой, в котором возникают яркие линии, движется по направлению к наблюдателю.

Спектры звезд типа Z Андромеды являются комбинацией спектра позднего класса с линиями поглощения и спектра раннего класса с эмиссионными линиями, принадлежащими атомам с высокими потенциалами ионизации (например, He II). Блеск и спектры этих звезд обнаруживают неправильные изменения. Кроме Z Андромеды, к данной группе относятся звезды: R Водолея, V Стрелы и др.

Основная проблема, возникающая при интерпретации спектров звезд поздних классов с яркими линиями, состоит в выяснении причин появления ярких линий в спектрах столь холодных звезд. Как мы знаем, эмиссионные линии в спектрах горячих звезд возникают вследствие переработки высокочастотного излучения звезд в протяженных оболочках. Однако высокочастотная энергия звезд поздних классов слишком мала для того, чтобы эмиссионные линии в их спектрах могли возникнуть таким же путем.

Для объяснения спектров звезд типа Z Андромеды выдвинута гипотеза о том, что это — тесные двойные звезды, одна из компонент которых является горячей звездой, а другая — холодной. При этом предполагается, что из холодной звезды происходит истечение вещества, приводящее к образованию газовой туманности, в которой и возникают эмиссионные линии под действием излучения горячей звезды. Подробное изучение отдельных представителей звезд типа Z Андромеды (называемых также «симбиотическими звездами») подтверждает данную гипотезу. Следует однако отметить, что эта гипотеза неприменима к долгопериодическим переменным.

Другая гипотеза, предложенная для объяснения спектров звезд поздних классов с яркими линиями, состоит в том, что это — одиночные горячие звезды, обладающие протяженными оболочками большой оптической толщины в непрерывном спектре [1]. Выше мы уже видели, что в случаях звезд типов Be и WR температуры, найденные по ярким линиям, значительно превосходят спектрофотометрические температуры. С увеличением оптической толщины оболочки это различие между температурами должно возрастать. Если

мы допустим, что оптическая толщина оболочки велика (это будет тогда, когда плотность в оболочке медленно убывает с увеличением расстояния от центра звезды), то внутренние части оболочки будут поглощать почти все излучение звезды и перерабатывать его в кванты низких частот. Здесь возникнет непрерывный спектр позднего класса и появятся эмиссионные линии, соответствующие по своей интенсивности температуре самой звезды. Во внешних частях оболочки, которые будут находиться в основном под воздействием низкотемпературного излучения ее внутренних частей, будут существовать атомы неионизованных металлов и молекулярные соединения. Здесь возникнет абсорбционный спектр позднего класса. Изменения блеска и спектра рассматриваемых звезд можно объяснить изменением мощности выбрасывания вещества из них.

Если оптическая толщина оболочки станет очень большой, то эмиссионные линии наблюдаться не будут. Таким путем, возможно, образуются «обычные» холодные сверхгиганты. Как известно, массы и светимости сверхгигантов класса М и звезд классов О и В примерно одинаковы. Одно это заставляет думать, что указанные звезды различаются между собой лишь устройством оболочек.

Наконец, третья гипотеза видит причину появления ярких линий в спектрах некоторых типов холодных звезд в действии ударной волны (см. [2]). Эта гипотеза представляется очень вероятной по отношению к долгопериодическим переменным. При прохождении ударной волны через атмосферу звезды происходит разогрев газа, приводящий к усилению ионизации атомов. После прохождения ударной волны газ высвечивается, т. е. происходят рекомбинации и затем свечение в спектральных линиях. Поэтому движение ударной волны в атмосфере звезды проявляется как движение слоя светящегося газа. Происходящее при этом изменение спектра очень похоже на изменение спектра долгопериодической переменной. По наблюдаемому смещению ярких линий в спектре звезды можно определить скорость ударной волны. Это дает возможность найти температуру в слое нагретого газа и количество энергии, излучаемой им в спектральных линиях. Для долгопериодических переменных вычисленные и полученные из наблюдений количества этой энергии по порядку величины согласуются между собой.

Наряду с рассмотренными выше звездами, обладающими высокими светимостями, наблюдениями также обнаружены звезды-карлики поздних классов с эмиссионными линиями: звезды типов Т Тельца и UV Кита. Блеск и спектр этих звезд меняется с течением времени. Звезды типа Т Тельца относятся к спектральным классам G — M и имеют яркие линии H, Ca II, Fe II и др. С фиолетовой стороны ярких линий видны линии поглощения. Судя по профилям спектральных линий, из звезд типа Т Тельца происходит истечение вещества. Почти все известные нам звезды типа Т Тельца входят в звездные ассоциации (так называемые «Т-ассоциации»), на основании чего делается вывод о молодости этих звезд.

Удивительная особенность звезд типа Т Тельца и родственных им звезд заключается в том, что в эпоху возрастания блеска звезды вместе с появлением и усилением эмиссионных линий возникает также весьма сильный непрерывный спектр, накладывающийся на обычный непрерывный спектр с линиями поглощения. Тот факт, что новый непрерывный спектр ослабляет все линии поглощения и не влечет за собой появления новых линий поглощения, говорит о возникновении его в самых верхних слоях атмосферы звезды. О том же свидетельствует появление эмиссионных линий вместе с появлением эмиссии в непрерывном спектре.

Звезды типа Т Тельца часто связаны с туманностями, напоминающими по внешнему виду хвосты комет. Эти туманности, называемые обычно «кометарными», являются переменными. Однако яркость туманности меняется независимо от изменения яркости звезды. Иногда непрерывный спектр туманности в синей и фиолетовой областях значительно сильнее спектра связанной с ней звезды.

В случае звезд UV Кита вспышка происходит в течение всего нескольких минут, причем за это время блеск звезды возрастает на несколько звездных величин. Столь быстрое и сильное увеличение светимости звезды не может быть объяснено доставкой энергии из недр звезды наружу теплопроводностью или лучистым переносом. Исходя из этого, В. А. Амбарцумян [4] высказал предположение о том, что вспышка вызвана выбросом из внутренних слоев звезды части вещества, являющегося источником звездной энергии. Быстрый распад этого вещества (подобный ядерному) приводит к освобождению некоторой энергии, превращающейся затем в излучение. По его мнению, аналогичным путем возникает также ультрафиолетовая эмиссия звезд типа Т Тельца и связанных с ними кометарных туманностей.

Для объяснения дополнительного излучения звезд типов Т Тельца и UV Кита были выдвинуты также другие гипотезы (см. [5] и [6]).

7. Вспыхивающие звезды. Остановимся на звездах типа UV Кита, которые уже упоминались ранее. Именно эти звезды (и похожие на них) имеются в виду, когда говорится о «вспыхивающих звездах», хотя вспышкам разных масштабов подвержены и другие звезды (например, новые и сверхновые, рассматриваемые в следующих параграфах). Наблюдательные данные о вспыхивающих звездах и гипотезы об их природе изложены в ряде книг (см. [6]—[8]).

Звезды типа UV Кита — карликовые звезды спектрального класса *M* (преимущественно dM3e—dM6e). К настоящему времени их известно более 100. Вследствие слабости блеска, они наблюдаются лишь в ближайших окрестностях Солнца. Если считать, что концентрация таких звезд везде одинакова, то их общее число в Галактике оказывается очень большим — порядка 10^8 .

При вспышке звезды типа UV Кита возрастание блеска происходит очень быстро (за время порядка минуты), а уменьшение — более

медленно. Интервалы между вспышками измеряются часами, причем они различны для одной и той же звезды. Во время вспышки на спектр звезды накладывается дополнительный непрерывный спектр с эмиссионными линиями. Благодаря этому звезда становится заметно голубее, о чем свидетельствует трехцветная фотометрия в лучах U , B , V . Амплитуды изменения блеска в этих лучах всегда удовлетворяют неравенствам

$$\Delta U > \Delta B > \Delta V.$$

Существование его вполне понятно, так как дополнительный спектр накладывается на спектр очень холодной звезды (с поверхностной температурой 2000—3000 К), у которой яркость U -области гораздо меньше яркости B -области, а та в свою очередь меньше яркости V -области. Полная энергия, излучаемая во время вспышки, составляет 10^{30} — 10^{32} эрг. Поскольку светимость звезды в спокойном состоянии порядка 10^{29} эрг/с, то во время вспышек излучается примерно 0,1—1% энергии, излучаемой звездой в промежутках между вспышками.

Картина явлений, наблюдаемых при вспышке звезды типа UV Кита, в общих чертах согласуется с представлением о том, что во время вспышки к излучению звезды добавляется излучение горячего газа. В частности, в пользу такого представления говорит наличие в спектре бальмеровского скачка, имеющего рекомбинационное происхождение. Однако во время максимума блеска в излучение может входить и некоторая нетепловая компонента.

При теоретическом исследовании вспышек сначала предполагалось, что они происходят в хромосфере, причем область вспышки прозрачна для излучения в непрерывном спектре и непрозрачна для излучения в линиях. Однако результаты расчета оптических характеристик излучающего газа для этого случая (при $T_e \approx 25\,000$ К и $n_e \approx 10^{13}$ см $^{-3}$) удается согласовать с наблюдательными данными лишь для небольшой части вспышек. К тому же объем области вспышек оказывается чрезмерно большим.

Поэтому потом стали считать, что вспышка происходит в более глубоких слоях звезды — в переходной области между хромосферой и фотосферой (где $n_e \approx 10^{15}$ — 10^{17} см $^{-3}$). Излучение газа при таких условиях отличается двумя существенными особенностями: 1) при низких температурах (меньше 10 000 К) к излучению атома водорода добавляется излучение его отрицательного иона; 2) при более высоких температурах газ становится частично непрозрачным в непрерывном спектре (вследствие быстрого роста населенностей уровней с повышением температуры). Расчеты показывают, что в данном случае теория позволяет объяснить основные наблюдаемые характеристики вспышек: диаграмму U — B , B — V , бальмеровские скачки и др. При этом геометрическая толщина излучающего слоя оказывается порядка 10—100 км, а его площадь для большинства вспышек не превышает 1% площади диска звезды.

В поисках причины звездных вспышек было обращено внимание на то, что во многих отношениях они подобны вспышкам на Солнце, хотя и гораздо больше последних по масштабу. Исследование же солнечных вспышек показывает, что вспышка в видимой области спектра представляет собой вторичное явление. Ей предшествует кратковременное выделение больших количеств энергии (которое условно можно назвать «взрывом»), приводящее к возникновению потоков быстрых частиц, рентгеновского и ультрафиолетового излучения. Проникая в глубь атмосферы, они нагревают газ, вызывая вспышку в оптической области спектра. Можно думать, что так же развивается и звездная вспышка. Подтверждением этого являются одновременные наблюдения рентгеновских и оптических вспышек на звездах.

В случае солнечных вспышек можно, по-видимому, считать, что «взрыв», происходит за счет магнитной энергии. По аналогии ожидается, что подобные «взрывы» происходят и при звездных вспышках, причем магнитные поля на звездах должны быть более сильными, чем на Солнце.

Взгляды В. А. Амбарцумяна, который видит причину вспышек звезд в выбросе и распаде дозвездного вещества, уже были изложены выше (подробнее см. [4] и [6]).

Важное значение для выяснения путей звездной эволюции имеет изучение вспыхивающих звезд в звездных агрегатах (т. е. в скоплениях и ассоциациях). Наблюдения таких звезд производились на обсерваториях в Бюракане (СССР), Тонанцингле (Мексика) и др. Мексиканский астрофизик Г. Аро показал, что звезды в своем развитии переходят от стадии Т Тельца (с возрастом до 10^7 лет) к стадии вспыхивающих звезд (возраст которых порядка 10^8 лет).

Большое исследование вспыхивающих звезд в Плеядах было предпринято В. А. Амбарцумяном и его сотрудниками. Скажем в нескольких словах о выполненной ими статистической обработке наблюдательных данных [7].

Будем считать, что частота вспышек (т. е. среднее число вспышек за единицу времени) для всех звезд агрегата одинакова и вспышки распределены во времени случайно. Тогда согласно закону Пуассона вероятность того, что за время наблюдений t звезда вспыхнет k раз будет равна

$$p_k = e^{-vt} \frac{(vt)^k}{k!}, \quad (28.42)$$

где v — частота вспышек. Если N — полное число вспыхивающих звезд в агрегате, то математическое ожидание числа звезд, испытавших k вспышек, равно

$$n_k = N p_k. \quad (28.43)$$

Полагая в формуле (28.42) последовательно $k=0, 1, 2$ и пользуясь (28.43), получаем

$$n_0 = \frac{n_1^2}{2n_2}. \quad (28.44)$$

Примем приближенно, что n_k есть наблюдаемое число звезд, вспыхнувших k раз. Тогда формула (28.44) позволяет определить число звезд n_0 , не испытавших за время наблюдений ни одной вспышки, если известны из наблюдений числа n_1 и n_2 звезд, вспыхнувших соответственно по одному и по два раза. Прибавляя к числу n_0 суммарное число вспыхнувших за время t звезд, мы получаем полное число вспыхивающих звезд в агрегате.

Как уже сказано, при выводе формулы (28.44) предполагалось, что все звезды вспыхивают с одной и той же частотой. Если же частоты вспышек для разных звезд различны, то эта формула даст для величины n_0 лишь нижний предел. Можно показать, что в случае различной частоты вспышек при довольно общих предположениях величина n_0 удовлетворяет неравенствам

$$\frac{n_1^2}{n_2} \geq n_0 \geq \frac{n_1^2}{2n_2}. \quad (28.45)$$

Применение приведенных формул к Плеядам привело к заключению, что в них содержится около 1000 вспыхивающих звезд. По видимому, это число близко к полному числу звезд в Плеядах. Однако не следует думать, что все звезды скопления являются вспыхивающими. Как выяснилось при тщательном исследовании, доля вспыхивающих звезд возрастает при переходе к более слабым звездам. Иными словами, вспышечная активность раньше уменьшается у звезд большей светимости (если считать, что все звезды скопления имеют одинаковый возраст). Такой вывод представляет значительный интерес для звездной космогонии.

§ 29. Новые звезды

1. Наблюдательные данные. Открытие каждой яркой новой звезды является важным событием в астрономии и они обычно очень интенсивно исследуются многими обсерваториями. Поэтому наблюдательные данные о новых звездах весьма обширны. Здесь мы укажем некоторые из этих данных, подробности же можно найти в специальных монографиях (см. [2] и [3]).

Из наблюдений прежде всего пытаются определить кривую блеска новой звезды. Эти кривые весьма различны для разных звезд. Однако их общей чертой является чрезвычайно быстрый подъем блеска и очень медленное его падение, часто сопровождаемое большими флуктуациями. «Возгорание» новой звезды совершается обычно в течение нескольких суток, а «угасание» — в течение нескольких лет. В конце концов звезда возвращается к блеску, мало то-

личающемуся от того, какой она имела до вспышки. В виде примера на рис. 37 приведена кривая блеска типичной новой звезды.

В момент максимума блеска новые звезды являются самыми яркими объектами Галактики (если не считать сверхновых). В среднем их абсолютные величины в максимуме равны -7^m . В своем «нормальном» состоянии, т. е. до вспышки и через много лет после вспышки, новые звезды имеют абсолютные величины около $+5^m$ (с довольно большой дисперсией). Следовательно, средняя амплитуда изменения блеска новой звезды составляет 12^m . В табл. 46 приведены некоторые сведения о наиболее изученных новых звездах.

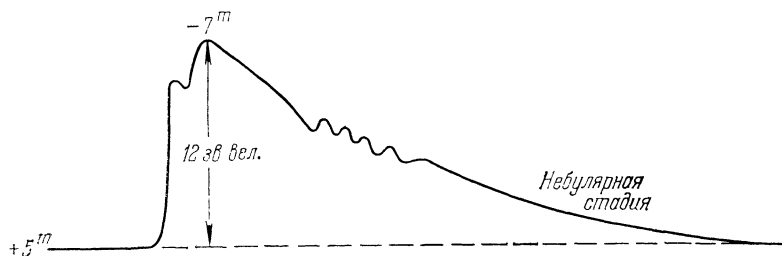


Рис. 37

Вместе с изменением блеска новых звезд происходят громадные изменения в их спектрах. Однако полной спектроскопической истории новой звезды мы не знаем ни в одном случае, так как у нас нет данных о спектрах в начале вспышки и до нее. Лишь на одной случайной спектрограмме, полученной с объективной призмой, был найден спектр Новой Орла 1918 г. до вспышки, оказавшийся принадлежащим к раннему классу (вероятно, O). Обычно первые спектрограммы новых звезд получаются незадолго до момента максимума блеска. Они показывают, что спектры новых звезд в это время можно отнести к классам A или F. Характерной чертой этих спектров является сильное смещение всех линий в фиолетовую сторону. Выраженное в скоростях, оно составляет обычно несколько сотен километров в секунду. Смещения линий предмаксимального спектра новых звезд приведены в последнем столбце табл. 46.

Сразу после достижения звездой максимального блеска в ее спектре появляются широкие эмиссионные полосы. Они примерно симметричны относительно центральной частоты и ограничены линиями поглощения с фиолетовой стороны. Абсорбционные линии нового спектра (называемого обычно главным) смещены в фиолетовую сторону на большую величину, чем линии предмаксимального спектра. Иногда в спектре звезды наблюдается несколько систем абсорбционных линий с разными смещениями. Первоначально яркие линии принадлежат атомам с небольшими потенциалами ионизации (в основном водороду и ионизованным металлам), затем появляются линии высокоионизованных атомов (например, He II, N IV, O V).

Т а б л и ц а 46

Некоторые характеристики новых звезд

Звезда	Амплитуда изменения блеска	Абсолют- ная вели- чина в макси- муме	Расстояние в парсеках	Смещение абсорб- ционных линий в км, с
Новая Возничего 1891 г.	9 ^m	—5,3	800	—
Новая Персея 1901 г.	13,3	—8,4	480	800
Новая Орла 1918 г.	11,9	—9,3	430	1250
Новая Лебеда 1920 г.	14,2	—8,9	1470	380
Новая Живописца 1925 г.	11,5	—7,3	500	64
Новая Гёркулеса 1934 г.	12,6	—5,5	230	180
Новая Ящерицы 1936 г.	13,2	—8,6	1350	600
Новая Кормы 1942 г.	17	—8,5	500	—

Вместе с такими изменениями ярко-линейчатого спектра постепенно происходит ослабление непрерывного спектра и линий поглощения.

Через несколько месяцев после вспышки в спектре новой звезды обнаруживаются яркие запрещенные линии, характерные для спектров газовых туманностей (в том числе и линии N_1 и N_2 «небулия»). С появлением этих линий новая звезда вступает в «небулярную стадию» своего развития, которая продолжается в течение многих лет. Постепенно небулярный спектр исчезает и звезда возвращается к своему исходному блеску. В это время она имеет спектр класса О, иногда со слабыми эмиссионными линиями.

На фотографиях новой звезды, снятых через несколько лет после вспышки, видна туманность, окружающая звезду. Эта туманность расширяется с огромной скоростью и затем рассеивается в пространстве. Существование таких туманностей не оставляет сомнения в том, что при вспышке новой происходит отрыв от звезды ее внешних слоев. Ниже будет показано, что изменения блеска и спектра новой звезды объясняются постепенным расширением оторвавшейся оболочки.

Приведенные наблюдательные данные относятся к типичным новым звездам. Однако подобные вспышки испытывают и некоторые другие звезды. Из них ближе всего к типичным новым примыкают повторные новые звезды. В отличие от типичных новых, которые за все время наблюдения вспыхивали лишь по одному разу, повторные новые вспыхивали по нескольку раз. При вспышке повторной новой происходят примерно такие же явления, как и при вспышке типичной новой, но они отличаются меньшим масштабом. Список всех известных в настоящее время повторных новых дан в табл. 47.

К повторным новым в свою очередь примыкают так называемые новоподобные переменные. По изменению блеска и спектра они так-

Повторные новые звезды

Звезда	Годы вспышек	Пределы изменения звездной величины
N Ориона	1677, 1750, 1892	6^m-11^m
T Компаса	1890, 1902, 1920, 1941	6 —14
U Скорпиона	1863, 1906, 1935	9 —>17
RS Змееносца	1898, 1933	4 —12
T Короны	1866, 1946	2 —11
N Стрелы	1913, 1946	7 —15
N Стрельца	1901?, 1919	<7 —14

же напоминают новые. Однако новоподобные переменные отличаются от повторных новых не только меньшим масштабом явлений, характерных для вспышек новых, но и их меньшей отчетливостью. Среди новоподобных переменных выделяются группы звезд типов U Ближнецов, Z Андромеды и др.

Внешнее сходство между повторными и типичными новыми позволяет предполагать, что и типичные новые вспыхивают по много раз, однако промежутки между вспышками превосходят период наблюдений. Такое предположение подтверждается двумя статистическими результатами. Первый из них, найденный впервые Б. В. Кукаркиным и П. П. Паренаго, связывает между собой промежутки времени между вспышками с амплитудами изменения блеска для новоподобных переменных и повторных новых. Оказывается, что чем больше первая из этих величин, тем в среднем больше и вторая. Экстраполируя найденную зависимость на типичные новые, названные авторы получили, что в этом случае промежутков времени между вспышками должен составлять несколько тысяч лет.

Другой из упомянутых статистических результатов, относится к подсчетам числа вспышек. Ежегодно в Галактике наблюдается 1—2 вспышки новой звезды. Так как эти звезды находятся лишь в ближайшей окрестности Солнца, то общее число вспышек новых звезд в Галактике составляет, по-видимому, около 100 в год. Всего же за время существования Галактики, оцениваемое в 10^{10} лет, должно было произойти примерно 10^{12} вспышек. Но общее число звезд в Галактике равно приблизительно 10^{11} . Следовательно, каждая звезда должна была вспыхнуть в среднем 10 раз. С другой стороны, мы наверно знаем, что Солнце за $2 \cdot 10^9$ лет не испытывало подобной катастрофы, так как она привела бы к расплавлению земной коры, чего, однако не происходило за указанный период. Можно считать, что и другие звезды, подобные Солнцу, не испытывали вспышек за время такого же порядка. Это увеличивает число вспышек, приходящихся на каждую из оставшихся звезд. Сказанное застав-

ляет думать, что существует специальный класс звезд, каждая из которых вспыхивает в виде новой очень много раз.

2. Объяснение вспышки. Как уже сказано, при вспышке новой звезды от нее отделяется оболочка, которая затем расширяется с большой скоростью. Легко показать, что расширение оболочки должно приводить к наблюдаемым изменениям блеска и спектра новой.

Пусть в момент вспышки от звезды оторвалась оболочка, оптическая толщина которой в непрерывном спектре гораздо больше единицы. С расширением оболочки ее оптическая толщина будет убывать. Однако до тех пор, пока она не станет порядка единицы, оболочка будет служить не только отражающим слоем, но и фотосферой. В таком случае расширение оболочки поведет за собой возрастание блеска звезды. Вследствие же приближения к наблюдателю обращенной к нему части оболочки линии поглощения будут смещены в фиолетовую сторону спектра. Именно такой спектр наблюдается в период увеличения блеска новой.

В момент достижения максимума блеска оптическая толщина оболочки в непрерывном спектре становится порядка единицы. В это время до внешних частей оболочки начинает доходить излучение непосредственно от звезды, и в оболочке вспыхивают яркие линии. Причина появления ярких линий — та же, что и в случае газовых туманностей, т. е. флуоресценция. Вместе с тем яркие линии могут возникать и в результате столкновений оболочки с налетающим на нее веществом, которое выбрасывается из звезды после отрыва оболочки.

Излучение в линиях доходит до наблюдателя не только от приближающейся к нему части оболочки, но и от удаляющейся. Оно не поглощается оболочкой вследствие эффекта Доплера. Ширина ярких линий оказывается поэтому соответствующей удвоенной скорости расширения оболочки. С фиолетовой стороны яркой линии находится абсорбционная линия, возникающая в части оболочки, приближающейся к наблюдателю и экранирующей звезду. Схема возникновения спектральных линий в расширяющихся оболочках новых дана на рис. 38.

После максимума блеска, по мере дальнейшего расширения оболочки, ее оптическая толщина в спектральных линиях уменьшается. Вследствие этого темные компоненты ярких линий ослабевают, а затем исчезают. На некотором этапе в оболочке начинают осуществляться условия, необходимые для появления запрещенных линий,

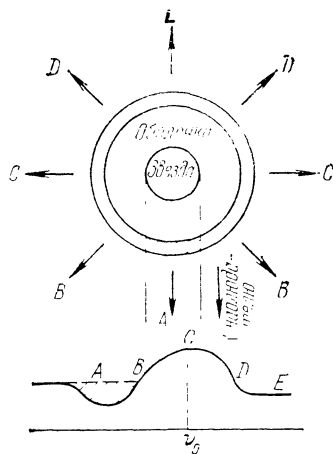


Рис. 38

т. е. плотность излучения и плотность вещества становятся достаточно малыми. Начавшаяся с появления запрещенных линий «небулярная стадия» длится довольно долго — до тех пор, пока яркость рассеивающейся оболочки (обусловленная в основном излучением в эмиссионных линиях) не станет меньше яркости самой звезды. Спектр звезды, принадлежащий в это время к типу WR, показывает, что из звезды все еще продолжается выбрасывание вещества. Когда этот процесс заканчивается, звезда приобретает спектр класса O без эмиссионных линий.

На основе приведенного объяснения вспышек новых можно дать простые методы для определения их параллакс. Эти методы очень важны, так как тригонометрические параллаксы новых совершенно ненадежны вследствие их малости.

Один из методов определения параллакса новой основан на сопоставлении смещений линий поглощения со скоростью увеличения блеска перед максимумом. Из наблюдений можно найти для двух моментов времени t_1 и t_2 видимые величины m_1 и m_2 и температуры T_1 и T_2 (по спектральному классу). Пользуясь известной формулой, связывающей абсолютную величину звезды M с ее температурой T и радиусом R ,

$$M = \frac{29\,500}{T} - 5 \lg R - 0,08, \quad (29.1)$$

а также тем обстоятельством, что разность видимых величин звезды равна разности абсолютных величин ее, т. е. $m_2 - m_1 = M_2 - M_1$, получаем следующую формулу, определяющую отношение радиусов звезды в моменты t_1 и t_2 :

$$\lg \frac{R_2}{R_1} = \frac{5900}{T_2} - \frac{5900}{T_1} - \frac{m_2 - m_1}{5}. \quad (29.2)$$

С другой стороны, для разности радиусов в моменты t_1 и t_2 имеем

$$R_2 - R_1 = v(t_2 - t_1), \quad (29.3)$$

где v — скорость расширения фотосферы, находящая по смещению абсорбционных линий. Из соотношений (29.2) и (29.3) определяется каждая из величин R_1 и R_2 в отдельности. Это дает возможность найти из соотношения (29.1) абсолютную величину новой, а затем из сравнения ее с видимой величиной — параллакс.

Другой способ определения параллакса новой основан на измерении скорости расширения ее оболочки. Эта скорость может быть измерена с одной стороны по ширине ярких полос в спектре и выражена в километрах в секунду, а с другой стороны по наблюдаемому расширению небулярной оболочки и выражена в угловой мере. Этот способ более точен, чем предыдущий. Расстояния и абсолютные величины в максимуме, приведенные в табл. 46 для ряда новых, определены именно этим способом.

Интересным путем был найден параллакс Новой Персея 1901 г. Наблюдавшаяся вокруг этой новой звезды туманность расширялась столь быстро, что ее ни в коем случае нельзя было признать за оболочку, выброшенную при вспышке. Поэтому было высказано предположение, что Новая Персея 1901 г. вспыхнула внутри пылевой туманности и создала вокруг себя освещенную область, расширяющуюся со скоростью света. Это предположение было подтверждено тем, что полученный через полтора года после вспышки спектр туманности оказался таким же, каким был спектр звезды в момент максимума блеска.

Параллакс Новой Персея 1901 г. был определен вторым из указанных выше способов с учетом того, что скорость «расширения» освещенной области равнялась скорости света, т. е. 300 000 км/с. Впоследствии вокруг Новой Персея была открыта вторая туманность, расширявшаяся гораздо медленнее первой. Это была уже «настоящая» оболочка, оторвавшаяся от звезды при вспышке.

3. Первый период вспышки. Переходя к более подробной интерпретации спектра новой звезды, остановимся сначала на периоде от начала вспышки до момента максимума блеска. В это время новая обладает непрерывным спектром с линиями поглощения, смещенными в фиолетовую сторону от их нормального положения. По профилям линий можно пытаться решить некоторые вопросы, относящиеся к вспышкам. Для этого, очевидно, надо предварительно теоретически определить профили линий поглощения, возникающих в расширяющейся атмосфере. При этом следует принять во внимание большую протяженность атмосферы, т. е. медленное падение плотности вдоль радиуса.

Будем для простоты считать, что внешние части звезды состоят из «фотосферы» и «атмосферы», т. е. примем модель Шварцшильда — Шустера. Интенсивность излучения, идущего к наблюдателю от фотосферы на угловом расстоянии ϑ от центра диска, обозначим через $I(\vartheta)$ (в пределах линии эта величина может считаться не зависящей от частоты). Интенсивность излучения, выходящего из атмосферы в частоте ν внутри линии на том же угловом расстоянии от центра диска, обозначим через $I_\nu(\vartheta)$. Если приближенно учитывать только истинное поглощение в линии, то будем иметь

$$I_\nu(\vartheta) = I(\vartheta) e^{-\tau_\nu(\vartheta)}, \quad (29.4)$$

где $\tau_\nu(\vartheta)$ — оптический путь луча в атмосфере.

Пусть $n(r)$ — концентрация поглощающих атомов на расстоянии r от центра звезды и $k(\nu - \nu_0)$ — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Вместо центральной частоты линии ν_0 мы должны в данном случае писать частоту $\nu_0 + \nu_0 \frac{v(r)}{c} \cos \vartheta'$, где $v(r)$ — скорость расширения атмосферы и ϑ' — угол между направлением излучения и радиусом-вектором. Поэтому для величины

$\tau_v(\vartheta)$ получаем

$$\tau_v(\vartheta) = \int_{r_0}^{\infty} n(r) k \left[v - v_0 - v_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta' \right] \sec \vartheta' dr, \quad (29.5)$$

где r_0 — радиус фотосферы.

Допустим для примера, что

$$v = \text{const} \quad \text{и} \quad n = n_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2. \quad (29.6)$$

Тогда

$$\tau_v(\vartheta) = N r_0 \int_{r_0}^{\infty} k \left(v - v_0 - v_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta' \right) \sec \vartheta' \frac{dr}{r^2}, \quad (29.7)$$

где через N обозначено число поглощающих атомов в столбе с сечением 1 см^2 над фотосферой, т. е.

$$N = \int_{r_0}^{\infty} n(r) dr = n_0 r_0. \quad (29.8)$$

Перейдем в формуле (29.7) от переменной интегрирования r к новой переменной интегрирования ϑ' при помощи соотношения $r_0 \sin \vartheta = r \sin \vartheta'$. Сделав это, получаем

$$\tau_v(\vartheta) = \frac{N}{\sin \vartheta} \int_0^{\vartheta} k \left(v - v_0 - v_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta' \right) d\vartheta'. \quad (29.9)$$

Чтобы найти профиль линии поглощения в спектре всей звезды, надо определить поток излучения H_v . Пользуясь формулами (29.4) и (29.9), находим

$$H_v = 2\pi \int_0^{\pi/2} I(\vartheta) e^{-\frac{N}{\sin \vartheta} \int_0^{\vartheta} k \left(v - v_0 - v_0 \frac{v}{c} \cos \vartheta' \right) d\vartheta'} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (29.10)$$

Поток излучения в непрерывном спектре вблизи линии, очевидно, равен

$$H = 2\pi \int_0^{\pi/2} I(\vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta. \quad (29.11)$$

При помощи формул (29.10) и (29.11) может быть определена величина $r_v = H_v/H$, которая и характеризует профиль линии.

Вычисленные по приведенным формулам профили линий поглощения оказываются весьма похожими на профили линий в спектрах новых звезд. Из сравнения теоретических и наблюдаемых профилей можно определить скорость расширения атмосферы v .

После нахождения величины r_v мы можем также вычислить эквивалентную ширину линии W , для чего надо воспользоваться формулой (12.1). В данном случае величина W зависит не только от числа поглощающих атомов N , но и от скорости расширения v . Поэтому мы получаем семейство «кривых роста», представляющих зависимость W от N при разных значениях параметра v . На рис. 39 даны для примера кривые роста, построенные М. А. Аракеляном

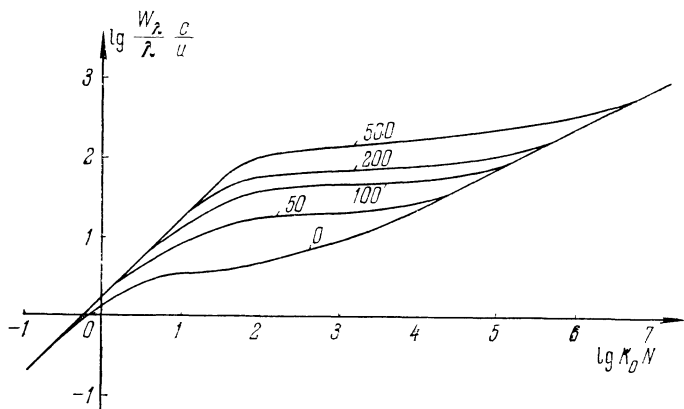


Рис. 39

при помощи приведенных формул для некоторых значений отношения скорости расширения v к средней тепловой скорости атомов u . При этом коэффициент поглощения вычислялся по формуле (8.18) при $a=0,01$. По наблюдаемым значениям W и v с помощью соответствующей кривой роста можно определить число поглощающих атомов N . Такие определения позволяют сделать заключение о химическом составе атмосферы. Надо отметить, что использование в данном случае обычной кривой роста (найденной в § 12 для неподвижных атмосфер) приводит к большим ошибкам в химическом составе.

Из наблюдений следует, что в предмаксимальных спектрах ряда новых происходило уменьшение смещения абсорбционных линий с течением времени. Сначала этот эффект пытались объяснять торможением оболочки под действием притяжения звезды. При этом для масс новых звезд были получены чрезвычайно большие значения (порядка сотен и тысяч масс Солнца). Однако потом было установлено, что массы новых — такого же порядка, как и массы других звезд. Поэтому от указанного объяснения пришлось отказаться. Возможно, что в действительности уменьшение смещения линий поглощения в спектрах новых вызвано вовсе не изменением скорости оболочки, а изменением эффективного уровня поглощающего вещества в оболочке, в которой скорость зависит от расстояния до центра звезды. Если внешние слои оболочки расширяются

с большей скоростью, чем внутренние, то по мере рассеяния внешних слоев эффективный уровень поглощающего вещества будет приближаться к внутренней границе и смещение абсорбционных линий будет убывать. Следует заметить, что такого рода явления всегда должны приниматься во внимание при интерпретации изменения смещений линий поглощения.

Спектры новых сразу после момента максимума блеска чрезвычайно сложны и их теоретическая интерпретация встречает большие трудности. По-видимому, большую роль в создании таких спектров играет выбрасывание вещества из звезды, начинающееся после отрыва от нее оболочки. Этот процесс приводит к образованию вокруг звезды протяженной атмосферы, которая поглощает ультрафиолетовое излучение звезды и перерабатывает его в кванты меньших частот. Надо считать, что протяженная атмосфера обладает в это время довольно большой оптической толщиной в непрерывном спектре, так как ее абсорбционный и эмиссионный спектры характерны для звезд сравнительно поздних классов (так называемый диффузно-искровой спектр). Судя по смещению абсорбционных линий (или по ширине эмиссионных линий) скорость истечения вещества из звезды превосходит скорость движения оболочки. Поэтому выброшенное вещество догоняет оболочку и в ней возникают эмиссионные линии вследствие столкновений. Вместе с тем выброшенное вещество, присоединяясь к оболочке, увеличивает ее скорость (об этом см. в § 30), благодаря чему возрастает смещение абсорбционных линий, замеченное при наблюдениях. Следует также считать, что после отрыва от звезды главной оболочки в некоторых случаях от звезды отрываются дополнительные оболочки. Так можно объяснить возникновение вторичных максимумов на нисходящей ветви кривой блеска новой, а также появление добавочных систем абсорбционных линий в ее спектре.

С течением времени мощность выбрасывания вещества из звезды уменьшается и протяженная атмосфера становится прозрачнее для ультрафиолетового излучения звезды. В дальнейшем оболочка светится в основном за счет этого излучения. Однако сначала это свечение происходит сложнее, чем в туманностях, вследствие непрозрачности оболочки для излучения в линиях. Поэтому в данном случае интенсивности эмиссионных линий следует вычислять на основе теории, изложенной в § 28. Такие вычисления приводят к согласию между теоретическим и наблюдаемым бальмеровским декрементом.

Интересно отметить, что через несколько месяцев после начала вспышки в спектрах некоторых новых наблюдался совершенно необычный бальмеровский декремент. Так, например, в спектре Новой Ящерицы 1936 г. линия H_{α} была ярче линии H_{β} в 5—6 раз, а в спектре RS Змееносца 1933 г. — в 10—12 раз. Это явление объясняется тем, что в рассматриваемый период оболочка была непрозрачной для излучения в линиях лаймановской и бальме-

ровской серий и прозрачной для излучения в линиях других серий. Решение уравнений (28.18) для данного случая приводит именно к таким большим значениям отношения интенсивностей линий H_α и H_β . По мере расширения оболочки она становится прозрачной для излучения в линиях всех серий, кроме лаймановской, и бальмеровский декремент в спектре новой оказывается таким же, как в спектре газовой туманности.

4. Небулярная стадия. С появлением запрещенных линий в спектре новой звезды начинается небулярная стадия ее развития. С этого времени условия в оболочке становятся похожими на условия в газовых туманностях, и поэтому оболочки можно изучать методами, изложенными в гл. V. В частности, при помощи методов Занстра могут быть определены температуры новых звезд (которые оказываются очень высокими — порядка 50 000 K). По свечению оболочки в линиях разных атомов можно найти концентрацию этих атомов в оболочке, ее электронную температуру, массу и т. д. Здесь мы не будем останавливаться на всех этих вопросах, а рассмотрим только некоторые из них.

Как было установлено в § 25, для появления запрещенных линий в спектре какого-либо объекта необходимо, чтобы плотность излучения и плотность вещества были в нем достаточно малы. Можно показать, что в оболочках новых звезд первое из этих условий (касающееся плотности излучения) начинает выполняться раньше, чем второе. Следовательно, запрещенные линии в спектре новой появляются при такой плотности вещества в оболочке, когда число спонтанных переходов в этих линиях становится сравнимым с числом ударов второго рода. Иными словами, в это время выполняется уравнение

$$A_{21} \approx n_e \sigma_{21} v, \quad (29.12)$$

где A_{21} — эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода в запрещенной линии, n_e — концентрация свободных электронов в оболочке, σ_{21} — эффективное поперечное сечение для ударов второго рода, v — средняя скорость свободного электрона.

Если для данной запрещенной линии величины A_{21} и σ_{21} известны, то, пользуясь формулой (29.12), можно найти концентрацию свободных электронов n_e в оболочке для того момента, когда эта линия появляется в спектре новой [до этого времени величина n_e больше значения, определенного формулой (29.12), а потом — меньше]. С другой стороны, для того же момента по скорости расширения оболочки и по промежутку времени, протекшему от начала вспышки, может быть оценен объем оболочки V . Это дает возможность определить массу оболочки по формуле

$$M = m_H V n_e \quad (29.13)$$

(так как число свободных электронов равно числу протонов, а водород находится в оболочке преимущественно в ионизованном состоянии).

Масса оболочки новой звезды может быть также найдена тем же способом, который применяется для определения масс газовых туманностей. Этот способ основан на использовании свечения оболочки в водородных линиях, возникающих, как мы знаем, в результате фотоионизаций и последующих рекомбинаций. В § 24, при использовании теоретических выражений для интенсивностей бальмеровских линий, была получена следующая формула для массы оболочки:

$$M = CV\sqrt{LV}, \quad (29.14)$$

где L — светимость оболочки в видимой части спектра и C — некоторая постоянная.

Применение указанных способов к определению масс оболочек новых звезд приводит к значениям порядка 10^{28} — 10^{29} г. Иными словами, при каждой вспышке новой выбрасывается масса порядка 10^{-5} — 10^{-4} массы Солнца.

В небулярной стадии новой звезды можно также легко определить электронную температуру оболочки. Наиболее простой путь для этого — использование наблюдаемого отношения интенсивностей линий $N_1 + N_2$ и $\lambda 4363 \text{ \AA}$, принадлежащих дважды ионизованному кислороду. Запрещенные линии в спектрах новых возбуждаются электронным ударом и их интенсивности зависят от электронной температуры T_e и электронной концентрации n_e . Однако когда плотность оболочки оказывается настолько малой, что спонтанные переходы совершаются гораздо чаще ударов второго рода, отношение интенсивностей указанных линий зависит только от T_e и, как показано в § 25, определяется формулой (25.22). В спектрах новых звезд, как и в спектрах газовых туманностей, линии N_1 и N_2 обычно гораздо ярче линии $\lambda 4363 \text{ \AA}$ (примерно в 100 раз). Поэтому для электронных температур оболочек получаются значения порядка 10 000 К.

Следует, однако, отметить, что в начале небулярной стадии линии N_1 и N_2 оказываются слабее линии $\lambda 4363 \text{ \AA}$. Объясняется это тем, что во время появления запрещенных линий в спектре новой роль ударов второго рода еще велика. Допустим, например, что удары второго рода преобладают над спонтанными переходами. Тогда населенности энергетических уровней атома определяются формулой Больцмана и отношение интенсивностей рассматриваемых линий дается формулой (25.24). Из этой формулы видно, что линии N_1 и N_2 будут действительно слабее линии $\lambda 4363 \text{ \AA}$, если только температура оболочки не очень мала.

Интересные сведения об оболочках новых звезд можно получить на основании изучения профилей эмиссионных линий в их спектрах. В небулярной стадии оболочка прозрачна для излучения в линиях, вследствие чего анализ профилей линий существенно упрощается. Так как скорости расширения оболочек гораздо больше средней скорости теплового движения атомов, то профили эмис-

сионных линий определяются в основном движением оболочки. Как было показано в § 28, в том случае, когда оболочка обладает сферической симметрией и все ее слои движутся с одинаковой скоростью, профиль эмиссионной линии является прямоугольным. Подобные профили линий действительно наблюдаются у ряда новых, что говорит о приближительной сферичности их оболочек. Однако обычно эмиссионные линии в спектрах новых имеют весьма сложную структуру. В частности, в некоторых случаях (например, в спектре Новой Геркулеса 1934 г.) эмиссионные линии как бы раздваиваются, т. е. имеют седлообразный вид. Как мы уже знаем, такие профили не могут быть объяснены дисперсией скоростей в сферически-симметричной оболочке. Поэтому надо заключить, что оболочки некоторых новых не обладают сферической симметрией, т. е. выбрасывание вещества из звезды происходит с неодинаковой интенсивностью в разных направлениях.

Указанное заключение подтверждается фотографиями оболочек новых, на которых видны отдельные сгустки вещества в оболочках. Первоначально такие сгустки были обнаружены в оболочке Новой Живописца 1925 г. (и на основании этого была сделана не оправдавшаяся потом гипотеза об образовании кратных звезд при вспышках новых). Два ярких сгустка наблюдались также в оболочке Новой Геркулеса 1934 г. Движением этих сгустков с разными лучевыми скоростями объясняется раздвоение эмиссионных линий в спектре новой.

Для интерпретации отклонений от сферичности оболочек новых звезд Э. Р. Мустелем было высказано предположение о сильных магнитных полях этих звезд. Если, например, считать, что поле имеет характер диполя, то выброшенный из звезды ионизованный газ будет испытывать наименьшее торможение в полярных направлениях, где газ движется примерно по силовым линиям. Поэтому количество выброшенного вещества в полярных направлениях будет наибольшим.

Можно также думать, что отклонение оболочек новых звезд от сферичности вызывается вхождением этих звезд в тесные двойные системы. Согласно В. Г. Горбацкому, выброшенная при вспышке оболочка взаимодействует с веществом, которое непрерывно истекает из системы и концентрируется в орбитальной плоскости. В результате этого взаимодействия оболочка тормозится в орбитальной плоскости и расширяется без заметного торможения в перпендикулярном направлении.

