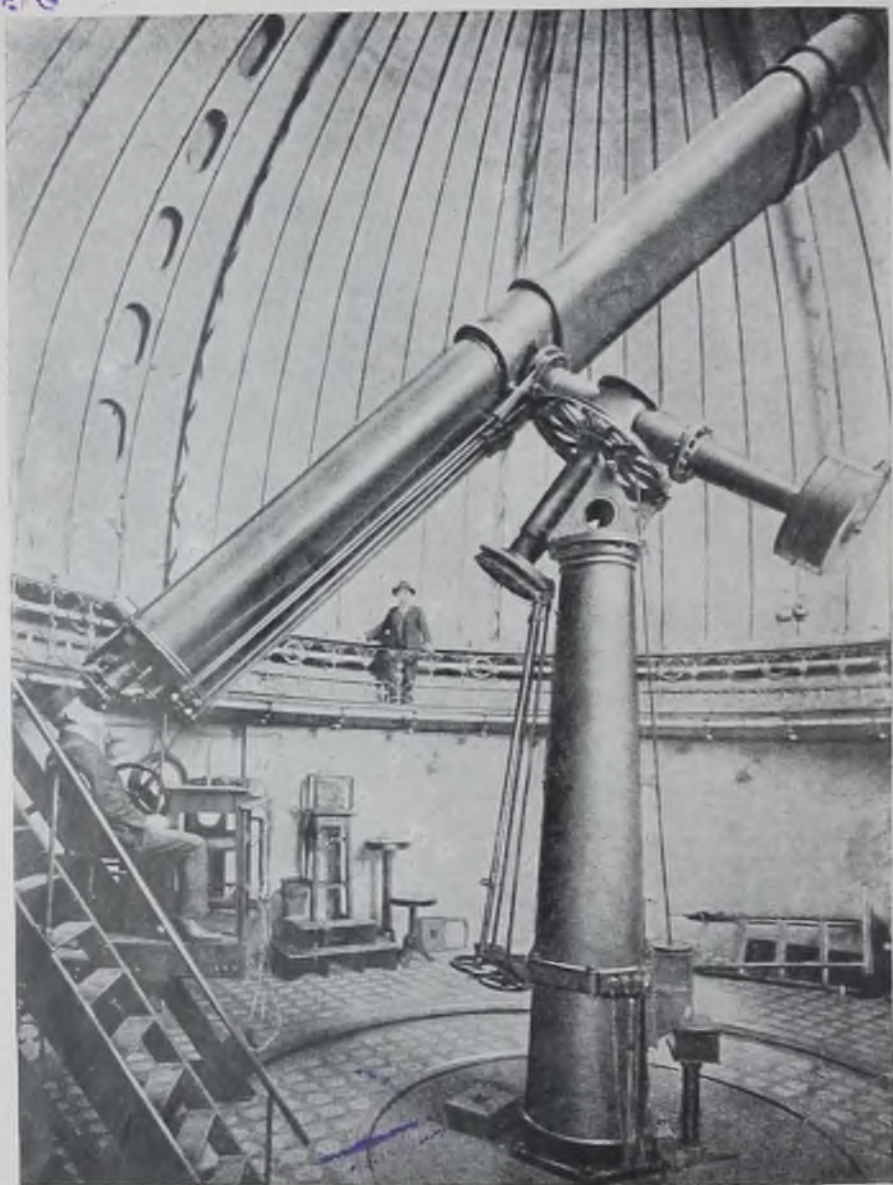


52
Б 68

С. Н. БЛАЖКО

**КУРС
ПРАКТИЧЕСКОЙ
АСТРОНОМИИ**



15-дюймовый астрограф Московской обсерватории
Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга при МГУ.

Фотография А. А. Михайлова.

С. Н. БЛАЖКО

профессор Московского государственного университета

52
Б 68

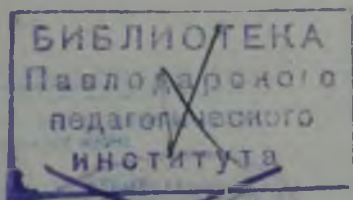
КУРС ПРАКТИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

~~УЧЕБ. ТРАК.~~

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

*Утверждено Всесоюзным Комитетом по делам
Высшей Школы при СНК СССР в качестве
учебника для студентов университетов*

254464



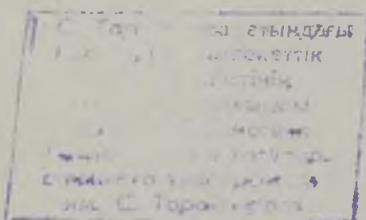
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1940 ЛЕНИНГРАД

К ЧИТАТЕЛЮ

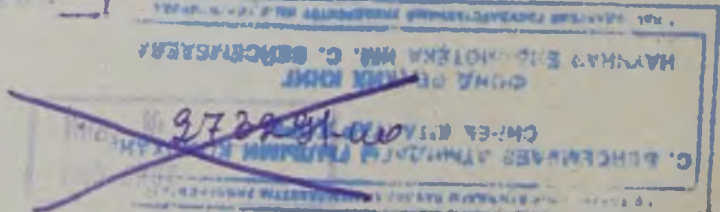
Издательство просит присылать Ваши замечания и отзывы об этой книге по адресу: Москва, Метростроевская, 1, Государственному издательству технико-теоретической литературы ОГИЗ.

АННОТАЦИЯ

Книга предназначена служить учебником для специализирующихся по астрономии студентов III курса физико-математических и механико-математических факультетов университетов. Книга содержит теорию универсального инструмента и операций с ним для определения широты места, поправки часов и азимута земного предмета, изложение способов Цингера, Певцова и Талькотта, теорию пассажного инструмента и меридианного круга, задачу определения долгот на суше и на море, теорию экваториала и основы визуальной и фотографической астрометрии.



455478



С. Н. Блажко. Курс практической астрономии. Изд. 2-е. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1940 г. Индекс 60-5-2. Изд. № 26

Редактор С. А. Шорыгин. Техн. редакторы В. Зазульская и О. Залышкина
Корректоры Н. Певцова и А. Бакулова

Сдано в набор 17/II 1940 г. Подписано к печати 17/VIII 1940 г. Формат бумаги 60 × 92₁₆
Объем: 10 бум. л., 20 печ. л., 24,508 авт. л., 24,958 учет. авт. л., 59 800 знаков в бум. листе.

Тираж 7030. Бумага Камской ф-ки. Заказ № 3330.

№ А 30401 Цена книги 7 р. Переплет 1 р. 50 к.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Все мы всему учимся концентрами. В этой книге я имел в виду дать первый концентр сведений по практической астрономии студентам, изучающим этот предмет.

Книга содержит (после вступительных глав) теорию универсального инструмента и операций с ним для определения широты места, поправки часов и азимута земного предмета, изложение способов Цингера, Певцова и Талькотта, теорию пассажного инструмента и меридианного круга, задачу определения долгот на суше и море, основы определения прямых восхождений и склонений, теорию экваториала и основы фотографической астрометрии.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов тех факультетов университетов и других вузов и втузов, в программы преподавания которых входит практическая астрономия. Кроме того, я надеюсь, что она сможет принести пользу и тем специалистам-геодезистам, картографам, географам и геологоразведчикам, которым в их практической полевой работе приходится производить определения географических координат и поправки часов астрономическими способами.

Я старался придать учебнику элементарность в двух смыслах: излагать лишь элементы практической астрономии и излагать их элементарно, так, чтобы хоть в первых главах, где речь идет об усвоении элементарных приемов исследования инструмента, книга могла быть руководством для учащегося. Менее всего желал я сделать книгу похожей на инструкцию; я хотел дать только основание, пусть даже неполное, для любой инструкции.

Я старался изложить избранный материал в такой последовательности, в какой его, мне кажется, удобно излагать слушателям, если за изложением каждого вопроса следует лабораторная практика исследования инструмента или наблюдения. Конечно, от руководителя потребуются указания по поводу различных практических приемов; заменить руководителя — не входило в мою задачу, и вряд ли какая бы то ни было книга может заменить опытного руководителя. Кроме того, нужно же давать учащимся возможность применения их сообразительности и находчивости.

В книгу вошло с небольшими изменениями содержание моей брошюры «Способы определения поправки часов и широты места по наблюдению звезд на равных высотах», изданной в 1933 г. Оно составило главы X—XIII и § 63 и 64 гл. IV ¹⁾.

¹⁾ Во втором издании этот материал составил главы X—XII и XIV и § 64 и 65 гл. IV.

Я не могу сказать, чтобы какая-либо другая книга служила мне образцом, но, без сомнения, в этой книге сказались то, что для меня учебниками были в свое время книги Савича [1], Брюннова [2], отчасти Шовене [3], а потом практика преподавания студентам Московского государственного университета. Книги Савича, Брюннова, Шовене с присоединением к ним книги Цингера [4] я рекомендую читателю для дополнительного знакомства с практической астрономией.

Относительно приемов при наблюдениях для определения широты, поправки часов и азимутов при обработке этих наблюдений необходимо иметь в виду изданную Главным управлением государственной съемки и картографии НКВД в 1936 г. «Инструкцию для астрономических определений на триангуляции I и II класса», обязательную для всех ведомств, организаций и учреждений СССР.

«Курс практической астрономии для маркшейдеров, геодезистов и географов» проф. К. Д. Покровского (1932) и «Курс практической астрономии» проф. К. А. Цветкова (1934) содержат много числовых примеров по определению широты, поправки часов и азимута земного предмета. Хорошее сжатое изложение очень многих вопросов практической астрономии содержится в «Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften», Band VI, 2; особенно рекомендуются статьи Кона, Виртца и Каспари; они содержат большое количество литературных указаний, которых нет в других книгах.

Для студентов, желающих более подробно ознакомиться с рассматриваемым вопросом, я указываю в надлежащих местах главнейшие книги и статьи с более подробным изложением вопроса.

Вероятно, книга содержит долю неудачных, а может быть, и неточных выражений. Часть их была мне указана К. А. Куликовым, который прочел часть рукописи, к сожалению, не всю. Я благодарен ему за замечания, как буду благодарен всем, кто сообщит мне свои указания на слабые места книги.

Я рад засвидетельствовать здесь мою глубокую благодарность С. А. Шорыгину за его внимательное редактирование и заботы о внешнем оформлении книги.

Я писал книгу, желая быть полезным начинающим астрономам-практикам, в которых так нуждается советская астрономия.

1) А. Н. Савич, Приложение практической астрономии к географическому определению мест, СПб, 1845; 2-е издание, 1868—1871.

2) Ф. Брюннов, Учебник сферической астрономии, перевел Н. Буцкой, СПб, 1872, или по-немецки: F. Brünnow, Lehrbuch der sphärischen Astronomie.

3) W. Chauvenet, A Manual of Spherical and Practical Astronomy. Vol. I. II.

4) Н. Я. Цингер, Курс астрономии, Часть практическая, 1924.

Москва, Июнь, 1937.

С. Блажко.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Второе издание книги выходит исправленным и дополненным. С одной стороны, некоторые из читателей книги, отозвавшись на мою просьбу, сообщили мне указания на опечатки и желательные изменения текста: В. В. Арсентьев, П. И. Бакулин, Ф. Е. Мельников, проф. А. А. Михайлов, проф. П. П. Паренаго, П. В. Соколов, особенно же А. А. Игнатов; с другой стороны, я сам нашел довольно много таких мест, которые нужно было изложить яснее, или полнее, или пояснить дополнительными рисунками.

Кроме того, введена новая небольшая глава (XIII) о совместном определении широты и поправки часов и шесть новых параграфов: о случайных ошибках (§ 8), об определении широты по наблюдениям в меридиане (§ 79), об определении азимута по измерению зенитного расстояния (§ 98), об определении поправки часов при помощи пассажного инструмента с регистрирующим микрометром (§ 152), о дисторсии объектива (§ 208) и об измерении параллаксов звезд (§ 209). Прибавлены примеры: на определение периодических ошибок винта (к § 103), на определение поправки часов пассажным инструментом с регистрирующим микрометром (к § 152) и на определение прямых восхождений и склонений меридианным кругом (к § 172).

М. А. Смирновой я обязан новым чертежом часов Шорта последней конструкции (фиг. 40).

С. А. Шорыгин вновь с большим вниманием отредактировал книгу и позаботился о внешнем ее оформлении.

Всем содействовавшим мне в улучшении книги приношу мою искреннюю благодарность.

Москва, Январь 1940 г.

С. Блажко.

Считаю необходимым отметить недавно вышедшие книги, полезные для студентов, изучающих практическую астрономию:

1) Таблицы для астрономических вычислений, под ред. *проф. К. А. Цветкова*, Издание 2-е, расширенное и дополненное, (Труды Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэро съемки и картографии, Вып. 30), Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939.

2) Наставление к камеральной обработке астрономических определений, Составили: *М. Н. Северов* и *М. Н. Смирнов* под ред. *проф. К. А. Цветкова*, Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939.

3) Геодезия, Справочное руководство, под общей редакцией *М. Д. Бонч-Бруевича*, Том VII, Инструментоведение, Под редакцией *К. И. Смирнова*, М. — Л., 1939.

С. Б.

ОГЛАВЛЕНИЕ

(цифры в скобках означают страницы)

Глава I. Введение

§ 1. Содержание практической астрономии (11). § 2. Основы определения широты и поправки часов (11). § 3. Основы определения склонений и прямых восхождений (12). § 4. Основные инструменты астрометрии; сущность теории инструментов (14). § 5. Влияние рефракции и параллакса на измерения (15). § 6. Правила записи наблюдений (16). § 7. Основные правила обработки наблюдений (17). § 8. О случайных ошибках измерений (18).

Глава II. Необходимые сведения из математики

§ 9. Основные формулы сферической тригонометрии (19). § 10. Ряд Тэйлора (20). § 11. Способ вычисления синусов, тангенсов и косинусов малых углов (21). § 12. О приближенных выражениях и формулах (22). § 13. Теорема о сумме синусов углов, образующих арифметическую прогрессию (24). § 14. Интерполирование (24).

Глава III. Необходимые сведения из оптики

§ 15. Действие линзы; сферическая и хроматическая аберрация (25). § 16. Главные точки; основные формулы линзы (27). § 17. Основные черты устройства астрономической трубы; объектив и окуляр (29). § 18. Ход лучей в трубе; выходной зрачок (31). § 19. Яркость светил при рассматривании их в трубу (32). § 20. Ломаная труба (33). § 21. Освещение поля зрения трубы (33).

Глава IV. Универсальный инструмент и операции с ним

§ 22. Устройство универсального инструмента; нижняя и верхняя части (34). § 23. Труба и вертикальный круг. Алидада с уровнем (35). § 24. Микрометрические движения трубы (36). § 25. Накладной уровень. Перпендикулярность осей. Крест нитей (37). § 26. Описание разделенного круга (37). § 27. Измерение угла поворотом круга (38). § 28. Прием для измерения зенитного расстояния идеальным инструментом (39). § 29. Нониус, или верньер (41). § 30. Микроскоп со шкалой (44). § 31. Микроскоп с микрометром (44). § 32. Установка микроскопа над кругом (46). § 33. Отсчет круга при помощи микроскопа с микрометром; ошибка рэна (47). § 34. Более точный отсчет круга (48). § 35. Эксцентриситет круга или алидады (50). § 36. Польза двух нониусов или микроскопов (53). § 37. Определение эксцентриситета на практике (53). § 38. Устройство уровня и его свойства (55). § 39. Вращение уровня около оси, близкой к вертикальной линии (57). § 40. Исследование уровня; экзаменатор уровней (57). § 41. Практические приемы для исследования уровня (59). § 42. Нивелировка инструмента (62). § 43. Другой способ ниве-

Стр.

11

19

25

31

лировки (63). § 44. Теория и практика накладного уровня (63). § 45. Случай, когда нуль уровня лежит в середине трубки (64). § 46. Исправление ножек накладного уровня (65). § 47. Параллельность оси уровня и горизонтальной оси инструмента (66). § 48. Нивелировка при помощи накладного уровня (66). § 49. Установка сетки нитей (67). § 50. Измерение коллимации в случае центральной трубы (67). § 51. Измерение коллимации в случае боковой трубы (68). § 52. Способ Миролюбовой для измерения коллимации (69). § 53. Учет влияния неточного положения осей и коллимации на измерение зенитного расстояния; постановка задачи (70). § 54. Влияние наклона горизонтальной оси и коллимации на измерение зенитного расстояния (72). § 55. Учет влияния угла i_1 на отсчет (73). § 56. Влияние наклона круга к оси вращения на отсчет (75). § 57. Заключительные замечания об измерении зенитных расстояний (76). § 58. Отсчет горизонтального круга. Влияние компонента наклона i_1 (78). § 59. Влияние коллимации (79). § 60. Влияние компонента наклона i_2 и наклона горизонтальной оси (80). § 61. Влияние неравенства цапф (82). § 62. Центральная и боковая труба (83). § 63. Гнутые трубы (85). § 64. Идея способа Комстока для исследования уровней (86). § 65. Применение способа Комстока на практике (87).

Глава V. Часы и хронометры

90

§ 66. Общее описание (90). § 67. Поправка и суточный ход (91). § 68. Маятник (91). § 69. Устранение влияния температуры и атмосферного давления на колебания маятника (94). § 70. Спуск (95). § 71. Завод (96). § 72. Часы Шорта (96). § 73. Хронометр (99). § 74. Электрические контакты в часах и хронометрах (101). § 75. Хронограф. Циферблат (102). § 76. Сравнение показаний часов и хронометров (104).

Глава VI. Определение астрономической широты места наблюдения

106

§ 77. Основная формула (106). § 78. Наивыгоднейшие условия наблюдения (106). § 79. Определение широты по наблюдениям звезд в меридиане (107). § 80. Определение широты по околомеридианным зенитным расстояниям; вывод приведения на меридиан; замечания о вычислении наблюдений (109). § 81. Приведение на меридиан в форме ряда (111). § 82. Определение широты по наблюдениям Полярной звезды (114). § 83. Вычисление широты по точным формулам (114). § 84. Вычисление широты при помощи ряда (115). § 85. Необходимость наблюдений южных и северных звезд (119). § 86. Определение широты по наблюдениям Солнца (119). § 87. Формулы для вычисления широты по наблюдениям Солнца (119). § 88. Влияние суточной аберрации на определение широты места (121).

Глава VII. Определение поправки часов по измерению зенитных расстояний светил

122

§ 89. Постановка задачи (122). § 90. Наивыгоднейшие условия наблюдений (122). § 91. Вычисление поправки часов (122). § 92. Замечания о наблюдениях (123). § 93. Влияние суточной аберрации (125).

Глава VIII. Определение азимута земного предмета

128

§ 94. Основы способа (128). § 95. Наивыгоднейшие условия наблюдений (128). § 96. Вычисление азимута Полярной (130). § 97. Влияние суточной аберрации (131). § 98. Определение азимута по измерению зенитного расстояния светила (131).

Глава IX. Определение ошибок делений кругов и ошибок винтов . .	132
<p>§ 99. Об ошибках делений кругов (132). § 100. Основы способа определения ошибок кругов (133). § 101. Об ошибках микрометрических винтов (137). § 102. Основная идея всех способов определения поправок отсчетов винта (138). § 103. Способ Ридберга для определения периодических поправок винта (138). § 104. Исследование прогрессивных, ходовых ошибок винтов (143).</p>	
Глава X. Определение поправки часов по равным высотам звезд. Способ Цингера	146
<p>§ 105. Способ равных высот в применении к одной звезде (146). § 106. Основы способа Цингера (149). § 107. Наивыгоднейшие условия наблюдения (151). § 108. Подбор звезд (153). § 109. Производство наблюдений (155). § 110. Обработка наблюдений (157). § 111. Дополнительные замечания к обработке наблюдений (159).</p>	
Глава XI. Способ Талькотта для определения широты места	162
<p>§ 112. Основы способа Талькотта (162). § 113. Описание инструмента (163). § 114. Производство наблюдений (165). § 115. Обработка наблюдений (165). § 116. Разбор различных случаев взаимного расположения частей инструмента (168). § 117. Другой способ записи наблюдений (171). § 118. Дополнительные замечания к наблюдениям и к их обработке (172). § 119. Определение цены оборота винта окулярного микрометра (175).</p>	
Глава XII. Способ Певцова для определения широты	177
<p>§ 120. Основы способа Певцова (177). § 121. Наивыгоднейшие условия наблюдения (178). § 122. Инструмент и способ наблюдения (180). § 123. Обработка наблюдений (181).</p>	
Глава XIII. Совместное определение широты и поправки часов . . .	184
<p>§ 124. Совместное определение широты и поправки часов на основании вышележащих способов (184). § 125. Точность определения широты и поправки часов в зависимости от широты места наблюдения (185). § 126. Определение широты и поправки часов по измерениям зенитных расстояний двух или большего числа звезд в целесообразных азимутах (186). § 127. Определение широты и поправки часов по наблюдениям звезд на равных, хотя бы неизвестных, высотах (188).</p>	
Глава XIV. Призменная астролябия	190
<p>§ 128. Описание инструмента. Сущность наблюдения с ним (190). § 129. Ход лучей в идеальном инструменте (192). § 130. Ход лучей в неравноугольной призме (192). § 131. Ход лучей не в главном сечении призмы (194). § 132. Применение автоколлимации (196). § 133. Случай, когда главное сечение призмы не вертикально (197). § 134. Число наблюдаемых звезд и подбор их (198). § 135. Обработка наблюдений (199).</p>	
Глава XV. Приближенные определения широты, поправки часов и азимута земного предмета	203
<p>§ 136. Краткие характеристики различных способов приближенных определений (203). § 137. Приближенное определение широты и поправки часов при помощи отвеса, двух отвесов или нитяного треугольника (205).</p>	
Глава XVI. Пассажный инструмент	208
<p>§ 138. Общее описание (208). § 139. Пассажный инструмент в меридиане; его ошибки (211). § 140. Основные формулы (213).</p>	

§ 141. Наблюдения на боковых нитях (214). § 142. Определение наклона оси i (216). § 143. Определение коллимации (217). § 144. Определение азимута k (220). § 145. Определение азимута k по наблюдениям околополярной звезды в трех последовательных кульминациях (221). § 146. Установка пассажного инструмента (222). § 147. Определение поправки часов (223). § 148. Личные ошибки (224). § 149. Регистрирование прохождений звезд (225). § 150. Ошибки от яркости звезд (225). § 151. Регистрирующий, или контактный, микрометр (226). § 152. Определение поправки часов при помощи пассажного инструмента с регистрирующим микрометром (227). § 153. Неправильности цапф (231). § 154. Пассажный инструмент в первом вертикале. Основные формулы (234). § 155. Влияние ошибок инструмента на определение широты (235).

Глава XVII. Определение разностей долгот

236

§ 156. Основные соображения (236). § 157. Хронометрические экспедиции (237). § 158. Другие прежние способы определения разностей долгот (238). § 159. Определение долгот по телеграфу (238). § 160. Определение долгот при помощи радио (239). § 161. Расположение наблюдений и приемов радиосигналов (240). § 162. Служба времени (241).

Глава XVIII. Основы применения астрономии к навигации и аэронавигации

243

§ 163. Задача (243). § 164. Описание и теория секстанта (244). § 165. Наблюдения с помощью секстанта (245). § 166. Ошибки секстанта (246). § 167. Определение места корабля на море (247). § 168. Применение астрономии к аэронавигации (250).

Глава XIX. Меридианный круг

253

§ 169. Описание меридианного круга (253). § 170. Наблюдения на меридианном круге (257).

Глава XX. Определение прямых восхождений и склонений звезд . .

258

§ 171. Различие между относительными и абсолютными определениями мест звезд (258). § 172. Относительные определения мест звезд (259). § 173. Каталог Астрономического общества (265). § 174. Определение поправки часов (266). § 175. Абсолютные определения координат звезд. Постановка задачи (266). § 176. Определение склонений (267). § 177. Определение разностей прямых восхождений (267). § 178. Определение прямых восхождений (269). § 179. Выводы из абсолютных определений мест звезд (270). § 180. Современная постановка задачи об абсолютных определениях мест звезд (271). § 181. Гриничская и Пулковская системы (273). § 182. Служба широты (274). § 183. Фундаментальные каталоги (276).

Глава XXI. Экваториал

280

§ 184. Параллактическая установка (280). § 185. Экваториал; общее описание (282). § 186. Установка полярной оси экваториала при помощи кругов (283). § 187. Установка часового круга экваториала (286). § 188. Способы правильной установки полярной оси без применения кругов (288).

Глава XXII. Микрометры нитяной и кольцевой. Гелиометр

292

§ 189. Описание нитяного микрометра (292). § 190. Назначение нитяного микрометра (293). § 191. Принцип определения раз-

ностей прямых восхождений и склонений (293). § 192. Наблюдения при помощи микрометра современного типа (295). § 193. Измерение углов положения и расстояний (296). § 194. Измерения двойных звезд (297). § 195. Кольцевой микрометр (298). § 198. Необходимость учета влияния рефракции (299). § 197. Гелиометр (299).

Глава XXIII. Фотографическая астрометрия 301

§ 198. Инструменты (301). § 199. Изображение неба на пластинке. Идеальные координаты (304). § 200. Связь между сферическими и идеальными координатами (305). § 201. Измерение пластинок (306). § 202. Связь между измеренными и идеальными координатами (308). § 203. Влияние рефракции и аберрации на координаты (308). § 204. Влияние неточного положения осей координат и масштаба (311). § 205. Влияние неточности принятых координат оптического центра (311). § 206. Вычисление коэффициентов и нахождение искоемых координат звезд (314). § 207. Сравнение пластинок с различными оптическими центрами (314). § 208. Дисторсия, или искажение, объектива (317). § 209. Измерение параллаксов звезд (318).

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. **Содержание практической астрономии.** Практическая астрономия в широком смысле слова есть та часть астрономии, в которой рассматриваются различные способы производства астрономических наблюдений при помощи целесообразно построенных инструментов. Однако в таком широком смысле слова термин «практическая астрономия» никогда не употребляется; из нее исключаются все астрофизические наблюдения, и обычно под этим термином понимаются наблюдения, относящиеся к определению координат небесных светил, т. е. их прямых восхождений, склонений, зенитных расстояний, высот, азимутов, а также связанных с ними поправок часов, астрономических широт и долгот мест наблюдения, азимутов земных предметов. Эти вопросы относятся к так называемой *астрометрии*. Рассмотрение их в основных чертах составляет содержание этой книги.

§ 2. **Основы определения широты и поправки часов.** В сферической астрономии из параллактического треугольника: зенит — полюс — светило выводится формула

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (1)$$

где

$$t = s - \alpha = T + u - \alpha, \quad (2)$$

причем z есть зенитное расстояние светила, свободное от влияния рефракции, а α и δ — прямое восхождение и склонение этого светила, φ — астрономическая широта ¹⁾ места наблюдения, т. е. угол, образованный отвесной линией в месте наблюдения с плоскостью земного экватора, t — часовый угол светила; s означает звездное местное время, T — показание хронометра или часов, а u — поправку хронометра в тот момент, к которому относятся координаты z , α и δ .

Из уравнения (1) следует, что: 1) если известны α , δ и φ , то, измерив z и отметив по хронометру момент наблюдения T , можно сначала по уравнению (1) вычислить t , а затем по уравнению (2) найти u по формуле $u = t + \alpha - T$; 2) если известны α , δ и u , то, измерив z в момент T по хронометру, можно вычислить φ .

В этих соображениях заключается основание того, что по измерению зенитных расстояний небесных светил можно определить широту

¹⁾ Впредь мы будем для краткости называть ее просто *широтой* места, опуская термин *астрономическая*.

места наблюдения и поправку часов, т. е. приведение показания часов к *местному* времени.

Если нам известны прямые восхождения хотя бы немногих звезд, то, определяя моменты их прохождения через меридиан по каким-либо часам, мы можем определить поправку этих часов. Действительно, прямое восхождение α звезды в верхней кульминации равно звездному времени в этот момент, т. е. показанию часов T плюс их поправка u :

$$\alpha = T + u.$$

Отсюда получаем u , если нам известны α и T .

Если же кроме приведения показания часов к местному времени каким-либо образом известно еще и приведение показания часов ко времени нулевого, т. е. гриничского, меридиана, то разность этих приведений есть разность местного и гриничского времени в один и тот же момент, т. е. разность долгот места наблюдения и Гринича, или, проще говоря, долгота места наблюдения от Гринича. В этом — основа определений географических координат мест на земной поверхности, необходимых для нужд практической жизни, для картографии, для путешествий по суше и по морю, для авиации и для определения точного времени.

В вышеприведенные формулы нужно подставлять прямые восхождения и склонения светил, относящиеся к моменту наблюдения. Они меняются с течением времени от движения светила по небесной сфере, например, у Луны, у Солнца, у планет, в очень слабой степени у звезд, и от прецессии, нутации и аберрации. Эти координаты даются на каждый год в астрономических ежегодниках, и наблюдатель должен уметь находить их для любого момента при помощи интерполяции.

В настоящее время почти все необходимые сведения на текущий год можно найти в «Астрономическом ежегоднике», издаваемом Астрономическим институтом в Ленинграде. Только за некоторыми сведениями приходится обращаться к иностранным астрономическим ежегодникам. Кроме того, в СССР издаются «Морской астрономический ежегодник», «Авиационный астрономический ежегодник» и «Астрономический календарь-ежегодник», предназначенный для астрономов-любителей и преподавателей астрономии; последний ежегодник издается Горьковским астрономо-геодезическим обществом совместно с Горьковским краевым издательством.

§ 3. Основы определения склонений и прямых восхождений. С другой стороны, составление астрономических ежегодников возможно только на основании целесообразных наблюдений над небесными светилами, в результате которых получают их прямые восхождения и склонения. Они необходимы для указанных практических целей, но они же необходимы и для решения чисто астрономических задач. Только умея определять из наблюдений α и δ , можно изучить видимые движения Солнца, Луны, планет, видимое расположение звезд на небесной сфере и собственные движения звезд и, косвенно, параллаксы звезд. Это служит основой наших познаний о строении солнечной системы и вселенной, а тем самым в конечном счете и всех прочих астрономических исследований. Поэтому нужно уметь находить из наблюдений прямые восхождения и склонения светил.

Из сферической астрономии известно, что в момент прохождения звезды через меридиан ее зенитное расстояние, ее склонение и широта места наблюдения связаны следующими уравнениями:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{при наблюдении к югу от зенита} & z = \varphi - \delta, \\ \text{" " между зенитом и полюсом} & z = \delta - \varphi, \\ \text{" " ниже полюса} & z = 180^\circ - \delta - \varphi. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Заметим раз навсегда, что в этой книге мы рассматриваем движения небесных светил, как они наблюдаются с северного полушария Земли, и все наши формулы относятся к этому случаю. Для наблюдателя, находящегося на южном полушарии Земли, формулы несколько иные; мы этого вопроса касаться не будем.

Из формул (3) следует, что если измерить z одной и той же звезды при двух кульминациях: $z_{\text{в}}$ — при верхней и $z_{\text{н}}$ — при нижней, то по второму и третьему уравнениям (3) мы имеем

$$z_{\text{в}} = \delta - \varphi \quad \text{и} \quad z_{\text{н}} = 180^\circ - \delta - \varphi$$

и, следовательно,

$$1/2(z_{\text{в}} + z_{\text{н}}) = 90^\circ - \varphi \quad \text{и} \quad \varphi = 90^\circ - 1/2(z_{\text{в}} + z_{\text{н}}).$$

Таким образом мы получаем широту, не зная склонения, но, кроме того, мы имеем $z_{\text{н}} - z_{\text{в}} = 180^\circ - 2\delta$ и, следовательно, в случае наблюдения в обеих кульминациях получаем склонение звезды:

$$\delta = 90^\circ - 1/2(z_{\text{н}} - z_{\text{в}}).$$

Подобным же образом из первого и третьего уравнений (3) получаем

$$z_{\text{в}} = \varphi - \delta \quad \text{и} \quad z_{\text{н}} = 180^\circ - \delta - \varphi,$$

следовательно, в этом случае:

$$90^\circ - \delta = 1/2(z_{\text{в}} + z_{\text{н}}) \quad \text{и} \quad 90^\circ - \varphi = 1/2(z_{\text{н}} - z_{\text{в}}).$$

После этого раз широта φ известна, то для *любой* звезды находим δ , измерив z в меридиане; действительно, из уравнений (3) получаем:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{при наблюдении к югу от зенита} & \delta = \varphi - z, \\ \text{" " между зенитом и полюсом} & \delta = \varphi + z, \\ \text{" " ниже полюса} & \delta = 180^\circ - \varphi - z. \end{array} \right\}$$

В этих соображениях заключается основа определения из наблюдений склонений небесных светил.

С другой стороны, из сферической астрономии известно, что в момент верхней кульминации светила звездное время равно его прямому восхождению. Отсюда следует, что разность прямых восхождений двух светил равна разности моментов их прохождений через меридиан в верхней кульминации. Поэтому, если мы умеем с помощью подходящего инструмента и часов определять моменты прохождения светил через меридиан, то мы сможем определить разности прямых восхождений всех наблюдаемых нами светил, лишь бы только нам суметь учесть то обстоятельство, что часы наши идут, конечно, не вполне точно.

Действительно, для любой пары звезд мы имеем для момента верхней кульминации

$$\alpha_1 = s_1 = T_1 + u_1 \quad \text{и} \quad \alpha_2 = s_2 = T_2 + u_2.$$

Отсюда следует

$$\alpha_2 - \alpha_1 = T_2 - T_1 + (u_2 - u_1).$$

Показания часов T_2 и T_1 нам известны по наблюдениям, а потому, чтобы определить $\alpha_2 - \alpha_1$, надо также узнать, чему равна разность поправок часов $u_2 - u_1$; она же определяется из суточного хода часов, а суточный ход часов определяется из наблюдений одних и тех же звезд в последующие ночи.

Но нам нужно знать не разности прямых восхождений $\alpha_2 - \alpha_1$, а самые прямые восхождения α . Можно показать (и это мы увидим в гл. XX), что для этого нужно наряду со звездами наблюдать Солнце и измерять его склонение в момент кульминации. Из этих наблюдений можно вывести прямое восхождение Солнца в момент наблюдения его, а после этого и прямые восхождения всех звезд, которые наблюдались в один день с Солнцем.

§ 4. Основные инструменты астрометрии; сущность теории инструментов. Из краткого изложения методов решения указанных задач видно, что для этого нужно уметь измерять зенитные расстояния и определять показания часов в моменты прохождения светил через меридиан. Та и другая операции требуют особых инструментов.

Для измерения зенитных расстояний служит инструмент, который называется *вертикальным кругом*. Нередко с этой задачей соединяется задача измерения азимутов земных предметов; тогда инструмент получает некоторое усложнение и название *универсальный инструмент*, или *универсал*. Для определения моментов прохождения светил через меридиан служит так называемый *пассажный инструмент*; нередко с ним соединяется круг, при помощи которого можно измерять зенитные расстояния или склонения светил в момент кульминации; такой усложненный пассажный инструмент называется *меридианным кругом*. Кроме этого есть возможность измерить *разности* прямых восхождений и склонений при помощи наблюдений вне меридиана. Эти измерения производятся с помощью инструментов, называемых *экваториалами*. Они бывают либо снабжены вспомогательными *микрометрами* для наблюдений глазом, либо представляют собой особого вида фотографические камеры для фотографирования звездного неба; тогда инструмент называется *астрографом*. По фотографиям путем измерения взаимного расположения изображений звезд на негативе при помощи особых *инструментов для измерения астрофотографий* можно получить прямые восхождения и склонения всех сфотографированных звезд, но при непрямом условии, что для некоторых из них, самое меньшее для двух, прямые восхождения и склонения уже известны.

К каждому из инструментов для наблюдения неба необходимы еще часы или хронометр.

В настоящей книге описываются перечисленные выше и другие инструменты и решения упомянутых задач при помощи наблюдений с различными инструментами.

Каждый инструмент, как бы тщательно он ни был сделан, неточен и имеет свои ошибки. Например, две оси в инструменте, которые должны быть взаимно перпендикулярны, на деле в точности взаимно перпендикулярными никогда не бывают; так называемая вертикальная ось инструмента никогда не бывает в точности вертикальной, т. е. направленной по отвесной линии, и т. п.

Этими ошибками нельзя пренебрегать, если мы хотим достигнуть высшей точности в наших наблюдениях. Продолжительная практика показала астрономам, что легче определить ошибки инструмента и принять во внимание их влияние на наблюдения, чем изготовить инструмент с незаметными ошибками. Отсюда вытекает задача практической астрономии: рассмотреть устройство целесообразных инструментов, указать способы наблюдений с ними, изучить способы определения их ошибок и указать средства к устранению влияния этих ошибок на измеряемые величины. Можно сказать, что теория астрономических инструментов есть теория их ошибок. Более того, нередко ошибки инструмента могут быть определены с большей точностью, чем точность непосредственных наблюдений с ним; например, в каком-либо инструменте круг отсчитывается с точностью до $\pm 10''$, т. е. это значит, что каждый отсчет может быть ошибочен в ту или другую сторону (слишком мал или слишком велик) до $10''$, а ошибки этого инструмента, которые при этом нужно принять во внимание, могут быть определены с точностью, например, до $1''$; это полезно потому, что таким образом от придания к отсчету таких точных поправок его точность повышается больше, чем в том случае, если и самые поправки ошибочны до $\pm 10''$.

Кроме таких ошибок инструмента, которые можно предусмотреть, исследовать и освободить измерения от влияния их, бывают ошибки иного характера, такие, что существование их можно предвидеть, обнаружить на практике, но затруднительно или невозможно точно исследовать их величину; таково, например, *гнутые трубы* в инструменте. В таких случаях стараются так расположить сами наблюдения, чтобы одни из них были ошибочны в одну сторону, а другие — в другую и притом на одинаковую величину; тогда среднее арифметическое из таких наблюдений будет свободно от такого рода ошибок.

§ 5. Влияние рефракции и параллакса на измерения. Непосредственное измерение зенитного расстояния какого-либо предмета дает нам зенитное расстояние, искаженное влиянием нашей атмосферы на проходящие через нее лучи света, или так называемой рефракцией. Это — не то z , которое подразумевается в вышеприведенных формулах. Поэтому наблюденные зенитные расстояния нужно освободить от влияния рефракции. Из теории этого явления известно, что вследствие рефракции зенитные расстояния уменьшаются на величину, которая приближенно выражается формулой

$$\rho = 60'',2 \frac{B \text{ м.м}}{760 \text{ м.м}} \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ \text{ C}} \operatorname{tg} z,$$

или же

$$\rho = 21'',62 \operatorname{tg} z \frac{B \text{ м.м}}{(273^\circ + t^\circ \text{ C})} \quad (\lg 21,62 = 1,3349),$$

где z есть наблюдаемое, измеренное зенитное расстояние, B — выраженная в миллиметрах высота ртутного столба в барометре во время наблюдения, приведенная к 0°C и силе тяжести на широте 45° , $t^\circ\text{C}$ — выраженная в градусах Цельсия температура воздуха, окружавшего инструмент во время наблюдения, если наблюдение производилось на открытом воздухе, или же температура наружного воздуха, если инструмент находился в каком-либо открытом павильоне. Рефракцию можно вычислить по этой формуле или, что удобнее и точнее, по специальным, например Пулковским, таблицам рефракции. Для учета рефракции нужно во время наблюдений, например, раз в полчаса, отсчитывать показания барометра и термометра при нем, а также температуру наружного воздуха.

Но и после освобождения наблюдаемого зенитного расстояния от влияния рефракции получается z , которое в случае близких светил, вроде Луны, Солнца и планет с заметным суточным параллаксом, не соответствует тем α и δ этих светил, которые даются в астрономических ежегодниках, потому что z относится к месту на поверхности Земли, а α и δ — к центру Земли. Поэтому нужно либо α и δ изменить на влияние параллакса, либо же z изменить так, чтобы получалось так называемое геоцентрическое зенитное расстояние, т. е. угол между направлением из центра Земли к светилу и направлением отвесной линии в месте наблюдения или же направлением параллельной ей линии, воображаемой в центре Земли. Последнее проще, и зенитное расстояние освобождается от влияния параллакса при помощи *вычитания* из него величины p , определяемой по формуле $p = \pi \sin z$, в которой π есть горизонтальный параллакс светила. (В случае Луны требуется более точная формула сферической астрономии.)

§ 6. Правила записи наблюдений. Кроме инструментов, наблюдатель должен иметь *журнал наблюдений*. Непосредственные результаты наблюдений, как то: момент наблюдения по часам, отсчеты кругов, уровней, термометра и т. п., немедленно записываются в тетрадь, а не на отдельные листки, которые легко могут быть унесены ветром; эта тетрадь и называется журналом наблюдений. Нужно записывать те числа, которые наблюдатель видит на инструменте, не производя никаких, даже самых простых, арифметических действий. Запись производится простым карандашом. В случае ошибки или описки нужно зачеркнуть написанное так, чтобы ясно было видно, что именно зачеркнуто, и рядом или сверху написать верное число или слово. Не следует писать чернилами или химическим карандашом во избежание клякс или размывания. Карандаш не должен быть бледным. Совершенно запрещается употребление резинки.

В начале каждого наблюдения обязательно писать год, месяц, число дня или ночи наблюдения. Нужно не забывать, что в полночь меняется дата. Во время экспедиций кроме даты записывается место наблюдения.

В случае больших рядов наблюдений лучше для каждого инструмента завести особый журнал. Если этого нет, то необходимо при каждом наблюдении ясно, полно и точно записывать цель наблюдения (определение широты, фотографирование такого-то места на

§ 7. Основные правила обработки наблюдений. Искомые величины получаются из наблюдений посредством вычислений. Часто бывает удобно в журнале наблюдений проводить и начальную стадию обработки наблюдений, например, запись средних арифметических из отсчетов и т. п. Все вычисления обязательно вести чернилами и притом не бледнеющими со временем, лучше не фиолетовыми.

Сообразно с этим из астрономических ежегодников нужно выбирать координаты светил α и δ с точностью, соответствующей точности вычислений, т. е. в 10 раз превосходящей точность наблюдений.

В) Списанием способ округления удобен в том отношении, что в случае необходимости испортить для последующих вычислений половину округленной величины, оканчивающейся четной цифрой, вторичного округления производить не требуется. Если бы мы при отбрасывании части,

§ 8. О случайных ошибках измерений. Кроме *систематических ошибок*, каковы указанные в § 4, при наблюдениях всегда встречаются другие ошибки, совершенно не поддающиеся конкретному учету, так называемые *случайные ошибки*; большей частью они зависят от наблюдателя, но иногда и от инструмента.

Например, если несколько раз подряд, по возможности в одинаковых условиях, произвести измерение одного и того же угла, то каждый раз будет получаться для него особое значение, обычно не совпадающее с другими его значениями; различие между ними показывает, что ни одно из них нельзя наперед рассматривать, как точное; все они ошибочны и отличаются от неизвестного нам точного значения.

Теория таких случайных ошибок, основанная на теоремах теории вероятностей, приводит к правилу, по которому как *наиболее вероятное значение* искомой величины принимается *среднее арифметическое* из отдельных ее значений, полученных из независимых измерений ее. Поэтому, если мы имеем n измеренных значений искомой величины a , а именно $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, то наиболее вероятное значение ее принимается равным

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

Разности $v_1 = a_m - a_1, v_2 = a_m - a_2, \dots, v_n = a_m - a_n$ суть отклонения измеренных величин от среднего. По своей величине эти разности характеризуют степень согласия между собою отдельных измерений. Из них по теории вероятностей вычисляются так называемая *средняя квадратичная ошибка* одного наблюдения v_m по формуле

$$v_m = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n}}$$

и *вероятная ошибка* одного наблюдения по формуле

$$v_p = 0,674 v_m.$$

Для вычисления же средней ϵ_m и вероятной ϵ_p ошибки результата, т. е. среднего арифметического из n равноточных наблюдений, пользуются в теории вероятностей следующие выражения:

$$\epsilon_m = \frac{v_m}{n-1} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} \quad \text{и} \quad \epsilon_p = 0,674 \epsilon_m.$$

Средняя и вероятная ошибки одного измерения характеризуют степень согласия между собой отдельных измерений величин $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Однако в этих ошибках несколько не отражаются такие *систематические ошибки*, которые свойственны всем этим измеренным

составляющей половину единицы последнего знака, во всех случаях стали или оставлять последнюю сохраняемую цифру без изменения, или увеличивать ее на единицу, то мы тем самым стали бы вносить во все расчеты систематическую ошибку, в первом случае уменьшая все округляемые величины, а во втором случае увеличивая их все. Кроме того, мы обусловили бы необходимость последующего округления при делении на 2 вычисленной округленной величины, оканчивающейся нечетной цифрой, т. е. лишили бы удобства способа, описанного в тексте. — *Прим. ред.*

величинам или некоторым из них. Поэтому, например, если произведены два ряда измерений одного и того же угла одним и тем же инструментом или различными инструментами с учетом всех предусматриваемых ошибок измерений, то средние арифметические величины из измерений каждого ряда в отдельности могут отличаться друг от друга более, чем на сумму их средних или вероятных ошибок.