5. Новая Геркулеса 1934 г. Одной из наиболее интересных и хорошо изученных новых является Новая Геркулеса 1934 г. Ее нужно отнести к «особенным» новым, так как по изменениям блеска и спектра она значительно отличается от большинства новых звезд.

Кривая блеска Новой Геркулеса 1934 г. изображена на рис. 40. Блеск звезды, возросший сначала с 14—15^m до 1^m,3 (22 декабря), затем медленно убывал в течение трех с лишним месяцев. В это

время спектр звезды принадлежал к классу F с эмиссионными линиями H, Fe II, Ca II и др. В апреле 1935 г. блеск новой быстро упал до $13^m,1$, затем поднялся приблизительно на 7^m , после чего стал снова медленно убывать. После апрельского минимума спектр новой стал типичным для газовых туманностей. Увеличение интенсивностей линий этого спектра и обусловило возрастание блеска новой на семь звездных величин.

Объяснение изменений блеска и спектра Новой Геркулеса 1934 г. заключается в следующем. В течение первых трех месяцев

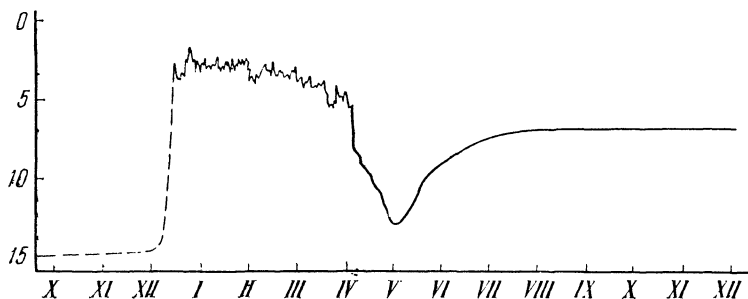


Рис. 40

после начала вспышки происходило мощное выбрасывание вещества из звезды, приведшее к образованию вокруг нее очень протяженной оболочки. Однако самые внешние части оболочки в этот период не светились, так как до них не доходило ультрафиолетовое излучение звезды. Это излучение поглощалось ближайшими к звезде слоями оболочки, которые перерабатывали его в излучение более низких частот в непрерывном спектре, т. е. играли роль протяженной фотосферы. В апреле мощность истечения вещества из звезды внезапно упала, протяженная фотосфера рассеялась и блеск новой в видимой части спектра сильно уменьшился. При этом открылась очень горячая звезда (с температурой около 70 000 K), под действием ультрафиолетового излучения которой началось свечение самых внешних, разреженных частей оболочки, аналогично свечению газовых туманностей, благодаря чему блеск новой в видимой части спектра стал опять возрастать. Этот процесс возрастания блеска новой продолжался до тех пор, пока интенсивность эмиссионных линий спектра оболочки не пришла в соответствие с ультрафиолетовым излучением звезды. Дальнейшее медленное ослабление блеска новой связано с постепенным рассеянием небулярной оболочки.

Большой интерес представляет рассмотрение свечения оболочки Новой Геркулеса после апрельского минимума блеска. Дело в том, что в теоретической астрофизике обычно делается предположение о существовании в звездных оболочках лучистого равнове

сия. Даже в тех случаях, когда изменение физических условий в оболочках происходит очень быстро, все-таки считается, что лучистое равновесие успевает установиться. Иначе говоря, развитие оболочки мыслится как прохождение через последовательность равновесных состояний. Однако в некоторых случаях оболочки светятся при отсутствии лучистого равновесия. Одним из наиболее ярких примеров такого свечения и является оболочка Новой Геркулеса после минимума блеска в апреле. Мы уже видели, что хотя в момент минимума блеска до небулярной оболочки и доходили ультрафиолетовые кванты звезды, она еще не светила. Лучистое равновесие в этот момент явно отсутствовало. В дальнейшем развитие оболочки шло в направлении установления лучистого равновесия. Процесс этот можно считать закончившимся лишь к моменту вторичного максимума блеска.

Займемся теоретической интерпретацией свечения оболочки Новой Геркулеса после апрельского минимума блеска. Для простоты рассмотрим водородную оболочку постоянной плотности. Допустим, что оболочка обладает сферической симметрией, причем ее толщина значительно меньше ее расстояния от звезды ($r_2 - r_1 \ll r_1$).

Пусть $n_1(r, t)$ и $n^+(r, t)$ — соответственно число нейтральных и ионизованных атомов в 1 см^3 на расстоянии r от звезды в момент t , а n — общее число атомов водорода в 1 см^3 , так что

$$n_1(r, t) + n^+(r, t) = n. \quad (29.15)$$

В начальный момент времени, за который мы примем момент внезапного увеличения температуры звезды, все атомы оболочки не ионизованы, т. е. $n_1(r, 0) = n$ и $n^+(r, 0) = 0$.

В дальнейшем происходит ионизация атомов при поглощении квантов, излучаемых звездой за границей лаймановской серии. Число таких квантов, падающих на 1 см^2 внутренней границы оболочки за 1 с, обозначим через H . Если обозначить через k коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом, то общее число ионизаций, происходящих за 1 с в 1 см^3 на расстоянии r от звезды в момент t , будет равно

$$n_1(r, t) k H e^{-\tau(r, t)},$$

где $\tau(r, t)$ — оптическое расстояние данного места от внутренней границы оболочки, т. е.

$$\tau(r, t) = \int_{r_1}^r n_1(r, t) k dr. \quad (29.16)$$

Наряду с ионизацией в оболочке идут также обратные процессы, т. е. рекомбинации. Число рекомбинаций на i -й уровень, происходящих за 1 с в 1 см^3 на расстоянии r от звезды в момент t , равно

$$n_e(r, t) n^+(r, t) C_i(T_e),$$

где $n_e(r, t)$ — число свободных электронов в 1 см^3 .

В каждом месте оболочки изменение числа ионов равно разности между числом ионизаций и числом рекомбинаций. Поэтому мы имеем

$$\frac{\partial n^+}{\partial t} = n_1 k H e^{-\tau} - n_e n^+ \sum_{i=2}^{\infty} C_i. \quad (29.17)$$

В уравнении (29.17) не учтены рекомбинации на первый уровень и ионизации под действием диффузного излучения оболочки, так как эти процессы компенсируют друг друга.

Таким образом, задача об определении изменения числа ионизованных атомов в оболочке сводится к решению уравнения (29.17) при условиях (29.15) и (29.16). Здесь мы не будем заниматься подробным решением этого уравнения, а приведем лишь некоторые результаты.

Пусть оптическая толщина оболочки за пределом лаймановской серии в начальный момент времени гораздо больше единицы, т. е. $\tau(r_2, 0) \gg 1$. Пусть, далее, излучение звезды настолько сильное, что оно способно создать в оболочке степень ионизации, значительно превосходящую единицу ($n^+/n_1 \gg 1$). В таком случае для каждого момента времени оболочка может быть разделена на две области: «ионизованную» ($n^+ \gg n_1$) и «неионизованную» ($n^+ \ll n_1$) с очень резкой границей между ними, и процесс постепенного усиления ионизации в оболочке может рассматриваться как перемещение границы между указанными областями. Приблизительно упомянутая граница находится там, где в данный момент $\tau \approx 1$. Такой результат вполне понятен, так как до тех пор, пока для рассматриваемого слоя $\tau \gg 1$, ионизирующее излучение звезды до него не доходит. Только тогда, когда благодаря ионизации ближайшей к звезде части оболочки ее оптическая толщина становится порядка единицы, начинается ионизация в этом слое.

Указанный результат позволяет легко найти, как меняется с течением времени общее число ионизованных атомов в оболочке, т. е. величина

$$N^+ = \int n^+ dV. \quad (29.18)$$

Проинтегрируем обе части уравнения (29.17) по всему объему оболочки. Обозначая через \bar{N} полное число квантов, излучаемых звездой за границей лаймановской серии в 1 с, получаем

$$\frac{dN^+}{dt} = \bar{N} - N^+ n \sum_{i=2}^{\infty} C_i. \quad (29.19)$$

Последний член в этом уравнении написан на основании соотношения

$$\int n_e n^+ dV = n N^+, \quad (29.20)$$

которое следует из того, что в ионизованной области $n_e \approx n$, а в неионизованной области $n_e \approx 0$.

Решение уравнения (29.19), удовлетворяющее начальному условию $N^+(0)=0$, имеет вид

$$N^+(t) = \bar{H} t_* \left(1 - e^{-\frac{t}{t_*}} \right), \quad (29.21)$$

где

$$t_* n \sum_2^{\infty} C_i = 1. \quad (29.22)$$

Величину t_* , определенную формулой (29.22), можно рассматривать как время установления лучистого равновесия. Как видно, оно тем больше, чем меньше плотность вещества в оболочке.

Чтобы оценить величину t_* , заметим, что для водорода $\sum_2^{\infty} C_i \approx 3 \cdot 10^{-13}$ (при $T_e = 10\,000$ К). Это значит, что когда $n \approx 10^{10} \text{ см}^{-3}$ величина t_* оказывается порядка нескольких минут. В оболочках новых в первый период после максимума блеска $n > 10^{10} \text{ см}^{-3}$. Поэтому можно считать, что установление лучистого равновесия в данном случае непосредственно следует за изменением физических условий в оболочке. Однако в случае Новой Геркулеса 1934 г. температура звезды внезапно возросла тогда, когда плотность вещества в оболочке была уже весьма малой. Именно поэтому установление лучистого равновесия в оболочке Новой Геркулеса затянулось приблизительно на месяц.

С помощью полученных формул можно найти изменение с течением времени полного количества энергии, излучаемой оболочкой в любой бальмеровской линии. Как мы знаем, количество энергии E_{k2} , излучаемой оболочкой при переходе $k \rightarrow 2$, дается формулой (28.30). Пользуясь соотношениями (29.20) и (29.21), вместо (28.30) находим

$$E_{k2} = A_{k2} h \nu_{2k} z_k n \bar{H} t_* \left(1 - e^{-\frac{t}{t_*}} \right). \quad (29.23)$$

Из наблюдений Новой Геркулеса были определены значения величин E_{k2} для ряда бальмеровских линий. Эти величины меняются со временем примерно так же, как блеск звезды (что вполне понятно, так как возрастание блеска и обусловлено в основном возрастанием энергии, излучаемой в линиях). Наблюдаемое изменение величин E_{k2} довольно хорошо представляется формулой (29.23). При этом для концентрации атомов в оболочке надо принять значение $n = 3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$.

Представляет интерес также изменение профилей эмиссионных линий в спектре Новой Геркулеса после апрельского минимума блеска. Как уже говорилось, эмиссионные линии в спектре этой новой были раздвоенными, что вызвано наличием в оболочке двух

сгустков материи, обладавших разными лучевыми скоростями. Наблюдения показали, что во время появления эмиссионных линий их красные компоненты были гораздо слабее фиолетовых компонент и обе компоненты сравнивались по интенсивности лишь во время вторичного максимума блеска. Такое поведение эмиссионных линий сначала казалось загадочным и для его объяснения было высказано несколько гипотез. Однако оно может быть легко объяснено на основе изложенного представления о свечении оболочки при отсутствии лучистого равновесия (точнее говоря, при помощи формулы (29.23)). Из наблюдений следует, что интенсивность фиолетовой компоненты росла быстрее интенсивности красной компоненты. Это значит, что лучистое равновесие в сгустке материи, приближавшемся к нам, устанавливалось быстрее, чем в удалявшемся от нас. Как мы уже выяснили, так обстоит дело тогда, когда плотность материи в сгустках различна (больше — в приближавшемся к нам и меньше — в удалявшемся от нас). Приведенное выше значение концентрации атомов в оболочке является некоторым средним значением для двух сгустков.

Знание концентрации атомов n и объема оболочки V дает возможность определить массу оболочки по формуле (29.13). Однако такой способ определения массы связан с некоторой неуверенностью вследствие возможных ошибок при оценке объема оболочки. Чтобы избежать оценки объема, можно поступить следующим образом. Умножим обе части соотношения (29.22) на n^+ и проинтегрируем по всему объему оболочки. В результате находим

$$t_* \int n_e n^+ \sum_2^{\infty} C_i dV = \int n^+ dV, \quad (29.24)$$

где мы заменили n на n_e , так как интегрирование, по существу, распространяется только на ионизованную область, а в ней $n_e \approx n^+ \approx n$. Но интеграл в правой части этого соотношения есть полное число ионов водорода в оболочке, а интеграл в левой части — полное число рекомбинаций на все уровни, начиная со второго. Последнее же число равно числу балмеровских квантов, излучаемых оболочкой за 1 с. Следовательно, мы имеем

$$t_* N_{\text{Ba}} = N^+. \quad (29.25)$$

Формула (29.25) по наблюдаемым значениям величин t_* и N_{Ba} позволяет определить величину N^+ для любого момента времени t . Применяя эту формулу к моменту вторичного максимума блеска, мы получаем полное число атомов водорода в оболочке (если считать, что к этому моменту во всей оболочке $n^+ \gg n_1$). При помощи формулы (29.25) было найдено, что в оболочке Новой Геркулеса полное число атомов водорода равно $1,4 \cdot 10^{52}$, а значит, ее масса равна $2,3 \cdot 10^{28}$ г.

Формула (29.23) определяет изменение с течением времени не только интенсивностей линий водорода, но и интенсивностей линий

других атомов, возникающих в результате фотоионизаций и рекомбинаций. Иначе ведут себя запрещенные линии, свечение в которых возбуждается электронным ударом, так как интенсивности этих линий существенно зависят от электронной температуры оболочки.

Как мы видели в § 23, уровень электронной температуры определяется в основном энергией, получаемой свободными электронами при фотоионизациях, и энергией, теряемой ими при столкновениях. Так как при малой плотности вещества в оболочке столкновения происходят редко, то установление равновесной температуры может затянуться на длительное время. Решение задачи об изменении электронной температуры оболочки с течением времени позволило интерпретировать поведение запрещенных линий в спектре Новой Геркулеса в тот период, когда в оболочке отсутствовало лучистое равновесие (см. [2]).

6. Новые звезды через много лет после вспышки. Через несколько десятков лет после вспышки оболочка новой в значительной мере рассеивается и блеск звезды становится близким к тому, какой она имела до вспышки. Изучение звезды в этот период (возможное только с помощью самых крупных телескопов) привело к очень интересным результатам. Особенно большое значение имеет открытие двойственности некоторых новых, что дает возможность определить их массы.

Впервые двойственность была обнаружена у Новой Геркулеса 1934 г. (Уокером в 1954 г.). Наблюдения показали, что звезда является затменной переменной с периодом 4 часа 39 минут. В главном минимуме блеска холодная звезда закрывает горячую звезду (которая, по-видимому, и вспыхивает в виде новой). Отсутствие сведений о холодной звезде не позволяет точно определить массы компонент; по всей вероятности, масса горячей звезды составляет около 0,25 массы Солнца.

В спектре Новой Геркулеса в рассматриваемый период наблюдаются эмиссионные линии, возникающие частично в очень разреженной оболочке, выброшенной при вспышке 1934 г., и частично в более плотной оболочке, окружающей звезду. Спектр последней оболочки существенно меняется вместе с фазой затмения. Изучение изменений этого спектра показало, что упомянутую оболочку можно представить себе в виде «диска», вращающегося вокруг горячей звезды со скоростью порядка 500 км/с. По-видимому, этот «диск» образуется в результате истечения вещества из холодной звезды. По распределению энергии в непрерывном спектре было найдено, что температура горячей звезды около 80 000 К. Радиус звезды, определенный на основании температуры и светимости, оказывается близким к радиусам белых карликов. Удивительной особенностью горячей звезды является тот факт, что она испытывает небольшие колебания блеска с очень строгим периодом, равным приблизительно 71 секунде.

После обнаружения двойственности Новой Геркулеса 1934 г. были подробно исследованы и некоторые другие звезды, вспыхивавшие в виде новых, и все они оказались входящими в двойные системы. На этом основании было высказано предположение, что двойственность звезды — необходимое условие вспышки (см. [10]).

В качестве конкретного механизма вспышки принимается аккреция вещества на белый карлик от холодной звезды. Так как в белых карликах содержится очень мало водорода, то в них почти не происходят ядерные реакции. Когда же на белый карлик падает вещество от холодной звезды, то у него образуется оболочка, богатая водородом. Постепенно масса оболочки возрастает, а с ней растет и температура ее глубоких слоев. По достижении массой критического значения (порядка 10^{29} г) в этих слоях начинаются ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. В результате происходит взрыв, приводящий к отделению оболочки от звезды. После сбрасывания одной оболочки начинается наращивание другой, а затем и она сбрасывается. Так объясняется многократность вспышек звезды в виде новой.

Изложенная точка зрения на причину вспышек подтверждается детальным изучением бывших новых звезд через много лет после вспышки, т. е. в период между вспышками. Так как некоторые из этих звезд оказались затменными переменными, то по изменениям их блеска и спектра было сделано заключение о наличии в них газовых потоков. В первом приближении эти потоки имеют форму диска, подобного тому, который впервые был обнаружен в случае Новой Геркулеса 1934 г. По интенсивностям и профилям эмиссионных линий были определены плотности и скорости вещества в газовых потоках. Было также оценено количество вещества, переносимого потоком от холодной звезды к белому карлику за единицу времени. Оно оказалось порядка $10^{-8} M_{\odot}$ в год, т. е. достаточным для образования оболочки критической массы за несколько тысяч лет (подробнее см. [11]).

§ 30. Движение и свечение оболочек

1. Энергия, выделяемая при вспышке. В предыдущем параграфе мы занимались в основном интерпретацией изменений спектра новой звезды, вызванных удалением от звезды выброшенной оболочки. Теперь рассмотрим вопросы, связанные с выбрасыванием вещества и выделением энергии при вспышке.

Найдем сначала полную энергию, выделяемую при вспышке новой звезды. Эта энергия складывается из трех частей: 1) лучистой, 2) кинетической энергии оболочки и 3) энергии отрыва оболочки от звезды.

Лучистая энергия определяется по формуле

$$E_{\text{луч}} = \int L(t) dt, \quad (30.1)$$

где $L(t)$ — светимость новой, а интегрирование распространяется на весь период вспышки. Для каждой новой интеграл (30.1) может быть вычислен с помощью кривой блеска. Оказывается, что $E_{\text{луч}} \approx \approx 10^{45} - 10^{46}$ эрг.

Кинетическая энергия равна

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} M v^2. \quad (30.2)$$

Принимая для массы оболочки M значение порядка $10^{28} - 10^{29}$ г, а для ее скорости v — значение порядка 1000 км/с, получаем, что $E_{\text{кин}} \approx 10^{44} - 10^{45}$ эрг.

Для вычисления энергии отрыва оболочки от звезды надо воспользоваться формулой

$$E_{\text{отр}} = G \frac{M_* M}{r_*}, \quad (30.3)$$

где G — постоянная тяготения, M_* — масса звезды и r_* — ее радиус. Считая, что $M_* \approx M_{\odot}$ и $r_* \approx 0,1 r_{\odot}$, находим: $E_{\text{отр}} \approx 10^{44} - 10^{45}$ эрг.

Таким образом, при вспышке новой выделяется весьма большое количество энергии (порядка $10^{45} - 10^{46}$ эрг). Для сравнения можно отметить, что Солнце излучает такую же энергию за время $10^5 - 10^6$ лет.

Очень важен вопрос об источниках энергии, выделяемой при вспышке новой. Для решения указанного вопроса определим физические условия в слое отрыва оболочки от звезды. При этом будем считать известной массу оболочки M . Принимая, что оболочка состоит в основном из водорода, имеем

$$M = 4\pi r_*^2 m_{\text{H}} \int_{r_*}^{\infty} n dr, \quad (30.4)$$

где r_* — радиус слоя отрыва и n — концентрация водородных атомов в оболочке.

Для вычисления интеграла (30.4) нам надо знать зависимость n от r . Эта зависимость дается в теории фотосфер (см. § 4). Так как температура в оболочке очень высока, то для объемного коэффициента поглощения мы возьмем выражение

$$\alpha = C \frac{n^2}{T^{7/2}}, \quad (30.5)$$

где C — некоторая постоянная (порядка 10^{-23}). В таком случае из формул (4.51) и (4.52) следует, что

$$n = n_* \left(\frac{T}{T_*} \right)^{13/4} \quad (30.6)$$

и

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{2}{17} \frac{m_{\text{H}} g}{k}, \quad (30.7)$$

где n_* и T_* — значения n и T в слое отрыва, g — ускорение силы тяжести на поверхности звезды, k — постоянная Больцмана. Подставляя (30.6) в (30.4) и пользуясь (30.7), получаем

$$M = 8\pi r_*^2 \frac{k}{g} n_* T_*. \quad (30.8)$$

Формула (30.8) дает одну зависимость между искомыми величинами n_* и T_* . Для нахождения другой зависимости между ними мы можем воспользоваться соотношением

$$T_*^4 = T_0^4 \left(1 + \frac{3}{2} \tau_*\right), \quad (30.9)$$

где T_0 — поверхностная температура звезды и τ_* — оптическая глубина слоя отрыва, т. е.

$$\tau_* = \int_{r_*}^{\infty} \alpha dr. \quad (30.10)$$

Подставляя в (30.10) выражение (30.5) и учитывая (30.6) и (30.7), имеем

$$\tau_* = \frac{17}{8} \frac{Ck}{m_H g} \frac{n_*^2}{T_*^{5/2}}. \quad (30.11)$$

Соотношения (30.8), (30.9) и (30.11) дают возможность определить величины n_* , T_* и τ_* . Принимая, что $T_0 = 50\,000$ К, $r_* = 10^{10}$ см, $g = 10^7$ см/с², $M = 10^{28}$ г (эти значения следует считать наиболее вероятными), находим

$$n_* \approx 5 \cdot 10^{22} \text{ г/см}^3, \quad T_* \approx 5 \cdot 10^6 \text{ К}, \quad \tau_* \approx 10^8.$$

Одним из источников свечения новой является энергия, заключенная в оболочке в начале вспышки. Эта энергия складывается из тепловой, лучистой и ионизационной. По мере расширения оболочки заключенная в ней энергия выходит наружу в виде излучения, т. е. оболочка высвечивается.

Количество тепловой энергии в оболочке дается формулой

$$E_{\text{тепл}} = 4\pi r_*^2 \frac{3}{2} k \cdot 2 \int_0^{T_*} nT \left(-\frac{dT}{dT}\right) dT, \quad (30.12)$$

где $2n$ — полное число частиц (протонов и свободных электронов) в 1 см³. При помощи формул (30.6) — (30.8) получаем

$$E_{\text{тепл}} = \frac{17}{7} k T_* \frac{M}{m_H}. \quad (30.13)$$

Считая, что $T_* \approx 5 \cdot 10^6$ К и $M \approx 10^{28} - 10^{29}$ г, находим $E_{\text{тепл}} \approx 10^{43} - 10^{44}$ эрг.

Количество лучистой энергии в оболочке равно

$$E_{\text{изл}} = 4\pi r_*^2 a \int_0^{T_*} T^4 \left(-\frac{dr}{dT} \right) dT, \quad (30.14)$$

или, при учете (30.7),

$$E_{\text{изл}} = 4\pi r_*^2 \frac{17}{10} \frac{kaT_*^5}{gm_H}. \quad (30.15)$$

Принимая для величин r_* , T_* , g приведенные выше значения, получаем $E_{\text{изл}} \approx 10^{42}$ эрг. Следовательно, количество лучистой энергии в оболочке значительно меньше количества тепловой энергии.

Количество ионизационной энергии в оболочке (переходящей в излучение при падении степени ионизации) также мало по сравнению с количеством тепловой энергии. Это следует из того, что при температурах порядка миллиона градусов энергия ионизации наиболее распространенных элементов (водорода и гелия) мала по сравнению с kT .

Таким образом, внутренняя энергия оболочки (находящаяся, как выяснено, преимущественно в форме тепловой энергии) оказывается порядка 10^{43} — 10^{44} эрг. Эта энергия излучается при расширении оболочки. Однако она составляет лишь небольшую долю полной энергии, излучаемой при вспышке новой. Как мы увидим дальше, внутренняя энергия оболочки играет некоторую роль в ее свечении только в первый период вспышки.

Другим источником свечения новой является излучение звезды после отрыва от нее оболочки. Так как температура слоя отрыва очень высока, то светимость звезды сразу после отрыва оболочки должна быть очень большой. Однако такая светимость не соответствует энергии, вырабатываемой внутри звезды, и поэтому температура звезды должна постепенно убывать. Этот процесс усложняется непрерывным истечением вещества из звезды. Оценка энергии, излучаемой звездой после отрыва оболочки, весьма трудна, однако несомненно, что через некоторое время после начала вспышки оболочка светится за счет именно этой энергии.

Наконец, источником свечения новой может служить и дополнительная энергия, выделяемая при вспышке, т. е. энергия взрыва. За счет этой энергии происходит отрыв оболочки от звезды и последующее ее расширение. Как мы видели, на это тратится энергия, равная 10^{44} — 10^{45} эрг. Если такая же по порядку часть энергии взрыва переходит в излучение, то она может играть существенную роль в свечении новой.

2. Интерпретация кривой блеска. Знание источников свечения новой и закона расширения оболочки позволяет в принципе определить изменение светимости оболочки с течением времени, т. е. построить теоретическую кривую блеска новой. При этом надо иметь в виду существенное различие в механизмах свечения обо-

лочки до момента максимума блеска и после него. В период возрастания блеска светимость оболочки обусловлена излучением в непрерывном спектре, т. е. оболочка является фотосферой. В эпоху максимума блеска оптическая толщина оболочки в непрерывном спектре становится порядка единицы и в спектре новой появляются яркие линии. Относительная роль ярких линий в свечении оболочки постепенно возрастает и через некоторое время оказывается преобладающей.

Мы сейчас остановимся на периоде от начала вспышки до момента максимума блеска. В этот период физические условия в оболочке меняются со временем чрезвычайно быстро. В частности, оптическая толщина оболочки убывает от значения порядка 10^8 до значения порядка единицы. Поэтому для определения изменения светимости оболочки с течением времени должна быть решена очень трудная задача о переносе излучения в среде с меняющимися оптическими свойствами. Строго говоря, эти свойства не являются даже заданными, а в свою очередь зависят от поля излучения, однако это обстоятельство мы не будем учитывать.

Стоящая перед нами задача может быть сформулирована так. Пусть свечение оболочки происходит как за счет энергии, находившейся в ней в начале вспышки, так и за счет излучения звезды после отрыва оболочки. Начальную энергию оболочки обозначим через E , а светимость звезды через $L_*(t)$, где t — время, отсчитываемое от начала вспышки. Пусть $r(t)$ — радиус оболочки и $\tau_0(t)$ — ее оптическая толщина. Все перечисленные величины считаются заданными. Требуется определить светимость оболочки $L(t)$.

Для упрощения задачи будем считать, что толщина оболочки мала по сравнению с ее радиусом, и пренебрежем временем пребывания излучения в самой оболочке по сравнению с временем пребывания его в полости, созданной оболочкой. Иными словами, процесс диффузии излучения в оболочке заменим процессом перемещения фотонов в упомянутой полости при почти мгновенном отражении их от оболочки. При допущении о существовании в самой оболочке лучистого равновесия вероятность отражения от нее фотона равна $\frac{\tau_0(t)}{1 + \tau_0(t)}$, а вероятность прохождения фотона через оболочку равна $\frac{1}{1 + \tau_0(t)}$. В начале вспышки величина $\tau_0(t)$ очень

велика, вследствие чего каждый фотон до своего прохождения через оболочку испытывает огромное число перемещений в полости. С течением времени величина $\tau_0(t)$ убывает, процесс выхода фотонов из полости наружу ускоряется и светимость оболочки возрастает.

Для определения светимости оболочки $L(t)$ следует рассмотреть изменение с течением времени количества энергии в полости, созданной оболочкой. Возрастание количества энергии в полости происходит за счет излучения звезды, убывание — за счет выхода

излучения из оболочки наружу. На основании закона сохранения энергии получаем

$$L_*(t) - L(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{4}{3} \pi r^3(t) \rho(t) \right], \quad (30.16)$$

где $\rho(t)$ — плотность излучения в полости (не зависящая, очевидно, от места).

Плотность излучения $\rho(t)$ легко можно связать со светимостью оболочки $L(t)$. Если обозначить через $I_1(t)$ и $I_2(t)$ интенсивности излучения, отраженного и пропущенного оболочкой соответственно, то мы имеем

$$I_1(t) = \tau_0(t) I_2(t). \quad (30.17)$$

Но плотность излучения $\rho(t)$ равна

$$\rho(t) = \frac{4\pi}{c} I_1(t), \quad (30.18)$$

а светимость оболочки $L(t)$ связана с величиной $I_2(t)$ соотношением

$$I_2(t) = \frac{L(t)}{4\pi^2 r^2(t)}. \quad (30.19)$$

Поэтому получаем

$$\rho(t) = \frac{L(t) \tau_0(t)}{\pi c r^2(t)}. \quad (30.20)$$

Подстановка (30.20) в (30.16) приводит к следующему уравнению для определения $L(t)$:

$$L_*(t) - L(t) = \frac{4}{3c} \frac{d}{dt} [\tau_0(t) r(t) L(t)]. \quad (30.21)$$

Очевидно, что решение уравнения (30.21) должно удовлетворять условию

$$\int_0^\infty L(t) dt = E + \int_0^\infty L_*(t) dt. \quad (30.22)$$

Такое решение имеет вид

$$L(t) = \frac{3c}{4\tau_0(t) r(t)} \left[E e^{-\frac{3c}{4} \int_0^t \frac{dt'}{\tau_0(t') r(t')}} + \int_0^t L_*(t') e^{-\frac{3c}{4} \int_{t'}^t \frac{dt''}{\tau_0(t'') r(t'')}} dt' \right]. \quad (30.23)$$

Для вычисления светимости оболочки $L(t)$ по формуле (30.23) надо знать величины $r(t)$ и $\tau_0(t)$. Для примера мы примем

$$r = vt, \quad \tau_0 = \tau_* \left(\frac{r_*}{r} \right)^k. \quad (30.24)$$

где k — некоторый параметр. Тогда вместо формулы (30.23) получаем

$$L(t) = kbt^{k-1} \left[Ee^{-bt^k} + \int_0^t L_*(t') e^{-b(t^k - t'^k)} dt' \right], \quad (30.25)$$

где обозначено

$$b = \frac{3cv^{k-1}}{4k\tau_* r_*^k}. \quad (30.26)$$

Допустим сначала, что оболочка светится только за счет своей внутренней энергии, т. е. $L_*(t) = 0$. В этом случае из формулы (30.25) видно, что светимость оболочки сначала растет, а затем убывает (если $k > 1$). Легко получить, что светимость достигает максимума при значении оптической толщины оболочки, равном

$$\tau_0 = \frac{3}{4(k-1)} \frac{c}{v}. \quad (30.27)$$

Полагая $v \approx 1000$ км/с и $k=2$, из формулы (30.27) находим $\tau_0 \approx 200$. Когда оптическая толщина оболочки становится в несколько раз меньше этого значения, высвечивание оболочки в основном завершается.

Рассмотрение формулы (30.25) в общем виде показывает, что когда светимость звезды $L_*(t)$ убывает, то светимость оболочки $L(t)$ сначала возрастает [примерно до тех пор, пока τ_0 не уменьшится до значения, даваемого формулой (30.27)], а затем убывает, постепенно приближаясь к светимости звезды $L_*(t)$ (рис. 41).

Для сравнения теории с наблюдениями целесообразно перейти от светимости оболочки к величинам, которые непосредственно получаются из наблюдений. Такими величинами являются визуальный блеск новой и ее эффективная температура (или соответствующий спектральный класс).

Эффективная температура оболочки $T_e(t)$ определяется известным соотношением

$$L(t) = 4\pi r^2(t) \sigma T_e^4(t), \quad (30.28)$$

из которого видно, что величина $T_e(t)$ с течением времени медленно убывает (если только светимость оболочки не возрастает быстрее, чем r^2).

Будем считать, что распределение энергии в спектре оболочки дается формулой Планка. В таком случае абсолютная визуальная

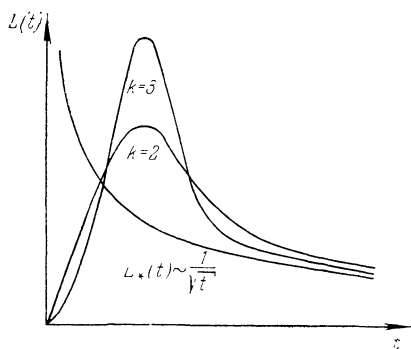


Рис. 41

величина оболочки определяется формулой

$$M_v(t) = -0,08 - 5 \lg r(t) + \frac{29500}{T_e(t)} + 2,5 \lg \left(1 - e^{-\frac{27000}{T_e(t)}} \right), \quad (30.29)$$

в которую надо подставить T_e из (30.28).

Из формулы (30.29) следует, что с течением времени должно происходить быстрое возрастание визуального блеска новой, вызванное быстрым увеличением поверхности оболочки при сравнительно медленном падении температуры. Интересно отметить, что возрастание визуального блеска может происходить даже при убывании полной светимости (так как увеличение поверхности оболочки не компенсируется уменьшением температуры).

Как показывают вычисления по приведенным формулам, визуальный блеск оболочки сначала быстро возрастает, затем испытывает задержку (обусловленную высвечиванием оболочки в это время) и после нее возрастает более медленно при убывающей полной светимости. Этот процесс продолжается до достижения главного максимума блеска, когда оптическая толщина оболочки становится порядка единицы. После этого оболочка поглощает уже не все излучение звезды, как раньше, а убывающую с течением времени часть его, вследствие чего блеск новой падает.

Изложенные теоретические выводы в общих чертах подтверждаются наблюдательными данными. Наблюдения действительно показывают, что с ростом блеска новой происходит медленное уменьшение температуры. Вместе с тем перед главным максимумом блеска у ряда новых наблюдалась задержка в возрастании блеска или даже его небольшое падение.

Однако для достижения лучшего согласия теории с наблюдениями надо, по-видимому, считать, что светимость оболочки и после задержки в возрастании блеска продолжает увеличиваться. Как будет показано ниже, это, возможно, связано с выбрасыванием вещества из звезды, которое начинается после отрыва оболочки.

3. Выбрасывание вещества из звезды. После отрыва оболочки от звезды обнажаются очень горячие слои звезды, находящиеся в неустойчивом состоянии. Под действием силы давления излучения должно начаться истечение вещества из звезды. Когда оптическая толщина оболочки в непрерывном спектре становится меньше единицы, этот процесс непосредственно наблюдается. О нем можно судить по так называемому диффузно-искровому спектру, появляющемуся после максимума блеска новой. Смещение линий этого спектра свидетельствует о том, что скорость истечения вещества из звезды превосходит скорость движения оболочки.

Очевидно, что истечение вещества из звезды должно приводить к увеличению светимости новой. Это вызывается как высвечиванием выброшенного вещества, так и более медленным остыванием поверхностных слоев самой звезды. Вместе с тем при столкновении

выброшенного вещества с оболочкой часть кинетической энергии переходит в тепловую энергию, а затем в излучение.

Сейчас мы рассмотрим задачу о движении оболочки, которую догоняет выбрасываемое из звезды вещество. При этом определим как изменение скорости движения оболочки, так и количество кинетической энергии, переходящей в излучение (подробнее см. [2]).

Пусть в некоторый фиксированный момент времени t_0 оболочка имеет массу M_0 и скорость v_0 . Предположим, что после отрыва оболочки происходит истечение вещества из звезды с постоянной скоростью u , причем количество вещества, выбрасываемого за 1 с, равно au . Мы считаем, что $u > v_0$, и поэтому с течением времени масса оболочки M и ее скорость v должны возрастать.

Чтобы найти зависимость M и v от времени t , надо написать уравнение движения оболочки. Обозначая через q массу вещества, присоединяющегося к оболочке за 1 с, имеем

$$\frac{d(Mv)}{dt} = qu \quad (30.30)$$

и

$$q = \frac{dM}{dt} = a(u - v). \quad (30.31)$$

Полученные уравнения решаются весьма просто. Подставляя в (30.30) $q = dM/dt$ и интегрируя, находим

$$M(u - v) = M_0(u - v_0). \quad (30.32)$$

Вводя M из (30.32) в (30.31), имеем

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{u - v} \right) = \frac{a(u - v)}{M_0(u - v_0)}. \quad (30.33)$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$v = u - \frac{u - v_0}{\sqrt{1 + \frac{2a}{M_0}(u - v_0)(t - t_0)}}. \quad (30.34)$$

Формула (30.34) определяет искомую скорость движения оболочки. Подставляя v из (30.34) в (30.32), получаем следующее выражение для массы оболочки в зависимости от t :

$$M = M_0 \sqrt{1 + \frac{2a}{M_0}(u - v_0)(t - t_0)}. \quad (30.35)$$

Пользуясь формулой (30.35), мы можем определить количество вещества, присоединившегося к оболочке за время $t - t_0$, т. е. величину $Q = M - M_0$. Эта величина при помощи формулы (30.32) может быть также представлена в виде

$$Q = M \frac{v - v_0}{u - v_0}. \quad (30.36)$$

Обратимся теперь к рассмотрению изменений энергии оболочки. Кинетическая энергия вещества, присоединившегося к оболочке за время $t-t_0$, равна $\frac{1}{2}Qu^2$. Часть этой энергии идет на увеличение кинетической энергии оболочки, которая за то же время меняется от значения $\frac{1}{2}M_0v_0^2$ до значения $\frac{1}{2}Mv^2$. За счет другой же части происходит возрастание внутренней энергии оболочки, переходящей затем в излучение. Очевидно, что увеличение внутренней энергии оболочки равно

$$\Delta E = \frac{1}{2} M_0 v_0^2 + \frac{1}{2} Qu^2 - \frac{1}{2} Mv^2. \quad (30.37)$$

Пользуясь формулами (30.32) и (30.36), получаем

$$\Delta E = \frac{1}{2} M (u-v)(v-v_0). \quad (30.38)$$

Эта формула и определяет искомую энергию, излучаемую оболочкой в результате столкновений с выбрасываемым из звезды веществом.

Для вычисления по приведенным формулам изменений скорости, массы и внутренней энергии оболочки надо иметь данные о скорости истечения вещества из звезды u и мощности истечения au . Очевидно, что до момента максимума блеска таких данных у нас нет. После этого момента становится наблюдаемым диффузно-искровой спектр и по смещениям линий этого спектра определяется скорость u . Вместе с тем после максимума блеска наблюдается увеличение смещений абсорбционных линий главного спектра, которое может быть истолковано как возрастание скорости движения оболочки под воздействием вещества, выбрасываемого из звезды. Наблюдения позволяют найти скорость v_0 в момент t_0 , за который можно принять момент максимума блеска, и скорость v в некоторый момент t . Масса оболочки может быть определена одним из способов, указанных в предыдущем параграфе. Все это дает возможность вычислить по формулам (30.36) и (30.38) количество вещества, выбрасываемого звездой, и количество кинетической энергии, переходящей в излучение, за некоторое время после максимума блеска. Эти результаты можно экстраполировать и на период до максимума блеска. При этом получается, что энергия ΔE должна играть существенную роль в свечении новой в указанный период.

4. Движение оболочки в межзвездной среде. При расширении оболочки новой ее масса возрастает не только за счет вещества, выбрасываемого из звезды и догоняющего оболочку, но и за счет межзвездного вещества, захватываемого оболочкой. Так как плотность межзвездной среды очень мала, то ее влияние на движение оболочки сказывается лишь на поздней стадии развития оболочки. Сейчас мы остановимся на этой стадии, причем уже не будем учитывать поступление вещества из звезды в оболочку.

Допустим, что новая вспыхнула в однородной среде с плотностью ρ . Если в момент вспышки масса оболочки равна M_0 , то на расстоянии r от звезды она станет равной

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho + M_0.$$

На основании закона сохранения количества движения имеем

$$\left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho + M_0 \right) v = M_0 v_0, \quad (30.39)$$

где v_0 — скорость оболочки в начальный момент и v — скорость оболочки на расстоянии r от звезды.

Подставляя в уравнение (30.39) dr/dt вместо v и интегрируя, получаем

$$\frac{1}{3} \pi r^4 \rho + M_0 r = M_0 v_0 t, \quad (30.40)$$

где t — время, прошедшее от начала вспышки. Соотношение (30.40) определяет радиус оболочки r в зависимости от времени t .

Чтобы найти, как меняется скорость расширения оболочки с течением времени, надо воспользоваться формулами (30.39) и (30.40). Найдем, например, промежуток времени, в течение которого скорость уменьшится вдвое. Из (30.39) видно, что v будет равно $\frac{1}{2}v_0$, когда

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho = M_0. \quad (30.41)$$

Подставляя (30.41) в (30.40), для искомого промежутка времени получаем

$$t = \frac{5}{4v_0} \left(\frac{3M_0}{4\pi\rho} \right)^{1/3}, \quad (30.42)$$

В таблице 48 даны промежутки времени, в течение которых скорость оболочки уменьшается соответственно в два и сто раз, а также радиусы оболочки в моменты достижения указанных скоростей.

Таблица 48

Торможение оболочек под действием сопротивления межзвездной среды

M_0/M_\odot	10^{-5}		10^{-4}		10	
v/v_0	0,5	0,01	0,5	0,01	0,5	0,01
t в годах	48	4500	102	9800	4800	450 000
r в парсеках	0,04	0,18	0,08	0,38	3,8	17,6

Для плотности межзвездной среды принято ее среднее значение $\rho = 3 \cdot 10^{-24}$ г/см³, а для начальной скорости оболочки $v_0 = 1000$ км/с. Таблица составлена для трех значений массы оболочки: 10^{-5} , 10^{-4} и 10 масс Солнца.

Оорт, впервые занимавшийся рассматриваемой задачей, произвел также сравнение теории с наблюдениями. Из таблицы видно, что торможение оболочек новых должно стать заметным через несколько десятилетий. Однако, вообще говоря, это не наблюдается. Например, оболочка Новой Орла 1918 г. расширялась без замедления 30 лет. По-видимому, отсутствие заметного торможения в данном случае объясняется сравнительно большой массой оболочки (равной $10^{-4} M_{\odot}$). Другое возможное объяснение состоит в том, что за промежуток времени между вспышками новая не успевает покинуть область, из которой межзвездное вещество было изгнано предыдущей вспышкой.

Если вспышка новой произошла в месте с повышенной плотностью межзвездного вещества, то обнаружение торможения оболочки становится более вероятным. В связи с этим большой интерес представляет Новая Персея 1901 г., вспыхнувшая, как мы знаем, внутри пылевой туманности и осветившая ее. Сравнение фотографий оболочки этой новой, полученных в 1917 и 1934 гг., показало, что за указанное время оболочка замедлила свое движение и в некоторых случаях деформировалась. Последнее можно объяснить неоднородностью пылевой туманности. Интересно, что деформированный край оболочки является весьма ярким. Согласно Оорту свечение вызывается столкновениями атомов оболочки с частицами пылевой туманности. В этом состоит дополнительное подтверждение торможения оболочки.

Как уже сказано, при изучении движения оболочки новой следует одновременно учитывать как ускорение оболочки выбрасываемым из звезды веществом, так и торможение ее межзвездной средой. Это было сделано в работе И. Н. Минаева (см. [2]). Из его решения в виде частных случаев вытекают законы движения оболочки, приведенные выше.

§ 31. Сверхновые звезды

1. Результаты наблюдений. Как мы уже знаем, абсолютные величины новых звезд в максимуме блеска равны в среднем — 7^m . Однако существуют и такие вспыхивающие звезды, которые в максимуме блеска в тысячи и десятки тысяч раз ярче новых. Эти звезды называются сверхновыми.

Сверхновые звезды вспыхивают гораздо реже новых. За последнее тысячелетие в нашей Галактике наблюдалось только три сверхновых. Одна из них, согласно китайским летописям, вспыхнула в созвездии Тельца в 1054 г. Вторую сверхновую наблюдал Тихо Браге в 1572 г. в Кассиопее, а третью — Кеплер в 1604 г. в Змее-

носе. Однако сверхновые звезды, вследствие их огромной яркости, могут обнаруживаться и в других галактиках. Первая из таких сверхновых была открыта в туманности Андромеды в 1885 г. (S Андромеды). В дальнейшем в других галактиках были обнаружены десятки сверхновых, причем для многих из них получены спектры и кривые блеска.