Если не удастся найти причины различия между такими средними арифметическими значениями двух или нескольких рядов измерений, то приходится разницу между этими средними арифметическими рассматривать как случайную ошибку инструментов.

Строго говоря, вышеприведенные формулы для v_m и v_p справедливы лишь при очень большом числе n измерений, но их применяют и при малом числе измерений, потому что все же они дают некоторое представление о точности измерений, правильное сказать, об их согласии между собой. Однако надо иметь в виду, что вычислять a_m , а затем v_1, v_2, \dots, v_n можно лишь после того как все *систематические ошибки* измерений по возможности исключены из результатов непосредственных измерений $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

Иногда при решении задач практической астрономии нужно бывает применять *способ наименьших квадратов*. Он излагается в курсах теории вероятностей и математической обработки наблюдений.

ГЛАВА ВТОРАЯ

НЕОБХОДИМЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ МАТЕМАТИКИ

§ 9. Основные формулы сферической тригонометрии. В этой книге применяются следующие основные формулы сферической тригонометрии:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a,$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C},$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A,$$

$$\sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a.$$

Если треугольник прямоугольный и угол $A = 90^\circ$, то

$$\cos a = \cos b \cos c = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C,$$

$$\sin a \sin B = \sin b,$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c.$$

Из двух последних формул получаем

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B,$$

а из первой и третьей

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B.$$

§ 10. Ряд Тэйлора. В анализе выводится следующее разложение функции в ряд, так называемый ряд Тэйлора:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \left/ \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} + \frac{\Delta x^2}{1 \cdot 2} \left/ \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \\ + \frac{\Delta x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left/ \frac{d^3 f(x)}{dx^3} \right|_{x=x_0} + \dots$$

или в другой форме

$$f(x) - f(x_0) = (x - x_0) \left/ \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{1 \cdot 2} \left/ \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \dots$$

Примеры приложений его:

1) Тригонометрические ряды

$$\left. \begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots \\ \operatorname{tg} x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \\ x &= \sin x + \frac{\sin^3 x}{6} + \frac{3 \sin^5 x}{40} + \dots = \operatorname{tg} x - \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + \frac{\operatorname{tg}^5 x}{5} - \dots \end{aligned} \right\} (4)$$

Здесь, как и везде в анализе, за единицу меры углов принимается радиан, т. е. такой центральный угол, длина дуги которого равна радиусу круга; в окружности таких дуг содержится 2π .

С другой стороны, градус есть такой центральный угол, длина дуги которого составляет $\frac{1}{360}$ долю окружности. Поэтому 360 градусов равно 2π радианов. Отсюда следует, что

$$1 \text{ радиан} = 360^\circ / 2\pi = 57^\circ,29578 = 3437',747 = 206\,264'',8.$$

Поэтому если обозначить через x° , x' , x'' соответственно число градусов и долей градуса, число минут дуги и долей минуты, число секунд дуги и долей секунды в угле, то

$$x = \frac{x^\circ}{57^\circ,29578} = \frac{x'}{3437',747} = \frac{x''}{206\,264'',8}; \text{ например, } \frac{\pi}{6} = 0,523599 = \frac{30^\circ}{57^\circ,29578}.$$

Само собой разумеется, что $\sin x = \sin x^\circ = \sin x''$, $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x''$ и т. п. Поэтому если для краткости обозначить число $206\,264'',8$ через k'' , то

$$\sin x = \frac{x''}{k''} - \frac{1}{6} \left(\frac{x''}{k''} \right)^3 + \frac{1}{120} \left(\frac{x''}{k''} \right)^5 - \dots$$

Величина $1/206\,264'',8$ есть $\operatorname{arc} 1''$, поэтому для краткости письма вместо $206\,264,8$ иногда пишут $1/\operatorname{arc} 1''$; чаще впрочем пишут $1/\sin 1''$; строго говоря, такое обозначение есть плод недоразумения, так как синус тут не при чем, и оно допустимо лишь потому, что $\sin 1''$ крайне

незначительно отличается от $\arcs 1''$; принципиально правильно обозначение $\arcs 1''$.

Иногда угол, как говорится, выражают во времени, т. е. 15° принимают равными 1 часу, 1^h ; $15'$ — равными 1 минуте времени, 1^m ; $15''$ — 1 секунде времени, 1^s . Тогда, если через t^s , t' , t'' , t^h , t^m , t^s обозначить соответственно число градусов, минут дуги, секунд дуги, часов, минут времени и секунд времени, содержащееся в угле (или дуге) t , а t означает число радианов (или долей радиана) в этом угле, то мы можем написать

$$t^h = \frac{t^m}{60} = \frac{t^s}{3600} = \frac{t^s}{15} = \frac{t'}{15 \cdot 60} = \frac{t''}{15 \cdot 3600} = \frac{t \cdot 206\,264.8}{15 \cdot 3\,600}.$$

2) Если в ряде Тейлора x_0 есть 30° , Δx есть 1° и $f(x_0 + \Delta x)$ есть $\sin 31^\circ$, то

$$\sin 31^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 57,296} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{57,296} \right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{1}{57,296} \right)^3 + \frac{1}{48} \left(\frac{1}{57,296} \right)^4 + \dots^1).$$

3) Если во второй форме ряда Тейлора положить $x = \cos z$ и $f(x) = z$, то мы получим ряд

$$z - z_0 = (\cos z - \cos z_0) \bigg/ \frac{dz}{d \cos z} + \frac{(\cos z - \cos z_0)^2}{1 \cdot 2} \bigg/ \frac{d^2 z}{(d \cos z)^2} + \dots,$$

или

$$z - z_0 = -(\cos z - \cos z_0) \frac{1}{\sin z_0} - \frac{(\cos z - \cos z_0)^2}{1 \cdot 2} \frac{\cos z_0}{\sin^3 z_0} - \dots$$

4) Логарифмический ряд. Если \lg означает логарифм при основании 10, как везде в этой книге, то

$$\lg(1+x) = M \left(x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4 + \dots \right),$$

где M есть $\lg e$, а e — основание неперовых логарифмов:

$$e = 2,71828, \quad M = 0,43429.$$

§ 11. Способ вычисления синусов, тангенсов и косинусов малых углов. Из формул (4) следует, что

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} - \dots,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \dots,$$

$$\frac{\lg x}{x} = 1 + \frac{x^2}{3} + \frac{2x^4}{15} + \dots \text{ и т. п.}$$

Ограничиваясь лишь первым членом логарифмического ряда, мы можем написать

$$\lg \frac{\sin x}{x} = -M \frac{x^2}{6}, \quad \lg \cos x = -M \frac{x^2}{2}, \quad \lg \frac{\lg x}{x} = +M \frac{x^2}{3}.$$

¹⁾ Проверьте правильность этого разложения, вычислив по нему $\sin 31^\circ$ с точностью до 5-го десятичного знака, и сравните ваш результат с $\sin 31^\circ$, вычисленным по вашей таблице логарифмов.

Если обозначить $M \frac{x^2}{6}$ через $\sigma(x)$, то мы преобразуем эти выражения к следующему виду:

$$\lg \frac{\sin x}{x} = -\sigma(x), \quad \lg \cos x = -3\sigma(x), \quad \lg \frac{\operatorname{tg} x}{x} = +2\sigma(x),$$

и, наконец, так как $\lg x = \lg x'' - \lg k''$, где $k'' = 206\,264''{,}8$, а x'' — число секунд дуги в угле x , то мы получаем окончательно

$$\begin{aligned} \lg \sin x &= \lg x'' - \lg k'' - \sigma(x), \\ \lg \operatorname{tg} x &= \lg x'' - \lg k'' + 2\sigma(x), \\ \lg \cos x &= -3\sigma(x), \end{aligned}$$

а также, например,

$$\begin{aligned} \lg \sin x &= \lg x'' + \lg 15 - \lg k'' - \sigma(x), \\ \lg \operatorname{tg} x &= \lg x'' + \lg 15 - \lg k'' + 2\sigma(x) \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \lg x'' &= \lg \sin x + \lg k'' + \sigma(x) = \lg \operatorname{tg} x + \lg k'' - 2\sigma(x), \\ \lg x'' &= \lg \sin x + \lg k'' - \lg 15 + \sigma(x) = \lg \operatorname{tg} x + \lg k'' - \lg 15 - 2\sigma(x). \end{aligned}$$

Эти формулы, конечно, приближенные, но при малых углах очень полезные при вычислениях, так как $\lg \sin x$ и $\lg \operatorname{tg} x$ получаются таким образом при помощи таблицы логарифмов чисел, а не тригонометрических величин.

Хорошо, если в таблицах даны $\sigma(x)$, как, например, это сделано в таблицах логарифмов проф. С. П. Глазенапа, а также в некоторых вспомогательных таблицах для астрономических вычислений, но можно обойтись и без них, если обратить внимание на то, что в любых таблицах тригонометрических величин даны величины $(\lg \cos x + 10)$; поэтому мы получаем $3\sigma(x) = 10 - (\lg \cos x + 10)$, откуда легко вычислить и $\sigma(x)$, и $2\sigma(x)$.

Выгода применения этого приема заключается в том, что при изменении x величин $\sigma(x)$ меняется гораздо медленнее, чем $\lg \sin x$ или $\lg \operatorname{tg} x$, и интерполяция оказывается несравненно проще.

Применение такого приема вызывает ошибку в единицу последнего знака при вычислениях с 7-значными логарифмами при $x \approx 3^\circ$, с 6-значными логарифмами при $x \approx 4^{1/2}^\circ$, с 5-значными логарифмами при $x \approx 8^\circ$.

§ 12. О приближенных выражениях и формулах. В астрономии, как вообще в приложениях математики к естествознанию, не всегда необходимо пользоваться совершенно точными формулами, потому что астрономические измерения, как и всякие другие, никогда не бывают совершенно точными, и каждое измерение содержит некоторую ошибку. Поэтому можно и часто бывает даже выгодно применять приближительные формулы, если они проще, чем точные. Но при этом необходимо, чтобы ошибка их не превосходила некоторой величины, значительно, например в 10 раз, меньшей, чем ошибка измерения. Поэтому полезно рассмотреть примеры исследования приближенных формул.

1. Очень часто в разложениях функций в ряды по возрастающим степеням какой-либо малой величины можно бывает ограничиться

немногими первыми членами ряда; тогда в каждом случае особое рассмотрение характера ряда позволяет судить, какая допускается ошибка, если из всего ряда берутся только два или три члена.

Например, если x есть столь малая величина, что в рассматриваемой задаче можно пренебрегать квадратами и высшими степенями x , то можно допустить следующие упрощения выражений:

$$\frac{1}{1 \pm x} = 1 \mp x, \quad \frac{1}{(1 \pm x)^n} = 1 \mp nx \text{ и т. д.}$$

Если два угла x и x_0 столь мало разнятся один от другого, что в какой-либо задаче можно пренебречь квадратами и высшими степенями разности $x - x_0$, то допустимы следующие приближенные равенства:

$$\begin{aligned} \sin x - \sin x_0 &\approx (x - x_0) \cos x \approx (x - x_0) \cos x_0, \\ \cos x - \cos x_0 &\approx -(x - x_0) \sin x \approx -(x - x_0) \sin x_0, \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} x_0 &\approx (x - x_0) \sec^2 x \approx (x - x_0) \sec^2 x_0 \text{ и т. п.} \end{aligned}$$

Здесь разность $(x - x_0)$ выражена, конечно, в радианах; если $(x - x_0)''$ означает число секунд в дуге $(x - x_0)$, то

$$\sin x - \sin x_0 = \frac{(x - x_0)''}{206\,264'',8} \cos x = \frac{(x - x_0)''}{206\,264'',8} \cos x_0 \text{ и т. п.}$$

2. Иногда встречаются такие случаи: некоторая величина x определяется выражением

$$x'' = a'' \sin(A + y),$$

где a'' есть небольшое число секунд дуги, где A меняется от 0 до 360° и где величина y постоянна или меняется, но во всяком случае не превосходит некоторого предельного значения y_0 . Спрашивается, какова будет наибольшая ошибка в x , если вместо этой формулы принять более простую, а именно

$$x'' = a'' \sin A.$$

Разница между ними такова:

$$a'' [\sin(A + y) - \sin A] = 2a'' \sin \frac{1}{2}y \cos(A + \frac{1}{2}y).$$

Наибольшее значение ее будет, когда $\cos(A + \frac{1}{2}y) = 1$, и при наименьшем y оно будет равно $2a'' \sin \frac{1}{2}y_0$.

Положим, что x'' есть поправка неверно измеренной величины x , что в x наблюдатель по необходимости делает ошибку, которая может достигать $10''$, что $a'' = 120''$ и $y_0 = 2'$. Тогда разница между точной и приближенной формулой будет $120'' \cdot 2 \sin 1' = 240''/3\,438 = 0'',070$. Эта величина так мала в сравнении с неизбежно ожидаемой ошибкой наблюдателя в $\pm 10''$, что вполне можно принять приближенное значение поправки вместо точного.

Нет общего строгого правила о том, какой величины ошибкой можно пренебречь; но обычно принимается приблизительно, что в исправительных формулах можно пренебречь ошибкой, составляющей около $10\%_0$ неизбежной ошибки наблюдения.

3. Частный случай рассмотренного выражения таков:

$$x = a \sin(A + y).$$

Если a равно нескольким десяткам секунд дуги, то почти всегда можно писать просто

$$x = a \sin A.$$

Действительно, при малых значениях x имеет силу приближенное соотношение

$$x = a \sin A \cos x + a \cos A \sin x \approx a \sin A + xa \cos A.$$

Поэтому, пренебрегая высшими степенями a , мы можем написать

$$x = \frac{a \sin A}{1 - a \cos A} = a \sin A + a^2 \sin A \cos A + \dots$$

Следовательно, отличие x от $a \sin A$ составляет лишь $\frac{1}{2} a^2 \sin 2A$ и наибольшее значение ошибки при допущении, что $x = a \sin A$, составляет лишь $\frac{1}{2} a^2$ или $\frac{1}{2} (a''/206\,266'')^2$. При $a'' = 100''$ оно равно $0''024$; такой ошибкой можно пренебречь во многих случаях; если $a'' = 20''$, то ошибка равна $0''001$ и ею можно пренебрегать всегда.

§ 13. Теорема о сумме синусов углов, образующих арифметическую прогрессию. Если d есть дуга, отличная от окружности, но целое число раз содержащаяся в целом числе окружностей, так что $nd = m2\pi$ или $nd^\circ = 360^\circ m$, а β — произвольная дуга, то следующие суммы S и C равны нулю:

$$S = \sin \beta + \sin (d + \beta) + \sin (2d + \beta) + \dots + \sin (kd + \beta) + \dots + \sin [(n-1)d + \beta] = 0,$$

$$C = \cos \beta + \cos (d + \beta) + \cos (2d + \beta) + \dots + \cos (kd + \beta) + \dots + \cos [(n-1)d + \beta] = 0.$$

Действительно, если i означает $\sqrt{-1}$, то

$$\cos (kd + \beta) + i \sin (kd + \beta) = e^{i(kd + \beta)}.$$

Если написать это равенство n раз для значений k от $k=0$ до $k=n-1$ и сложить почленно, то мы получим

$$\begin{aligned} C + iS &= e^{i\beta} + e^{i(d+\beta)} + e^{i(2d+\beta)} + \dots + e^{i[(n-1)d+\beta]} = \\ &= \frac{e^{i[(n-1)d+\beta]} e^{id} - e^{i\beta}}{e^{id} - 1} = e^{i\beta} \frac{e^{ind} - 1}{e^{id} - 1}. \end{aligned}$$

Но $e^{ind} = \cos nd - i \sin nd$, а так как $nd = 2m\pi$, то $e^{ind} = 1$ и, следовательно, $S + iC = 0$, так как $d \neq 2\pi$. Следовательно, $S = 0$ и $C = 0$, что и требовалось доказать.

§ 14. Интерполирование. При выборке различных величин, например, прямых восхождений, склонений, уравнения времени и т. п. из астрономического ежегодника и величин функций из математических таблиц, необходимо пользоваться интерполяцией. Таблицы в ежегодниках и математические таблицы даются для столь частых значений аргумента, что почти всегда достаточно пользоваться линейной интерполяцией, потому что допускаемая при этом ошибка не достигает половины последнего десятичного знака в значении искомой величины.

Можно пользоваться и формулой Бесселя:

$$f(a \pm n\omega) = f(a) \pm nf' \left(a \pm \frac{\omega}{2} \right) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f'' \left(a \pm \frac{\omega}{2} \right),$$

и формулой Стирлинга:

$$f(a \pm n\omega) = f(a) \pm nf'(a) + \frac{n^2}{1 \cdot 2} f''(a),$$

где n — положительная дробь, т. е. $0 < n < 1$, а ω — интервал таблиц.

Формула Бесселя удобнее тем, что первая разность $f'(a + \frac{1}{2}\omega)$ часто уже напечатана в таблицах, а $f'(a)$ нужно мысленно образовывать, как среднее арифметическое из двух рядом напечатанных разностей $f'(a - \frac{1}{2}\omega)$ и $f'(a + \frac{1}{2}\omega)$; но зато коэффициент при второй разности в формуле Стирлинга, $\frac{1}{2}n^2$, вообще говоря, меньше, чем в формуле Бесселя, $n(n-1)/2$, хотя наибольшая величина в обеих формулах, если n не более $\frac{1}{2}$, одна и та же: $\frac{1}{8}$. Всегда выгодно брать $n < \frac{1}{2}$, т. е. интерполировать либо вперед, либо назад, но не более, как на половину интервала.

Лишь редко приходится интерполировать со вторыми разностями, и тогда предпочтительно употреблять формулу Стирлинга: ее легче запомнить, и коэффициент при второй разности в ней меньше, чем в формуле Бесселя.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

НЕОБХОДИМЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ОПТИКИ

Предполагается, что читатель знаком с элементарной оптикой и с устройством астрономической трубы. Здесь собраны самые основные сведения из оптики, которые необходимы для практика-астронома. Подробное изложение затронутых вопросов и всякого рода доказательства можно найти в курсах физики (например, Гримзеля или Варбурга).

§ 15. Действие линзы; сферическая и хроматическая aberrации. Линза, применяемая в оптических инструментах, есть кусок стекла, ограниченный с противоположных сторон двумя сферическими поверхностями, шлифованными и полированными. Прямая линия, соединяющая центры этих поверхностей, называется *оптической осью* линзы. Положим, что лучи от очень (бесконечно) удаленной светящейся точки идут параллельно оптической оси и падают на линзу; если линза толще в середине, где ее пересекает оптическая ось, чем у краев, то лучи, пройдя линзу, сходятся приблизительно в одну точку на оптической оси, в так называемый фокус линзы, и такая линза называется собирающей; если же линза в середине тоньше, чем у краев, то лучи, пройдя ее, расходятся; они кажутся исходящими из точки, находящейся по ту же сторону линзы, как и светящаяся точка (так называемый мнимый фокус), и такая линза называется рассеивающей. В астрономии особенно важны собирающие линзы. Расстояние фокуса от линзы называется ее *фокусным расстоянием*.

Все небесные светила настолько далеки от Земли, что их для всех линз на Земле можно рассматривать как практически бесконечно удаленные предметы.

Линза не собирает точно в одну точку всех лучей, падающих на нее из светящейся точки, даже в том случае, если эта точка находится на оптической оси; если же она находится вне оптической оси, то схождение лучей бывает еще хуже. Происходит это по следующим двум причинам: 1) Лучи одного цвета, одной и той же длины волны преломляются краями линзы непропорционально сильнее, чем серединой линзы; краевые лучи пересекают оптическую ось ближе к линзе, чем лучи, проходящие через среднюю часть линзы; это — так называемая *сферическая абберрация* линзы. 2) Лучи разных цветов собираются по прохождении через линзу в разных точках; более преломляемые, с большим коэффициентом преломления, например фиолетовые, собираются ближе к линзе, чем лучи с меньшим коэффициентом преломления, например красные. Это — так называемая *хроматическая абберрация*.

Ту и другую абберрацию можно значительно ослабить (но нельзя вполне уничтожить, особенно хроматическую), если составить оптическую систему из двух линз, изготовленных из стекла разных сортов: из одной собирающей (двояковыпуклой), из так называемого кронгласа, и из другой рассеивающей (вогнуто-почти плоской), из так называемого флинтгласа. У этих сортов стекла средние показатели преломления почти одинаковы: у кронгласа 1,5, у флинтгласа 1,6, но дисперсия у флинтгласа вдвое сильнее, чем у кронгласа. Обе линзы должны быть так сложены вместе, чтобы выпуклая сторона первой почти прилежала к вогнутой стороне второй и чтобы оптические оси их совпадали, образуя таким образом оптическую ось сложной линзы.

Есть несколько сортов кронгласа и флинтгласа; иногда делают сложные системы из трех простых линз. В настоящее время объективы всех астрономических труб представляют собой такие, большей частью двойные, линзы. Они называются *ахроматическими*, т. е. обесцвечивающими изображения светящихся точек, между тем как у простой линзы это изображение цветное. Однако вполне уничтожить оквеченность изображения с современными сортами стекла нельзя. Можно свести в одну точку лучи любых двух цветов спектра, например красного и зеленого, но тогда цвета промежуточных длин волн, т. е. оранжевые и желтые, непременно соберутся немного *ближе* к сложной линзе, а инфракрасные, синие, фиолетовые и ультрафиолетовые — немного *дальше* от линзы. Таким образом достигается почти полное схождение лучей от красных до зеленых, но гораздо худшее схождение лучей синих и фиолетовых; поэтому при рассматривании в окуляр изображение звезды (которая представляет наилучший пример бесконечно удаленной точки) представляется в виде желтоватой точки, окруженной синим ореолом. Это — у так называемых *визуальных* объективов; о *фотографических* объективах см. § 197.

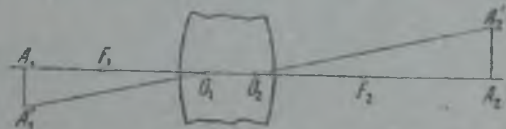
Если объектив хорош, т. е. в каждой линзе показатели преломления разных цветов во всех местах одинаковы, поверхности точно сферичны и оптические оси обеих линз совпадают (объектив центрирован), то изображение звезды при сильном увеличении представляется в виде небольшого диска, окруженного правильными светлыми кольцами; это происходит от дифракции лучей света, проходящих через объектив. Неправильность этой картины, например вытянутость центрального

пятна и колец, указывает на то, что объектив несовершенен; чаще всего это несовершенство состоит в том, что он плохо центрирован.

Если светящаяся точка находится вне оптической оси, то изображение ее тоже находится вне этой оси и притом чем дальше от нее, тем изображение хуже; оно перестает быть круглым и принимает форму крестика (так называемый астигматизм) и получает размытый хвост (кома). Это ухудшение происходит тем быстрее при удалении от оптической оси, чем больше отношение диаметра линзы к ее фокусному расстоянию. Для того чтобы площадь хороших изображений вокруг оптической оси была не слишком малой, это отношение делается у дв.линзовых объективов не очень большим, а именно от $\frac{1}{6}$ до $\frac{1}{10}$ у короткофокусных объективов (с фокусным расстоянием до 1 м) и от $\frac{1}{16}$ до $\frac{1}{20}$ у длиннофокусных (с фокусным расстоянием в несколько метров).

§ 16. Главные точки; основные формулы линзы. Всякая сколь угодно сложная центрированная (т. е. такая, что центры всех сферических поверхностей ее лежат на одной прямой линии—ее оптической оси) система имеет две замечательные точки на ее оптической оси, так называемые *главные точки*, обладающие следующим свойством. Если по одну сторону системы луч идет так, что он или его продолжение проходит через одну из этих точек (мы будем называть ее передней, или внешней), то после преломления в системе выходящий луч идет так, что он или его продолжение назад проходит через другую (заднюю, или внутреннюю) главную точку, и направления падающего и выходящего луча *параллельны* между собой; это справедливо впрочем лишь в случае небольшого наклона луча к оптической оси. Чем больше этот угол, тем угол между падающим и выходящим из системы лучом все больше отличается от нуля; в пределах поля хороших изображений в астрономической трубе это правило можно считать совершенно точным.

Отсюда следует очень важное для астрономических труб заключение, что в случае бесконечно удаленной светящейся точки направление параллельного пучка лучей, падающего из нее на оптическую систему, параллельно прямой, соединяющей заднюю главную точку системы с изображением светящейся точки. Если светящаяся точка находится на конечном расстоянии от системы, то луч, направленный от нее в переднюю главную точку, параллелен прямой, направленной от задней главной точки к изображению светящейся точки. Это свойство лежит в основе определения важного свойства астрономической трубы, так называемой *визирной линии*, о чем речь будет дальше (см. § 17).



Фиг. 1.

Пусть на фиг. 1 O_1 и O_2 —передняя и задняя главные точки оптической системы, $A_1O_1O_2A_2$ —оптическая ось, A_1 и A_1' —светящиеся точки, а A_2 и A_2' —их изображения. Связь между расстояниями от оптической системы до светящейся точки и до ее изображения

заключается в следующем. Условимся все расстояния считать положительными в направлении распространения света и отрицательными в обратном направлении; расстояние светящейся точки будем считать от передней главной точки системы до светящейся точки; обозначим его через d_1 ; значит, если на систему падают лучи, расходящиеся или параллельные, т. е. во всех случаях астрономической практики, d_1 отрицательно; расстояние изображения точки будем считать от задней главной точки до изображения; обозначим его через d_2 . На фиг. 1 $O_1A_1 = -d_1$, а $O_2A_2 = d_2$; поэтому мы можем написать

$$-\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}, \quad (5)$$

где F — некоторая постоянная величина, а именно фокусное расстояние системы; действительно, если $d_1 = \infty$, то $d_2 = F$; значит, F есть расстояние изображения бесконечно удаленной светящейся точки от оптической системы, а именно от ее задней главной точки. У собирательных систем F положительно. Ясно, что точки фокуса есть и по одну, и по другую сторону системы; на фиг. 1 фокусы обозначены буквами F_1 и F_2 .

Если считать расстояние светящейся точки от переднего фокуса и обозначить его через x (отрицательная величина), то $x = d_1 + F$; если считать расстояние изображения точки от заднего фокуса и обозначить его через y , то $y = d_2 - F$. Отсюда следует

$$d_1 = x - F \quad \text{и} \quad d_2 = y + F;$$

подставив эти выражения в уравнение (5), получим по приведении

$$xy = -F^2. \quad (6)$$

Этим интересным соотношением полезно приучиться пользоваться так же свободно, как и соотношением (5).

Иногда можно бывает пренебречь толщиной оптической системы и считать главные точки слившимися в одну; в таком случае эту точку называют оптическим центром системы; следует помнить, что это уже довольно грубое допущение.

В силу указанного свойства главных точек системы отношение расстояния какой-либо точки предмета от оптической оси к расстоянию ее изображения от оптической оси равно отношению величин $-d_1$ и d_2 , т. е. $-d_1/d_2$; знак — (минус) показывает, что изображение перевернуто. Это отношение выражает увеличение (если $|d_2| > |d_1|$) или уменьшение (если $|d_2| < |d_1|$), с которым система изображает предмет. Полезно обратить внимание на интересное и удобное для практических расчетов соотношение

$$-\frac{d_1}{d_2} = \frac{F-x}{y+F} = \frac{F-x}{-F^2/x+F} = \frac{-x}{F} = \frac{F}{y} = \frac{F}{d_2-F}.$$

Это значит, что если отношение линейных размеров предмета и его изображения есть n , то расстояния предмета и изображения от главных точек системы суть

$$-d_1 = -(F + nF) \quad \text{и} \quad d_2 = F + F/n.$$

Иногда избирается иное обозначение величины d_1 , а именно, расстояние светящейся точки считается положительным *против* направления распространения света *от* передней главной точки *до* светящейся точки. Тогда формула (5) обращается в следующую:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}. \quad (5a)$$

Если расстояние светящейся точки считать от переднего фокуса тоже положительным *от* оптической системы, *против* направления распространения света, то $d_1 = F + x$, но попрежнему $d_2 = F + y$; в таком случае

$$xy = F^2. \quad (6a)$$

Отношение n линейных размеров предмета и его изображения образуется в следующее:

$$n = \frac{d_1}{d_2} = \frac{F+x}{F+y} = \frac{F+x}{F+F^2/x} = \frac{x}{F} = \frac{F}{y} = \frac{d_1-F}{F} = \frac{F}{d_2-F}.$$

Тогда

$$d_1 = F + nF \quad \text{и} \quad d_2 = F + \frac{F}{n}.$$

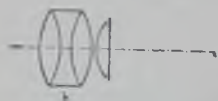
§ 17. Основные черты устройства астрономической трубы: объектив и окуляр. Астрономическая труба по существу состоит из двух собирательных стекол: одного с большим (в несколько дециметров или метров) фокусным расстоянием, обращенного к наблюдаемому предмету, так называемого *объектива*; другого с малым (в несколько сантиметров или миллиметров) фокусным расстоянием, обращенного к глазу наблюдателя, так называемого *окуляра*. Объектив дает *перевернутое* (верх вниз, правая сторона налево) изображение предмета, лучи от которого через него проходят, а через окуляр наблюдатель, как через увеличительное стекло (лупу), рассматривает это изображение; лупа не переворачивает изображения, и поэтому в трубе изображение перевернуто. В современных трубах объективом почти всегда служит ахроматическая двойная линза, помещенная выпуклой кронгласовой поверхностью наружу, а почти плоской флинтгласовой поверхностью—внутрь. Внешняя главная точка очень близко совпадает с той точкой выпуклой кронгласовой поверхности, где ее встречает оптическая ось, а внутренняя главная точка лежит внутри объектива приблизительно на $\frac{1}{3}$ толщины его от внешней главной точки.

Окулярom в современных трубах измерительных инструментов служит комбинация нескольких линз, в простейшем случае (окуляр Рамсдена) состоящая из двух плосковыпуклых линз одинакового фокусного расстояния, обращенных одна к другой выпуклыми сторонами и поставленных одна от другой на расстоянии, несколько меньшем, чем их фокусные расстояния; более сложные окуляры состоят из нескольких линз. Существенная особенность этих окуляров состоит в том, что у них оба фокуса лежат вне оптической системы¹⁾. Особенно хороши так

¹⁾ Существуют окуляры другого устройства (например, окуляр Гюйгенса), у которых один из фокусов лежит между стеклами, но они для труб в измерительных инструментах непригодны.

называемые *ортоскопические окуляры* (фиг. 2). Кроме устранения хроматической аберрации у них выгодно то, что фокус находится далеко от ближайшей к нему поверхности стекла по сравнению с окуляром Рамсдена. Поэтому неизбежные пылинки на ближайшем к объективу стекле окуляра не видны при наблюдении в ортоскопический окуляр, как они видны в окуляре Рамсдена.

Объектив и окуляр вставляются в металлическую трубу так, чтобы оптические оси их по возможности совпадали; окуляр помещается в трубку, которая может перемещаться вдоль своей длины, благодаря чему его можно поставить так, чтобы его фокус внутри трубы совпал с фокусом объектива. При таком положении глаз, аккомодированный на бесконечность, отчетливо увидит увеличенное изображение бесконечно удаленного предмета, а для близорукого глаза нужно окуляр немного придвинуть к объективу.



Фиг. 2. Окуляры: а — Рамсдена, б — ортоскопический.

Так как фокус окуляра лежит вне его, то в общем фокусе объектива и окуляра можно поместить сетку или по крайней мере крест паутинных нитей. Перемещением окуляра в его трубке наблюдатель добивается того, чтобы нити были резко видны его глазу, а перемещением всей трубочки вместе с окуляром и нитями он добивается того, чтобы и изображение предмета было видно отчетливо. Необходимо, чтобы

изображение предмета совпадало с плоскостью нитей. В этом можно убедиться, перемещая глаз перед окуляром направо-налево и замечая, перемещается ли при этом изображение относительно нитей; если



Фиг. 3. Визирная линия.

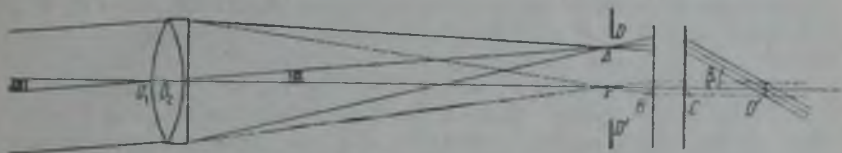
не перемещается, значит, они совпадают; если изображение относительно нитей движется в ту же (противоположную) сторону, как и глаза, то окуляр с нитями нужно приблизить к объективу

(или же удалить от объектива) для уничтожения этого так называемого *параллакса нитей*.

При наведении трубы на какой-либо предмет наблюдатель поворачивает ее так, чтобы изображение избранной им точки предмета совпадало с точкой пересечения нитей креста, а эта точка должна находиться недалеко от оптической оси объектива (необязательно, да и невозможно сделать, чтобы она лежала точно на этой оси). Тогда на основании вышесказанного о главных точках объектива ясно, что (см. фиг. 3) направление прямой, соединяющей внутреннюю главную точку O_2 объектива с точкой K пересечения нитей креста, *параллельно* лучу, идущему от избранной точки предмета к внешней главной точке объектива O_1 , а при очень удаленных предметах, как небесные тела, просто параллельно лучам, идущим от наблюдаемой точки предмета к инструменту. Прямую O_2K мы будем называть *визирной линией*.

§ 18. **Ход лучей в трубе; выходной зрачок.** Для ограничения поля зрения, видимого через трубу, служит круглое отверстие (так называемая диафрагма) на конце оправы окуляра, находящееся немного ближе к окуляру, чем его фокус; в самом фокусе, а для близорукого наблюдателя даже ближе его к окуляру, должны быть нити.

Схематически ход лучей в трубе изображен на фиг. 4. Объектив и фокусное расстояние на чертеже преуменьшены, а угол α преувеличен, окуляр упрощенно представлен двумя главными плоскостями его



Фиг. 4. Ход лучей в астрономической трубе.

проходящими через главные точки B и C . Оптическая ось объектива предполагается совпадающей с оптической осью окуляра. Угол α есть угол между оптической осью и направлением лучей от бесконечно удаленной точки, A — изображение точки в фокальной плоскости объектива, F — фокус его, DD' — диафрагма. Если вообразить себе пучки света при различных углах α , падающие на объектив, и проследить их пути через окуляр, то станет ясно, что все лучи, прошедшие через объектив и окуляр, должны сойтись за окуляром (на чертеже направо от окуляра) и образовать здесь изображение объектива вокруг точки O' . Оно называется *выходным зрачком* трубы, а сам объектив — *входным зрачком* ее. Именно на месте выходного зрачка должен находиться зрачок глаза наблюдателя для того, чтобы *все* лучи, прошедшие через объектив и окуляр, попали в глаз, и, кроме того, диаметр выходного зрачка должен быть меньше диаметра зрачка глаза. Если глаз будет находиться ближе к окуляру или дальше от него, чем выходной зрачок, то наблюдатель не увидит краев поля зрения, а только его середину. Если поперечник выходного зрачка будет больше, чем у зрачка глаза, то в глаз не попадет весь падающий на объектив свет от предмета; получится, как будто диаметр объектива меньше действительного и именно во столько раз, во сколько раз диаметр зрачка глаза меньше диаметра выходного зрачка.

Действие трубы важно в двух отношениях: 1) труба увеличивает угол между направлением лучей из какой-либо точки предмета и оптической осью объектива, делая его из угла α углом β , и таким образом увеличивает размер изображения предмета на сетине глаза; условно говорится, что труба «увеличивает» или «приближает» наблюдаемые предметы; 2) труба увеличивает количество света, попадающее в глаз от каждой точки предмета, в таком отношении, каково отношение площади объектива к площади зрачка глаза.

Принято называть увеличением трубы отношение $\lg \beta / \lg \alpha$; можно доказать, что если F и f — фокусные расстояния объектива и окуляра, то увеличение трубы равно $F : f$. Если D есть диаметр объектива,

а d — диаметр выходного зрачка, то увеличение трубы равно $D:d$. Это дает самый удобный способ для измерения увеличения; нужно только измерить D , что очень просто, и d , для чего существуют особые простые приборчики, так называемые динамометры; в них есть стеклянная пластинка с нанесенными на ней миллиметрами, разделенными на десятые доли миллиметра, и лупа, с помощью которой можно измерить диаметр выходного зрачка до 0,01 мм.

Так как d не должно быть больше диаметра δ зрачка глаза, то увеличение трубы не должно быть меньше, чем $D:\delta$; значит, $F:f$ должно быть равно или больше, чем $D:\delta$, т. е. f равно или меньше $F\delta:D$ или $f:\delta$ должно быть равно или меньше, чем $F:D$. Ночью, при темном небе, δ может достигать 8 мм, но в случае измерительных труб поле зрения бывает освещено искусственно для того, чтобы были видны нити, и тогда δ , конечно, меньше, вероятно, не более 4 мм.

§ 19. Яркость светил при рассматривании их в трубу. При наблюдении в трубу яркость звезд, которые по отдаленности их от нас во все трубы видны, как точки, пропорциональна площади объектива, т. е. D^2 ; при наблюдении же глазом яркость звезд пропорциональна площади зрачка глаза, т. е. δ^2 . Поэтому при наблюдении в трубу глаз наблюдателя видит звезды, которые в $D^2:\delta^2$ раз слабее, чем звезды, видимые простым глазом. Правда, некоторая доля света теряется при прохождении через объектив и окуляр, главным образом, вследствие потери света при отражении, примерно 4—5% на каждой поверхности стекла, соприкасающегося с воздухом, значит, 20% в объективе и около 20% в окуляре. Потери света в результате поглощения его в стекле ничтожны вследствие малой толщины стекол; исключения составляют гигантские объективы.

В случае предметов, имеющих заметные угловые размеры, как, например, Луна, планеты, туманности и фон неба, яркость, с одной стороны, пропорциональна площади объектива, т. е. D^2 , а с другой, — она обратно пропорциональна площади кажущегося изображения предмета, на которую распространяется свет, прошедший через объектив, а эта площадь пропорциональна квадрату увеличения; поэтому яркость таких предметов при рассматривании в трубу пропорциональна $\frac{D^2}{F^2/f^2} = \frac{f^2 D^2}{F^2}$. Так как (см. выше) f обычно меньше, чем $F\delta/D$, то и $f^2 D^2/F^2$ меньше, чем $(F\delta/D)^2 D^2/F^2$, т. е. меньше, чем δ^2 , т. е. яркость протяженных предметов при рассматривании их в трубу меньше, чем при рассматривании их невооруженным глазом; поэтому-то фон неба в трубу слабее, чем для невооруженного глаза, а звезды ярче. Вот почему можно в трубу видеть звезды днем, а также в сумерки увидеть их раньше, чем невооруженным глазом.

Отверстие оправы объектива делается круглым и располагается так, чтобы через центр его проходила оптическая ось объектива. Если перед ним поставить непрозрачную пластинку (так называемую диафрагму) с круглым же отверстием, центр которого не лежит на оптической оси, то места главных точек объектива и его фокусное расстояние от этого не изменятся, а потому и место изображения, и раз-

меры его останутся такими же, как и при полном отверствии объектива; уменьшится яркость и увеличится дифракционная картина изображения звезды; последнее можно обнаружить только у длиннофокусных объективов при сильном увеличении.

Если отверстие диафрагмы не круглое, то существенно меняется дифракционная картина изображения, отчетливо наблюдаемая в случае яркой звезды и сильного увеличения трубы.

Если поперек объектива идет тонкая паутинная нить или широкая картонная полоса, то у изображения звезды появляется луч, перпендикулярный к направлению нити или полосы; если диафрагма треугольная, то получаются три луча, перпендикулярные к сторонам треугольника, и т. п.

§ 20. Ломаная труба (фиг. 64). Иногда в измерительных инструментах применяется так называемая *ломаная труба*. В ней лучи света, пройдя через объектив, идут внутри части трубы, падают под прямым углом на катетную грань прямоугольной призмы, на гипотенузной грани претерпевают полное внутреннее отражение, выходят из призмы под прямым углом к другой катетной грани ее и далее идут до фокуса внутри другой части трубы, перпендикулярной к первой. Такое устройство трубы облегчает для астронома условия наблюдения, как мы это увидим ниже при описании инструментов.

§ 21. Освещение поля зрения трубы. Для того чтобы паутинные нити ночью были видны в фокусе объектива, устраивается искусственное освещение поля зрения; прежде источником света служила масляная лампочка, а теперь почти всегда маленькая электрическая лампочка (как у карманных фонарей), питаемая током сухой или наливной батареи, либо аккумулятора. Если труба прямая, то свет от лампочки через отверстие в середине трубы входит внутрь трубы и примерно на оптической оси объектива встречает маленькую прямоугольную призму, которая отражает свет к окуляру. Если же труба ломаная, то свет входит в пустую горизонтальную ось со стороны, противоположной окуляру, а на гипотенузу большой призмы, отражающей свет звезды к окуляру, наклеивается маленькая призмочка ее гипотенузой. Тогда свет через обе призмы проходит, как через толстое стекло, и, попадая далее в окуляр, освещает поле зрения. Важно, чтобы ось пучка искусственного света внутри трубы совпадала с осью объектива; поэтому, например, в случае прямой трубы, нельзя помещать призмочку у стенки трубы, вне пучка света от звезды.

Иногда пользуются светлыми нитями на темном фоне; для получения их нужно осветить нити светом, лучше с двух противоположных или же с четырех сторон, идущим косо, далеко не перпендикулярно, к плоскости сетки нитей; эти пучки света все же иногда могут пройти через окуляр, но они пройдут *вне* выходного зрачка трубы и не должны попасть в глаз, иначе глаз увидит освещенное поле зрения; для этого иногда на окуляр надевается крышечка с отверстием столь малого размера, чтобы оно пропускало только лучи, идущие к выходному зрачку, исключая все остальные.

Превосходна во всех отношениях книга об астрономических трубах: A. Danjon et A. Couder, Lunettes et télescopes, Paris, 1935.

педагогического

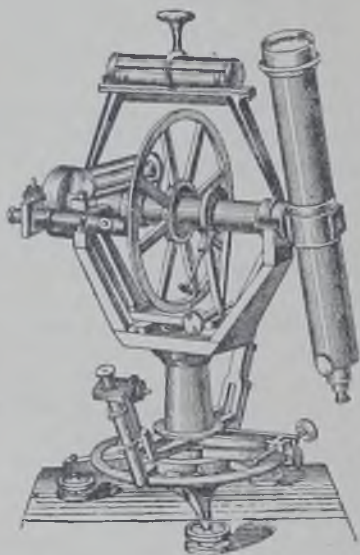
института

573297/10

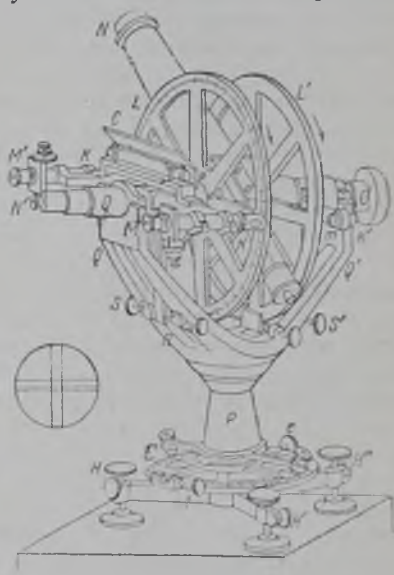
ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ И ОПЕРАЦИИ С НИМ

§ 22. Устройство универсального инструмента; нижняя и верхняя части. Универсальный инструмент служит для измерения углов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Сообразно с этим назначением он имеет по существу следующее устройство. Астрономическая труба с крестом нитей в том месте, где от объектива получается изображение наблюдаемого предмета, может вращаться около двух осей, из которых во время наблюдений одна (так называемая вертикальная) направлена по вертикали, другая (так называемая горизонтальная) — по горизонтали; визирная линия трубы, т. е. прямая, соединяющая внутреннюю главную точку объектива с точкой пересечения



Фиг. 5. Универсальный инструмент.



Фиг. 6. Вертикальный круг.

H , H' и H'' — установочные винты, E — горизонтальный круг с лупами для нониусов, e — зажимной и f — микрометрический винты по азимуту; P — втулка, сидящая на вертикальной оси и несущая подпоры Q и Q' с лагерьями, на которых лежит ось OO' ломаной трубы NN' . L и L' — круги. M и M' — микроскопы на алидаде KK' с носом R между пружиной и винтом S и с уровнем C .

Если у горизонтального круга вместо нониусов вообразить микроскопы, то мы получим универсальный инструмент с микроскопами.