Как установлено Минковским, по характеру изменений блеска и спектра сверхновые делятся на два типа. Сверхновые I типа обладают очень похожими друг на друга кривыми блеска, причем падение блеска происходит экспоненциально. Кривые блеска сверхновых II типа отличаются большим разнообразием и некоторым сходством с кривыми блеска обычных новых. Спектры сверхновых I типа состоят из ярких полос, разделенных более темными промежутками. Эти полосы пока не идентифицированы. Лишь на сравнительно поздней стадии в спектрах видны две полосы, отождествляемые с запрещенными линиями λ 6300 и λ 6364 Å нейтрального кислорода. По ширине этих полос можно сделать заключение о скорости движения выброшенной оболочки порядка 1000 км/с. Сверхновые II типа до момента максимума блеска имеют непрерывный спектр с большой интенсивностью ультрафиолетового конца (цветовая температура — около 40 000 К). После достижения максимума блеска в спектре появляются широкие яркие полосы, отождествляемые с известными линиями (H, N III и др.). Ширина этих полос говорит об огромных скоростях расширения оболочек — порядка 6000 км/с. По-видимому, сверхновые I и II типов существенно отличаются друг от друга по своей физической природе.

На месте вспышек сверхновых звезд обнаруживаются быстро расширяющиеся газовые туманности. Трудно сомневаться в том, что они образуются в результате выбрасывания вещества при вспышках сверхновых. На месте сверхновой 1054 г. в настоящее время наблюдается Крабовидная туманность, расширяющаяся со скоростью порядка 1 100 км/с. Если скорость расширения считать постоянной, то время начала расширения приблизительно совпадает с эпохой вспышки. Крабовидная туманность очень хорошо изучена и о ней будет подробно говориться ниже. Остатки сверхновых 1572 г. и 1604 г. представляют собой расширяющиеся волокнистые туманности. Однако яркость этих туманностей мала и их изучение встречает трудности.

Для понимания природы сверхновых звезд большое значение имеет тот факт, что их остатки являются сильными источниками радиоизлучения. Первоначально был измерен поток радиоизлучения от Крабовидной туманности (Болтоном в 1947 г.), а затем и от остатков сверхновых 1572 г. и 1604 г. Наблюдения показывают, что интенсивность этого излучения убывает с ростом частоты, и обычно она представляется в виде

$$I_{\nu} \sim \nu^{-n}, \quad (31.1)$$

где $n > 0$. В частности, для Крабовидной туманности $n = 0,2$, а для остатков двух других упомянутых сверхновых $n = 0,8$. Как мы знаем (см. § 18), в случае теплового излучения интенсивность в радиодиапазоне постоянна для прозрачной туманности и пропорциональна ν^2 — для непрозрачной. Поэтому мы должны сделать вывод о нетепловом происхождении радиоизлучения остатков сверхновых. Как увидим дальше, спектр радиоизлучения, даваемый формулой (31.1), может быть объяснен при допущении о синхротронном его происхождении.

Кроме трех указанных остатков сверхновых, в Галактике обнаружено много других дискретных источников радиоизлучения. Некоторые из них отождествлены со слабыми газовыми туманностями и по ряду признаков их также можно считать остатками сверхновых. К таким объектам относится, в частности, радиоисточник Кассиопея А, самый интенсивный на небе. Он был отождествлен с кольцеобразной туманностью, расширяющейся со скоростью порядка 7000 км/с. Из сопоставления этой скорости, определенной по спектру, и скорости расширения в угловой мере найдено, что туманность находится от нас на расстоянии 3400 парсек. По-видимому, эта туманность является остатком сверхновой, вспыхнувшей около 1700 г. Однако сверхновая не могла наблюдаться вследствие большого расстояния до нее и значительного межзвездного поглощения. Большинство известных остатков сверхновых находится от нас на расстояниях, не превышающих 2000 парсек, и поэтому полное число их в Галактике должно быть довольно большим (порядка 1000). Так как продолжительность существования туманности, выброшенной при вспышке сверхновой, по-видимому, не превосходит 100 000 лет, то в нашей Галактике одна сверхновая должна вспыхивать приблизительно раз в 100 лет. Разумеется, эта оценка очень груба, но она соответствует результатам подсчетов вспышек сверхновых в других галактиках.

2. Синхротронное излучение. Для объяснения происхождения радиоизлучения туманностей, образующихся при вспышках сверхновых, приходится привлекать механизм синхротронного излучения. Такое излучение возникает при движении релятивистского электрона в магнитном поле. Название этого явления связано с тем, что оно впервые наблюдалось в синхротроне, предназначенном для получения частиц высоких энергий.

Как известно, движение электрона в однородном магнитном поле складывается из поступательного движения вдоль силовой линии и вращения вокруг нее. При этом электрон излучает с частотой

$$\nu_0 = \frac{eH}{2\pi mc}, \quad (31.2)$$

где H — компонента магнитного поля, перпендикулярная к скорости. При напряженностях поля, характерных для астрофизиче-

ских объектов, частота ν_0 обычно очень мала. Например, при $H \approx 10^{-5}$ эрстед по формуле (31.2) получаем, что $\nu_0 \approx 30 \text{ с}^{-1}$, т. е. длина волны излучения порядка 10^4 км .

Однако так излучает только нерелятивистский электрон. Если же электрон является релятивистским, т. е. его энергия E удовлетворяет неравенству

$$E \gg mc^2, \quad (31.3)$$

то характер излучения электрона резко меняется. В этом случае вместо энергии одной частоты ν_0 электрон излучает энергию в непрерывном спектре с максимумом вблизи частоты

$$\nu_m = \nu_0 \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2, \quad (31.4)$$

где ν_0 определяется формулой (31.2). Если неравенство (31.3) выполняется в очень сильной степени, то значительная часть энергии будет излучаться в радиодиапазоне.

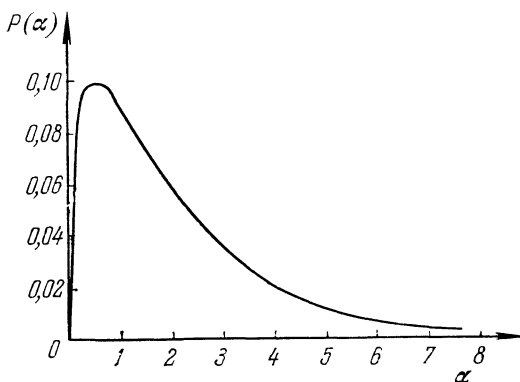


Рис. 42

Задача об излучении энергии релятивистским электроном, движущимся в магнитном поле, рассматривалась рядом авторов. Оказывается (см., например, [11]), что количество энергии частоты ν , излучаемое электроном с энергией E за 1 с в единичном интервале частот, равно

$$P(\nu, E) = \frac{16e^3 H}{mc^2} p(\alpha), \quad (31.5)$$

где $\alpha = \nu/\nu_m$ и $p(\alpha)$ — функция, изображенная на рис. 42.

Заметим, что функция $p(\alpha)$ достигает максимума при $\alpha \approx 1/2$. При $\alpha \ll 1$ она имеет вид

$$p(\alpha) = 0,256\alpha^{1/3} \quad (31.6)$$

и при $\alpha \gg 1$

$$\rho(\alpha) = \frac{\sqrt{\pi}}{16} \alpha^{1/2} e^{-2/3 \alpha}. \quad (31.7)$$

Поскольку величина $P(\nu, E)$ известна, то можно легко определить объемный коэффициент излучения ϵ_ν . Обозначим через $n(E)dE$ число электронов с энергией от E до $E+dE$ в 1 см³. Тогда количество энергии частоты ν , излучаемое этими электронами за 1 с, будет равно $P(\nu, E) n(E) dE$. Поэтому объемный коэффициент излучения будет определяться формулой

$$\epsilon_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty P(\nu, E) n(E) dE. \quad (31.8)$$

Примем, что число электронов $n(E)$ убывает с ростом энергии E по степенному закону, т. е.

$$n(E) = \frac{K}{E^\gamma}, \quad (31.9)$$

где K и γ — постоянные. Подставляя (31.5) и (31.9) в (31.8) и производя интегрирование, получаем

$$\epsilon_\nu = C(\gamma) K H^{\frac{\gamma+1}{2}} \nu^{\frac{1-\gamma}{2}}, \quad (31.10)$$

где $C(\gamma)$ — некоторая постоянная, зависящая от γ .

Из формулы (31.10) видно, что коэффициент излучения ϵ_ν убывает с увеличением частоты ν , если $\gamma > 1$. Такой же зависимостью от частоты должна обладать и интенсивность излучения, приходящего от какого-либо объекта, если в этом объекте и на пути от него до наблюдателя нет поглощения. Как мы помним, убыванием интенсивности с ростом частоты характеризуется и радиоизлучение остатков сверхновых, причем закон этого убывания представляется формулой (31.1). Таким образом, радиоизлучение остатков сверхновых может быть объяснено тем, что оно имеет синхротронную природу и распределение релятивистских электронов по скоростям дается формулой (31.9). В частности, для Крабовидной туманности надо принять, что $\gamma = 1,4$, а для остатков сверхновых 1572 г. и 1604 г. $\gamma = 2,6$.

Принимая синхротронный механизм происхождения радиоизлучения туманности, возникающей при вспышке сверхновой, мы получаем следующее выражение для идущего от нее потока радиоизлучения:

$$H_\nu = \frac{V}{r^2} C(\gamma) K H^{\frac{\gamma+1}{2}} \nu^{\frac{1-\gamma}{2}}, \quad (31.11)$$

где V — объем туманности и r — расстояние до нее. Считая вели-

чины H_v , V и r известными из наблюдений, можно по формуле (31.11) определить величину $KH^{\frac{\gamma+1}{2}}$.

Знание последней величины дает возможность оценить концентрацию релятивистских электронов в туманности. Очевидно, что свечение в радиодиапазоне вызывается в основном электронами с энергией в определенном интервале. Грубо можно считать, что электроны должны иметь энергию, превосходящую величину

$$E_1 = mc^2 \left(\frac{2\pi m c v}{eH} \right)^{1/2}. \quad (31.12)$$

Для метровых волн при напряженности поля порядка 10^{-4} эрстед из (31.12) следует, что $E_1 \approx 10^9$ эВ.

Для концентрации электронов с энергией $E > E_1$ мы получаем формулу

$$n_1 = \int_{E_1}^{\infty} \frac{K}{E^{\gamma}} dE = \frac{K}{\gamma-1} \frac{1}{E_1^{\gamma-1}}, \quad (31.13)$$

в которую надо поставить выражение (31.12) для E_1 . Мы видим, что $n_1 \sim KH^{\frac{\gamma-1}{2}}$ и поэтому для определения n_1 , кроме находимой на основании наблюдательных данных величины $KH^{\frac{\gamma+1}{2}}$, надо знать еще напряженность поля H . Обычно величина H находится из условия равенства между энергией турбулентного движения и магнитной энергией. Для туманностей, являющихся остатками сверхновых, таким способом получается, что $H \approx 10^{-4}$ Э. В этом случае оценка концентрации электронов с энергией, превосходящей 10^9 эВ приводит к значениям порядка 10^{-5} см $^{-3}$. Эта концентрация составляет ничтожную долю полной концентрации свободных электронов (которая порядка 10^3 см $^{-3}$), определяемой по свечению туманностей в бальмеровских линиях.

Следует, однако, отметить, что малость концентрации релятивистских электронов не дает основания для заключения о малости их полной энергии в туманности. Вычисляя эту величину по формуле

$$U = V \int_{E_1}^{\infty} n(E) E dE. \quad (31.14)$$

мы получаем, что она будет порядка 10^{46} — 10^{47} эрг. Следовательно, эта энергия может составить значительную часть полной энергии, излучаемой при вспышке сверхновой.

3. Крабовидная туманность. Из всех остатков сверхновых звезд наиболее подробно изучена Крабовидная туманность. Она является не только сильным источником радиоизлучения, но и довольно яркой в видимой части спектра (девятой величины).

Фотографии показывают, что туманность состоит из двух частей. Внутренняя часть представляет собой аморфную массу, а внешняя — совокупность тонких волокон. В аморфной части туманности возникает непрерывный спектр, волокна же обладают ярко-линейчатым спектром, состоящим из бальмеровских линий водорода, запрещенных линий N II, O II и др. Линии являются раздвоенными, что объясняется расширением туманности. В центре туманности видны две слабые звезды, одна из которых не имеет линий поглощения в спектре.

Предполагается, что именно эта звезда и вспыхнула в виде сверхновой.

Для объяснения радиоизлучения Крабовидной туманности была выдвинута гипотеза о синхротронной его природе. В дальнейшем эта гипотеза была подтверждена рядом фактов. Особенно следует указать на то, что, согласно теории, синхротронное излучение должно быть поляризованным, и поляризация радиоизлучения Крабовидной туманности действительно наблюдалась.

В течение некоторого времени астрофизикам не удавалось объяснить происхождение сильного непрерывного спектра Крабовидной туманности в визуальной области. Сделав допущение о возникновении его под действием известных механизмов (т. е. рекомбинаций и свободно-свободных переходов), приходилось приписывать туманности весьма необычные свойства (масса — порядка $20 M_{\odot}$ и электронная температура — порядка сотен тысяч градусов). Наконец, И. С. Шкловский [12] предположил, что непрерывный спектр туманности в видимой области, как и спектр в радиодиапазоне, имеет синхротронное происхождение. Иными словами, оба эти спектра, одинаковые по своей природе, являются продолжением один другого. На рис. 43 приведен спектр Крабовидной туманности, причем точками отмечены результаты наблюдений.

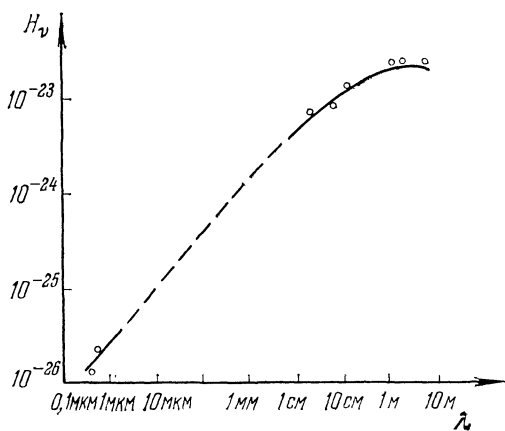


Рис. 43

Как видно из формулы (31.12), чем выше частота излучения, тем больше должна быть энергия релятивистского электрона, вызывающего это излучение. Поэтому если радиоизлучение вызывается электронами с энергией порядка 10^9 эВ, то для создания свечения в видимой области спектра необходимы электроны с энергией порядка 10^{11} эВ.

Подтверждением правильности предложенного объяснения непрерывного спектра Крабовидной туманности в видимой области являются результаты поляризационных наблюдений туманности. Такие наблюдения (произведенные сначала В. А. Домбровским, а затем и другими исследователями) показали, что степень поляризации излучения туманности очень велика, доходя в отдельных ее частях до 50%.

Очень важен вопрос о причинах появления релятивистских электронов в Крабовидной туманности и в других остатках сверхновых. Можно было бы думать, что релятивистские электроны появляются во время самой вспышки. Однако надо иметь в виду, что продолжительность существования таких электронов не велика, так как они довольно быстро теряют свою энергию. В частности, значительная доля энергии расходуется электронами на излучение при движении в магнитном поле. Пользуясь формулой (31.5), мы получаем, что в данном случае изменение энергии электрона с течением времени определяется уравнением

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{16e^3 H}{mc^2} v_m \int_0^\infty p(\alpha) d\alpha. \quad (31.15)$$

Подставляя сюда выражение (31.4), находим

$$\frac{dE}{dt} = - AH^2 E^2, \quad (31.16)$$

где A — постоянная ($A \approx 2,4 \cdot 10^{-3}$, если E выражено в эргах, H — в эрстедах и t — в секундах). Интегрирование уравнения (31.16) дает

$$E = \frac{E_0}{1 + AH^2 E_0 t}, \quad (31.17)$$

где E_0 — начальная энергия электрона (при $t=0$). Из (31.17) следует, что энергия электрона уменьшается вдвое за время

$$t_1 = \frac{1}{AH^2 E_0}. \quad (31.18)$$

При $E_0 \approx 10^{11}$ эВ и $H \approx 10^{-4}$ эрстед по формуле (31.18) находим, что $t_1 \approx 10^4$ лет. Это время на порядок превосходит продолжительность жизни Крабовидной туманности, однако надо учитывать, что электроны могут терять энергию и другими путями (например, на ионизацию). Поэтому высказывалось предположение о поступлении релятивистских электронов из звезды в туманность и в течение некоторого времени после вспышки. Указывались также возможные механизмы возникновения релятивистских электронов в самой туманности (о них см. в § 34).

Скажем еще несколько слов о волокнистой части Крабовидной туманности. Свечение волокон происходит под действием ультра-

фиолетового излучения аморфной части либо вследствие разогревания при столкновениях с межзвездной средой. По интенсивности ярких линий можно определить концентрацию свободных электронов в волокнах и их массу. Оказывается, что масса волокнистой части туманности довольно велика — порядка $0,1 M_{\odot}$. По-видимому, масса аморфной части не превосходит этой величины. Оценки масс остатков сверхновых 1572 г. и 1604 г. (принадлежащих, как и сверхновая 1054 г., к I типу) приводят к несколько меньшим значениям. Однако все же можно сказать, что при вспышках сверхновых выбрасываются гораздо большие массы, чем при вспышках обычных новых.

По-видимому, при вспышках сверхновых II типа выбрасываются еще большие массы, чем при вспышках сверхновых I типа. По произведенным оценкам массы остатков сверхновых II типа иногда оказываются порядка нескольких десятков солнечных масс. Однако следует иметь в виду, что в наблюдаемые сейчас туманности входит не только вещество, выброшенное при вспышке, но и вещество межзвездной среды, захваченное расширяющейся оболочкой. С учетом этого для масс, выбрасываемых при вспышках сверхновых II типа, получаются значения порядка $1 M_{\odot}$. Если эти оценки правильны, то большое различие в массах оболочек сверхновых I и II типов снова свидетельствует о существенных различиях в их физической природе.

4. Сверхновые звезды и космические лучи. Мы видели, что в туманностях, образующихся при вспышках сверхновых, находится большое число релятивистских электронов. По мере расширения туманностей релятивистские электроны попадают в межзвездную среду и начинают диффундировать в ней. Одновременно с ними в межзвездной среде появляются и тяжелые частицы с высокими энергиями (в частности, протоны). Число тяжелых частиц должно быть даже больше числа релятивистских электронов, так как последние вследствие потерь на излучение имеют меньшую продолжительность жизни, чем первые.

С другой стороны, о наличии частиц с высокой энергией в межзвездном пространстве мы можем судить на основании явления космических лучей. В состав космических лучей, как известно, входят протоны, α -частицы и небольшое число (порядка 1%) ядер более тяжелых атомов. Возникает поэтому вопрос, не могут ли вспышки сверхновых быть причиной образования космических лучей.

Чтобы ответить на этот вопрос, мы должны, прежде всего, оценить среднюю плотность энергии космических лучей в Галактике. По величине потока космических лучей, падающих на земную атмосферу, для плотности их энергии получается значение порядка 10^{-12} эрг/см³. Следует отметить, что это значение сравнительно велико: по порядку величины оно совпадает со средней плотностью лучистой энергии в межзвездном пространстве.

Посмотрим теперь, к каким плотностям энергии космических лучей могут приводить вспышки сверхновых. Можно считать, что вспышки сверхновых в Галактике случаются примерно раз в 100 лет и при каждой вспышке образуются космические лучи с энергией порядка 10^{47} эрг. Частицы высоких энергий существуют в Галактике очень долго — в течение времени порядка 10^8 лет (оно определяется вероятностью столкновений с ядрами межзвездных атомов). Поэтому полная энергия находящихся в Галактике космических лучей, возникших при вспышках сверхновых, должна быть порядка 10^{53} эрг. Разделив эту энергию на объем Галактики, составляющий примерно 10^{66} см³, мы для плотности энергии получаем значение порядка 10^{-13} эрг/см³. Поскольку это значение не сильно отличается от плотности энергии космических лучей, находимой по их наблюдаемому потоку на Земле, то гипотеза о возникновении космических лучей при вспышках сверхновых кажется весьма вероятной.

Надо еще отметить очень характерное свойство космических лучей — их изотропность. Если бы космические лучи приходили к нам непосредственно от их источников, то следовало бы считать, что источники распределены на небе равномерно. Однако в таком требовании нет необходимости, так как изотропность космических лучей появляется, по-видимому, в результате диффузии составляющих их частиц в галактических магнитных полях.

В качестве возможных источников космических лучей указывались и другие объекты (звезды различных типов, метагалактические источники). Были также предложены некоторые механизмы ускорения частиц до очень больших энергий при движении их в Галактике (подробнее см. [12]).

5. Пульсары. Как уже говорилось, при вспышке сверхновой 1054 г. возникла Крабовидная туманность. Теперь остатком сверхновой является очень слабая звезда с видимой величиной 17^m. Недавно выяснилось, что эта звезда принадлежит к одному из наиболее удивительных типов небесных тел — пульсарам.

Первые пульсары были открыты группой Хьюиша в 1967 г. на Кембриджской радиоастрономической станции. Эти объекты характеризуются тем, что они испускают энергию в радиочастотах в виде отдельных импульсов с правильной периодичностью. Периоды пульсаров — от нескольких сотых секунды до нескольких секунд, а продолжительность импульсов — в десятки раз меньше.

К настоящему времени известно более 300 пульсаров. Их исследования, выполненные на различных обсерваториях, привели к весьма интересным результатам. Оказывается, что периоды пульсаров не постоянны, а очень медленно возрастают, удваиваясь за тысячи и миллионы лет. Вместе с тем наблюдаются и внезапные изменения периода (обычно в сторону уменьшения). Форма же импульсов меняется очень сильно от одного импульса к другому, причем иногда импульс исчезает вовсе. Из наблюдений также следует,

что радиоизлучение пульсаров в значительной мере поляризовано. Зависимость интенсивности этого излучения от частоты оказывается довольно сложной. В разных участках спектра ее можно представить степенным законом (31.1) с различными показателями n .

Особенно интересен пульсар в Крабовидной туманности. Среди известных пульсаров он обладает одним из наименьших периодов (всего 0,033 с) и очень небольшим возрастом (930 лет). Этот пульсар испускает энергию импульсами не только в радиочастотах, но и в других областях спектра — оптической и рентгеновской. Основная часть энергии излучается пульсаром в рентгеновской области. Его светимость в рентгеновских лучах (с длинами волн от 1,2 до 8Å) порядка 10^{35} эрг/с. Эта величина примерно в сто раз больше визуальной светимости пульсара и в десять тысяч раз больше его светимости в радиодиапазоне.

По-видимому, пульсар в Крабовидной туманности является ее «центром активности». Такой взгляд подтверждается наблюдаемым движением вещества от центра туманности к периферии. Можно думать, что пульсар поставляет в туманность релятивистские электроны, которые необходимы для ее свечения в непрерывном спектре.

Поскольку считается, что пульсар в Крабовидной туманности возник при вспышке сверхновой 1054 г., то были сделаны попытки найти пульсары в других туманностях, появившихся при вспышках сверхновых. В некоторых случаях такие попытки привели к успеху. Однако в иных случаях пульсары обнаружить не удалось, хотя центры активности и наблюдаются.

Для понимания природы пульсаров важное значение имеет вывод о том, что размеры этих объектов должны быть очень малыми. Это следует из наблюдаемой кратковременности импульсов излучения, идущего от пульсаров. Если Δt — продолжительность импульса и c — скорость света, то линейный размер излучающей области должен удовлетворять неравенству $R \leq c\Delta t$ (так как излучение от более удаленной части области запаздывает по сравнению с излучением от ближайшей части на время R/c). Принимая $\Delta t \approx 0,01$ с, получаем, что размер излучающей области не превосходит 1000 км. Такой же вывод может быть сделан и на основании малости периодов пульсаров. В качестве механизма, вызывающего пульсацию блеска, можно рассматривать колебания тела или его вращение. В обоих случаях при массе тела, близкой к массе Солнца, и при периоде около 0,1 с для радиуса тела получаются значения порядка 100 км.

Заключение о чрезвычайно малых размерах пульсаров привело к гипотезе о том, что они являются нейтронными звездами. Возможность существования таких звезд была предсказана Л. Д. Ландау еще в 1932 г. Эти звезды, в которых давление вырожденного нуклонного газа уравнивает силу тяготения, должны иметь радиусы порядка 10 км.

Разумеется, модель пульсара в виде нейтронной звезды с тепловым излучением не может объяснить наблюдаемых характеристик пульсаров. В настоящее время наиболее приемлемой считается модель пульсара, предложенная Голдом. Пульсар представляет собой быстро вращающуюся нейтронную звезду с сильным магнитным полем, причем магнитная ось образует некоторый угол с осью вращения. Поскольку период пульсара принимается равным периоду вращения звезды, то скорость вращения на ее экваторе должна быть порядка 10^8 см/с. Звезда может выдержать такое вращение не разрываясь. Вероятная напряженность магнитного поля на поверхности звезды достигает значений порядка 10^{12} эрстед.

Столь сильное магнитное поле жестко связывает звезду с окружающей ее плазмой, которая вращается вместе с звездой. Это совместное вращение прекращается на границе, где скорость вращения становится порядка скорости света. При пересечении плазмой этой границы возникает магнитно-тормозное излучение, направленное по касательной к границе. Чтобы объяснить импульсный характер излучения, надо допустить неустойчивость плазмы в определенном месте. Когда эта плазма пересекает упомянутую границу, то светится некоторая небольшая область. Вследствие вращения этой области и направленности излучения мы имеем подобие маяка.

Согласно описанной модели, свечение пульсара происходит за счет энергии вращения. Следовательно, с течением времени скорость вращения звезды должна убывать. Зная энергию, излучаемую пульсаром, а также массу и скорость вращения звезды, можно легко определить увеличение периода за единицу времени. Вычисленные значения этой величины находятся в согласии с наблюдательными данными, указанными выше. Для объяснения внезапных изменений периода было высказано предположение, что они вызываются перестройкой твердой коры нейтронной звезды.

Результаты исследования пульсаров подробно изложены в книгах [14], [15], [16] и др.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VI

1. С о б о л е в В. В. Движущиеся оболочки звезд.— Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1947.
2. Г о р б а ц к и й В. Г., М и н и н И. Н. Нестационарные звезды.— М.: Физматгиз, 1963.
3. В о р о н ц о в - В е л ь я м и н о в Б. А. Газовые туманности и новые звезды.— М.: Изд-во АН СССР, 1948.
4. А м б а р ц у м я н В. А. Научные труды, т. II.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960.
5. Вспыхивающие звезды.— Ереван.: Изд-во АН АрмССР, 1977.
6. М и р з о я н Л. В. Нестационарность и эволюция звезд.— Ереван.: Изд-во АН АрмССР, 1981.
7. Г у р з а д я н Г. А. Вспыхивающие звезды.— М.: Наука, 1973.

8. Гершберг Р. Е. Вспыхивающие звезды малых масс.— М.: Наука, 1978.
9. Звезды, туманности, галактики.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
10. Kraft R. P. Cataclysmic variables as binary Stars, 1963 (русск. перевод. Крафт Р. Взрывные переменные как двойные звезды.— М.: Мир, 1965).
11. Горбачкий В. Г. Новоподобные и новые звезды.— М.: Наука, 1974.
12. Шкловский И. С. Сверхновые звезды.— М.: Наука, 1966.
13. Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И. Происхождение космических лучей.— М.: Изд-во АН СССР, 1963.
14. Каплан С. А., Цытович В. Н. Плазменная астрофизика.— М.: Наука, 1972.
15. Дайсон Ф., Тер-Хаар Д. Нейтронные звезды и пульсары.— М.: Мир, 1973.
16. Smith F. G. Pulsars, 1977 (русский перевод: Смит Ф. Г. Пульсары.— М.: Мир, 1977).

Межзвездное вещество в нашей Галактике встречается как в виде пыли, так и в виде газа. Существование межзвездной пыли обнаруживается прежде всего по производимому ею поглощению света звезд в непрерывном спектре. Это поглощение является селективным: в красной части спектра оно слабее, чем в фиолетовой; по этой причине далекие объекты кажутся нам «покрасневшими».

В некоторых участках неба поглощение оказывается особенно сильным. Оно вызывается находящимися сравнительно близко от нас темными пылевыми туманностями. В Галактике наблюдаются также светлые пылевые туманности, которые светятся вследствие отражения ими излучения звезд.

О присутствии газа в межзвездном пространстве позволяют судить вызываемые им линии поглощения в звездных спектрах. Вблизи горячих звезд межзвездный газ сильно ионизован и он светится за счет ультрафиолетовой энергии звезд. Излучение межзвездного газа, как линейчатое, так и непрерывное, наблюдается не только в видимой области спектра, но и в области радиочастот.

Межзвездное вещество довольно сильно концентрируется к плоскости Галактики. В первом приближении считается, что оно образует однородный слой или что его плотность с удалением от галактической плоскости убывает по экспоненциальному закону.

В действительности межзвездное вещество весьма неоднородно и характеризуется сильными флуктуациями плотности. Иногда принимается, что оно состоит из отдельных облаков, движущихся друг относительно друга. Следует заметить, что если бы в какой-то момент межзвездная материя и была однородной, то через некоторое время, благодаря движению звезд и производимому ими световому давлению, создались бы области пониженной и повышенной плотности.

Количество межзвездного вещества в Галактике очень велико. По-видимому, его масса составляет около одной сотой массы звезд. Поэтому межзвездное вещество должно играть большую роль как в физических, так и в космогонических процессах, происходящих в Галактике.

§ 32. Межзвездная пыль

1. Связь между звездами и туманностями. Как уже сказано, свечение туманностей происходит под действием излучения звезд. Почти всегда можно точно указать ту звезду или группу звезд, ко-

торая вызывает свечение данной туманности. Как показывают наблюдения, свечение газовых туманностей вызывается очень горячими звездами (спектральных классов O и B0). Этот факт вполне понятен, так как энергия ультрафиолетового излучения более холодных звезд слишком мала, чтобы вызвать заметное свечение туманности в видимой части спектра. Из наблюдений также следует, что пылевые туманности светятся в основном под действием излучения более холодных звезд (спектральных классов более поздних, чем B1). С первого взгляда кажется странным отсутствие пылевых туманностей, отражающих излучение горячих звезд. Для объяснения этого явления были высказаны некоторые гипотезы. Согласно одной из них горячие звезды, являющиеся вместе с тем и звездами высокой светимости, отгоняют от себя пыль световым давлением. Согласно другой гипотезе, под действием излучения горячей звезды пыль превращается в газ. В действительности указанные наблюдательные данные объясняются, по-видимому, тем, что в пылевых туманностях всегда содержится некоторое количество газа. Если туманность находится близко от холодной звезды, то пыль светится, а газ нет. Если же рядом с туманностью расположена горячая звезда, то светятся и пыль, и газ. Однако газ светится гораздо ярче пыли, так как ультрафиолетовое излучение горячей звезды гораздо интенсивнее ее излучения в видимой части спектра.

Интересно выяснить характер связи между туманностью и освещающей ее звездой. Туманность и звезда могут быть связаны между собой генетически (т. е. общим происхождением), а могут и случайно встретиться друг с другом при движении в Галактике. В. А. Амбарцумян и Ш. Г. Горделадзе [1] следующим путем решили эту задачу.

Если связь между туманностью и звездой случайная, то числа туманностей, связанных со звездами различных спектральных классов, должны быть пропорциональны частям пространства, освещенных звездами этих классов. Посмотрим, соблюдается ли в действительности такая пропорциональность?

Каждая звезда освещает вокруг себя объем V , освещенность внутри которого превосходит некоторое критическое значение E . Когда туманность попадает в этот объем, то она является светлой, вне же этого объема она темная. Очевидно, что для звезды светимости L радиус r_0 указанного объема определяется из соотношения

$$E = \frac{L}{4\pi r_0^2}, \quad (32.1)$$

а величина самого объема равна

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{L}{4\pi E} \right)^{3/2}. \quad (32.2)$$

Так как светимость L связана с абсолютной величиной звезды M

соотношением $L \sim 10^{-0,4M}$, то вместо (32.2) имеем

$$V = V_0 10^{-0,6M}, \quad (32.3)$$

где V_0 — значение объема V для звезды нулевой абсолютной величины.

Пусть $\varphi(M)$ — функция светимости для звезд данного спектрального класса, т. е. $\varphi(M) dM$ — вероятность того, что абсолютная величина звезды заключена в интервале от M до $M + dM$. Тогда среднее значение объема V для звезд этого класса будет равно

$$\bar{V} = V_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(M) \cdot 10^{-0,6M} dM. \quad (32.4)$$

Если мы обозначим через n число звезд данного спектрального класса в единице объема, то величина $n\bar{V}$ будет представлять собой искомую долю пространства, освещенного этими звездами.

Для вычисления интеграла (32.4) В. А. Амбарцумян предложил использовать основное интегральное уравнение звездной статистики

$$N(m) = \Omega \int_0^{\infty} n(r) \varphi(M) r^2 dr, \quad (32.5)$$

где $N(m)$ — число звезд рассматриваемого спектрального класса видимой звездной величины от $m - \frac{1}{2}$ до $m + \frac{1}{2}$, находящихся в телесном угле Ω . Будем считать, что звезды распределены в пространстве равномерно, т. е. $n = \text{const}$. Тогда, принимая во внимание известную формулу

$$M = m + 5 - 5 \lg r, \quad (32.6)$$

вместо (32.5) получаем

$$N(m) = \frac{\Omega n}{5 \lg e} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(M) \cdot 10^{0,6(m-M)+3} dM. \quad (32.7)$$

Здесь не учитывается поглощение света в Галактике. Сравнивая между собой соотношения (32.4) и (32.7), находим

$$n\bar{V} = \frac{N(m) V_0}{\Omega} \cdot 10^{-3-0,6m} 5 \lg e. \quad (32.8)$$

Формула (32.8) дает возможность легко определить величину $n\bar{V}$ по наблюдательным данным. Значения этой величины для звезд разных спектральных классов приведены в табл. 49. В той же таблице даны для сравнения числа туманностей, освещенных звездами этих классов.

Т а б л и ц а 49

Сопоставление долей пространства, освещенного звездами разных классов, с числами туманностей, светящихся под действием излучения таких звезд

Спектральный класс	$n\bar{V} \cdot 10^4$	Число туманностей	Спектральный класс	$n\bar{V} \cdot 10^4$	Число туманностей
О	0,2	11	F	0,25	2
B0	0,6	7	G	0,18	1
B1—B9	2,9	54	K	0,25	2
A	0,8	5	M	0,02	0

Мы видим, что числа в столбцах табл. 49 между собой приблизительно пропорциональны. Отсюда можно сделать вывод, что связь между туманностями и звездами является случайной.

Строго говоря, данные для звезд классов О и В0 не следовало бы включать в таблицу, так как эти звезды связаны с газовыми туманностями, а не с пылевыми. Поэтому объем пространства, освещенный такой звездой, не будет определяться формулой (32.2).

Из таблицы можно вывести еще одно важное следствие. Если мы сложим все числа $n\bar{V}$, то получим долю пространства, освещенную всеми звездами. Эта доля равна $5 \cdot 10^{-4}$. Так как светятся только те туманности, которые попадают в освещенные части пространства, то мы приходим к заключению, что число светлых туманностей в Галактике примерно в 2000 раз меньше числа темных туманностей.

Таким образом, число темных туманностей в Галактике оказывается очень большим. Оценив это число и приняв некоторое среднее значение для оптической толщины туманности, полученное по наблюдениям известных темных туманностей, мы можем определить величину среднего поглощения, обусловленного туманностями, на единице пути. Эта величина оказывается примерно равной находимой из наблюдений величине общего поглощения света в Галактике (порядка одной звездной величины на килопарсек в галактической плоскости). Поэтому мы можем считать, что общее поглощение света в Галактике вызывается в основном наличием в ней большого числа пылевых туманностей. Вследствие случайного распределения туманностей поглощение света в Галактике является очень неравномерным. Если туманность находится близко от нас и ее оптическая толщина сравнительно велика, то присутствие такой туманности обнаруживается по заметному уменьшению числа звезд до определенной величины в данной области неба.

2. Флуктуации яркости Млечного Пути. Клочковатая структура межзвездной среды приводит к большим различиям в яркости неба в разных направлениях. Задавая число туманностей (или, как иногда говорят, облаков) на единице пути и их поглощательную способ-

ность, мы можем определить вероятности тех или иных яркостей. Сделаем это, следуя работе В. А. Амбарцумяна [1].

Возьмем для простоты плоскость Галактики и предположим, что звезды распределены в ней равномерно. Коэффициент излучения, обусловленный звездами, обозначим через ϵ . Будем считать, что все туманности обладают одинаковой прозрачностью, равной q . Число туманностей, расположенных в заданном направлении до расстояния s от нас, обозначим через $n(s)$. Тогда интенсивность излучения, проходящего к нам в этом направлении, будет равна

$$\epsilon \int_0^{\infty} q^{n(s)} ds.$$

В разных направлениях поведение целочисленной функции $n(s)$ различно, вследствие чего и возникают флуктуации яркости неба.

Пусть $f(I)$ — вероятность того, что интенсивность излучения меньше I , т. е.

$$f(I) = P\left(\epsilon \int_0^{\infty} q^{n(s)} ds < I\right). \quad (32.9)$$

Для определения функции $f(I)$ применим следующий прием.

Перепишем формулу (32.9) в виде

$$f(I) = P\left(\epsilon \int_0^a q^{n(s)} ds + \epsilon q^{n(a)} \int_a^{\infty} q^{n(s)-n(a)} ds < I\right), \quad (32.10)$$

где a — некоторое малое расстояние. Можно считать, что величина $n(a)$ принимает либо значение $n(a)=0$, либо $n(a)=1$. Обозначим через ν среднее число облаков на единице пути. Тогда вероятность первого из указанных значений $n(a)$ будет $1-\nu a$, а вероятность второго νa . Вероятностями других значений при малых a можно пренебречь. Очевидно, что в первом из рассмотренных случаев

интеграл $\int_0^a q^{n(s)} ds$ равен a , а во втором случае он равен $a\vartheta$, где $0 < \vartheta < 1$. Поэтому вместо соотношения (32.10) получаем

$$f(I) = (1-\nu a) P\left(\epsilon \int_a^{\infty} q^{n(s)-n(a)} ds < I - a\epsilon\right) + \nu a P\left(\epsilon \int_a^{\infty} q^{n(s)-n(a)} ds < \frac{I - a\vartheta\epsilon}{q}\right). \quad (32.11)$$

Так как при перемене места наблюдения вероятность измерить ту или иную яркость не должна меняться, то мы имеем

$$P\left(\epsilon \int_a^{\infty} q^{n(s)-n(a)} ds < I\right) = P\left(\epsilon \int_0^{\infty} q^{n(s)} ds < I\right). \quad (32.12)$$

Вследствие этого уравнение (32.11) принимает вид

$$f(I) = (1 - \nu a) f(I - a\varepsilon) + \nu a f\left(\frac{I - a\varepsilon}{q}\right). \quad (32.13)$$

Пользуясь малостью a вместо (32.13), находим

$$f(I) = (1 - \nu a) [f(I) - a\varepsilon f'(I)] + \nu a f\left(\frac{I}{q}\right), \quad (32.14)$$

или

$$f(I) + \frac{\varepsilon}{\nu} f'(I) = f\left(\frac{I}{q}\right). \quad (32.15)$$

Введем вместо I безразмерную яркость u , равную

$$u = I \frac{\nu}{\varepsilon}. \quad (32.16)$$

Тогда для определения функции $f(u)$ будем иметь уравнение

$$f(u) + f'(u) = f\left(\frac{u}{q}\right). \quad (32.17)$$

Обозначим через $g(u) du$ вероятность того, что безразмерная яркость u заключена в интервале от u до $u + du$. Так как $g(u) = f'(u)$, то из уравнения (32.17) получаем

$$g(u) + g'(u) = \frac{1}{q} g\left(\frac{u}{q}\right). \quad (32.18)$$

Уравнение (32.18) является искомым. Из него можно легко получить выражение для функции $g(u)$ в виде некоторого ряда. Уравнение (32.18) дает также возможность определить моменты функции $g(u)$, т. е. величины

$$\overline{u^k} = \int_0^{\infty} u^k g(u) du \quad (32.19)$$

без предварительного нахождения функции $g(u)$.

Найдем, например, величины \overline{u} и $\overline{u^2}$, представляющие интерес для некоторых применений теории. Умножая уравнение (32.18) на u , интегрируя по u в пределах от 0 до ∞ и используя условие нормировки функции $g(u)$, получаем

$$\overline{u} = \frac{1}{1 - q}. \quad (32.20)$$

После умножения уравнения (32.18) на u^2 и интегрирования, аналогично находим

$$\overline{u^2} = \frac{2}{(1 - q)(1 - q^2)}. \quad (32.21)$$

При помощи (32.20) и (32.21) получаем следующее выражение для относительного среднего квадратичного отклонения:

$$\frac{\overline{(u - \bar{u})^2}}{\bar{u}^2} = \frac{\bar{u}^2}{\bar{u}^2} - 1 = \frac{1-q}{1+q}. \quad (32.22)$$

Приведенные теоретические результаты можно сравнить с наблюдательными данными. В качестве последних берутся фотометрические карты Млечного Пути. На основании этих карт находится средняя яркость \bar{I} и относительное среднее квадратичное отклонение $(I - \bar{I})^2 / \bar{I}^2$. При помощи формул (32.16) и (32.20) получаем

$$\bar{I} = \frac{\varepsilon}{v} \bar{u} = \frac{\varepsilon}{v} \frac{1}{1-q}. \quad (32.23)$$

Пользуясь также формулой (32.22), находим

$$\frac{\overline{(I - \bar{I})^2}}{\bar{I}^2} = \frac{1-q}{1+q}. \quad (32.24)$$

Так как левые части полученных соотношений известны из наблюдений, то эти соотношения дают возможность определить величины q и ε/v .

Указанным способом для средней прозрачности облака было получено значение $q=0,8$. Следовательно, при прохождении света звезды через облако происходит ослабление ее яркости на 0,25 звездной величины. При помощи формулы (32.23) было также найдено значение величины ε/v . При известной из звездных подсчетов величине ε это позволило определить величину v . Оказалось, что в среднем на пути в 1 килопарсек находятся четыре туманности. Таким образом, пылевые туманности в Галактике производят поглощение, равное приблизительно одной звездной величине на килопарсек. Этот результат находится в согласии с величиной поглощения, полученной из наблюдательных данных об ослаблении света далеких объектов в галактической плоскости.

Наличие пылевой материи в Галактике вызывает поглощение света не только звезд, но и внегалактических туманностей (т. е. других галактик). Как известно, число внегалактических туманностей N до определенной звездной величины убывает с уменьшением галактической широты b . При этом область неба близ галактического экватора является «зоной избегания» для внегалактических туманностей. Объясняется это тем, что с уменьшением b растет оптический путь луча в слое поглощающей материи. По изменению величины N в зависимости от b можно определить оптическую толщину этого слоя (она оказывается порядка 0,5). Можно также рассмотреть изменение величины N в зависимости от галактической долготы l при постоянном b . При изменении l величина N обнаруживает значительные флуктуации, вызываемые случайным распределением пылевых облаков в Галактике. В. А. Амбарцумян создал

теорию флуктуаций чисел внегалактических туманностей и на ее основе определил среднюю оптическую толщину одного облака.

3. Свечение пылевых туманностей. Пылевые туманности светятся благодаря отражению ими излучения звезд (вследствие чего они иногда называются отражательными туманностями). По свечению туманностей можно судить о природе пылевых частиц. Очевидно, что для этого надо связать наблюдаемые яркости туманностей с величинами, характеризующими процессы рассеяния света в элементарном объеме.

Теоретическое определение яркостей туманностей встречается с большими трудностями. Одна из них вызвана весьма сложными геометрическими формами туманностей. Другая трудность обусловлена тем, что каждый элементарный объем туманности рассеивает излучение, приходящее не только от звезды, но и от других частей туманности. Иными словами, в туманностях происходит многократное рассеяние света.

Однако для решения задачи об определении оптических свойств пылевых частиц нам нет необходимости рассматривать сложные формы туманностей, а достаточно ограничиться простыми. Мы рассмотрим сейчас однородную сферическую туманность с находящейся в ее центре звездой. По-видимому, некоторые из наблюдаемых туманностей можно считать сферическими, так как их изофоты близки к окружностям.

Предположим, что звезда светимости L находится в центре сферической туманности радиуса r_0 . Оптические свойства вещества туманности будем характеризовать объемным коэффициентом поглощения α , вероятностью выживания кванта при элементарном акте рассеяния λ (эту величину можно также назвать альбедо частицы) и индикатрисой рассеяния $x(\gamma)$, где γ — угол между направлением излучения, падающего на данный объем, и направлением излучения, рассеянного этим объемом. Подразумевается, что величины α , λ и $x(\gamma)$ зависят от частоты.

Рассмотрим процесс многократного рассеяния света в туманности. Искомую интенсивность диффузного излучения обозначим через I . Она зависит как от расстояния r от звезды, так и от угла ϑ между направлением излучения и радиусом-вектором. Уравнение переноса излучения, служащее для определения величины I , в случае сферической симметрии имеет вид

$$\cos \vartheta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I}{\partial \vartheta} = -\alpha I + \varepsilon, \quad (32.25)$$

где ε — объемный коэффициент излучения. Вводя обозначения $\tau = \alpha r$ и $\varepsilon = \alpha S$, вместо уравнения (32.25) получаем

$$\cos \vartheta \frac{\partial I(\tau, \vartheta)}{\partial \tau} - \frac{\sin \vartheta}{\tau} \frac{\partial I(\tau, \vartheta)}{\partial \vartheta} = -I(\tau, \vartheta) + S(\tau, \vartheta). \quad (32.26)$$

Величина S обусловлена рассеянием света, приходящим в данный объем как от звезды, так и от туманности. Она может быть представлена в виде

$$S = \lambda \int I x(\gamma) \frac{d\omega}{4\pi} + \frac{\lambda x(\vartheta) L}{16\pi^2 r^2} e^{-\tau}, \quad (32.27)$$

где интегрирование производится по всем направлениям. Считая, что направление излучения в данном месте характеризуется полярным углом ϑ и азимутом φ , мы получаем

$$\cos \gamma = \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi') \quad (32.28)$$

и $d\omega = \sin \vartheta' d\vartheta' d\varphi'$. Обозначая

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(\gamma) d\varphi = p(\vartheta, \vartheta') \quad (32.29)$$

и

$$\frac{L\alpha^2}{16\pi^2} = A, \quad (32.30)$$

вместо уравнения (32.27) находим

$$S(\tau, \vartheta) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\pi I(\tau, \vartheta') p(\vartheta, \vartheta') \sin \vartheta' d\vartheta' + \lambda x(\vartheta) \frac{A}{\tau^2} e^{-\tau}. \quad (32.31)$$

Таким образом, для определения искомых функций $S(\tau, \vartheta)$ и $I(\tau, \vartheta)$ мы имеем уравнения (32.26) и (32.31). К ним надо еще добавить граничное условие, выражающее собой тот факт, что нет излучения, падающего на туманность извне.

Из уравнений (32.26) и (32.31) мы можем получить интегральное уравнение, определяющее функцию $S(\tau, \vartheta)$. Для этого надо найти величину $I(\tau, \vartheta)$ из уравнения (32.26) и подставить ее в уравнение (32.31).

В случае сферической индикатрисы рассеяния, т. е. при $x(\gamma) = 1$, величина S зависит только от τ . В данном случае упомянутое интегральное уравнение получается в виде

$$\tau S(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} [E_1|\tau - \tau'| - E_1(\tau + \tau')] S(\tau') \tau' d\tau' + \frac{\lambda A}{\tau} e^{-\tau}, \quad (32.32)$$

где $\tau_0 = \alpha r_0$ — оптический радиус туманности.

При $\tau_0 = \infty$ легко найти точное решение уравнения (32.32). Вводя функцию

$$U(\tau) = \int_\tau^\infty S(\tau) \tau d\tau, \quad (32.33)$$

мы для ее определения получаем уравнение

$$U(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} [E_1|\tau - \tau'| + E_1(\tau + \tau')] U(\tau') d\tau' + \lambda A E_1 \tau. \quad (32.34)$$

Обозначая через $\Gamma(\tau, \tau')$ резольвенту уравнения (32.34) и полагая $\Gamma(\tau, 0) = \Phi(\tau)$, мы видим, что $U(\tau) = A\Phi(\tau)$, а значит,

$$S(\tau) = -\frac{A}{\tau} \Phi'(\tau). \quad (32.35)$$

Что же касается функции $\Phi(\tau)$, то она была определена ранее формулой (27.21). Пользуясь этой формулой, находим

$$S(\tau) = \frac{A}{\tau} \left\{ 4\lambda \int_1^{\infty} \frac{x^2 e^{-x\tau} dx}{(\lambda\pi)^2 + \left(2x + \lambda \ln \frac{x-1}{x+1} \right)^2} + \frac{2k^2(1-k^2)}{\lambda + k^2 - 1} e^{-k\tau} \right\}, \quad (32.36)$$

где величина k связана с λ уравнением $\frac{\lambda}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} = 1$. Функция $S(\tau)$ включает в себя в виде слагаемого величину

$$S_1(\tau) = \frac{\lambda A}{\tau^2} e^{-\tau}, \quad (32.37)$$

представляющую собой функцию $S(\tau)$, обусловленную рассеянием первого порядка. В табл. 50 приведены значения отношения $S(\tau)/S_1(\tau)$, вычисленные при помощи формул (32.36) и (32.37) для разных значений альбеда частицы λ .

Таблица 50

Значения величины $\frac{S(\tau)}{S_1(\tau)}$

$\lambda \backslash \tau$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	$\lambda \backslash \tau$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,0	1,47	2,00	2,92	4,89	8,92
0,1	1,07	1,12	1,17	1,24	1,29	1,5	1,65	2,47	4,11	8,50	20,9
0,2	1,12	1,23	1,35	1,51	1,65	2,0	1,80	2,94	5,50	13,8	45,0
0,4	1,22	1,43	1,70	2,14	2,66	2,5	1,95	3,42	7,11	21,4	92,0
0,6	1,31	1,62	2,08	2,90	4,11	3,0	2,08	3,91	8,98	32,1	181
0,8	1,40	1,82	2,49	3,81	6,13						

Таблица ясно показывает, какова роль рассеяний высших порядков при разных λ . При каждом λ вокруг звезды существует область, в которой рассеяния высших порядков играют меньшую роль, чем однократное рассеяние, но вне этой области положение обратное. Размеры упомянутой области тем больше, чем меньше λ . Однако надо иметь в виду, что в реальных туманностях величина τ_0 конечная, а индикатриса рассеяния отличается от сферической.

Поэтому результаты, приведенные в табл. 50, по отношению к туманностям носят лишь иллюстративный характер.

Уравнения (32.26) и (32.31) при любом оптическом радиусе туманности τ_0 и при произвольной индикатрисе рассеяния $x(\gamma)$ могут быть решены приближенным методом. В этом случае величина $S(\tau, \vartheta)$ представляется в виде

$$S(\tau, \vartheta) = \lambda x(\vartheta) \frac{A}{\tau^2} e^{-\tau} + \Delta S(\tau, \vartheta, x_1, \lambda, \tau_0), \quad (32.38)$$

где рассеяние первого порядка учитывается точно, а рассеяние высших порядков — приближенно. При этом величина ΔS зависит не от всей индикатрисы рассеяния, а только от параметра x_1 , представляющего собой первый коэффициент в разложении $x(\gamma)$ по полиномам Лежандра.

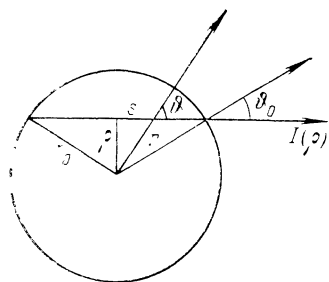


Рис. 44

Если функция $S(\tau, \vartheta)$ известна, то можно легко найти распределение яркости по диску туманности (рис. 44). Обозначим через $I(\rho)$ интенсивность излучения, выходящего из туманности на расстоянии ρ от центра диска (в прежних обозначениях это есть $I(\tau_0, \vartheta_0)$). Как следует из уравнения переноса излучения, величина $I(\rho)$ равна

$$I(\rho) = \int_{-s_0}^{s_0} S(\tau, \vartheta) e^{-\alpha(s_0-s)} \alpha ds, \quad (32.39)$$

где $s_0 = \sqrt{r_0^2 - \rho^2}$. Переходя здесь к новой переменной интегрирования ϑ посредством соотношений $\tau = \alpha \rho / \sin \vartheta$ и $s = \rho \cotg \vartheta$, получаем

$$I(\rho) = \int_{\vartheta_0}^{\pi - \vartheta_0} S\left(\frac{\alpha \rho}{\sin \vartheta}, \vartheta\right) e^{-\alpha(\sqrt{r_0^2 - \rho^2} - \rho \cotg \vartheta)} \frac{\alpha \rho d\vartheta}{\sin^2 \vartheta}, \quad (32.40)$$

где $\sin \vartheta_0 = \rho / r_0$.

Знание величины $I(\rho)$ дает возможность вычислить светимость туманности, которая, очевидно, равна

$$L_n = 4\pi \cdot 2\pi \int_0^{r_0} I(\rho) \rho d\rho. \quad (32.41)$$

Для отношения светимости туманности L_n к наблюдаемой светимости звезды L_* находим

$$\frac{L_n}{L_*} = \frac{8\pi^2 \int_0^{r_0} I(\rho) \rho d\rho}{L e^{-\tau_*}}. \quad (32.42)$$

Теоретические значения величин $I(\rho)$ и L_n/L_* могут быть сравнены с результатами наблюдений. Путем такого сравнения можно попытаться определить оптические свойства туманности, т. е. величины τ_0 , λ и $x(\gamma)$.

Особенно просто получаются некоторые сведения об указанных величинах в тех случаях, когда оптический радиус туманности мал ($\tau_0 \ll 1$). В этом случае функция $S(\tau, \vartheta)$ определяется формулой

$$S(\tau, \vartheta) = \frac{\lambda L}{16\pi^2 r^2} x(\vartheta) \quad (32.43)$$

и вместо соотношения (32.40) находим

$$I(\rho) = \frac{\lambda L \alpha}{16\pi^2 \rho} \int_{\vartheta_0}^{\pi - \vartheta_0} x(\vartheta) d\vartheta. \quad (32.44)$$

Отсюда следует:

$$\frac{dI(\rho)}{d\rho} = - \frac{\lambda L \alpha}{16\pi^2 \sqrt{r_0^2 - \rho^2}} [x(\vartheta_0) + x(\pi - \vartheta_0)]. \quad (32.45)$$

Мы видим, что из формулы (32.45) нельзя найти полностью индикатрису рассеяния $x(\vartheta)$, а можно получить лишь сумму $x(\vartheta) + x(\pi - \vartheta)$. Однако в случае рассеяния света пылевыми частицами доля света, рассеянного вперед, обычно гораздо больше доли света, рассеянного назад. Следовательно, и по этой сумме можно получить более или менее правильное представление об индикатрисе рассеяния.

Чтобы при $\tau_0 \ll 1$ определить величину L_n/L_* , надо подставить в формулу (32.42) выражение (32.44). Делая это и производя интегрирование, находим

$$\frac{L_n}{L_*} = \lambda \tau_0. \quad (32.46)$$

Эта формула совершенно очевидна, так как при $\tau_0 \ll 1$ количество энергии, поглощенное туманностью, равно $L(1 - e^{-\tau_0}) \approx L\tau_0$, а из этой энергии туманность рассеивает долю λ .

Применение формул (32.45) и (32.46) к определению оптических свойств пылевых туманностей было произведено И. Н. Мининым. Полученные им значения величины $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$ для туманностей IC 431 и IC 435 приведены в табл. 51. Здесь использована обычная нормировка индикатрисы рассеяния, т. е. $\int x(\gamma) \frac{d\omega}{4\pi} = 1$. Числа в скобках найдены путем экстраполяции.

Для тех же туманностей были получены также значения величины $\lambda\tau_0$ по формуле (32.46). Они оказались равными 0,063 и 0,16 соответственно. Так как $\tau_0 = \alpha r_0$, а $\lambda\alpha$ представляет собой объемный коэффициент рассеяния σ , то мы имеем $\lambda\tau_0 = \sigma r_0$. При помощи этого соотношения для указанных туманностей была определена величина σ по значениям величины $\lambda\tau_0$ и радиуса туманности r_0 .

Т а б л и ц а 51

Значения величины $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$ для двух туманностей

γ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
IC 431	(35)	14	3,7	2,4	2,2	1,4	1,1	0,82	0,75	(0,69)
IC 435	(8,4)	7,3	6,4	3,8	2,5	1,4	0,96	0,79	0,73	(0,70)

Как показывают наблюдения, туманности с изофотами, близкими к окружностям, составляют довольно значительную долю светящихся диффузных туманностей. Однако трудно думать, что каждая из них представляет собой приблизительно сферическую туманность с находящейся в ее центре звездой. По-видимому, большинство таких туманностей является просто освещенными частями более обширных туманностей. Очевидно, что освещенная часть будет приблизительно сферической даже в случае бесформенной туманности, если ее оптическая толщина по порядку превосходит единицу и плотность вещества в ней не сильно меняется. При определении функции $S(\tau, \vartheta)$ для этих туманностей можно приближенно принять $\tau_0 = \infty$, что ведет к значительному упрощению вычислений.

4. Природа пылевых частиц. Как было показано выше, изучение свечения пылевых туманностей дает возможность определить некоторые величины, характеризующие их оптические свойства: объемный коэффициент поглощения α , альбедо частицы λ и индикатрису рассеяния $x(\gamma)$. В свою очередь знание этих величин позволяет сделать попытку решить вопросы о форме, размерах и концентрации пылевых частиц, а также о природе вещества, из которого они состоят.

Для решения этих вопросов используются результаты теории рассеяния света на отдельных частицах (см., например, [2]). К настоящему времени выполнены многочисленные расчеты величин α , λ и $x(\gamma)$ для частиц разной формы (шаров, цилиндров, дисков) и с различными показателями преломления. Вообще говоря, показатель преломления представляется в комплексной форме. Для диэлектрических частиц мнимая часть показателя преломления равна нулю, для металлических частиц она отлична от нуля. В первом случае частицы производят чистое рассеяние излучения ($\lambda = 1$), во втором случае — как рассеяние, так и истинное поглощение ($\lambda < 1$).

Наиболее полно изучено рассеяние света на сферических частицах. Оптические свойства этих частиц зависят как от показателя преломления, так и от отношения радиуса частицы к длине волны излучения.

Применение указанной теории к изучению пылевых туманностей не приводит, однако, к вполне определенным результатам, так как при этом приходится делать различные предположения. Обычно заранее задается форма частиц и показатель преломления, и путем сравнения оптических свойств, полученных теоретически и из наблюдений, находятся размеры частиц.

При рассмотрении двух упомянутых выше туманностей было принято, что они состоят из диэлектрических частиц сферической формы. Сравнение теоретических и наблюдаемых значений величины $x(\gamma) + x(\pi - \gamma)$ (последние приведены в табл. 51) дало для среднего радиуса частицы значение $a = 6,7 \cdot 10^{-6}$ см. Примерно такие же значения a были найдены для пылевых туманностей и другими способами. Поэтому считается, что средние размеры частиц межзвездной пыли порядка 10^{-5} см.

При определенном радиусе частицы a и показателе преломления m теория дает значение коэффициента рассеяния k , рассчитанного на одну частицу. А так как объемный коэффициент рассеяния σ известен из наблюдений, то из соотношения $\sigma = nk$ можно найти концентрацию частиц n . Затем может быть найдена плотность пыли в туманности по формуле

$$D = \frac{4}{3} \pi a^3 \delta n, \quad (32.47)$$

где δ — удельный вес вещества частицы. В виде примера укажем, что для туманностей IC 431 и IC 435 по формуле (32.47) были получены значения плотности $2,1 \cdot 10^{-24}$ г/см³ и $4,5 \cdot 10^{-24}$ г/см³ соответственно. При этом было положено $\delta = 1$ г/см³, а для показателя преломления принималось значение $m = 1,33$ (т. е. такое, как у капли воды или кристалла льда).

Некоторые сведения о пылевых частицах могут быть также получены путем изучения поляризации света туманностей. Наблюдения показывают, что степень поляризации света пылевых туманностей довольно велика — порядка 10—15%. При этом, как и должно быть при отражении света малыми частицами, поляризация является радиальной, т. е. преимущественное направление колебаний электрического вектора перпендикулярно к радиус-вектору, проведенному от освещающей звезды. Наличие значительной радиальной поляризации излучения говорит о большой роли рассеяния первого порядка в ближайших к звезде областях туманности (так как многократно рассеянное излучение слабо поляризовано). Особенно ценные результаты дает интерпретация наблюдательных данных о поляризации излучения в разных участках спектра.

Как мы знаем, в Галактике, кроме светлых пылевых туманностей, присутствуют еще многочисленные темные туманности. Изучение этих туманностей по производимому ими поглощению света также позволяет судить о природе частиц межзвездной пыли.

Исследование межзвездного поглощения света привело к заключению, что в видимой части спектра коэффициент поглощения приблизительно обратно пропорционален длине волны. Вместе с тем была найдена и величина коэффициента поглощения. В видимой части спектра в галактической плоскости поглощение составляет в среднем одну звездную величину на килопарсек. Это значит, что пути в 1 килопарсек соответствует приблизительно единичное оптическое расстояние. Поэтому объемный коэффициент поглощения межзвездной пыли для визуальных лучей примерно равен $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-22} \text{ см}^{-1}$.

С другой стороны, согласно теории рассеяния света малыми частицами зависимость коэффициента поглощения от длины волны определяется заданием размеров частиц и показателя преломления. Если взять диэлектрические частицы с показателем преломления $m=1,33$, то коэффициент поглощения будет обратно пропорционален длине волны, когда радиус частицы равен $a \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$.

При таких размерах частиц коэффициент поглощения, рассчитанный на одну частицу, будет приблизительно равен $k \approx \pi a^2 \approx 10^{-8} \text{ см}^2$. Пользуясь формулой $\alpha = nk$, мы для средней концентрации пылевых частиц получаем значение $n \approx 3 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-3}$. В этом случае формула (32.47) (при $\delta \approx 1$) дает, что средняя плотность пылевой материи вблизи плоскости Галактики равна $D \approx 10^{-26} \text{ г/см}^3$.

Как мы увидим дальше, это значение плотности пыли примерно на два порядка меньше плотности газа вблизи галактической плоскости. Следует, однако, иметь в виду, что в Галактике могут существовать крупные частицы, не вызывающие заметного поглощения света, но превосходящие по общей массе частицы, обуславливающие поглощение в видимой области спектра. Поэтому плотность пылевой материи в Галактике может быть несколько больше приведенного выше значения.

Подробные сведения о пылевых частицах в Галактике даны в ряде монографий (см. [3], [4] и др.).

5. Поляризация света звезд. Свет звезд при прохождении через межзвездную пылевую материю не только ослабляется, но и становится поляризованным. Это явление было открыто В. А. Домбровским и независимо от него Хильтнером и Холлом, а затем подробно изучалось как названными авторами, так и другими. Наблюдения показывают, что степень поляризации света звезд невелика (доли процента или несколько процентов), но в некоторых случаях доходит до 10%. Плоскость колебаний электрического вектора обычно оказывается близкой к галактической плоскости. Примерно у двух третей звезд с измеренной поляризацией света угол между этими плоскостями составляет не более 20° .

Поляризация света обнаруживается только у далеких звезд, причем существует корреляция между поляризацией и поглоще-

Таблица 52

Связь между степенью поляризации света звезд,
модулем расстояния и избытком цвета

$p, \%$	$\overline{m-M}$	\overline{E}	$p, \%$	$\overline{m-M}$	\overline{E}
0,0—0,4	6,53	0,048	1,5—1,9	9,45	0,298
0,5—0,9	8,41	0,082	2,0—2,4	10,50	0,394
1,0—1,4	8,56	0,158			

нием света. В табл. 52 приведена зависимость между степенью поляризации p , модулем расстояния $m - M$ и избытком цвета E . Мы видим, что чем больше поглощение, тем больше и поляризация. Однако надо иметь в виду, что в таблице содержатся лишь средние значения величин. В отдельных же участках неба эта зависимость выражена очень слабо.

Наблюдаемая поляризация излучения звезд может быть объяснена тем, что межзвездные пылевые частицы имеют удлинённую форму. Как показывают вычисления, доля излучения, поглощенного такой частицей, зависит от угла между ее осью и направлением колебаний электрического вектора (поглощение наибольшее, когда этот угол равен нулю). Поэтому излучение, прошедшее через облако некоторым образом ориентированных частиц, должно быть поляризованным. Для объяснения ориентации пылинок была высказана гипотеза о влиянии на них магнитного поля Галактики. При этом напряженность поля должна быть порядка 10^{-5} эрстед. В разных местах Галактики направление поля может быть различным, чем можно объяснить довольно сложную картину распределения поляризации излучения звезд на небе.

Чтобы магнитное поле могло воздействовать на пылинки, надо допустить наличие в них некоторого количества металлов. С другой стороны, изучение свечения пылевых туманностей приводит к заключению, что в них, по всей вероятности, находятся диэлектрические частицы. Поэтому в настоящее время считается, что межзвездные пылинки являются диэлектрическими с небольшой примесью металлов. Для объяснения межзвездного поглощения и поляризации света было высказано также предположение о присутствии в Галактике частиц графита, который по некоторым свойствам (особенно по электропроводности) близок к металлам.

Интересно отметить, что явление поляризации света звезд в течение значительного времени было одним из основных доводов в пользу существования магнитных полей в Галактике. Затем появились и другие доводы в пользу этого и напряженность га-

лактического магнитного поля была непосредственно измерена (см. § 34).

Вопросы распространения поляризованного излучения в межзвездной среде подробно рассмотрены в монографии А. З. Долгинова, Ю. Н. Гнедина, Н. А. Силантьева [5].

§ 33. Межзвездный газ

1. Ионизация межзвездного водорода. Физические процессы в газовых туманностях уже рассматривались подробно в гл. V. Однако тогда мы ограничились лишь теми областями туманностей, которые находятся вблизи горячих звезд. Теперь попытаемся составить общее представление о межзвездном газе, рассматривая как области, близкие к горячим звездам, так и далекие от них.

Сначала остановимся на вопросе об ионизации межзвездного водорода. Так как водород является наиболее распространенным элементом в Галактике, то многие процессы существенно зависят от того, каким будет в данной области водород — ионизованным или нейтральным.

Предположим, что ионизация вызывается звездой с радиусом r_* и температурой T_* . Тогда на расстоянии r от звезды доля ионизованных атомов x будет определяться формулой

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{W}{n} f(T_*) e^{-\tau}, \quad (33.1)$$

где

$$f(T_*) = \left(\frac{T_e}{T_*}\right)^{1/2} \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT_*)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT_*}}, \quad (33.2)$$

n — концентрация атомов водорода, W — коэффициент дилуции, τ — оптическое расстояние от звезды до данного места за границей серии Лаймана. Мы имеем

$$W = \frac{1}{4} \left(\frac{r_*}{r}\right)^2 \quad (33.3)$$

и

$$\tau = k \int_{r_*}^r n(1-x) dr, \quad (33.4)$$

где k — средний коэффициент поглощения в лаймановском континууме, рассчитанный на один атом.

Формула (33.1) была получена в § 23. Там же была найдена явная зависимость x от r при предположении, что $W/n = \text{const}$. Теперь мы будем считать, что W дается формулой (33.3), а $n = \text{const}$. На самом деле межзвездный газ очень неоднороден, вследствие чего допущение о постоянстве n является лишь грубым приближением к действительности.

Из приведенных соотношений можно легко получить следующее уравнение для определения зависимости x от r :

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1-x}\right) \frac{dx}{dr} + (1-x)nk + \frac{2}{r} = 0. \quad (33.5)$$

При этом вблизи поверхности звезды должно быть $x=x_*$. Для звезд с достаточно высокой температурой величина x_* близка к единице.

Решение уравнения (33.5) [как и решение уравнения (23.17) в гл. V] показывает, что величина x остается близкой к единице до некоторого значения $r=r_0$, а затем быстро убывает до нуля. Следовательно, вокруг звезды существует область радиуса r_0 , внутри которой водород почти полностью ионизован, а вне — почти полностью нейтрален.

Переход от одной области к другой совершается там, где оптическое расстояние τ становится порядка единицы. На основании этого легко определить радиус r_0 . Из соотношения (33.4) имеем

$$kn \int_{r_*}^{r_0} (1-x) dr = 1. \quad (33.6)$$

Но при $r < r_0$ формула (33.1) приближенно дает

$$1-x = \frac{n}{wf(T_*)}. \quad (33.7)$$

Поэтому, подставляя (33.7) в (33.6) и пользуясь формулой (33.3), получаем

$$r_0 = \left[\frac{3r_*^2 f(T_*)}{4kn^2} \right]^{1/3}. \quad (33.8)$$

Как известно, область, в которой водород почти полностью ионизован, принято называть зоной H II, а область, в которой он почти полностью нейтрален, зоной H I. Формулой (33.8) определяется радиус зоны H II вокруг данной звезды.

Для определения величины r_0 мы можем также получить несколько другую формулу. Для этого используем тот факт, что в области радиуса r_0 поглощаются все кванты звезды за границей лаймановской серии. При поглощении каждого L_c -кванта происходит ионизация атома водорода, а за ней следует рекомбинация. Так как процесс стационарен, то мы можем приравнять число L_c -квантов звезды числу рекомбинаций, совершающихся в рассматриваемой области. При этом, очевидно, рекомбинации на первый уровень не должны учитываться, так как возникающие при таких рекомбинациях L_c -кванты снова вызывают ионизации.

Обозначим через I_v^* интенсивность излучения звезды. Тогда для полного числа испускаемых звездой L_c -квантов имеем выражение

$$4\pi r_*^2 \int_{\nu_1}^{\infty} \pi I_v^* \frac{d\nu}{h\nu},$$

где ν_1 — частота предела лаймановской серии. С другой стороны, полное число рекомбинаций на все уровни, начиная со второго, происходящих в области радиуса r_0 , равно

$$4\pi \sum_2^{\infty} C_i \int_{r_*}^{r_0} n_e n^+ r^2 dr,$$

где n^+ — число протонов и n_e — число свободных электронов в 1 см^3 . Приравнявая друг другу два последних выражения и пользуясь тем, что в рассматриваемой области $n_e = n^+ \approx n$, получаем

$$r_0^3 n^2 \sum_2^{\infty} C_i = 3r_*^2 \int_{\nu_1}^{\infty} \pi I_v^* \frac{d\nu}{h\nu}. \quad (33.9)$$

Легко убедиться, что в случае, когда интенсивность излучения звезды I_v^* дается формулой Планка с температурой T_* , формула (33.9) переходит в формулу (33.8).

Таблица 53

Радиусы зоны H II вокруг звезд разных спектральных классов

Спектр	T_*	$M_{\text{виз}}$	r_0	Спектр	T_*	$M_{\text{виз}}$	r_0
O5	79 000	—4,2	140 пс $\times n^{-2/3}$	B1	23 000	—2,5	17 пс $\times n^{-2/3}$
O6	63 000	—4,1	110	B2	20 000	—1,8	11
O7	50 000	—4,0	87	B3	18 600	—1,2	7,2
O8	40 000	—3,9	66	B4	17 000	—1,0	5,2
O9	32 000	—3,6	46	B5	15 500	—0,8	3,7
B0	25 000	—3,1	26	A0	10 700	+0,9	0,5

Вопрос об ионизации межзвездного водорода был впервые рассмотрен Стремгреном. Табл. 53 содержит значения величины r_0 , вычисленные по формуле (33.8) для звезд разных спектральных классов. В той же таблице приведены использованные при вычислениях значения температуры звезды и ее визуальной абсолютной величины.

Из таблицы видно, что ионизация межзвездного водорода производится в основном самыми горячими звездами — спектральных классов O и B. Уже звезды класса A принимают лишь небольшое участие в ионизации водорода. Например, одна звезда класса O5

ионизует водород в такой же области пространства, как и 22 миллиона звезд класса А0. Холодные же звезды совершенно не ионизуют межзвездный водород — даже во внешних слоях их собственных атмосфер водород в основном нейтрален. Грубо говоря, границы зон ионизованного водорода находятся в атмосферах этих звезд.

В зонах Н II, окружающих горячие звезды, происходят фотоионизации водородных атомов и последующие рекомбинации. Затем совершаются каскадные переходы электронов с уровня на уровень, в результате которых образуются кванты в спектральных линиях. Так, в частности, возникает свечение зоны Н II в бальмеровских линиях, которое может наблюдаться. Первоначально именно такое свечение и было обнаружено в некоторых участках неба, а затем Стремгренем была предложена изложенная выше теория для его объяснения.

Из наблюдений по свечению в бальмеровских линиях может быть найден радиус зоны Н II вокруг данной звезды. Сравнивая его с теоретическим значением величины r_0 , можно оценить среднюю концентрацию атомов водорода в межзвездном пространстве. Наблюдения показывают, что радиус зоны Н II вокруг звезды класса О порядка 100 парсек. Поэтому на основании табл. 53 мы заключаем, что средняя концентрация атомов водорода равна приблизительно $n \approx 1 \text{ см}^{-3}$. Для средней плотности межзвездного газа отсюда получается значение $\rho \approx 10^{-24} \text{ г/см}^3$.

Приведенное значение ρ относится к областям, близким к галактической плоскости. По мере удаления от этой плоскости плотность газа убывает. Вместе с тем обнаруживаются чрезвычайно большие флуктуации в плотностях межзвездного газа. Когда в зоне Н II плотность газа по порядку превосходит среднюю плотность, то мы наблюдаем светящуюся диффузную туманность. Концентрации атомов водорода в диффузных туманностях, как было установлено в гл. V, доходят до значений порядка 10^3 см^{-3} .

Согласно произведенным оценкам зоны Н II занимают приблизительно одну десятую часть галактического пространства. Остальную часть занимают зоны Н I, в которых водород в основном нейтрален. Выяснение разделения Галактики на зоны Н II и Н I имеет очень большое значение для физики межзвездного газа.

2. Ионизация других атомов. После рассмотрения ионизации водорода перейдем теперь к определению степени ионизации других атомов в межзвездном пространстве. При этом мы должны иметь в виду большое различие в условиях ионизации в зонах Н II и Н I. Оно обусловлено тем, что из зоны Н II излучение за границей серии Лаймана не выходит. Поэтому в зоне Н I могут ионизоваться только те атомы, энергия ионизации которых меньше энергии ионизации водорода (равной 13,6 эВ). В то же время в зоне Н II могут быть ионизованы и атомы с большей энергией ионизации, если температура ионизирующей звезды достаточно высока.

В зоне Н II ионизация всех атомов вызывается обычно той же звездой, что и ионизация атомов водорода. В этом случае степень ионизации определяется уже известной нам формулой (33.1). В частности, при достаточно большом значении T_* могут быть ионизованы атомы He и He⁺. Ионизация этих атомов и их свечение, обусловленное рекомбинациями, происходит в соответствующих зонах, находящихся внутри зоны Н II. Все эти вопросы уже были подробно рассмотрены в гл. V.

Совсем иначе определяется степень ионизации атомов в зоне Н I. Произвольный элементарный объем этой зоны находится обычно очень далеко от какой-либо горячей звезды и ионизация в нем атомов вызывается большим числом разных звезд. Чтобы составить себе представление о средней степени ионизации какого-нибудь атома, мы должны предварительно определить среднюю плотность излучения ρ_ν в галактическом пространстве. Для нахождения же величины ρ_ν надо знать распределение звезд разных спектральных классов в Галактике, а также распределение пылевой материи, которая производит поглощение излучения в непрерывном спектре.

Определение средней плотности излучения в Галактике производилось в ряде работ. Мы сейчас найдем величину ρ_ν , следуя работе С. А. Каплана (см. [3]), причем для простоты сделаем это только для галактической плоскости.

Обозначим через $\varepsilon_\nu(z)$ объемный коэффициент излучения на высоте z над плоскостью Галактики и через $\alpha_\nu(z)$ — объемный коэффициент поглощения на той же высоте. Первый из этих коэффициентов обусловлен звездами, а второй — пылевой материей. Будем считать, что убывание этих величин с ростом z происходит согласно формулам

$$\alpha_\nu(z) = \alpha_\nu(0) e^{-\frac{z}{\beta}}, \quad \varepsilon_\nu(z) = \varepsilon_\nu(0) e^{-\frac{z}{\beta_*}}. \quad (33.10)$$

Из наблюдений известно, что $\beta \approx 100$ парсек, а значения β_* различны для звезд разных классов (порядка 50—500 парсек).

Интенсивность излучения I_ν зависит от галактической широты b и определяется формулой

$$I_\nu(b) = \int_0^\infty \varepsilon_\nu(z) e^{-\frac{\tau_\nu(z)}{\sin b}} \frac{dz}{\sin b}, \quad (33.11)$$

где $\tau_\nu(z)$ — оптическое расстояние точки с координатой z от галактической плоскости. Пользуясь формулами (33.10), получаем

$$\tau_\nu(z) = \alpha_\nu(0) \beta \left(1 - e^{-\frac{z}{\beta}} \right) \quad (33.12)$$

и

$$I_{\nu}(b) = \varepsilon_{\nu}(0) \int_0^{\infty} e^{-\frac{z}{\beta_*} - \frac{\alpha_{\nu}(0)\beta}{\sin b}} (1 - e^{-z/\beta}) \frac{dz}{\sin b}. \quad (33.13)$$

Объемный коэффициент излучения, очевидно, равен

$$\varepsilon_{\nu}(z) = \frac{L_{\nu}}{4\pi} n_*(z), \quad (33.14)$$

где L_{ν} — светимость звезды в частоте ν и $n_*(z)$ — число звезд в единице объема на высоте z . Это соотношение можно также переписать в виде

$$\varepsilon_{\nu}(z) = r_*^2 \pi I_{\nu}^* n_*(z), \quad (33.15)$$

где I_{ν}^* — средняя интенсивность излучения, выходящего из звезды.

Учитывая соотношение (33.15) и делая подстановку $1 - e^{-\frac{z}{\beta}} = y$, вместо формулы (33.13) находим

$$I_{\nu}(b) = \pi I_{\nu}^* r_*^2 n_*(0) \beta \int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1} e^{-\frac{\alpha_{\nu}(0)\beta y}{\sin b}} \frac{dy}{\sin b}. \quad (33.16)$$

Плотность излучения в данном случае равна

$$\rho_{\nu} = \frac{4\pi}{c} \int_0^{\pi/2} I_{\nu}(b) \cos b \, db. \quad (33.17)$$

одставляя сюда выражение (33.16), получаем

$$\rho_{\nu} = \frac{4\pi}{c} r_*^2 \pi I_{\nu}^* (0) \beta \int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1} E_1[\alpha_{\nu}(0)\beta y] \, dy. \quad (33.18)$$

Как и в случае действия одиночной звезды, для характеристики плотности излучения ρ_{ν} мы можем ввести коэффициент дилуции W , определяемый соотношением

$$\rho_{\nu} = W \rho_{\nu}^* = W \frac{4\pi}{c} I_{\nu}^*. \quad (33.19)$$

Пользуясь формулой (33.18), находим

$$W = \pi r_*^2 n_*(0) \beta \int_0^1 (1-y)^{\frac{\beta}{\beta_*}-1} E_1[\alpha_{\nu}(0)\beta y] \, dy. \quad (33.20)$$

Формулы (33.18) и (33.20) определяют искомую плотность излучения ρ_{ν} и ей соответствующий коэффициент дилуции W . Эта плотность обусловлена звездами определенного спектрального класса (характеризуемыми величинами r_* , I_{ν}^* и n_*). Чтобы найти пол-

ную плотность излучения, надо просуммировать выражение (33.18) по всем спектральным классам.

В таблице 54 приведены значения коэффициента дилуции W , вычисленные по формуле (33.20), а также значения величины WI_v^* , представляющей собой интенсивность излучения в межзвездном пространстве, усредненную по направлениям. Значения величины WI_v^* даны для трех длин волн в ультрафиолетовом участке спектра. При вычислениях были использованы теоретические данные о распределении энергии в спектре звезды, полученные из расчетов моделей звездных фотосфер. Как уже говорилось (в § 6), эти данные несколько отличаются от результатов наблюдений, выполненных с помощью ракет. Поэтому приведенные значения величины WI_v^* нуждаются в некотором пересмотре.

Таблица 54

Средняя интенсивность излучения в межзвездном пространстве

Спектр	W	WI_v^*		
		912 Å	1500 Å	2000 Å
O5	$2 \cdot 10^{-21}$			
O6 — O8	$3 \cdot 10^{-20}$	$5,7 \cdot 10^{-22}$	$4,4 \cdot 10^{-22}$	$3,5 \cdot 10^{-22}$
B0 — B2	10^{-17}	$4,1 \cdot 10^{-20}$	$3,2 \cdot 10^{-20}$	$2,5 \cdot 10^{-20}$
B3 — B9	$4 \cdot 10^{-17}$	$4 \cdot 10^{-20}$	$4 \cdot 10^{-20}$	$4 \cdot 10^{-20}$
A0 — A9	10^{-15}	$1,2 \cdot 10^{-20}$	$1,5 \cdot 10^{-20}$	$1,3 \cdot 10^{-20}$
F — M	$2 \cdot 10^{-13}$			
Сумма		$1,0 \cdot 10^{-19}$	$0,9 \cdot 10^{-19}$	$0,8 \cdot 10^{-19}$

Значения величины WI_v^* были вычислены для излучения в интервале длин волн от 912 до 2000 Å потому, что именно это излучение вызывает ионизацию атомов в зоне H I. Напомним, что при $\lambda < 912$ Å излучение в зоне H I практически отсутствует, так как оно поглощается водородом в зонах H II.

Если плотность излучения ρ_v в данном месте известна, то можно легко определить степень ионизации любого атома. Для этого мы должны воспользоваться соотношением, выражающим собой равенство между числом ионизаций и числом рекомбинаций. Это соотношение имеет вид

$$\frac{n_e n^+}{n_1} \sum_1^{\infty} C_i = \int_{\nu_1}^{\nu_1(H)} k_{1\nu} \frac{c \rho_\nu}{h\nu} d\nu, \quad (33.21)$$

где ν_1 — частота ионизации рассматриваемого атома и $\nu_1(H)$ — частота ионизации водорода. Входящая в (33.21) величина ρ_ν дается формулой (33.19).

Плотность излучения ρ_ν в межзвездном пространстве очень мала. Однако вместе с тем мала и концентрация свободных электронов n_e . Поэтому степень ионизации многих атомов в межзвездном пространстве оказывается гораздо больше единицы. Например, подсчеты по формуле (33.21) дают, что для кальция (потенциал ионизации 6,1 эВ) величина n^+/n_1 порядка 10^5 . Даже для ионизованного кальция (потенциал ионизации 11,9 эВ) степень ионизации, т. е. величина n^{++}/n^+ , порядка 10^2 .

Следует отметить, что концентрация свободных электронов в зонах Н I гораздо меньше, чем в зонах Н II (приблизительно на три порядка). Объясняется это тем, что водород, являющийся самым распространенным элементом в Галактике, в зоне Н I не ионизован. То же самое относится и к следующему по распространенности элементу — гелию. Свободные электроны возникают в зоне Н I лишь при ионизации элементов, относительное содержание которых невелико (углерод, натрий и др.).

3. Межзвездные линии поглощения. Присутствие газа в межзвездном пространстве обнаруживается не только по его свечению, но также и по линиям поглощения в спектрах звезд, возникающим при прохождении звездного излучения через межзвездный газ. Впервые межзвездные линии поглощения (Н и К ионизованного кальция) наблюдались в спектре спектрально-двойной звезды δ Ориона Гартманом в 1904 г. Эти линии не меняли своего положения в спектре, в то время как другие линии периодически смещались вследствие вращения одной звезды вокруг другой. Позднее межзвездные линии поглощения наблюдались и в спектрах одиночных звезд. Сначала думали, что звезды окружены облаками ионизованного кальция. Однако затем был открыт эффект увеличения интенсивности межзвездных линий поглощения с увеличением расстояния до звезды. Это позволило выработать правильную точку зрения, заключающуюся в том, что газ заполняет все межзвездное пространство. Упомянутый же эффект стал использоваться для приближенного определения расстояний до звезд.

Межзвездных линий поглощения в видимой части спектра обнаружено немного. Кроме уже упомянутых линий Н и К ионизованного кальция, наблюдаются еще линии D_1 и D_2 натрия и некоторые другие. Из молекулярных линий найдены только линии нейтральной и ионизованной молекулы СН и циана CN. Все эти линии возникают из основных состояний атомов и молекул.

Такой характер спектра поглощения межзвездного газа объясняется тем, что степень возбуждения атомов и молекул в межзвездном пространстве очень низка. Поэтому линии, возникающие из возбужденных состояний, чрезвычайно слабы и наблюдаться не могут. Спектр поглощения межзвездного газа должен состоять только из линий основных серий, и мы обнаруживаем те из них, которые находятся в видимой части спектра. Линии основных серий многих распространенных элементов расположены в ультра-

фиолетовой части спектра ($912 \text{ \AA} < \lambda < 2000 \text{ \AA}$) и их можно наблюдать с помощью космических аппаратов. Линии, лежащие за границей лаймановской серии ($\lambda < 912 \text{ \AA}$), наблюдаться не могут вследствие поглощения межзвездным водородом.

Следует подчеркнуть большое различие в степени ионизации и степени возбуждения атомов в межзвездном пространстве. Как мы видели, степень ионизации межзвездного газа довольно велика. Объясняется это тем, что малость плотности излучения компенсируется малостью концентрации свободных электронов. Иными словами, редко происходят фотоионизации атомов, но редко совершаются и обратные процессы — рекомбинации. Иначе обстоит дело в случае возбуждения атомов. Атомы попадают в возбужденные состояния (под действием излучения звезд или при столкновениях) также очень редко. Однако из возбужденных состояний быстро совершаются спонтанные переходы (не зависящие, в отличие от рекомбинаций, от физических условий). Поэтому степень возбуждения атомов в межзвездном пространстве оказывается чрезвычайно малой.

Изучение межзвездных линий поглощения дает возможность определить многие характеристики межзвездного газа. Делается это путем сравнения теоретических и наблюдаемых профилей линий и их эквивалентных ширин.

Нахождение теоретических профилей межзвездных линий поглощения не представляет больших трудностей, так как при этом можно не принимать во внимание рассеянное излучение в линии. Обозначим через I_0 интенсивность излучения, выходящего из атмосферы звезды, и через I_λ — интенсивность излучения с длиной волны λ , приходящего к наблюдателю. В данном случае эти величины связаны простым соотношением

$$I_\lambda = I_0 e^{-\tau_\lambda}, \quad (33.22)$$

где τ_λ — оптическое расстояние от звезды до наблюдателя. Величину I_0 можно считать не зависящей от λ , если межзвездная линия поглощения не накладывается на линию поглощения, возникающую в атмосфере звезды. Эквивалентная ширина межзвездной линии поглощения будет определяться формулой

$$W_\lambda = \int \frac{I_0 - I_\lambda}{I_0} d\lambda = \int (1 - e^{-\tau_\lambda}) d\lambda. \quad (33.23)$$

Для вычислений величин I_λ и W_λ по формулам (33.22) и (33.23) надо знать коэффициент поглощения в спектральной линии. В звездных атмосферах он определяется затуханием излучения и тепловым движением атомов. Однако в случае межзвездного газа затухание излучения можно не учитывать, так как поглощение происходит в основном только в центральных частях линии.