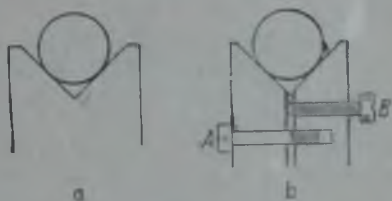
Если же у вертикального круга вместо микроскопов вообразить нониусы, то мы получим универсальный инструмент с нониусами.

нитей креста, образует с горизонтальной осью угол в 90° . Для измерения углов поворота трубы около горизонтальной оси служит круг, разделенный на градусы и доли градуса и перпендикулярный к этой оси; для измерения углов поворота всей подвижной части инструмента около вертикальной оси служит разделенный круг, перпендикулярный к ней.

Осуществление такого устройства универсального инструмента (фиг. 5 и 6) на практике производится следующим образом: основа-

нием инструмента служит трехлучевая звезда из латуни или бронзы, на концах лучей которой находятся вертикальные нарезки, в которые входят стальные винты, расположенные в вершинах равностороннего треугольника; этими винтами инструмент опирается во время наблюдений на кирпичный или деревянный столб или на площадку треноги. В центре звезды находится вертикальная латунная или бронзовая трубка, служащая втулкой, в которую входит хорошо к ней приточенная слегка коническая стальная ось, крепко связанная со всей верхней подвижной частью инструмента; или же, наоборот, в центре звезды укреплен слегка коническая стальная ось, на которую надевается латунная или бронзовая втулка, несущая на себе верхнюю часть инструмента. С нижней частью связан горизонтальный круг с делениями и притом либо накрепко, либо с помощью пружины, так что его можно с некоторым трудом поворачивать в его плоскости. С верхней частью инструмента скреплен указатель, состоящий в простейшем случае из дуги круга, примыкающей к разделенному кругу; на этой дуге круга нанесена черта в направлении радиуса разделенного круга; такой указатель (или более сложные приспособления, которые будут описаны далее) служит для отсчетов горизонтального круга. (Об отсчете см. § 29—34.)

Верхняя часть инструмента образует собой более или менее широкую вилку, обе части которой расположены симметрично относительно вертикальной оси и верхняя часть каждой из них несет так называемый *лагерь*, на который опирается горизонтальная ось. Горизонтальная ось у каждого своего конца имеет часть в виде короткого круглого цилиндра, причем оси обоих цилиндров должны быть продолжением одна другой и радиусы их должны быть равны. Эти части оси называются *цапфами*. Лагерь представляет собой пластинку с прямоугольным вырезом, причем равноделящая угла направлена кверху; края пластинки по толщине округлены. На них ложится цапфа горизонтальной оси (фиг. 7а).



Фиг. 7.

§ 23. Труба и вертикальный круг. Алидада с уровнем. Труба бывает или прямая (фиг. 5) или ломаная (фиг. 64). В первом случае она сидит на одном конце горизонтальной оси, а на другом конце помещается противовес с таким расчетом, чтобы давление цапф на оба лагерь было одинаковым.

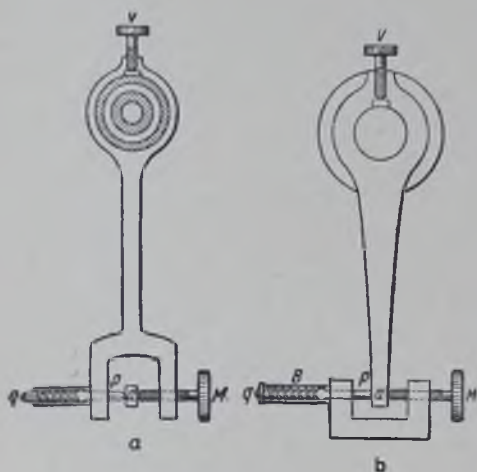
Для удобства наблюдения перед окуляром помещается маленькая прямоугольная призма, так что при наблюдении объектов близ горизонта приходится смотреть вниз, а при наблюдении близ зенита — горизонтально.

Иногда прямая труба помещается по середине горизонтальной оси, но в таком случае с нею невозможно наблюдать область неба близ зенита, так как некуда поместить голову, чтобы смотреть в окуляр, даже если есть окулярная призма.

Если труба ломаная, то обыкновенно часть ее, примерно половина, перпендикулярная к горизонтальной оси, соединяется с этой осью по середине между цапфами. Здесь находится внутри оси прямоугольная призма, гипотенуза которой отражает свет, прошедший через объек-

тив, вдоль пустой горизонтальной оси, так что изображение внешнего предмета образуется у конца оси, вне лагеря и цапфы; здесь находится крест нитей и окуляр.

С горизонтальной осью связан вертикальный круг либо накрепко, либо с помощью пружины, чтобы его можно было поворачивать в его плоскости. Свободно же на горизонтальной оси сидит пластинка (или некоторый каркас), так называемая алидада, несущая указатель (черту на пластинке, прилегающей к разделенному кругу, или более сложное устройство) для отсчета вертикального круга. На алидаде же



Фиг. 8.

помещается уровень, как можно крепче и надежнее связанный с алидадой (об уровне см. § 38 и следующие).

§ 24. Микрометрические движения трубы. Для медленного вращения вертикальной оси со всей верхней частью инструмента и горизонтальной оси с трубой и кругом делаются так называемые микрометрические приспособления, например, такого устройства (фиг. 8a): на нижней части инструмента вращается пластинка около оси, совпадающей с вертикальной осью инструмента. Каким-нибудь образом, например винтом *V*, она может быть скреплена с нижней частью инструмента (лучше всего со втулкой вертикальной оси) и откреплена от нее. На конце ее находится вилка с винтом *M* на одной стороне и со штифтом *p* и пружиной *q* на другой; между ними зажат выступ *a*, соединенный накрепко с верхней частью инструмента. Или, наоборот (фиг. 8b), пружина и гайка находятся на конце пластины, скрепленной с верхней частью инструмента, а выступ *a*, сидящий между пружиной и концом винта, винтом *V* может быть соединен с нижней частью инструмента или отъединен от нее. Как бы то ни было, если часть, скрепляемая с нижней частью инструмента, откреплена от нее, то возможно свободное вращение вертикальной оси в ее втулке, а вместе с нею и всей верхней части инструмента. Если же часть, скрепляемая с основанием инструмента, скреплена с ним, то возможно лишь ограниченное вращение вертикальной оси и всей верхней части инструмента, и притом медленное, при помощи упомянутого винта. Подобное же приспособление устраивается и для медленного вращения горизонтальной оси с трубой и кругом в ее лагерьях с тем различием, что скреп-

ляемая и открепляемая часть скрепляется с горизонтальной осью (а не с ее втулкой, как в случае вертикальной оси). Эта разница обусловливается тем, что выгодно и удобно (хотя и не безусловно необходимо), чтобы микрометрический винт для каждой оси находился всегда в одном и том же положении по отношению к указателю при круге.

Подобное же микрометрическое движение устраивается и для медленного вращения алидады с нониусами или с микроскопами и уровнем около горизонтальной оси; именно от алидады отходит выступ, входящий между пружиной и концом винта, а пружина и гайка винта соединены с верхней частью инструмента или, наоборот, от верхней части инструмента отходит выступ, входящий между пружиной и концом винта, а пружина и гайка винта соединены с алидадой. С таким приспособлением можно изменять наклон уровня при вертикальном круге к горизонту.

Для некоторых наблюдений, а именно для наблюдения различных звезд на равных высотах (способы Талькотта, Цингера и Певцова), необходимо бывает временное, но надежное соединение алидады, несущей уровень при вертикальном круге, с горизонтальной осью инструмента; обычно это достигается при помощи радиального зажимного винта. При таком скреплении алидады с осью необходимо раскрепить микрометрическое движение алидады с уровнем, т. е. освободить конец упомянутого выступа от зажатия его между пружиной и концом винта; в противном случае горизонтальная ось инструмента окажется с двумя микрометрическими вращениями, а это недопустимо.

§ 25. Накладной уровень. Перпендикулярность осей. Крест нитей. Для определения наклона горизонтальной оси применяется так называемый *накладной уровень*, ножки которого опираются на цапфы горизонтальной оси в рабочем сечении их, т. е. в том сечении, в котором лежат точки прикосновения цапф к их лагерям.

Обе оси инструмента должны быть возможно точнее взаимно перпендикулярны; для того чтобы можно было удобно изменять угол между ними в уже готовом инструменте, устраивают один из лагерей разрезным (см. фиг. 7b на стр. 35); ясно, что если сжимать обе его половинки винтом *A*, сначала ослабив винт *B*, то цапфа, лежащая на нем, поднимается, а если раздвигать их, вывинчивая винт *A* и ввинчивая винт *B*, то она опускается.

Рамка, несущая крест нитей или более сложную сетку взаимно перпендикулярных нитей, помещается у окулярного конца трубы. Она должна иметь движение вдоль трубы для установки на то место, где находится изображаемое визируемого предмета, и, кроме того, в направлении горизонтальной оси в случае прямой трубы или в направлении внешней (т. е. перпендикулярной к оси) части трубы в случае трубы ломаной; назначение этого перемещения будет объяснено в § 50.

§ 26. Описание разделенного круга. Круги, применяемые в астрономических инструментах, делятся на градусы и каждый градус на 2, 3, 6 или 12 частей, так что самое малое деление круга содержит 30', 20', 10' или 5'. В очень редких случаях у больших инструментов обсерваторий круг бывает разделен до 2'. Чем больше размер круга, тем более мелкие деления допустимы. Оцифрование штрихов бывает

почти всегда сплошное от 0 до 360° и притом нумеруется либо каждый 5-градусный штрих, либо каждый 10-градусный, а 5-градусные отмечаются точками, либо (в новейших инструментах) каждый четный градусный штрих. Для удобного отличия штрихов друг от друга они делаются разной длины: градусные — самые длинные; если каждый градус разделен на 6 частей, то 30-минутные штрихи делаются немного короче градусных, а прочие $10'$, $20'$, $40'$, $50'$ — еще короче; или, например, в случае 5-минутных делений каждое 10-минутное деление имеет штрих средней длины, 20- или 30-минутное — штрих с точкой, а 5-минутные — штрихи самые короткие. Оцифрование почти всегда делается возрастающим по часовой стрелке, если смотрят на круг с его лицевой стороны.

Деления разделенного круга либо наносятся резцом при помощи делительной машины прямо на материале круга (латунь, бронза, никель), либо же, что гораздо лучше, в материал круга врезается кольцо из серебра или же на краю круга припаивается кольцо из серебра и на нем уже проводятся резцом штрихи круга. Затем штрихи чернятся. На белом серебре они лучше видны, чем на другом материале, и потускнение серебра легче устраняется осторожным трением, чем порча поверхности латуни или никеля. Часть круга, на которой нанесены деления, называется *лимбом*; она бывает полирована.

В каждом разделенном круге нужно вообразить себе центр его или центр его делений, хотя окружности в виде определенной черты у круга может и не быть. Центр делений есть такая точка, что если вообразить себе радиусы, проведенные из нее к штрихам круга, то в случае точно разделенного круга углы при центре между смежными радиусами все равны между собой.

§ 27. Измерение угла поворотом круга. Положим, что разделенный круг с оцифрованными делениями повернут *около его центра* O из одного положения (фиг. 9а) в другое (фиг. 9б). Как определить



Фиг. 9.

угол, на который повернут круг? Для этого нужно иметь неподвижный указатель I , т. е. черту, так нанесенную на прилегающей к кругу пластинке, чтобы она была направлена к центру круга; мимо этой черты проходят деления круга при его вращении. Определим в каждом положении круга, в каком месте среди его делений приходится продолжение черты указателя на круг, т. е. сколько градусов, если можно, минут, а если возможно, то и секунд и долей секунды соот-

ветствует продолжению черты указателя на разделенный круг. Это число градусов, минут, секунд и долей называется *отсчетом круга* в его заданном положении. Если мы имеем отсчеты круга в обоих его положениях A и B , то ясно, что разность этих отсчетов есть мера центрального угла круга между обоими положениями указателя на круге, т. е. угол поворота круга около его центра. Заметим, что принципиально нет никакой необходимости, чтобы один из этих отсчетов был нулем ($0^\circ 0' 0''$), но практически это удобно потому, что если один из них есть точно нуль, то другой отсчет прямо дает угол поворота круга или его дополнение до 360° . Например, на фиг. 9 отсчет $A = 106^\circ$, $B = 38^\circ$ и угол поворота круга есть $106^\circ - 38^\circ = 68^\circ$.

Однако это правило не верно, если при переходе круга из одного положения в другое перед указателем проходит нулевое деление круга (0°); в этом случае прерывается нумерация штрихов, и тогда для получения угла поворота круга нужно прежде вычитания отсчетов к меньшему отсчету прибавить 360° . Например, если из положения «b» (фиг. 9) круг приведен в положение «с» (отсчет $C = 240^\circ$) вращением по часовой стрелке, то угол поворота есть $(B + 360^\circ) - C = 398^\circ - 240^\circ = 158^\circ$. Если же при переходе от B к C круг вращался *против* часовой стрелки, то угол поворота есть $C - B = 240^\circ - 38^\circ = 202^\circ$, так как нулевой штрих, 0° , при этом не проходил мимо указателя.

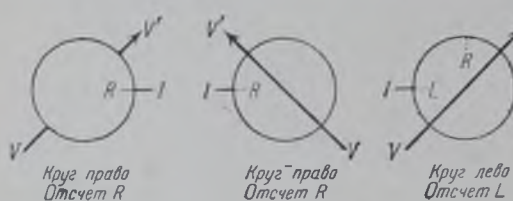
Нетрудно сообразить, что эти же рассуждения применимы и к тому случаю, когда разделенный круг неподвижен, а *около оси, проходящей через его центр делений*, вращается линейка с указателем для отсчета круга. Только в обоих случаях необходимо, чтобы ось вращения проходила через центр делений круга. Несоблюдение этого условия вызывает ошибку так называемого эксцентриситета, о которой см. § 35.

Представим себе прямую линию, *параллельную* плоскости круга и связанную с ним, так что при вращении круга она тоже вращается. Нетрудно доказать, что угол поворота этой прямой при вращении круга из одного положения в другое будет равен углу поворота круга около его центра, т. е. разности отсчетов при начальном и конечном положении круга.

При астрономических измерениях именно и приходится измерять угол, на который повертывается линия, так называемая визирная линия трубы (см. § 17), параллельная плоскости разделенного круга. Следовательно, для того чтобы с возможно большей точностью измерять углы поворота этой линии, надо уметь с возможно большей точностью отсчитывать круг. Поэтому в § 33 и 34 мы этим и займемся.

§ 28. Прием для измерения зенитного расстояния идеальным инструментом. Идеальным инструментом мы называем безошибочный инструмент, у которого вертикальная ось в точности вертикальна, горизонтальная ось точно перпендикулярна к вертикальной, визирная линия точно перпендикулярна к горизонтальной оси и обе оси и визирная линия пересекаются в одной точке; центры делений кругов совпадают с осями вращения, круги перпендикулярны к соответствующим осям и разделены безошибочно.

Сообразим, что в таком инструменте визирная линия при вращении трубы около горизонтальной оси описывает вертикальную плоскость, и поэтому правилен следующий прием для измерения зенитного расстояния. При таком положении инструмента, при котором вертикальный круг находится направо от вертикальной оси с точки зрения наблюдателя, стоящего перед инструментом и смотрящего на визируемый предмет (это положение инструмента обозначается *К. П.* — круг право), наводим трубу на неподвижную точку, зенитное расстояние



Фиг. 10.

которой нужно измерить, так, чтобы изображение ее в трубе совпало с точкой пересечения нитей в кресте. Для этого сначала устанавливаем незакрепленную трубу так, чтобы в ее поле зрения где-нибудь был виден наблюдаемый предмет, затем зажимаем закрепительные винты по обеим осям и, действуя микрометрическими винтами, устанавливаем должную точку предмета как можно точнее в точке пересечения нитей креста (фиг. 10).

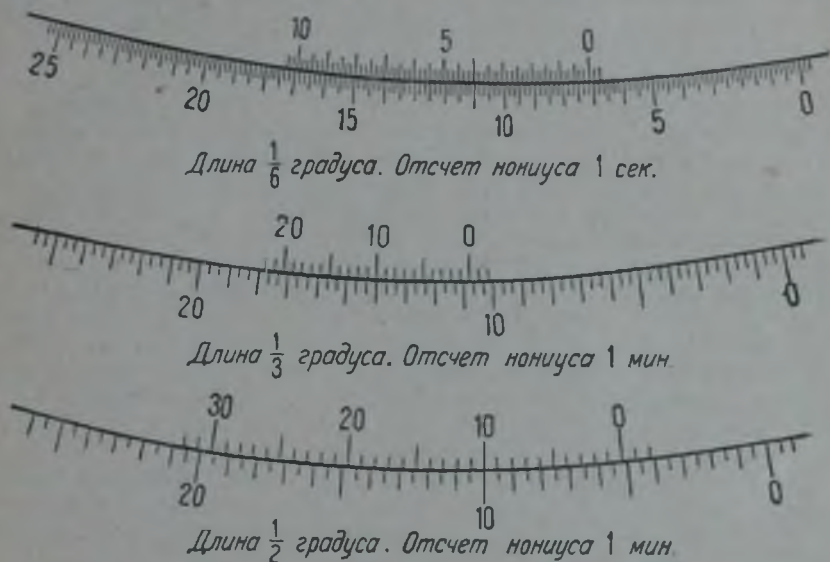
После этого отсчитываем вертикальный круг: пусть отсчет есть R . Затем поворачиваем инструмент около вертикальной оси на 180° , поворачиваем трубу около горизонтальной оси так, чтобы при переходе через вертикальное положение ее объектив был выше окуляра, и вновь наводим ее на ту же точку; при этом круг будет находиться налево от вертикальной оси (*К. Л.*), и отсчет на вертикальном круге мы обозначаем через L . Нужно сообразить, что визирная линия при этой операции была повернута на двойное зенитное расстояние z наблюдавшейся точки и, значит, $2z = (R - L)$ или $2z = (L - R)$, смотря по тому, что больше: R или L , потому что z должно быть положительным. Кроме того, нужно сообразить, что полусумма $\frac{1}{2}(R + L)$ есть такой отсчет круга, при котором визирная линия направлена от окуляра к объективу в зенит; это есть так называемое место зенита MZ (*М. З.*) или точка зенита (*Т. З.*).

Однако эти формулы верны лишь в том случае, если при вращении трубы из первого положения во второе, т. е. с *К. П.* на *К. Л.*, перед указателем при круге не проходил нуль градусов делений круга; в этом же случае полуразность отсчетов есть надирное расстояние и полусумма их есть точка надира; для получения зенитного расстояния и точки зенита нужно до образования полуразности и полусуммы прибавить 360° к меньшему из отсчетов. Итак, для точного измерения зенитного расстояния в случае идеального инструмента нужно уметь производить точные отсчеты кругов; но идеальных инструментов не бывает; в реальном же инструменте есть ошибки, и нужно уметь освобождать полученные отсчеты от влияния этих ошибок. Этими задачами мы займемся в последующих параграфах.

С простым указателем можно производить отсчеты не точнее, чем примерно одна десятая доля самого малого деления круга, оценивая

десятые доли его на глазомер. Этого недостаточно, и давно уже были изобретены средства для более точного отсчета кругов, соответствующие по своей точности той точности, с какой наносятся деления на круге, и даже превосходящие ее. Мы рассмотрим наиболее употребительные.

§ 29. Нониус, или верньер (фиг. 11), состоит из дуги круга, прилегающей к отсчитываемому кругу, на которой вслед за основной, нулевой, чертой, отмеченной цифрой нуль, нанесены на равных расстояниях черты обыкновенно в направлении возрастающих делений круга



Фиг. 11. Нониусы.

Отсчеты нониусов: верхнего $7^{\circ}30'$, среднего $10^{\circ}50'$, нижнего $5^{\circ}10'$

За нулевой чертой нониуса наносится n делений, так что образуется n равных интервалов между чертами, и длина интервала выбирается так, чтобы длина n делений нониуса равнялась длине $(n-1)$ самых малых делений круга; следовательно,

$$\begin{aligned} 1 \text{ деление нониуса} &= (n-1)/n \text{ делениям круга} = \\ &= 1 \text{ делению круга} - 1/n \text{ деления круга.} \end{aligned}$$

Для n выбирается подходящее (см. ниже) число, как то: 10, 30, 60 и т. п. Нулевая черта нониуса играет ту же роль, как указатель, индекс, о котором до сих пор шла речь. Отсчитать круг с помощью нониуса — значит найти то число градусов, минут и секунд (доли секунды с нониусом отсчитать нельзя), которое соответствует продолжению нулевой черты нониуса на разделенный и оцифрованный круг. Младшим называется тот штрих круга, который ближе других под-

ходит к нулевой черте нониуса с той стороны, откуда возрастают названия делений круга. Следующий штрих, который, конечно, лежит по другую сторону от нулевой черты нониуса, называется *старшим*. По оцифрованию круга мы знаем название младшего штриха, например G градусов M минут, и если в малом делении круга содержится m минут, то название старшего штриха есть $G^\circ(M+m)'$. Отсчет явно больше, чем $G^\circ M'$, и меньше, чем $G^\circ(M+m)'$.

Обозначим расстояние от младшего штриха до нулевой черты нониуса через x ; отсчет есть $G^\circ M' + x$, и наша задача состоит в том, чтобы определить x . Заметим, что так как каждое деление нониуса меньше одного деления круга на $1/n$ -ю его долю, то расстояние от первого (после нулевого) штриха нониуса до ближайшего со стороны *младших* делений штриха круга будет уже не x , а $x - 1/n$ делений круга, у второго штриха нониуса оно будет $x - 2/n$ делений круга и т. д. Расстояние между штрихом нониуса и *ближайшим к нему* (на чертеже справа) *младшим* штрихом круга будет все уменьшаться постепенно на $1/n$ -ю долю деления круга, и, наконец, должно случиться, что штрих нониуса и штрих круга будут казаться совпадающими, во всяком случае расстояние между ними будет равно или меньше половины $1/n$ -й доли деления круга. Пусть это случится с k -м (после нулевого) штрихом нониуса. Тогда нетрудно сообразить, что $x = k/n$ делениям круга. Действительно, расстояние от младшего штриха круга $G^\circ M'$ (см. выше его определение) до места совпадения штрихов есть k делений круга; расстояние от нулевой черты нониуса до того же места равно k делениям нониуса; значит, k делений круга равно k делениям нониуса $+ x$, откуда, как и выше, получаем, что $x = k/n$ делениям круга. Таким образом, зная n и отсчитав k , можно определить x .

Для того чтобы точно определить, какой же именно штрих нониуса нужно счесть за совпадающий с соответственным штрихом круга, нужно применять лупу, которая и находится всегда при каждом нониусе. Чтобы штрихи лимба как можно лучше были видны в лупу, при нониусе устраивается так называемый *иллюминатор*, или *осветитель*, в виде небольшого кусочка молочного стекла или белой бумаги (стекло предпочтительнее). Он освещается дневным светом, а ночью лампочкой. Следует так располагать лупу, нониус и осветитель, чтобы свет от него попадал в лупу после отражения от полированной поверхности нониуса и прилегающей к нему части лимба, как от зеркала. Тогда на светлом фоне зеркального изображения иллюминатора отчетливо видны штрихи. Это наиболее рациональная установка осветителя.

При производстве отсчета необходимо: 1) установить лупу по глазу наблюдателя, чтобы штрихи круга и нониуса были видны как можно резче, 2) ставить лупу так, чтобы подозреваемый на совпадение штрих находился как раз в середине поля зрения лупы, 3) считать совпадающим тот штрих нониуса, от которого в обе стороны, направо и налево, расхождение штрихов круга и нониуса идет совершенно симметрично. Соблюдение последних двух условий нужно для того, чтобы уничтожить влияние почти неизбежной в практике ошибки от несовпадения плоскостей круга и нониуса, так называемый параллакс нониуса.

Однако возможно устранить влияние такого несовпадения плоскостей круга и нониуса на отсчет круга посредством применения лупы следующего устройства. Трубочка, на одном конце держащая лупу, на другом конце, через который смотрит наблюдатель, имеет небольшое отверстие, 2—3 мм в диаметре, помещенное *точно* в главной фокальной плоскости лупы и по возможности близ ее оптической оси. Тогда лучи света, попадающие в глаз наблюдателя, идут от различных точек круга и нониуса *параллельно* между собой и явление параллакса уничтожается, хотя бы плоскости круга и нониуса и не совпадали. Конечно, трубочку должно поместить так, чтобы ее ось была перпендикулярна к рассматриваемой части разделенного круга.

В астрономических инструментах очень часто выбирается $n=60$. Тогда, если малое деление круга содержит m' (значок ' обозначает минуту дуги), то $1/n$ -я доля его есть m секунд дуги (m'') и отсчет будет $G^{\circ}M' + km''$. Для того чтобы освободить наблюдателя от умножения m на k и превращения секунд дуги в минуты и секунды, оцифрование нониуса делается не сплошное: 1, 2, 3, ..., а при штрихах его помещаются уже именованные числа: m'' , $2m''$, $3m''$ и т. д., но, понятно, не у каждого штриха, так как на это нехватает места. Для удобства отсчета штрихам нониуса дают разную длину. Пусть, например, $m=10$, $n=60$; тогда каждый шестой штрих делается длиннее других и при нем ставится цифра от 1 до 9, обозначающая целое число минут дуги ($6 \cdot 10'' = 1'$), но отнюдь не номер штриха после нулевого; штрихи же между минутными соответствуют $10''$, $20''$, $30''$ (штрих средней длины), $40''$, $50''$. Таким образом наблюдатель без всяких арифметических действий просто сосчитывает с нониуса величину x и, зная уже название младшего штриха $G^{\circ}M'$, пишет отсчет $G^{\circ}M' + x$.

Нониус может быть ошибочен в том смысле, что его оцифрование не соответствует числу n основного уравнения; например, оцифрование его сделано, скажем, для $n=60$, а на деле, допустим, $n=59$, так что 59 делений нониуса равно 58 делениям круга, а не 60 делений нониуса равно 59 делениям круга. Для испытания нониуса служат штрихи, помещаемые у его концов за нулевым и последним оцифрованными штрихами, обычно 2—3 штриха.

Именно, устанавливая микрометрическим винтом нулевую черту нониуса точно на совпадение со штрихом круга, отсчитывают совпадающую черту на другом конце нониуса; это должна быть последняя оцифрованная черта его, но иногда, хотя в новейших инструментах редко, случается иначе, и тогда отсчеты нониуса нуждаются в поправках. Указанную операцию производят несколько раз в разных частях круга с тем, чтобы ослабить влияние случайных ошибок отсчетов. Пусть, например, у нониуса, у которого по оцифрованию должно быть $=60$, а на круге $m'=10'$, обнаружено в среднем из нескольких

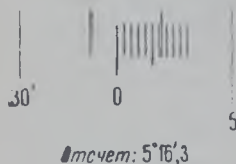
Отсчет по нониусу		Поправка
от 0' 0'' до 0' 19''		0''
0 20	0 58	+ 1
0 59	1 37	+ 2
1 38	2 16	+ 3
2 17	2 55	+ 4
...
8 08	8 46	+ 13
8 47	9 25	+ 14
9 26	10 04	+ 15

определений, что при совпадении нулевой черты отсчет на другом конце есть не $10'00''$, а $9'45''$. Это значит, что в нониусе в действительности $n = 58,5$, а не 60, и поэтому разница этого деления нониуса и круга есть $10'/58,5 = 10'',256$ и каждый отсчет нониуса требует поправки, которая составляет $+0'',256$ на каждое деление, или $+1'',54$ на каждую минуту отсчета; поэтому получается таблица поправок отсчетов, помещенная на стр. 43.

§ 30. Микроскоп со шкалой. На месте простого указателя укрепляется микроскоп обычного простого устройства: объектив дает изображение части круга, увеличенное в 2—5 раз, и оно рассматривается в окуляре; в том месте, где получается действительное изображение части круга, помещается стеклянная пластинка со штрихами, параллельными штрихам круга, обычно числом 11 с десятью интервалами, причем за нулевым штрихом прочие следуют в направлении убывающих делений в изображении круга (фиг. 12).

Длина шкалы и увеличение объектива делаются такими, чтобы малое деление круга, увеличенное объективом, как раз равнялось расстоянию между нулевым и последним штрихами шкалы. В таком случае при каждом положении микроскопа относительно круга в пределах шкалы будет находиться один штрих круга $G^{\circ}M'$, и часть шкалы между нулевым штрихом ее и этим штрихом круга дает в десятых и на-глаз сотых долях деления круга величину x по прежнему нашему обозначению, а значит, и отсчет $G^{\circ}M' + x$.

§ 31. Микроскоп с микрометром. Это — самое точное в настоящее время приспособление для отсчета кругов; мы опишем микроскоп с микрометрическим винтом, как наиболее ходовую форму (фиг. 13). В том месте, где от объектива B микроскопа получается увеличенное изображение части круга, помещается коробочка K (фиг. 14), в которой на ползушках движется рамочка PP с паутинными нитями. Ее можно медленно перемещать очень точно нарезанным винтом; обычно с одной из сторон рамочки соединена гайка, в которую входит винт, конец же его упирается в какую-либо часть коробочки (винт N'); пружина или каждая из двух спиральных пружин одним своим концом упирается в коробочку, а другим в рамочку и, находясь в сжатом состоянии, прижимает конец винта к его упору. На другом конце винта, свободно выходящем наружу из коробочки, помещается невысокий цилиндр M , так называемый *барабан*, на котором нанесены деления; в микрометрах для отсчетов кругов число делений обыкновенно 60; к коробочке прикреплен указатель, по которому производится отсчет делений барабана до десятой доли деления на-глаз; внутри коробочки находится почти в плоскости движения нитей гребеночка, причем расстояние между зубчиками ее точно равно одному ходу винта, т. е. перемещению рамочки с нитями при повороте винта ровно на один оборот. У барабана на самом конце винта находится головка, которую нужно держать в руке при вращении винта. Вблизи объектива B , между ним и лимбом круга, помещается так называемый *иллюминатор*, или *осветитель*; обычно он имеет форму белой пла-

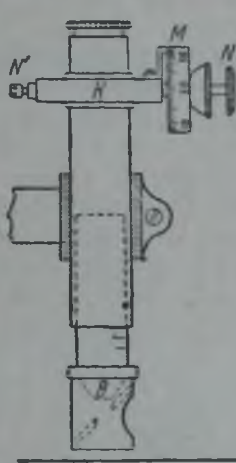


Фиг. 12.

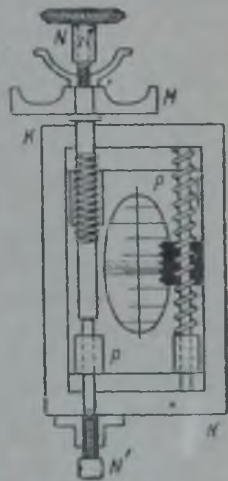
стинки с отверстием перед самым объективом (см. фиг. 13). Дневной свет, а ночью свет лампочки освещает эту пластинку, она рассеивает свет и, таким образом, освещает часть лимба под микроскопом.

Нити натягиваются таким образом: две нити близко одна к другой, образуя парную или двойную нить, перпендикулярно к оси винта, и третья — перпендикулярно к ним, т. е. параллельно винту. Когда отсчет на барабане есть 0,0 (барабан стоит на нуле), то двойная нить находится у кончика какого-либо зубчика гребенки; иногда есть особый винтик в коробке микрометра, которым можно немного перемещать либо упор винта, либо гребенку и добиваться такого согласия гребенки и барабана. Всегда можно этого добиться поворотом барабана на конце винта; но эта операция сопровождается большими неприятностями в отношении учета ошибок винта и потому не рекомендуется; см. подробнее § 101. Один из зубчиков отмечен от других маленькой дырочкой. Мы будем называть *начальным*, или *нулевым*, такое положение двойной нити, при котором отсчет барабана есть точно 0,0, а нить проходит через зубчик с дырочкой, а не какой-либо другой зубчик. Совершенно не важно, если при этом двойная нить *не* в точности проходит через дырочку или через кончик зубца: зубчик с дырочкой служит только для отметки начального нулевого *оборота* винта, а положение нити определяется тем, что при этом обороте отсчет на барабане должен быть 0,0. Такое вращение винта, при котором он ввинчивается в свою гайку (такое, как при ввинчивании штопора в пробку), называется *положительным вращением*; при положительном вращении винта нити движутся к барабану, если, как это обыкновенно делается, гайка винта соединена с рамкой с нитями; пружина внутри коробки должна при этом *сжиматься*. Обыкновенно при положительном вращении винта деления барабана, проходящие мимо его указателя, возрастают (но это не обязательно).

Всякое вращение винта *обязательно* должно *заканчиваться положительным его вращением*, т. е. *ввинчиванием* его, при котором рука наблюдателя, сжимая пружину, устанавливает нить там, где хочет наблюдатель. Если же винт вывинчивается, то наблюдатель дает действовать разжимающейся пружине; опыт показывает, что отсчет на барабане при наведении нити на штрих может быть различным, смотря по тому, было ли последнее движение ввинчиванием винта или его вывинчиванием; это различие называется *мертвым ходом* винта. Для однообразия и ввиду большей определенности ввинчивания всякое вращение винта должно оканчиваться *ввинчиванием* его.



Фиг. 13.



Фиг. 14.

Микроскоп с микрометром.

Винт микрометра должен быть возможно точным. Это значит, что линейное перемещение двойной нити при повороте винта на один оборот должно быть одинаково при всех оборотах и, кроме того, линейное перемещение нити при повороте винта на $1/n$ -ю долю его оборота должно точно равняться $1/n$ -й доле линейного перемещения нити при повороте винта на один оборот. В настоящее время техника изготовления микрометрических винтов настолько совершенна, что ошибками винтов почти всегда можно пренебрегать, так как они значительно меньше неизбежных ошибок, которые делает наблюдатель при работе с инструментом. Об определении ошибок винтов см. § 101—107.

§ 32. Установка микроскопа над кругом. Микроскоп с микрометром описанного устройства помещается над разделенным кругом вместо простого указателя или нониуса, или микроскопа со шкалой так: 1) чтобы изображение части круга находилось точно в той плоскости, где находятся нити, с тем, чтобы через окуляр одновременно были резко видны и нити, и штрихи круга без параллакса (см. § 17); 2) чтобы двойная нить была параллельна штрихам круга, так что при установке штриха по середине между нитями все точки штриха находились бы точно по середине между обеими нитями; 3) чтобы при таком вращении винта, когда мимо указателя у барабана проходят постепенно *возрастающие* деления его, нить двигалась *от старших к младшим* штрихам в изображении круга в микроскопе; 4) чтобы расстояние между соседними штрихами круга равнялось *целому* числу оборотов винта. Последнее определяется тем, что наводят только что указанным способом двойную нить на какой-либо штрих круга, замечают отсчет на барабане, допустим a , затем наводят нить на соседний штрих и тоже отсчитывают барабан; если его отсчет опять есть a , то, значит, в пределах точности операций наблюдателя действительно целое число оборотов винта содержится в одном делении круга.

Практика показала, что установка двойной нити на штрих круга, штрих точно по середине между нитями, делается с большей точностью, чем установка одиночной нити на середину толшины штриха; поэтому во всех микрометрах для отсчета кругов применяется двойная нить; обе нити должны ставиться на штрих так, чтобы в то время, когда штрих круга находится между ними, между ним и нитями по обе стороны его оставались узкие просветы; при правильности установки эти просветы должны быть равны между собой.

Для достижения указанных условий микроскоп можно двигать вдоль его длины и поворачивать его в обоймах, которыми он прикреплен к алидаде, можно удлинять и укорачивать расстояние объектива от нитей выдвижением и вдвижением трубок микроскопа. Нужно сообразить, что если изображение одного деления круга немного больше целого числа оборотов винта, то, значит, увеличение объектива слишком велико и, чтобы его уменьшить, надо приблизить объектив к нитям в соответствии с формулой для собирающей оптической системы (см. § 16) и, наоборот, удалить его от нитей в противном случае. При этом полезно помнить, что увеличение объектива пропорционально $d_2 - f$, т. е. расстоянию от объектива до нитей за вычетом фокусного расстояния объектива (см. § 16). Поэтому, если, например, одному

интервалу на круге соответствует $120 + n$ делений барабана вместо желательных 120, то для исправления этого нужно расстояние между объективом и нитями уменьшить (если n положительно) или увеличить (если n отрицательно) на n стодвадцатых долей расстояния $d_2 - f$ и, конечно, после этого изменить расстояние микроскопа от круга так, чтобы изображение лимба совпало с плоскостью нитей в микроскопе. Невозможно в точности достигнуть равенства между делением круга и целым числом оборотов винта, но нужно сделать разницу между ними как можно меньше, меньше одного деления барабана; тогда ее легче учесть и исправить отсчет круга от этой ошибки.

После окончательной установки микроскопа наведение двойной нити на штрих делается в том месте, где двойная нить и штрих круга пересекаются перпендикулярной к ним нитью микрометра; в этом и заключается назначение этой одиночной нити.

§ 33. Отсчет круга при помощи микроскопа с микрометром; ошибка рэна. Отсчет круга производится следующим образом. Поставим двойную нить в нулевое положение, т. е. снаружи — указатель на нуле барабана, внутри — нить на зубчике с дырочкой; сообразим название младшего $G^{\circ}M'$ штриха круга, т. е. (см. выше) того, который ближе всего подходит к нити с той стороны, откуда возрастают деления (где они меньше). Нулевое положение двойной нити по своему значению в точности соответствует черте простого указателя или нулевой черте нониуса, и поэтому расстояние от младшего штриха до середины между нитями есть тот самый x , который нам нужен, чтобы, прибавив его к $G^{\circ}M'$, получить отсчет $G^{\circ}M' + x$; в нашем случае x измеряется оборотами винта. От нулевого положения перемещаем нить к младшему штриху и замечаем по зубчикам гребенки, сколько целых оборотов, допустим k , проходит нить, прежде чем дойдет до младшего штриха, а потом, установив двойную нить на младший штрих, производим отсчет при указателе у барабана, допустим, a_{μ} ; так как деления на барабане возрастают при движении нити к младшему штриху (см. выше, третье условие), то, значит, x содержит k целых оборотов винта и еще a_{μ} делений барабана; допустим, что число делений на барабане, как это почти всегда бывает, есть 60; тогда $x = 60k + a_{\mu}$ делений барабана. Положим теперь, что самое малое деление круга содержит m минут дуги, и допустим пока, для простоты рассуждений, что ему соответствует в точности целое, именно n , число оборотов винта. Значит, m минут дуги равно $60n$ делениям барабана, а 1 деление барабана равно m/n секундам дуги. А если так, то

$$x = (60k + a_{\mu}) \text{ делений барабана} = (60k + a_{\mu}) m/n \text{ секундам дуги,}$$

и точный отсчет есть $G^{\circ}M' + (60k + a_{\mu}) m/n$ секунд дуги.

Однако, как уже было сказано, никогда нельзя достигнуть того, чтобы m минут дуги точно равнялось $60n$ делениям барабана. Поэтому всегда, когда требуется наивысшая точность, наблюдатель наводит нить не только на младший, но и на старший штрих, ближайший к нулевому положению двойной нити. Пусть отсчет на барабане при наведении на старший штрих есть a_{μ} .

Нужно сообразить, что во всех случаях, будет ли a_m больше или меньше, чем a_o , справедливо следующее соотношение:

m минут дуги $= 60m$ секундам дуги $= (60n + a_m - a_o)$ делениям барабана,

если, как условлено, деления барабана возрастают при движении нити от старшего штриха к младшему.

Отсюда следует, что

$$1 \text{ деление барабана} = \frac{60m}{60n + a_m - a_o} \text{ секундам дуги} = \frac{m}{n} \frac{1}{1 - (a_o - a_m)/60n}.$$

Ввиду малости дроби $(a_o - a_m)/60n$, применяя к этому случаю упрощение формул, указанное в первом пункте § 12, мы можем написать

$$\frac{m}{n} \frac{1}{1 - (a_o - a_m)/60n} = \frac{m}{n} [1 + (a_o - a_m)/60n] \text{ секундам дуги.}$$

Величина $a_o - a_m$ называется английским термином «рэн» ¹⁾ (по-английски «rip»), и нужно для определенности всегда указывать:

«рэн — старший минус младший на n оборотов винта или на одно деление круга».

В этом более общем случае имеем

$$\begin{aligned} x &= (60k + a_m) \frac{m}{n} \left(1 + \frac{a_o - a_m}{60n} \right) \text{ секунд дуги} = \\ &= (60k + a_m) \frac{m}{n} + (60k + a_m) \frac{m}{n} \frac{a_o - a_m}{60n}. \end{aligned}$$

Второй член этого двучлена называется «поправкой от рэна», или «приведением, редукцией от рэна». Для вычисления его правильнее применять не те отдельные значения рэна, которые получаются при каждом отдельном отсчете, а брать среднее из многих значений $a_o - a_m$, которые получаются в течение ряда отсчетов, например, в течение одного вечера наблюдений. В среднем значении взаимно уничтожаются случайные ошибки наблюдателя и возможные ошибки делений круга.

Итак, мы получаем следующее выражение для отсчета круга:

$$G^\circ M' + (60k + a_m) \frac{m}{n} + (60k + a_m) \frac{m}{n} \frac{a_o - a_m}{60n}.$$

§ 34. Более точный отсчет круга. Однако из предыдущих данных мы можем вывести еще и другое выражение для того же отсчета круга, а именно, исходя от старшего штриха так же, как до сих пор мы исходили от младшего.

Обозначим число минут, секунд и долей секунды в разности между нулевым положением двойной нити (см. выше) и старшим штрихом через y . Тогда отсчет есть $G^\circ M' + m' - y$. Сумма $x + y$ равна расстоянию между обоими штрихами, т. е. $(60n + a_m - a_o)$ делениям бара-

¹⁾ Начертание и произношение по-русски «рэн» гораздо более соответствуют произношению «rip» по-английски, чем русское «рён» с ё, как в слове «ёж». Нужно произносить «рэн», а не «рён».

бана; а так как $x = 60k + a_m$ делениям барабана, то
 $y = (60n + a_m - a_o) - (60k + a_m) = (60n - 60k - a_o)$ делениям барабана,
откуда получаем

$$y = (60n - 60k - a_o) \frac{m}{n} \left(1 + \frac{a_o - a_m}{60n} \right) \text{ секундам дуги}$$

или

$$y = \left[60m + \frac{m}{n} (a_o - a_m) - (60k + a_o) \frac{m}{n} - \right. \\ \left. - (60k + a_o) \frac{m}{n} \frac{a_o - a_m}{60n} \right] \text{ секундам дуги.}$$

Вычитая это выражение из $G^\circ M' + m'$ и учитывая, что m' , т. е. m минут дуги, равны $60m$ секундам дуги, получаем такое выражение для отсчета:

$$G^\circ M' + (60k + a_o) \frac{m}{n} + (60k + a_o) \frac{m}{n} \frac{a_o - a_m}{60n} - \frac{m}{n} (a_o - a_m).$$

Имея два выражения для одной и той же величины, это и последнее выражение предыдущего параграфа, мы возьмем за окончательное значение среднее арифметическое их обоих, т. е.

$$\text{отсчет} = G^\circ M' + \left(60k + \frac{a_m + a_o}{2} \right) \frac{m}{n} + \left(60k + \frac{a_m + a_o}{2} \right) \frac{m}{n} \frac{a_o - a_m}{60n} - \\ - \frac{1}{2} \frac{m}{n} (a_o - a_m).$$

Два последних члена составляют «поправку за рэн». Легко видеть, что если нулевое положение двойной нити близко к младшему штриху, т. е. $k = 0$, а $1/2(a_m + a_o)$ — малая величина, то эта поправка равна $-\frac{1}{2} \frac{m}{n} (a_o - a_m)$ секундам дуги. Если же нулевое положение двойной нити близко к старшему штриху, т. е. $k = n - 1$ и $1/2(a_m + a_o)$ близко к 60 , а значит, $\left(60k + \frac{a_m + a_o}{2} \right)$ близко к $60n$, то эта поправка близка к $+\frac{1}{2} \frac{m}{n} (a_o - a_m)$ секундам дуги.

Таким образом, беря для окончательного отсчета среднее из наведений на старший и младший штрих, т. е. $1/2(a_o + a_m)$, мы получаем поправку за рэн, вдвое меньшую, чем в том случае, если берем только a_m , и, кроме того, она бывает то положительной, то отрицательной. Если окончательный результат какого-либо измерения основывается на многих отсчетах круга (например, при измерении широты или поправки часов по наблюдениям многих звезд), то существует большая вероятность того, что эти положительные и отрицательные поправки за рэн взаимно уничтожатся и не повлияют на окончательный средний результат, а следовательно, их вообще можно не принимать во внимание. Однако при этом увеличивается расхождение между отдельными определениями измеряемой величины, а значит, и средняя, и вероятная

ошибка измерения. Никак нельзя пренебрегать поправками за рэн, если число отдельных измерений определяемой величины невелико, например не более 4.

Для удобнейшего вычисления поправки за рэн выгодно составить таблицу значений этой поправки по аргументу $60k + \frac{1}{2}(a_m + a_c)$.

Ниже приводится пример такой таблицы, вычисленной для следующих исходных данных: из нескольких измерений в инструменте, в котором $m = 10'$, $n = 2$ и барабан микрометра разделен на 60 частей,

Отсчет		Поправка отсчета	Отсчет		Поправка отсчета
k	$\frac{1}{2}(a_c + a_m)$		k	$\frac{1}{2}(a_c + a_m)$	
0	0"	-1",78	1	0"	0",00
0	10	-1,48	1	10	+0,30
0	20	-1,18	1	20	+0,59
0	30	-0,89	1	30	+0,89
0	40	-0,59	1	40	+1,18
0	50	-0,30	1	50	+1,48
0	60	0,00	1	60	+1,78

было найдено, что $a_c - a_m = +0,71$ деления барабана. Следовательно, 1 деление барабана приблизительно равно $\frac{10}{2} = 5''$ дуги, а поправка за рэн получается равной $\frac{m}{n} \frac{a_c - a_m}{60n} = +5'' \frac{0,71}{120} = +0'',0296$ на 1 деление барабана. Поэтому для исправления отсчетов получается такая вышеприведенная таблица.

Пример отсчета с этим микроскопом:

$$243^\circ 20' \quad 1 \text{ оборот} \quad 27,3 \quad (a_m) \\ 28,0 \quad (a_c)$$

$$\text{среднее} \quad 87,65$$

$$\times 5'' \quad 438'',25$$

$$\text{рэн} \quad +0,82$$

$$439,07$$

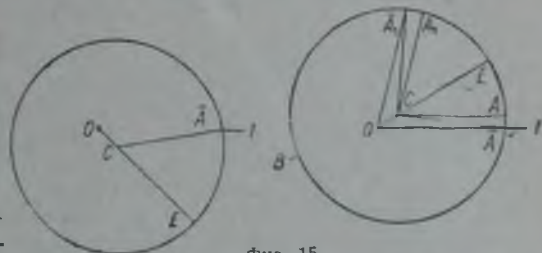
Отсчет: $243^\circ 27' 19'',07$.

§ 35. Эксцентриситет круга или алидады. При отсчете круга неизбежна ошибка, характер которой станет ясен из того, что будет сейчас изложено. Положим, что визирная линия инструмента (см. § 16 и 17) связана с кругом, центр делений которого C не совпадает с той точкой O , в которой ось вращения его пересекается с его плоскостью. Положим, что первое и второе положения круга таковы, как изображенные на фиг. 15. Пусть I — указатель при круге, или нулевая черта нониуса, или нулевое положение двойной нити микрометра. Пусть отсчеты суть \bar{A}_1 и \bar{A} ; обозначим этими буквами положения указателя на круге при обоих положениях круга. Тогда угол поворота круга, а с ним и визирной линии, т. е. измеряемый угол, есть $\bar{A}_1 O \bar{A}$, а раз-

ность отсчетов есть $\bar{A} - \bar{A}_1$, т. е. центральный угол круга $\bar{A}_1 C \bar{A}$; ясно, что эти углы не равны: $\bar{A}_1 C \bar{A}$ в нашем случае больше, чем $\bar{A}_1 O \bar{A}$. Это значит, что измерение неверно и требует исправления.

Проведем через центр C прямые линии CA_1 и CA , параллельные линиям OA_1 и OA ; тогда ясно, что угол $A_1 C A$ равен измеряемому углу поворота визирной линии и круга $\bar{A}_1 O \bar{A}$ и, значит, точки A_1 и A на круге суть

те, на которые должны были бы приходиться положения указателя при обоих отсчетах, или, иными словами, A_1 и A суть отсчеты при совпадении точек O и C , а измеряемый угол равен $A - A_1$. Поэтому для исправления наших измерений



Фиг. 15.

нужно вместо \bar{A}_1 и \bar{A} взять A_1 и A , а для этого нужно знать разности $A_1 - \bar{A}_1$ и $A - \bar{A}$.

Чтобы вычислить эти разности, обозначим линейное расстояние OC через e ; оно называется *эксцентриситетом круга* или *оси вращения*, а рассматриваемая ошибка — *ошибкой эксцентриситета*. Обозначим расстояние OI через R , отсчет (или место на круге), на который указывает прямая, идущая от O к C , через E и положим, что оцифрование делений возрастает по часовой стрелке.

Ясно, что угол $\bar{A} - A$ равен углу $\bar{C}AO$ в треугольнике $\bar{C}AO$ и что

$$\frac{\sin(\bar{A} - A)}{e} = \frac{\sin \bar{C}AO}{e} = \frac{\sin OCA}{OA} = \frac{\sin(180^\circ - ACE)}{R} = \frac{\sin ACE}{R} = \frac{\sin(\bar{A} - E)}{R},$$

потому что по уговору оцифрование возрастает по часовой стрелке и углы $\bar{C}AO$ и $\bar{A}CE$ выражаются через отсчеты так: $\bar{A} - A$ и $\bar{A} - E$, а не наоборот, т. е. не $A - \bar{A}$ и не $E - \bar{A}$, как было бы, если бы оцифрование шло против часовой стрелки.

Из предыдущей формулы получаем

$$\sin(\bar{A} - A) = \frac{e}{R} \sin(\bar{A} - E).$$

Так как e всегда очень мало по сравнению с R , то разность $(\bar{A} - A)$ тоже мала и с допустимой по малости ошибкой можно положить

$$\bar{A} - A = \frac{e}{R} \sin(\bar{A} - E),$$

где $\bar{A} - A$ выражено в радианах. Умножая обе части этого уравнения на 206 265'', мы получаем

$$(\bar{A} - A)'' = (\bar{A} - A) 206\,265'' = \frac{206\,265'' e}{R} \sin(\bar{A} - E) = e'' \sin(\bar{A} - E),$$

где e'' и $(\bar{A} - A)''$ выражены в секундах дуги. Или же, опять-таки с допустимой ошибкой (см. § 12), можем также написать

$$(\bar{A} - A)'' = e'' \sin(A - E).$$

Отсюда, считая \bar{A} и A выраженными в градусах, минутах и секундах, выводим

$$A = \bar{A} - e'' \sin(A - E). \quad (7)$$

Подобную же формулу читатель может получить и для A_1 .

Значит, для того чтобы из неверного отсчета \bar{A} получить верный отсчет A , нужно знать e'' и E . Но можно избежать этого следующим образом. Положим, что, кроме указателя A , при том же круге имеется еще и указатель B , помещенный на противоположной стороне круга, так что угол AOB , считаемый от OA к OB по возрастающим делениям круга, есть $180^\circ + a$, где a — малый угол (на чертеже a имеет отрицательное значение). Будем при производстве наблюдений отсчитывать круг по обоим указателям. Ясно, что отсчеты по B , обозначаемые буквой \bar{B} , будут все приблизительно на 180° больше (или меньше) отсчетов \bar{A} , но не всегда на одну и ту же величину. Отсчеты \bar{B} будут тоже ошибочны, и ошибки их будут выражаться найденной нами формулой, так что верные отсчеты B будут

$$B = \bar{B} - e'' \sin(B - E).$$

Однако верные отсчеты A и B связаны соотношением

$$B - A = \angle AOB = 180^\circ + a.$$

Следовательно,

$$B = \bar{B} - e'' \sin(A + 180^\circ + a - E).$$

При малых значениях e'' мы на основании § 12 с достаточной степенью точности сможем написать

$$B = \bar{B} + e'' \sin(A - E).$$

Но

$$A = B - 180^\circ - a$$

и, следовательно, из двух последних выражений мы получаем

$$A = \bar{B} - 180^\circ - a + e'' \sin(A - E). \quad (8)$$

Взяв из двух выражений (7) и (8) среднее, получим

$$A = \frac{1}{2}(\bar{A} + \bar{B} - 180^\circ) - \frac{1}{2}a,$$

член же, зависящий от e , исчезает.

Подобным же образом и для другого нашего отсчета A_1 находим

$$A_1 = \frac{1}{2}(\bar{A}_1 + \bar{B}_1 - 180^\circ) - \frac{1}{2}a.$$

Однако во всех измерениях, как это читатель увидит далее, всегда

нужна бывает *разность* отсчетов круга в двух положениях, и мы видим, что

$$A_1 - A = \frac{1}{2}(\bar{A}_1 + \bar{B}_1 - 180^\circ) - \frac{1}{2}(\bar{A} + \bar{B} - 180^\circ),$$

т. е. и неизвестный нам угол α исчезает.

Таким образом для освобождения измерений от ошибки эксцентриситета достаточно иметь два указателя на концах одного диаметра круга и отсчитывать круг по обоим; затем один из них надо избрать главным (A), из отсчетов по другому (B) всегда вычитать 180° , получая $B - 180^\circ$, а затем брать среднее: $\frac{1}{2}(A + B - 180^\circ)$.

§ 36. Польза двух нониусов или микроскопов. Заметим, что два диаметрально противоположные указателя при круге имеют еще более общее значение, чем только что указанное. Представим себе, что в действительности или только в нашем рассуждении *разделенный* круг, или алидада с указателями, *немного* перемещен из одного положения в другое *поступательным* движением, т. е. так, что каждая прямая остается параллельной своему начальному положению, без поворота; нужно сообразить, что тогда отсчеты каждого указателя изменятся, но изменятся на одну и ту же абсолютную величину, знаки же у этих изменений будут различны: если у одного указателя отсчет уменьшится, то у другого увеличится; если, например, первый передвинется в сторону младшего штриха, то другой — в сторону старшего, и, значит, полусумма их останется без изменения. Такой случай может произойти с вертикальным кругом универсального инструмента по следующей причине. Вращение трубы и вертикального круга, скрепленных с горизонтальной осью, происходит от вращения цапф оси на их лагерьях; ось цапфы, ближайшей к кругу, может пересекать плоскость круга не в его центре, и отсюда получается только что рассмотренная ошибка; но, с другой стороны, алидада с указателями (нониусом, микроскопом) насаживается на коническое продолжение горизонтальной оси; от середины алидады отходит палец, конец которого помещается (см. § 24) между пружиной и винтом; с алидадой скреплен уровень (о его действии см. § 55). Если ось конического продолжения горизонтальной оси не совпадает с осью цапфы, то при вращении горизонтальной оси алидада движется, причем по общему правилу кинематики каждое ее положение может быть получено из идеального неподвижного положения ее в случае совпадения осей конуса и цапфы путем одного поступательного перемещения и одного вращения.

Ошибки отсчета круга, происходящие от поступательного перемещения, исправляются на основании замечаний, изложенных в настоящем параграфе, путем отсчета на двух диаметрально противоположных указателях; ошибки же, происходящие от вращения алидады, исправляются при помощи уровня, о чем см. в конце § 55.

§ 37. Определение эксцентриситета на практике. Итак, влияние эксцентриситета круга или алидады устраняется из отсчетов круга, вследствие чего нет нужды знать e'' и E . Однако для учащихся определение этих величин представляет хорошую практику для приобретения некоторого навыка в отсчетах круга и в обработке наблюдений.

Чтобы вывести уравнение для определения e'' и E , приравняем полученные в § 35 два выражения (7) и (8):

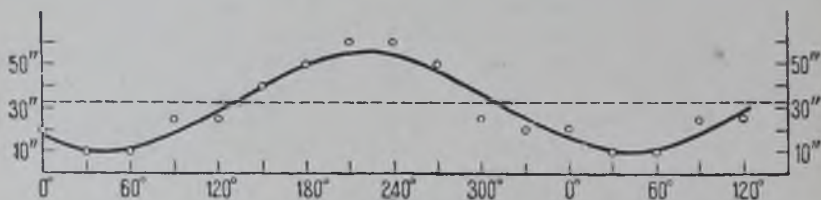
$$A = \bar{A} - e'' \sin(A - E) = \bar{B} - 180^\circ - a + e'' \sin(A - E)$$

и без заметной ошибки можем под знаком синуса написать \bar{A} , так что получим

$$2e'' \sin(\bar{A} - E) - a = \bar{A} - (\bar{B} - 180^\circ). \quad (9)$$

Здесь \bar{A} и \bar{B} суть непосредственные отсчеты на обоих указателях (нониусах или микроскопах), и, значит, из каждого положения круга получаем одно уравнение с тремя неизвестными e'' , E и a , между тем как правая часть есть величина известная.

Нерационально решать только три уравнения для получения трех неизвестных; необходимо получить больше, например 12 уравнений,



Фиг. 16.

отсчитав оба указателя в двенадцати положениях круга, и решить их или по способу наименьших квадратов, или, что быстрее, нагляднее и поучительнее, следующим графическим путем. Поступаем следующим образом: 1) Строим 12 точек с абсциссами \bar{A} , причем \bar{A} имеет значения $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 330^\circ$ или, лучше для практики отсчетов, не точные градусы, а с немногими минутами, например $0^\circ 02' 00'', 30^\circ 02' 00''$ и т. д., и с соответствующими ординатами $n = \bar{A} - (\bar{B} - 180^\circ)$, выраженными в секундах дуги. 2) Проводим через полученные 12 точек синусоиду, не заботясь об особой точности проведения ее, но обязательно удовлетворяя следующим условиям: а) кривая симметрична относительно точек максимума и минимума, б) верхняя часть такова же, как нижняя, только перевернута низом вверх, в) ось кривой, конечно, параллельная оси x -ов, пересекает кривую в двух точках так, что расстояния между соседними точками одинаковы; конечно, если учащийся имеет ясное представление о форме синусоиды, то большой ошибки при проведении ее на-глаз легко избежать.

Из полученной кривой легко получить искомые величины: ордината оси кривой есть $-a$, разница ординат точек максимума и минимума есть $4e''$; E есть абсцисса той точки оси, в которой кривая, если идти по возрастающим \bar{A} , пересекает ось, идя снизу вверх. Полезно, чтобы учащийся, найдя по собственным отсчетам эти величины для своего инструмента, вычислил также *линейное* значение величины CO ; конечно, при этом предполагается, что вся ошибка происходит

только от эксцентриситета круга или алидады, а не от обеих указанных выше причин.

Пример к определению эксцентриситета. Универсал Эртеля

\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} - \bar{B} + 180^\circ$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} - \bar{B} + 180^\circ$
0°05'00"	180°04'40"	+ 20"	180°05'10"	0°04'20"	+ 50"
30 05 20	210 05 10	10	210 05 40	30 04 40	60
60 05 30	240 05 20	10	240 05 00	60 04 00	60
90 05 50	270 05 25	25	270 05 10	90 04 20	50
120 05 05	300 04 40	25	300 05 35	120 05 10	25
150 05 30	330 04 50	+ 40	330 05 30	150 05 10	+ 20

Построив точки и проведя кривую (см. фиг. 16), получаем из нее

$$e'' = \frac{55'' - 10''}{4} = 11'', \quad a = -\frac{55'' + 10''}{2} = -32'', \quad E = 135^\circ.$$

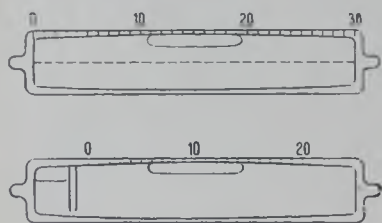
Радиус круга равен 60 мм, поэтому $e = \frac{11'' \cdot 60}{206\,265} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \mu$.

§ 38. Устройство уровня и его свойства. Итак, мы умеем отсчитывать круги и освобождать отсчеты от ошибок эксцентриситета. Положим, что мы имеем безошибочный универсальный инструмент со взаимно перпендикулярными осями, с визирной линией, перпендикулярной к горизонтальной оси, с кругами, точно разделенными и перпендикулярными к осям. Тогда, чтобы иметь идеальный инструмент, нужно еще уметь поставить вертикальную ось нашего инструмента действительно вертикально. Для этой цели служит вспомогательный инструмент — *уровень*, а операция приведения вертикальной оси в вертикальное положение называется *нивелировкой*, или *нивелированием*, инструмента.

Уровень состоит из стеклянной трубки, снаружи приблизительно цилиндрической, у которой внутренняя поверхность представляет в идеальном случае поверхность вращения, образованную вращением дуги круга очень большого радиуса (от десятка метров до полукилометра) около прямой, близко расположенной к ней с ее вогнутой стороны (см. фиг. 17); эту прямую мы будем называть далее *осью уровня*. Трубка заполнена серным эфиром и запаена с обоих концов, но так, что внутри имеется небольшое пространство, заполненное парами эфира, а не воздухом или чем-либо другим, кроме эфира; это пространство называется *пузырьком уровня*. Снаружи на трубке нанесены деления, обыкновенно длиной по 2—3 мм. Они оцифрованы либо так, что приблизительно в середине трубки стоит нуль, а деления оцифрованы в обе стороны от нуля, либо так, что нуль стоит на одном конце, а в середине трубки стоит какое-либо круглое число: 10, 15, 20 и т. п. (мы будем обозначать его буквой *m*).

Когда ось уровня горизонтальна, то середина пузырька уровня стоит приблизительно, но не обязательно точно, на этом среднем делении. Положение пузырька на трубке определяется отсчетами на шкале его концов и притом либо действительно концов пузырька, либо же тех мест (ближе к середине пузырька, чем концы его), где кончается жидкость и начинается газ. Например, на фиг. 17 сверху отсчеты

уровня суть или 10,6—19,4 по концам пузырька, или 11,4—18,6 по тем местам, где кончается жидкость. Отсчеты производятся с точностью до десятых долей деления; смотреть нужно *перпендикулярно* к оси уровня во избежание влияния параллакса, так как пузырек и шкала не совпадают. Длина пузырька уменьшается при повышении температуры, потому что кубическое расширение эфира больше кубического расширения стекла и потому что при повышении температуры часть



Фиг. 17. Уровень.

газа обращается в жидкость; чтобы это могло быть, необходимо, чтобы пузырек был занят лишь парами эфира.

Чтобы избежать такого изменения длины пузырька при изменении температуры, делаются так называемые *уровни с камерой*, или *камерные*. В них у одного конца трубки помещается стеклянная перегородка с дырочкой на стороне, противоположной шкале; если этот конец опустить или поднять,

то пары эфира выходят из-за перегородки или входят в нее, и объем пузырька изменяется.

Уровень всегда заключается в металлическую оправу, лучше всего таким образом, что концами он лежит на прямоугольных вырезах, как цапфы на лагерьях, а сверху прижимается к ним пружинками и лагери соединены металлической дощечкой, которая уже привинчивается к какой-либо части инструмента.

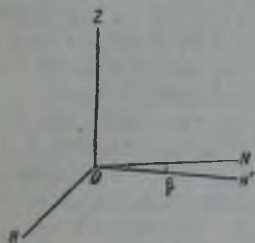
Основное свойство уровня заключается в том, что он очень чувствителен к изменению наклона его оси к горизонту; при малейшем изменении этого наклона пузырек перемещается вдоль делений более или менее быстро в зависимости от величины радиуса дуги внутреннего продольного сечения уровня. Вследствие силы тяжести каждая капля эфира стремится быть как можно ниже, и поэтому пузырек, в частности середина его, занимает всегда при спокойном состоянии жидкости самое высокое место внутри трубки.

Исходя из этого, важно уяснить себе следующие свойства уровня:

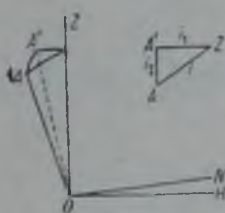
- 1) Пузырек не сходит с места, а) если уровень вращается вокруг вертикальной линии и б) если он перемещается поступательно, т. е. так, что каждая прямая линия в нем остается параллельной своему начальному направлению; действительно, в обоих случаях верхняя точка в начальном положении остается верхней и во всех следующих.
- 2) Пузырек не передвигается вдоль делений, а только перемещается перпендикулярно к оси, если уровень вращается вокруг его оси; во всех этих случаях при движении уровня не происходит изменения наклона его оси к горизонту. При всех других вращениях этот наклон изменяется и сообразно с этим изменяется и положение верхней точки внутри уровня, и пузырек перемещается вдоль делений. Следующие два случая особенно важны (фиг. 18).
- 3) Если уровень ON (его ось) вращается около горизонтальной оси OH , перпендикулярной к ON , то при повороте плоскости NOH на угол α ON поворачивается тоже на угол α ; если угол NOH меньше прямого, то ON повернется на угол,

меньший α . 4) Если ось уровня образует малый (в несколько секунд дуги) угол с горизонтом и вращается около близкой к горизонтальности оси OH' , причем угол β между ON и OH' мал, то и при больших углах поворота вокруг OH' (90° , 180° , 270°) изменение угла ON к горизонту все же мало, — не более 2β .

§ 39. Вращение уровня около оси, близкой к вертикальной линии. Рассмотрим вращение уровня около оси OA , близкой к вертикальной линии OZ (см. фиг. 19а). Обозначим малый угол AOZ через i ;

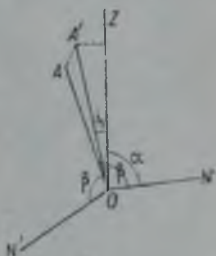


Фиг. 18.



а

Фиг. 19.



б

положим, что OZ и ось уровня ON лежат в плоскости чертежа, что ось OA наклонена к этой плоскости на угол i_2 , что проекция OA на плоскость чертежа, а именно прямая OA' , образует с OZ угол i_1 ; обозначим угол NOA , неизменный в нашем рассуждении, через β , а угол NOZ , меняющийся, через α ; допустим, что β , а значит, и α близки к $90^\circ 00' 00''$.

Тогда: 1) если повернуть ось OA и вместе с ней ON около горизонтальной оси OH' , лежащей в плоскости чертежа, на малый угол i_2 до совмещения OA с OA' , то перемещение пузырька будет совершенно незаметно (четвертый случай, указанный в § 37, — сам угол поворота около OH очень мал, несколько секунд); 2) если повернуть уровень около оси OA' на 180° , то получим положение, изображенное на фиг. 19б; до поворота $\alpha_1 = \beta - i_1$, после поворота $\alpha_2 = \beta + i_1$; следовательно,

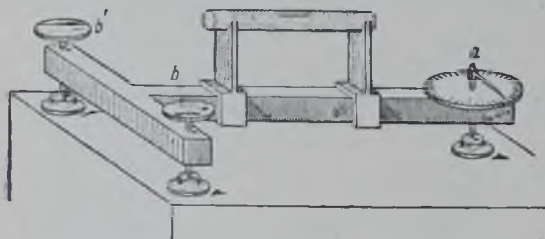
$$i_1 = 1/2(\alpha_2 - \alpha_1) \quad \text{и} \quad \beta = 1/2(\alpha_1 + \alpha_2).$$

На этих простых соображениях основано применение уровня для приведения вертикальной оси инструмента в положение, близкое к вертикальной линии (см. § 42 и 43), т. е. для нивелировки инструмента.

§ 40. Исследование уровня; экзаменатор уровней. Кроме указанной цели уровень имеет еще другое применение, а именно для измерения малых углов между горизонтальной осью инструмента и горизонтальной плоскостью и для измерения малых изменений в наклонности к горизонту той части инструмента, к которой привинчена оправа уровня. Но для такого применения уровня надо знать так называемую цену одного деления его, т. е. угол (в секундах или в долях секунды), на который изменяется наклон оси уровня к горизонту, если пузырек перемещается на одно деление трубки уровня; и более того, надо исследовать, одинакова ли цена одного деления во всех частях шкалы, а также как она меняется при изменении температуры.

Для таких исследований служит специальный инструмент — экзаменатор, или испытатель, уровней (фиг. 20). Он состоит из массивного

железного бруска с поперечиной, в общем в виде буквы Т или в виде креста, если перекладина устроена не на конце бруска. На концах перекладины, на равных расстояниях от оси бруска, находятся два параллельных винта b и b' , опирающихся своими концами на горизонтальную подставку, или же другим образом — перекладина образует собой приблизительно горизонтальную ось для вращения бруска. На конце же бруска находится гайка, в которую входит очень точный



Фиг. 20. Экзаменатор уровней.

винт a , ось которого расположена очень близко к вертикальной линии. Нижним своим концом винт a опирается на стеклянную или агатовую горизонтальную пластинку, которая находится приблизительно на той же высоте, как горизонтальная ось вращения. Головка винта



Фиг. 21.

делится обыкновенно на $60k$ частей, где k — целое число. При ввинчивании и вывинчивании этого винта гайка его поднимается или опускается и брусок вращается около оси. Исследуемый уровень помещается с его оправой на прибор так, чтобы его ось была параллельна плоскости, проходящей через ось винта a перпендикулярно к оси вращения. Положим, что эта плоскость (она же — плоскость чертежа) пересекает ось вращения в точке E (фиг. 21) и что основание перпендикуляра из E на ось винта A есть D . Проведем горизонтальную прямую ED' до пересечения с осью винта в точке D' и обозначим малую разность уровней ED' и подставки A' (или расстояние между ними) через b . Расстояние ED обозначим через d , шаг винта через a , угол DED' через α ; ясно, что такой же угол образует $DD'A$ с вертикальной прямой. На практике угол α очень мал (несколько десятков секунд). Длина DA зависит от положения винта в его гайке; при ввинчивании (или вывинчивании) винта на полный оборот длина DA увеличивается (соответственно уменьшается) на шаг винта a . Из чертежа имеем

$$DA = DD' + D'A = d \operatorname{tg} \alpha + b \sec \alpha.$$

Если винт ввинчен на n оборотов, то DA увеличится на длину n шагов винта a и станет $DA + na$, а угол α увеличится и станет, скажем, $\alpha + n\beta$. Тогда

$$DA + na = d \operatorname{tg} (\alpha + n\beta) + b \sec (\alpha + n\beta).$$

Но так как b мало и углы α и $\alpha + n\beta$ тоже малы, а секанс малого угла меняется очень медленно, то с большей точностью можно положить, что

$$b \sec (\alpha + n\beta) = b \sec \alpha,$$

и тогда, вычитая первое уравнение из второго, получим

$$na = d [\operatorname{tg}(\alpha + n\beta) - \operatorname{tg} \alpha].$$

Но так как углы α и $\alpha + n\beta$ всегда малы, то можно положить, что

$$\operatorname{tg}(\alpha + n\beta) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{(\alpha + n\beta)''}{206\,265''} - \frac{\alpha''}{206\,265''} = \frac{n\beta''}{206\,265''},$$

где значок '' означает секунды дуги.

Следовательно, мы получим

$$n\beta'' = \frac{na}{d} 206\,265''.$$

Таким образом, измерив каким-либо образом длины a и d , можно вычислить изменение наклона прямой ED к горизонтальной плоскости, зная угол поворота винта A в его гайке. Нужно сообразить, что при этом такое же изменение наклона, как у ED , произойдет у каждой прямой в нашем приборе, которая параллельна вертикальной плоскости, проходящей через ED . Положив $n = 1$, получаем изменение этого наклона при повороте винта на один оборот $\beta = (a/d) 206\,265''$, а разделив это на число делений $60k$ в головке винта, получим изменение наклона при повороте винта на одно деление головки.

Винт должен быть возможно точным и хорошо исследованным; что же касается других частей прибора, то от них особой точности не требуется. На практике нет нужды знать цену одного деления уровня точнее, чем до одной тысячной ее доли. Если же в экзаменаторе ось винта A от вертикальной линии, ось вращения от горизонтальной, ось винта от перпендикуляра к оси вращения будут отклоняться на какие-нибудь небольшие углы ε , то происходящие отсюда ошибки в нашем исследовании уровня будут порядка разности между 1 и $\cos \varepsilon$; например, если $\varepsilon = 2^\circ$, то ошибки будут порядка $1 - \cos 2^\circ$, т. е. 0,0006 от измеряемой величины, т. е. в пределах допустимых ошибок. Но отклонения означенных углов до 2° можно легко обнаружить даже на-глаз; поэтому никакой особой точности от установки и конструкции экзаменатора не требуется, кроме, как уже сказано, хороших качеств винта A .

§ 41. Практические приемы для исследования уровня. Для исследования уровня помещаем его в его оправе на экзаменатор так, чтобы ось его была приблизительно, на-глаз, параллельна вертикальной плоскости, проходящей через ED (см. § 40), и приблизительно горизонтальна. Всегда нужно исследовать уровень в той его оправе, в которой он прикрепляется к инструменту, потому что никогда нельзя быть уверенным, что кривизна его внутренней поверхности не меняется при заключении его в оправу.

В экзаменаторе уровней всегда бывает такое приспособление, которым можно установить ось уровня приблизительно горизонтально; для этого лучше не прибегать к винту A , применяя его только для измерений, а не для установки. После этого, вращая винт A , уводим пузырек к краю трубки, дальнему от винта, устанавливаем винт так, чтобы отсчет на его головке составлял круглое число делений, даем пузырьку успокоиться и отсчитываем концы пузырька; затем ввинчиваем винт на столько k целых делений, чтобы пузырек переместился

на 2—3 деления, даем пузырьку успокоиться, отсчитываем оба его конца; поворачиваем винт еще на столько k целых делений, чтобы пузырек переместился на 2—3 деления, даем пузырьку успокоиться, отсчитываем оба его конца; поворачиваем винт еще на *столько* же целых делений и т. д. и продолжаем эти действия до тех пор, пока пузырек не дойдет до конца трубки, близкого к винту; после этого продельваем то же в обратном порядке, т. е. устанавливаем винт на прежние деления головки и отсчитываем уровень; при этом нужно будет вывинчивать измерительный винт, однако при каждой установке нужно вывинтить его больше, чем нужно, и затем последним *положительным, завинчивающим*, движением поставить, как нужно (см. § 31, в конце), и так доводим пузырек до дальнего от винта конца уровня. После этого из каждой пары отсчетов концов уровня берем средние и получаем отсчеты середины пузырька c_1', c_2', c_3', \dots и затем из двух рядов наблюдений опять берем средние c_1, c_2, c_3, \dots и, наконец, образуем разности $\Delta_1 = c_2 - c_1, \Delta_2 = c_3 - c_2, \Delta_3 = c_4 - c_3, \dots$, указывающие, сколько делений уровня в разных частях его шкалы соответствует k делениям головки винта экзаменатора, которые можно выразить в секундах дуги. У хорошего уровня эти разности должны быть в пределах неизбежных случайных ошибок постоянны.

Для исследования одинаковости или различия цены одного деления в разных частях его трубки лучше всего построить график, в котором абсциссами служат отсчеты c_1, c_2, c_3, \dots , а ординатами — отсчеты на головке винта экзаменатора, превращенные в секунды дуги. Нанесенные точки при постоянстве цены деления должны в пределах случайных ошибок наблюдений лежать на прямой линии. Для ослабления влияния случайных ошибок нужно бывает указанные операции с уровнем повторять два раза и более. Если нанесенные точки явно лежат на кривой, то проведем тщательно эту кривую и параллельно оси абсцисс проведем прямую линию через ту точку кривой, у которой абсцисса равна делению m на середине трубки (10, 15, 20, ...), и от этой прямой вверх и вниз строим шкалу ординат в секундах дуги. Нужно сообразить, что тогда, имея какой-либо отсчет, мы из нанесенной кривой по этой новой шкале ординат определим тот угол, который заключается между двумя положениями оси уровня: одно, когда середина пузырька имеет заданный отсчет, и другое, когда середина пузырька стоит на среднем делении m трубки. Таким способом или при помощи таблицы, выведенной из графика, мы получим то, что требуется от уровня.

Заметим, что часто разности показаний уровня выражают не в делениях, а в *полуделениях* трубки уровня; тогда из отсчетов его концов берут суммы, а не полусуммы, как в нашем рассуждении, а дальше все идет согласно изложенному; в результате получается цена одного полуделения. Понятно, что тогда и при обработке наблюдений нужно брать разницу между суммой отсчетов концов пузырька и $2m$, где m — номер среднего штриха на трубке уровня.

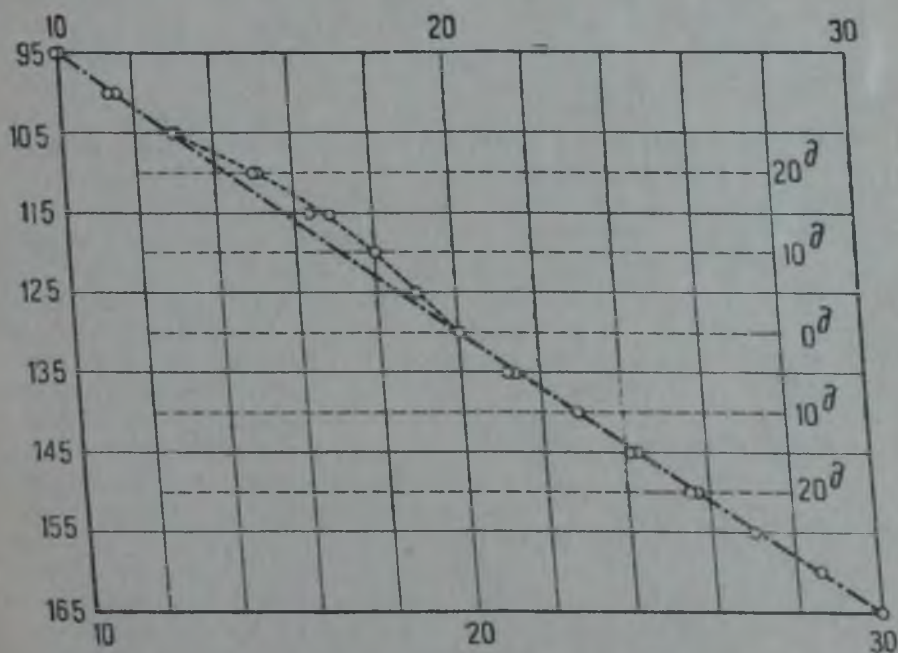
Необходимо исследовать уровень при разных температурах.

Другой способ исследования уровня, не требующий снятия его с инструмента, предложен Комстоком. Он описан в § 64 и 65.

Пример к исследованию уровня.

В первом столбце приведены отсчеты на головке винта экзаменатора (одно деление головки равно $0'',682$); во втором, третьем, пятом и шестом столбцах — отсчеты концов пузырька уровня, в четвертом и седьмом столбцах — средние из второго и третьего и из пятого и шестого столбцов, т. е. середина пузырька:

	Первая серия			Вторая серия		
95	—1,0	21,0	10,00	—0,8	21,0	10,10
100	0,4	22,2	11,30	0,6	22,4	11,50
105	2,0	23,9	12,95	2,0	24,0	13,00
110	4,0	26,0	15,00	4,1	26,0	15,05
115	5,5	27,4	16,45	6,0	27,9	16,95
120	7,1	29,0	18,05	7,1	29,0	18,05
125	8,0	30,0	19,00	8,0	30,0	19,00
130	9,0	31,0	20,00	9,1	31,0	20,05
135	10,2	32,1	21,15	10,5	32,3	21,40
140	12,0	33,8	22,90	11,9	33,8	22,85
145	13,2	35,0	24,10	13,4	35,2	24,30
150	14,6	36,5	25,55	14,8	36,6	25,70
155	16,0	38,0	27,00	16,1	38,0	27,05
160	17,7	39,5	28,60	17,7	39,5	28,60
165	19,0	41,0	30,00	19,0	41,0	30,00



Фиг. 22.

Если нанести точки так, как сказано на стр. 60, то мы получим фиг. 22. Ясно виден изгиб кривой между 13,0 и 20,0 делениями уровня. Средняя цена одного деления равна

$$\frac{165 - 95}{30,0 - 10,0} \text{ делениям головки винта} = \frac{70}{20} = 3,50 \text{ деления головки} = 3,50 \cdot 0'',682 = 2'',39,$$

но при этом допускается ошибка до 3 делений головки, т. е. до $2''$, если середина пузырька стоит на 15—18 делениях уровня. Чтобы учесть эту ошибку, надо пользоваться *кривой* линией и шкалой делений, нуль которой соответствует середине трубки уровня; эта шкала нанесена прерывистыми линиями.

§ 42. Нивелировка инструмента. Имея уровень при алидаде вертикального круга, соединенный с инструментом так, как это описано в § 23, можно при помощи его поставить вертикальную ось близко к вертикальной линии. Для этого поворачиваем верхнюю часть инструмента так, чтобы ось уровня была параллельна одному из трех лучей основания, и, вращая установочный винт A на конце этого луча, устанавливаем пузырек уровня на середину; положим, что после этого угол вертикальной оси с вертикальной линией таков, что проекция его на вертикальную плоскость, параллельную оси уровня, есть i_1 (см. § 39), причем величина i_1 нам совершенно не известна. Затем поворачиваем верхнюю часть инструмента около вертикальной оси приблизительно на 180° ; пузырек, вообще говоря, уйдет в конец трубки, так как ось уровня в соответствии с изложенным в § 39 отклонится на угол $2i_1$ от того ее положения, когда пузырек стоит на середине трубки; тогда, вращая *тот же* установочный винт A однообразными движениями, например каждое по четверть оборота его головки, и *считая* эти движения, приводим пузырек опять на середину трубки. Мы, значит, повернули инструмент на угол $2i_1$ и, следовательно, ось его в вертикальной плоскости, параллельной оси уровня, опять повернута на угол i_1 , но в противоположную сторону; поэтому вращаем установочный винт A в обратную сторону на *половину* сосчитанных нами четвертей оборота; таким образом мы устанавливаем ось уже приблизительно вертикально, и i_1 приближается к нулю. Затем винтом при алидаде с уровнем поворачиваем ее так, чтобы пузырек пришел на середину. После этого поворачиваем верхнюю часть инструмента около вертикальной оси на 90° ; пузырек уровня не будет стоять в середине трубки, потому что вертикальная ось инструмента в плоскости, параллельной оси уровня, образует с вертикальной линией угол i_2 (вспомним фиг. 19 на стр. 57) и нам нужно повернуть наш инструмент так, чтобы его вертикальная ось двигалась в *этой* плоскости до отвесной линии. Для этого вращаем обеими руками два других установочных винта B и C , один ввинчивая, другой вывинчивая, одновременными и одинаковыми вращениями до тех пор, пока пузырек уровня придет на середину и угол i_2 приблизится к нулю.

Никогда не удастся все эти операции произвести с такой точностью, чтобы не оставалось желать лучшего, и нужно бывает повторить их еще раз, а иногда и несколько раз в той же последовательности. Когда дело дойдет до того, что при повороте верхней части инструмента на 180° пузырек передвигается от середины немного, так что можно отсчитать на делениях трубки оба его конца, то уже невыгодно замечать поворот инструмента по повороту установочного винта, а нужно замечать его по передвижению пузырька уровня и на половину этого передвижения возвращать пузырек к середине трубки установочным винтом A , а на другую половину — винтом при алидаде с уровнем.

§ 43. Другой способ нивелировки. Есть другой способ нивелировки, при котором пользуются только двумя установочными винтами, например *A* и *B*, а третий *C* не трогают. Вот краткое его описание: читателю предлагается сообразить, что происходит с вертикальной осью инструмента после каждой операции. Верхняя часть инструмента ставится так, чтобы ось уровня была параллельна *AC*; винтом *A* пузырек уровня приводится на середину; производится поворот верхней части инструмента на 180° ; пузырек приводится на середину трубки на половину его перемещения винтом *A*, как в первом способе (счет четвертей оборота и т. д.), на вторую половину — винтом при алидаде; производится поворот верхней части инструмента на 90° ; пузырек ставится на середину винтом *B*. Для точности все повторяется еще раз или несколько раз в том же порядке.

Нивелировку можно считать хорошей, если ни при каком положении верхней части пузырек не отходит от середины более чем на одно деление. Не нужно добиваться большего, так как в процессе наблюдения более точная нивелировка почти неизбежно не сохранится.

Когда инструмент пронивелирован, то можно: 1) проверить взаимную перпендикулярность его осей, 2) правильно поставить сетку нитей, чтобы горизонтальная нить была действительно горизонтальной, 3) проверить перпендикулярность визирной линии к горизонтальной оси.

§ 44. Теория и практика накладного уровня. Для определения угла между осями инструмента нужно после тщательного нивелирования определить угол между горизонтальной осью и горизонтальной плоскостью; мы увидим впоследствии (в § 60 и 94), что это необходимо и при измерении азимута. Этот угол определяется при помощи так называемого *накладного уровня*. В нем стеклянная трубка уровня помещается в оправу в виде латунной трубки или пластинки и к концам оправы прикрепляются *ножки*, оканчивающиеся прямоугольными вырезами, такими, как в лагерьях; этими вырезами оправу уровня можно *ставить* на цапфы горизонтальной оси или же *вешать* на нее, что принципиального различия не составляет. Важно, однако, чтобы каждый вырез оправы уровня опирался на *то же самое* (так называемое *рабочее*) сечение цапфы, которым она опирается на свой лагерь.

Теория и практика применения такого накладного уровня заключаются в следующем. Положим, что ось инструмента в точности горизонтальна и обе цапфы имеют одинаковый диаметр и что нуль уровня находится на одном из его концов. Поставим уровень на ось так, чтобы нуль уровня был налево (первое положение), заметим отсчеты концов пузырька: *a* (левый) и *b* (правый); $b > a$. Снимем уровень, перевернем его так, чтобы нуль стал направо (второе положение), и опять положим на ось. Нужно сообразить, что, так как обе цапфы находятся на одной высоте (потому что по условию ось горизонтальна), то после перекладки уровня каждый из его концов будет находиться на *прежней* высоте и потому положение пузырька на трубке не изменится во втором положении и отсчеты концов будут те же самые: *a* (правый) и *b* (левый). Положим теперь, что направление оси инструмента изменено, она наклонена на угол i'' (в секундах дуги) к горизонту и поднят правый ее конец; положим, что α'' (в секундах дуги)

есть цена одного деления уровня, и обозначим частное i''/α'' через i . Тогда в первом положении уровня пузырек передвинется по сравнению со случаем горизонтальной оси вправо на i делений и отсчеты концов его будут $\bar{a}_1 = a + i$, $\bar{b}_1 = b + i$; во втором положении пузырек передвинется тоже направо, но на этот раз он передвинется к нулю уровня и потому отсчеты будут $\bar{b}_2 = b - i$ и $\bar{a}_2 = a - i$.

Заметим, что идеального случая горизонтальности оси мы достигнуть не можем, но каждый реальный случай дает нам возможность получить отсчеты, отмеченные буквами с чертой наверху; значит, отсчеты \bar{a}_1 , \bar{b}_1 , \bar{a}_2 , \bar{b}_2 нам известны. Но из вышенаписанных равенств легко получаем

$$1/2(\bar{a}_1 + \bar{b}_1) = 1/2(a + b) + i,$$

$$1/2(\bar{a}_2 + \bar{b}_2) = 1/2(a + b) - i.$$

Отсюда выводим

$$i = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{2} - \frac{\bar{a}_2 + \bar{b}_2}{2} \right)$$

и

$$\frac{a + b}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{a}_1 + \bar{b}_1}{2} + \frac{\bar{a}_2 + \bar{b}_2}{2} \right).$$

Таким образом из наших реальных отсчетов мы получаем наклонение оси i , выраженное в делениях уровня, и, зная α'' , получаем его выраженным в секундах дуги $i\alpha''$ по следующему правилу: «из полусуммы отсчетов концов пузырька при положении „нуль уровня налево“ нужно вычесть полусумму отсчетов концов пузырька при положении „нуль уровня направо“; разность есть наклонение оси в полуделениях уровня, причем знак $+$ означает, что правый конец оси выше левого».

§ 45. Случай, когда нуль уровня лежит в середине трубки. Если нуль уровня лежит в середине трубки и, конечно, деления считаются в обе стороны от нуля, то можно раз навсегда делениям одной половины приписать знак $+$, а делениям другой половины знак $-$, и тогда сохраняется только что приведенное правило, стоит только в нем вместо слов «нуль налево», «нуль направо» читать: «отрицательные деления налево», «отрицательные деления направо». В этом случае отсчеты \bar{a}_1 , \bar{b}_1 , \bar{a}_2 , \bar{b}_2 включают в себе и знаки $+$ и $-$. Но можно поступить иначе и не вводить знаков $+$ и $-$ в обозначения штрихов, если нуль — по середине трубки, но только тогда наблюдатель, отсчитывая уровень всегда с одного своего положения перед уровнем, отличает правый или левый концы, так что его записи будут: l_1 , n_1 , l_2 , n_2 , где l и n означают отсчеты левого и правого концов пузырька уровня. Нужно сообразить, что, сравнивая оба способа записи, мы получаем следующие соотношения, где m есть отсчет на середине трубки, если нуль нанесен на конце ее:

$$l_1 = m - \bar{a}_1; \quad n_1 = \bar{b}_1 - m; \quad l_2 = \bar{b}_2 - m; \quad n_2 = m - \bar{a}_2,$$

или

$$\bar{a}_1 = m - l_1; \quad \bar{b}_1 = m + n_1; \quad \bar{a}_2 = m - n_2; \quad \bar{b}_2 = m + l_2,$$

и, следовательно,

$$i = \frac{1}{2} \left[m + \frac{n_1 - a_1}{2} - \left(m + \frac{a_2 - n_2}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{n_1 + n_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2} \right].$$

Если $i > 0$, то правый конец уровня выше левого.