Поэтому для коэффициента поглощения, рассчитанного на один атом, мы можем взять выражение

$$k_{\lambda} = k_0 e^{-\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D}\right)^2}, \quad (33.24)$$

где k_0 — коэффициент поглощения в центре линии и $\Delta\lambda_D$ — доплеровская полуширина. На основании формулы (12.6) имеем

$$k_0 = \frac{\sqrt{\pi} e^2 \lambda_0^2}{mc^2 \Delta\lambda_D} f, \quad (33.25)$$

где f — сила осциллятора. Как мы увидим дальше, тепловые скорости атомов гораздо меньше скоростей хаотического движения межзвездного газа. Вследствие этого в известном выражении для доплеровской полуширины линии

$$\Delta\lambda_D = \lambda_0 \frac{v}{c} \quad (33.26)$$

мы под v должны понимать среднюю скорость хаотического движения.

Если величина k_{λ} задана, то оптическое расстояние τ_{λ} можно найти по формуле

$$\tau_{\lambda} = k_{\lambda} \int_0^{r_0} n \, dr = k_{\lambda} N, \quad (33.27)$$

где n — число поглощающих атомов в 1 см^3 и r_0 — расстояние между звездой и наблюдателем. Для эквивалентной ширины линии теперь получаем

$$W_{\lambda} + \Delta\lambda_D \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - e^{-k_0 N e^{-x^2}}) dx, \quad (33.28)$$

где обозначено $x = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D}$.

При малых значениях величины $\tau_0 = k_0 N$ из формулы (33.28) находим

$$W_{\lambda} = \sqrt{\pi} \Delta\lambda_D \tau_0 \left(1 - \frac{\tau_0}{2\sqrt{2}} + \frac{\tau_0^3}{6\sqrt{3}} - \dots \right). \quad (33.29)$$

При больших значениях τ_0 имеем асимптотическое разложение

$$W_{\lambda} = 2\Delta\lambda_D \sqrt{\ln \tau_0} \left[1 + \frac{0,2886}{\ln \tau_0} - \frac{0,1355}{(\ln \tau_0)^2} + \dots \right]. \quad (33.30)$$

Если зависимость между W_{λ} и N , даваемую соотношением (33.28), изобразить на графике, то мы получим кривую роста для межзвездной линии поглощения. При $k_0 N \ll 1$ величина W_{λ} пропорциональна N и не зависит от $\Delta\lambda_D$. При $k_0 N \gg 1$ величина W_{λ} очень слабо зависит от N , но приблизительно пропорциональна

$\Delta\lambda_D$. Очевидно, что при очень больших значениях k_0N (примерно при $k_0N > 10^3$) формулу (33.28) применять нельзя, так как в этом случае надо учитывать затухание излучения.

Пользуясь полученными из наблюдений значениями эквивалентной ширины линии и кривой роста, можно определить значения величин N и $\Delta\lambda_D$. Вообще говоря, мы имеем одно уравнение с двумя неизвестными, но при $k_0N \ll 1$ можно найти N , не зная $\Delta\lambda_D$. Разделив N на расстояние до звезды r_0 , мы получаем среднюю концентрацию поглощающих атомов n . Переходя от одной стадии ионизации к другой при помощи ионизационной формулы, находим среднюю концентрацию атомов данного элемента. Таким путем определяется химический состав межзвездного газа.

К особенно ценным результатам привели наблюдения резонансных линий различных атомов и ионов в ультрафиолетовой части спектра, выполненные с помощью космических аппаратов. Оказалось, что число атомов многих элементов (C, N, O и др.) по отношению к числу атомов водорода в межзвездных облаках приблизительно в 10 раз меньше, чем в атмосфере Солнца.

Определение величины $\Delta\lambda_D$ по наблюдаемым значениям W_λ и по кривой роста может быть сделано в том случае, когда заранее оценена величина N . Существует также способ совместного определения величин $\Delta\lambda_D$ и N . Он основан на том, что резонансные линии Na I и Ca II являются дублетами с известным отношением сил осцилляторов, равным 2. Поэтому если оптическое расстояние от звезды до наблюдателя для одного компонента дублета равно τ_0 , то для другого компонента оно равно $2\tau_0$. Очевидно, что по отношению эквивалентных ширин компонент дублета можно найти величину τ_0 . Далее по формуле (33.28) определяется величина $\Delta\lambda_D$ и по формуле (33.27) — величина N .

Знание доплеровской полуширины линии $\Delta\lambda_D$ дает возможность по формуле (33.26) найти величину v , т. е. среднюю скорость хаотического движения межзвездного газа. Для этой величины получено значение $v \approx 10$ км/с.

Как уже говорилось, в первом приближении межзвездный газ имеет облакообразную структуру. Проявлением этой структуры является тот факт, что межзвездные линии поглощения иногда состоят из нескольких компонент. Объясняется это тем, что в таких случаях на пути от звезды до наблюдателя находится несколько облаков с разными лучевыми скоростями. По смещениям компонент линии друг относительно друга можно определить относительные скорости движения облаков. Таким способом для скорости v также получается значение порядка 10 км/с.

При определении эквивалентных ширин межзвездных линий поглощения выше мы считали, что скорости хаотического движения межзвездного газа распределены по закону Максвелла. Однако из рассмотрения профилей линий поглощения получаются другие выражения для функции распределения скоростей (которая падает

более медленно, чем функция Максвелла, с увеличением скорости). Иногда эти эмпирические выражения используются и при построении теоретических кривых роста.

Необходимо еще отметить, что межзвездный газ участвует в галактическом вращении. Этот эффект сказывается на профилях межзвездных линий поглощения при больших расстояниях до звезд, причем он различен для разных направлений. При построении теоретических кривых роста его также необходимо принимать во внимание.

4. Физическое состояние межзвездного газа. Как мы видели выше, межзвездный газ является чрезвычайно разреженным. По свечению газа в зонах Н II было найдено, что в 1 см^3 межзвездного пространства находится в среднем всего 1 атом водорода. Примерно такой же результат получается и по межзвездным линиям поглощения. Правда, в этом случае непосредственно из наблюдений находится концентрация других атомов (в частности, натрия и кальция) и при переходе к концентрации атомов водорода приходится делать предположения об относительном содержании элементов в межзвездном пространстве. Очень подробные сведения о концентрации межзвездного водорода и о его распределении в пространстве дают наблюдения галактического радиоизлучения с длиной волны 21 см, о чем будет сказано в следующем параграфе.

Рассмотрим теперь кратко вопрос о температуре межзвездного газа. В зонах Н II температура определяется методами, изложенными в гл. V, и оказывается порядка 10 000 К. Для нахождения температуры в зоне Н I также может быть применен один из указанных методов, основанный на рассмотрении энергетического баланса газа. Однако в зоне Н I газ приобретает и расходует энергию иначе, чем в зоне Н II. Как мы помним, в зоне Н II нагревание газа происходит в основном при фотоионизации атомов водорода (и отчасти атомов гелия). Но в зоне Н I ионизируются лишь те атомы, потенциал ионизации которых меньше 13,6 эВ. При этом, как показывают простые оценки, больше всего энергии газ получает при ионизации атомов углерода (потенциал ионизации которого равен 11,3 эВ). А так как число атомов углерода приблизительно в 10^4 раз меньше числа атомов водорода, то единичный объем газа в зоне Н I получает гораздо меньше энергии, чем в зоне Н II. Вследствие этого в зоне Н I играют роль такие механизмы охлаждения газа, которые совершенно не существенны в зоне Н II. Из них на первое место надо поставить электронные столкновения, возбуждающие уровни тонкой структуры основных термов некоторых ионов (в частности, С II и Fe II). Из сказанного следует, что температура газа в зоне Н I должна быть весьма низкой.

Более подробное рассмотрение вопроса показывает, что нагревание газа в зоне Н I вызывается не столько излучением звезд, сколько космическими лучами и рентгеновским излучением от различных источников. Учет этих механизмов нагрева в уравнении

энергетического баланса приводит к температуре газа порядка 30—80 К. Эта температура относится к облакам межзвездного газа. Между же облаками, где плотность гораздо меньше, температура должна быть порядка 5000—7000 К. Эти теоретические заключения подтверждаются измерением профилей межзвездной линии водорода с длиной волны 21 см.

При условиях, существующих в зонах нейтрального водорода, в них должно присутствовать значительное число разных молекул. При термодинамическом равновесии концентрация молекул определяется формулой (14.20). Так как в межзвездном пространстве нет термодинамического равновесия, то для нахождения концентрации молекул приходится использовать условие равенства между числом образующихся и числом диссоциирующих молекул. Таким путем, в частности, найдено, что в межзвездных облаках должно быть много молекул водорода H_2 . Однако эти молекулы в течение долгого времени не были обнаружены, так как все их линии, возникающие из основного состояния, расположены в ультрафиолетовой области спектра. Лишь при внеатмосферных наблюдениях с борта космических аппаратов эти линии удалось зарегистрировать. По их эквивалентным ширинам получено, что количество молекул водорода H_2 составляет заметную долю количества атомов водорода H (порядка 5—50%).

Кроме молекулы H_2 , при наблюдениях в видимой и ультрафиолетовой областях спектра обнаружены в межзвездном пространстве также молекулы CN , CN^+ , C , CO . Линии очень многих молекул наблюдаются в радиодиапазоне (о них см. ниже).

5. Движение межзвездного газа. Как показывают наблюдения межзвездных линий поглощения, газовые облака в межзвездном пространстве движутся со скоростями порядка 10 км/с. Наблюдения светящихся газовых облаков приводят приблизительно к таким же результатам. В этом случае скорости движения облаков определяются по смещению эмиссионных линий в их спектрах. Вместе с тем внутри облаков существуют и беспорядочные (турбулентные) движения. Это проявляется в том, что лучевые скорости разных элементов газового облака различны. В частности, внутренние движения были подробно изучены в случае туманности Ориона. Оказалось, что средняя скорость таких движений порядка 7 км/с.

Исследование движения межзвездного газа производится методами газовой динамики (см. [6] и [7]). Здесь мы отметим лишь некоторые результаты.

Если газовое облако находится в вакууме, то оно, естественно, должно расширяться. Как показал Риман, скорость расширения равна

$$v = \frac{2v_s}{\gamma - 1}, \quad (33.31)$$

где v_s — скорость звука и γ — показатель адиабаты.

Скорость звука, как известно, дается формулой

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma k T}{\mu m_H}}, \quad (33.32)$$

где μ — средняя молекулярная масса. Межзвездный газ является в основном одноатомным, вследствие чего $\gamma = 5/3$. Можно считать, что $\mu = 1$ и $T = 100$ К в зоне Н I и $\mu = 1/2$ и $T = 10\,000$ К в зоне Н II. Поэтому для скорости звука в этих зонах получаем значения $v_s = 1,2$ км/с и $v_s = 19$ км/с соответственно.

При указанных значениях γ и v_s из формулы (33.31) следует, что облако ионизованного водорода должно расширяться в пустоту со скоростью порядка 60 км/с. Очевидно, что приблизительно с такой же скоростью будет происходить расширение и тогда, когда плотность облака гораздо больше плотности окружающей среды. Однако обычно плотность зоны Н II не отличается значительно от плотности примыкающей к ней зоны Н I. В этом случае зона Н II будет расширяться медленнее, однако она все-таки должна расширяться вследствие большой разницы давлений в этих зонах, вызванной разницей температур. Расширение горячего газа зоны Н II приводит в движение холодный газ зоны Н I и сжимает его. Вместе с тем при этом уменьшается плотность горячего газа и он становится прозрачнее для излучения звезды в лаймановском континууме. Это излучение проникает в сжатый холодный газ и вызывает его ионизацию. Благодаря такому процессу во внешнем слое зоны Н II должен находиться более плотный газ и он должен светиться ярче газа во внутренних частях. Как показывают наблюдения, зоны Н II, действительно, часто ограничены светлыми ободками.

Характерной чертой движения межзвездного газа является образование ударных волн. Это объясняется тем, что скорости движения газа в межзвездном пространстве часто превосходят скорость звука (особенно в зонах Н I). Возникновение ударных волн может происходить при различных процессах: при расширении зоны Н II (или, как иногда говорят, при движении ионизационного фронта), при встречах межзвездных облаков, при движении оболочек, выброшенных при вспышках новых и сверхновых звезд.

Приведем некоторые формулы, описывающие явления, происходящие при распространении ударной волны. Пусть плотное облако (или оболочка) движется со скоростью v в межзвездном неионизованном газе. Перед облаком будет находиться сжатый газ, движущийся с той же скоростью v . Граница между сжатым и несжатым газом, называемая фронтом ударной волны, движется со скоростью V , превосходящей v . Если ударная волна распространяется в идеальном одноатомном газе, то, как показывают

расчеты,

$$V = \frac{4}{3} v, \quad (33.33)$$

а плотность сжатого газа в четыре раза больше плотности несжатого газа. При сжатии газа происходит также повышение его температуры до значения, определяемого формулой

$$\frac{3}{2} kT = \frac{\mu m_H v^2}{2}. \quad (33.34)$$

Очевидно, что нагревание газа и сообщение ему движения происходит за счет кинетической энергии облака, которое постепенно тормозится. Однако при получении приведенных формул не был принят во внимание тот факт, что нагретый сжатый газ может охлаждаться. Это охлаждение происходит вследствие того, что атомы возбуждаются при столкновениях со свободными электронами, а затем испускают кванты в спектральных линиях, выходящие из газа. Такой процесс представляет собой высвечивание газа. Структура ударных волн с высвечиванием впервые была рассмотрена С. Б. Пикельнером [3], а затем и другими авторами. Результаты этой теории отличаются от указанных выше. В частности, было найдено, что плотность сжатого газа может в десятки раз превзойти его первоначальную плотность. Возможно, что свечение некоторых диффузных туманностей объясняется высвечиванием газа после прохождения ударной волны.

Существующие в Галактике турбулентные движения газа изучаются особыми статистическими методами. В простейшем случае считается, что турбулентное движение характеризуется хаотическим перемещением газовых масс, при котором энергия движений больших масштабов полностью передается движениям меньших масштабов, превращаясь в конце концов в тепловую энергию. В этом случае, согласно А. Н. Колмогорову, относительная скорость движения турбулентных масс v связана с расстоянием между ними l соотношением

$$v \approx (\epsilon l)^{1/3}, \quad (33.35)$$

где ϵ — энергия, получаемая одним граммом вещества за 1 с от источников турбулентности. Анализ наблюдательных данных о движении межзвездного газа приводит к выводу, что закон (33.35) в общих чертах выполняется до значения $l \approx 100$ пс. При этом для энергии, приобретаемой газом, должно быть принято значение $\epsilon \approx 10^{-3}$ эрг/г·с. При более строгом исследовании турбулентности в Галактике следует учитывать влияние на нее магнитного поля (см. [3]).

Движение газа и пыли в Галактике может вызываться рядом причин. Одной из них является давление излучения звезд, довольно сильно действующее на пылевые частицы. В качестве другой

причины можно указать расширение оболочек новых и сверхновых звезд. Наибольшую же роль в сообщении движений газу и пыли в межзвездном пространстве играет, по-видимому, расширение зон ионизованного водорода, окружающих звезды класса О.

§ 34. Космическое радиоизлучение

1. Излучение зоны Н II. Излучение межзвездной среды наблюдается как в оптической области спектра, так и в радиодиапазоне. Наблюдения в радиодиапазоне дают ценные сведения не только о физическом состоянии межзвездной среды, но также о ее структуре и движении. Особенно важно то, что мы можем наблюдать радиоизлучение от очень далеких частей Галактики, которые совершенно недоступны для оптических наблюдений. Объясняется это тем, что межзвездная пыль практически прозрачна в радиочастотах.

Сначала остановимся на радиоизлучении, идущем от зон ионизованного водорода. Такое излучение, наблюдаемое в сантиметровом и дециметровом диапазонах, является тепловым (в метровом диапазоне добавляется еще нетепловое излучение, о котором речь будет идти ниже). Так как радиоизлучение спокойного Солнца также имеет тепловую природу, то при рассмотрении теплового радиоизлучения зон Н II мы можем воспользоваться формулами, приведенными в § 18.

Допустим, что радиоизлучение идет к нам от облака ионизованного водорода и на пути от облака до наблюдателя поглощение отсутствует. Обозначим через ϵ_v объемный коэффициент излучения и через α_v объемный коэффициент поглощения в облаке. Если излучение является тепловым, то мы имеем

$$\frac{\epsilon_v}{\alpha_v} = B_v(T_e) = \frac{2v^2}{c^2} kT_e, \quad (34.1)$$

где T_e — температура электронного газа. Выше было установлено, что в зонах Н II величина T_e почти постоянна (и близка к 10 000 К). Поэтому для интенсивности излучения, выходящего из облака, можем написать

$$I_v = B_v(T_e) (1 - e^{-\tau_v^0}), \quad (34.2)$$

где τ_v^0 — оптический путь луча в облаке. Для вычисления величины τ_v^0 следует воспользоваться формулой (18.9), на основании которой получаем

$$\tau_v^0 = \int_0^{s_0} \alpha_v ds = \frac{2^4 \pi^2 e^6}{3 \sqrt{3} c (2\pi m k T_e)^{3/2}} \frac{g_v}{v^2} \int_0^{s_0} n_e n^+ ds, \quad (34.3)$$

где s_0 — геометрическая «толщина» облака.

Как мы знаем, интенсивность излучения I_v принято выражать

через яркостную температуру T_v посредством соотношения (18.2). Поэтому формулу (34.2) можно переписать в виде

$$T_v = T_e (1 - e^{-\tau_v^0}). \quad (34.4)$$

Рассмотрим два частных случая формулы (34.4). При $\tau_v^0 \gg 1$ из этой формулы вытекает:

$$T_v \approx T_e, \quad (34.5)$$

а при $\tau_v^0 \ll 1$:

$$T_v \approx T_e \tau_v^0 \sim \nu^{-2}. \quad (34.6)$$

По наблюдаемой зависимости яркостной температуры T_v от частоты ν можно легко отличить один случай от другого. Если наблюдения дают, что T_v не зависит от ν , то оптическая толщина облака велика ($\tau_v^0 \gg 1$). В этом случае измеренная яркостная температура просто равна электронной температуре облака, которая таким путем и определяется. Если же согласно наблюдениям $T_v \sim \nu^{-2}$, то оптическая толщина облака мала ($\tau_v^0 \ll 1$). В данном случае по измеренной яркостной температуре можно определить величину

интеграла $\int_0^{s_0} n_e n^+ ds$ (называемого иногда «мерой эмиссии»). Знание величины этого интеграла и толщины облака s_0 позволяет оценить среднюю концентрацию свободных электронов в облаке (так как приближенно $n^+ = n_e$).

Как видно из формулы (34.3), оптическая толщина туманности убывает с ростом частоты. Поэтому при наблюдениях в радиодиапазоне может оказаться, что яркостная температура в области малых частот будет постоянной, а в области больших — пропорциональной ν^{-2} . Иными словами, при некоторой частоте (которую мы обозначим через ν_1) может наблюдаться излом в радиоспектре туманности. Очевидно, что частота ν_1 определяется из условия

$$\nu_1^2 = \frac{2^4 \pi^2 e^6 g_{\nu_1}}{3 \sqrt{3c} (2\pi m k T_e)^{3/2}} \int_0^{s_0} n_e n^+ ds. \quad (34.7)$$

Приближенно (при $T_e \approx 10^4$) вместо (34.7) имеем

$$\nu_1^2 \approx 10^{-7} \int_0^{s_0} n_e n^+ ds. \quad (34.8)$$

Формула (34.8) позволяет найти меру эмиссии по наблюдаемой частоте ν_1 .

Приведенные формулы можно применить лишь к тем туманностям, для которых измерена интенсивность радиоизлучения I_ν . Для большинства же туманностей измеряется не интенсивность, а поток H_ν . Чтобы получить теоретическое выражение для H_ν ,

надо выражение (34.2) для I_ν проинтегрировать по координатам в картинной плоскости. При этом обычно предполагается, что туманность имеет сферическую форму.

Указанными способами (или их различными модификациями) были определены значения электронных температур и концентраций для многих диффузных туманностей. В качестве примера можно привести работу Ю. Н. Парийского, который подробно исследовал радиоизлучение туманности Ориона. В частности, для электронной температуры туманности он получил значение 11 750 К. Была также определена масса туманности, оказавшаяся равной $116 M_\odot$.

2. Нетепловое излучение. Из формулы (34.4) видно, что в случае теплового излучения яркостная температура T_ν не может превосходить температуру электронного газа T_e . Если же наблюдения дают, что $T_\nu > T_e$, то надо сделать заключение о наличии нетеплового излучения.

Как мы знаем, электронная температура в зонах Н II составляет примерно 10 000 К. Однако яркостная температура радиоизлучения Галактики в метровом диапазоне оказывается гораздо больше, достигая значений порядка сотен тысяч градусов. Поэтому необходимо считать, что часть галактического радиоизлучения в непрерывном спектре имеет нетепловую природу.

Этот вывод подтверждается найденной из наблюдений зависимостью интенсивности радиоизлучения от частоты. Обычно интенсивность радиоизлучения и его яркостная температура представляются в виде

$$I_\nu \sim \nu^{-n}, \quad T_\nu \sim \nu^{-n-2}, \quad (34.9)$$

где n — некоторая постоянная. Для теплового излучения $n \leq 0$ (в случае непрозрачности излучающего слоя I_ν убывает с ростом длины волны, а в случае его прозрачности $I_\nu = \text{const}$). Однако для галактического радиоизлучения в метровом диапазоне получено, что $n \approx 0,5$, т. е. интенсивность возрастает с ростом длины волны.

Таким образом, галактическое радиоизлучение состоит из двух частей: теплового и нетеплового. В метровом диапазоне нетепловое излучение преобладает над тепловым. Однако с уменьшением длины волны интенсивность нетеплового излучения падает и в дециметровом диапазоне она оказывается такого же порядка, как и интенсивность теплового излучения. В сантиметровом диапазоне преобладает уже тепловое излучение, идущее, как было выяснено выше, от зон ионизованного водорода.

Следует отметить, что облака ионизованного водорода иногда наблюдаются и в метровом диапазоне, но не по их излучению, а по поглощению. Это происходит тогда, когда облако Н II проектируется на область Галактики, излучающую на метровых волнах с очень большой яркостной температурой.

В результате многочисленных наблюдений были составлены подробные карты радиоизлучения Галактики. Из них видно, что излучение на сантиметровых волнах идет к нам от узкой полосы, расположенной вдоль галактического экватора. Оно возникает в зонах Н II, находящихся в спиральных рукавах. Излучение же на метровых волнах идет как от узкой галактической полосы, так и от очень протяженной области, интенсивность излучения которой медленно убывает с удалением от галактической плоскости. Эта область имеет приблизительно сферическую форму и представляет собой корону Галактики.

Следует считать, что нетепловое радиоизлучение Галактики представляет собой тормозное излучение релятивистских электронов в магнитном поле (т. е. оно обусловлено синхротронным механизмом). Впервые такое представление было выдвинуто в 1950 г. Альвеном и Герлофсоном и независимо от них Киппенхойером. Названные авторы обосновывали его тем, что в галактическом пространстве должно существовать огромное число частиц высоких энергий, которые вызывают наблюдаемое на Земле явление космических лучей.

Основные формулы для определения интенсивности синхротронного излучения были даны в § 31 при рассмотрении радиоизлучения дискретных источников, являющихся остатками сверхновых. Эти формулы можно применять и к нетепловому радиоизлучению Галактики. Так как наблюдаемая зависимость интенсивности радиоизлучения от частоты выражается формулой (34.9), в которой $n \approx 0,5$, то энергетический спектр релятивистских электронов будет определяться формулой (31.9), в которой $\gamma \approx 2$. Далее, по интенсивности излучения I_ν и по длине пути луча в Галактике r_0 при помощи соотношения

$$I_\nu = \epsilon_\nu r_0 \quad (34.10)$$

можно найти объемный коэффициент излучения ϵ_ν . Сравнение этого значения ϵ_ν с его теоретическим значением, даваемым формулой (31.10), позволяет оценить либо концентрацию релятивистских электронов в Галактике, либо напряженность магнитного поля (если задана одна из этих величин, то находится другая). Примем, что число релятивистских электронов составляет примерно 1% от числа частиц с высокой энергией (оцениваемого по наблюдаемому потоку космических лучей). Тогда для напряженности магнитного поля в Галактике получаются значения порядка $10^{-6}—10^{-5}$ эрстед. При этом в галактической короне напряженность магнитного поля оказывается в 2—3 раза меньше, чем в диске Галактики.

Если нетепловое радиоизлучение Галактики имеет синхротронное происхождение, то надо объяснить, каким путем появляются в ней релятивистские электроны. Как уже говорилось в § 31, релятивистские электроны могут возникать при вспышках

сверхновых. Однако существуют и другие механизмы образования частиц высоких энергий в Галактике. Одним из них является «статистический механизм», указанный Ферми. Он заключается в ускорении заряженных частиц при столкновении с намагниченным облаком межзвездного газа. Такое столкновение может привести как к ускорению, так и к замедлению частицы, однако подсчеты показывают, что ускорение происходит чаще, причем оно тем эффективнее, чем больше энергия частицы. Возможно, что частицы высоких энергий, образующиеся при вспышках сверхновых, ускоряются еще затем в результате действия механизма Ферми.

3. Монохроматическое радиоизлучение. В радиодиапазоне межзвездная среда излучает энергию не только в непрерывном спектре, но и в спектральных линиях. Эти линии возникают при переходах между очень близкими друг к другу дискретными уровнями. Важнейшая из таких линий принадлежит водороду и имеет длину волны $\lambda=21$ см. Она возникает при переходах между подуровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома. На возможность наблюдения этой линии впервые указал ван де Хюлст, а затем она была действительно обнаружена. В дальнейшем исследовании галактического радиоизлучения в этой линии производились многими астрофизиками. Следует подчеркнуть, что такие исследования являются главным источником наших сведений о нейтральном водороде в межзвездном пространстве (так как он находится преимущественно в зонах H I, где не дает излучения в видимой части спектра).

Вычисления показали, что эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода в линии $\lambda=21$ см равен

$$A = 2,85 \cdot 10^{-15} \text{ с}^{-1}. \quad (34.11)$$

Как видим, он очень мал и поэтому средняя продолжительность жизни атома на возбужденном подуровне основного состояния чрезвычайно велика — около 10^7 лет.

Возбуждение верхнего подуровня происходит при столкновениях между атомами. В условиях межзвездной среды такие столкновения совершаются крайне редко, однако все-таки более часто, чем спонтанные переходы между подуровнями. Поэтому можно считать, что распределение атомов по подуровням дается формулой Больцмана при кинетической температуре газа T_k . В таком случае отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения в линии $\lambda=21$ см будет равно значению функции Планка при той же температуре, т. е. величине $B_\nu(T_k)$.

На основании сказанного интенсивность излучения в рассматриваемой линии представляется формулой

$$I'_\nu = B_\nu(T_k) (1 - e^{-t_\nu^0}) + I''_\nu, \quad (34.12)$$

где t_v^0 — полный оптический путь луча в частоте ν внутри линии для данного направления в Галактике, а I_v'' — интенсивность галактического излучения в непрерывном спектре в частотах линии.

Величина I_v'' (обусловленная в основном нетепловым излучением Галактики) определяется формулой

$$I_v'' = \int_0^{\infty} \epsilon_v e^{-\sigma_v r} dr = \frac{\epsilon_v}{\sigma_v} (1 - e^{-t_v^0}), \quad (34.13)$$

где ϵ_v — объемный коэффициент излучения в непрерывном спектре, а σ_v — объемный коэффициент поглощения в линии. Пусть I_v — интенсивность излучения в непрерывном спектре при отсутствии поглощения в линии. Коэффициент излучения ϵ_v выражается через I_v при помощи формулы (34.10). Пользуясь также формулой $t_v^0 = \sigma_v r_0$, вместо (34.13) получаем

$$I_v'' = I_v \frac{1 - e^{-t_v^0}}{t_v^0}. \quad (34.14)$$

Вне пределов линии, т. е. при $t_v^0 \rightarrow 0$, как и должно быть, $I_v'' \rightarrow I_v$. Величина I_v может быть найдена по наблюдениям соседнего с линией участка непрерывного спектра.

Так как коэффициент поглощения в линии $\lambda=21$ см очень мал (он пропорционален малой величине A), то для большинства направлений в Галактике величина t_v^0 оказывается меньше единицы. Лишь в некоторых областях неба (в частности, в направлении на галактический центр) $t_v^0 \gg 1$. В последнем случае по наблюдаемой интенсивности линии, которая теперь близка к величине $B_v(T_k)$, можно определить температуру газа в областях Н I. Таким путем для этой температуры получается значение $T_k \approx 125$ К.

В случае же, когда $t_v^0 \ll 1$, вместо (34.12) имеем

$$I_v'' - I_v = B_v(T_k) t_v^0. \quad (34.15)$$

Пользуясь этой формулой, по наблюдаемой интенсивности излучения в линии $\lambda=21$ см можно найти величину t_v^0 . Это позволяет сделать заключение о распределении и движении межзвездного водорода. Величина t_v^0 может быть записана в виде

$$t_v^0 = \int_0^{\infty} n_1(r) k(\nu - \nu'_0) dr, \quad (34.16)$$

где $n_1(r)$ — концентрация атомов водорода на расстоянии r в рассматриваемом направлении и $k(\nu - \nu'_0)$ — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом. Здесь под ν'_0 понимается центральная частота линии, соответствующая лучевой скорости $v(r)$ данного объема по отношению к наблюдателю, т. е.

$$\nu'_0 = \nu_0 + \nu_0 \frac{v(r)}{c}. \quad (34.17)$$

Допустим, что на некотором расстоянии в рассматриваемом направлении находится облако межзвездного водорода, движущееся по отношению к наблюдателю со скоростью v . Тогда для частот ν , близких к частоте ν'_0 , определяемой формулой (34.17), величина I'_ν будет иметь максимум и должен наблюдаться пик в профиле линии. По интенсивности этого пика можно найти число атомов водорода в облаке, а по смещению пика относительно центральной частоты ν_0 — скорость движения облака. Однако в действительности вдоль луча зрения находится большое число облаков, движущихся с разными скоростями. Кроме того, межзвездный газ участвует в галактическом вращении. Поэтому профили данной линии оказываются довольно сложными.

При анализе профилей линии $\lambda=21$ см надо иметь в виду, что излучение в этой линии доходит до нас от очень далеких частей Галактики. Поэтому из всех движений межзвездного газа наибольшее влияние на профиль линии оказывает галактическое вращение. Легко получить, что в таком случае лучевая скорость некоторого объема относительно наблюдателя определяется формулой

$$v(r) = R_0 [\omega(R) - \omega(R_0)] \sin(l - l_0), \quad (34.18)$$

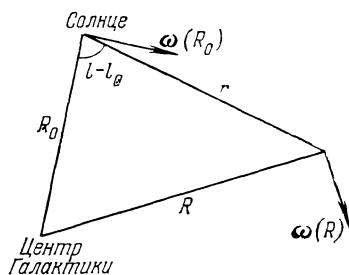


Рис. 45

где R и R_0 — расстояния данного объема и Солнца от галактического центра соответственно, $\omega(R)$ — угловая скорость вращения, $l - l_0$ — разность долгот данного объема и центра Галактики (рис. 45). Если функция $\omega(R)$ известна, то, пользуясь формулой (34.15), можно по наблюдаемым профилям линий найти распределение водорода в Галактике. Такая работа, проделанная Оортом и его сотрудниками, привела к заключению о преимущественном нахождении водорода в спиральных рукавах. В настоящее время существуют подробные карты распределения водорода в галактической плоскости.

Если проинтегрировать обе части формулы (34.15) по всем частотам, то мы получим

$$\int_0^\infty (I'_\nu - I_\nu) d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} A \int_0^\infty n_1(r) dr, \quad (34.19)$$

где A дается формулой (34.11). При получении формулы (34.19) использовано соотношение (8.12) и принято во внимание отрицательное поглощение. Мы видим, что при помощи формулы (34.19) по наблюдаемой полной интенсивности линии можно определить полное число атомов водорода в столбе с сечением 1 см^2 , распо-

ложенным вдоль луча зрения. Отсюда, задавая размеры Галактики, можно найти среднюю концентрацию атомов водорода. Для этой величины, как и другими методами, получается значение $\bar{n}_1 \approx 1 \text{ см}^{-3}$.

По профилям линии $\lambda=21 \text{ см}$ может быть также определена скорость галактического вращения в зависимости от R . Очевидно, что для данного луча наибольшей лучевой скоростью обладает тот объем, который находится на наименьшем расстоянии от центра Галактики, равно $R_0 \sin(l-l_0)$. С другой стороны, скорость этого объема определяется по смещению края линии относительно центральной частоты ν_0 . Сопоставление между собой этих величин, полученных при наблюдениях в разных направлениях, дает возможность найти функцию $\omega(R)$.

Таким образом, путем анализа профилей линии $\lambda=21 \text{ см}$ получаются весьма важные результаты. В значительной мере это объясняется наличием больших градиентов скорости в межзвездной среде, обусловленных галактическим вращением. Благодаря эффекту Доплера излучение в линии, идущее от разных частей Галактики, имеет разную частоту и не поглощается на пути до наблюдателя. Поэтому каждый элемент профиля линии характеризует излучение, пришедшее от определенной части Галактики. Этим в сильной степени облегчается анализ профиля линии.

Кроме линии $\lambda=21 \text{ см}$, межзвездная среда излучает и другие линии в радиодиапазоне. В частности, водород дает такие линии при переходах между уровнями тонкой структуры. Например, при переходе $2^2P_{3/2} - 2^2S_{1/2}$ возникает линия с длиной волны 3 см . Однако интенсивность этой линии мала. Водород излучает также линии в радиодиапазоне при переходах между высокими уровнями с близкими главными квантовыми числами. Легко убедиться, что при переходах $n \rightarrow n-1$ образуются линии с длиной волны $\lambda > 1 \text{ см}$, если $n > 60$. Как показали расчеты Н. С. Кардашева, интенсивности этих линий довольно велики и их можно обнаружить. Впоследствии они действительно наблюдались, и это позволило судить о населенности высоких уровней атома водорода.

Наряду с линиями водорода, в радиоспектре межзвездной среды присутствуют эмиссионные линии многих молекул: гидроксила OH , аммиака NH_3 , воды H_2O , формальдегида H_2CO и др. Вопрос о возникновении некоторых из этих линий будет подробно рассмотрен ниже.

Наличие в межзвездном пространстве разного типа молекул (в частности, органической молекулы формальдегида) свидетельствует о весьма сложной химической эволюции межзвездной среды.

4. Линии поглощения в радиодиапазоне. Межзвездный водород на волне $\lambda=21 \text{ см}$ может давать не только линию излучения, но и линию поглощения. Последняя образуется тогда, когда на луче зрения оказывается сильный источник радиоизлучения в непре-

рывном спектре. Вообще говоря, интенсивность излучения в линии определяется формулой

$$I_{\nu} = B_{\nu}(T_k) (1 - e^{-t_{\nu}^0}) + I_{\nu}'' + I_{\nu}^0 e^{-t_{\nu}^0}, \quad (34.20)$$

где I_{ν}^0 — интенсивность излучения источника, а t_{ν}^0 — оптическое расстояние от источника до наблюдателя. Если источник отсутствует, то формула (34.20) переходит в ранее рассмотренную формулу (34.12). Если же источник очень сильный, то вместо (34.20) получаем

$$I_{\nu}' = I_{\nu}^0 e^{-t_{\nu}^0}. \quad (34.21)$$

Формулой (34.21) и определяется профиль линии поглощения.

Линия поглощения $\lambda=21$ см наблюдалась в спектрах очень ярких галактических источников радиоизлучения: Кассиопея А, Телец А и Стрелец А. На рис. 46 изображена схема расположения этих источников и спиральных рукавов, в которых преимущественно находится водород. По наблюдаемым профилям и интенсивностям линии при помощи формулы (34.21) была определена концентрация атомов водорода в рукавах, а также кинетическая температура межзвездного газа.

Особенно интересно то, что по линии поглощения $\lambda=21$ см можно определить напряженность магнитного поля в Галактике.

Эта возможность обусловлена тем, что верхний подуровень основного состояния атома водорода является тройным и линия $\lambda=21$ см расщепляется в магнитном поле на три компоненты (эффект Зеемана). Однако вследствие слабости галактического магнитного поля расстояние между крайними компонентами оказывается очень малым (при $H \approx 10^{-5}$ эрстед оно порядка 30 герц, в то время как доплерова ширина линии порядка 10^4 герц). Все же можно попытаться измерить величину расщепления, используя для этого поляризацию крайних компонент. Такая попытка была сделана в английской радиоастрономической обсерватории Джодрелл Бэнк. В результате было найдено, что в областях Галактики, лежащих в направлениях трех упомянутых выше источников радиоизлучения, напряженность магнитного поля составляет 10^{-6} — 10^{-5} эрстед.

Кроме линии поглощения $\lambda=21$ см, в радиодиапазоне наблюдаются также межзвездные линии поглощения некоторых молекул. Первыми из них были обнаружены линии молекулы ОН. Измере-

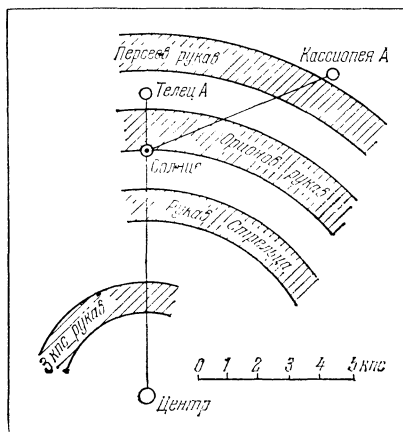


Рис. 46

ние профилей и интенсивностей этих линий в направлении галактического центра позволило определить скорости движения облаков межзвездного газа и концентрацию молекул OH в облаках.

5. Космические мазеры. Обратимся опять к эмиссионным линиям молекул в спектре межзвездной среды. Как показывают наблюдения в радиодиапазоне, излучение в линиях некоторых молекул идет от очень небольших участков неба и характеризуется чрезвычайно высокой яркостной температурой (доходящей до 10^{12} — 10^{15} K). Вместе с тем ширины линий очень малы. Эти линии принадлежат в основном гидроксиду OH и воде H_2O .

Для объяснения происхождения таких линий принимается, что в межзвездных облаках действует мазерный эффект, заключающийся в усилении линий вследствие отрицательного поглощения (иначе называемого индуцированным излучением). Как уже говорилось выше (в § 8), отрицательное поглощение состоит в том, что падающее на атом (или молекулу) излучение вызывает переход с верхнего уровня на нижний, при котором вместо одного падающего кванта появляются два кванта, летящие в том же направлении. Чтобы отрицательное поглощение преобладало над обычным поглощением, необходимо выполнение неравенства $n_1 < \frac{g_1}{g_2} n_2$ (если считать, что линия возникает при переходе $2 \rightarrow 1$). В таком случае происходит не уменьшение, а увеличение интенсивности излучения вдоль луча.

Для выполнения же приведенного неравенства должен существовать механизм накачки, обеспечивающий достаточно большое число молекул на втором уровне (превосходящее их число при бальмеровском распределении, соответствующем бесконечно большой температуре). Таким механизмом может быть возбуждение более высоких уровней излучением в других линиях с последующим спонтанным переходом на второй уровень.

Напишем выражение для интенсивности излучения, выходящего в частотах линии из межзвездного облака. Пусть на облако падает излучение интенсивности I_v^0 и по пути происходит поглощение и испускание лучистой энергии с соответствующими объемными коэффициентами σ_v и ϵ_v . Тогда интенсивность выходящего из облака излучения будет равна

$$I_v = I_v^0 e^{-t_v^0} + \frac{\epsilon_v}{\sigma_v} (1 - e^{-t_v^0}), \quad (24.22)$$

где $t_v^0 = \sigma_v s_0$ — оптический путь луча в облаке и s_0 — его геометрический путь.

При учете индуцированного излучения для объемного коэффициента поглощения имеем

$$\sigma_v = \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) k_v, \quad (24.23)$$

где k_ν — коэффициент поглощения, рассчитанный на одну молекулу. Мы примем, что коэффициент излучения ε_ν также пропорционален величине k_ν . Тогда, пользуясь формулой

$$4\pi \int \frac{\varepsilon_\nu}{h\nu} d\nu = n_2 A_{21}$$

и соотношением (8.12), находим

$$\varepsilon_\nu = n_2 A_{21} \frac{ck_\nu}{4\pi B_{12}}. \quad (34.24)$$

Подстановка выражений (34.23) и (34.24) в формулу (34.22) дает

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-t_\nu^0} + \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \frac{g_1}{g_2} \frac{n_2}{n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2} (1 - e^{-t_\nu^0}), \quad (34.25)$$

где принята во внимание зависимость (8.5) между эйнштейновскими коэффициентами A_{21} и B_{12} и обозначена через ν_0 центральная частота линии.

Выражая интенсивности излучения I_ν и I_ν^0 через соответствующие яркостные температуры T_ν и T_ν^0 согласно формуле (18.2), а отношение n_2/n_1 — через температуру возбуждения T_1 по формуле

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_0}{kT_1}}, \quad (34.26)$$

мы вместо соотношения (34.25) получаем

$$T_\nu = T_\nu^0 e^{-t_\nu^0} + T_1 (1 - e^{-t_\nu^0}). \quad (34.27)$$

Соотношение (34.27) справедливо как при малой, так и при большой роли индуцированного излучения. Если эта роль велика, т. е. $\frac{g_1}{g_2} n_2 > n_1$, то величины T_1 и t_ν^0 оказываются отрицательными. В этом случае при условии, что $|t_\nu^0| \gg 1$, соотношение (34.27) может быть переписано в виде

$$T_\nu \approx |T_1| e^{|t_\nu^0|}. \quad (34.28)$$

Из формулы (34.28) видно, что при $|t_\nu^0| \approx 20-30$ яркостная температура достигает тех огромных значений, которые получаются из наблюдений.

Нетрудно убедиться также в том, что с помощью формулы (34.28) может быть объяснен и другой важный наблюдательный факт — чрезвычайная узость спектральных линий. Допустим, что коэффициент поглощения имеет доплеровский профиль, т. е.

$$k_\nu = k_0 e^{-x^2}, \quad (34.29)$$

где $x = (v - v_0)/\Delta v_D$ и $\Delta v_D = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}}$ — доплеровская полуширина (M — масса молекулы и T — кинетическая температура облака). Учитывая (34.29), вместо (34.28) находим

$$T_v \approx |T_1| e^{t_0 e^{-x^2}}, \quad (34.30)$$

где обозначено $t_0 = k_c s_0 \left(\frac{g_1}{g_2} n_2 - n_1 \right)$. Пусть Δv — полуширина спектральной линии, т. е. то расстояние от центра линии, на котором интенсивность (или заменяющая ее яркостная температура) приблизительно в два раза меньше ее центрального значения. Пользуясь формулой (34.30), для полуширины линии получаем

$$\Delta v \approx \frac{\Delta v_D}{\sqrt{t_0}}. \quad (34.31)$$

Так как доплеровская полуширина Δv_D мала вследствие малости кинетической температуры, а величина t_0 велика (скажем, порядка 25), то полуширина линии Δv действительно должна быть исключительно малой.

При применении формулы (34.28) следует иметь в виду, что она справедлива лишь тогда, когда населенность второго уровня определяется в основном механизмом накачки. Однако когда интенсивность излучения в линии становится достаточно большой, это излучение начинает сильно влиять на населенности уровней. Для такого мазера (его называют насыщенным) рост яркостной температуры с оптической толщиной происходит более медленно, чем по формуле (34.28) (подробнее см. [8]).

Наблюдения космических мазеров показывают, что они расположены во внешних частях огромных газово-пылевых туманностей. По мазерному излучению сделано заключение, что оно идет от небольших и сравнительно плотных облаков (протяженностью порядка 10^{16} см и плотностью порядка 10^{-18} г/см³). Предполагают, что эти облака являются зарождающимися звездами.

6. Радиоизлучение Метагалактики. До сих пор мы говорили только о межзвездной среде в нашей Галактике. Однако для понимания природы межзвездной среды очень большое значение имеют также результаты изучения других галактик. Эти результаты основываются на наблюдениях галактик как в оптической области спектра, так и в радиодиапазоне (см. [9]).