§ 46. Исправление ножек накладного уровня. Нужно сообразить, что измерять наклонение оси к горизонтальной плоскости изложенным образом можно лишь при условиях: 1) что это наклонение невелико, — иначе пузырек уровня будет находиться всегда у того конца оси, который выше, и отсчитать концы пузырька будет невозможно; 2) что при точно горизонтальной оси пузырек находится близко к середине трубки, потому что если одна из ножек уровня значительно длиннее другой, то, несмотря на наклон оси, пузырек в обоих положениях будет находиться на одном и том же конце трубки. В случае если нивелировка универсального инструмента уже произведена, как описано в § 42 и 43, наклонение горизонтальной оси не может быть большим, и потому перемещения пузырька при переходе из одного положения уровня в другое не могут быть значительными; если все же пузырек держится в одной и той же половине трубки, то нужно немного изменить его положение по отношению к ножкам его оправы, как говорится, удлинить или укоротить одну из ножек, т. е. уалить или приблизить один конец трубки уровня к тому вырезу, который опирается на цапфу. В каждом накладном уровне есть приспособление для этой цели; так как они бывают весьма различны, то мы их описывать не будем. Исправив, если нужно, ножки уровня, мы можем добиться того, чтобы отсчет $\frac{1}{2}(a + b) = \frac{1}{2}[\frac{1}{2}(\bar{a}_1 + \bar{b}_1) + \frac{1}{2}(\bar{a}_2 + \bar{b}_2)]$ был близок к отсчету m , который находится на середине трубки уровня.

Можно иначе исправлять ножки накладного уровня, а именно следующим образом. Повернем инструмент около вертикальной оси так, чтобы его горизонтальная ось одним концом лежала над одним из трех установочных винтов инструмента; назовем его A . Поставим накладной уровень на ось и, вращая винт A , приведем пузырек уровня на середину трубки. Переложим уровень на оси. На основании предыдущего заключаем, что если наклонение горизонтальной оси есть i , то изменение наклона оси уровня к горизонтальной плоскости при его перекладке есть $2i$. Вращая винт A и считая его обороты или четверти оборотов, опять приводим пузырек на середину трубки, повернув при этом винт, скажем, на n оборотов, значит, повернув ось инструмента на $2i$. Тогда *обратным* вращением винта на $\frac{1}{2}n$ оборотов мы приводим горизонтальную ось в горизонтальное положение. Пузырек уровня не станет при этом на середине трубки, и надлежащими винтами, укорачивая или удлиняя одну из ножек, мы приводим его на середину трубки. Обычно одной такой операции бывает недостаточно, и мы тотчас же повторяем ее. Если после перекладки уровня на оси пузырек отходит от середины только на небольшое число делений, то нужно винт A повернуть лишь настолько, чтобы пузырек подвинулся к середине трубки на половину его расстояния от середины, а на другую половину этого расстояния

нужно перемещать пузырек, изменяя длину ножки уровня. Так можно добиться, что и ось будет горизонтальна, и ножки уровня равны: при обоих положениях уровня на оси пузырек будет стоять на середине трубки уровня.

§ 47. Параллельность оси уровня и горизонтальной оси инструмента. Есть еще одно условие, которому должно удовлетворять положение трубки уровня в его оправе, а именно: если, поставив уровень на ось инструмента, покачивать его на ней, т. е. немного, поскольку позволяют лагери, поворачивать оправу около горизонтальной оси инструмента, то пузырек не должен передвигаться вдоль трубки. Он будет, однако, немного передвигаться, если ось уровня не параллельна оси инструмента (см. § 38, четвертый случай). Бывают особые винтики, которыми можно один конец трубки уровня передвинуть в его оправе перпендикулярно к оси и добиться параллельности осей уровня и инструмента. Нужно сообразить, что если наблюдатель, откинув уровень на горизонтальной оси *от себя*, видит перемещение пузырька направо, то для исправления он должен передвинуть в оправе правый конец уровня *от себя*.

Если в уровне все исправно, то мы можем определить наклонение горизонтальной оси к горизонтальной плоскости, и если предварительно инструмент был пронивелирован, то этим самым приблизительно определится и отклонение угла между осями от 90° . Заметим тут же, что на практике, собственно, совершенно не бывает нужно знать точно это отклонение; нужно только, чтобы оно было мало и чтобы поэтому и наклонение горизонтальной оси после нивелировки было мало. Если угол между осями инструмента окажется заметно отличным от 90° , например более $1'$, то его следует исправить, например, при помощи специального устройства одного лагера, описанного в § 25, или как-нибудь иначе.

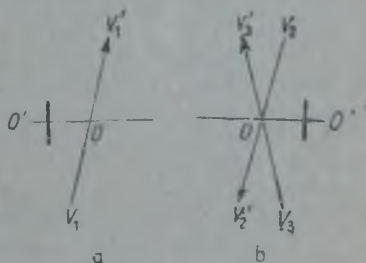
§ 48. Нивелировка при помощи накладного уровня. Если накладной уровень в порядке, особенно если $\frac{1}{2}(a+b)$ очень близко к среднему делению трубки m , то им можно производить нивелировку инструмента и даже быстрее, чем уровнем при вертикальном круге, а именно следующим образом. Повернем инструмент так, чтобы ось уровня была параллельна линии, идущей через два установочных винта, и одним из них приведем пузырек точно на середину трубки, а затем повернем верхнюю часть инструмента на 90° и третьим винтом опять приведем пузырек на середину. Однако после этого все же нужно обратиться к уровню при вертикальном круге и при помощи его довести нивелировку до конца и сам уровень поставить правильно, т. е. так, чтобы его пузырек стоял на середине трубки.

Нужно хорошо помнить, что описанная практика определения наклонности горизонтальной оси и следствия справедливы лишь в том случае, если обе цапфы горизонтальной оси представляют собой круглые цилиндры, равные между собой. В противном случае, т. е. во всех реальных случаях, нужны дополнительные исследования. Они не важны для определения зенитного расстояния и потому сейчас мы их рассматривать не будем; мы вернемся к этому вопросу при рассмотрении отсчетов на горизонтальном круге в § 61 и в гл. XVI.

§ 49. Установка сетки нитей. Когда инструмент проинвелирован, то сетку нитей можно и должно поставить правильно, т. е. так, чтобы средняя горизонтальная нить была действительно горизонтальна. Для этого после нивелировки инструмента наводим трубу на какую-либо метку, близкую к горизонтальной плоскости, проходящей через инструмент, и находящуюся от инструмента на большом расстоянии (например, в полукилометре или более), чтобы не нужно было сильно вытягивать окулярную трубку из того положения, в котором она была установлена на небесные предметы. Закрепив винты по обоим осям, ставим избранную точку на горизонтальную нить у края поля зрения, вращаем верхнюю часть инструмента винтом по азимуту и следим в трубу, остается ли точка все время на горизонтальной нити. Если она не остается, то необходимо особыми винтами, которые непременно имеются у окулярного конца трубы, повернуть рамочку с нитями или окулярную трубку так, чтобы средняя нить была возможно более точно горизонтальной и метка оставалась бы на ней при переходе с одного края поля зрения до другого. Остальные нити должны быть предварительно натянуты на рамке так, чтобы одни были параллельны, а другие перпендикулярны к этой основной горизонтальной нити.

§ 50. Измерение коллимации в случае центральной трубы. В идеальном инструменте (см. § 28) визирная линия трубы перпендикулярна к горизонтальной оси. В реальном инструменте она должна составлять с нею угол, отличающийся от 90° только на несколько секунд дуги, меньше одной минуты. Отличие этого угла от 90° называется *коллимацией*. Мы увидим далее, что при работе с универсальным инструментом не нужно знать точного значения коллимации, но нужно, чтобы она была мала. Поэтому нужно указать, как ее измерить. Условимся точнее, что угол между направлением визирной линии от окуляра к объективу и направлением горизонтальной оси от трубы к кругу мы будем обозначать через $90^\circ + c$, где c (положительное или отрицательное) и будет величиной *коллимации*.

Допустим для начала рассуждения, что труба у нас центральная и что визирная линия трубы пересекается с вертикальной осью инструмента. Имея инструмент на открытом воздухе, выберем такую же метку, как для установки нити горизонтально (см. § 48), но особенно далекую, чтобы передвижение окулярной трубки от установки на небесные светила было возможно меньше. При положении инструмента «круг лево» наводим трубу на метку, т. е. так, чтобы метка была видна на средней кресте сетки (пересечение средней горизонтальной нити со средней вертикальной), и отсчитываем горизонтальный круг по обоим нониусам (или микроскопам); пусть отсчет круга будет A_1 ; на фиг. 23а положение визирной линии есть V_1V_1' . Повернем верхнюю часть инструмента около вертикальной оси точно на $180^\circ 00' 00''$; тогда визирная линия перейдет в положение V_2V_2' , параллельное V_1V_1' , но разное



Фиг. 23.

направленное (фиг. 23b); повернем в этом положении трубу около горизонтальной оси в сторону нашей метки; визирная линия примет направление V_3V_3' , и наблюдатель увидит в поле зрения трубы метку, но уже не на кресте нитей, а, при условиях чертежа, налево от него. Для того чтобы поставить метку на крест нитей, нужно будет повернуть верхнюю часть инструмента около вертикальной оси по часовой стрелке на угол, равный малому углу между $V_2'V_2$ и V_3V_3' ; отсчет на горизонтальном круге изменится и, если при этом оцифрование делений возрастает по часовой стрелке и притом вращается алидада с указателями, а круг стоит, как это обыкновенно и бывает, то отсчет A_2 станет больше: $A_2 > A_1 + 180^\circ$. На сколько? Если учесть принятое нами определение величины коллимации, то $V_1'OO' = 90^\circ + c$; $V_2'OO' = 90^\circ + c$; $V_2OO' = 90^\circ - c$; $V_3'OO' = 90^\circ + c$, и, следовательно, угол $V_3'OV_2$, на который нужно при нашей операции повернуть трубу по азимуту, равен $(90^\circ + c) - (90^\circ - c) = 2c$, т. е. двойной коллимации. Итак, $A_2 - (A_1 + 180^\circ) = 2c$. Если $c = 0$, то метка после двух указанных поворотов оказывается на среднем кресте, так что поворота трубы от отсчета $A_1 + 180^\circ$ уже не требуется.

При последнем положении трубы наблюдатель явно видит двойную коллимацию: это есть расстояние между изображением метки в трубе и средним крестом сетки. Коллимацию нужно сделать как можно меньше и для этого в каждом инструменте можно перемещать сетку нитей в направлении горизонтальной оси (см. § 25). Это делается двумя упорными винтами, из которых для передвижения сетки один нужно немного вывинтить, а другой после этого ввинтить доотказа (не свернуть головки винта, они бывают довольно нежны). Можно действовать двояко: 1) либо на глазом, запомнив на некоторое время расстояние между средним крестом и изображением метки при последнем положении трубы (V_3V_3'), передвинуть сетку нитей к изображению метки на *половину* этого расстояния; 2) либо установить верхнюю часть инструмента так, чтобы отсчет был средний между $A_1 + 180^\circ$ и A_2 , т. е. $\frac{1}{2}(A_1 + 180^\circ + A_2)$; тогда крест нитей на величину c передвинется к изображению метки и тогда уже указанными винтами надо передвинуть сетку до совпадения креста нитей с изображением метки.

§ 51. Измерение коллимации в случае боковой трубы. Положим, что d есть угол между прямой, идущей от избранной метки к точке пересечения осей инструмента, и визирной линией в том случае, когда визирная линия направлена на метку. Тогда, повторяя те же операции, что и в случае центральной трубы, и обозначая отсчеты в случае боковой трубы через B , имеем (см. фиг. 24)

$$B_1 = A_1 - d, \quad A_1 = B_1 + d,$$

$$B_2 = A_2 + d, \quad A_2 = B_2 - d,$$

и, следовательно,

$$2c = B_2 - d - (B_1 + d + 180^\circ) = B_2 - B_1 - 180^\circ - 2d$$

и

$$2(c + d) = B_2 - (B_1 + 180^\circ).$$

Это значит, что влияние коллимации складывается с влиянием бокового положения трубы и разделить их в наших операциях невоз-

можно; следует на практике ослабить влияние бокового положения трубы, избирая метку возможно дальше, а, значит, d возможно меньше.

§ 52. Способ Миролубовой для измерения коллимации. А. С. Миролубова указала способ, до сих пор ни ею, ни кем-либо другим, насколько я знаю, не опубликованный, которым можно определить коллимацию хотя бы и с боковой трубой, не выходя из пределов комнаты средних размеров. Вот его изложение в некотором намеренном упрощении.

На фиг. 24 изображены первое и второе положения визирной линии в операции, рассмотренной в § 51, причем расстояние MO метки от точки пересечения осей обозначим через D , а расстояние между точками пересечения горизонтальной оси с вертикальной осью и с визирной линией, т.е. OV_1 и OV_2 , — через a . Как ясно из § 51, малый угол между двумя положениями горизонтальной оси есть $B_2 - B_1 = 180^\circ$; обозначим его через $2b$. Четырехугольник, образованный прямыми: визирная линия первого положения, отрезок a в первом положении, он же во втором положении и визирная линия второго положения, — разбивается прямой OM от точки пересечения осей до метки на два симметричных треугольника; в каждом из них наибольшая сторона есть D , а противолежащий ей угол $90^\circ + c$; меньшая сторона есть a , а другой прилежащий к ней угол есть $90^\circ - b$; следовательно, противолежащий ей угол с вершиной в метке есть

$$180^\circ - (90^\circ + c) - (90^\circ - b) \text{ или } b - c.$$

Поэтому

$$\frac{a}{D} = \frac{\sin(b - c)}{\sin(90^\circ + c)} = \frac{\sin(b - c)}{\cos c}.$$

Проведем другое такое же наблюдение с другой меткой, расстояние которой D' заметно, например вдвое, больше или меньше расстояния D . Обозначим соответственные отсчеты через B_1' и B_2' , а величину $B_2' - (B_1' + 180^\circ)$ обозначим через $2b'$. Тогда мы будем иметь подобное же уравнение:

$$\frac{a}{D'} = \frac{\sin(b' - c)}{\cos c}.$$

Деля одно уравнение на другое, получаем

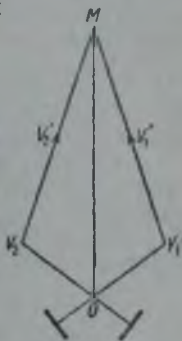
$$\frac{D'}{D} = \frac{\sin(b - c)}{\sin(b' - c)},$$

откуда по известному свойству пропорций выводим:

$$\frac{D' - D}{D' + D} = \frac{\sin(b - c) - \sin(b' - c)}{\sin(b - c) + \sin(b' - c)} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(b - b') \cos \frac{1}{2}(b + b' - 2c)}{2 \sin \frac{1}{2}(b + b' - 2c) \cos \frac{1}{2}(b - b')}.$$

Отсюда получаем

$$\operatorname{tg}\left(\frac{b + b'}{2} - c\right) = \frac{D' + D}{D' - D} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(b - b').$$



Фиг. 24.

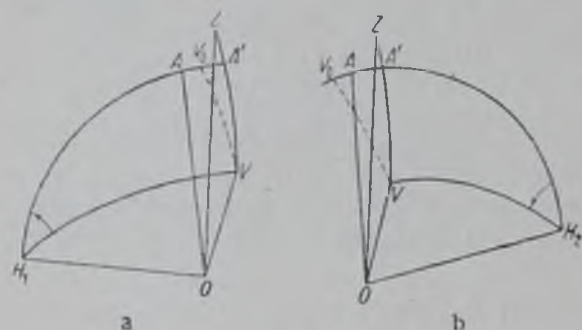
В правой части все величины известны, и, таким образом, можно вычислить $\frac{1}{2}(b + b') - c$, а значит, и c .

Допущенное при этом упрощение способа, как заметит внимательный читатель, заключается в том, что допускается неизменность коллимации при наведении на близкую и далекую метку, что, конечно, не совершенно точно. Однако если имеется в виду не точное измерение коллимации (которое, как уже было сказано, при работе с универсалом и не требуется), а лишь приближенное с целью убедиться в ее малости или же с целью уменьшения ее, то способ этот, как показало многократное применение его студентами Московского государственного университета, вполне оправдывает себя на практике.

§ 53. Учет влияния неточного положения осей и коллимации на измерение зенитного расстояния; постановка задачи. Итак, в результате рассуждений, изложенных в настоящей главе, мы умеем отсчитывать круги без влияния эксцентриситета и довести ошибки нашего реального инструмента, а именно: отклонение в вертикальной оси от

вертикальной линии, отклонение угла между осями от 90° и отклонение угла между горизонтальной осью и визирной линией от 90° до малых величин, не достигающих одной минуты дуги; в случае больших и более точных инструментов эти ошибки могут не превышать и 10 — 20 секунд дуги. Теперь

нам нужно рассмотреть, ка-



Фиг. 25.

ким образом возможно освободить наше измерение зенитного расстояния, описанное в § 28, от влияния и этих малых величин, ибо именно в учете влияния на результаты измерений самых малых ошибок инструментов и заключаются весь смысл и значение теории астрономических инструментов и измерений.

Фиг. 25а и 25б изображают две последовательные фазы измерения зенитного расстояния. На фиг. 25а OH_1 есть горизонтальная ось инструмента, OA — его вертикальная ось, OZ — вертикальная линия, угол $AOZ = i$; OV — направление визирной линии при направлении ее на наблюдаемый предмет, зенитное расстояние которого ищется; значит, дуга ZV есть искомая величина. OV направлено от точки O к читателю. После наведения на предмет по способу, описанному в § 28, и отсчета на круге R наблюдатель поворачивает трубу около горизонтальной оси и приближает визирную линию к вертикальной линии. Пусть на фиг. 25а OV_0 есть такое положение визирной линии, когда она лежит в плоскости H_1OA . Значит, угол, на который при этом поворачивается плоскость H_1VO с визирной линией, есть двугранный угол VH_1V_0 . Вращение происходит против часовой стрелки, если смотреть с H_1 на O . Дуга от H_1 до V или до V_0 есть $90^\circ + c$, где c — коллимация; дуга ZH_1 есть $90^\circ - b$, где b есть наклонение горизонтальной оси к горизонту; положим, что это есть положе-

ние инструмента «круг право». Теперь поворачиваем верхнюю часть инструмента около оси OA на 180° в положение, изображенное на фиг. 25b, на которой новое положение горизонтальной оси обозначено через OH_2 , новое положение визирной линии в плоскости H_2OA — через OV_0 . После этого мы продолжаем вращать ее опять-таки против часовой стрелки, если смотреть от H_2 на O , и наводим опять визирную линию на предмет V , повернув всю вращаемую при этом часть инструмента на двугранный угол V_0H_2V , и получаем второй отсчет на вертикальном круге L . Угол поворота, с одной стороны, измеряется разностью отсчетов L и R , с другой стороны, он равняется сумме двугранных углов VH_1V_0 (фиг. 25a) и V_0H_2V (фиг. 25b), а то, что нам нужно, есть зенитное расстояние ZV , одинаковое на обоих чертежах.

Если наш инструмент имеет лишь малые ошибки, то линии OA , OZ и OV_0 лишь мало наклонены одна к другой, и если вообразить сферу, описанную около O произвольным радиусом, то точки A , Z и V_0 находятся близко одна к другой, так что расстояния между ними не превосходят одной минуты дуги, а точки H_1 и H_2 лежат от этих точек почти точно на 90° . Поэтому плоскость ZOV (плоскость визирования) почти точно перпендикулярна к плоскости H_1OA или H_2OA . Обозначим через A' точку пересечения дуги ZV с дугами H_1A и H_2A . Ясно, что точка A' также очень близка к точкам A и Z . Обозначим ZA' через i_1 , а AA' через i_2 . Нужно сообразить, что ZA' и AA' суть проекции дуги AZ , равной i , на плоскость визирования и на перпендикулярную к ней плоскость. Не забудем, что ось уровня при вертикальном круге параллельна плоскости визирования и что поэтому этот уровень отзывается на изменение i_1 , но не отзывается на изменение i_2 (см. § 39). Обозначим двугранные углы VH_1V_0 и V_0H_2V через z_1 и z_2 , нужное нам зенитное расстояние — через z . Мы принимаем, и в идеальном инструменте это совершенно верно, что $z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$, и теперь должны определить, какую мы при этом делаем ошибку в случае реального, ошибочного инструмента. Из сферического треугольника VH_1A' имеем

$$\cos VA' = \cos H_1V \cos H_1A' + \sin H_1V \sin H_1A' \cos VH_1A'.$$

Но H_1A' вследствие почти полной перпендикулярности H_1A' к ZA' лишь очень мало отличается от H_1Z , т. е. от $90^\circ - b$. Поэтому до величин первого порядка можно принять, что $H_1A' = 90^\circ - b$; поэтому

$$\cos VA' = \cos(90^\circ + c) \cos(90^\circ - b) + \sin(90^\circ + c) \sin(90^\circ - b) \cos z_1.$$

С другой же стороны, из чертежа видно, что

$$z = VA' + i_1.$$

Подобные же выражения мы получаем и для фиг. 25b, причем, однако, вовсе не обязательно предполагать, что i_1 и b и даже c одинаковы в обоих чертежах, т. е. в обеих фазах измерения.

Из изложенного ясно, что для измерения z нам нужно сообразить: 1) какова разница между VA' и z_1 , VA' и z_2 и 2) как определить i_1 и учесть его влияние на наши измерения.

§ 54. Влияние наклона горизонтальной оси и коллимации на измерение зенитного расстояния. Займемся первой задачей, учитывая, что b и c суть величины малые. Тогда

$$\cos VA' = -\sin c \sin b + \cos c \cos b \cos z_1.$$

Ограничиваясь первыми и вторыми степенями малых величин b и c , мы можем написать

$$\begin{aligned}\cos VA' &= -cb + (1 - \frac{1}{2}c^2)(1 - \frac{1}{2}b^2)\cos z_1 = \\ &= -cb + \cos z_1 - \frac{1}{2}(c^2 + b^2)\cos z_1,\end{aligned}$$

откуда получаем

$$\cos VA' - \cos z_1 = -bc - \frac{1}{2}(b^2 + c^2)\cos z_1$$

или же, заменяя разность $\cos VA' - \cos z_1$ через $-(VA' - z_1) \sin z_1$, согласно первому пункту § 12 находим

$$-(VA' - z_1) \sin z_1 = -bc - \frac{1}{2}(b^2 + c^2)\cos z_1$$

и

$$VA' - z_1 = \frac{bc}{\sin z_1} + \frac{1}{2}(b^2 + c^2)\operatorname{ctg} z_1.$$

Как во всех выводах в анализе, здесь углы выражены в радианах. Если нужно выразить их в секундах дуги, то нужно иметь в виду, что b в радианах равно b'' (в секундах дуги) $\times 1/206\,265'' = b'' \operatorname{arc} 1''$, где b'' означает число секунд дуги в угле или дуге b . Поэтому и в последней формуле, если выразить все углы в секундах дуги, мы получим

$$\frac{(VA' - z_1)''}{206\,265''} = \frac{b''c''}{(206\,265'')^2 \sin z_1} + \frac{1}{2} \frac{b''^2 + c''^2}{(206\,265'')^2 \operatorname{tg} z_1}$$

или же

$$(VA' - z_1)'' = \left[\frac{b''c''}{\sin z_1} + \frac{1}{2}(b''^2 + c''^2)\operatorname{ctg} z_1 \right] \operatorname{arc} 1''.$$

Значение правой части очень мало при малых b и c , хотя оно и растет при уменьшении z . Действительно, если принять b и c равными $60''$, что уже много для хорошего инструмента, а, кроме того, равными $45''$, $30''$ и $15''$, то получаем следующую табличку значений правой части при различных z_1 , и она же указывает аналогичные значения для z_2 .

z	$b''c''/\sin z + \frac{1}{2}(b''^2 + c''^2)\operatorname{ctg} z$			
	$60''$	$45''$	$30''$	$15''$
20°	0,10	0,04	0,02	0,00
15	0,13	0,07	0,03	0,01
10	0,20	0,11	0,05	0,01
5	0,40	0,22	0,10	0,02

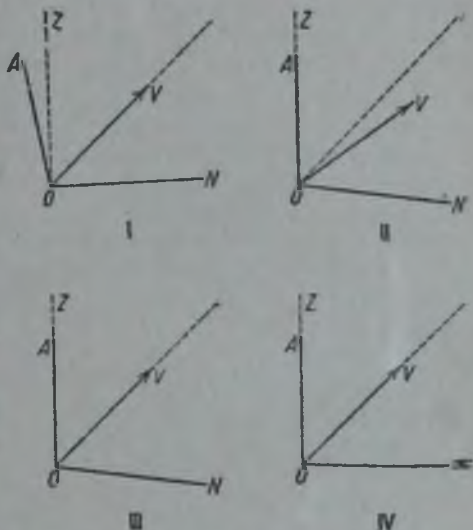
Мы видим, что значения правой части так малы, что влиянием малых ошибок b и c при измерении зенитных расстояний можно вполне пренебрегать, если только избежать измерения очень малых зенитных расстояний. По последней формуле кажется,

будто при приближении z к нулю, а следовательно, $\operatorname{ctg} z$ к бесконечности, разность $VA' - z_1$ тоже стремится к бесконечности; однако это лишь кажущееся следствие, и читателю предлагается вывести из

основного уравнения $\cos VA' = \dots$, что наибольшая разница между VA' и z_1 , и именно при $z_1 = 0$ составляет лишь $b + c$. Однако лучше избегать измерения малых зенитных расстояний, чтобы совершенно не нуждаться в измерении величин b и c .

§ 55. Учет влияния угла i_1 на отсчет. Мы воспользуемся результатами предыдущего параграфа, в котором было доказано, что влияние ошибок b и c , а значит, и i_2 , которое входит в b , ничтожно мало и что, значит, единственная ошибка, которую надо принимать во внимание, есть i_1'' ; значок "''" означает, что угол выражен в секундах дуги.

Итак, пусть только эта ошибка и есть у нашего инструмента. Далее пусть в плоскости визирования (она же плоскость чертежа) лежит вертикальная ось OA инструмента и составляет с вертикальной линией OZ неизвестный нам угол i_1'' ; пусть визирная линия направлена на предмет и пузырек уровня стоит так, что середина его приходится на некоторое деление \bar{c} ; отсчет на круге пусть будет A . Этот случай (фиг. 26, I) не соответствует идеальному, при котором вертикальная ось совпадает с вертикальной линией и пузырек уровня всегда стоит на некотором произвольно выбранном, но в течение ряда наблюдений неизменном делении c_0 .



Фиг. 26.

Переведем же мысленно наш инструмент из реального положения в идеальное. Повернем весь инструмент на угол i_0'' около оси, перпендикулярной к плоскости визирования, которая у нас изображается плоскостью чертежа. Тогда (фиг. 26, II) вертикальная ось совпадет с вертикальной линией, отсчет круга останется прежним A , но пузырек уровня перейдет на i_1''/α'' делений, если α'' есть цена одного деления уровня в секундах дуги, и середина пузырька станет на делении $c = \bar{c} \pm i_1''/\alpha''$, плюс или минус, в зависимости от того, будут ли при начальном положении (фиг. 26, I) ось OA и нуль уровня находиться по одну сторону от вертикальной линии (тогда минус) или же по разные стороны от нее (тогда плюс). Например, если на фиг. 26 нуль уровня находится налево от читателя, то упомянутое вращение надо производить по часовой стрелке; значит, левый конец уровня поднимется и пузырек переместится налево, к нулю уровня, и середина пузырька станет на $\bar{c} - i_1''/\alpha'' = c$.

В положении II труба уже не будет направлена на предмет, и чтобы установить изображение метки на средний крест сетки, надо повернуть трубу, а вместе с ней и круг, на угол i_1'' . От этого в положении III отсчет на круге изменится на величину i_1'' и станет равным

$\bar{A} \pm i_1''$, плюс или минус, в зависимости от исходного положения оси OA и от того, возрастают ли или уменьшаются отсчеты круга при вращении его по часовой стрелке. Не разбирая всех возможных случаев, положим, что исходное положение оси OA такое, как на фиг. 26, и что оцифрование круга возрастает по часовой стрелке. Тогда при переходе от положения II к положению III нужно будет вращать трубу, а с нею и круг против часовой стрелки, алидада же с уровнем и микроскопами (или нониусами) будет неподвижна, и, значит, отсчет на круге возрастет на угол i_1'' и станет равным $A = \bar{A} + i_1''$. Теперь у нас вертикальная ось вертикальна, визирная линия направлена на предмет, но середина уровня стоит на некотором случайном делении $c = \bar{c} - i_1''/\alpha''$, а в идеальном инструменте она должна всегда стоять на одном и том же делении, скажем, c_0 . Итак, повернем алидаду с уровнем так, чтобы (положение IV) середина пузырька стала на c_0 ; от этого изменится отсчет и станет не A , а, скажем, A_0 . Нужно сообразить, как связана величина A_0 с A . Рассмотрим случай, изображенный на нашем чертеже; положим, что $c_0 > c$; тогда алидаду нужно вращать против часовой стрелки, и отсчет уменьшится: $A_0 = A - (c_0 - c)\alpha''$. Если же $c_0 < c$, то алидаду нужно вращать по часовой стрелке и $A_0 = A + (c - c_0)\alpha''$, т. е. в обоих случаях получается одна и та же формула.

Теперь положение IV есть положение в случае идеального инструмента, и нужно только сообразить, как отсчет A_0 связан с отсчетом \bar{A} в положении I, который мы только и можем сделать. Из предыдущего видно, что

$$\begin{aligned} A_0 &= A + (c - c_0)\alpha'' = \bar{A} + i_1'' + (c - c_0)\alpha'' = \\ &= \bar{A} + (\bar{c} - c)\alpha'' + (c - c_0)\alpha'' = \bar{A} + (c - c_0)\alpha'', \end{aligned}$$

потому что, как это было показано выше, $i_1'' = (\bar{c} - c)\alpha''$. Итак, мы получим отсчет идеального безошибочного инструмента из наших отчетов круга \bar{A} и уровня \bar{c} по следующему правилу:

«Если нуль уровня находится налево от отсчитывающего, оцифрование круга возрастает по часовой стрелке, а c_0 есть некоторое произвольное, но на время обработки ряда наблюдений постоянное деление на трубке уровня, то точный отсчет A_0 равен $\bar{A} + (\bar{c} - c_0)\alpha''$, где α'' есть цена одного деления уровня. При других условиях оказывается, что если нуль уровня находится направо или оцифрование круга убывает по часовой стрелке, то $A_0 = \bar{A} - (\bar{c} - c_0)\alpha''$; если же и нуль уровня направо, и оцифрование убывает по часовой стрелке, то опять $A_0 = \bar{A} + (\bar{c} - c_0)\alpha''$ ».

Для начинающего очень полезно убедиться в справедливости второй половины этого правила для различных условий, следуя тому пути рассуждений, который приведен выше для одного избранного случая. Во всех случаях практики удобно принимать за c_0 среднее деление трубки уровня m , так как тогда разности $\bar{c} - m$ будут вообще невелики.

Кроме того, мы, конечно, отсчитываем непосредственно не \bar{c} для середины пузырька, а получаем отсчеты правого и левого его кон-

цов n и l , но ясно, что $\bar{c} = 1/2(n + l)$; поэтому, вводя это выражение в нашу формулу, мы получим

$$A_0 = \bar{A} \pm [1/2(n + l) - m] \alpha'',$$

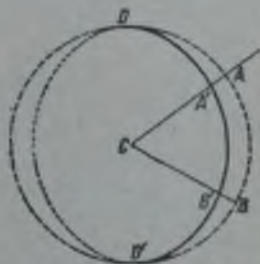
а если применить β'' — цену одного полуделения уровня, то мы получим

$$A_0 = \bar{A} \pm (n + l - 2m) \beta''.$$

Если нуль уровня находится на середине трубки (что нежелательно, так как это чаще дает повод к недоразумениям с отсчетами), то нужно раз навсегда приписать деления направо от нуля знак $+$, а деления налево от нуля знак $-$. Тогда вышеприведенное правило для «нуля налево» сохраняет силу, нужно только брать алгебраически суммы и полусуммы отсчетов. Если же, напротив, деления налево от нуля придан знак $+$, а деления направо знак $-$, то в этом случае применимо вышеприведенное правило для «нуля направо».

Возможен случай, что во время наблюдений ухудшится нивелировка инструмента и пузырек уровня станет забиваться в край трубки, так что нельзя будет отсчитать обоих его концов. Тогда в надежде на то, что вертикальная ось инструмента все же не настолько отклонилась от вертикальной линии, что нужно учитывать влияние наклонности b горизонтальной оси (см. § 54), повернем винт при уровне так, чтобы пузырек подошел к середине, дадим ему успокоиться, отсчитаем уровень и круг и сделаем приведение по вышеизложенному правилу: $A_0 = \bar{A} \pm (c - c_0) \alpha''$. Целесообразность такого приема обосновывается тем соображением, что если мы *намеренно* повернем уровень из нормального положения — отсчет круга A_0 , середина уровня на c_0 — в такое, чтобы отсчеты стали \bar{A} и c , то нетрудно сообразить, что и в этом случае окажется справедливо правило, приведенное в предыдущем параграфе. То же самое применимо к ненамеренному повороту алидады с уровнем и микроскопами, например к такому, о котором сказано в § 36.

§ 56. Влияние наклона круга к оси вращения на отсчет. Из рассуждений, приведенных в § 54, ясно, что при измерении зенитного расстояния (впоследствии это будет показано и относительно азимута) мы в сущности измеряем *двугранные* углы, ребром которых является ось вращения; но мерой двугранного угла служит плоский угол, получающийся от пересечения граней двугранного угла плоскостью, перпендикулярной к его ребру. Поэтому и в нашем инструменте плоскость круга должна быть перпендикулярна к соответствующей ему оси. Исследуем же, как отражается на измерениях неперпендикулярность между ними. Пусть на фиг. 27 круг, нарисованный прерывистой чертой, есть в плоскости чертежа круг, перпендикулярный к оси, а другой круг есть реальный круг инструмента, не перпендикулярный к оси, передняя, к читателю близкая, половина которого начерчена



Фиг. 27.

сплошной линией. C — центр обоих кругов. Пусть DD' означает общий диаметр, по которому взаимно пересекаются круги, i — угол между ними, а стрелка — черту указателя (нулевая черта нониуса, нулевое положение двойной нити микрометра). Вообразим плоскость, проходящую через C , и стрелку, перпендикулярную к плоскости чертежа и пересекающую круги в точках A и A' . Нужно сообразить, что при отсчете мы отсчитываем на кругах именно точки A и A' , а при другом положении кругов, повернутых около оси, — точки B и B' . Ясно, что угол поворота есть BCA , а угол отсчитываемый есть $B'CA'$.

Но $BCA = DCB - DCA$ и $B'CA' = DCB' - DCA'$. Поэтому и различие угла BCA , который нам нужен, и угла $B'CA'$, который мы на деле отсчитываем, будет зависеть от разности дуг $A'D - AD$ и $B'D - BD$. Определим же эту разность, например $A'D - AD$. Из сферического треугольника ADA' , в котором острый угол при D равен наклонению i кругов, имеем

$$\operatorname{tg} AD = \operatorname{tg} A'D \cos i \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} AD = \operatorname{tg} A'D (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} i).$$

Отсюда получаем

$$\operatorname{tg} A'D - \operatorname{tg} AD = 2 \sin^2 \frac{1}{2} i \operatorname{tg} A'D.$$

Считая разность $A'D - AD$ за малую величину первого порядка и ограничиваясь при вычислениях только такими величинами, имеем

$$\frac{A'D - AD}{\cos^2 A'D} = 2 \sin^2 \frac{1}{2} i \operatorname{tg} A'D,$$

откуда выводим

$$A'D - AD = \sin^2 \frac{1}{2} i \cdot 2 \sin A'D \cos A'D = \sin^2 \frac{1}{2} i \sin 2A'D.$$

С одинаковой точностью на основании § 12 мы можем написать

$$A'D - AD = \sin^2 \frac{1}{2} i \sin 2AD,$$

а в секундах дуги

$$(A'D - AD)'' = 206\,265'' \sin 2AD \sin^2 \frac{1}{2} i.$$

Нетрудно убедиться в том, что наибольшее значение этой разности будет иметь место при $AD = 45^\circ$ и тогда

$$\max (A'D - AD) = 206\,265'' \sin^2 \frac{1}{2} i.$$

Допустим невероятное даже в малых и грубых инструментах отклонение от перпендикулярности круга к оси $0^\circ,1$. Тогда наибольшая ошибка отсчета равна только $206\,265 \sin^2 3' = 206\,265'' (3/3438)^2 = 0'',16$. Во всех астрономических инструментах можно пренебрегать ошибкой от неперпендикулярности кругов к осям вращения вследствие малости этой ошибки.

§ 57. Заключительные замечания об измерении зенитных расстояний. Сопоставляя все сказанное об измерении зенитных расстояний неподвижных, т. е. земных, предметов, мы устанавливаем такой порядок работы. После того как инструмент пронивелирован (см. § 42, 43,

48), сетка нитей поставлена правильно (см. § 49) и окуляр установлен на сетку нитей, при каком-либо положении инструмента, например «круг право» (*К. П.*), наводим трубу на визируемую точку предмета, пользуясь сначала грубыми, а потом медленными, с помощью винтов, движениями трубы. Затем устанавливаем окуляр с сеткой нитей так, чтобы визируемый предмет был виден совершенно резко и не имел параллакса (см. § 17). После этого медленным движением винтами наводим трубу так, чтобы изображение визируемой точки совпало со средним крестом нитей. Тогда отсчитываем положение концов пузырька (λ , n) на трубке уровня при вертикальном круге и оба нониуса (см. § 29) или оба микроскопа (см. § 31—34, с учетом рэна) $G_1^\circ M_1' S_1''$ и $G_2^\circ M_2' S_2''$. Для вычисления отсчета «круг право» на основании § 35 и 55 имеем формулу

$$R = \frac{1}{2}(G_1^\circ M_1' S_1'' + G_2^\circ M_2' S_2'' - 180^\circ 0' 0'') \pm (\lambda + n - 2m) \beta'',$$

где m — номер деления на середине трубки уровня, а β'' — цена одного полуделения уровня в секундах дуги; знак $+$ или $-$ принимаем сообразно с указаниями в § 55.

После этого поворачиваем верхнюю часть инструмента около вертикальной оси на 180° и в положении *К. Л.* («круг лево») наводим, как прежде, трубу на визирную точку, отсчитываем уровень и оба нониуса или микроскопа и вычисляем отсчет L по тем же правилам, как отсчет R . Тогда $\pm \frac{1}{2}(R - L)$ (плюс или минус, смотря по тому, что больше, R или L) дает зенитное расстояние, а $\frac{1}{2}(R + L) = M_2$ дает точку или место зенита; это в том случае, если при переходе от *К. П.* к *К. Л.* мимо микроскопа, принятого за первый, не прошел нуль (0°) круга; если же он прошел, то согласно § 28 нужно до образования полуразности и полусуммы отсчетов увеличить меньший отсчет на 360° .

Для измерения зенитного расстояния какого-либо небесного светила нужно немного придвинуть окуляр с сеткой нитей к объективу и поставить их так, чтобы изображение небесного светила стало совершенно резким и по отношению к нитям не имело параллакса. Затем нужно навести трубу на светило так, чтобы изображение избранной точки диска светила совпало со средним крестом нитей, и заметить по часам или хронометру момент этого совпадения, потому что зенитное расстояние небесных светил все время меняется.

Наведение трубы на определенную точку диска светила в разных случаях производится по-разному. Именно, если измеряется зенитное расстояние светила близ меридиана, где оно меняется медленно, то удобно, действительно, действуя обоими микрометрическими винтами по азимуту и по высоте, наводить трубу на светило так, чтобы в момент определенного удара хронометра или часов избранная точка светила была *точно* на горизонтальной нити креста нитей близко от вертикальной нити; если горизонтальная нить точно горизонтальна, то не требуется, чтобы точка светила была точно на вертикальной нити, потому что малая ошибка в коллимации имеет ничтожное влияние на измерение зенитного расстояния.

Если же наблюдается небесное светило вне меридиана, особенно близ первого вертикала, где скорость изменения зенитного расстояния наибольшая, то обычно трудно поставить нить на звезду (или определенную точку диска светила) в определенный момент, а выгоднее, поставив ее близ горизонтальной нити, двигать трубу винтом по азимуту, предоставлять звезде двигаться суточным движением по высоте и отмечать момент, когда она пересечет горизонтальную нить; винтом же по азимуту нужно двигать трубу так, чтобы это пересечение произошло близко от вертикальной нити.

Затем, как и в случае земного предмета, надо отсчитать уровень и круг, скажем, при положении *К. П.* Пусть отсчет, исправленный за показание уровня, есть R_* . Для вычисления зенитного расстояния нужно из R_* вычесть точку зенита M_z , найденную из наблюдения земного предмета, или, наоборот, R_* вычесть из точки зенита M_z , смотря по тому, что из них больше, потому что z всегда положительно. Так же нужно поступать и при положении «круг лево». Нельзя для вывода z брать полуразность отсчетов при двух положениях инструмента, *К. П.* и *К. Л.*, потому что, пока наблюдатель переведет инструмент из одного положения в другое, зенитное расстояние небесного светила изменится.

Если, отсчитав нониусы или микроскопы, опять обратимся к уровню, то большей частью найдем, что отсчеты его концов стали другими l' и n' , и возникает вопрос, что же брать в формулу: первые отсчеты или среднее из обеих пар отсчетов? Если смещение пузырька произошло от прикосновения наблюдателя к алидаде и указывает на перемещение самой алидады, то правильнее брать среднее. Но это перемещение может произойти и от приближения наблюдателя к уровню, особенно если уровень очень чувствителен; тогда правильнее брать только первый отсчет уровня. Все зависит от усмотрения наблюдателя и общего правила дать нельзя.

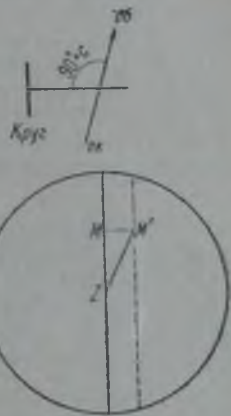
§ 58. Отсчет горизонтального круга. Влияние компонента наклонения i . При измерениях азимута нужно получать точные отсчеты горизонтального круга. Положим, что мы имеем идеальный, безошибочный, инструмент, как он определен уже не раз, например, в § 28. Тогда визирная линия описывает вертикальную плоскость. Наведя визирную линию на один предмет и отсчитав горизонтальный круг по двум нониусам или микроскопам, наводим затем визирную линию на другой предмет и опять отсчитываем круг. На основании ранее сказанного разность этих двух отсчетов измеряет собой двугранный угол между обеими вертикальными плоскостями (или, как их называют, кругами высот), т. е. разность азимутов двух предметов.

В случае реального, ошибочного, инструмента это неверно. Разберем влияние каждой ошибки на отсчет горизонтального круга отдельно от других, считая временно, что другие ошибки не существуют, что они равны нулю.

Представим себе идеальный инструмент и визирную линию, направленную на предмет. Пусть отсчет на круге есть A . Положим, что инструмент повернут около горизонтальной оси, перпендикулярной к плоскости визирования, т. е. к кругу высоты визируемой точки.

Отсчет не изменится, но визирная линия сойдет с этой точки. Однако достаточно повернуть трубу около горизонтальной оси, которая будет ведь точно горизонтальна, чтобы визирная линия опять указывала на визируемую точку. Значит, отклонение i_1 в плоскости визирования (см. § 53) не влияет на отсчет горизонтального круга.

§ 59. Влияние коллимации. Положим теперь, что в нашем инструменте, в отличие от идеального, коллимация не равна нулю. Положим, что мы имеем положение «круг лево», что угол между визирной линией от окуляра к объективу и направлением оси от трубы к кругу есть $90^\circ + c$ и что при вращении верхней части инструмента по часовой стрелке (глядя сверху) отсчеты горизонтального круга возрастают (как это обыкновенно и бывает на деле). Тогда при $c=0$ визирная линия описывала бы вертикальный круг ZM , проходящий через визируемую точку M , и отсчет на круге был бы, допустим, L ; если же $c > 0$, то при этом же отсчете L визирная линия будет с небесной сферой пересекаться по малому кругу, обозначенному на фиг. 28 прерывистой линией, параллельному вертикалу MZ и отстоящему от него на расстоянии c ; чтобы навести визирную линию на точку M , нужно будет повернуть инструмент около вертикальной оси на угол x против часовой стрелки, глядя на инструмент сверху, как читатель на фиг. 28.



Фиг. 28.

Отсчет уменьшится и станет равным $\bar{L} = L - x$. Но из узкого прямоугольного сферического прямоугольника $ZM'M$, в котором $MM' = c$, $ZM = z$, а $M'ZM = x$, находим $\operatorname{tg} c = \sin z \operatorname{tg} x$. При малости угла c угол x тоже будет мал, и можно с достаточной точностью положить, что $x = c \operatorname{cosec} z$, так что верный отсчет L получается из реального отсчета \bar{L} по формуле

$$L = \bar{L} + c \operatorname{cosec} z.$$

Повернем теперь инструмент в положение «круг право». Тогда при идеальном инструменте ($c=0$) отсчет при наведении на предмет при $K. П.$ был бы $R = 180^\circ + L$, полагая, что $R > L$; в нашем же ошибочном инструменте он будет больше, чем R , на ту же величину x , т. е. отсчет при $K. П.$ будет $\bar{R} = R + x$, откуда находим

$$R = 180^\circ + L = \bar{R} - x = \bar{R} - c \operatorname{cosec} z;$$

отсюда получаем

$$L = \bar{R} - c \operatorname{cosec} z - 180^\circ.$$

Взяв среднее арифметическое из двух полученных выражений для L , получим

$$L = \frac{1}{2} [\bar{L} + (\bar{R} - 180^\circ)],$$

а члены с c сократятся. С другой стороны,

$$R = L + 180^\circ = \frac{1}{2} [\bar{R} + (\bar{L} + 180^\circ)].$$

$$\sin y \sin z = \sin i_2 \cos z,$$

откуда получаем

$$\sin y = \sin i_2 \operatorname{ctg} z.$$

Следовательно, при малости угла i_2 величина y тоже будет мала, если только z не очень мало. Допуская это условие, мы можем не только вместо $\sin i_2$ написать i_2 (в радианах) или i_2'' (в секундах дуги), но то же самое сделать и для угла y . Поэтому $y'' = i_2'' \operatorname{ctg} z$ и *верный отсчет A на горизонтальном круге получится из нашего реального, неверного, отсчета A по формуле*

$$A = \bar{A} + i_2'' \operatorname{ctg} z.$$

Нужно сообразить, что если ось отклонена в противоположную сторону, так что правый конец горизонтальной оси будет выше левого, то

$$A = \bar{A} - i_2'' \operatorname{ctg} z.$$

Положим, наконец, что наш ошибочный инструмент лишь тем отличается от идеального, что оси его не взаимно перпендикулярны и хотя бы вертикальная ось вертикальна, горизонтальная ось по этой причине не горизонтальна, а наклонена к горизонтальной плоскости на угол i_3 . Тогда рассуждение, совершенно подобное предыдущему, покажет, что и в этом случае правило остается прежним, а именно, что

$$A = \bar{A} + i_3'' \operatorname{ctg} z.$$

На деле мы не можем отделить i_3 от i_2 , да в этом и нет нужды; сумма $i_2 + i_3$ дает нам наклонение b'' горизонтальной оси, которое мы должны измерить при помощи накладного уровня, как это описано в § 44 и 45, и затем исправить наш неверный отсчет круга \bar{A} по формуле

$$A = \bar{A} + b'' \operatorname{ctg} z.$$

При этом, как мы видели, b'' считается положительным, если левый конец оси выше правого. Поэтому если отсчеты концов уровня обозначим через l и n и положение, когда нуль уровня находится налево, обозначим индексом 1, а противоположное — индексом 2, цену одного поделения β'' выразим в секундах дуги, то

$$b'' = [1/2 (l_2 + n_2) - 1/2 (l_1 + n_1)] \beta''.$$

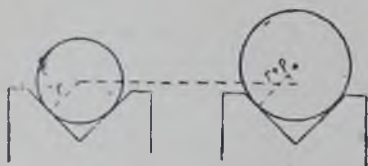
Если же нуль уровня находится по середине его трубки, то

$$b'' = 1/2 (l_1 + l_2 - n_1 - n_2) \beta''.$$

Сопоставляя все сказанное, мы приходим к следующему правилу получения отсчета горизонтального круга, свободного от ошибок. Наводим трубу на предмет при «круге право», отсчитываем горизонтальный круг (отсчет R) и измеряем наклонение горизонтальной

оси b_1'' , приближенно отсчитываем также и вертикальный круг, например до $1'$, затем вращаем верхнюю часть инструмента на 180° , опять наводим трубу на предмет, отсчитываем горизонтальный круг (отсчет L) и измеряем наклон горизонтальной оси b_2'' ; приближенно отсчитываем вертикальный круг. Из двух отсчетов его вычисляем зенитное расстояние предмета z ; берем полусумму $\frac{1}{2}[\bar{R} + (L \pm 180^\circ)]$ и прибавляем поправку, равную $+\frac{1}{2}(b_1'' + b_2'') \operatorname{ctg} z$ с соблюдением вышеизложенного правила знаков; тогда получим точный отсчет при начальном положении инструмента (в нашем правиле при «круге право»).

§ 61. Влияние неравенства цапф. Мы видели, что при отсчете горизонтального круга, в отличие от отсчетов вертикального, большее значение имеет наклонение горизонтальной оси, в силу чего оно должно быть определяемо с большой точностью. Поэтому уместно рассмотреть ту ошибку, которая может произойти от неравенства цапф. Положим,



Фиг. 30.

что каждая цапфа представляет собой круглый цилиндр, но радиусы их не равны, и для определенности рассуждений примем, что цапфа на стороне круга больше другой, так что радиус ее есть $r + \rho$, а радиус другой есть r .

Пусть мы имеем положение инструмента «круг право» и что при равных цапфах наклонение оси равно b_0 в делениях уровня, а при неравных — равно b , причем, так как толстая цапфа лежит направо, то b меньше b_0 на некоторую величину x : $b = b_0 - x$. Нетрудно видеть из фиг. 30, что центр правой цапфы поднят по сравнению с левой так, что расстояние его от каждой стороны лагерья увеличено на ρ . Поэтому $x = \rho \sqrt{2/\alpha''} d \operatorname{arc} 1''$, если стороны лагерья взаимно перпендикулярны и d означает расстояние между рабочими сечениями цапф (см. §44), α'' — цена одного деления уровня. Вообразим, что отсчет уровня, нуль налево, при равных цапфах есть λ_0, n_0 , т. е. что середина пузырька стоит на $\frac{1}{2}(\lambda_0 + n_0)$. Если правая цапфа толще, то правый конец уровня поднимется на x потому, что правый конец оси поднялся на x , и еще раз на x потому, что правая ножка уровня стоит на толстой цапфе. Поэтому отсчеты концов пузырька станут $\lambda_1 = \lambda_0 + 2x$ и $n_1 = n_0 + 2x$. После же перекладки уровня, нуль направо, отсчеты при равных цапфах были бы $\lambda_0' = \lambda_0 + 2b_0$ и $n_0' = n_0 + 2b_0$, а при неравных цапфах они будут:

$$\lambda_2 = \lambda_0' - 2x = \lambda_0 + 2b_0 - 2x \quad \text{и} \quad n_2 = n_0' - 2x = n_0 + 2b_0 - 2x.$$

Поэтому кажущееся наклонение, выводимое по общим правилам, считая, как в § 60, что наклонение положительно, если левый конец оси выше правого, окажется равным

$$\bar{b} = \frac{1}{2} \left[\frac{\lambda_2 + n_2}{2} - \frac{\lambda_1 + n_1}{2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\lambda_0 + 2b_0 - 2x + n_0 + 2b_0 - 2x}{2} - \frac{\lambda_0 + 2x + n_0 + 2x}{2} \right] = b_0 - 2x = b - x.$$

Следовательно, кажущееся, определяемое по отсчетам уровня, наклонение \bar{b} настолько же — на x — меньше истинного наклона $b = b_0 - x$, насколько последнее меньше того наклона b_0 , которое имело бы место при равных цапфах.

Если вообразить, что инструмент переведен в положение «круг лево» поворотом около вертикальной оси, что, как мы видели, необходимо для получения безошибочного отсчета горизонтального круга, то толстая цапфа окажется налево, и тогда, повторяя предыдущие рассуждения, мы найдем, что кажущееся наклонение горизонтальной оси на ту же величину больше истинного наклона ее: $\bar{b}' = b' + x$. Но согласно § 62 нам нужно для исправления отсчета горизонтального круга брать полусумму наклонов горизонтальной оси. А мы видим, что полусумма наклонов, ошибочных от неравенства цапф, равна полусумме истинных наклонов

$$\frac{\bar{b} + \bar{b}'}{2} = \frac{b - x + b' + x}{2} = \frac{b + b'}{2}.$$

Следовательно, определяя отсчет горизонтального круга так, как указано выше, мы автоматически освобождаем отсчет от влияния неравенства цапф.

Хуже обстоит дело, если цапфы неправильны, т. е. не представляют собой *крутых* цилиндров, так что рабочие сечения их, которыми они опираются на лагери и на которые ставятся ножки угловня, не являются окружностями. Для освобождения отсчетов горизонтального круга от неправильностей цапф нужно определить эти неправильности, а это такая сложная операция, что она ни в одном универсальном инструменте не была произведена.

Нужно иметь в виду, что в формулу исправления отсчета круга входит $\text{ctg } z$. Поэтому при измерении *разностей* азимутов таких *земных* предметов, у которых z близко к 90° , влияние наклонности оси крайне мало. Оно может быть значительным лишь при определении *азимутов*, так как при этом нужно определять отсчеты круга при наведении трубы на звезду, обычно Полярную звезду, а при этом z уже далеко от 90° , а также в случае высоких земных предметов, как верхушки близких зданий, гор и т. п.

§ 62. Центральная и боковая труба. В универсальных инструментах устраивают и центральные трубы, у которых в идеальном случае визирная линия и обе оси пересекаются в одной точке, и боковые, причем труба помещается на одном конце горизонтальной оси, а противовес на другом. При наблюдениях небесных светил это не имеет значения, так как по дальности их расстояния прямые линии, проведенные к какой-либо точке светила из любой точки инструмента, могут считаться параллельными. Для земных предметов это не точно. Положим, что центральная труба направлена на какой-либо предмет. Вообразим, что она перемещена параллельно своему направлению на конец горизонтальной оси. Тогда изображение предмета сойдет с креста нитей в сторону и нужно будет трубу повернуть, чтобы вновь направить ее на предмет, а от этого вращения изменятся отсчеты на кругах. Нетрудно, однако, сообразить, что вследствие симметрии, если мы

сначала переместим трубу на один конец горизонтальной оси, то нам нужно будет для приведения изображения предмета на крест нитей повернуть трубу около вертикальной оси, скажем, на угол α в одну сторону; если же мы потом переместим трубу на другой конец горизонтальной на такое же расстояние от вертикальной оси, как и раньше, то нам нужно будет для наведения трубы на предмет повернуть ее в обратную сторону, но на такой же угол α . Значит, если отсчет на горизонтальном круге при центральной трубе был A , то при боковой



Фиг. 31.

трубе он будет $A + \alpha$ и $A - \alpha$. Поэтому, если мы имеем боковую трубу, то при «круге право» и «круге лево» мы имеем именно такие отсчеты горизонтального круга, как $A + \alpha$ и $A - \alpha$, и в среднем получаем отсчет A , как в случае центральной трубы. Таким образом влияние такого эксцентрического положения трубы на отсчет горизонтального круга, подобно влиянию коллимации (см. § 58), исключается посредством наблюдения при двух положениях инструмента $K. П.$ и $K. Л.$

Чтобы рассмотреть влияние бокового положения трубы на зенитное расстояние, положим (фиг. 31), что M есть точка пересечения осей инструмента, MZ — вертикальная линия, N — визируемая точка, N' — основание пер-

пендикуляра из N на горизонтальную плоскость, проходящую через M , MK — горизонтальная ось инструмента, K — точка, где визирная линия боковой трубы пересекает горизонтальную ось. Для простоты рассуждений примем, что ошибки инструмента равны нулю. Из чертежа ясно, что в случае центральной трубы угловая высота визируемой точки есть угол $NMN' = h$, а в случае боковой трубы — угол $NKN' = h'$. Из чертежа мы имеем

$$NN' = MN \sin h; \quad NN' = KN \sin h'; \quad KN^2 = MN^2 - MK^2.$$

Следовательно,

$$MN \sin h = \sqrt{MN^2 - MK^2} \sin h',$$

откуда выводим

$$\sin h = \sqrt{1 - \frac{MK^2}{MN^2}} \sin h'.$$

Отсюда приближенно получаем

$$\sin h = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{MK^2}{MN^2}\right) \sin h' = \sin h' - \frac{1}{2} \sin h' \frac{MK^2}{MN^2}$$

и далее

$$\sin h' - \sin h = \frac{1}{2} \sin h' \frac{MK^2}{MN^2},$$

но, заменяя разность $(\sin h' - \sin h)$ через $(h' - h) \cos h$ согласно первому пункту § 12, мы получаем

$$\sin h' - \sin h = (h' - h) \cos h,$$

пренебрегая высшими степенями величины $(h' - h)$.

Поэтому

$$(h' - h) \cos h = \frac{1}{2} \sin h' \frac{MK^2}{MN^2}.$$

При малой разности $h' - h$, если MK мало сравнительно с MN , можно с достаточной точностью принять

$$h' - h = \frac{1}{2} \frac{MK^2}{MN^2} \operatorname{tg} h \quad \text{или} \quad z - z' = \frac{1}{2} \frac{MK^2}{MN^2} \operatorname{ctg} z.$$

В случае центральной трубы наблюдатель ранее описанным приемом измеряет угол h (или $z = 90^\circ - h$) из точки M , а в случае боковой трубы — угол h' (или $z' = 90^\circ - h'$) из точки K . Последние формулы показывают, насколько эти углы отличаются один от другого.

§ 63. Гнутые трубы. Многочисленные опыты показали, что при самом строгом учете всех рассмотренных ошибок универсального инструмента может еще оставаться ошибка, заключающаяся в том, что все измеренные зенитные расстояния получаются либо слишком большими, либо слишком малыми сравнительно с истинными зенитными расстояниями и что величина разницы между ними зависит от зенитного расстояния. Несомненно, что одной из причин такой ошибки может быть гнутые трубы. Действительно, ни одна труба не есть абсолютно твердое тело, и если она приведена в горизонтальное положение, то обе половины ее — несущая объектив и несущая окуляр — изгибаются, так что концы их свисают. Насколько опустится объектив по сравнению с воображаемой прямолинейной абсолютно твердой трубой, настолько же опустятся и изображения внешних предметов в его фокусе. И если сетка нитей от изгиба окулярной половины трубы опустится настолько же, как объектив, то изображение звезды не сойдет с креста, если оно на нем находилось в абсолютно твердой трубе. Если объектив опустился меньше сетки нитей, то звезда сойдет кверху от креста нитей и при наведении на звезду получится как бы большее ее зенитное расстояние, чем то, какое было бы при отсутствии таких изгибов половинок трубы. Наибольшее влияние гнупия, конечно, бывает у горизонтальной трубы; у вертикальной оно принимается равным нулю.

Обычно считают, что ошибка зенитного расстояния от гнупия выражается формулой $a \sin z$. Однако определение коэффициента a и вообще исследование гнупия затруднительно. Нельзя быть уверенным, что та ошибка в измерении зенитного расстояния, о которой сказано в начале этого параграфа, зависит только от гнупия трубы, которое в малых инструментах к тому же и мало вероятно. Поэтому для исключения такой ошибки следует располагать самые наблюдения так, чтобы из совокупности их эта ошибка исключалась сама собой. Часто это, действительно, бывает возможно. Например, при измерении широты места, о чем кратко сказано в § 2 и подробнее говорится в гл. VI, можно измерять зенитные расстояния звезд к югу от зенита, и тогда широта φ определяется по склонению звезды δ и измеренному зенитному расстоянию z по формуле (3), выведенной в § 3:

$$\varphi_{ю} = \delta_{ю} + z_{ю},$$

а в случае звезды к северу от зенита (в верхней кульминации):

$$\varphi_c = \delta_c - z_c.$$

Положим, что на деле $z_{ю}$ и $z_{с}$ оба слишком малы и притом приблизительно равны одно другому; значит, оба требуют внесения одной и той же поправки $+x$, так что верные значения широты выразятся формулами

$$\varphi_{ю} = \delta_{ю} + (z_{ю} + x) \quad \text{и} \quad \varphi_c = \delta_c - (z_c + x).$$

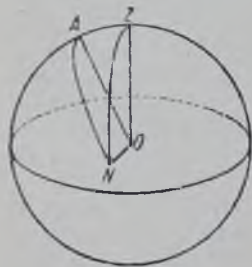
Таким образом, не зная x , мы не можем получить точного значения широты только по южной или только по северной звезде, но, взяв среднее арифметическое из обоих значений φ , получаем точное значение ее, так как влияние ошибки x уничтожается:

$$\text{широта} = 1/2 (\varphi_{ю} + \varphi_c) = 1/2 (\delta_{ю} + z_{ю} + \delta_c - z_c),$$

где $z_{ю}$ и z_c — измеренные ошибочные зенитные расстояния.

Подобные приемы необходимо применять везде, где только возможно, для исключения таких ошибок инструмента, которые поддаются лишь обнаружению или подозрению, но не исследованию и учету.

§ 64. Идея способа Комстока для исследования уровней. Наиболее надежным методом исследования уровня является исследование его, разумеется, вместе с его оправой, на хорошем экзаменаторе. Однако с очень большой точностью можно исследовать уровень и не снимая его с инструмента, если только инструмент имеет надежный, негрубый горизонтальный круг. Способ такого исследования уровней был предложен американским астрономом Комстоком.



Фиг. 32.

Пусть на фиг. 32 O — центр вспомогательной небесной сферы; OZ — направление вертикальной линии; Z — зенит; OA — вертикальная ось инструмента, предварительно тщательно проинвентаризованного, так что вертикальная ось его OA была близка к OZ , но затем намеренно наклоненного так, что OA составляет с OZ заметный угол I порядка 1° . Пусть ON — ось уровня; угол AON , близкий в 90° , пусть равен $90^\circ - \beta$, где β — малая величина. При

вращении инструмента около OA на 360° ось уровня дважды бывает горизонтальной, в двух приблизительно (при $\beta = 0$ в точности) диаметрально противоположных положениях. Вообразим, с одной стороны, плоскость ZOA , с другой — плоскость AON и исследуем величину угла i между осью уровня и горизонтальной плоскостью в зависимости от угла ZAN между указанными плоскостями, который обозначим через A . В сферическом треугольнике ZAN имеем $AZ = I$, $ZN = 90^\circ - i$, $AN = 90^\circ - \beta$ (не меняется при вращении около OA),

$$\cos ZN = \cos AZ \cos AN + \sin AZ \sin AN \cos A$$

или

$$\cos (90^\circ - i) = \cos I \cos (90^\circ - \beta) + \sin I \sin (90^\circ - \beta) \cos A,$$

или

$$\sin i = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A.$$

Так как на практике важны лишь малые углы i порядка нескольких десятков секунд дуги, угол β на деле составляет лишь $10-20''$ дуги, а угол I имеет величину порядка 1° , то $\cos A$ составляет примерно $\sin i / \sin I$, т. е. $100'' / 3600'' = 1/36$ или менее, а угол A близок к 90° ($88-92^\circ$).

При двух разных положениях инструмента, соответствующих углам A_1 и A_2 , имеем

$$\sin i_1 = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A_1,$$

$$\sin i_2 = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A_2.$$

Вычитая первое уравнение из второго, получаем

$$\sin i_2 - \sin i_1 = \sin I \cos \beta (\cos A_2 - \cos A_1).$$

Ввиду малости углов i и β мы можем с достаточной точностью в последнем уравнении принять $\cos \beta = 1$ и разность $\sin i_2 - \sin i_1$ заменить разностью углов i_2 и i_1 в радианах; обозначая же через i_2'' и i_1'' их величины в секундах дуги, имеем

$$\begin{aligned} i_2'' - i_1'' &= 206\,265'' \sin I (\cos A_2 - \cos A_1) = \\ &= 206\,265'' \sin I \, 2 \sin \frac{1}{2} (A_2 + A_1) \sin \frac{1}{2} (A_1 - A_2). \end{aligned}$$

На основании сказанного выше об угле A ($88-92^\circ$) мы можем с достаточной для практических целей точностью положить $\sin \frac{1}{2} (A_1 + A_2)$ равным 1 (с ошибкой не более $0,06\%$) и заменить $\sin \frac{1}{2} (A_1 - A_2)$ углом, выраженным в радианах (с ошибкой не более $0,02\%$). Если же обозначить через $\frac{1}{2} (A_1 - A_2)'$ число минут дуги в угле $\frac{1}{2} (A_1 - A_2)$, то мы получим

$$i_2'' - i_1'' = \frac{206\,265''}{3438'} (A_1 - A_2)' \sin I.$$

Наконец, если учесть то обстоятельство, что при $I = 1^\circ$ мы можем с ошибкой, не превосходящей $0,005\%$, положить $\sin I = I^\circ / 57',296$, где I° означает число градусов в угле I , окончательно получаем простую формулу

$$i_2'' - i_1'' = \frac{60}{57,3} I^\circ (A_1 - A_2)' = 1,047 I^\circ (A_1 - A_2)'.$$

Отсюда видно, что изменение наклона оси уровня к плоскости горизонта, т. е. $(i_2'' - i_1'')$, пропорционально углу поворота инструмента при таком положении его, когда ось уровня близка к горизонту.

§ 65. Применение способа Комстока на практике. При установке инструмента на столбе или штативе нужно позаботиться о том, чтобы плоскость, проходящая через вертикальную ось и какой-либо из установочных винтов, проходила через какую-нибудь марку на стене лаборатории или на каком-либо здании, если исследование ведется на открытом воздухе. Инструмент тщательно нивелируется, труба наводится на избранную марку, делается точный отсчет вертикального круга и уровня. Затем труба поворачивается около горизонтальной оси примерно на 1° , делается точный отсчет на вертикальном круге, а после этого упомянутым установочным винтом весь инструмент поворачи-

вается так, чтобы труба опять оказалась установленной на ту же самую марку.

Ясно, что в результате таких операций вертикальная ось инструмента окажется отклоненной от вертикальной линии как раз на разность двух произведённых отсчетов вертикального круга. Чтобы неизбежные ошибки в этих отсчетах не влияли значительно на окончательный результат, необходимо, чтобы они составляли малую долю этой разности двух отсчетов; поэтому-то и удобно выбирать ее величиной около 1° . Ясно, что это и есть угол I .

После этого поворачиваем инструмент около вертикальной оси от направления трубы на марку в ту или другую сторону приблизительно на 90° и ищем такое положение инструмента, при котором пузырек уровня стоял бы по середине его трубки. Тогда закрепляем инструмент по азимуту и, действуя микрометрическим винтом, поворачиваем инструмент около вертикальной оси так, чтобы отсчет горизонтального круга A был с целым числом минут дуги, даже, если удобно, с круглым числом минут (целые десятки), а пузырек уровня стоял бы у края его трубки. Делаем отсчет A_1 , получаем соответственные отсчеты концов пузырька a_1 и b_1 . Потом поворачиваем инструмент так, чтобы точный отсчет A_2 был опять с целым (лучше круглым) числом минут, а пузырек передвинулся бы на 2—3 деления, и опять отсчитываем уровень (a_2 и b_2). Затем поворачиваем инструмент еще на столько же минут дуги, сколько их содержится в разности $A_2 - A_1$, и опять отсчитываем уровень и т. д. Эти операции продолжаем до тех пор, пока пузырек уровня дойдет до другого конца трубки. Операция эта совершенно аналогична вращению винта экзаменатора уровней на равные доли оборота винта и отсчитыванию показаний уровня после каждого вращения винта.

Как при исследовании уровней на экзаменаторе, так и в способе Комстока полезно теми же поворотами инструмента перегнуть пузырек уровня обратно на тот конец, с которого начато исследование. Затем можно перевернуть инструмент на 180° около вертикальной оси и провести такое же исследование вблизи другого такого положения его, когда пузырек уровня стоит на середине трубки. Можно повторить это исследование столько раз, сколько представляется рациональным.

В заключение же нужно получить опять точный отсчет *вертикального* круга. Потом вращением того же установочного винта, которым ось инструмента была выведена из вертикального положения, восстанавливается вертикальное положение этой оси, и после аккуратного нивелирования труба опять наводится на марку и получается отсчет вертикального круга. Разность двух этих отсчетов вертикального круга тоже дает нам значение угла I , сравнимое с тем, которое (см. выше) было получено в начале исследования. Оба значения угла I° в пределах неизбежных ошибок должны согласоваться одно с другим, если вся операция проведена благополучно. Для обработки, конечно, нужно брать среднее из обоих значений угла I .

Для обработки измерений по известному I в градусах и одинаковой во всех передвижениях разности отсчетов $A_2 - A_1$ в минутах дуги

вычисляем в секундах дуги по формуле

$$i_2'' - i_1'' = 1,047 I^\circ (A_2 - A_1)'$$

угловую величину $(i_2 - i_1)''$, на которую изменяется наклон оси уровня к горизонту при каждом повороте инструмента около вертикальной оси на угол в $(A_2 - A_1)$ минут дуги. Следовательно, мы имеем все, что нужно для определения средней цены деления уровня или для исследования его.

Если позаботиться о том, чтобы $I^\circ = 57',3/60$, т. е. чтобы угол I равнялся $57',3$ дуги, то в формуле $1,047 I^\circ$ обращается в единицу и $(i_2 - i_1)''$ становится равным $(A_2 - A_1)'$. Это значит, что изменение наклона оси уровня к плоскости горизонта, выраженное в секундах дуги, численно равно углу поворота инструмента около вертикальной оси, выраженному в минутах дуги.

Конечно, нельзя на глазомер направить плоскость, проходящую через вертикальную ось и установочный винт, так, чтобы она точно проходила через избранную марку. Однако трудно здесь сделать ошибку больше 2° ; при такой ошибке, как показывает несложное соображение, цена деления уровня получается меньше действительной в отношении $\cos 2^\circ : 1$, т. е. на $0,06\%$, и даже при ошибке в 4° отклонение от действительной цены деления уровня составляет лишь $0,24\%$. Практически же совершенно достаточно знать цену деления уровня с точностью до $0,5\%$.

Выгоды этого способа заключаются, очевидно, в том, что не требуется специального инструмента, и в том, что уровень исследуется на том самом инструменте, на котором он служит при наблюдениях, а это очень важно.

Конечно, этот способ предполагает, что вращение инструмента около вертикальной оси происходит, — правда, в пределах очень ограниченного угла, в какие-нибудь $2-4^\circ$, — геометрически правильно. Но в этом вряд ли можно сомневаться, если инструмент не совсем плохой. Во всяком случае стоит отметить, что в сущности ту же идею можно применить к исследованию правильности вращения инструмента около вертикальной оси, и именно в следующей форме. Пронивелируем инструмент на надежном столбе возможно тщательнее и, устанавливая верньер (или микроскоп) горизонтального круга последовательно на $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ и т. д. до 330° , будем отсчитывать положение середины пузырька уровня при вертикальном круге или накладного по формуле $c_i = 1/2 (a_i + b_i)$. После этого построим график, в котором по оси абсцисс откладываются градусы $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ и т. д., а по оси ординат — соответственные c_i . Если вращение оси в ее втулке совершается совершенно правильно, с геометрической точностью, то полученные точки должны лежать в пределах неизбежных ошибок отсчетов уровня на синусоиде, у которой ось параллельна оси абсцисс, а амплитуда есть угол между вертикальной линией и вертикальной осью инструмента.

Отклонение кривой от синусоиды, если оно не объясняется ошибками наблюдения, указывает на то, что вращение оси в ее втулке происходит не геометрически точно.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ЧАСЫ И ХРОНОМЕТРЫ

§ 66. Общее описание. При каждом астрономическом наблюдении необходимо указывать время, когда происходит наблюдаемое явление. Для указания времени с надлежащей каждый раз точностью служат инструменты, указывающие протекшее время; это — часы и хронометры. Хронометр — слово греческое, оно означает «времяизмеритель». Астрономические часы устроены принципиально так же, как обычные стенные часы с гирей и маятником, а хронометры, как карманные часы, но только гораздо точнее.

В астрономических часах есть система зубчатых колес, приводимых в движение каким-либо грузом; этот груз либо висит на шнурке (или струне), который при заводе часов навивается на короткий барабан, соединенный с самым медленным колесом, и, опускаясь, приводит это колесо во вращение, либо каким-либо иным способом заставляет вращаться одно из колес, а вместе с ним и все остальные. Движение колес прерывистое, регулируется колебаниями маятника, который при помощи так называемого якоря, или спуска, и спускового колеса сцеплен с системой зубчаток. Маятник в астрономических часах совершает одно колебание в одну сторону, т. е. слева направо или справа налево, либо в 1 секунду (это — секундный маятник, длиной около 1 м), либо в $\frac{1}{2}$ секунды (полусекундный, длиной около $\frac{1}{4}$ м), притом либо среднего времени у *средних* часов, либо звездного у *звездных*. На оси спускового колеса находится секундная стрелка, на двух других — минутная и часовая.

В хронометре система зубчатых колес приводится во вращение заводной пружиной, а прерывистое движение их регулируется так называемым *балансом*, приводимым в движение спиральной пружиной, которой в карманных часах соответствует так называемый волосок в виде плоской спирали. Ось баланса сцеплена со спусковым колесом при помощи особого спуска; на спусковом колесе сидит секундная стрелка, на других — минутная и часовая. В хронометрах полное колебание вперед — назад баланса совершается в полсекунды среднего или звездного времени.

Каждые часы и хронометр имеют название, состоящее из фамилии мастера или названия фирмы и номера.

Секундные удары часов и полусекундные хронометров делаются очень четкими и короткими и настолько громкими, чтобы их можно было слышать на расстоянии нескольких метров. При наблюдении какого-либо явления наблюдатель смотрит в трубу, слушает и считает в уме секунты часов или хронометра. Когда происходит то явление, момент которого ему необходимо отметить, он замечает секунду или, более точно, секунду и десятую долю ее, когда это явление происходит, и тотчас записывает ее, а потом минуту и час в журнал наблюдений.

Для удобства получения и уверенности таких оценок моментов наблюдаемых явлений необходимо приучиться уверенно, не сбиваясь, считать в уме, не глядя на хронометр, отбиваемые им секунды. Именно лучше считать секунды, а не полусекундные удары хронометра, отме-

чая мысленно или вслух полусекундные удары звуком «и» или десятком секунд; например вот так: нуль, (и) раз, (и) два, (и) три, ..., (и) девятнадцать, (и) двадцать, (двадцать) один, (двадцать) два, ..., (пятьдесят) девять, (и) нуль, ... и т. д.

§ 67. **Поправка и суточный ход.** Ни одни часы не могут показывать совершенно точно то время, которое они призваны показывать, но при помощи наблюдений небесных явлений целесообразными инструментами можно определить *поправку часов*. Поправкой часов называется то число часов, минут, секунд и долей секунды, которое нужно *алгебраически* приложить с ее знаком $+$ или $-$ к показанию часов, чтобы знать верное время, которое они призваны показывать, среднее или звездное, и притом *определенного меридиана*. Ни одни часы не могут идти точно. Поэтому поправка их непрерывно меняется. Изменение поправки за одни сутки (средние или звездные) в смысле «поправка сегодня минус поправка вчера» называется *суточным ходом часов или хронометра*. Если u означает поправку в момент T , а ω — суточный ход, то в момент T' поправка будет

$$u + \omega \frac{T' - T}{24},$$

где $T' - T$ выражено в часах и долях часа. При этом, однако, предполагается, что ω — постоянная величина. В действительности этого не бывает. Поэтому проинтерполировать поправку, а в особенности проэкстраполировать ее, дело не легкое и не всегда дающее уверенные результаты.

§ 68. **Маятник.** Ход часов регулируется продолжительностью колебаний маятника. Из механики известно, что у так называемого математического маятника (масса груза сосредоточена в одной точке, нить невесомая, длина ее равна l) время колебания в одну сторону выражается формулой

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{4} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right],$$

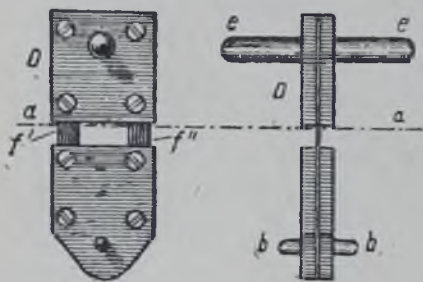
где g — ускорение силы земной тяжести, а α — амплитуда колебания, т. е. наибольшее отклонение нити от отвесного положения. У физического маятника формула сложнее, но похожа на предыдущую:

$$T = \pi \sqrt{\frac{(a^2 + k^2)}{ga}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right],$$

где a — расстояние центра тяжести от оси подвеса. Если M означает массу тела, то $k^2 M$ есть момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр тяжести и параллельной оси подвеса. В астрономических часах амплитуда обыкновенно бывает около 70 минут дуги.

Для постоянства хода часов важно прежде всего постоянство «длины» маятника $(a^2 + k^2)/a$, а она зависит от температуры. Поэтому придуманы такие устройства маятника, чтобы изменение температуры не влияло на время колебания. Мы рассмотрим суть некоторых из них, без точных расчетов.

Заметим прежде всего, что маятник подвешивается на небольшом выступе, скрепленном с задней доской механизма при помощи подвесной пружины, устройство которой показано на фиг. 33. Стержень *е* лежит на упомянутом выступе в плоскости качаний маятника. Одна или, как на чертеже, две пружины *f'* и *f''* зажаты своими верхними концами в верхней квадратной пластинке, а нижними — в нижней. У нижней есть штифт *bb*, на который маятник подвешивается двойным крючком, находящимся на верху стержня маятника.



Фиг. 33.

Ртутный маятник состоит из стального стержня, к нижнему концу которого (фиг. 34) прикреплена рама с круглой площадкой на нижней перекладине; на этой площадке помещается цилиндрический стеклянный сосуд с ртутью, образующий груз маятника. Для простоты рассуждений пренебрежем весом стержня и величиной k^2 сравнительно с a^2 ; тогда длиной маятника

будет расстояние от подвесной пружины до центра тяжести ртути; если температура повышается, то дно сосуда со ртутью опускается, так как стержень и боковые стенки рамы удлиняются, но центр тяжести ртути над дном сосуда повышается, потому что столб ртути удлиняется. Так как коэффициент расширения стали гораздо меньше, чем ртути, то достаточно небольшой высоты ртути в цилиндре, примерно 17 см, чтобы опускание центра тяжести ее от удлинения стержня покрывалось повышением его от удлинения столба ртути.

Маятник из инвара. В конце XIX в. французский физик Гильом открыл замечательные свойства сплавов никеля и стали; между прочим он нашел, что сплав 36% никеля и 64% стали имеет очень малый коэффициент теплового расширения; этот сплав получил название инвар от французского слова «invariable», что значит «неизменяемый»; вскоре же его стали применять везде, где требуется малая изменчивость длины от температуры, между прочим и в маятниках для астрономических часов. Коэффициент расширения у инвара не равен нулю, — он зависит от его состава, но он от 15 до 20 раз меньше, чем у стали, или около 30 раз меньше, чем у латуни. Поэтому компенсация маятника со стержнем *S* из инвара делается так (фиг. 35): на нижнем конце стержня находится гайка *M*; на ее края опирается латунная трубочка *CC'* длиной в несколько сантиметров, свободно охватывающая стержень; на верхний конец трубочки опирается площадка, устроенная внутри гири маятника *L* (цилиндр или двояковыпуклая линза из свинца), в ее центре тяжести. После того как определены коэффициенты расширения инвара и латуни, вычисляют длину латунной трубки так, чтобы изменение ее длины от температуры равнялось изменению длины стержня из инвара.

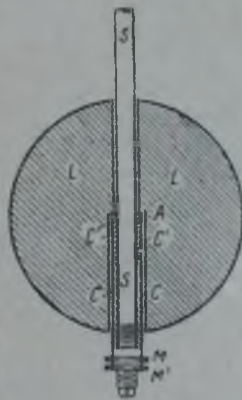
Маятник из цинка и стали (фиг. 36). Его устройство основано на том, что коэффициент расширения цинка от 2 до 3 раз больше коэффициента расширения стали. Маятник по существу кон-

струруется следующим образом (в расположении стержней могут быть отличия): от подвесной пружины отходит стальной стержень длиной около 17 см до перекладины *A*, с которой он скреплен в ее середине; от обоих ее концов идут вниз стальные стержни длиной около 70 см, вверх скрепленные с перекладиной *A*, а внизу — с перекладиной *C* и свободно проходящие через перекладину *B*. От середины перекладины *C* между упомянутыми стальными стержнями идет вверх цинковый стержень до перекладины *B*, скрепленный своими концами с *C* и с *B*; от краев перекладины *B* идут вниз стальные стержни, свободно проходящие через перекладину *C*, но скрепленные с перекладиной *D* и входящие свободно в гирю маятника; она же висит на винте, который свободно проходит через середину перекладины *D* и вверх имеет гайку.

От повышения температуры стальные стержни удлиняются и груз понижается, но от удлинения цинкового стержня верхняя площадка *B* поднимается над нижней *C* и, значит, груз поднимается. Опускание груза равно сумме расширений стали от подвеса до площадки *C* и от площадки *B* до *D*, а поднятие груза равно расширению



Фиг. 34.



Фиг. 35.



Фиг. 36.

цинка от площадки *B* до площадки *C*; длина стальных стержней в два слишком раза больше, чем цинковых, но и расширение цинка в два слишком раза больше, чем стали; поэтому можно достигнуть того, что изменение температуры не будет отражаться на длине маятника. Расчет этого маятника, конечно, сложнее, чем двух предыдущих.

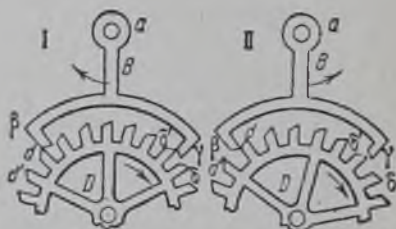
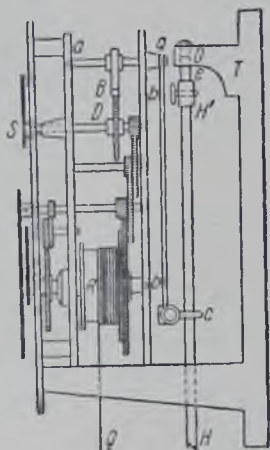
При всяком маятнике есть гайка на винте, которой можно перемещать груз маятника в пределах немногих миллиметров и таким образом немного изменять продолжительность одного колебания маятника и, значит, ход часов.

Для этого, конечно, нужно останавливать часы. Чтобы можно было слегка изменять время колебания маятника, не останавливая его, устраивают на стержне маятника небольшую полочку и регулируют маятник сначала подъемом или опусканием его гири, имея, однако, на полочке небольшой грузик, весом, например, в 1 г. Детальную же регулировку производят, не останавливая маятника, но осторожно снимая с полочки этот грузик и кладя вместо него или более тяжелый (тогда маятник колеблется быстрее, так как центр тяжести его под-

нимается, и часы идут быстрее) или более легкий грузик (тогда маятник колеблется медленнее, и часы идут медленнее).

§ 69. Устранение влияния температуры и атмосферного давления на колебания маятника. В основе соображений, высказанных в § 68, лежит, однако, предположение, что температура маятника одинакова во всех его частях. Исследование показывает, что это неверно, что существует так называемая слоистость температуры, т. е. температура сверху всегда выше, чем внизу, если только это не изменено искусственным подогреванием, а изменить это устойчиво — невозможно, и, главное, разница между верхней и нижней температурами меняется. Это обстоятельство нарушает компенсацию маятника, кроме последнего типа (сталь — цинк), где взаимно компенсирующие друг друга элементы расположены в середине маятника и на большей части его длины.

Ввиду этого Рифлер перенес в последнее время латунную трубку, ком-



Фиг. 37. Спуск и спусковое колесо.

пенсирующую инварный стержень, с низа стержня на его середину, где температура, конечно, ближе к средней температуре стержня.

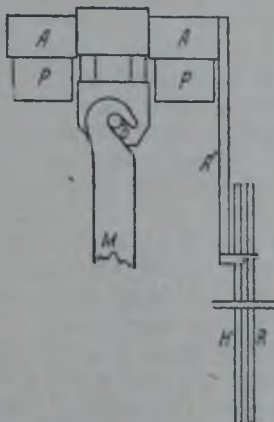
Вследствие того что компенсация все же не может быть вполне безупречной и на ход часов влияет также изменение температуры подвесной пружины, стремятся держать часы в таком помещении, где температура либо искусственно, при помощи регулируемого нагревания, либо естественно, на большой глубине под почвой (10 м и более), поддерживается приблизительно постоянной; особенно важно отсутствие суточных колебаний температуры.

Кроме температуры на время колебания маятника влияет еще плотность воздуха, в котором он качается; единственный надежный способ устранить это влияние — поместить часы в герметически закрытый цилиндр, в котором масса, а значит, и плотность воздуха, не менялась бы (цилиндр не должен протекать). Вовсе не обязательно сильно разрежать воздух в этом цилиндре, но, конечно, это полезно, если закупорка цилиндра это позволяет. Конечно, необходимо устроить такой завод часов, чтобы можно было заводить их, не впуская в цилиндр воздуха (см. § 71).

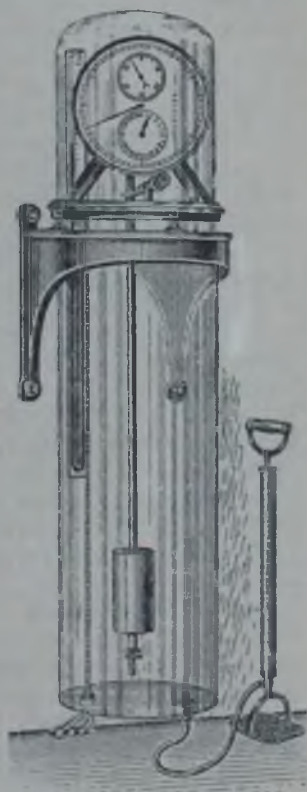
§ 70. Спуск. Колебания маятника переводятся во вращение зубчатых колес и в конце концов стрелок при помощи так называемого спуска, или якоря, и спускового колеса, на оси которого насажена секундная стрелка (фиг. 37). Якорь *B* колеблется на оси *a*, расположенной над осью *D* спускового колеса. От его оси отходит вниз стержень *bb* длиной около дециметра, на конце которого находится либо горизонтальная вилка *C*, охватывающая стержень маятника, либо горизонтальный стержень, входящий в отверстие в стержне маятника. Маятник, колеблясь, заставляет колебаться и стержень якоря и самый якорь, и тогда поочередно то правый, то левый зубец якоря входит между зубцами спускового колеса, которое от действия гири стремится вращаться. От этого получают удары зубцов колеса о концы якоря, которые и слышны как так называемые «удары маятника», хотя при этом никакого удара о маятник не происходит и не должно происходить. Но, кроме того, при этом зубец колеса, скользя некоторое время по зубцу якоря, сообщает ему легкое давление, которое передается маятнику и поддерживает его колебания. Без этого легкого подталкивания маятник, конечно, остановился бы вследствие сопротивления воздуха и трения в механизме часов.

Однако такое подталкивание, еже-секундно передаваемое маятнику в точке немного ниже

подвесной пружины, нарушает свободное качание маятника, и механики давно стремились к тому, чтобы сделать маятник в часах как можно более свободным. Рифлер достиг этого тем (фиг. 38), что с верхней частью подвесной пружины, на которой висит маятник *M*, соединил две стальные призмы *A, A*. Нижние острые ребра этих призм, перпендикулярные к плоскости качания маятника, опираются на агатовые горизонтальные площадки *P, P*, прикрепленные к основной доске часов. С этими призмами скреплен якорь *A'*, сочлененный с двойным спусковым колесом *HR*. На ребрах призмы *A, A* маятник качается, как на оси. Эти ребра должны лежать на продолжении оси



Фиг. 38. Подвес маятника у часов Рифлера.



Фиг. 39. Часы Рифлера.

качания маятника a , a (см. фиг. 37). Нажим зубцов спускового колеса на плечи якоря вызывает изгибание подвесной пружины, и это изгибание поддерживает энергию колебания маятника; таким образом ничто не прикасается к маятнику ниже подвесной пружины.