Самыми близкими к нам галактиками являются Магеллановы Облака. В них обнаружено много газовых туманностей и вызывающих их свечение горячих звезд. Особенно велика туманность S Золотой Рыбы, масса которой составляет, по-видимому, около миллиона масс Солнца. От этой туманности идет сильное радиоизлучение в непрерывном спектре, имеющее тепловое происхождение. Основная же часть радиоизлучения Магеллановых Облаков

в непрерывном спектре имеет нетепловую (вероятно, синхротронную) природу. Важные результаты дали наблюдения излучения Магеллановых Облаков в радиолинии с длиной волны 21 см. В частности, по интенсивности этого излучения удалось определить массу находящегося в них межзвездного водорода (приблизительно $6 \cdot 10^8 M_{\odot}$ в Большом Магеллановом Облаке и $4 \cdot 10^8 M_{\odot}$ — в Малом).

Очень близка к нам также галактика М 31 («туманность Андромеды»), во многих отношениях похожая на Млечный Путь. Изучение ее свечения в линии $\lambda = 21$ см позволило определить скорость вращения на разных расстояниях от центра и распределение межзвездного водорода. Радиоизлучение галактики в непрерывном спектре идет от более протяженной области, чем оптическое излучение. Это свидетельствует о наличии короны, подобной короне нашей Галактики. Интенсивность излучения меняется с частотой по закону $\nu^{-0,7}$, что может быть объяснено синхротронным характером излучения.

Разными наблюдателями были измерены также потоки радиоизлучения, идущие от многих других галактик. Определенное по потоку излучения в линии $\lambda = 21$ см количество межзвездного водорода в галактике оказалось сильно зависящим от ее структуры. Этот факт представляет значительный интерес с точки зрения теории развития галактик.

Подавляющее большинство галактик излучает в радиодиапазоне примерно такое же количество энергии, как и Млечный Путь. К ним, в частности, относятся Магеллановы Облака и туманность Андромеды. Однако количество энергии, излучаемое в радиочастотах некоторыми галактиками, оказывается на несколько порядков больше. Такие галактики принято называть радиогалактиками. Характерным примером радиогалактики является радиоисточник Лебедь А, излучающий в радиодиапазоне примерно в миллион раз больше энергии, чем наша Галактика. На фотографиях этот источник представляет собой весьма необычную галактику с двойным ядром. Ее излучение в видимой части спектра сосредоточено в ярких запрещенных линиях (O I, O II, O III, Ne II, Ne III и др.). Ширина этих линий свидетельствует о внутренних движениях со скоростями порядка 400 км/с. Бааде и Минковский, подробно изучившие источник Лебедь А, высказали гипотезу, что в данном случае мы имеем дело со столкновением между собой двух галактик. В дальнейшем такая гипотеза применялась и к другим радиогалактикам, однако В. А. Амбарцумян выдвинул убедительные возражения против нее. Согласно его взглядам галактики с двойными ядрами находятся в процессе деления и этот процесс на определенном этапе сопровождается сильным радиоизлучением и образованием эмиссии в видимой области спектра.

Другим примером радиогалактики может служить радиоисточник Дева А, представляющий собой в видимых лучах гигантскую

галактику почти сферической формы. В спектре ядра галактики обнаружена сильная эмиссионная линия $\lambda 3727$ [O II], возникающая, как надо думать, в газовых туманностях с небольшой плотностью. Удивительная особенность этой галактики состоит в том, что из ее ядра выходит яркий выброс голубого цвета. Излучение выброса оказывается поляризованным (со степенью поляризации около 30%), а его спектр — чисто непрерывным. Можно предполагать, что свечение выброса в видимой области спектра подобно свечению Крабовидной туманности, т. е. имеет синхротронную природу.

Подробное изучение радиогалактик показывает, что возникновение их радиоизлучения, по-видимому, связано с бурной активностью их ядер. Такая активность состоит в выбрасывании вещества из ядра, приводящего к появлению в галактике релятивистских электронов, газовых облаков и нестационарных звезд. В результате наблюдается сильное радиоизлучение, свечение голубых выбросов и эмиссионные линии в спектрах галактик.

Из наблюдений следует, что, кроме радиоизлучения от отдельных галактик, к нам приходит радиоизлучение от всей Метагалактики. Характерная черта этого излучения — независимость его интенсивности от направления. Упомянутое излучение было открыто случайно в 1965 г., хотя существование его предсказывалось двадцатью годами раньше. Наблюдения, выполненные на разных длинах волн, показали, что данное излучение хорошо описывается планковской кривой с температурой около 3 К. Интенсивность его максимальна на длине волны 0,15 см. Обычно это излучение называют реликтовым, так как считается, что оно сохранилось от той стадии развития Вселенной, когда она была плотнее и горячее. По мере же расширения Вселенной температура ее излучения уменьшалась, достигнув трех градусов к настоящему времени.

7. Квазары. В 1963 г. среди источников космического радиоизлучения были обнаружены объекты, которые в визуальных лучах оказались похожими на звезды. Их назвали квазизвездными объектами или сокращенно — квазарами. Наблюдения квазаров в видимой области спектра и в радиодиапазоне привели к чрезвычайно интересным результатам (см. [10], [11] и др.).

Особенно неожиданными оказались оптические спектры квазаров, состоящие из ярких линий на непрерывном фоне. В течение некоторого времени эти линии не удавалось отождествить, но потом М. Шмидт показал, что они принадлежат известным атомам (H, Mg II, O III и др.), однако сильно смещены в красную сторону спектра. Если λ_0 — длина волны линии в лабораторной системе, а $\Delta\lambda$ — смещение линии, то величина $z = \Delta\lambda/\lambda_0$ получается для квазаров порядка единицы. Для самого яркого квазара 3C 273 (с видимой величиной $12^m,8$) $z=0,16$. Для многих квазаров величина z достигает 2 и больше. В спектрах таких квазаров линия L_α с длиной волны $\lambda_0=1216 \text{ \AA}$ переходит в визуальную область.

Как известно, в спектрах галактик линии также смещены в красную сторону и это смещение объясняется удалением галактик от нас с огромными скоростями. Такое же объяснение смещения линий естественно принять и для квазаров. Поскольку смещение очень велико, то для определения скорости удаления v необходимо пользоваться следующей формулой, даваемой теорией относительности:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1, \quad (34.32)$$

где c — скорость света. Для квазара 3С 273 по этой формуле находим, что $v=45\,000$ км/с. Для квазара с $z=2$ получаем $v=240\,000$ км/с.

Согласно закону Хаббла, скорости удаления галактик пропорциональны их расстояниям. Считая, что этот закон справедлив и для квазаров, мы получаем возможность определить расстояние до квазаров по смещениям линий в их спектрах. К настоящему времени таким способом найдены расстояния приблизительно до тысячи квазаров. Эти расстояния (называемые космологическими) очень велики — свет от квазаров идет к нам миллиарды лет. В среднем квазары находятся от нас дальше галактик.

Знание расстояний до квазаров и их видимых звездных величин позволяет определить светимости квазаров. Для этих величин получаются громадные значения — порядка 10^{45} — 10^{47} эрг/с, т. е. на несколько порядков превосходящие светимости галактик.

По известным расстояниям до квазаров и их угловым диаметрам можно найти линейные размеры квазаров. Для многих квазаров были измерены угловые диаметры в радиочастотах. Это дало возможность установить, что поперечники областей, от которых идет радиоизлучение, порядка 100 парсек.

Более сложным путем определяются размеры оболочек, в которых возникают спектральные линии. Так как линейчатые спектры квазаров похожи на спектры газовых туманностей, то для выяснения физических условий в оболочках можно применить методы, изложенные в главе V. По относительным интенсивностям эмиссионных линий было получено, что в оболочках квазаров $T_e \approx 20\,000$ К и $n_e \approx 10^7$ см $^{-3}$. Найденные значения T_e и n_e можно подставить в формулу (24.14), выражающую энергию, излучаемую оболочкой в бальмеровских линиях. Так как эта энергия известна из наблюдений, то с помощью указанной формулы определяется объем оболочки V . Для поперечника оболочки таким путем были получены значения порядка нескольких парсек.

Некоторое представление о размерах квазаров дало открытие очень важного явления — переменности их блеска. Как показал анализ старых наблюдений, блеск квазара 3С 273 заметно меняется с приблизительным периодом в 10 лет. Это означает, что размеры квазара не могут быть больше 10 световых лет. Такое заклю-

чение следует из того, что излучение, выходящее из разных частей протяженного объекта одновременно, до нас доходит в разные моменты времени, т. е. оно «размазывается». Наблюдениями также обнаружены кратковременные изменения блеска квазаров (как в оптическом, так и в радиодиапазоне). По-видимому, их можно объяснить взрывами в отдельных частях квазаров.

На основании сказанного считается, что квазар состоит из небольшого ядра, окруженного оболочкой (с поперечником порядка 10^{18} см), в которой возникают эмиссионные линии, и протяженной областью (с поперечником порядка 10^{21} см), излучающей энергию в радиочастотах. Механизмами возникновения эмиссионных линий являются фотоионизация и столкновения, а радиоизлучение вызывается движением релятивистских частиц в магнитном поле. Из наблюдений следует, что распределение радиоизлучения по спектру дается формулой (34.9), где в среднем $n \approx 0,7$.

Масса оболочки квазара определяется весьма просто, поскольку нам известен объем оболочки V и электронная концентрация n_e . Эта масса оказывается порядка 10^6 — 10^7 масс Солнца. Гораздо труднее найти массу ядра квазара. Согласно различным физическим соображениям, она должна быть на два-три порядка больше массы оболочки.

Если считать, что масса квазара порядка 10^8 массы Солнца, то энергия, соответствующая этой массе (т. е. найденная по формуле $E = Mc^2$), будет порядка 10^{62} эрг. Интересно сравнить эту величину с энергией, излучаемой квазаром за время его жизни. Продолжительность существования квазаров может быть оценена на основании наличия вблизи некоторых из квазаров сгустков вещества, выброшенных когда-то из них. Если даже допустить, что сгусток удаляется от квазара со скоростью света, то время, прошедшее от момента выброса, оказывается не менее миллиона лет. Этот промежуток времени и можно принять в качестве возраста квазара. Так как светимость квазара порядка 10^{47} эрг/с, то за время своей жизни квазар должен излучать энергию порядка 10^{60} эрг. Мы видим, что эта величина является не очень малой долей энергии, эквивалентной массе покоя квазара.

Попытки объяснить строение квазаров и происхождение источников их огромной энергии делалось в многочисленных работах. В некоторых из них предполагалось, что квазар представляет собой компактное звездное скопление, в котором энергия выделяется либо при столкновениях звезд между собой, либо при вспышках сверхновых звезд. Однако такая точка зрения не может быть принята хотя бы потому, что она не может объяснить квазипериодические изменения блеска квазаров.

Более естественным кажется взгляд на квазары как на одиночные массивные тела (иногда называемые «сверхзвездами»). Такие тела могут находиться в более или менее устойчивом равновесии под действием тяготения, светового давления, вращения и магнит-

ных сил. Одним из источников излучения квазаров может быть гравитационная энергия, освобождающаяся при сжатии. Другое предположение состоит в том, что в центре квазара находится массивная «черная дыра», аккреция газа на которую и вызывает наблюдаемое излучение квазара.

Для понимания природы квазаров очень важен тот факт, что по многим характеристикам они похожи на ядра активных галактик (так называемых сейфертовских и N-галактик), хотя и сильно превосходят их по мощности излучения. Поэтому можно думать, что квазары представляют собой некоторый кратковременный этап в развитии ядер галактик.

Как уже говорилось, квазары, вследствие их огромных светимостей, наблюдаются на чрезвычайно больших расстояниях. Свет от квазаров идет на нас миллиарды лет, причем в среднем дольше, чем от обычных галактик. Следовательно, квазары являются свидетелями очень далекого прошлого Вселенной.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VII

1. Амбарцумян В. А., Научные труды, т. I.—Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960.
2. van de Hulst H. C. Light Scattering by small particles, 1957 (русск. перевод: ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами.—М.: Изд-во иностр. лит., 1961).
3. Каплан С. А., Пикельнер С. Б., Межзвездная среда.—М.: Физматгиз, 1963.
4. Greenberg J. M. Interstellar grains.—1968 (русский перевод: Гринберг М. Межзвездная пыль.—М.: Мир, 1970).
5. Долгинов А. З., Гнедин Ю. Н., Силантьев Н. А. Распространение и поляризация излучения в космической среде.—М.: Наука, 1979.
6. Spitzer L. Jr., Physical Processes in the Interstellar Medium, 1978 (русский перевод: Спитцер Л. мл. Физические процессы в межзвездной среде.—М.: Мир, 1981).
7. Горбачкий В. Г. Космическая газодинамика.—М.: Наука, 1977.
8. Frontiers of Astrophysics/E. Avrett, ed., 1976 (русский перевод: На переднем крае астрофизики/Под ред. Ю. Эвретта.—М.: Мир, 1979).
9. Pacholczuk A. G., Radiogalaxies, 1977 (русский перевод: Пахольчик А. Радиогалактики.—М.: Мир, 1980).
10. Weekes T. C. High-Energy Astrophysics, 1969 (русский перевод: Уикс Т. К. Астрофизика высоких энергий.—М.: Мир, 1972).
11. Hey J. S. The Radio Universe, 1975 (русский перевод: Хей Дж. Радиовселенная.—М.: Мир, 1978).

ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЗВЕЗД

Теория внутреннего строения звезд сильно отличается от изложенных выше разделов теоретической астрофизики. Прежде всего это объясняется необычностью физических условий внутри звезды, характеризующихся очень высокими температурами и большими плотностями. Поведение вещества и энергии при таких условиях выяснено еще в недостаточной степени. Поэтому теория внутреннего строения звезд может еще встретиться со многими неожиданностями.

Другая особенность звездных недр состоит в том, что они не могут наблюдаться с помощью обычных астрономических средств. Поэтому для проверки выводов теории могут быть использованы лишь косвенные соображения, а не прямые измерения. Правда, существует принципиальная возможность получения непосредственной информации о процессах, протекающих внутри звезды. Эта возможность заключается в измерении идущего от звезды потока нейтрино. Благодаря огромной проникающей способности этих частиц, они беспрепятственно выходят из звездных недр наружу. Однако улавливать нейтрино весьма трудно, и создание «нейтринной астрономии» только начинается.

Основная задача теории внутреннего строения звезд ставится так. Задана звезда с радиусом R , массой M и светимостью L и с определенным химическим составом. Известны граничные условия задачи, т. е. условия в поверхностных слоях звезды. Можно считать, что звезда находится в стационарном состоянии (это верно для подавляющего большинства звезд). Требуется найти распределение плотности и температуры внутри звезды.

Однако теория должна не только выяснить строение отдельной звезды, но и объяснить различные статистические закономерности, найденные при рассмотрении совокупности звезд. Главными из этих закономерностей являются следующие: 1) соотношение масса — светимость и 2) соотношение спектр — светимость (которое может быть также представлено как соотношение светимость — радиус).

При решении указанной основной задачи приходится, разумеется, пользоваться сведениями из теоретической физики. Как уже сказано, эти сведения могут оказаться недостаточными. Однако само изучение звездных недр может приводить к расширению таких сведений. В качестве примера укажем на то, что поиски источников звездной энергии способствовали открытию ядерных реакций, свя-

занных с выделением больших количеств энергии. Несомненно, что подобные открытия будут происходить и в дальнейшем.

Теория внутреннего строения звезд в своем развитии прошла ряд этапов. Первоначально в теории рассматривалось лишь механическое равновесие звезды под действием двух сил: тяготения и газового давления. При этом считалось, что давление пропорционально некоторой степени плотности. Эта теория нашла свое завершение в книге Эмдена [1]. В дальнейшем в уравнение механического равновесия было введено давление излучения и стало рассматриваться энергетическое равновесие звезды. Большое значение на этом этапе имели исследования Эддингтона [2]. Однако фундаментальный вопрос теории — вопрос об источниках звездной энергии — долгое время оставался нерешенным. Лишь в сороковых годах было установлено, что основным источником звездной энергии являются ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. Это открытие послужило началом современного этапа теории.

На данном этапе разработка теории внутреннего строения звезд теснейшим образом связывается с решением проблемы звездной эволюции. Такая связь является совершенно естественной, поскольку структура звезды зависит от химического состава, а он меняется в ходе ядерных реакций.

В настоящей главе теория внутреннего строения звезд излагается в порядке ее развития. При этом первоначальные этапы теории рассматриваются весьма кратко, так как лишь очень немногие из полученных тогда результатов сохранили свое значение до нашего времени.

§ 35. Уравнения равновесия звезды

1. Уравнение механического равновесия. Будем считать, что звезда обладает сферической симметрией и находится в равновесии под действием силы притяжения и силы газового давления. Пусть P — давление и ρ — плотность внутри звезды. Эти величины зависят от расстояния r от центра звезды.

Уравнение равновесия под действием указанных сил (т. е. уравнение гидростатического равновесия) имеет вид

$$dP = -g\rho dr, \quad (35.1)$$

где g — ускорение силы тяжести в данном месте звезды. Как известно, в случае сферической симметрии величина g определяется формулой

$$g = G \frac{M_r}{r^2}, \quad (35.2)$$

где G — постоянная тяготения и M_r — масса, заключенная внутри

сферы радиуса r , т. е.

$$M_r = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr. \quad (35.3)$$

Подставляя (35.2) в (35.1), получаем

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r}{r^2} \rho. \quad (35.4)$$

Вводя сюда выражение для M_r , приходим к уравнению механического равновесия в виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho. \quad (35.5)$$

Уравнение (35.5) является одним из основных уравнений теории внутреннего строения звезд.

В уравнение (35.5) входят две неизвестные величины: давление P и плотность ρ . Как уже говорилось, на первом этапе развития теории принималось, что эти величины связаны между собой зависимостью

$$P = C \rho^k, \quad (35.6)$$

где C и k — постоянные. Такая зависимость между P и ρ называется политропной. Таким образом, звезды первоначально рассматривались как политропные газовые шары.

При помощи (35.6) находим

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{Ck}{k-1} \frac{d\rho^{k-1}}{dr}. \quad (35.7)$$

Подставляя (35.7) в (35.5) и используя обозначение

$$\rho^{k-1} = u, \quad (35.8)$$

получаем

$$C(1+n) \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) = -4\pi G u^n, \quad (35.9)$$

где $n = 1/(k-1)$. Величина n называется политропным индексом.

Уравнение (35.9), в которое входит одна неизвестная функция $u(r)$, можно несколько упростить путем введения новых безразмерных переменных. Именно, положим

$$u = u_0 y, \quad x = \lambda r \quad (35.10)$$

и будем считать, что u_0 есть значение u в центре звезды (при $r=0$). Что же касается величины λ , то подберем ее так, чтобы при под-

становке (35.10) в (35.9) сократились все постоянные. Тогда для определения λ получаем соотношение

$$C(1+n)\lambda^2 = 4\pi G u_0^n, \quad (35.11)$$

а уравнение (35.9) принимает вид

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{dy}{dx} \right) = -y^n. \quad (35.12)$$

Очевидно, что функция $y(x)$ должна удовлетворять следующим двум условиям в центре звезды:

$$y = 1, \quad y' = 0 \quad \text{при} \quad x = 0. \quad (35.13)$$

Уравнение (35.12), называемое уравнением Эмдена, играло очень большую роль на первом этапе изучения строения звезд. Исследованию этого уравнения было посвящено много работ. Однако решения уравнения Эмдена в явном виде удалось получить только для трех значений политропного индекса ($n=0, 1, 5$). Эти решения при граничных условиях (35.13) имеют вид

$$y = 1 - \frac{x^2}{6} \quad \text{при} \quad n = 0, \quad (35.14)$$

$$y = \frac{\sin x}{x} \quad \text{при} \quad n = 1, \quad (35.15)$$

$$y = \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{3}\right)^{1/2}} \quad \text{при} \quad n = 5. \quad (35.16)$$

Для других значений n уравнение (35.12) при граничных условиях (35.13) было решено численно. В астрофизической литературе (например, в [1]) даны подробные таблицы решений уравнения Эмдена.

2. Плотность, давление и температура внутри звезды. Если считать звезду политропным шаром с заданным политропным индексом n , то, пользуясь соответствующим решением уравнения Эмдена, можно легко найти распределение плотности, давления и температуры внутри звезды.

На основании формул (35.8) и (35.10) имеем

$$\rho(r) = u_0^n y^n(\lambda r). \quad (35.17)$$

Следовательно, для нахождения функции $\rho(r)$ надо знать постоянные u_0 и λ . Для их определения воспользуемся условиями на границе звезды.

Обозначим через x_1 значение x при $r=R$. Величина x_1 находится из того условия, что на поверхности звезды функция $y(x)$ обращается в нуль, т. е. $y(x_1)=0$. Применяя к поверхности звезды вторую из формул (35.10), получаем

$$x_1 = \lambda R. \quad (35.18)$$

Напишем, далее, для границы звезды уравнение гидростатического равновесия. Из уравнений (35.1) и (35.2) следует

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}\right)_{r=R} = -G \frac{M}{R^2}, \quad (35.19)$$

где M — масса звезды. Пользуясь формулами (35.7), (35.8) и (35.10), вместо (35.19) находим

$$C(1+n)u_0 \lambda y'(x_1) = -G \frac{M}{R^2}. \quad (35.20)$$

Подставляя в (35.20) выражение для C из (35.11) и выражение для λ из (35.18), получаем

$$u_0^n = -\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)}. \quad (35.21)$$

Таким образом, искомые величины λ и u_0 даются формулами (35.18) и (35.21). После их определения, как уже сказано, по формуле (35.17) может быть найдена плотность в любом месте звезды.

Очевидно, что величина u_0^n представляет собой плотность в центре звезды, т. е. $\rho_c = u_0^n$. Обозначая через $\bar{\rho}$ среднюю плотность звезды, имеем

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \quad (35.22)$$

Поэтому формулу (35.21) можно переписать в виде

$$\rho_c = -\frac{x_1}{3y'(x_1)} \bar{\rho}. \quad (35.23)$$

В таблице 55, взятой из книги Чандрасекара [3], даны значения величин x_1 , $x_1^2 y'(x_1)$ и $\rho_c/\bar{\rho}$ для разных значений политропного индекса n .

Т а б л и ц а 5

Зависимость некоторых параметров звезды от политропного индекса

n	0	1	2	3	4	5
x_1	2,45	3,14	4,35	6,90	15,0	
$-x_1^2 y'(x_1)$	4,90	3,14	2,41	2,02	1,80	1,73
$\rho_c/\bar{\rho}$	1,00	3,29	11,4	54,2	622	

При помощи табл. 55 найдем в виде примера плотность в центре Солнца, принимая $n=3$. Так как средняя плотность Солнца равна

$\bar{\rho}=1,41$ г/см³, то для плотности в центре получаем $\rho_c=54,2$ $\bar{\rho}=76,5$ г/см³.

Давление внутри звезды может быть найдено по формуле (35.6), для чего следует определить величину C , которая считается постоянной в звезде, но заранее не известной. При помощи формул (35.11), (35.18) и (35.21) имеем

$$C = \frac{4\pi G}{1+n} \frac{R^2}{x_1^2} \left[-\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)} \right]^{\frac{n-1}{n}}. \quad (35.24)$$

Для давления в центре звезды находим

$$P_c = \frac{G}{4\pi(1+n)} \left[\frac{M}{R^2 y'(x_1)} \right]^2. \quad (35.25)$$

Чтобы найти температуру внутри звезды, надо задать уравнение состояния звездного вещества, связывающее между собой температуру, плотность и давление. Мы примем, что звезда состоит из идеального газа. В таком случае в качестве уравнения состояния имеем

$$P = \frac{R_*}{\mu} \rho T, \quad (35.26)$$

где R_* — газовая постоянная и μ — средняя молекулярная масса.

Из уравнения (35.26) при помощи соотношений (35.6) и (35.8) для температуры T находим

$$T = \frac{\mu}{R_*} C u. \quad (35.27)$$

Таким образом, температура оказывается пропорциональной введенной выше величине u .

Легко получить, что в центре звезды температура равна

$$T_c = -\frac{\mu G}{(1+n) R_* x_1 y'(x_1)} \frac{M}{R}. \quad (35.28)$$

Для Солнца при $n=3$ по формуле (35.28) находим: $T_c=2 \cdot 10^7$ кельвинов (если считать, что $\mu=1$). Разумеется, эта оценка T_c , как и сделанная выше оценка ρ_c , является весьма грубой. Однако, как увидим дальше, и более правильные модели звезд, рассчитанные без предположения о политропной зависимости между давлением и плотностью, приводят к таким же по порядку результатам.

3. Гравитационная энергия звезды. Для звезды, представляющей собой политропный шар, может быть получена очень простая формула, определяющая гравитационную энергию. Мы обозначим гравитационную энергию звезды через E . Эта величина отрицательна и численно равна работе, которую надо затратить, чтобы удалить все слои звезды в бесконечность, т. е.

$$E = -G \int \frac{M_r}{r} dM_r, \quad (35.29)$$

где интегрирование распространено на всю звезду.

Формулу (35.29) можно переписать в виде

$$E = -\frac{G}{2} \int \frac{dM_r^2}{r} = -\frac{GM^2}{2R} - \frac{G}{2} \int M_r^2 \frac{dr}{r^2}. \quad (35.30)$$

На основании соотношений (35.4) и (35.7) получаем

$$G \int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = - \int \frac{M_r}{\rho} dP = - \frac{Ck}{k-1} \int M_r d\rho^{k-1}. \quad (35.31)$$

Производя здесь интегрирование по частям и пользуясь формулами (35.3) и (35.6), находим

$$G \int M_r^2 \frac{dr}{r^2} = -4\pi \frac{Ck}{k-1} \int \rho^k r^2 dr = 4\pi \frac{k}{k-1} \int P r^2 dr. \quad (35.32)$$

Подстановка (35.32) в (35.30) дает

$$E = -\frac{GM^2}{2R} - 2\pi \frac{k}{k-1} \int P r^2 dr. \quad (35.33)$$

С другой стороны, формулу (35.29) можно преобразовать так:

$$E = \int \frac{r}{\rho} \frac{dP}{dr} dM_r = 4\pi \int r^3 dP = -12\pi \int P r^2 dr. \quad (35.34)$$

Из (35.33) и (35.34) следует

$$E = -\frac{GM^2}{2R} + \frac{k}{6(k-1)} E, \quad (35.35)$$

откуда имеем

$$E = -\frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}. \quad (35.36)$$

Этой формулой и определяется гравитационная энергия звезды при политропном индексе n .

Как видно из формулы (35.36), энергия E отрицательна лишь при $n < 5$. Исследование уравнения Эмдена показывает, что при $n \geq 5$ политропные шары имеют бесконечно большие радиусы.

Необходимо отметить, что гравитационная энергия звезды связана простым соотношением с ее тепловой энергией. С целью получения этого соотношения обратимся к формуле (35.34) для гравитационной энергии звезды E . Эта формула была выведена непосредственно из уравнения механического равновесия (подчеркнем, что без предположения о звезде как политропном шаре). С другой стороны, тепловая энергия звезды, которую мы обозначим через Q , дается очевидной формулой

$$Q = 6\pi \int_0^R P r^2 dr, \quad (35.37)$$

где $\frac{3}{2}P$ — тепловая энергия единицы объема. Сравнивая между собой формулы (35.34) и (35.37), имеем

$$E + 2Q = 0. \quad (35.38)$$

Соотношение (35.38) представляет собой частный случай теоремы вириала, утверждающей, что в стационарной гравитирующей системе потенциальная энергия равна по абсолютной величине удвоенной кинетической энергии. В астрономии эта теорема часто применяется к звездным системам. В рассматриваемом случае одиночной звезды под кинетической энергией звезды понимается ее тепловая энергия.

С помощью теоремы вириала можно легко получить оценку температуры внутри звезды. Гравитационная энергия звезды, на основании формулы (35.29), может быть записана в виде

$$E = -\gamma \frac{GM^2}{R}, \quad (35.39)$$

где γ — безразмерный множитель, зависящий от структуры звезды. Тепловая же энергия звезды может быть представлена формулой

$$Q = \frac{3}{2} k \bar{T} \frac{M}{\mu m_H}, \quad (35.40)$$

где $M/\mu m_H$ — число частиц в звезде и \bar{T} — ее средняя температура. Подстановка двух последних выражений в соотношение (35.38) дает

$$\bar{T} = \frac{\gamma \mu m_H}{3k} \frac{GM}{R}. \quad (35.41)$$

Применяя формулу (35.41) к Солнцу, находим $\bar{T} \approx 8 \cdot 10^6$ μ . Если в качестве примера принять $\gamma = \frac{3}{2}$ и $\mu = 1$, то будем иметь $T \approx 1,2 \cdot 10^7$ кельвинов. Таким образом, самые простые оценки показывают, что температуры внутри звезд очень высоки.

Как уже сказано, энергию, равную E , нужно затратить, чтобы рассеять звезду в пространстве. Однако эта энергия должна выделяться, если туманность сжимается до состояния звезды. Согласно теореме вириала, половина выделившейся при сжатии энергии идет на нагревание звезды. Другая же половина расходуется звездой на излучение.

Раньше считали, что звезды возникают из туманностей и свечение звезды в течение всей ее жизни происходит за счет гравитационной энергии, выделяющейся при сжатии. Однако потом выяснилось, что гравитационной энергии недостаточно для этого.

Рассмотрим для примера опять Солнце. Принимая $n=3$, по формуле (35.36) находим, что гравитационная энергия Солнца равна

$E = -6 \cdot 10^{48}$ эрг. Светимость Солнца составляет $4 \cdot 10^{33}$ эрг/с. Поэтому за счет гравитационной энергии (точнее ее половины) Солнце могло излучать при постоянной светимости не более $2,5 \cdot 10^7$ лет. По данным же геологии Земля существует не менее $2 \cdot 10^9$ лет, причем светимость Солнца за это время существенно не менялась. Следовательно, Солнце обладает гораздо более мощными источниками энергии по сравнению с его гравитационной энергией.

Однако для некоторых звезд гравитационная энергия, выделяющаяся при сжатии, может быть существенным источником их свечения. К таким звездам относятся белые карлики, не достигшие еще полного вырождения, т. е. имеющие еще способность сжиматься. Как известно, массы белых карликов по порядку равны массе Солнца, а их радиусы составляют несколько сотых радиуса Солнца. Поэтому гравитационная энергия белого карлика будет порядка 10^{50} эрг. Светимость же белых карликов примерно в сто раз меньше светимости Солнца, т. е. порядка 10^{32} эрг/с. Из сопоставления этих цифр следует, что в случае сжатия белого карлика должна выделяться энергия, которая может обеспечить его свечение в течение весьма длительного времени. Разумеется, этим не решается вопрос о действительных источниках энергии белых карликов.

4. Уравнение энергетического равновесия. Выше было получено одно из основных уравнений теории внутреннего строения звезд — уравнение механического равновесия (35.5). Теперь мы напишем второе основное уравнение этой теории — уравнение энергетического равновесия звезды. Оно должно выражать собой то условие, что количество энергии, вырабатываемое в каком-либо элементарном объеме звезды, равно количеству энергии, которое из этого объема выходит.

Пусть ϵ — количество энергии, вырабатываемое одним граммом звездного вещества, и L_r — количество энергии, вырабатываемое внутри сферы радиуса r за 1 с. Мы имеем

$$L_r = 4\pi \int_0^r \epsilon \rho r'^2 dr'. \quad (35.42)$$

Обозначим через H_r поток энергии в радиальном направлении на расстоянии r от центра звезды. На основании упомянутого условия получаем

$$4\pi r^2 H_r = L_r. \quad (35.43)$$

Выражение для величины H_r определяется механизмом переноса энергии внутри звезды. Исследования показали, что основным из этих механизмов является лучеиспускание (хотя в некоторых случаях необходимо принимать во внимание конвекцию и теплопроводность).

Если считать, что энергия внутри звезды переносится только лучеиспусканием, то из уравнения переноса излучения находим

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\kappa \rho}{c} H_r, \quad (35.44)$$

где P_R — давление излучения, κ — коэффициент поглощения, рассчитанный на единицу массы, и c — скорость света.

Из (35.43) и (35.44) следует

$$\frac{dP_R}{dr} = -\frac{\kappa \rho}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2}. \quad (35.45)$$

Подставляя (35.42) в (35.45), имеем

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\kappa \rho} \frac{dP_R}{dr} \right) = -\frac{\epsilon}{c} \rho. \quad (35.46)$$

Это и есть искомое уравнение энергетического равновесия звезды.

При получении уравнения механического равновесия мы понимали под P газовое давление. В дальнейшем будем понимать под P сумму давлений: газового и светового. Иными словами, будем считать

$$P = P_G + P_R, \quad (35.47)$$

где

$$P_G = \frac{R_*}{\mu} \rho T \quad (35.48)$$

и

$$P_R = \frac{1}{3} a T^4. \quad (35.49)$$

Если приведенные выражения для давлений подставить в уравнения (35.5) и (35.46), то мы получим систему двух уравнений для определения двух неизвестных функций от r : плотности ρ и температуры T . Входящие в эти уравнения величины ϵ , κ и μ должны считаться известными функциями от ρ и T .

5. Стандартная модель звезды. До открытия ядерных реакций как источника звездной энергии величина ϵ не была известна. Поэтому в теории внутреннего строения звезд приходилось делать различные предположения относительно этой величины, в результате чего получались разные модели звезд. Важную роль в теории сыграла модель, предложенная Эддингтоном. Ее обычно называют стандартной моделью звезды.

В качестве уравнений механического и энергетического равновесия звезды возьмем уравнения (35.4) и (35.45). Поделив второе из этих уравнений на первое, получаем

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\kappa L_r}{4\pi c G M_r}. \quad (35.50)$$

Введем обозначение

$$\frac{L_r}{M_r} = \eta \frac{L}{M}. \quad (35.51)$$

Подставляя (35.51) в (35.50), имеем

$$\frac{dP_R}{dP} = \frac{\kappa\eta}{4\pi cG} \frac{L}{M}. \quad (35.52)$$

Эддингтон сделал предположение, что внутри звезды

$$\kappa\eta = \text{const}. \quad (35.53)$$

При таком предположении вся правая часть уравнения (35.52) будет постоянной. Поэтому, обозначив

$$\frac{\kappa\eta}{4\pi cG} \frac{L}{M} = 1 - \beta, \quad (35.54)$$

из (35.47) находим

$$P_R = (1 - \beta) P, \quad (35.55)$$

а значит,

$$P_G = \beta P. \quad (35.56)$$

Мы видим, что при выполнении предположения (35.53) отношение газового давления к световому не меняется в звезде.

Из формул (35.48), (35.49), (35.55) и (35.56) следует

$$(1 - \beta) P = \frac{1}{3} a T^4, \quad \beta P = \frac{R_*}{\mu} \rho T. \quad (35.57)$$

Исключая из этих соотношений T , получаем

$$P = C \rho^{4/3}, \quad (35.58)$$

где

$$C = \left[\frac{3(1 - \beta) R_*^4}{a \beta^4 \mu^4} \right]^{1/3}. \quad (35.59)$$

Если считать, что средний молекулярный вес μ постоянен в звезде, то величина C также будет постоянной. Поэтому уравнение (35.58) будет представлять собой политропную зависимость между P и ρ при $k = 4/3$. Иными словами, стандартная модель звезды оказывается политропным шаром с $n = 3$. Следовательно, распределение плотности, давления и температуры в стандартной модели дается приведенными выше формулами, основанными на решении уравнения Эмдена. В частности, сделанные выше оценки плотности и температуры в центре Солнца при $n = 3$ соответствуют стандартной модели.

Ранее для политропного шара формулой (35.24) была определена постоянная C в зависимости от M , R и n . Теперь, пользуясь этой формулой, мы можем найти величину β внутри звезды. При-

равнивая друг другу выражения для C , даваемые формулой (35.24) при $n=3$ и формулой (35.59), получаем, что величина β определяется уравнением

$$1 - \beta = C_1 \mu^4 M^3 \beta^4, \quad (35.60)$$

где

$$C_1 = \frac{\pi G^3 a}{48 R_*^4 [x_1^2 y'(x_1)]^2}. \quad (35.61)$$

Из уравнения (35.60) видно, что доля светового давления $1 - \beta$ растет вместе с массой звезды ($\beta=1$, когда $M=0$, и $\beta=0$, когда $M=\infty$).

Таблица 56

Характеристики звезд согласно «стандартной модели»

Звезда	$\frac{M}{M_\odot}$	$\frac{R}{R_\odot}$	$\frac{L}{L_\odot}$	$1 - \beta$	ρ_c	T_c
Солнце	1,00	1,00	1,00	0,003	76,5	$20 \cdot 10^6$
Сириус А	2,34	1,78	38,9	0,016	31,7	$26 \cdot 10^6$
Капелла А	4,18	15,9	120	0,045	0,080	$5 \cdot 10^6$

В таблице 56, заимствованной у Чандрасекара [3], приведены результаты вычислений некоторых характеристик для трех звезд, полученные при предположении, что звезды построены согласно стандартной модели. При вычислениях были заданы значения M , L , R и было принято $\mu=1$.

Эддингтон, основываясь на своей модели звезды, сделал заключение о существовании зависимости между массами и светимостями звезд. Его рассуждение (в несколько измененном виде) было следующим. Рассмотрим соотношения (35.54) и (35.60). Исключая из них величину β , мы приходим к зависимости между величинами M , L , η и μ . Будем считать, что величины η и μ одинаковы для всех звезд. Тогда получается зависимость между M и L . При этом при малых M (т. е. при значениях β , близких к 1) соотношения (35.54) и (35.60) дают

$$L \sim M^3, \quad (35.62)$$

а при больших M (т. е. при малых значениях β) из (35.49) следует

$$L \sim M. \quad (35.63)$$

Эддингтон сопоставил свои теоретические выводы с наблюдательными данными о массах и светимостях звезд и получил согласие между ними. Разумеется, это согласие нельзя считать подтверждением рассматриваемой теории, так как при ее построении был

сделан ряд необоснованных предположений (главным из которых является предположение о постоянстве η внутри звезды). Однако интересно то, что при этих исследованиях Эддингтон впервые получил зависимость между массами и светимостями звезд из наблюдательных данных. Как известно, эта зависимость является одним из фундаментальных соотношений звездной астрономии.

§ 36. Физические процессы внутри звезд

1. Уравнение состояния звездного вещества. В предыдущем параграфе были в общих чертах выяснены физические условия в звездных недрах (т. е. оценены значения плотности, температуры и давления). Теперь мы перейдем к рассмотрению физических процессов, идущих при таких условиях. Это позволит нам, в частности, получить выражения для тех параметров, которые входят в основные уравнения теории внутреннего строения звезд.

Из приведенных выше результатов например, из формулы (35.27) следует, что с углублением в звезду происходит значительное увеличение температуры. Этим обусловлена сильная ионизация атомов внутри звезды. Как известно (см. § 13), отношение числа ионизованных атомов n^+ к числу нейтральных атомов n_1 дается следующей формулой:

$$n_e \frac{n^+}{n_1} = \frac{g^+}{g_1} \frac{2 (2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}}, \quad (36.1)$$

где χ_1 — энергия ионизации из основного состояния. Аналогичной формулой определяется и отношение числа s раз ионизованных атомов к числу $s-1$ раз ионизованных атомов. Из формулы (36.1) видно, что степень ионизации существенно зависит от отношения χ_1/kT и, грубо говоря, атомы переходят в следующую стадию ионизации, когда это отношение становится порядка единицы. Поэтому легкие атомы, обладающие небольшими энергиями отрыва последнего электрона (в частности, водород и гелий), оказываются полностью ионизованными уже в поверхностных слоях звезды. А от тяжелых атомов по мере проникновения в глубь звезды отывается все большее и большее число электронов.

Таким образом, газ внутри звезды (представляющий собой высокотемпературную плазму) состоит из большого числа свободных электронов, из «голых» ядер легких атомов и из тяжелых атомов, лишенных значительной части своих электронных оболочек. Такой состав газа внутри звезды следует принимать во внимание при написании уравнения состояния газа и, в частности, при определении его среднего молекулярного веса.

При рассмотрении звездных атмосфер в качестве уравнения состояния вещества мы брали уравнение состояния обычного идеального газа. Можно было бы думать, что при углублении внутрь звезды

газ перестает быть идеальным вследствие сильного возрастания его плотности. Однако в действительности почти полная ионизация атомов внутри звезды приводит к резкому уменьшению размеров частиц (от размеров атомов порядка 10^{-8} см до размеров ядер порядка 10^{-13} см). Благодаря этому и внутри звезды газ остается идеальным, т. е. уравнение состояния газа мы можем записать в виде

$$P = nkT, \quad (36.2)$$

где n — число частиц в 1 см^3 . Переходя здесь от концентрации n к плотности ρ при помощи соотношения

$$n = \frac{\rho}{\mu m_H}, \quad (36.3)$$

где μ — средняя молекулярная масса и m_H — масса атома водорода, вместо (36.2) получаем

$$P = \frac{k}{\mu m_H} \rho T, \quad (36.4)$$

т. е. уравнение, совпадающее с ранее использовавшимся уравнением (35.26) (так как $R_* = k/m_H$).

Величина μ , входящая в уравнение состояния (36.4), имеет важное значение для теории внутреннего строения звезд. Найдем эту величину, пользуясь формулой (36.3) и имея в виду, что плотность ρ определяется в основном атомами, а концентрация n — как атомами, так и свободными электронами. В качестве первого приближения все атомы внутри звезды будем считать полностью ионизованными.

Допустим сначала, что звезда состоит из одного элемента с атомным номером Z и атомной массой A . Так как при полной ионизации на каждый атом приходится Z свободных электронов, то мы имеем

$$n = \frac{\rho}{A m_H} (1 + Z). \quad (36.5)$$

Поэтому для величины μ получаем

$$\mu = \frac{A}{1 + Z}. \quad (36.6)$$

Формула (36.6) дает для водорода $\mu = 1/2$, для гелия $\mu = 4/3$, для других элементов $\mu \approx 2$. Таким образом, средняя молекулярная масса внутри звезды заключена в сравнительно небольших пределах. Однако даже небольшие различия в величине μ весьма существенны. Это объясняется тем, что температура согласно формуле (35.28) пропорциональна μ , а от температуры чрезвычайно сильно зависит количество энергии, выделяющейся при ядерных реакциях.

На самом деле звезда состоит из смеси разных элементов. Чтобы получить формулу для μ в этом случае, обозначим через x_Z весовую

долю элемента с атомным номером Z (т. е. будем считать, что на грамм звездного вещества приходится x_Z граммов атомов данного элемента). Для величины n теперь находим

$$n = \sum \frac{x_Z \rho}{A m_H} (1 + Z), \quad (36.7)$$

где суммирование производится по всем элементам. Подстановка (36.7) в (36.3) дает

$$\mu = \frac{1}{\sum \frac{x_Z}{A} (1 + Z)}. \quad (36.8)$$

Пусть X — весовая доля водорода, Y — весовая доля гелия и $1 - X - Y$ — весовая доля других элементов. Тогда вместо (36.8) получаем

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}(1 - X - Y)}, \quad (36.9)$$

или

$$\mu = \frac{4}{6X + Y + 2}. \quad (36.10)$$

Как уже сказано, формула (36.10) справедлива только при полной ионизации атомов в данном месте звезды. Если ионизацию нельзя считать полной, то в формуле (36.8) вместо Z следует написать число оторванных от атома электронов. Это число может быть определено при помощи формулы ионизации (36.1).

2. Вырождение газа. При углублении в звезду вместе с температурой увеличивается и плотность. Особенно сильное возрастание плотности происходит во внешних слоях звезд с большим ускорением силы тяжести на поверхности (в частности, у белых карликов). В этих случаях внутри звезд могут существовать области, в которых газ является вырожденным, т. е. не подчиняющимся законам, вытекающим из классической статистики. Поэтому наряду с уравнением состояния (36.4) нам следует также иметь уравнение состояния вырожденного газа.

Рассмотрим газ, состоящий из свободных электронов. Как известно, такой газ подчиняется статистике Ферми — Дирака, справедливой для частиц, обладающих двумя свойствами: 1) частицы являются неразличимыми, 2) в каждой ячейке фазового пространства не может находиться более двух частиц. Согласно указанной статистике число свободных электронов с импульсами от p до $p + dp$ дается формулой

$$dn_e = \frac{8\pi p^2 dp}{h^3} \frac{1}{De^{\frac{p^2}{2mkT}} + 1}, \quad (36.11)$$

в которой величина D определяется из того условия, что задано полное число свободных электронов в единице объема, т. е.