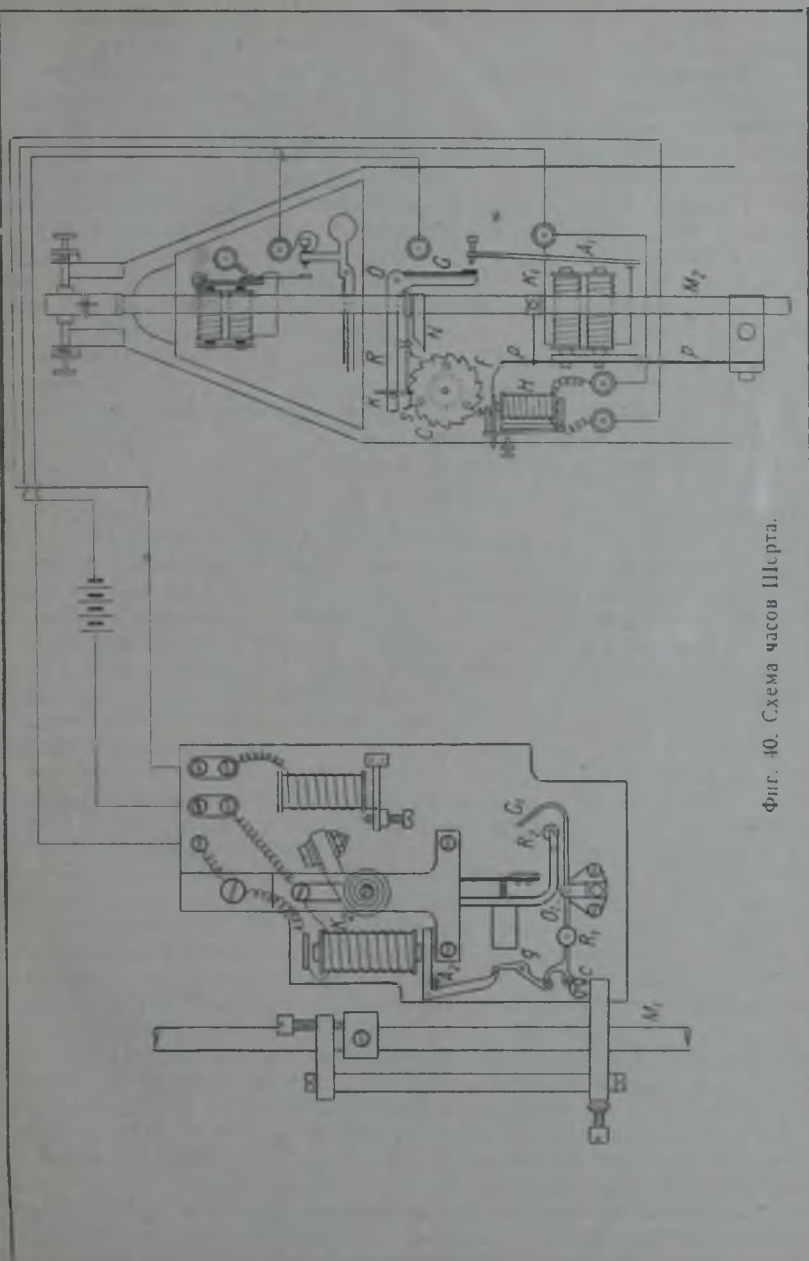
§ 71. Завод. Часы, висящие в обычном футляре, закрывающем механизм только от пыли, заводятся, как обыкновенные часы. В них шнурок или струна, на которых висит гиря, наворачивается на барабан вращением этого барабана на его оси. Барабан при помощи собачки связан с первым зубчатым колесом, от которого получают движение все следующие колеса до последнего, спускового секундного колеса. Каждое колесо имеет определенное, практикой выработанное, число зубцов. Ось одного из колес служит осью минутной стрелки, а от этой оси особая система колес приводит к оси часовой стрелки. В астрономических часах обыкновенно центры часового и минутного циферблата не совпадают.

В часах, заключенных в герметически закрытое помещение (цилиндр), необходимо устроить завод таким образом, чтобы при заводе воздух не мог войти в цилиндр; это делается разными способами при помощи электрического тока, провода которого введены снаружи внутрь.

Например, часы Рифлера (фиг. 39), заключенные в закрытый цилиндр, идут под действием тяжести на небольшую гирьку, которая каждые 30—36 секунд, опустившись до самого низкого своего положения, замыкает ток, идущий в электромагнит, притягивающий от этого якорь на одном конце некоторого рычажка; другой конец его, быстро поднимаясь, толкает указанную гирьку вверх; от этого ток мгновенно прекращается, а гирька оказывается на верху своего пути и, давя на зубцы особого колеса, поддерживает ход часов; все это устройство, конечно, находится в цилиндре, наружу выходят лишь провода к батарее.

§ 72. Часы Шорта состоят из двух отдельных частей. Одна из них помещается там, где это удобно для астронома, и имеет маятник M_2 (см. правую половину фиг. 40), который при помощи соответственного контакта (см. § 74) замыкает на малую долю секунды ток, используемый в циферблатах, хронографах (см. § 75) и т. д. Другая часть представляет собой маятник M_1 , находится в помещении с постоянной, по возможности, температурой. Маятник M_1 заключен в стеклянном цилиндре, из которого воздух выкачан на 96%. Оба маятника сделаны из инвара и компенсированы от изменения температуры так, как это описано в § 69.

Поддержание колебаний обоих маятников и регулирование колебаний маятника M_2 свободным маятником M_1 происходят следующим образом. Маятник M_2 при каждом своем полном колебании, идя слева направо, при помощи соединенного с ним легонького крючка (изображенного на чертеже над буквой r) повертывает на один зубец небольшое колесико C с 15 зубцами; когда оно через каждые 30 секунд делает полный оборот, то связанный с ним штифтик s отодвигает вправо крючок K , поддерживающий рычаг ROG , который тогда, вращаясь около своей оси O , роликом r прокатывается по боковой (левой на чертеже) грани выступа N , скрепленного с маятником, и этим подталкивает маятник



Фиг. 40. Схема часов Шорга.

около времени прохождения его через положение равновесия слева направо.

Как только это произошло и рычаг *ROG* повернулся достаточно, то он уже сам своим нижним концом замыкает ток, идущий в электромагнит *K₁*, который притягивает якорь *A₁*; этот якорь резко толкает рычаг *ROG*, и он, вращаясь по часовой стрелке, зашелкивается за крючок *K*. Этот же ток идет через электромагнит *K₂* в цилиндре свободного маятника; электромагнит *K₂* притягивает свой якорь *A₂*, который, вращаясь около своей оси, нижним концом толкает направо рычажок *g*; нижний конец этого рычажка, отходя налево, освобождает висящую на нем вилку легкого рычажка *R₁O₁G₁*; эта вилка нижним концом поворачивает на малый угол легкое колесико *c*, связанное с маятником, и таким образом маятник получает легкий толчок в момент перехода через положение равновесия справа налево. При возвращении рычагов *g* и *R₁O₁G₁* в их нормальное положение попутно замыкается на короткое время (0,03 сек.) ток, идущий в катушку *H* при маятнике *M₂* для синхронизации его с маятником *M₁*.

Для этого маятник *M₂* регулируется так, чтобы он отставал в сутки на 6 секунд, тогда за $\frac{1}{2}$ минуты он будет отставать на $\frac{6}{2 \cdot 1440} = \frac{1}{480}$ -ю долю секунды. Последний упомянутый ток идет в электромагнит *H* и один раз в каждые 30 секунд притягивает его якорь *F*, так что он на мгновение падает вниз и при этом движении своим правым концом либо совсем не задевает вертикальную пружинку *pp*, сидящую на маятнике (а маятник в это время движется справа налево), потому что верхушка *p* в момент падения якоря *F* будет левее загнутого конца якоря, либо через $\frac{1}{2}$ минуты только ударит легко в верхушку пружинки *p* и в обоих случаях не окажет влияния на движение маятника; но тогда еще через $\frac{1}{2}$ минуты, при падении якоря *F*, пружинка *pp* окажется несколько правее, чем $\frac{1}{2}$ минуты и минуту до этого, потому что ведь маятник *M₂* колеблется медленнее, чем свободный маятник *M₁*, и поэтому при движении пружинки *pp* налево изгиб на ее верхушке зацепится за правый конец якоря; таким образом, целую секунду, пока маятник *M₂* дойдет до своего крайнего положения налево и вернется, двигаясь слева направо, к положению равновесия, пружинка *pp* оказывается оттянутой направо и, следовательно, тянет маятник к положению равновесия, т. е. действует подобно силе тяжести, ускоряя движение маятника. Упругость пружинки *pp* рассчитана так, что за эту секунду отставание маятника *M₂* относительно свободного маятника *M₁* уничтожается. В следующие секунды маятник *M₂* начинает опять отставать относительно маятника *M₁*; через $\frac{1}{2}$ минуты, при следующем падении якоря *F*, он еще не задевает пружинки *pp*, но при следующем или при третьем падении его их сцепление опять происходит и опять колебание маятника *M₂* приводится в согласие с колебанием свободного маятника *M₁*. Так последний управляет в конце концов колебаниями маятника *M₂*.

Наблюдения, произведенные в последние годы в Гриничской обсерватории и других местах, показали, что после учета остающегося небольшого влияния изменения температуры часы Шорта обнаруживают

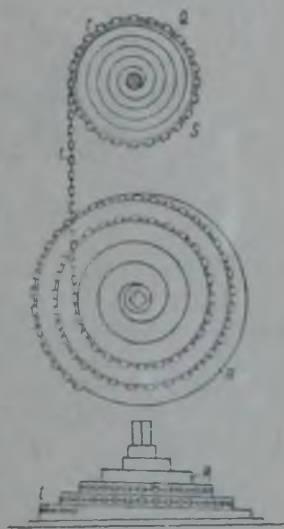
более плавный ход, чем часы других мастеров. Часами Шорта стараются обзавестись все службы времени (см. § 161). В настоящее время изготовление часов типа Шорта освоено в СССР мастерскими Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии.

§ 73. Хронометр. В хронометре движущей силой является сила заводной пружины, как в карманных и столовых часах и будильниках, а регулятором — так называемый *баланс*, который совершает колебания то в одну, то в другую сторону вследствие упругости спиральной пружины. Последняя не бывает плоской, как в карманных часах; витки ее одинакового радиуса расположены один под другим в виде винтовой линии; одним концом пружина прикреплена к корпусу хронометра, а другим к оси баланса. Баланс, грубо говоря, представляет собой кольцо с перекладинкой, проходящей через центр кольца, где перпендикулярно к плоскости его проходит ось, на которой кольцо колеблется, как в карманных часах или в будильнике.

Для правильности хода концы спирали должны иметь определенную теоретически и практически выработанную форму. Чтобы сделать время колебания баланса, а следовательно, и ход хронометра возможно более постоянным и независимым от изменения температуры, в нем, кроме тщательной выделки всех частей, приняты меры к устранению влияния от ослабления силы заводной пружины по мере хода хронометра после завода и к компенсации времени колебания баланса от влияния изменения температуры.

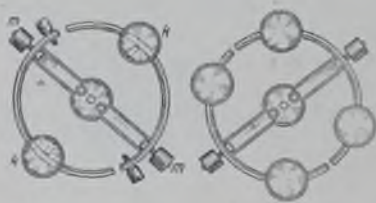
Первое влияние устраняется тем (фиг. 41), что с барабана *S*, содержащего заводную пружину *Q*, при заводе сматывается цепочка *t* (по устройству звеньев похожая на велосипедную цепь) и навивается на улиткообразное тело *R*, так что когда пружина раскручивается, то цепочка сходит сначала с узкого конца улитки и постепенно переходит к широкому. Поэтому при сильно натянутой пружине, тотчас после завода, цепочка тянет за короткий радиус улитки, а по мере ослабления пружины постепенно все за больший и больший радиус. Ход улитки подбирается так, чтобы от этого получался одинаковый момент вращения оси улитки при всяком натяжении пружины. На оси улитки сидит первое, самое медленное, зубчатое колесо.

Повышение температуры действует на время колебания баланса тремя: 1) спиральная пружина становится длиннее, шире и толще, в общем больше и потому сильнее, 2) баланс увеличивается в размерах, 3) коэффициент упругости спиральной пружины ослабевает. Теория показывает, что влияние двух первых причин в значительной мере взаимно уничтожается, но третья причина влияет на ход хронометра в 5 раз сильнее, чем каждая из первых. Опыт показывает, что хроно-



Фиг. 41. Улитка хронометра.

метр со стальной пружиной и латунным балансом при повышении температуры на 1° отстает на 11 секунд за сутки. Чтобы устранить этот большой недостаток, баланс делают разрезным и биметаллическим (фиг. 42). К концам его перекладинки прикрепляют две дуги, каждую одним концом или ее серединой, сделанные из двух металлов: внутри из стали (меньший коэффициент расширения), снаружи из латуни (большой коэффициент расширения); у свободных концов этих дуг помещены грузики k . При повышении температуры свободные концы дуг заггибаются



Фиг. 42. Разрезной баланс.

внутрь, грузики приближаются к оси баланса и момент инерции уменьшается, а потому при ослаблении упругости спиральной пружины вследствие повышения температуры время колебания может остаться неизменным, если надлежащим образом подобрать размеры всех частей механизма.

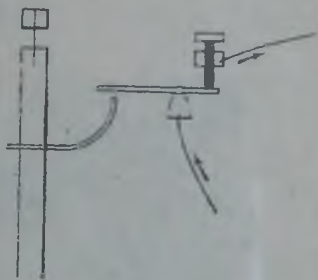
Однако опыт показывает, что как коэффициент упругости пружины, так и коэффициент расширения баланса не точно пропорциональны температуре t , но имеют члены, пропорциональные t^2 , отрицательный у коэффициента упругости и положительный у коэффициента расширения. Это дает возможность сделать ход хронометра одинаковым только при двух температурах, например при 0° и при $+30^\circ\text{C}$; при промежуточных температурах хронометр непременно идет быстрее, а при температурах, меньших 0° и больших $+30^\circ$, — медленнее, чем при 0° и $+30^\circ$.

Значительное усовершенствование в деле устранения влияния температуры на ход хронометра было достигнуто, когда Гильом предложил биметаллический баланс делать из латуни и никелевой стали определенного сорта, при котором и влияние квадрата температуры t^2 почти полностью уничтожается.

Для изменения суточного хода хронометра служат маленькие гайки m на винтах, укрепленные на концах перекладинки баланса; одинаково закручивая обе гайки или одинаково выкручивая их (т. е. удаляя от оси баланса), мы уменьшаем или увеличиваем момент инерции баланса и таким образом ускоряем или замедляем его колебание; в результате хронометр уходит вперед или отстает.

Связь баланса с секундным колесом осуществляется в хронометре при помощи спуска более сложного, чем спуск в часах. Один раз за полное колебание баланса взад и вперед, которое продолжается одну полусекунду, происходит передвижение секундного колеса на одну полусекунду и легкий толчок балансу, необходимый для поддержания его колебаний. То и другое происходит очень быстро, за $\frac{1}{80}$ — $\frac{1}{100}$ долю секунды, между тем как у часов нажим зубца секундного колеса на якорь длится гораздо дольше, что можно подметить и по быстроте скачка секундной стрелки; у хронометра он происходит всегда очень быстро, а у часов — заметно медленнее.

§ 74. Электрические контакты в часах и хронометрах. В последнее время почти всегда у часов и очень часто у хронометров отметками секунд и полусекунд служат не звуки, как это описано в § 66, а замыкания и размыкания тока, которые производятся так называемыми прерывателями, или контактами; этот ток используется для отметки моментов его замыкания и размыкания в так называемых *хронографах*. Прерыватели у часов могут быть связаны со стержнем маятника, например, так, как это указано на фиг. 43; у верхнего конца к маятнику с правой стороны приделан крючок, загнутый вверх; при отклонении маятника вправо конец крючка поднимает левый конец легкого рычага, ось которого прикреплена к корпусу часов, и тем прерывает контакт на правом конце рычажка между ним и штифтом выше него; напротив, когда маятник находится налево от его положения равновесия, то правый конец рычажка опирается на этот штифт (левая часть рычажка тяжелее, чем правая) и таким образом получается контакт для тока, идущего через ось рычажка и штифт. При подобном устройстве, конечно, промежуток времени между двумя замыканиями или двумя размыканиями тока постоянен, но промежуток времени между замыканием и следующим размыканием зависит от положения штифта, может быть изменяем и, вообще говоря, намеренно поддерживается немного более или немного менее секунды для того, чтобы отмечать четные и нечетные секунды. При таком контакте нельзя отмечать начало и конец минуты; все пары секунд одинаковы.

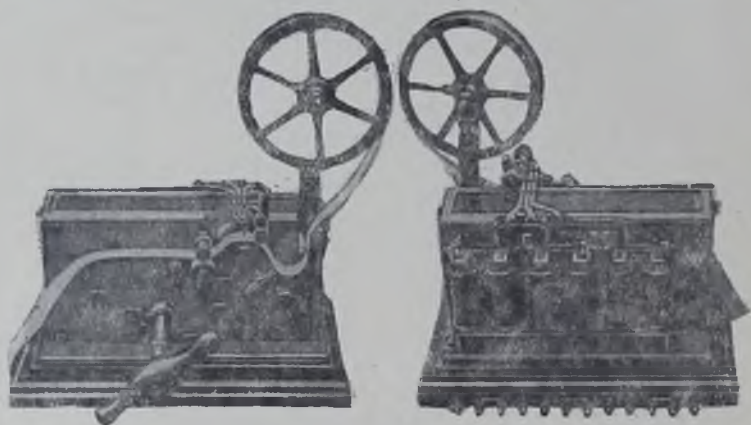


Фиг. 43.

В часах Рифлера контакт устроен иначе. В них на оси секундного колеса сидит другое колесо, с 30 зубцами, по которым скользит штифтик, помещенный на конце рычага, другой конец которого колеблется между двумя упорными винтами; верхний из них электрически изолирован, а нижний проводит ток. Когда колесо стоит так, что штифтик находится на верху какого-либо зубца, то другой конец рычага находится внизу в прикосновении с проводящим ток упором, и ток идет через ось рычага и этот контакт. В следующую секунду штифтик попадает во впадину между двумя зубцами колеса, тогда левый конец рычага поднят и контакт разомкнут: тока нет. При таком устройстве каждая секунда имеет свою собственную продолжительность, зависящую от формы и размеров соответствующего зубца, и равенства секунд можно достигнуть только, если у колеса все зубцы совершенно одинаковы. При таком устройстве можно один из зубцов колеса заменить двумя маленькими зубцами, и тогда при двух последующих секундах получаются лишь короткие размыкания тока; таким образом эти две секунды (обычно 59-я и нулевая) отличаются от других и отмечают конец и начало каждой минуты.

Контактные приспособления устраниваются и у хронометров; это связано с передвижением на один зубец некоторого колеса, сидящего на оси секундной стрелки, так что ток полусекунды бывает замкнут,

а в следующую полусекунду — разомкнут. Но так как в хронометрах полусекунда есть полное колебание баланса и скачок секундного колеса происходит очень быстро, то у них в отличие от часов Рифлера продолжительность замыкания и продолжительность размыкания тока с большой точностью равны между собой и лишь в ничтожной



Фиг. 44. Хронограф (вид спереди и сзади).

степени зависят от неточности зубчатого колеса. Можно одно замыкание и последующее размыкание устранить и заставить ток быть прерывным (или же идти непрерывно) в течение $1\frac{1}{2}$ секунд; таким образом можно отметить конец и начало каждой минуты.

Нужно помнить, что моменты замыкания и размыкания тока вовсе не совпадают точно с моментами удара секунд и полусекунд, хотя в хронометрах различие между теми и другими и очень мало.

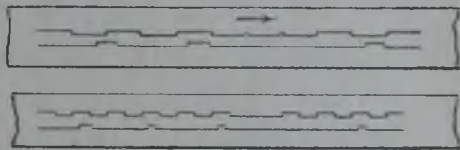
Следует иметь в виду, что через контакты в часах и хронометрах можно безопасно для них и для хода их пускать лишь слабый ток, например в 10—20 миллиампер. Если он недостаточен для использования в дальнейшем, например в хронографах, то им пользуются как первичным током в хорошем, чувствительном реле, и уже вторичным контактом реле пользуются для дальнейших целей.

Как ни слаб ток в 10—20 миллиампер, все же между контактами проскакивает искра и портит контакты. Чтобы порчи не происходило, нужно устранить или ослабить искру. Это достигается обыкновенно тем, что параллельно с местом перерыва и замыкания тока помещают большое (порядка 1000 омов) сопротивление без самоиндукции; для этой цели годятся, например, обыкновенные электрические лампочки накаливания, особенно угольные. При таком устройстве ток идет в цепи все время, но в ту секунду, когда контакт в часах прерван, ток идет по этому большому сопротивлению и поэтому бывает так слаб, что не может двигать реле. Реле лучше употреблять так называемые поляризованные, с намагниченным якорем, без пружины.

§ 75. Хронограф. Циферблат. Хронограф (т. е. времяписец) есть прибор, в котором используются те перерывы тока, которые получают при помощи только что рассмотренных прерывателей в реле.

В хронографе (фиг. 44), как в телеграфном аппарате, механизм, снабженный регулятором, движет равномерно бумажную ленту шириной в $1\frac{1}{2}$ —2 см. Над этой лентой расположены и легко прикасаются к ней два вертикальных пера вроде чертежных рейсфедеров, питаемые чернилами. Каждое перо находится на конце рычажка, могущего немного колебаться около оси, на другом конце которого находится якорь электромагнита. Будучи опущено на бумагу, перо пишет прямую линию при отсутствии тока.

Если в электромагнит пущен ток, то якорь к нему тотчас же притягивается, а перо делает выпад в сторону от своей линии, но продолжает писать черту в том же направлении. По прекращении тока рычажок и с ним перо



Фиг. 45. Лента хронографа.

возвращаются особой пружиной в нормальное положение. Если ток замыкается и прерывается секундным прерывателем в часах, то на ленте получается четкая запись замыканий и размыканий тока и притом с отметкой начала каждой минуты, если прерыватель это позволяет (фиг. 45). Другое перо, *сигнальное*, чертит прямую, параллельную первой, до тех пор, когда наблюдатель в тот момент, который он желает отметить, нажмет резким движением клавишу, которую он наготове держит в руке. Тогда второе перо делает выпад в сторону и чертит линию, параллельную первой, до тех пор, пока наблюдатель, разжав клавишу, прекратит ток в электромагните. Так на ленте получается и запись секунд часов, и запись моментов наблюдения, и нужно только еще отметить секунды, минуты и часы.

Для этого лучше всего иметь у наблюдателя так называемый *циферблат*, или вторичные часы, которые без гири и маятника идут совершенно согласно с основными часами под действием тока, прерываемого и замыкаемого прерывателем основных часов. Имея такой циферблат, наблюдатель нажимает клавишу, приводящую в действие сигнальное перо в момент определенной секунды, и записывает ее; тогда выпад сигнального пера указывает на другой черте, черте секундного пера, тот выпад, который соответствует этой отмеченной секунде. Так устанавливается начало для разметки секунд на ленте хронографа. Тогда нужно лишь, проектируя выпад сигнального пера на черту секундного, установить, каким десятым и сотым долям и какой именно секунды соответствует каждый выпад. Для этого отсчитывания зарегистрированных моментов, или так называемого измерения хронографической ленты, служат особые приборы, на описании которых мы не останавливаемся.

Однако еще нужно учесть так называемый *параллакс перьев*. Нужно пустить ток одновременно в оба электромагнита. Неизбежно по конструкции хронографа оба выпад не будут являться один проекцией другого на параллельные черты, которые чертят оба пера, вследствие чего нужно измерить, какой выпад и на сколько долей секунды впереди другого, и принять это несогласие (параллакс перьев) во внимание.

Опыт показал, что во многих случаях отметки нужных моментов при помощи хронографа производятся гораздо точнее, чем в случае отметки их по способу «глаз и ухо», т. е. глядя в трубу и слушая часы или хронометр. Поэтому теперь хронограф очень часто употребляется в астрономии.

Для правильного применения хронографа необходимо, чтобы условия функционирования каждого пера были постоянны по крайней мере в течение одного ряда наблюдений; это значит, чтобы натяжение каждой пружины было постоянно, равно как и сила тока в каждом электромагните. Выпад пера отнюдь не происходит в тот же самый момент, как замыкание или размыкание тока в часах или при инструменте: этому мешают самоиндукция в электромагните и пружины, оттягивающие якоря, когда в катушках прерывается ток, и действия которых ток должен преодолеть, для того чтобы перо дало выпад. Пружины не должны быть сильно натянуты, и лучше использовать размыкание тока, которое должно при этом происходить во всех контактах цепи, а не замыкание, так как опыт показал, что при этом условии для правильного функционирования аппарата не требуется сильного тока; или же, напротив, можно применять сильный ток, при котором и замыкание, и размыкание действуют одинаково уверенно.

§ 76. Сравнение показаний часов и хронометров. Если известна поправка одних часов, то можно определить поправку других. Для этого нужно найти *одновременное* показание обоих. Если те и другие имеют прерыватели и нужно сравнить моменты замыкания и размыкания тока, то это нужно делать при помощи хронографа, пуская секунды одних часов на одно перо, других — на другое, а потом для исключения параллакса перьев первые часы пустить на второе перо, а вторые — на первое и, наконец, повторить первое распределение для того, чтобы средний момент того и другого распределения тока был приблизительно один и тот же. Средняя разность показаний будет тогда разностью показания часов или хронометров в средний момент.

Если нужно сравнить удары секунд двух часов или хронометров, то, как показывает опыт, нельзя произвести такое сравнение, т. е. установить одновременные показания обоих часов с большей точностью, чем 0,1 секунды, если просто на слух помещать удары одних часов между ударами других. Большей точности можно достигнуть, если сравнивать средний хронометр (или часы) со звездным и именно потому, что время от времени удары того и другого *совпадают*, и моменты совпадения можно подметить с большой точностью.

Действительно, звездный хронометр уходит вперед среднего за сутки приблизительно на 4 минуты, т. е. за 3 минуты на полусекунды, т. е. на один удар. Поэтому каждые 3 минуты непременно происходят совпадения ударов, которые нужно подметить (это нетрудно) и правильно записать одновременные показания обоих хронометров (это для начинающего очень трудно, самая трудная из элементарных операций практической астрономии). За 1 секунду показания хронометров расходятся на $0^s,5/180$, т. е. на $0^s,003$, и при небольшом опыте уже нетрудно определить момент совпадения с ошибкой в 3 секунды, т. е.

оценить совпадение с ошибкой в $0^s,01$. Точность зависит и от резкости ударов хронометра.

Из приемов для наблюдения мы считаем лучшим следующий: наблюдатель считает один хронометр и слушает оба, не глядя ни на один, замечает секунду, не гонясь за полусекундой, когда, как ему кажется, было наилучшее совпадение, и для этого еще считает 5—6 секунд, потом записывает замеченную секунду, а через 10 или 20 секунд после нее замечает глазом и записывает соответственную секунду другого хронометра, который он слушал, но не видел и не считал; вычитая из нее 10 или 20 секунд соответственно, он получает вместе с первой записью *одновременное* показание *обоих* хронометров в момент совпадения ударов; потом записываются минуты и часы. Ясно, что таким образом можно сравнивать только разноименные хронометры (средний со звездным); для сравнения одноименных нужно в качестве промежуточного звена взять разноименный.

Пример сравнения хронометров Nardin (среднего) и Nardin (звездного) 1939 г., ноября 19.

Nardin (средний)

$2^h 30^m 18^s,0$
33 24,0

Nardin (звездный)

$18^h 20^m 25^s,0$
23 31,5

Всегда нужно производить по крайней мере два сравнения для взаимного контроля; контроль заключается в том, что разница двух последующих через 3 минуты моментов совпадения ударов у звездного хронометра должна быть на $0^s,5$ больше, чем у среднего.

Значительно быстрее, но с несколько меньшей возможной точностью, можно произвести сравнение двух любых хронометров при помощи так называемого тринадцатибойщика. Это есть хронометр, который в 6 секунд делает 13 ударов вместо 12; нулевые удары каждой серии приходятся на 0, 6, 12, 18 и т. д. секунд каждой минуты, а другие удары каждой серии следуют за нулевым

1-й удар через $0^s,46$	5-й удар через $2^s, 31$	9-й удар через $4^s,15$
2-й » » $0,92$	6-й » » $2, 77$	10-й » » $4,62$
3-й » » $1,38$	7-й » » $3, 23$	11-й » » $5,08$
4-й » » $1,85$	8-й » » $3, 69$	12-й » » $5,54$

Нетрудно понять, что каждые 6 секунд у любого хронометра будет одно и только одно совпадение или, точнее говоря, сближение его ударов с ударами тринадцатибойщика, причем наибольшее расхождение при таком сближении будет не более $0,02$, т. е. половины разницы между их ударами $0,50$ и $0,46$. Наблюдатель, считая в уме удары тринадцатибойщика: 0, 1, 2, ..., 12, 0, 1, 2, ... и т. д., смотрит на хронометр и, услышав совпадение ударов, записывает видимое показание в этот момент хронометра и номер слышимого удара тринадцатибойщика, а вслед за тем число секунд нулевого удара его в этой серии, минуты и часы обоих хронометров. Тогда показание тринадцатибойщика получится как сумма момента нулевого удара его и промежутка из приведенной таблицы, соответствующего записанному номеру удара тринадцатибойщика.

Устройство часов и хронометров описано в книгах и в статье:

1) Проф. Л. П. Шишелов, Механика часового механизма, части I и II, 1931.

2) Генрих Канн, Практическое руководство по часовому делу, под редакцией доктора технических наук Н. Х. Прейпича, 2-е изд., вып. I и III, ОНТИ, 1937.

3) А. Шейбе, Точное измерение времени. Успехи физических наук, 18, вып. 1, 79—130, 1937.

Способы оценки относительных достоинств хронометров описаны в книге и в статьях:

1) Н. Цингер, Курс практической астрономии, ГИЗ, 1924.

2) В. Wanach, Ueber die Genauigkeit interpolierter und extrapolierter Uhrkorrectionen und Gänge, Astronomische Nachrichten, 190, № 4546.

3) N. M. Liapin, A Method of Determining of Mean Accidental Variations in Daily Rates of Number of Chronometers, Monthly Notices, 80, 1917.

4) Н. Х. Прейпич, Теория ошибок в приложении к часам, хронометрам и к определению долгот пунктов, Труды Всесоюзного института метрологии и стандартизации, вып. 2 (18), 1932.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ШИРОТЫ МЕСТА НАБЛЮДЕНИЯ

§ 77. Основная формула. Как уже было указано в гл. I, если мы умеем для какого-либо момента, отсчитанного по звездному хронометру, измерить зенитное расстояние какого-либо светила, освободить его от влияния рефракции и параллакса и получить таким образом геоцентрическое зенитное расстояние z и если, с другой стороны, мы знаем геоцентрические же координаты этого светила α и δ , взятые из астрономического ежегодника для момента наблюдения, то из формулы

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha), \quad (10)$$

где T — отсчет хронометра в момент наблюдения, а u — поправка хронометра, мы можем вычислить либо широту φ , если известна поправка хронометра u , либо поправку хронометра u , если известна широта φ .

Теперь нам нужно, имея в виду определение широты, сообразить: 1) при каких условиях наблюдения широта получается точнее, т. е. меньше зависит от ошибочности других величин, а в первую очередь, величин T и u ; 2) как удобнее всего вычислять φ из вышенаписанного уравнения.

§ 78. Наивыгоднейшие условия наблюдения. Примем, что величины α и δ нам известны точно; это допущение всегда делается в случае определения φ , так как звезды для этих определений берутся из астрономических ежегодников. Последние содержат лишь координаты звезд, определенные специальными наблюдениями с большой точностью, превышающей точность тех измерений, которые получаютсся с помощью переносных инструментов, служащих для измерения широты и поправки часов. Поэтому допустим, что в уравнении (10) ненадежными являются z , φ , T и u . Положим, что, приняв для z измеренное

нами значение зенитного расстояния, для T — отмеченный по хронометру момент, а для u — взятую нами откуда-нибудь, например из сравнения нашего хронометра с другими часами или из наблюдений, поправку хронометра, мы вычислили по уравнению (10) широту и получили для нее значение φ . Допустим теперь, что z неверно и требует неизвестной нам поправки Δz , T неверно и требует неизвестной нам поправки ΔT , а u требует поправки Δu . Ясно, что если бы мы вычислили широту по уравнению (10), приняв за z величину $z + \Delta z$, за T величину $T + \Delta T$, а за u величину $u + \Delta u$, то получили бы уже не прежнее значение широты φ , а новое: $\varphi + \Delta\varphi$. Нам нужно сообразить, как эта поправка широты $\Delta\varphi$ связана с поправками Δz , ΔT и Δu . Для этого заметим, что по только что сказанному для вычисления $z + \Delta z$ мы имеем уравнение

$$\cos(z + \Delta z) = \sin(\varphi + \Delta\varphi) \sin \delta + \\ + \cos(\varphi + \Delta\varphi) \cos \delta \cos(T + \Delta T + u + \Delta u - \alpha).$$

Если из этого уравнения вычесть уравнение (10), то мы и получим искомую связь.

Но такое вычитание, если пренебрегать произведениями малых величин Δz , $\Delta\varphi$, Δu и ΔT , равносильно дифференцированию уравнения (10) и замене дифференциалов малыми конечными приращениями. Мы получаем

$$-\sin z \Delta z = \sin \delta \cos \varphi \Delta\varphi -$$

$$-\cos \delta \cos(T + u - \alpha) \sin \varphi \Delta\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin(T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u).$$

Но из сферического треугольника: зенит — полюс — звезда имеем

$$\sin z \cos(180^\circ - A) = \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos(T + u - \alpha),$$

где A означает азимут светила. Поэтому мы можем написать

$$-\sin z \Delta z = -\sin z \cos A \Delta\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin(T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u).$$

Отсюда выводим

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - \frac{\cos \varphi \cos \delta \sin(T + u - \alpha)}{\sin z \cos A} (\Delta T + \Delta u).$$

Но из того же треугольника имеем

$$\cos \delta \sin(T + u - \alpha) = \sin z \sin A;$$

поэтому получаем

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - (\Delta T + \Delta u) \cos \varphi \operatorname{tg} A.$$

Отсюда следует, что если мы желаем, чтобы ошибка Δu в поправке хронометра, да кстати и ошибка в самом отмеченном моменте ΔT (они не разделимы) как можно меньше влияли на измеряемую широту φ , то нужно наблюдать при таких условиях, когда коэффициент при Δu , т. е. величина $\cos \varphi \operatorname{tg} A$, имеет возможно меньшее значение, а это, разумеется, бывает при $A = 0^\circ$ или $A = 180^\circ$, т. е. при наблюдении в меридиане. Заметим, что при этом $\cos A$ имеет наибольшее возможное значение, а значит, Δz , т. е. ошибка в измерении зенитного расстояния, имеет наименьшее влияние на измерение широты φ .

§ 79. Определение широты по наблюдениям звезд в меридиане. Сообразно с этим выводом для измерения широты нужно установить инструмент после его нивелировки так, чтобы визирная линия его по

возможности описывала плоскость меридиана, и, вращая трубу только около горизонтальной оси, устанавливая горизонтальную нить на каждую избранную звезду около того момента, когда она пересекает вертикальную нить креста нитей.

Для установки визирной линии в плоскости меридиана можно или определить азимут Полярной звезды и после этого повернуть должным образом инструмент (см. гл. VIII) или же, зная поправку часов с точностью до немногих секунд времени, последовательными попытками на двух-трех звездах, вращая инструмент по азимуту, добиться того, чтобы момент прохождения звезд через вертикальную нить равнялся прямому восхождению звезды (показание хронометра $+$ его поправка).

После этого при прохождении избранной звезды через меридиан устанавливаем горизонтальную нить на звезду, получая на каждой звезде только один отсчет круга, а именно либо R (при «круг право»), либо L (при «круг лево»); зная точку зенита M_z по наблюдению земного предмета, получаем зенитные расстояния звезд, как разности $\pm(R - M_z)$ и $\pm(M_z - L)$; исправив их за рефракцию, получаем исправленные z . Взяв склонения звезд из астрономического ежегодника, получим широту φ по формулам $\varphi = \delta + z$ (когда звезда находится к югу от зенита) или $\varphi = \delta - z$ (когда звезда находится в верхней кульминации к северу от зенита).

Каждое определение будет ошибочно на величину ошибки в точке зенита M_z , но нужно рассудить, что влияние этой ошибки на значение φ будет иметь разные знаки при «круг право» и при «круг лево». Поэтому нужно и при южных, и при северных звездах в отдельности набирать приблизительно одинаковое число наблюдений при $K. П.$ и при $K. Л.$

С другой стороны, принимая во внимание то, что было сказано в § 63 о неучитываемой ошибке в измерении зенитного расстояния, мы заключаем, что для исключения этой ошибки необходимо набирать по возможности одинаковое число зенитных расстояний звезд к югу и к северу от зенита.

Тогда окончательная обработка наблюдений производится следующим образом. Обозначим поправку вследствие ошибочности точки зенита при $K. П.$ через $+x$; тогда при $K. Л.$ она будет $-x$; обозначим неучитываемую поправку (см. § 63) зенитного расстояния через $y \sin z$, а широту, найденную по какой-либо звезде так, как только что указано, через φ . Тогда исправленное значение широты φ_0 будет:

- 1) $\varphi_0 = \delta + z + x + y \sin z$ ($K. П.$, звезда к югу от зенита);
- 2) $\varphi_0 = \delta + z - x + y \sin z$ ($K. Л.$ » » » » »);
- 3) $\varphi_0 = \delta - z - x - y \sin z$ ($K. П.$, звезда к северу от зенита);
- 4) $\varphi_0 = \delta - z + x - y \sin z$ ($K. Л.$ » » » » »).

Возьмем в качестве приближенного значения искомой величины φ_0 ее значение, примерно равное среднему арифметическому из вычисленных широт φ , и обозначим его через φ' ; его можно взять просто на-глазок и лучше округлить до целой секунды дуги. Обозначим

Поэтому, если бы мы умели вычислить небольшую разность $z_m - z$, которую мы обозначим через r и которая называется *приведением на меридиан* измеренного зенитного расстояния z , то, прибавив r к z , мы получили бы z_m , а следовательно, легко вычислили бы и широту по только что написанным формулам.

Для вывода r заменим в формуле (10) $\cos(T + u - \alpha)$ через $1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2}(T + u - \alpha)$ и для краткости в случае верхней кульминации обозначим $T + u - \alpha$ через t . Тогда получим

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \left(1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} t\right),$$

откуда выводим

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta - 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{1}{2} t$$

и

$$\cos z = \cos z_m - 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{1}{2} t,$$

где z_m означает, как сказано, зенитное расстояние в меридиане, равное $\varphi - \delta$ или $\delta - \varphi$. Из последнего уравнения получаем

$$\cos z - \cos z_m = 2 \sin \frac{z_m - z}{2} \sin \frac{z + z_m}{2} = -2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{1}{2} t$$

и

$$2 \sin \frac{z_m - z}{2} = - \frac{2 \cos \varphi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}(z_m + z)} \sin^2 \frac{1}{2} t.$$

Обозначая, как выше, $z_m - z$ через r , получаем вследствие малости r при малых углах t следующее выражение (r'' означает r в секундах дуги):

$$r'' = - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}(z_m + z)} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} t,$$

а для широты φ выражение

$$\varphi = z + r'' + \delta \quad \text{или} \quad \varphi = \delta - z - r''.$$

Для случая нижней кульминации обозначим $(T + u - \alpha - 180^\circ)$ через t' , где t' — малая величина; тогда из формулы (10) получим

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta \left(1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} t'\right)$$

и подобно предыдущему рассуждению выводим формулы

$$\cos z = \cos(180^\circ - \varphi - \delta) + 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 \frac{1}{2} t'$$

и

$$r'' = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}(z_m + z)} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} t'.$$

Для широты места имеем выражение

$$\varphi = 180^\circ - \delta - z - r''.$$

Нужно иметь в виду, что в окончательных формулах для φ ($\varphi = \delta + z + r''$ и т. п.) нужно брать δ звезды из ежегодника с такой же

точностью, какова точность наших вычислений; вычисления же нужно вести с большей точностью, чем производятся наблюдения; обычно при вычислениях прибавляется один десятичный знак сравнительно с точностью измерений; например, при наблюдении с точностью в $10''$; $1''$; $0'',1$ вычисления следует проводить с точностью в $1''$; $0'',1$; $0'',01$.

Но в формулах для приведения на меридиан r'' величины δ , φ и z_m требуются лишь приближенными, так как t мало, а потому и r'' мало. Из этих величин φ и z_m нам неизвестны, однако приближенные значения их легко получить из самих наблюдений следующим приемом. Составим график, в котором абсциссами служат часовые углы светила для моментов наблюдений, т. е. $t = T + u - x$, а ординатами наблюденные и освобожденные от влияния рефракции (и параллакса в случае наблюдений Солнца) зенитные расстояния. Проведем плавную кривую через эти точки, помня, что минимум зенитного расстояния должен прийти на $t = 0$. Тогда из этой кривой отсчитаем ординату, соответствующую $t = 0$; это и будет z_m , а зная z_m и, конечно, δ , найдем и φ по вышеприведенным формулам. Конечно, такое вычисление φ будет лишь приблизительное, секунд дуги таким образом получить нельзя, но для вычисления приведений на меридиан точность значения φ будет достаточная, так как ее легко получить с точностью до $1'$ или даже до $0',5$, особенно если наблюдения действительно близки к меридиану и не слишком малочисленны (если число их не менее четырех).

Для нахождения величины $206\,265'' \cdot 2 \sin^{1/2} t$ или ее логарифма составлены особые вспомогательные таблицы, которые помещены в некоторых собраниях таблиц, например в книге Th. Albrecht'a «Formeln und Hilfstafeln zur geographischen Ortsbestimmung». Таблица для $\lg 2 \sin^{1/2} t$ по аргументу времени находится в «Мореходных таблицах», изданных Гидрографическим управлением.

Вычислив приведения на меридиан r'' для каждого наблюдения, мы получаем столько значений φ , сколько произведено наблюдений. Каждое значение еще может быть ошибочно из-за неточного знания точки зенита, но от этой причины наблюдения при $K. П.$ настолько же ошибочны в одну сторону, насколько наблюдения при $K. Л.$ — в другую, потому что в одном случае точка зенита вычитается из отсчета круга, а в другом отсчет круга вычитается из точки зенита.

Обозначим через $+x$ поправку от ошибки точки зенита при наблюдении $K. П.$; тогда $-x$ будет ошибка при $K. Л.$ Каждое полное наблюдение любой звезды, т. е. при $K. П.$ и при $K. Л.$, дает значение x по формуле $\varphi_n + x = \varphi_1 - x$, где φ_n и φ_1 означают значения широты по этой звезде при $K. П.$ и $K. Л.$; следовательно, $x = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_n)$. Взяв среднее x_m из всех значений x , полученных в течение вечера или из серии наблюдений, получим окончательное значение x . Тогда $\varphi_n + x_m$ и $\varphi_1 - x_m$ будут значения широты, исправленные от ошибки точки зенита (см. также § 85).

§ 81. Приведение на меридиан в форме ряда. Можно приведение на меридиан выразить в форме ряда. Действительно, в § 10 была выведена формула

$$z - z_0 = (\cos z - \cos z_0) \frac{-1}{\sin z_0} - \frac{(\cos z - \cos z_0)^2}{1 \cdot 2} \frac{\cos z_0}{\sin^3 z_0} - \dots$$

В настоящем случае мы имеем z_m вместо z_0 и

$$\cos z - \cos z_m = -2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 1/2 t \quad (\text{для верхней кульминации}).$$

Поэтому мы можем написать

$$z = z_m + \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 2 \sin^2 1/2 t - \frac{4 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \sin^4 1/2 t}{2} \frac{\cos z_m}{\sin^3 z_m},$$

откуда получаем

$$r = z_m - z = -\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 2 \sin^2 1/2 t + \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m 2 \sin^4 1/2 t \dots$$

и

$$r'' = -\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 1/2 t + \\ + \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m 206\,265'' \cdot 2 \sin^4 1/2 t \dots$$

Для нижней же кульминации подобным же способом получаем

$$r'' = +\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 1/2 t' + \\ + \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2 \sin^4 1/2 t' \dots$$

Эти выражения для r'' имеют то отличие от выражений, полученных в § 78, что коэффициенты при $\sin^2 1/2 t$ и $\sin^4 1/2 t$ одинаковы для всех наблюдений каждой звезды; в них входит $\sin z_m$, а не синус полусуммы $\sin 1/2 (z_m + z)$, который меняется от одного наблюдения к другому. Поэтому вычисление идет быстрее, но зато при больших t нужно вычислять второй член редукции с $\sin^4 1/2 t$, который при малых t очень мал.

Окончательные выражения для широты таковы:

$$\begin{aligned} \varphi &= \delta + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 1/2 t + \\ &\quad + \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2 \sin^4 1/2 t \quad (\text{верхн. кульм.}), \\ \varphi &= \delta - z + \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 1/2 t - \\ &\quad - \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2 \sin^4 1/2 t \quad (\text{верхн. кульм.}), \\ \varphi &= 180^\circ - \delta - z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2 \sin^2 1/2 t' - \\ &\quad - \left(\frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} \right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2 \sin^4 1/2 t' \quad (\text{нижн. кульм.}). \end{aligned} \quad (11)$$

В них z освобождено от рефракции и параллакса; t есть часовой угол $T + u - \alpha$; t' есть $T + u - \alpha - 180^\circ$.