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{p^2 dp}{De^{\frac{2mkT}{p^2}} + 1}. \quad (36.12)$$

Чтобы получить уравнение состояния электронного газа, надо написать выражение для давления. Если скорости частиц малы по сравнению со скоростью света, то мы имеем

$$P_e = \frac{2}{3} \int \frac{p^2}{2m} dn_e, \quad (36.13)$$

или, на основании (36.11),

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^{\infty} \frac{p^4 dp}{De^{\frac{2mkT}{p^2}} + 1}. \quad (36.14)$$

Из соотношений (36.12) и (36.14) путем исключения величины D можно получить зависимость между P_e , n_e и T , т. е. искомое уравнение состояния газа.

Предположим сначала, что $D \gg 1$. Тогда из соотношений (36.12) и (36.14) находим

$$n_e = \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D} \left(1 - \frac{1}{2^{3/2} D} + \dots \right), \quad (36.15)$$

$$P_e = \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 D} kT \left(1 - \frac{1}{2^{5/2} D} + \dots \right). \quad (36.16)$$

Отсюда приближенно следует:

$$P_e = n_e kT \left(1 + \frac{1}{2^{5/2} D} + \dots \right) \quad (36.17)$$

и

$$D = \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e}. \quad (36.18)$$

Мы видим, что уравнение состояния (36.17) мало отличается от уравнения состояния обычного идеального газа. Следовательно, в рассматриваемом случае газ слабо вырожден. Если величина D очень велика, то вырождением можно пренебречь. Это соответствует пренебрежению единицей в знаменателе формулы (36.11) и означает переход квантовой статистики в классическую.

Если же величина D мала, т. е.

$$\frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3 n_e} \ll 1, \quad (36.19)$$

то газ будет сильно вырожденным. При этом вырождение будет тем сильнее, чем меньше температура и больше плотность.

Для численных оценок надо иметь в виду, что $D = 5 \cdot 10^{15} T^{3/2} / n_e$, и газ является сильно вырожденным, когда $D \ll 1$. Так как внутри звезд температуры очень высоки, то это неравенство осуществляется лишь при очень больших плотностях. Например, при $T \approx 10^7$ кельвинов должно быть $n_e \gg 10^{26} \text{ см}^{-3}$.

Уравнение состояния сильно вырожденного электронного газа также может быть получено из соотношений (36.12) и (36.14). Предположим сначала, что $T=0$. В этом случае согласно классической статистике все частицы находятся в ячейке фазового пространства с импульсом $p=0$ и, следовательно, давление газа равно нулю. Однако в действительности электроны подчиняются принципу Паули, не допускающему присутствия более двух частиц в каждой ячейке. Поэтому при $T=0$ электроны занимают все ячейки с импульсами от $p=0$ до некоторого p_{\max} , а давление газа отлично от нуля.

В данном случае вместо (36.11) имеем

$$dn_e = \frac{8\pi p^2 dp}{h^3} \quad (36.20)$$

и из соотношений (36.12) и (36.14) находим:

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{\max}} p^2 dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_{\max}^3, \quad (36.21)$$

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^{p_{\max}} p^4 dp = \frac{8\pi}{15mh^3} p_{\max}^5. \quad (36.22)$$

Подстановка p_{\max} из (36.21) в (36.22) дает

$$P_e = \frac{1}{20} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n_e^{5/3}. \quad (36.23)$$

Мы получили уравнение состояния полностью вырожденного электронного газа. Хотя при его выводе и принималось $T=0$, однако оно с большой точностью справедливо при любых температурах, удовлетворяющих неравенству $D \ll 1$. Это следует из того, что при малых D формулы (36.12) и (36.14) приводят к уравнению (36.23) с множителем в правой части, равным

$$1 + \frac{20}{3} \left(\frac{\pi}{6} \right)^{4/3} D^{4/3}.$$

Таким образом, чем меньше D , т. е. чем сильнее вырождение, тем точнее уравнение состояния (36.23). Подчеркнем, что в это уравнение не входит температура, хотя она и может быть очень высокой.

При выводе уравнения (36.23) была использована для давления формула (36.13), справедливая лишь при скоростях частиц, ма-

лых по сравнению со скоростью света. Это значит, что уравнение (36.23) относится к нерелятивистскому газу. Однако с увеличением концентрации свободных электронов, как следует из формулы (36.21), растет их максимальный импульс, а значит, и скорости могут стать близкими к скорости света. Поэтому мы должны получить уравнение состояния электронного газа, которое годилось бы и для этого случая.

Если частицы могут иметь скорости, близкие к скорости света, то вместо формулы (36.13) мы должны написать

$$P_e = \frac{1}{3m} \int \frac{p^3}{\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}}} dn_e. \quad (36.24)$$

Подставляя сюда выражение (36.20), получаем

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^{p_{\max}} \frac{p^4}{\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}}} dp, \quad (36.25)$$

или, после интегрирования,

$$P_e = \frac{\pi m^4 c^5}{3h^3} [x(2x^2 - 3) \sqrt{1 + x^2} + 3 \operatorname{arcsch} x], \quad (36.26)$$

где обозначено $x = p_{\max}/mc$.

Формулу (36.21) мы можем переписать теперь в виде

$$n_e = \frac{8\pi m^3 c^3}{3h^3} x^3. \quad (36.27)$$

Соотношения (36.26) и (36.27) представляют собой уравнение состояния полностью вырожденного электронного газа в параметрической форме. Это уравнение справедливо при любых скоростях электронов.

Если $x \ll 1$, то из соотношений (36.26) и (36.27) вытекает ранее полученное уравнение (36.23) для нерелятивистского газа. Если же $x \gg 1$, то из указанных соотношений следует

$$P_e = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} ch n_e^{1/3}. \quad (36.28)$$

Это есть уравнение состояния релятивистского полностью вырожденного электронного газа.

Приравняв друг к другу значения P_e , даваемые формулами (36.23) и (36.28), мы можем определить граничное значение n_e , отделяющее область нерелятивистского газа от области релятивистского газа. Это значение n_e оказывается порядка 10^{30} см^{-3} . Следовательно, при $n_e \ll 10^{30} \text{ см}^{-3}$ вырожденный газ является нерелятивистским, а при $n_e \gg 10^{30} \text{ см}^{-3}$ — релятивистским. Формулы (36.26) и (36.27) охватывают как оба эти случая, так и промежуточную между ними область.

3. Перенос энергии внутри звезды. Выше уже отмечалось, что важную роль в переносе энергии внутри звезды играет лучеиспускание. Поэтому необходимо выяснить, при каких процессах происходит поглощение лучистой энергии внутри звезды. Как и в фотосферах, основными из этих процессов являются следующие: 1) переходы электронов из связанных состояний в свободные, т. е. фотоионизация атомов, 2) переходы электронов из свободных состояний в свободные, 3) рассеяние излучения на свободных электронах.

Вследствие очень высоких температур внутри звезды легкие атомы (в частности, водород и гелий) полностью ионизованы. Поэтому поглощение излучения, связанное с фотоионизацией атомов, может производиться лишь тяжелыми атомами. Так как тяжелые атомы также лишены значительной части своих электронов, то приближенно их можно считать водородоподобными. Коэффициент поглощения, обусловленный фотоионизацией атомов водорода, дается формулой (5.8) гл. I. Аналогично пишется и коэффициент поглощения, обусловленный фотоионизацией водородоподобных атомов:

$$\alpha'_v = n_e n^+ \frac{2^4 \pi e^6}{3 \sqrt{3} \, ch \, m \, (2\pi m k T)^{1/2}} \frac{Z_1^2}{k T} \frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \sum_{i=i_0}^{\infty} \frac{g_{iv}}{i^3} e^{\frac{\chi_i}{k T}}, \quad (36.29)$$

где Z_1 — эффективный заряд иона.

Свободно-свободные переходы электронов происходят в основном в поле ядер водорода и гелия. Коэффициент поглощения, обусловленный этими переходами, равен

$$\alpha''_v = n_e n^+ \frac{2^3 \pi e^6 Z_1^2}{3 \sqrt{3} \, ch \, m \, (2\pi m k T)^{1/2}} \frac{g_v}{\sqrt{3}}. \quad (36.30)$$

При $Z_1=1$, т. е. для водорода, из этой формулы получается формула (5.10) гл. I.

Коэффициент рассеяния на свободных электронах, как известно, дается формулой

$$\sigma_e = n_e \sigma_0 = n_e \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2. \quad (36.31)$$

В уравнение (35.46), выражающее энергетическое равновесие звезды, входит средний коэффициент поглощения κ , рассчитанный на единицу массы. Поэтому приведенные выше выражения для объемных коэффициентов поглощения следует усреднить по частоте и воспользоваться соотношением $\bar{\alpha} = \kappa \rho$.

Средний коэффициент поглощения атомами водорода уже был определен в гл. I и дается формулой (5.34). Указанная формула применима и к водородоподобным атомам. Основываясь на ней, можно получить следующие выражения для коэффициентов по-

глощения, обусловленных фотоионизациями и свободно-свободными переходами соответственно:

$$\kappa' = 2,4 \frac{\chi_1}{kT} \frac{n_e n^+}{\rho} \frac{80 e^6 h^2 Z_1^2}{\pi^2 \sqrt{3} c (2\pi m)^{3/2}} \frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}} \quad (36.32)$$

и

$$\kappa'' = \frac{n_e n^+}{\rho} \frac{80 e^6 h^2 Z_1^2}{\pi^2 \sqrt{3} c (2\pi m)^{3/2}} \frac{\bar{g}}{(kT)^{7/2}}. \quad (36.33)$$

Здесь через \bar{g} обозначено среднее значение множителя Гаунта.

Входящие в формулы (36.32) и (36.33) величины n_e и n^+ зависят от плотности и химического состава. Пусть, как и раньше, X — весовая доля водорода и Y — весовая доля гелия. Число свободных электронов в 1 см^3 , возникающих при ионизации водорода и гелия, равно соответственно $X\rho/m_H$ и $Y\rho/2m_H$. Можно считать, что ионизация тяжелых элементов дает $\frac{1}{2} A (1 - X - Y) \frac{\rho}{Am_H}$ свободных электронов в 1 см^3 . Поэтому полная концентрация свободных электронов будет равна

$$n_e = \frac{1}{2} (1 + X) \frac{\rho}{m_H}. \quad (36.34)$$

Величина n^+ , входящая в формулу (36.32), представляет собой концентрацию атомов данного элемента в стадии ионизации, следующей за той, в которой находятся поглощающие атомы. Очевидно, что в каждом месте звезды поглощение производится в основном атомами, находящимися в одной определенной стадии ионизации. Как уже говорилось, для этой стадии ионизации величина χ_1/kT должна быть порядка единицы. Величину n^+ можно приближенно считать равной концентрации всех атомов рассматриваемого элемента, т. е. равной весовой доле этого элемента, умноженной на ρ/Am_H . Суммируя величины $n^+ Z_1^2$ для всех тяжелых атомов и принимая для Z_1^2/A некоторое среднее значение, получаем величину $(1 - X - Y) \frac{\rho}{m_H} \frac{Z_1^2}{A}$. Разумеется, этот подсчет является довольно грубым.

Величина n^+ , входящая в формулу (36.33), есть концентрация ионизованных атомов водорода или гелия. Для водорода величина $n^+ Z_1^2$ равна $X\rho/m_H$, а для гелия $Y\rho/m_H$. Сумма этих величин равна $(X + Y) \frac{\rho}{m_H}$.

Принимая во внимание сказанное, вместо формул (36.32) и (36.33) получаем

$$\kappa' = C' \bar{g} (1 + X) (1 - X - Y) \frac{\rho}{T^{7/2}} \quad (36.35)$$

и

$$\kappa'' = C'' \bar{g} (1 + X) (X + Y) \frac{\rho}{T^{7/2}}, \quad (36.36)$$

где C' и C'' — некоторые постоянные.

Формулы (36.35) и (36.36) получены путем усреднения коэффициентов поглощения по частоте при весовой функции, представляющей собой планковскую интенсивность. Обычно же средние коэффициенты поглощения находятся по формуле Росселанда. Однако и в этом случае получаются формулы, похожие на формулы (36.35) и (36.36). Некоторое различие между ними заключается лишь в численных коэффициентах. Например, в книге М. Шварцшильда [4] приводятся следующие выражения для росселандовых средних:

$$\kappa' = 4,3 \cdot 10^{25} \frac{\bar{g}}{t} (1 + X) (1 - X - Y) \frac{\rho}{T^{7/2}}, \quad (36.37)$$

$$\kappa'' = 3,7 \cdot 10^{22} \bar{g} (1 + X) (X + Y) \frac{\rho}{T^{7/2}}. \quad (36.38)$$

Здесь t — так называемый гильотинный множитель (порядка единицы).

Коэффициент рассеяния на свободных электронах, определенный формулой (36.31), не зависит от частоты. Полагая $\sigma_e = \kappa_{e0}$ и пользуясь формулой (36.34), получаем

$$\kappa_e = \frac{\sigma_0}{2m_H} (1 + X) = 0,2 (1 + X). \quad (36.39)$$

Формулами (36.37) — (36.39) определяются средние коэффициенты поглощения в зависимости от химического состава, плотности и температуры. Из этих формул можно заключить, что наибольшую роль в поглощении лучистой энергии внутри звезд играет фотоионизация. Свободно-свободные переходы вносят заметный вклад в поглощение лишь при большом относительном содержании водорода и гелия. Рассеяние света на свободных электронах имеет существенное значение при малых плотностях и высоких температурах.

Кроме лучеиспускания, некоторую роль в переносе энергии внутри звезд играет теплопроводность. Количество тепловой энергии внутри звезды даже превосходит количество лучистой энергии. Однако лучеиспускание играет все же большую роль по сравнению с теплопроводностью, так как скорость и длина свободного пробега для фотонов гораздо больше, чем для электронов. В каждом месте звезды происходят переходы тепловой энергии в лучистую и обратно (при поглощении и излучении фотонов) и перенос энергии в основном совершается тогда, когда она находится в форме лучистой энергии. В некоторых же случаях необходимо принимать во внимание и перенос энергии электронной теплопроводностью. Отно-

сительная роль электронной теплопроводности растет с увеличением плотности. Особенно велика эта роль в случае белых карликов вследствие вырождения в них электронного газа. Объясняется это тем, что в вырожденном газе заняты все нижние состояния и длина свободного пробега электрона оказывается очень большой.

Когда мы занимались фотосферой Солнца, то был рассмотрен (в § 15) еще один механизм переноса энергии — конвекция. В поверхностных слоях звезд конвективный перенос энергии может играть значительную роль. Применение критерия (15.10) гл. III показало, что и в некоторых частях внутри звезды лучистое равновесие может оказаться неустойчивым и должна возникнуть конвекция. Если мощность источников энергии сильно возрастает при приближении к центру звезды, то в звезде должно существовать конвективное ядро. В этом случае уравнение (35.46), выражающее условие энергетического равновесия звезды, должно быть соответствующим образом изменено.

4. Ядерные реакции как источник звездной энергии. При поисках источников звездной энергии давно была высказана мысль о возможности выделения больших количеств энергии в ходе ядерных реакций. Допустим, что при некоторой реакции образуется ядро, масса которого на величину ΔM меньше суммы масс ядер, вступающих в реакцию. Тогда на основании принципа Эйнштейна, утверждающего эквивалентность массы и энергии, при такой реакции выделяется энергия

$$\Delta E = c^2 \Delta M, \quad (36.40)$$

где c — скорость света.

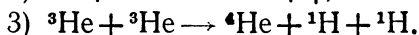
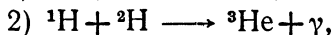
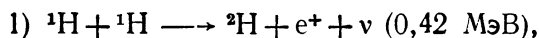
Основную роль в выделении энергии внутри звезд играют ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. Как известно, атомная масса водорода равна 1,008, а атомная масса гелия равна 4,003 (в кислородных единицах). Поэтому при образовании из четырех атомов водорода одного атома гелия выделяется энергия, соответствующая приблизительно 0,7% массы. Следовательно, звезда, состоящая первоначально из водорода, должна при превращении водорода в гелий выделить энергию, равную

$$\Delta E \approx 6 \cdot 10^{18} M, \quad (36.41)$$

где M — масса звезды. В частности, для Солнца получаем $\Delta E \approx 10^{52}$ эрг. Эта энергия может обеспечить излучение Солнца при нынешней его светимости в течение 10^{11} лет, т. е. достаточно долго с точки зрения современных представлений о сроках существования звезд.

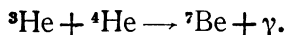
Превращение водорода в гелий внутри звезд происходит при двух циклах реакций: протон-протонном и углеродном.

Основная ветвь протон-протонного цикла (который называют также водородным) состоит из трех реакций:

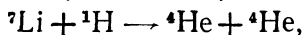
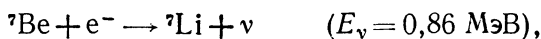


Мы видим, что сначала при встрече двух протонов образуются дейтрон (ядро тяжелого водорода), позитрон и нейтрино. Позитрон сразу же соединяется с каким-либо электроном и вместе с ним исчезает, испуская два γ -кванта. Нейтрино беспрепятственно выходит из звезды, унося с собой некоторую часть выделившейся энергии. Затем образовавшийся дейтрон соединяется с каким-нибудь протоном, в результате чего возникает ядро ${}^3\text{He}$ и излучается γ -квант. Наконец, при столкновении двух частиц ${}^3\text{He}$ образуются ядро гелия ${}^4\text{He}$ (α -частица) и два протона.

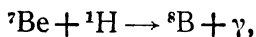
Как показывают оценки, из всех ядер гелия, возникающих в водородном цикле, примерно 80% приходится на его основную ветвь. Остальные же 20% дают две боковые ветви, в которых сначала вместо последней из указанных выше реакций происходит реакция с образованием бериллия



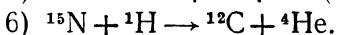
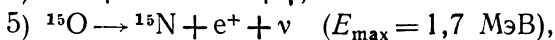
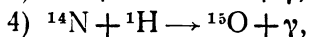
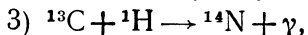
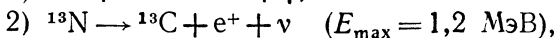
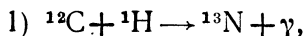
Затем в первой боковой ветви (сильно преобладающей над второй) идут реакции



а во второй ветви



Углеродный цикл (называемый также «циклом Бете») состоит из шести реакций:



В этом цикле углерод выступает как катализатор.

Для всех приведенных выше реакций, связанных с испусканием нейтрино, в скобках указана уносимая им энергия. При этом под E_ν понимается дискретная энергия, а под E_{\max} — максималь-

ное значение энергии в случае непрерывного энергетического спектра нейтрино.

Количество энергии, выделяющейся при образовании одного ядра гелия в водородном цикле, составляет $4,2 \cdot 10^{-5}$ эрг, а в углеродном — $4,0 \cdot 10^{-5}$ эрг. Некоторое различие между этими цифрами объясняется тем, что энергия, уносимая нейтрино, во втором цикле больше, чем в первом.

Для определения количества энергии, вырабатываемой одним граммом вещества за одну секунду (эта величина была выше обозначена через ε), необходимо знать эффективные поперечные сечения для ядерных реакций. При теоретическом определении этих сечений принимается во внимание, что ядерные силы сцепления действуют лишь на расстояниях, не превышающих по порядку 10^{-12} см, а на больших расстояниях ядра отталкиваются согласно закону Кулона. Если встречаются ядра с зарядами Z_1e и Z_2e , то при расстоянии r между ними энергия отталкивания равна $Z_1Z_2e^2/r$, а их средняя кинетическая энергия равна $3kT$. Поэтому для преодоления кулоновского барьера (при $r \approx 10^{-12}$ см) большинством ядер необходима температура порядка $T \approx 5 \cdot 10^8 Z_1Z_2$. Поскольку такая температура слишком высока даже для звездных недр, то в действительности преодоление кулоновского барьера ядрами осуществляется вследствие «туннельного эффекта», т. е. благодаря определенной вероятности прохождения потенциального барьера частицей с энергией, меньшей величины этого барьера.

Поперечные сечения для ядерных реакций определялись теоретически и экспериментально (см., например, [5] и [6]). В результате было получено, что для протон-протонного цикла

$$\varepsilon = 2,5 \cdot 10^6 \rho X^2 \left(\frac{10^6}{T} \right)^{2/3} e^{-33,8 \left(\frac{10^6}{T} \right)^{1/3}}, \quad (36.42)$$

а для углеродного цикла

$$\varepsilon = 9,5 \cdot 10^{28} \rho X X_{\text{CN}} \left(\frac{10^3}{T} \right)^{2/3} e^{-152,3 \left(\frac{10^6}{T} \right)^{1/3}}. \quad (36.43)$$

Здесь X — весовая доля водорода, X_{CN} — весовая доля углерода и азота.

Формулы (36.42) и (36.43) можно переписать в более простом виде для определенных интервалов температур. Например, для температур от $3 \cdot 10^6$ до $2 \cdot 10^7$ кельвинов вместо (36.42) имеем

$$\varepsilon = 9 \cdot 10^{-30} \rho X^2 T^4, \quad (36.44)$$

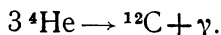
а для температур, близких к $2 \cdot 10^7$ кельвинов, вместо (36.43) получаем

$$\varepsilon = 3 \cdot 10^{-150} \rho X X_{\text{CN}} T^{21}. \quad (36.45)$$

Выражения типа (36.44) и (36.45) применяются при приближенных расчетах.

Из приведенных формул видно, что величина ϵ для углеродного цикла растет с температурой быстрее, чем для протон-протонного цикла. При температурах около 15—20 млн. кельвинов обе формулы для ϵ дают приблизительно одинаковые результаты. При меньших температурах основную роль в выработке энергии играет протон-протонный цикл, при больших — углеродный цикл.

Кроме рассмотренных выше ядерных реакций, при которых водород превращается в гелий, внутри звезд могут идти и другие реакции. При температурах порядка 10^8 кельвинов наибольшее значение имеет реакция, преобразующая гелий в углерод (так называемый «тройной альфа-процесс»):



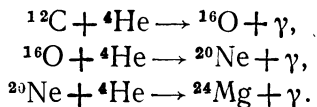
Выделяющаяся при этой реакции энергия определяется формулой

$$\epsilon = 10^{-8} \rho^2 Y^3 \left(\frac{T}{10^8} \right)^{30}, \quad (36.46)$$

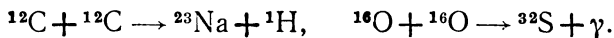
где Y — весовая доля гелия.

Приведенные формулы для величины ϵ имеют большое значение для астрофизики, так как ядерные реакции являются главным источником энергии звезд.

Необходимо также отметить, что в ходе ядерных реакций одни атомные ядра превращаются в другие ядра, т. е. происходит синтез химических элементов (нуклеосинтез). С примерами таких процессов мы уже встречались выше: водород превращается в гелий, а гелий — в углерод. При температурах порядка 10^8 градусов в звездах происходит также синтез и более сложных атомов при реакциях:



При более высоких температурах идут также реакции между ядрами тяжелых элементов, например,



В ядерной физике определены эффективные поперечные сечения для многих реакций, идущих в звездах. Процессами нуклеосинтеза объясняется химический состав не только звезд, но и межзвездной среды (так как большое количество вещества выбрасывается из звезд в межзвездное пространство).

§ 37. Строение и эволюция звезд

1. Основные уравнения. В § 35 были написаны основные уравнения теории внутреннего строения звезд — уравнения (35.5) и (35.46). Первое из них выражает условие механического равно-

веса звезды, второе — условие энергетического равновесия. Далее было выяснено, как зависят входящие в эти уравнения параметры от физических условий внутри звезды. Это дает возможность получить решения указанных уравнений без каких-либо дополнительных предположений, характерных для первого этапа построения теории.

Основные уравнения теории внутреннего строения звезд можно записать в виде следующей системы уравнений:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM_r}{r^2} \rho, \quad (37.1)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (37.2)$$

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{3}{4ac} \frac{\kappa \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}, \quad (37.3)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon \rho. \quad (37.4)$$

Очевидно, что подстановка (37.2) в (37.1) дает уравнение (35.5), а подстановка (37.4) в (37.3) — уравнение (35.46).

Входящее в уравнение (37.1) давление P является суммой газового и светового давлений. Посредством уравнения состояния газа и закона Стефана — Больцмана давление P выражается через температуру T , плотность ρ и средний молекулярный вес μ . В свою очередь величина μ определяется заданием химического состава. Формулой (36.10) она выражается через весовую долю водорода X и весовую долю гелия Y .

Средний коэффициент поглощения κ и количество вырабатываемой энергии ε также выражаются через ρ , T , X и Y . Соответствующие формулы были даны в предыдущем параграфе.

Таким образом, приведенная выше система четырех уравнений (37.1) — (37.4) служит для определения четырех неизвестных функций: M_r , L_r , ρ и T . Входящие в эту систему величины X и Y считаются заданными.

К указанной системе уравнений следует еще добавить граничные условия. В центре звезды мы, очевидно, имеем

$$M_r = 0, \quad L_r = 0 \quad \text{при} \quad r = 0, \quad (37.5)$$

а на границе звезды

$$\rho = 0, \quad T = 0 \quad \text{при} \quad r = R. \quad (37.6)$$

Необходимо, однако, иметь в виду, что некоторые формулы, справедливые для внутренних слоев звезды (в частности, выражения для κ и μ), неприменимы к поверхностным слоям. Объясняется это тем, что при выводе этих формул делалось предположение о сильной ионизации газа, в то время как в поверхностных слоях степень ионизации мала. Поэтому применение приведенных выше уравнений вместе с граничными условиями (37.6) ко всей звезде

может приводить к ненадежным результатам. Более правильный путь решения задачи состоит в определении структуры поверхностных слоев на основании теории фотосфер и в решении приведенных уравнений при «граничных условиях», вытекающих из данных о строении фотосферы.

Система уравнений (37.1) — (37.4) при указанных граничных условиях и при заданных значениях X и Y полностью определяет структуру звезды. В результате решения этой системы находятся и значения величин M_r и L_r при $r=R$, т. е. масса звезды M и светимость L . На самом деле для каждой звезды значения M и L являются заданными. Поэтому задача об определении структуры звезды состоит не только в решении приведенной системы, но и в подборе подходящих значений X и Y .

Однако внутри звезды могут существовать большие различия в химическом составе, а значит, и в величинах X и Y . Вследствие этого задача о нахождении структуры звезды не является определенной. Причиной различий в химическом составе на разных глубинах в звезде является изменение скорости ядерных реакций при переходе от одного места звезды к другому: эта скорость тем больше, чем больше ρ и T . Поэтому внутри звезд могут существовать области, в которых водород полностью или частично «выгорел». Все это принимается во внимание при построении теоретических моделей звезд. Следовательно, теория внутреннего строения звезд неотделима от проблемы эволюции звезд.

2. Методы расчета звездных моделей. Выше мы видели, что решение проблемы внутреннего строения звезд сводится к интегрированию системы дифференциальных уравнений (37.1) — (37.4) при граничных условиях (37.5) и (37.6). Это интегрирование выполняется численно с помощью электронных вычислительных машин. В результате получаются теоретические модели звезд. Сейчас мы кратко опишем некоторые методы, применяемые при расчетах звездных моделей.

Интегрирование указанных уравнений можно начать от центра звезды. Так как при $r=0$ известны значения только двух искомых функций ($M_r=0$ и $L_r=0$), то в этой точке мы должны задать также значения давления и температуры. При малых r решение рассматриваемых уравнений можно получить в виде ряда. Ограничиваясь членами порядка r^3 , имеем

$$M_r = \frac{4}{3} \pi \rho_c r^3, \quad (37.7)$$

$$L_r = \frac{4}{3} \pi \rho_c \epsilon_c r^3, \quad (37.8)$$

$$P = P_c - \frac{2}{3} \pi G \rho_c^2 r^2, \quad (37.9)$$

$$T = T_c - \frac{\kappa_c \epsilon_c \rho_c^2}{8acT_c^3} r^2, \quad (37.10)$$

где индексом s отмечены величины в центре звезды. Для перехода от малых r к большим следует применить численное интегрирование уравнений. Оно заканчивается тогда, когда плотность и температура достигают своих значений на поверхности звезды ($\rho=0$ и $T=0$). При этом получаются определенные значения для массы звезды M , ее светимости L и радиуса R . Однако такая модель может сильно отличаться от реальных звезд, т. е. не удовлетворять соотношениям «масса — светимость» и «спектр — светимость». Чтобы устранить расхождение, надо попытаться подобрать более подходящие значения P_c и T_c . Если и это не приведет к цели, то должен быть изменен принятый химический состав.

Интегрирование системы уравнений (37.1) — (37.4) можно начать также от поверхности звезды. Для внешних слоев звезды, как и для ее центральной области, может быть получено решение в аналитической форме. Оно основывается на том, что во внешних слоях отсутствуют источники энергии и в них содержится лишь очень небольшая доля массы звезды. Поэтому можно считать, что в этих слоях $M_r=M$ и $L_r=L$. Следовательно, нам надо определить только изменение с r температуры и давления.

Разделив (37.1) на (37.3) и пользуясь постоянством массы и светимости, находим

$$\frac{dP}{dT} = \frac{16\pi G a c M}{3\kappa L} T^3. \quad (37.11)$$

Входящий сюда коэффициент поглощения κ на основании (36.37) и (36.38) может быть представлен в виде

$$\kappa = \kappa_0 \frac{\rho}{T^{7/2}}, \quad (37.12)$$

где $\kappa_0 = \text{const}$. Подставляя (37.12) в (37.11), применяя уравнение состояния (36.4) и производя интегрирование, получаем

$$P^2 = \frac{64\pi G M a c R^*}{51\kappa_0 \mu L} T^{11/2}. \quad (37.13)$$

Формула (37.13) связывает давление с температурой. Чтобы получить зависимость температуры от глубины, надо в уравнение (37.3) подставить выражения (37.12), (37.13) и (36.4). Делая это и интегрируя, находим

$$T = \frac{4GM\mu}{17R^*} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right). \quad (37.14)$$

При переходе от внешних слоев звезды к внутренним путем численного интегрирования уравнений (37.1) — (37.4) определяется структура звезды и, в частности, находятся значения плотности и температуры в ее центре (т. е. величины ρ_c и T_c). Однако при таком интегрировании на некоторой глубине мы можем встретиться с условиями, которые требуют изменения исходных

уравнений. Примером может служить быстрое увеличение плотности, приводящее к вырождению газа. В этом случае уравнение (36.4) надо заменить уравнениями состояния вырожденного газа, приведенными в предыдущем параграфе. В качестве другого примера укажем наступление конвекции, вызванное быстрым нарастанием температуры. Вследствие этого вместо радиативного переноса энергии следует рассматривать перенос энергии конвекцией. Отметим еще, что на некоторой глубине может оказаться исчерпанной вся заданная масса звезды. В таком случае необходимо изменить принятый химический состав. Изменения в химическом составе надо сделать и тогда, когда при достижении центра звезды мы еще не исчерпали всю массу или светимость.

Для звезд сложной структуры интегрирование рассматриваемых уравнений от поверхности оказывается более удобным, чем от центра. Однако на практике при расчете одной и той же модели интегрирование обычно ведут и от поверхности, и от центра, а затем на определенной глубине оба решения «сшивают» (т. е. добиваются непрерывности на этой глубине всех искомых функций).

Для решения уравнений (37.1) — (37.4), кроме описанного «метода сшивания», был также предложен «разностный метод», нашедший довольно широкое применение. В этом методе весь промежуток интегрирования делят на большое число мелких интервалов и искомыми величинами считаются значения неизвестных функций в точках деления. Входящие же в исходные уравнения дифференциалы заменяются соответствующими разностями. В результате задача сводится к решению системы алгебраических уравнений высокого порядка. Для удобства вычислений в качестве независимой переменной вместо r используют массу, заключенную в сфере радиуса r , а также делают другие преобразования переменных. Применение разностного метода требует мощных электронных вычислительных машин.

Построение модели данной звезды связано с неопределенностью, вызванной некоторым произволом в выборе химического состава. Поэтому при вычислении моделей принимается во внимание вероятный эволюционный путь звезды. При этом обычно считается, что в начальном состоянии звезда имеет однородный химический состав с большим содержанием водорода, а затем количество водорода уменьшается при ядерных реакциях. В общем виде уменьшение величины X с течением времени можно записать так:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = f(\rho, T, X). \quad (37.15)$$

С уменьшением величины X меняются и величины μ , κ , ε . Это приводит к изменению структуры звезд. После вычисления модели начального состояния звезды с принятым значением X (для момента времени $t=0$) может быть вычислена модель звезды для

момента времени t_1 , со значениями X , полученными для каждого места звезды по формуле (37.15). Аналогично может быть рассчитана и модель звезды для следующего момента времени t_2 , и т. д. Так определяется эволюционная последовательность звездных моделей.

При указанных расчетах масса звезды считается постоянной, а светимость и радиус вычисляются. Так как рассчитано уже очень большое число звездных моделей, то для новой модели нет необходимости выполнять всю работу с самого начала. Можно взять в качестве первого приближения уже рассчитанную модель звезды с близкими параметрами и вести вычисления методом итераций. Такой способ особенно удобен при определении эволюционного пути звезды. В этом случае при расчете модели звезды для данного момента времени можно использовать модель, найденную для предыдущего момента. Большинство звездных моделей рассчитано именно таким способом.

3. Модели звезд. Описанные выше методы расчета звездных моделей были применены к звездам разных типов. Мы сейчас сообщим некоторые из полученных результатов, заимствованные преимущественно из книги М. Шварцшильда [4].

В звездах верхней части главной последовательности основную роль в выработке энергии играет углеродный цикл. В центральных частях таких звезд перенос энергии осуществляется конвекцией, а в наружных — лучеиспусканием. В конвективном ядре звезды заключены все источники энергии и значительная доля массы.

Т а б л и ц а 57

Характеристики звезд верхней части главной последовательности

$\frac{M}{M_{\odot}}$	$\lg \frac{L}{L_{\odot}}$	$\lg \frac{R}{R_{\odot}}$	$\lg T_e$	Спектр	T_c	ρ_c
10	3,477	0,559	4,350	B1	$2,76 \cdot 10^7$	7,80
5	2,463	0,376	4,188	B5	$2,36 \cdot 10^7$	19,5
2,5	1,327	0,202	3,991	A2	$1,98 \cdot 10^7$	48,3

В таблице 57 даны результаты расчета моделей звезд спектральных классов В и А. При вычислениях считалось, что химический состав не меняется с глубиной. Было также принято одинаковое содержание водорода и гелия для всех звезд ($X=0,90$, $Y=0,09$). Расчеты производились для звезд с массами, равными 10, 5 и 2,5 массам Солнца. В результате для каждой звезды были определены светимость L , радиус R и эффективная температура T_e , а также плотность ρ_c и температура T_c в центре.

Для сравнения теории с наблюдениями результаты расчетов были нанесены на диаграммы масса — светимость и спектр — све-

тимось. Оказалось, что точки, соответствующие рассчитанным моделям звезд, очень близко ложатся от средних кривых, построенных на основе наблюдательных данных. Это можно рассматривать как подтверждение правильности теории.

Из звезд нижней части главной последовательности больше всего исследовалось Солнце. Для Солнца были рассчитаны модели как с однородным, так и с неоднородным химическим составом. Результаты расчета одной из моделей приведены в табл. 58, которая содержит значения основных физических величин в зависимости от расстояния r от центра Солнца.

Таблица 58

Модель Солнца в современном состоянии

$\frac{r}{R}$	$\frac{M_r}{M}$	$\frac{L_r}{L}$	X	$\lg P$	$\lg T$	$\lg \rho$
0	0	0	0,494	17,351	7,165	+2,128
0,1	0,073	0,396	0,611	17,135	7,102	+1,932
0,2	0,337	0,909	0,723	16,667	6,971	+1,561
0,3	0,626	0,994	0,744	16,072	6,823	+1,109
0,4	0,818	1,000	0,744	15,432	6,676	+0,616
0,5	0,919	1,000	0,744	14,788	6,535	+0,113
0,6	0,967	1,000	0,744	14,144	6,397	-0,393
0,7	0,988	1,000	0,744	13,489	6,256	-0,907
0,8	0,996	1,000	0,744	12,792	6,103	-1,451
0,9	0,999	1,000	0,744	11,898	5,782	-2,204
1,0	1,000	1,000	0,744	—	—	—

Из таблицы видно, что с приближением к центру Солнца величина X убывает. Это объясняется выгоранием водорода в центральных частях звезды в ходе эволюции.

Приведенные данные для Солнца характеризуют его современное состояние. Для Солнца было определено изменение светимости и радиуса не только в прошлом, но и в будущем. Разумеется, к этим результатам нельзя относиться с полным доверием, но некоторый интерес они представляют.

Хорошей проверкой правильности вычисленной модели Солнца может служить измерение идущего от Солнца потока нейтрино. Эти частицы образуются при ядерных реакциях, происходящих в центральной области Солнца, и вследствие своей огромной проникающей способности беспрепятственно проходят через внешние слои. Следовательно, по наблюдаемому потоку нейтрино можно непосредственно судить о мощности ядерных реакций и температуре в центре Солнца. Так как нейтрино без поглощения проходят и через всю толщу Земли, то обнаружить их чрезвычайно трудно. Все же в 1967 г. под руководством Дэвиса была построена мощная установка, позволяющая улавливать нейтрино по производимым

ими реакциям. В течение нескольких лет установка не давала определенного результата, однако в конце концов солнечные нейтрино удалось все-таки зарегистрировать, причем оказалось, что их наблюдаемый поток всего примерно в 3 раза меньше теоретического.

Основная трудность эксперимента Дэвиса состояла в том, что его установка улавливала лишь те нейтрино, энергия которых больше 0,82 МэВ. Поэтому в ходе эксперимента регистрировались не все солнечные нейтрино, а только часть из них, возникающая в боковой ветви водородного цикла, содержащей реакцию с участием бора. Оценки же показывают, что «борных» нейтрино в десятки тысяч раз меньше полного потока солнечных нейтрино. Однако реакция с участием бора очень сильно зависит от температуры, вследствие чего наблюдаемая температура оказалась всего на 10—15% меньше теоретической. Пока не выяснено, в чем причина этого расхождения — в недостатках теории или эксперимента.

В звездах нижней части главной последовательности основной источник энергии — протон-протонный цикл. В этих звездах конвективного ядра нет, но имеется внешняя конвективная зона, толщина которой сильно зависит от массы звезды. Приведем в качестве примера вычисленные характеристики звезды Кастор С спектрального класса М0. При одном химическом составе ($X=0,70$, $Y=0,27$) для температуры и плотности в центре были получены значения $T_c=8,9 \cdot 10^6$ К, $\rho_c=76$ г/см³, а при другом ($X=0,90$, $Y=0,09$) — значения $T_c=7,8 \cdot 10^6$ К, $\rho_c=81$ г/см³. Мы видим, что физические условия внутри таких звезд слабо зависят от принятого химического состава.

Скажем еще несколько слов о строении красных гигантов. Согласно расчетам, такие звезды устроены весьма сложно. Внутри звезды находится очень небольшое изотермическое ядро, в котором водород полностью выгорел. Это ядро окружено тонким слоем, вырабатывающим энергию при термоядерных реакциях. Далее расположена зона, находящаяся в лучистом равновесии, а за ней очень протяженная конвективная зона. Радиус ядра составляет примерно 0,001 радиуса звезды, а плотность в нем порядка 10^6 г/см³. Следовательно, ядро похоже на белый карлик. Температура ядра порядка 40 миллионов кельвинов, а конвективной зоны — лишь сотни тысяч кельвинов, причем это падение температуры совершается на небольшой части радиуса. Расчет моделей красных гигантов довольно труден (в основном из-за переходной области между ядром и конвективной зоной), вследствие чего наши сведения о строении этих звезд не очень надежны.

4. Уравнения развития звезды. Изложенный выше метод расчета звездных моделей основан на предположении, что в каждый данный момент звезда является стационарной. Иными словами, развитие звезды мыслится как прохождение через последовательность

равновесных состояний. Однако такой метод надо считать только приближенным. На самом деле вместо уравнений равновесия звезды для каждого момента времени следует рассматривать уравнения развития звезды, описывающие ее изменение с течением времени. В уравнениях развития звезды все искомые величины зависят от расстояния r от центра звезды и от времени t , а сами эти уравнения являются уравнениями в частных производных.

Подсчеты показывают, что механическое равновесие звезд устанавливается гораздо быстрее энергетического равновесия. Поэтому уравнения (37.1) и (37.2), выражающие условия механического равновесия, можно оставить без изменений (заменив в них, однако, обыкновенные производные на частные). Для получения же уравнений, заменяющих уравнение энергетического равновесия, вместо величины ε в уравнении (37.4) надо писать сумму

$$\varepsilon - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_*}{\mu} T \right) - P \frac{\partial V}{\partial t},$$

где V — удельный объем. Второй член этой суммы представляет собой уменьшение энергии, выделяемой единицей массы, за счет нагревания, а третий — увеличение за счет сжатия. Так как $V = 1/\rho$, то последний член суммы можно также записать в виде $\frac{P}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}$.

Поэтому вместо уравнения (37.4) имеем

$$\frac{1}{4\pi r^2 \rho} \frac{\partial L_r}{\partial r} = \varepsilon - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_*}{\mu} T \right) + \frac{P}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (37.16)$$

Таким образом, в качестве уравнений развития звезды мы получаем уравнения (37.1) — (37.3) (в которых d/dr заменено на $\partial/\partial r$), а также уравнение (37.16).

Возникает вопрос о том, в каких случаях уравнения развития звезды можно заменить уравнениями равновесия и в каких случаях этого делать нельзя. Очевидно, что для решения поставленного вопроса существенное значение имеет определение среднего времени, в течение которого вырабатываемая внутри звезды энергия выходит наружу. Если это время мало по сравнению с временем, в течение которого заметно меняется мощность источников энергии, то указанная замена возможна, в противном случае — нет.

Для определения среднего времени выхода энергии из звезды мы должны разделить количество энергии, находящейся внутри звезды, на количество энергии, выходящей из звезды за единицу времени, т. е. на светимость звезды. На основании теоремы о вирiale энергия, находящаяся внутри звезды (тепловая и лучистая), по порядку величины равна абсолютному значению гравитационной энергии. При грубых оценках мы можем считать звезду политропным шаром и для ее гравитационной энергии использовать формулу (35.36). В таком случае определение среднего времени

выхода энергии из звезды приводит к следующим результатам:

$$\begin{aligned}
 &\text{для Солнца} \quad \bar{t} = 2 \cdot 10^7 \text{ лет}, \\
 &\text{» звезды B0} \quad \bar{t} = 10^5 \text{ »}, \\
 &\text{» » A0} \quad \bar{t} = 10^6 \text{ »}, \\
 &\text{» » K0} \quad \bar{t} = 5 \cdot 10^7 \text{ »}, \\
 &\text{» » M0} \quad \bar{t} = 2 \cdot 10^8 \text{ »}.
 \end{aligned}$$

Подробное исследование процесса диффузии излучения внутри звезды дает также возможность определить среднее время выхода энергии, вырабатываемой в любом месте звезды, т. е. величину $\bar{t}(r)$. В частности, среднее время выхода энергии, вырабатываемой в центре Солнца, оказывается равным $\bar{t}(0) = 6 \cdot 10^7$ лет.

Мы видим, что для выхода энергии из звезды наружу требуются огромные промежутки времени. Но и существенные изменения мощности источников энергии внутри звезды происходят также очень медленно. Поэтому представление о развитии звезды как о прохождении ее через последовательность равновесных состояний в какой-то мере оправдано. Однако если внутри звезды происходит быстрая смена одних источников энергии другими, то необходимо пользоваться уравнениями развития звезды. Это следует делать и при изучении ранних этапов эволюции звезд. В последнем случае надо также отказаться от принятого выше условия механического равновесия.

5. Строение белых карликов. Как известно, белые карлики расположены в нижнем левом углу диаграммы спектр — светимость, т. е. они обладают очень низкими светимостями и высокими поверхностными температурами. Отсюда сразу следует, что радиусы белых карликов очень малы (порядка сотой радиуса Солнца). Некоторые белые карлики входят в двойные системы, что дает принципиальную возможность определения их масс. Для трех белых карликов массы были определены и оказались близкими к массе Солнца. На основании этих данных можно заключить, что белые карлики обладают огромными плотностями: их средние плотности порядка 10^6 г/см³, а средние концентрации порядка 10^{30} см⁻³.

Столь большие плотности белых карликов наводят на мысль о возможности вырождения в них газа. Применим к белым карликам неравенство (36.19), являющееся условием того, что газ вырожден. Для электронов (при $n_e \approx 10^{30}$ и $T \approx 10^7$) левая часть этого неравенства порядка 10^{-3} , а для протонов — порядка 10^3 (для других атомных ядер еще больше). Следовательно, электронный газ внутри белых карликов вырожден, а газ из ядер не вырожден.

Газовое давление внутри звезды складывается из давления свободных электронов и давления атомных ядер, т. е.

$$P_G = P_e + P_a. \quad (37.17)$$

Но давление вырожденного электронного газа значительно превосходит давление невырожденного газа из ядер, т. е. $P_e > P_a$ (так как в первом случае частицы из-за вырождения занимают в среднем более высокие энергетические уровни, чем во втором).

Легко также показать, что в условиях белых карликов газовое давление гораздо больше давления излучения. Поэтому полное давление P внутри белых карликов можно принять равным давлению вырожденного электронного газа.

Выше мы видели, что в уравнение состояния сильно вырожденного электронного газа входят только давление и плотность, но не входит температура. Это значит, что распределение давления и плотности внутри белого карлика может быть найдено лишь на основании уравнения состояния и уравнения механического равновесия. Рассматривать для этого уравнение энергетического равновесия не нужно. Следовательно, структура белого карлика определяется гораздо проще и надежнее, чем структура других звезд.

Возьмем сначала для P выражение (36.23), т. е. будем считать, что вырожденный электронный газ является нерелятивистским. Уравнение состояния (36.23), полагая $n_e = \rho / \mu_e m_H$, можно переписать в виде

$$P = C \rho^{5/3}, \quad (37.18)$$

где

$$C = \frac{1}{20} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m (\mu_e m_H)^{5/3}}, \quad (37.19)$$

а величина μ_e , на основании (36.34), равна

$$\mu_e = \frac{2}{1+X}. \quad (37.20)$$

Уравнение (37.18) представляет собой политропную зависимость между P и ρ . Поэтому рассматриваемые белые карлики являются политропными шарами, для которых $k = 5/3$, а значит, $n = 3/2$. Распределение P и ρ внутри звезды находится в этом случае на основе изложенной выше теории Эмдена.

Следует, однако, отметить существенную особенность белых карликов. В теории Эмдена постоянная C заранее считается неизвестной и лишь потом выражается через M , R и n формулой (35.24). В случае же белых карликов величина C дается формулой (37.19). Так как указанные выражения для C должны быть равны друг другу, то мы приходим к выводу, что масса и радиус белого кар-

лика связаны между собой. Именно, из (35.24) (при $n=3/2$) и (37.19) находим

$$R = \frac{2,8 \cdot 10^9}{\mu_e^{5/3}} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^{1/2}. \quad (37.21)$$

Из соотношения (37.21) видно, что чем больше масса белого карлика, тем больше его средняя плотность.

Как уже сказано, уравнение состояния (37.18) справедливо лишь для электронов, скорости которых малы по сравнению со скоростью света. Это значит, что приведенные результаты относятся только к белым карликам со сравнительно небольшими плотностями (т. е. со сравнительно малыми массами). Более общая теория белых карликов была дана Чандрасекаром (см. [3]), использовавшим в качестве уравнения состояния вырожденного электронного газа соотношения (36.26) и (36.27).

Указанные соотношения мы можем записать в виде

$$P = A f(x), \quad \rho = B x^3, \quad (37.22)$$

где

$$A = \frac{\pi m^4 c^5}{3 \hbar^3}, \quad B = \frac{8 \pi \mu_e m_H m^3 c^3}{3 \hbar^3} \quad (37.23)$$

и

$$f(x) = x(2x^3 - 3) \sqrt{1 + x^2} + 3 \operatorname{arcsch} x. \quad (37.24)$$

Подставляя выражения (37.22) в уравнение механического равновесия (35.5), находим следующее уравнение для определения параметра x :

$$\frac{A}{B} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{x^3} \frac{df(x)}{dr} \right) = -4\pi G B x^3. \quad (37.25)$$

Легко получить, что

$$\frac{1}{x^3} \frac{df(x)}{dr} = 8 \frac{d \sqrt{x^2 + 1}}{dr}. \quad (37.26)$$

Поэтому, обозначая $\sqrt{x^2 + 1} = y$, вместо уравнения (37.25) имеем

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dy}{dr} \right) = -\frac{\pi G B^2}{2A} (y^2 - 1)^{3/2}. \quad (37.27)$$

Очевидно, что к уравнению (37.27) необходимо добавить следующие граничные условия:

$$\frac{dy}{dr} = 0 \quad \text{при} \quad r = 0, \quad (37.28)$$

$$y = 1, \quad \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -\frac{GM}{R^2} \quad \text{при} \quad r = R. \quad (37.29)$$

Таким образом, решение рассматриваемого дифференциального уравнения второго порядка должно удовлетворять трем гранич-

ным условиям. Поэтому должна существовать некоторая зависимость между параметрами, входящими в уравнение и граничные условия. Это приводит к зависимости между массой и радиусом белого карлика.

Чандрасекар получил указанную зависимость в виде табл. 59, содержащей значения массы, радиуса и средней плотности звезды. Таблица составлена для $\mu_e = 1$. Если величина μ_e отлична от единицы, то значения M надо умножить на μ_e^{-2} , значения R на μ_e^{-1} и значения $\bar{\rho}$ на μ_e .

Путем решения уравнения (37.27) была также получена величина y , а значит, и величины: ρ и P в виде функций от r при различных значениях M . Таким образом, для каждой массы существует свой радиус и своя структура звезды.

При малых массах зависимость между M и R , даваемая табл. 59, переходит в соотношение (37.21). С увеличением M эта зависимость отклоняется от соотношения (37.21). Однако масса звезды, состоящей из вырожденного газа, не может быть сколь угодно большой. Это важное утверждение легко доказать. Когда средняя плотность звезды возрастает, то уравнение состояния газа переходит в уравнение (36.28), которое можно записать в виде

$$P = C\rho^{4/3}, \quad (37.30)$$

где

$$C = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \frac{ch}{(\mu_e m_H)^{4/3}}. \quad (37.31)$$

Следовательно, белый карлик по своей структуре приближается к политропному шару, для которого $n=3$. Определение величины C при $n=3$ по формуле (35.24) дает, что эта величина зависит только от M , но не зависит от R . Приравняв друг другу выражения для C , даваемые формулами (35.24) и (37.31), получаем для массы значение, равное

$$M = 5,75\mu_e^{-2}M_{\odot}. \quad (37.32)$$

Это значение массы, называемое пределом Чандрасекара, соответствует случаю, когда $\bar{\rho} \rightarrow \infty$ и $R \rightarrow 0$.

Наиболее важный результат теории белых карликов состоит в полученной для них зависимости между массами и радиусами. Представляет большой интерес сравнение теории с наблюдениями, однако, к сожалению, наблюдательные данные очень немногочисленны. К настоящему времени известны массы только трех белых карликов: $0,98 M_{\odot}$ у Сириуса В, $0,65 M_{\odot}$ у Прокциона В и $0,45 M_{\odot}$ у 40 Эридана В. Все эти звезды входят в двойные системы, и их массы определены на основании законов Кеплера. Радиус звезды находится, как известно, по ее абсолютной величине и поверхностной температуре, определенной по виду спектра. К сожалению, радиус спутника Сириуса найти трудно вследствие

Т а б л и ц а 59

Соотношение между массой и радиусом для белых карликов

$\frac{M}{M_{\odot}}$	R в см	$\bar{\rho}$ в г/см ³	$\frac{M}{M_{\odot}}$	R в см	$\bar{\rho}$ в г/см ³
5,75	0	∞	2,95	$1,51 \cdot 10^9$	$4,04 \cdot 10^5$
5,51	$4,13 \cdot 10^8$	$3,70 \cdot 10^7$	2,45	$1,72 \cdot 10^9$	$2,29 \cdot 10^5$
5,32	$5,44 \cdot 10^8$	$1,57 \cdot 10^7$	2,02	$1,93 \cdot 10^9$	$1,34 \cdot 10^5$
4,87	$7,69 \cdot 10^8$	$5,08 \cdot 10^6$	1,62	$2,15 \cdot 10^9$	$7,70 \cdot 10^4$
4,33	$9,92 \cdot 10^8$	$2,10 \cdot 10^6$	0,88	$2,79 \cdot 10^9$	$1,92 \cdot 10^4$
3,54	$1,29 \cdot 10^9$	$7,90 \cdot 10^5$	0	∞	0

сильного влияния на его спектр излучения самого Сириуса. Радиусы спутника Прокциона и 40 Эридана В оказались равными $0,010 R_{\odot}$ и $0,016 R_{\odot}$ соответственно. Сопоставление наблюдательных данных с результатами расчетов, приведенными в табл. 59, показывает, что они согласуются друг с другом. При этом для величины μ_e , входящей в теоретическую зависимость между M и R , получаются значения, близкие к 2. Так как величина μ_e связана с весовой долей водорода X формулой (37.20), то это означает, что водорода в белых карликах очень мало. Ниже мы увидим, что к такому же заключению приводит рассмотрение светимостей белых карликов.

Следует еще сказать, что при наблюдениях белых карликов может быть непосредственно определена величина M/R . Это определение основывается на измерении смещения спектральных линий в красную сторону, происходящего при выходе излучения из гравитационного поля звезды. Как известно, величина «красного смещения» дается формулой

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{GM}{c^2 R} \quad (37.33)$$

и, выраженная в скоростях, может достичь для белых карликов порядка 100 км/с. Разумеется, для одиночных звезд нельзя отделить «красное смещение» от доплеровского смещения, вызванного движением звезды, но для двойных звезд это сделать можно. Произведенные для многих белых карликов определения величины M/R дают дополнительный материал для проверки теории.

В изложенной теории белых карликов предполагалось, что электронный газ вырожден во всей звезде. На самом деле в поверхностных слоях звезды электронный газ, конечно, не вырожден. Однако оболочка из невырожденного газа обладает очень небольшой массой и ею можно пренебречь в теории механического равновесия звезды. Объясняется это тем, что ускорение силы тяжести в поверхностных слоях белого карлика очень велико, вследствие чего температура и плотность быстро возрастают с глубиной [на

основании формул (4.48) и (4.49) гл. I градиент температуры пропорционален g , а $\rho \sim T^3$. Поэтому уже на сравнительно небольших расстояниях от поверхности звезды электронный газ становится вырожденным. Подсчеты показывают, что вырождение наступает в слоях с температурой порядка нескольких миллионов кельвинов. Дальнейшего роста температуры практически уже не происходит вследствие огромной теплопроводности вырожденного электронного газа. Таким образом, белый карлик можно считать состоящим из изотермического вырожденного ядра, окруженного тонкой оболочкой из невырожденного газа.

Зная распределение плотности и температуры внутри белого карлика, мы можем вычислить и его светимость. Для этого надо воспользоваться формулой (36.42), определяющей количество энергии, выделяющейся при протон-протонной реакции (как мы знаем, именно эта реакция играет основную роль в выработке энергии при не очень высоких температурах). Для вычислений по указанной формуле следует еще задать весовую долю водорода X . Мы поступим иначе: по наблюдаемой светимости звезды попытаемся оценить величину X . Так как величина $\bar{\varepsilon} = L/M$ для белых карликов мала (порядка 10^{-2}), а средняя плотность $\bar{\rho}$ очень велика (порядка 10^6), то при температуре порядка $5 \cdot 10^6$ кельвинов для величины X формула (36.42) дает очень малое значение: $X \approx 10^{-3}$. Следовательно, внутри белых карликов относительное содержание водорода гораздо меньше, чем в других звездах. Если бы мы взяли для X значение порядка единицы, то вычисленная светимость белого карлика оказалась бы примерно в миллион раз больше наблюдаемой светимости.

Вывод об очень небольшом содержании водорода в белых карликах, разумеется, не относится к их поверхностным слоям, в которых температура низка и ядерные реакции практически не происходят. Однако с углублением в звезду мощность ядерных реакций возрастает и относительное содержание водорода уменьшается. Возможно, что в недрах белого карлика водорода ничтожно мало, а ядерные реакции, обеспечивающие светимость звезды, идут в глубоких слоях оболочки.

Кроме свечения за счет ядерных реакций, белые карлики могут светиться и за счет энергии, выделяющейся при гравитационном сжатии (как было выяснено в § 35). Однако сжатие возможно лишь в случае неполного вырождения газа, так как при полном вырождении каждой массе звезды соответствует свой радиус. Вследствие очень низких светимостей белых карликов они также могут долго светиться (оставаясь белыми карликами) и просто за счет находящейся в них тепловой энергии, т. е. медленно остывая (см. [7] и [8]).

6. Нейтронные звезды. Выше мы видели, что звезда с массой, превосходящей чандрасекаровский предел, определяемый формулой

(37.32), не может находиться в состоянии белого карлика. Так как для белых карликов $\mu_e \approx 2$, то этот предел равен $1,4 M_\odot$. На самом деле предел массы белого карлика должен быть несколько ниже этого значения. Объясняется это тем, что с увеличением массы белого карлика растет его плотность, а при очень больших плотностях происходит так называемая нейтронизация вещества. С учетом этого обстоятельства для рассматриваемого предела получается значение $1,2 M_\odot$.

Процесс нейтронизации заключается в поглощении электрона протоном или другим ядром с образованием нейтрона. При этом испускается одно нейтрино, уносящее с собой часть энергии электрона. В обычных условиях нейтрон быстро распадается на протон и электрон, однако в случае вырожденного электронного газа этот распад не осуществляется, так как электрон с меньшей энергией, чем поглощенный, уже не находит себе места в вырожденном газе (вследствие заполненности всех относительно низких энергетических уровней). Нейтронизация начинается при плотностях порядка 10^9 — 10^{10} г/см³, а при ядерных плотностях (порядка 10^{14} — 10^{15} г/см³) является почти полной.

Звезды, состоящие из нейтронного газа (их называют «нейтронными звездами»), имеют устойчивые конфигурации, подобные рассмотренным выше конфигурациям белых карликов. Однако плотности этих звезд гораздо больше плотностей белых карликов, а значит, их радиусы соответственно меньше.

Чтобы построить модель нейтронной звезды, надо задать уравнение состояния нейтронного газа. Так как этот газ является вырожденным, то в качестве первого приближения мы можем взять уравнение состояния вырожденного электронного газа, заменив в нем массу электрона на массу нейтрона и считая $\mu_e = 1$. Если звезда состоит из нерелятивистского газа, то по аналогии с формулой (37.21) получаем следующую зависимость между радиусом и массой звезды:

$$R = 1,5 \cdot 10^6 \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^{1/2}. \quad (37.34)$$

Рассматривая нейтронную звезду, состоящую из релятивистского газа, мы можем определить предельную массу звезды. Полагая в формуле (37.32) $\mu_e = 1$, для предельной массы находим значение $5,75 M_\odot$.

В действительности уравнение состояния нейтронного газа может значительно отличаться от принятой нами политропной зависимости. Чтобы написать это уравнение более точно, необходимо принять во внимание взаимодействие между нейтронами (закон которого пока не вполне известен). Кроме того, следует учитывать наличие в нейтронном газе некоторого количества протонов и электронов, доля которых растет с приближением к поверхности звезды. В центральных же частях особенно плотных звезд

могут присутствовать и гипероны (т. е. элементарные нестационарные частицы с массой, превосходящей массу нейтрона). Вследствие этого соотношение (37.34) между массой и радиусом нейтронной звезды, а также приведенное выше значение ее предельной массы должны несколько измениться.

Следует еще иметь в виду, что при расчете моделей очень плотных звезд должна применяться теория тяготения не Ньютона, а Эйнштейна (см. [9]). Это надо делать тогда, когда радиус звезды сравним с ее гравитационным радиусом, равным

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (37.35)$$

Радиусы обычных звезд гораздо больше их гравитационных радиусов (например, для Солнца $R_g = 2,95$ км, в то время как $R = 7 \cdot 10^5$ км). Однако для нейтронных звезд, как видно из сравнения между собой формул (37.34) и (37.35), радиус R лишь в несколько раз превосходит радиус R_g . Если использовать реальное уравнение состояния нейтронного газа и релятивистскую теорию тяготения, то для предельной массы нейтронной звезды получается значение, близкое к $2,4 M_\odot$.

Когда масса звезды превосходит указанное предельное значение, то она не может существовать в виде нейтронной звезды, так как сила давления нейтронного газа не уравнивает силу притяжения. Такая звезда сжимается, и ее радиус становится меньше гравитационного радиуса. Иными словами, звезда оказывается внутри сферы радиуса R_g , которая носит название сферы Шварцшильда. Основное свойство этой сферы состоит в том, что никакое излучение не выходит из нее наружу. По этой причине подобная звезда называется «черной дырой».

Как известно, белые карлики были сначала обнаружены, а потом объяснены теоретически. Совсем иначе складывалась история изучения нейтронных звезд и черных дыр: сперва возможность существования таких объектов была показана теоретиками, а потом начались их поиски на небе. Можно считать, что в отношении нейтронных звезд эти поиски увенчались успехом: они отождествляются с пульсарами (см. § 31). Что же касается черных дыр, то их обнаружение связано с большими трудностями, так как сами они не светятся. Поэтому для обнаружения черных дыр использовались два следующих метода: 1) поиски темных массивных звезд в двойных системах по движению видимого спутника, 2) изучение тесных звездных пар, в которых вещество перетекает от одной компоненты к другой. Если звездой, захватывающей вещество, является нейтронная звезда или черная дыра, то оно должно светиться в рентгеновской области спектра (за счет гравитационной энергии). Выбор между двумя этими типами объектов может быть сделан на основании полученных сведений о массе звезды. В результате описанных поисков был намечен ряд кандидатов в черные

дыры, в частности, рентгеновский источник Лебедь X-1, однако предполагаемая их природа ни в одном случае пока достоверно не установлена.

7. Проблема эволюции звезд. С теорией внутреннего строения звезд тесно связана одна из важнейших проблем астрономии — проблема эволюции звезд. В настоящее время решение этой проблемы основывается на представлении о том, что определяющую роль в развитии звезды играют ядерные реакции. Поэтому успехи ядерной физики имели существенное значение для выработки современных взглядов на эволюцию звезд. Упомянутые взгляды изложены во многих книгах (см., например, [10]). Здесь мы рассмотрим их весьма кратко.

Большинство исследователей считает, что звезды возникают из диффузного вещества. Первоначально происходит сжатие облака диффузной материи до размеров звезды под действием собственного тяготения. Возникающая при этом звезда нагревается вследствие перехода гравитационной энергии в тепло. Затем, по мере увеличения температуры, в звезде начинаются ядерные реакции, преобразующие водород в гелий. В это время звезда имеет однородный химический состав и состоит преимущественно из водорода. На диаграмме спектр — светимость она оказывается на главной последовательности.

Дальнейшая судьба звезды существенно зависит от ее массы. Чем больше масса, тем быстрее протекают внутри звезды ядерные реакции. По мере выгорания водорода увеличивается средний молекулярный вес, вследствие чего возрастает температура. Это приводит к увеличению светимости звезды, и на диаграмме спектр — светимость она уходит с главной последовательности вправо вверх. Именно такой, согласно расчетам, должна быть эволюция звезды большой массы. Солнце может оставаться на главной последовательности около 10 миллиардов лет. Звезды поздних спектральных классов, т. е. малых масс, за время жизни Галактики не могли покинуть главную последовательность.

Таким образом, совокупность звезд одного и того же возраста должна занимать на диаграмме спектр — светимость вполне определенное положение: звезды поздних классов должны располагаться на главной последовательности, а звезды ранних классов должны быть сдвинуты вправо вверх. При этом излом главной последовательности должен перемещаться в сторону более поздних классов с увеличением возраста совокупности звезд. Указанный теоретический вывод может быть проверен на наблюдательном материале. Для этого следует рассмотреть звездные скопления, так как каждое из них, по-видимому, состоит из звезд примерно одинакового возраста. Оказалось, что диаграммы спектр — светимость, построенные для скоплений по данным наблюдений, вполне подобны теоретическим диаграммам. Это дает возможность различать молодые и старые скопления и вообще говорить о воз-

расте отдельных скоплений. Хорошее согласие между теоретическими и наблюдаемыми диаграммами спектр — светимость для звездных скоплений считается одним из самых веских доводов в пользу современной теории эволюции звезд.

Эволюционные пути звезд после выгорания в них значительной массы водорода оказываются весьма сложными. Когда в центральной области звезды водород почти полностью выгорает, эта область, лишенная источников энергии, начинает быстро сжиматься. Вследствие этого происходит повышение температуры и начинается выгорание водорода в слое, прилегающем к образовавшемуся плотному изотермическому ядру. Этот процесс приводит к расширению звезды и появлению у нее протяженной конвективной оболочки. По-видимому, звезда в таком состоянии может терять большие количества вещества. Такие звезды наблюдаются, вероятно, в виде красных гигантов. Как показывают наблюдения, из красных гигантов действительно происходит истечение вещества. Постепенное рассеяние оболочки приводит к образованию горячей звезды в виде белого карлика. Израсходовав остатки ядерной энергии, белый карлик светится уже за счет охлаждения. Таким образом, белые карлики являются последней стадией звездной эволюции.

Однако далеко не все звезды кончают свою эволюцию именно таким путем. Как уже говорилось, в белый карлик может превратиться лишь та звезда, масса которой после сбрасывания ею вещества не превосходит $1,2 M_{\odot}$. Если же конечная масса звезды больше этого значения, то, согласно теории, она превращается либо в нейтронную звезду, либо в черную дыру. Очень вероятно, что нейтронные звезды образуются при вспышках сверхновых звезд. Как возникают черные дыры, мы пока не знаем.

При разработке теории эволюции звезд встречаются многие трудные вопросы. Один из них заключается в необходимости выяснить, происходит ли перемешивание вещества внутри звезды (помимо конвективных зон, где оно, разумеется, происходит). Описанный выше начальный эволюционный путь звезды основан на допущении об отсутствии перемешивания. В противном случае, т. е. при непрерывном поступлении водорода из периферических слоев в центральные области, эволюция идет быстрее и путь звезды на диаграмме спектр — светимость выглядит иначе. Однако согласие между теоретическими и наблюдаемыми диаграммами спектр — светимость для скоплений можно расценить как подтверждение допущения об эволюции звезды без перемешивания вещества.

Другой важный вопрос касается роли выбрасывания вещества из звезды в ходе звездной эволюции. Выше уже говорилось (в гл. VI), что сильное истечение вещества происходит из горячих звезд типов WR, P Лебеда и Be. Наблюдения свидетельствуют также об истечении вещества из красных гигантов, приводящем,

по-видимому, в конце концов к образованию белых карликов. Громадные количества вещества выбрасываются при вспышках сверхновых звезд. Все эти (и подобные им) нестационарные процессы должны подробно изучаться в теории развития звезд.

Большое значение для теории имеет также вопрос об эволюции звезд, входящих в тесные двойные системы. В таких системах может происходить перетекание вещества от одной компоненты к другой. С примерами этого процесса мы уже встречались ранее (новые звезды, рентгеновские источники). Расчеты показывают, что перетекание начинается на той стадии развития звезды, когда в ней образуется плотное ядро и она увеличивается в размерах. Очевидно, что перетекание может существенно влиять на эволюцию обеих компонент тесной пары.

Следует еще отметить существование того направления в космогонии, которое стремится получить сведения о происхождении и эволюции звезд путем анализа наблюдательных данных. Наиболее выдающимся достижением этого направления является открытие и изучение В. А. Амбарцумяном и его сотрудниками звездных ассоциаций.

Как известно, звездная ассоциация представляет собой группу звезд, которую по ряду признаков можно считать возникшей сравнительно недавно (порядка миллиона лет назад). Из самого факта существования ассоциаций следуют два важных вывода: 1) звезды рождаются группами и 2) процесс образования звезд продолжается и до настоящего времени. В. А. Амбарцумян предсказал расширение ассоциаций со скоростями порядка 5 км/с, которое впоследствии наблюдалось. Он также высказал гипотезу о возникновении звезд в виде ассоциаций из более плотных дозвездных тел. Ассоциации являются очень неустойчивыми образованиями (их энергия положительна). Они быстро распадаются, и звезды, их составляющие, перемешиваются с другими звездами, образовавшимися ранее. Дальнейшую эволюцию звезды можно пытаться установить путем изучения пространственных и кинематических характеристик звезд, а также их других наблюдаемых особенностей (см. [11] и [12]).

Заканчивая эту главу, мы можем сказать, что в последние тридцать — сорок лет теория строения и эволюции звезд достигла весьма крупных успехов.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ VIII

1. E m d e n R., Gaskugeln, 1907.
2. E d d i n g t o n A. Internal consistution of the stars, 1926.
3. C h a n d r a s e k h a r S. An introduction to the study of stellar structure, 1939 (русский перевод: Ч а н д р а с е к а р С. Введение в учение о строении звезд.— М.: Изд-во иностр. лит., 1950).
4. S c h w a r z s c h i l d M. Structure and evolution of the stars, 1958 (русский перевод: Ш в а р ц ш и л д М. Строение и эволюция звезд.— М.: Изд-во иностр. лит., 1961).

5. Ф р а н к - К а м е н е ц к и й Д. А. Физические процессы внутри звезд.— Физматгиз, М.: 1959.
6. L a n g К. R. Astrophysical Formulae, 1974 (русский перевод: Ленг К. Астрофизические формулы.— М.: Мир, 1978).
7. Белые карлики, пер. с английского.— М.: Мир, 1975.
8. Д и б а й Э. А., К а п л а н С. А. Размерности и подобие астрофизических величин.— М.: Наука, 1976.
9. З е л ь д о в и ч Я. Б., Н о в и к о в И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд.— М.: Наука, 1971.
10. Происхождение и эволюция галактик и звезд/Под ред. С. Б. Пикельнера.— М.: Наука, 1976.
11. А м б а р ц у м я н В. А. Проблемы эволюции Вселенной.— Ереван: Изд-во АН Арм. 1968.
12. Проблемы современной космогонии.— М.: Наука, 1969.

ТАБЛИЦЫ ОСНОВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ И АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ

Физические постоянные

Скорость света	$c = 2,99792 \cdot 10^{10}$ см·с ⁻¹
Гравитационная постоянная	$G = 6,672 \cdot 10^{-8}$ дин·см ² ·г ⁻²
Постоянная Планка	$h = 6,626 \cdot 10^{-27}$ эрг·с
Заряд электрона	$e = 4,802 \cdot 10^{-10}$ эл.-ст. ед.
Масса покоя электрона	$m = 9,109 \cdot 10^{-28}$ г
Масса атома водорода	$m_H = 1,673 \cdot 10^{-24}$ г
Постоянная Больцмана	$k = 1,380 \cdot 10^{-16}$ эрг·град ⁻¹
Постоянная Стефана	$a = 7,568 \cdot 10^{-15}$ эрг·см ⁻³ ·град ⁴
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,314 \cdot 10^7$ эрг·г ⁻¹ ·град ⁻¹
Радиус первой орбиты Бора	$a_0 = 0,529 \cdot 10^{-8}$ см
Частота ионизации водорода	$\nu_0 = 3,290 \cdot 10^{15}$ с ⁻¹
Электронвольт в эргах	1 эВ = $1,602 \cdot 10^{-12}$ эрг

Астрономические постоянные

Астрономическая единица	$1,495 \cdot 10^{13}$ см
Парсек	$3,085 \cdot 10^{18}$ см
Световой год	$9,460 \cdot 10^{17}$ см
Масса Солнца	$1,991 \cdot 10^{33}$ г
Светимость Солнца	$3,86 \cdot 10^{33}$ эрг·с ⁻¹
Радиус Солнца	$6,960 \cdot 10^{10}$ см
Средняя плотность Солнца	$1,41$ г·см ⁻³
Ускорение силы тяжести на поверхности Солнца	$2,740 \cdot 10^4$ см·с ⁻²
Число секунд в году	$3,156 \cdot 10^7$ с

Более подробные таблицы содержатся в книге: Allen C. W. *Astrophysical Quantities*, 1973 (русск. перевод: Аллен К. У. *Астрофизические величины* — М.: Мир, 1977).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аккреция вещества** 380, 451
Альbedo планет плоское 230
— — сферическое 232
— частицы 221, 411
Атмосфера Венеры 233, 255
— —, теоретические модели 250
— звезды, возбуждение и ионизация атомов 141
— —, концентрация свободных электронов 144
— —, магнитные поля 151
— —, турбулентность 146
— —, химический состав 131
— Земли 240
— Марса 238
— планеты, верхние слои 252
— —, оптические свойства 233
— —, рассеяние света 219
— —, строение 246
— —, температура 246
— Солнца 167, см. Корона, Хромосфера
- Бальмеровский декремент в спектрах нестационарных звезд** 347, 370
— — — — туманностей 288
— скачок в спектрах звезд 66, 72
— — — — нестационарных звезд 349
— — — — туманностей 308, 315
Барометрическая формула 181, 199
Белые карлики, атмосферы 162
— —, внутреннее строение 485
— —, фотосферы 71
- Вероятности атомных переходов** 83, 293, 310
Внутреннее строение белых карликов 485
— — звезд главной последовательности 481
— — Солнца 482
Возбуждение атомов в атмосферах звезд 141
— — — газовых туманностях 284
— — — межзвездной среде 427
— — — солнечной короне 200
— — — хромосфере 183
- Возбуждение атомов столкновениями** 288, 297
— — фотоионизациями и рекомбинациями 284
Вращение звезд 147, 165
Вспыхивающие звезды 358
Выбрасывание вещества из звезды 387
Вырожденный газ 466
- Газовое давление в фотосферах белых карликов** 71
— — — — звезд 45, 67
— — в фотосфере Солнца 168
— — внутри звезд 455
Газовые туманности, возбуждение атомов 284
— —, ионизация атомов 271
— —, массы 290
— —, плотности 290, 301
— —, расстояния 293
— —, световое давление 332
— —, спектры 258, 293, 305
— —, температуры 283, 301
— —, — возбуждающих звезд 263, 269, 283
— —, химический состав 303
Галактика, магнитные поля 419, 443
—, радиоизлучение 437, 439
—, строение 443
Гидростатическое равновесие 45, 453
Гравитационная энергия звезды 457
Грануляция 170
- Давление** см. Газовое давление, Световое давление
Движение атомов тепловое 87, 146
— межзвездного газа 432
— оболочек нестационарных звезд 389, 390
Двойные звезды 77, 81, 338, 356, 379, 495
Двухфотонное излучение 309
Диссоциация молекул 160
Диффузия излучения 316
Диффузное отражение света 221, 411
Диффузные туманности см. Газовые туманности, Пылевые туманности
Дозвездное вещество 495
Долгопериодические переменные 355

- Закон Кирхгофа 38
 — смещения Вина 248
 — Стефана — Больцмана 40
 Запрещенные линии в спектре короны 196
 — — в спектрах галактик 447
 — — — — новых звезд 371
 — — — — туманностей 293
 Затменные переменные 27, 63, 81
 Затухание излучения 87
 Звездные ассоциации 357, 495
 Звездный ветер 355
 Звезды главной последовательности 68, 481
 — с яркими спектральными линиями 337
 — типа Ве 338, 348
 — — Вольфа — Райе 338, 351
 — — Т Тельца 357
 — — Z Андромеды 355
 — — UV Кита 358

 Избыток цвета 419
 Излучение в непрерывном спектре 305, 311, 394
 — в спектральной линии 98, 107, 121
 Индикатриса рассеяния 220
 — — в атмосферах планет 237, 241
 — — в пылевых туманностях 415
 — — Рэлея 222
 Интегральное уравнение Абеля 193
 — — диффузии излучения 25, 118, 123, 222, 224, 319, 324, 412
 — — Милна 23
 Интенсивности излучения 10
 — — эмиссионных линий в спектрах нестационарных звезд 343, 377
 — — — — туманностей 287, 298
 Инфракрасное излучение туманностей 316
 Ионизационная температура звезды 155
 Ионизация атомов в атмосферах звезд 141
 — — в газовых туманностях 271
 — — в межзвездной среде 420
 — — в солнечной короне 198, 200
 — — внутри звезд 464, 471
 — — излучением 50, 274
 — — столкновениями 200, 279
 Истечение вещества из звезд 348, 351
 Источники звездной энергии 457, 473

 Квазары 448
 Кометарные туманности 358
 Конвекция 170, 473
 Корона Солнца, возбуждение и ионизация атомов 200
 Корона Солнца, распространение радиоволн 213
 — —, спектр 189, 195
 — —, температура 197
 — —, электронная концентрация 192
 Космические лучи 399
 Космические мазеры 444
 Космическое радиоизлучение 435
 Коэффициент дилуции излучения 260, 276, 345, 425
 — излучения 12, 220
 Коэффициент истинного поглощения 220, 243
 — поглощения 12, 220
 — — средний 57
 — рассеяния 220
 — рекомбинации 272
 — яркости планетной атмосферы 222, 235, 239, 242
 Крабовидная туманность 396, 400
 Кривая блеска Венеры 236
 — — Новой Геркулеса 374
 — — новой звезды 361
 — роста для модели Шварцшильда — Шустера 133
 — — для модели Эддингтона 135
 — — для новой звезды 369
 — —, построение по наблюдательным данным 137

 Линии излучения в спектрах звезд 338, 348, 351, 355, 358, 391
 — — — — туманностей 257, 293
 — — в спектре короны 195
 — —, интенсивности 287, 298, 343, 377
 — —, профили 340, 341, 377
 — «небулия» 258, 269, 279, 371
 — поглощения в радиодиапазоне 442
 — в спектрах нестационарных звезд 356, 367
 Линии излучения в спектрах планет 244
 — — звездные 98—131
 — —, изменение на диске Солнца 129
 — — при когерентном рассеянии 107
 — — — — локальном термодинамическом равновесии 98
 — — — — наличии флуоресценции 114
 — — — — некогерентном рассеянии 120
 — —, центральные интенсивности 126
 — —, эквивалентные ширины 100, 131
 Линия L_{α} в спектре Солнца 186
 — — — — туманности 322, 328
 Локальное термодинамическое равновесие 40, 98
 Локальные источники радиоизлучения Солнца 215
 Лучистое равновесие 14

Магнитное поле Галактики 419, 443
 Магнитные звезды 151
 — поля звезд 151
 — — солнечных пятен 172
 Массы диффузных туманностей 290
 — оболочек новых звезд 371, 379
 — планетарных туманностей 291
 Межзвездная пыль 404—420
 — —, плотность 417
 Межзвездная пыль, размеры частиц 417
 — —, свечение 411
 Межзвездные линии поглощения 427
 Межзвездный водород 420
 — газ, движение 432
 — —, ионизация 420, 423
 — —, концентрация 431, 442
 — —, температура 431, 436, 440
 Межпланетная среда 217
 Метастабильное состояние атома 197, 295, 351
 Метод Шварцшильда — Шустера 19
 — Эддингтона 21
 Методы Занстра определения температур звезд 266, 269
 Многоуровневый атом 130
 Модели атмосфер звезд 107, 111
 — — планет 250
 — звезд 461, 481
 — Солнца 481
 — фотосфер звезд 67, 68, 69, 71
 — фотосферы Солнца 167
 — хромосферы Солнца 183
 Молекулы в атмосферах звезд 161
 — — — планет 237, 242
 — в межзвездном пространстве 432, 442
 Монохроматическое излучение Галактики 439

Нейтрино 452, 474, 482
 Нейтронные звезды 401, 490, 494
 Некогерентное рассеяние света 120
 Непрерывные спектры газовых туманностей 305
 — — звезд 61
 — — — типа Ве 349
 — — кометарных туманностей 358
 Непрерывный спектр Крабовидной туманности 396
 — — солнечной короны 188
 Нестационарные звезды 337, см. Новые звезды, Сверхновые звезды и др.
 Нетепловое радиоизлучение 215, 249, 437
 Новая Геркулеса 373
 Новоподобные переменные 363
 Новые звезды, наблюдательные данные 361

Новые звезды, небулярная стадия 371
 — —, первый период вспышки 367
 — —, расширение оболочек 365, 387
 — —, энергия, выделяемая при вспышке 380
 Нуклеосинтез 476

Оболочки новых звезд 365, 372, 380
 Оптическая глубина 18, 220
 — — для радиочастот в солнечной короне 207
 Оптическая толщина солнечной короны 195
 — — — хромосферы 179
 Оптические толщины планетных атмосфер 237, 239, 241
 — — пылевых туманностей 416
 Освещенность 11
 — планет 246
 Отражательные туманности 411
 Отражение света поверхностью планеты 238
 Отрицательное поглощение 53, 85, 444
 — — для радиочастот 208
 Отрицательный ион водорода 54

Перенос энергии внутри звезды 470
 Планетарные туманности см. Газовые туманности
 Плотность вещества в газовых туманностях 292
 — — в солнечной короне 198
 — — в фотосферах звезд 45, 71, 168
 — — внутри звезды 456, 464, 479, 485
 — излучения 10
 Повторные новые звезды 363
 Поглощение в непрерывном спектре 48
 — — — атомами водорода 52
 — — — в радиочастотах 207
 — — — отрицательными ионами водорода 55
 — в спектральной линии 84
 — — —, эффект Штарка 94
 — — —, эффекты давления 91
 — внутри звезды 471
 Показатель преломления радиоволн 213
 Покровный эффект 75
 Поле излучения 10
 Поляризация излучения Венеры 237
 — — звезд 418
 — — короны 190, 194
 — — Крабовидной туманности 398
 — — пылевых туманностей 416
 радиоизлучения источников на — Солнце 215

Поток излучения 10
 Предел Чандрасекара 488
 Принцип инвариантности 223
 — обратимости 228
 Происхождение звезд 493
 — планетарных туманностей 335
 Протон-протонный цикл 474
 Протуберанцы 174
 Протяженные фотосферы звезд 74
 Профиль линии излучения 339, 340
 — — поглощения 101, 110, 113, 120, 126
 Пульсары 400
 Пылевые туманности, природа частиц 416
 — —, свечение 411
 — —, связь со звездами 404

Радиоизлучение дискретных источников в Галактике 392
 — Крабовидной туманности 392, 396
 — межзвездного газа 435, 437, 439, 442
 — Метагалактики 446
 — планет 249
 — Солнца 205
 — —, распределение по диску 210
 — — спокойное 207
 — — спорадическое 215
 Распределение атомов по высоте в хромосфере 181
 — энергии в спектре звезды 61
 — яркости по диску звезды 26, 62
 — — по пылевой туманности 414
 Распространение радиоволн в солнечной короне 213
 Рассеяние света в атмосфере звезды 107, 120
 — — — планеты 219
 — — в газовой туманности 316
 — — в пылевой туманности 411
 — — с перераспределением по частотам 120, 186, 323, 329
 — — свободными электронами 56, 79, 190, 470
 Резольвента интегрального уравнения диффузии излучения 27, 29
 Рекомбинации 201, 271, 284, 305, 311, 317, 322, 344, 426
 Реликтовое излучение 448
 Рентгеновское излучение Солнца 204

Самопоглощение в линиях 178
 Сверхкорона Солнца 216
 Сверхновые звезды, данные наблюдений 391
 — —, массы оболочек 399

Сверхновые звезды, радиационные оболочки 392, 393
 Световое давление 47
 — — в газовых туманностях 332
 — — в фотосфере звезды 48
 — — в хромосфере Солнца 182
 — — внутри звезд 461, 462, 486
 Свободно-свободные переходы 50, 53, 54, 60, 208, 305, 471
 Сила осциллятора 86, 133
 Синхротронное излучение 216, 250, 393, 438, 448
 Солнечная активность 174
 Солнечные пятна 172
 Солнечный ветер 200, 217
 Солнце, внутреннее строение 464, 482
 —, корона 188
 —, радиоизлучение 205
 —, фотосфера 167
 —, хромосфера 176
 Соотношение «масса — светимость» 162
 Спектральная классификация 153, 157
 — —, влияние ускорения силы тяжести 156
 Спектрофотометрическая температура звезд 66, 350, 355
 — — туманностей 308
 Столкновения атомов с частицами 91, 289, 295
 Стратификация излучения в туманностях 278
 Сфера Шварцшильда 492

Температура внутри звезды 457, 482
 — возбуждения 132
 — ионизационная 156
 — кинетическая короны 197
 — — межзвездного газа 431, 439
 — поверхностная 42
 — спектрофотометрическая 66, 308
 — эффективная 42
 — яркостная 205
 Теорема вириала 459
 — Росселанда 261
 Теплопроводность 9, 472
 Термодинамическое равновесие 38
 — — локальное 40
 — — —, отклонения 73, 105
 Турбулентность в атмосферах звезд 146
 — межзвездного газа 432

Углеродный цикл 474
 Ударные волны в атмосферах звезд 357
 — — в межзвездном газе 433
 Ультрафиолетовый спектр звезд 69, 355

- Ультрафиолетовый спектр короны 204
 — — Солнца 184
 — — ядер планетарных туманностей 266
 Уравнение лучистого равновесия 14, 107, 123, 220, 318, 324, 329
 — механического равновесия 67, 453
 — переноса излучения 12
 — — в плоскопараллельной среде 17, 108, 220, 318
 — — — в сферически-симметричной среде 16, 74, 411
 — — — при наличии эффекта Доплера 329
 — состояния вырожденного газа 469
 — — идеального газа 46, 465
 — Эмдена 455
 — энергетического равновесия звезды 460
 Уравнения равновесия звезды 453
 — теории внутреннего строения звезд 477
 — — фотосфер 67
- Факелы** 174
Флуктуации яркости Млечного Пути 407
Флуоресценция 114, 259
Формула Больцмана 51, 141
 — Максвелла 272
 — Планка 38, 259
 — Саха 52, 141
 — Томсона 56
Фотоионизация 50, 269, 277, 284, 423
Фотосфера Солнца 167
Фотосферы звезд 9
 — — белых карликов 71
 — — горячих 64, 68
 — —, основные уравнения 14, 41, 45, 67
 — —, отклонения от ЛТР 73
 — —, поглощение излучения 50
 — —, строение 45, 74
 — — холодных 69
Функция Амбарцумяна 36, 118, 223
 — Хольцмарка 95
- Химический состав звездных атмосфер** 131, 305
 — — планетарных туманностей 303
Хромосфера Солнца 176
 — —, возбуждение атомов 183
 — —, интенсивности линий 176, 178
 — —, распределение атомов по высоте 181
Хромосферные вспышки 174, 205, 216
- Центральные интенсивности линий поглощения** 126
Цикл Бете 474
- Черная дыра** 451, 492
- Эволюция звезд** 493
Эйнштейновские коэффициенты переходов 83
 — — — для атома водорода 86
 — — — запрещенных линий 197, 293
Эквивалентная ширина спектральной линии 100, 131
Энергетический баланс свободных электронов 278, 431
Энергия, выделяемая при вспышке новой 380
 — — — ядерных реакциях 475
 — диссоциации молекул 160
 — ионизации атомов 143
Эффект Доплера 88, 121, 329, 344, 365, 442
 — Зеемана 151, 173, 443
 — Штарка 94, 158, 162
Эффективная температура звезды 42
- Ядерные реакции** 473
Ядра планетарных туманностей 258, 266, 270, 282
Яркая температура радиоизлучения 206, 249, 250, 436

Соболев Виктор Викторович
КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОФИЗИКИ

Редактор *М. М. Дагаев*
Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*
Технический редактор *С. Я. Шкляр*
Корректоры *Е. В. Сидоркина, В. П. Сорокина*

ИБ № 11953

Сдано в набор 03.10.84. Подписано к печати 08.04.85. Т-07453. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага для глубокой печати. Гарнитура литературная. Высокая печать. Усл. печ. л. 31,5. Усл. кр.-отт. 31,5. Уч.-изд. л. 34,58. Тираж 4300 экз. Заказ № 3751
Цена 1 р. 50 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография
имени А. А. Жданова» Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР по делам
издательств, полиграфии и книжной торговли.
113054 Москва, Валовая, 28

Отпечатано в типографии № 2 изд-ва «Наука»
121099 Москва Г-99, Шубинский пер., 6