Пример на определение широты по зенитным расстояниям южной звезды.

Место наблюдения: Астрономическая обсерватория МГУ. Дата: 1933 г., августа 17. Наблюдатель Б. Дубовской.

Универсальный инструмент Феннеля № 8377 с нониусами. Цена деления уровня при вертикальном круге $21''$,4. Хронометр Nardin 311. Приведение

к звездному московскому времени $= -0^m50^s$. Наблюдалась γ Орла. Отсчет барометра 748,1 мм; отсчет термометра $+11^{\circ}4$ С.

Поло- жение круга	Отсчет хроно- метра	Уровень		Отсчеты		$(a + b -$ $-20) \times$ $\times 10''/7$		Исправл.
		a	b	нон. А	нон. В		$1/2(A + B)$	отсчет
К. Л.	19 ^h 37 ^m 13 ^s	4,7	15,8	44°59'30"	57'40"	+ 5"	44°58'35"	44°58'40"
К. П.	44 44	5,8	16,6	314 23 00	20 50	+ 26	314 21 55	314 22 21
К. П.	46 57	4,8	15,5	314 23 00	22 00	+ 3	314 22 30	314 22 33
К. Л.	50 28	2,8	14,0	44 59 00	58 30	- 34	44 58 45	44 58 11

По наблюдениям над земным предметом найдена точка зенита $359^{\circ}40'00''$. Из астрономического ежегодника получены для времени наблюдения $\alpha = 19^h43^m08^s$, $\delta = +10^{\circ}27'04''$.

Вычисление широты

	К. Л.	К. П.	К. П.	К. Л.
Отсчет	44°58'40"	314°22'21"	314°22'33"	44°58'11"
Наблюд. z	45°18'40"	45°17'39"	45 17'27"	45 18'11"
Рефракция	+ 57"	+ 57"	+ 57"	+ 57"
	45°19'37"	45°18'36"	45°18'24"	45°19'08"
$t = T + u - \alpha$	- 6 ^m 45 ^s	+ 0 ^m 46 ^s	+ 2 ^m 59 ^s	+ 6 ^m 30 ^s
$\lg 2 \sin^2 1/2 t / \text{arc } 1''$	1,9516	0,0622	1,2424	1,9188
\lg 1-го члена r	1,8429	9,9535	1,1337	1,8101
1-й член r	- 70"	- 1"	- 14"	+ 65"
z_m	45°18'27"	45°18'35"	45°18'10"	45°18'03"
$\varphi = z_m + \delta$	55°45'31"	55 45'39"	55 45'14"	55°45'07"
Среднее φ	55°45'23"			

Промежуточные вычисления.

1) Рефракция берется из специальных таблиц или вычисляется по формуле

$$60'' \cdot 2 \frac{748}{760} \frac{273}{284,4} \lg z \text{ или } 21'',62 \frac{748}{284,4} \lg z; \quad \lg 21,62 = 1,3349$$

$$\lg 748 = 2,8739$$

$$\text{доп. } \lg 284,4 = 7,5461$$

$$\lg \lg 45^{\circ}19' = 0,0048$$

$$1,7597$$

С точностью до 1" рефракция быстрее вычисляется с помощью логарифмической линейки.

2) Для вычисления t образуем $\alpha - u = 19^h43^m58^s$ и вычитаем эту величину из T .

3) Для вычисления редукции r на меридиан мы уже из самых наблюдений при малых t находим приближенное значение $z_m = 45^{\circ}18'$, а так как $\delta = 10^{\circ}27'$, то с достаточной точностью $\varphi = z_m + \delta = 55^{\circ}45'$. Поэтому мы можем вычислить

$$\lg (\cos \varphi \cos \delta / \sin z_m) = 9,7503 + 9,9927 + 0,1483 = 9,8913.$$

4) Для $\lg (2 \sin^2 1/2 t / \text{arc } 1'')$ составлены особые таблицы, из которых этот логарифм берется по аргументу t , выраженному во времени, если же таких таблиц в распоряжении вычислителя нет, то из обыкновенных таблиц логарифмов берутся для t значения $\lg \sin^2 1/2 t$ и удваиваются, так что получается $\lg \sin^2 1/2 t$, а особо вычисляется величина $\lg (2 \cos \varphi \cos \delta / \sin z_m) 206 265''$, в нашем случае: $9,8913 + 0,3010 + 5,3144 = 5,5067$, которая прибавляется к $\lg \sin^2 1/2 t$ для получения логарифма первого члена редукции r . Поэтому соответственные строки вычислений имеют следующий вид:

t	- 1°41'15"	+ 0°11'30"	+ 0°44'45"	+ 1°37'30"
$1/2 t$	- 0°50'38"	0°05'45"	0°22'22"	0°48'45"
$\lg \sin^2 1/2 t$	6,3362	4,4468	5,6268	6,3033
\lg 1-го члена	1,8429	9,9535	1,1335	1,8100

5) Для сложения постоянной величины (в нашем примере 9,8913 или 5,5067) с числами в отдельных столбцах (т. е. $\lg(2 \sin^2 \frac{1}{2} t / \operatorname{arc} 1'')$ или $\lg \sin^2 \frac{1}{2} t$) отнюдь не следует писать в каждом столбце одно и то же число (9,8913 или 5,5067), а следует пользоваться приемом «прикладной бумажки»: на кусочке бумажки на нижнем ее крае пишется прибавляемое число (9,8913 или 5,5067), бумажка передвигается от столбца к столбцу, прибавляемое число устанавливается над вторым слагаемым и оба слагаемые складываются.

6) По правилам теории вероятностей (см. § 8) для вычисления средней ошибки одного наблюдения и результата образуем сначала склонения: $-8''$, $-16''$, $+9''$, $+16''$ и далее вычисляем

$$v_m = \sqrt{\frac{\sum v^2}{4}} = \sqrt{\frac{657}{4}} = \sqrt{164} = \pm 13'', \quad v_p = \pm 0,67 \times 13'' = \pm 9'',$$

$$\epsilon_m = \sqrt{\frac{164}{3}} = \pm 7'', \quad \epsilon_p = \pm 5''.$$

§ 82. Определение широты по наблюдениям Полярной звезды. Так как Полярная звезда (α Малой Медведицы) находится близко к северному полюсу неба (в настоящее время ее полярное расстояние составляет $1^\circ 2'$), то ее высота над горизонтом мало разнится от широты места, а так как она к тому же довольно ярка (2,15 зв. величины), так что при освещенном поле зрения видна даже в малые трубы, то она оказывается очень удобным предметом для определения широты в любой час звездных суток, а не только около времени кульминации, как всякая другая звезда. Нужно только иметь удобные формулы, чтобы по измеренному зенитному расстоянию Полярной вычислить зенитное расстояние полюса, равное $90^\circ - \varphi$.

§ 83. Вычисление широты по точным формулам. С этой целью можно применить логарифмическое вычисление по точной формуле, получаемой из известного соотношения

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

где

$$t = T + u - \alpha.$$

Введем вспомогательные величины: m (положительную) и угол M , однозначно определяемые уравнениями

$$m \sin M = \sin \delta \quad \text{и} \quad m \cos M = \cos \delta \cos t,$$

откуда следует, что

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t;$$

M — в первом или втором квадранте, смотря по знаку $\sec t$.

Тогда мы будем иметь

$$\cos z = m \sin \varphi \sin M + m \cos \varphi \cos M = m \cos [\pm (M - \varphi)],$$

откуда получаем

$$\cos [\pm (M - \varphi)] = \frac{\cos z}{m} = \frac{\cos z \sin M}{\sin \delta}.$$

Чтобы определить, нужно ли в этих формулах брать $+(M - \varphi)$ или $-(M - \varphi)$, нужно сообразить значение величины M . Из формул, определяющих m и M , заключаем, что в крайних случаях при $\cos t = +1$ и $\cos t = -1$ M равно δ и $180^\circ - \delta$, а так как δ Полярной звезды близок к 89° , то, значит, M близок к 90° ; $\delta < M < 180^\circ - \delta$. Поэтому

угол первой четверти, косинус которого равен $\cos z \sin M / \sin \delta$, есть $M - \varphi$, и в наших формулах нужно писать $+(M - \varphi)$. Окончательные формулы таковы:

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t, \quad \cos (M - \varphi) = \frac{\cos z \sin M}{\sin t}.$$

§ 84. Вычисление широты при помощи ряда. Можно также находить φ по зенитному расстоянию Полярной звезды при помощи ряда, расположенного по возрастающим степеням полярного расстояния ее. Для вывода его рассмотрим фиг. 46, в которой PS — полярное расстояние Полярной — обозначено через p , ее азимут PZS — через A , основание перпендикуляра из S на ZP — через M , дуга MP — через x , дуга SM — через u ; остальные величины имеют прежние обозначения: тогда $ZM = 90^\circ - \varphi - x$.

Из сферического треугольника ZSM имеем

$$\operatorname{tg} ZM = \operatorname{tg} z \cos A = \operatorname{tg} z (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} A),$$

$$\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z = -2 \operatorname{tg} z \sin^2 \frac{1}{2} A.$$

Применяя формулу Тэйлора, мы можем написать

$$ZM - z = (\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z) \frac{dz}{d \operatorname{tg} z} + \frac{(\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z)^2}{1 \cdot 2} \frac{d^2 z}{(d \operatorname{tg} z)^2} + \dots,$$

а имея в виду, что

$$\frac{dz}{d \operatorname{tg} z} = \cos^2 z$$

$$\text{и } \frac{d^2 z}{(d \operatorname{tg} z)^2} = \frac{d \cos^2 z}{d \operatorname{tg} z} = -2 \sin z \cos z \frac{dz}{d \operatorname{tg} z} = -2 \sin z \cos^3 z, \text{ получаем}$$

$$\left(\frac{\pi}{2} - \varphi - x \right) - z = -2 \operatorname{tg} z \sin^2 \frac{1}{2} A \cos^2 z -$$

$$-2 \operatorname{tg}^3 z \sin^4 \frac{1}{2} A \cdot 2 \sin z \cos^3 z + \dots =$$

$$= -\sin 2z \sin^2 \frac{1}{2} A - 2 \sin 2z \sin^2 z \sin^4 \frac{1}{2} A, \quad (12)$$

ограничиваясь четвертой степенью синуса $\frac{1}{2} A$. В этом выражении нам нужно x и $\sin^2 \frac{1}{2} A$ заменить их выражениями через p .

Во-первых, из сферического треугольника SMP имеем $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} p \cos t$. Поэтому из известного разложения (см. § 10)

$$x = \operatorname{tg} x - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x + \frac{1}{6} \operatorname{tg}^5 x - \dots$$

находим

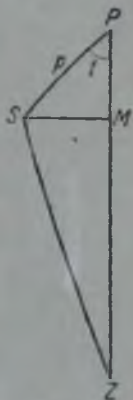
$$x = \operatorname{tg} p \cos t - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 p \cos^3 t + \dots,$$

ограничиваясь 4-й степенью p , и далее

$$\begin{aligned} x &= \left(p + \frac{p^3}{3} \right) \cos t - \frac{p^3 \cos^3 t}{3} = p \cos t + \frac{p}{3} \cos t (1 - \cos^2 t) = \\ &= p \cos t + \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t. \end{aligned}$$

Во-вторых, из сферического треугольника ZSP имеем

$$\sin A : \sin t = \sin p : \sin z,$$



Фиг. 46.

откуда выводим

$$\sin A = \frac{\sin t}{\sin z} \left(p - \frac{p^3}{6} + \dots \right),$$

а поэтому из известного разложения (см. § 10)

$$a = \sin a + \frac{\sin^3 a}{6} + \dots$$

получаем

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin t}{\sin z} \left(p - \frac{p^3}{6} \right) + \frac{1}{6} \frac{\sin^3 t}{\sin^3 z} \left(p - \frac{p^3}{6} \right)^3 + \dots = \\ &= p \frac{\sin t}{\sin z} - \frac{p^3}{6} \frac{\sin t}{\sin z} \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} \right). \end{aligned}$$

Но мы имеем

$$2 \sin^2 \frac{1}{2} a = 1 - \cos a = 1 - \left(1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24} - \dots \right) = \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{24} + \dots$$

и, следовательно, до четвертых степеней p

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{1}{2} A &= \frac{1}{4} \left[p \frac{\sin t}{\sin z} - \frac{p^3}{6} \frac{\sin t}{\sin z} \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} \right) \right]^2 - \frac{1}{48} p^4 \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} = \\ &= \frac{1}{4} \left[p^2 \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{3} p^4 \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} \left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} \right) \right] - \frac{1}{48} p^4 \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} = \\ &= \frac{1}{4} p^2 \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{12} p^4 \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} + \frac{1}{16} p^4 \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z}. \end{aligned}$$

Подставляя найденные выражения для x и $\sin^2 \frac{1}{2} A$ в уравнение (12), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \varphi - p \cos t - \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t - z = \\ = -\sin 2z \left(\frac{p^2}{4} \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{p^4}{12} \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} + \frac{p^4}{16} \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} \right) - 2 \sin 2z \sin^2 z \frac{p^4}{16} \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z}. \end{aligned}$$

Коэффициент при p^4 преобразуется таким образом:

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{12} \sin 2z \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{16} \sin 2z \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} - \frac{1}{8} \sin 2z \sin^2 z \frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} = \\ &= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8} \frac{\cos z \sin^4 t}{\sin^3 z} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} z \sin^4 t = \\ &= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8} \frac{\sin^4 t}{\sin^2 z} \cos z (\cos^2 z + \sin^2 z) - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} z \sin^4 t = \\ &= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{3}{8} \operatorname{ctg} z \sin^4 t = \\ &= -\frac{1}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t + \frac{1}{24} \operatorname{ctg} z \sin^2 t (4 - 9 \sin^2 t) \end{aligned}$$

и поэтому получаем

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \varphi - p \cos t - \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t - z = \\ = -\frac{p^2}{2} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{p^4}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t + \frac{p^4}{24} \operatorname{ctg} z \sin^2 t (4 - 9 \sin^2 t), \end{aligned}$$

откуда следует

$$\begin{aligned}\varphi = & \frac{\pi}{2} - z - p \cos t + \\ & + \frac{1}{2} p^2 \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{3} p^3 \cos t \sin^2 t + \\ & + \frac{1}{8} p^4 \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{1}{24} p^4 \operatorname{ctg} z \sin^3 t (4 - 9 \sin^2 t).\end{aligned}$$

Здесь все углы выражены в радианах; если выразить их в градусной мере и обозначить коэффициент $206\,264'' \cdot 8$ через k , а для величины p в секундах дуги сохранить для простоты письма это же обозначение p , то получим

$$\begin{aligned}\varphi = & 90^\circ - z - p \cos t + \\ & + \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{3} \frac{p^3}{k^2} \cos t \sin^2 t + \\ & + \frac{1}{8} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{1}{24} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z \sin^3 t (4 - 9 \sin^2 t).\end{aligned}\quad (13)$$

Вычислим наибольшие значения отдельных членов этого ряда. Нетрудно видеть, что наибольшие значения величины $\sin^2 t (4 - 9 \sin^2 t)$ будут при $\cos t = 0$ и при $\sin^2 t = 2/9$; этим наибольшим значениям соответствуют следующие величины последнего члена ряда:

$$\frac{5}{24} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z \quad \text{и} \quad \frac{1}{54} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z.$$

В настоящее время

$$p = 62' = 3\,720'';$$

поэтому эти величины равны: $0'',0045 \operatorname{ctg} z$ и $0'',0004 \operatorname{ctg} z$. Большая из них достигает $0'',02$ только при $z = 12^\circ$, т. е. при φ около 78° .

Предпоследний член ряда имеет наибольшее значение при $\sin t = 1$, равное $\frac{1}{8} (p^4/k^3) \operatorname{ctg}^3 z$ или $0'',0027 \operatorname{ctg}^3 z$; он достигает $0'',02$ при $z = 27^\circ$, т. е. при φ около 63° , и $0'',10$ при $z = 17^\circ$, т. е. при $\varphi = 73^\circ$.

Наконец, член с p^3 достигает наибольшего значения при $\sin^2 t = 2/3$, и это наибольшее значение равно $0'',16$.

Поэтому если можно пренебречь ошибкой, не превосходящей практически $0'',2 - 0'',3$, то можно ограничиться лишь членами с p и p^2 , т. е. формулой

$$\varphi = 90^\circ - z - p \cos t + \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \sin^2 t \operatorname{ctg} z,\quad (14)$$

в которой p выражено в секундах дуги. Применительно к этой формуле в некоторых астрономических ежегодниках даются таблицы для вычисления широты по наблюдениям зенитных расстояний Полярной. Для вычислений применяем формулу

$$90^\circ - \varphi = z + p \cos t - \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \sin^2 t \operatorname{ctg} z.$$

Пример на определение широты по наблюдению Полярной.

Место наблюдения: Астрономическая обсерватория МГУ. Дата: 1933 г., августа 15. Наблюдатель Б. Дубовской.

Универсальный инструмент Феннеля № 8377 с нониусами; цена деления уровня при вертикальном круге 21".4. Хронометр Nardin 311; поправка его — 0^m56". Барометр 752,8 мм; термометр + 11°,0 С.

Наблюдения		Уровень		Отсчет круга		$(a + b - \frac{1}{2}(A + B)) \times 10^{10},7$	Исправл. отсчет
Поло- жение круга	Отсчет хроно- метра	<i>a</i>	<i>b</i>	нон. <i>A</i>	нон. <i>B</i>		
К. Л.	19 ^h 43 ^m 49 ^s	7,0	18,0	33°53'00"	51'40"	+ 54"	33°52'20"
К. П.	49 50	9,0	20,0	325 27 00	25 00	+ 96	325 26 00
К. П.	57 38	8,3	19,3	325 29 30	27 30	+ 81	325 28 30
К. Л.	20 04 45	6,0	17,2	33 48 00	46 00	+ 34	33 47 00

По наблюдению земного предмета определена точка зенита = 359°40'00". Из астрономического ежегодника взяты для времени наблюдения координаты Полярной:

$\alpha = 1^h39^m04^s$, $\delta = 88^\circ56'38''$, следовательно, $p = 1^\circ03'22'' = 3802'' = [3,5800]$.

Вычисление широты

	К. Л.	К. П.	К. П.	К. Л.
Наблюдаемое <i>z</i>	34°13' 14"	34°12' 24"	34°10' 09"	34°07' 34"
Рефракция	39"	39"	39"	39"
<i>z</i>	34°13' 53"	34°13' 03"	34°10' 48"	34°08' 13"
Звездное время	19 ^h 42 ^m 53 ^s	19 ^h 48 ^m 54 ^s	19 ^h 56 ^m 42 ^s	20 ^h 03 ^m 49 ^s
<i>t</i>	18 ^h 03 ^m 49 ^s	18 ^h 09 ^m 50 ^s	18 ^h 17 ^m 38 ^s	18 ^h 24 ^m 45 ^s
<i>t</i>	270°57' 15"	272°27' 30"	274°24' 30"	276°11' 15"
$\lg \cos t$	8,2215	8,6324	8,857	9,0326
$\lg p \cos t$	1,8015	2,2124	2,4657	2,6126
$\lg \sin^2 t$	9,9998	9,9992	9,9974	9,9950
$\lg \operatorname{ctg} z$	0,1672			0,1688
	1,7116			1,7084
$p \cos t$	+ 1' 03"	+ 2' 43"	+ 4' 52"	+ 6' 50"
2-й член редукции	— 51"	— 51"	— 51"	— 51"
90° — φ	34°14' 05"	34°14' 55"	34°14' 49"	34°14' 12"
φ	55°45' 55"	55°45' 05"	55°45' 11"	55°45' 48"

Промежуточные вычисления; примечания к вычислениям.

1) Рефракция берется из специальных таблиц, или если, как в данном случае, не требуется точность больше чем 1", вычисляется по формуле

(см. § 5) $p = 21'',62 \frac{B}{273 + t^{\circ}C} \operatorname{tg} z$; $\lg 21,62 = 1,3349$.

2) Для получения $\lg \cos t$ и $\lg \sin^2 t$ очень выгодно иметь таблицы, в которых логарифмы тригонометрических величин даны по аргументу времени; таковы «Мореходные таблицы», изданные Гидрографическим управлением. Тогда не нужно переводить *t*, выраженное во времени, в угловую меру.

3) Отдельно вычисляется общий для всех моментов логарифм коэффициента второго члена редукции, т. е. величина $\lg \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} = \lg \frac{(3802)^2}{2 \cdot 206265} = 1,5446$.

4) Для вычисления $p \cos t$ и 2-го члена редукции отнюдь не следует писать в каждом столбце одно и то же число, т. е. 3,5800 и 1,5446, а следует пользоваться приемом «прикладной бумажки», описанным на стр. 114.

5) Обратим внимание на то, что для К. П. величина φ получилась определенно меньше, в среднем 55°45' 08", чем для К. Л., в среднем 55°45' 52"; это есть прямое указание на то, что во время наблюдений точка зенита не была 359°40'00", как принималось при вычислениях, а отличалась от этого значения на $\frac{1}{2}(55^\circ45'52'' - 55^\circ45'08'')$, т. е. на 22", и была 359°39'38". Эта ошибка не оказывает никакого влияния на вычисления по ее малости, но для сравнения наблюдений между собой должна быть принята во внимание, т. е. φ из наблюдения К. Л. должны быть уменьшены на 22", а φ из наблюдения К. П. увеличены. Тогда получаем следующие значения φ :

55°45'33", 55°45'27", 55°45'33", 55°45'26",

как видим, гораздо более согласные между собой, чем не исправленные от ошибки в точке зенита. В среднем $\varphi = 55^{\circ}45'30''$.

Для вычисления по правилам § 8 средних и вероятных ошибок образуем отклонения $-3'', +3'', -3'', +4''$, откуда вычисляем:

$$v_m = \sqrt{\frac{\sum v^2}{4}} = \sqrt{\frac{43}{4}} = \pm 3'', \quad v_p = \pm 2'', \quad \epsilon_m = \sqrt{\frac{43}{4 \cdot 3}} = \pm 2'', \quad \epsilon_p = \pm 1''.$$

§ 85. Необходимость наблюдений южных и северных звезд. Принимая во внимание то, что было сказано в § 63 о неучитываемой ошибке в измерении зенитного расстояния, заключаем, что для исключения этой ошибки необходимо определять широту по южным и северным звездам приблизительно при одинаковом зенитном расстоянии на север и на юг от зенита. Невозможно по ограниченности выбора звезд достигнуть полного равенства южных и северных зенитных расстояний, но по возможности нужно к этому стремиться. Полярная звезда служит очень удобной северной звездой, и можно ограничиваться ею одной, но набирать столько же измерений z Полярной, сколько их набрано у всех южных звезд. У каждой же южной звезды рационально не набирать слишком много z и наблюдать лишь при малых часовых углах, чтобы упростить обработку наблюдений. Однако два наблюдения, одно $K. П.$ и другое $K. Л.$, образуют наименьшее число для каждой звезды. Если звезды идут одна за другой не быстро и есть время, то можно для каждой южной звезды набирать по 4 наблюдения: два $K. П.$ и два $K. Л.$ Лучше, однако, наблюдать несколько звезд, потому что тогда в среднем могут взаимно уничтожиться все же неизбежные малые ошибки в склонениях звезд.

Для окончательной обработки наблюдений можно применять прием, изложенный в конце § 79.

§ 86. Определение широты по наблюдениям Солнца. Наблюдение Солнца сложнее наблюдений звезд в том отношении, что нельзя наводить трубу на центр Солнца, координаты которого даются в ежегодниках. Ее можно наводить лишь на верхний или на нижний край Солнца, ставя в трубе изображение Солнца так, чтобы горизонтальная нить в точке пересечения ее вертикальной касалась диска Солнца, или, так как нить вне диска Солнца не видна, чтобы горизонтальная нить как можно меньшей частью своей проектировалась на диск Солнца в виде короткой его хорды. Таким образом измеряется зенитное расстояние верхнего или нижнего края Солнца и *после исправления его от влияния рефракции и параллакса к нему прибавляется или из него вычитается угловая величина радиуса Солнца*, взятая из ежегодника, и таким образом получается геоцентрическое зенитное расстояние центра Солнца. Для каждого положения инструмента $K. П.$ и $K. Л.$ нужно получать зенитные расстояния и для верхнего, и для нижнего края Солнца.

§ 87. Формулы для вычисления широты по наблюдениям Солнца. Для обработки наблюдений Солнца применяются те же формулы, что и для звезд. Однако при этом нужно учесть следующие отличия:

1. Часовой угол t получается по формуле $t = T + u - \alpha$ лишь в том случае, если при наблюдении применяется звездный хронометр.

Если же, как это обычно бывает, применяется средний хронометр, то t получается по формуле: $t = T + u$ — уравнение времени, где T есть показание среднего хронометра, u — его поправка, а уравнение времени берется в смысле: среднее время минус истинное время для момента наблюдений, потому что t есть часовой угол действительного Солнца, т. е. истинное солнечное время; для наблюдений до истинного полудня следует брать t отрицательным.

2. Так как склонение Солнца быстро изменяется с течением времени, то нельзя в окончательной формуле $\varphi = \delta + z + r$ считать δ постоянным для всех наблюдений каждого дня, как в случае звезд, но можно брать среднее значение δ для вычисления приведений на меридиан, т. е. r'' , а для окончательной формулы интерполировать склонение для каждого момента наблюдений; или же можно находить величину, аналогичную r'' , из следующих соображений.

Так как склонение Солнца непрерывно меняется, то наименьшее зенитное расстояние Солнца имеет место не в момент прохождения его через меридиан, а несколько позже его, если склонение возрастает, и раньше, если склонение убывает. Спрашивается, нельзя ли применить формулу для r'' , если рассматривать ее как формулу для приведения измеренных зенитных расстояний именно к этому наименьшему зенитному расстоянию и если считать t от момента этого наименьшего расстояния, а не от меридиана; и если это можно, то как найти разницу между прохождением через меридиан и моментом наименьшего z .

Обозначим через δ склонение Солнца в момент его кульминации, т. е. в истинный полдень, и через β — часовое изменение его в секундах дуги; тогда при часовом угле t склонение равно $\delta + \beta t$, где t выражено в часах. Тогда по формуле, выведенной в § 81, отбрасывая последний член и обозначив $206\,265''$ через k , получаем

$$\varphi = \delta + \beta t + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} k \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} t.$$

Допустим теперь, что, считая время от иного момента, чем прохождение через меридиан, можно положить, что

$$\beta t - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} k \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} t = - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} k \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} (t - y),$$

так что

$$\varphi = \delta_0 + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} k \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} (t - y).$$

Тогда для определения y выводим из предпоследнего уравнения

$$\beta t = \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} k \cdot 2 [\sin^2 \frac{1}{2} t - \sin^2 \frac{1}{2} (t - y)].$$

Но

$\sin^2 a - \sin^2 b = (\sin a + \sin b)(\sin a - \sin b) = \sin(a + b) \sin(a - b)$,
а потому

$$\beta t = k \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} 2 \sin(t - \frac{1}{2} y) \sin \frac{1}{2} y,$$

откуда получаем

$$\sin \frac{1}{2} y = \frac{\beta}{2k} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \varphi \cos \delta} \frac{t}{\sin(t - \frac{1}{2} y)}.$$

Но так как β не превосходит $60''$, то y мало, и с достаточной точностью (см. подобный случай в § 12) можно принять, что

$$y = \beta \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \varphi \cos \delta} t.$$

Здесь β и y выражены в секундах дуги, а t — в часах и долях часа. Но

$$t \text{ в часах} = \frac{t \text{ в сек. времени}}{3600} = \frac{t \text{ в сек. дуги}}{15 \cdot 3600} = \frac{206\,265 \cdot t \text{ в радианах}}{15 \cdot 3600},$$

$$y \text{ в сек. времени} = \frac{y \text{ в сек. дуги}}{15}$$

и так как t величина небольшая, то $(t \text{ в радианах} / \sin t)$ можно принять независимым от t и равным 1.

Поэтому

$$y \text{ в сек. времени} = \frac{206\,265}{15 \cdot 3600} \beta \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Если обозначить через μ изменение δ за 48 часов в секундах дуги, то $\beta = \mu/48$, и тогда

$$y^s = \frac{\mu}{188,5} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{\mu}{188,5} (\lg \varphi - \lg \delta);$$

y^s есть часовой угол, при котором Солнце достигает наибольшей высоты.

Итак, при обработке наблюдений Солнца по этому способу надо вычислить y^s по последней формуле и часовой угол t Солнца, входящий в редукционную формулу (8), выведенную в § 81, считать от момента наибольшей высоты Солнца (а не от момента прохождения через меридиан) и вычислять t по формуле:

$$t = T_{\text{ф. тр. в.}} + u - \text{уравнение времени} - y^s.$$

§ 88. Влияние суточной аберрации на определение широты места. В геоцентрические места небесных светил, данные в календарях, введено влияние годичной аберрации, но в них не может быть введено влияния суточной аберрации, и его нужно учитывать особо при всяких астрономических измерениях. Известно из сферической астрономии, что вследствие суточной аберрации все светила смещаются по дуге большого круга к точке востока, куда направлено движение наблюдателя от вращения Земли около оси. Величина смещения равна $0'',31 \cos \varphi \sin l$, где l — расстояние светила от точки востока.

Если светило находится в меридиане, то, как это нетрудно сообщить, большие круги, идущие от точек меридиана в точку востока, перпендикулярны к меридиану, и так как все точки меридиана отстоят на 90° от точки востока, то все звезды при прохождении через меридиан суточной аберрацией бывают смещены на $0'',31 \cos \varphi$ перпендикулярно к меридиану. От этого их зенитные расстояния изменятся сравнительно с z_m на ничтожно малую величину, которой во всех случаях можно пренебречь, если только z_m не очень мало, а малых зенитных расстояний следует избегать и по другим, инструментальным, причинам.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВКИ ЧАСОВ ПО ИЗМЕРЕНИЮ
ЗЕНИТНЫХ РАССТОЯНИЙ СВЕТИЛ

§ 89. **Постановка задачи.** Если мы имеем измеренное в момент T по звездному хронометру и затем *освобожденное от влияния рефракции и параллакса*, т. е. геоцентрическое, зенитное расстояние z светила, геоцентрические координаты которого, взятые из астрономического ежегодника *для момента наблюдения*, суть α и δ , и если известна астрономическая широта φ места наблюдения, то из формулы

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha)$$

можем определить неизвестную нам поправку хронометра u . Нужно лишь сообразить: 1) при каких условиях это определение будет более точным, т. е. как можно менее будет зависеть от ошибки $\Delta\varphi$ в принятом значении широты φ , и 2) как удобнее всего вычислять u по этой формуле.

§ 90. **Наивыгоднейшие условия наблюдений.** Для решения первой задачи, указанной в предыдущем параграфе, нужно повторить те же соображения, которые изложены в § 78. Будем считать α и δ вполне точными.

Допустим, что принятое значение широты φ требует поправки $\Delta\varphi$, измеренное z требует поправки Δz , а отмеченный по хронометру момент T требует поправки ΔT , и выведем, какую поправку Δu получит искомая величина u , если при вычислении приняты во внимание поправки $\Delta\varphi$, Δz и ΔT . Искомое соотношение получаем дифференцированием вышенаписанной формулы, а именно

$$\begin{aligned} -\sin z \Delta z &= \cos \varphi \sin \delta \Delta\varphi - \sin \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha) \Delta\varphi - \\ &\quad - \cos \varphi \cos \delta \sin (T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u), \end{aligned}$$

откуда на основании рассуждений, приведенных в § 78, получаем

$$-\sin z \Delta z = -\sin z \cos A \Delta\varphi - \cos \varphi \sin z \sin A (\Delta T + \Delta u).$$

Отсюда следует

$$\Delta u = -\Delta T + \frac{1}{\cos \varphi \sin A} \Delta z - \frac{1}{\cos \varphi \operatorname{tg} A} \Delta\varphi.$$

Из этого уравнения видно, что $\Delta\varphi$ тогда меньше всего будет влиять на определение u , когда коэффициент $1/\cos \varphi \operatorname{tg} A$ будет как можно меньше, а это будет, когда $\operatorname{tg} A$ имеет наибольшую величину, т. е. когда азимут A близок к 90° или 270° , т. е. когда наблюдение светила происходит около момента прохождения через первый вертикал на востоке или на западе. Тогда и $\sin A$ — наибольший по абсолютной величине и влияние Δz на u наименьшее, равное $\Delta z/\cos \varphi$.

§ 91. **Вычисление поправки часов.** Для решения второй задачи, указанной в § 89, заметим, что из чисто геометрических соображений нетрудно видеть, что часовой угол $(T + u - \alpha)$ может изменяться от малых значений (если z мало, что впрочем нежелательно по соображениям, изложенным в § 54) до 90° , если z близко к 90° , что тоже нежелательно из-за рефракции и плохих изображений. Можно опреде-

лять t из основной формулы, которая дает:

$$\cos t = \cos (T + u - \alpha) = \frac{\cos z}{\cos \varphi \cos \delta} - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta = A \cos z - B, \quad (15a)$$

где A и B — величины постоянные для наблюдений какой-либо звезды в течение одного вечера, так как δ за несколько часов меняется незначительно. Эта формула особенно удобна для вычисления с помощью арифмометра, но лишь в том случае, если t не очень малый угол, так как иначе определение его по косинусу неуверенно.

Лучше определять часовой угол по тангенсу или синусу половинного угла; поэтому, обозначив для краткости $T + u - \alpha$ через t , а $1/2 (\varphi + \delta + z)$ через S , получаем

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta (1 - 2 \sin^2 1/2 t),$$

$$\cos z = \cos (\varphi - \delta) - 2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 1/2 t,$$

$$\sin^2 1/2 t = \frac{\cos (\varphi - \delta) - \cos z}{2 \cos \varphi \cos \delta} = \frac{\cos (\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta} - \frac{\cos z}{2 \cos \varphi \cos \delta} = C - D \cos z \quad (15b)$$

или

$$\begin{aligned} \sin^2 1/2 t &= \frac{\sin 1/2 (\varphi - \delta + z) \sin 1/2 (z - \varphi + \delta)}{\cos \varphi \cos \delta} = \\ &= \sin (S - \delta) \sin (S - \varphi) \sec \varphi \sec \delta, \end{aligned} \quad (15c)$$

$$\cos^2 1/2 t = 1 - \sin^2 1/2 t = \frac{\cos (\varphi + \delta) + \cos z}{2 \cos \varphi \cos \delta}, \quad (15d)$$

или

$$\begin{aligned} \cos^2 1/2 t &= \frac{\cos 1/2 (\varphi + \delta + z) \cos 1/2 (\varphi + \delta - z)}{\cos \varphi \cos \delta} = \\ &= \cos S \cos (S - z) \sec \varphi \sec \delta, \end{aligned} \quad (15e)$$

$$\operatorname{tg}^2 1/2 t = \frac{\sin (S - \delta) \sin (S - \varphi)}{\cos S \cos (S - \delta)}. \quad (15f)$$

При этом если светило наблюдается на западе, то $0^\circ < 1/2 t < 90^\circ$, если же на востоке, то $90^\circ < 1/2 t < 180^\circ$.

Для арифмометра удобнее всего формула (15b), но лишь в том случае, если имеются таблицы функции $\sin^2 1/2 t$ по аргументу t . Для логарифмического вычисления удобнее формула

$$\sin^2 1/2 t = \frac{\cos (\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta} \left[1 - \frac{\cos z}{\cos (\varphi - \delta)} \right] \quad (15b')$$

в предположении, что вычислитель имеет в своем распоряжении таблицы логарифмов сумм и разностей. От наблюдения к наблюдению меняется только второй член в скобках, и по его логарифму сразу (есть такие таблицы) получается логарифм величины, стоящей в скобках. Если же вычислитель не располагает такими таблицами, то остается применять формулы, содержащие S , но это требует больше времени, чем применение формулы (15b').

Когда t вычислено, то поправка хронометра u получается из соотношения $T + u - \alpha = t$; после такого его преобразования $u = t + \alpha - T$.

§ 92. Замечания о наблюдениях. По программе вечера наблюдатель ставит трубу на нужную звезду либо просто «на прицел», либо с помощью предварительно вычисленного ее азимута (нужно знать по Полярной звезде точку меридиана на горизонтальном круге, см. гл. VIII)

и зенитного расстояния для определенной минуты по хронометру (надо приближенно знать его поправку до ± 1 минуты). Затем наблюдатель ставит звезду выше средней горизонтальной нити (если звезда находится на востоке) или ниже горизонтальной нити (если звезда находится на западе), движением по азимуту старается вращать трубу так, чтобы звезда двигалась близко от вертикальной нити (например, между двумя вертикальными нитями), и отмечает по хронометру на слух или с помощью хронографа момент, когда звезда пересечет горизонтальную нить; важно, чтобы место горизонтальной нити, где это происходит, было близко от вертикальной, хотя бы и не точно на ней, для того чтобы коллимация при наблюдении была мала. Записав момент наблюдения, наблюдатель отсчитывает уровень при вертикальном круге, а потом оба нониуса или микроскопа вертикального круга.

Для освобождения результатов вычислений от влияния не поддающейся определению ошибки в измеренных зенитных расстояниях необходимо получать одинаковое число их на восточной и западной половине первого вертикала и притом стараться, чтобы среднее зенитное расстояние у восточных звезд и у западных было приблизительно одним и тем же. Действительно, дифференцируя формулу

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

мы получаем для скорости изменения зенитного расстояния вследствие суточного движения формулу

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\cos \varphi \cos \delta \sin t}{\sin z}.$$

Но из треугольника зенит — полюс — звезда имеем

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A,$$

где A — азимут, считаемый от точки юга. Следовательно,

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A, \quad \frac{dt}{dz} = \frac{1}{\cos \varphi \sin A} \quad \text{и} \quad \Delta t = \frac{\Delta z}{\cos \varphi \sin A}.$$

Это значит, что при ошибке Δz в зенитном расстоянии мы имеем ошибку в часовом угле, равную $\Delta z / \cos \varphi \sin A$, и так как близ первого вертикала $\sin A \approx +1$ на западе и $\sin A \approx -1$ на востоке, то ошибки в t , а значит, и в u получаются из восточных и западных звезд приблизительно одной величины, но разного знака, если Δz приблизительно одинаковы. Поэтому в среднем арифметическом при одинаковом числе наблюдений на востоке и на западе влияние этой ошибки уничтожается.

Для составления программы наблюдения на вечер весьма полезно (почти необходимо) иметь две вспомогательные таблицы, из которых одна давала бы для времени прохождения светила через первый вертикал часовой угол его с точностью до минуты времени, а другая — его зенитное расстояние с точностью до десятой доли градуса в зависимости от широты места наблюдения и от склонения наблюдаемого светила. При помощи таких таблиц, имея перед собой ежегодник со списком звезд и карту звездного неба для приближенной ориентировки, нетрудно подобрать подходящие по времени и по зенитному расстоянию звезды для наблюдения в первом вертикале. Если начертить на кальке применительно к проекции карты кривую, изображающую

щую первый вертикал, а это очень просто сделать, имея упомянутые таблицы, и нанести на кальке точку полюса и меридиан, то, наложив на карту и вращая ее около полюса, мы сразу видим звезды, проходящие через первый вертикал, и по положению меридиана узнаем звездное время каждого прохождения, а затем по таблицам, взяв из ежегодника координаты звезд, вычисляем точнее их часовые углы и зенитные расстояния для моментов прохождения через первый вертикал.

В случае наблюдений Солнца нужно, как и при определении широты места, набирать при каждом положении инструмента — *К. П.* и *К. Л.* — по одинаковому числу наведений на верхний и на нижний край Солнца. Для обработки наблюдений необходимо интерполировать δ центра Солнца из ежегодника для каждого момента наблюдения, для чего приблизительно надо знать приведение показаний хронометра на гринвичское время (или долготу места наблюдения и поправку хронометра), а это в настоящее время в экспедициях получается путем приема радиосигналов точного времени. Когда вычислены часовые углы t , т. е. истинное солнечное время в момент наблюдения, то поправка хронометра получается из формулы

$$t + \text{уравнение времени} = T + u,$$

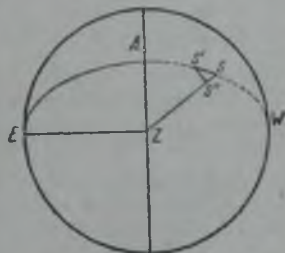
преобразованной к следующему виду:

$$u = t + \text{уравнение времени} - T.$$

§ 93. Влияние суточной aberrации. Для учета суточной aberrации нужно определить, в какую сторону и насколько суточная aberrация изменяет зенитное расстояние той или другой звезды и затем насколько это изменение зенитного расстояния изменяет момент достижения звездой определенной высоты сравнительно с тем случаем, если бы суточной aberrации не было. Нужно сообразить, что суточная aberrация уменьшает зенитные расстояния на западной половине неба и увеличивает их на восточной, а так как на западной половине зенитные расстояния увеличиваются с течением времени, то смещенная aberrацией звезда достигает определенного зенитного расстояния позже, чем звезда без aberrации; по этому наблюдаемые моменты оказываются слишком большими. Тот же результат получается и для звезд на восточной половине неба, где aberrация увеличивает зенитные расстояния, а они с течением времени уменьшаются. Числовая величина поправок наблюдаемых моментов получается из следующих соображений.

Пусть фиг. 47 представляет небесную сферу, рассматриваемую снаружи сверху; Z — зенит, ZA — меридиан, E — точка востока, S — место звезды без aberrации, S' — место звезды, смещенное aberrацией, $S'S''$ — перпендикуляр на ZS . Тогда по закону aberrации имеем $SS' = k \cos \varphi \sin SE$, где k — коэффициент суточной aberrации, равный $0'',31 = 0'',021$, а из сферического треугольника ESZ имеем

$$\sin SE \cos S'SZ = \cos EZ \sin ZS - \sin EZ \cos ZS \cos EZS.$$



Фиг. 47.

Но $EZ = 90^\circ$, а $EZS = 90^\circ + A$, где A — азимут, считаемый от юга через запад, север, восток до 360° . Поэтому $\sin SE \cos S'SZ = \cos z \sin A$. Из треугольника $S'SS''$, принимаемого по его малости за плоский, имеем

$$SS'' = -dz = SS' \cos S'SS'' = k \cos \varphi \sin SE \cos S'SS'' = \\ = k \cos \varphi \cos z \sin A.$$

Следовательно, $dz = -k \cos \varphi \cos z \sin A$, а так как скорость изменения z с течением времени выражается через $dz/dt = \cos \varphi \sin A$ (см. § 92), то время, которое протекает, когда z изменяется на dz , равно $dz : dz/dt$, и мы получаем

$$-\frac{k \cos \varphi \cos z \sin A}{\cos \varphi \sin A} = -k \cos z = -0^s,021 \cos z.$$

Таким образом поправка наблюдаемых моментов для всех случаев выражается формулой $-0^s,021 \cos z$, или же поправка вычисленной поправки хронометра есть $+0^s,021 \cos z$.

Пример на определение поправки часов по измерению зенитных расстояний близ первого вертикала.

Место наблюдения: Астрономическая обсерватория МГУ $\varphi = 55^\circ 45' 19''$, 5. Дата: 1933 г., августа 27. Наблюдатель *Б. Дубовской*.

Универсальный инструмент Феннеля № 8377 с нониусами; цена деления уровня при вертикальном круге $21''$, 4. Хронометр Dent 1798. Наблюдалась α Bootis. Барометр 745,3 мм; термометр $+13,1^\circ$ С.

Наблюдения

Поло- жение круга	Отсчет хронометра	Уровень <i>a</i> <i>b</i>	Отсчет круга нон. <i>A</i> нон. <i>B</i>	$(a+b-20) \times 10^{0,7}$	$\frac{1}{2}(A+B)$	Исправл. отсчет
<i>К. П.</i> 18 ^h 57 ^m 34 ^s ,0	4,5	15,5	296°17'30" 16'00"	00"	296°16'45"	296°16'45"
<i>К. Л.</i> 19 00 58,0	4,3	15,3	63 32 00 30 30	— 4	63 31 15	63 31 11
<i>К. Л.</i> 19 03 20,5	4,2	15,2	63 51 40 51 00	— 6	63 51 20	63 51 14
<i>К. П.</i> 19 15 44,0	5,0	16,0	293 44 10 43 40	+ 11	293 43 55	293 44 06

Точка зенита принята равной $359^\circ 39' 20''$. Из ежегодника взяты для времени наблюдения следующие координаты: α Bootis: $\alpha = 14^h 12^m 38^s,1$; $\delta = 19^\circ 31' 42''$, 4.

Вычисление поправки хронометра

	<i>К. П.</i>	<i>К. Л.</i>	<i>К. Л.</i>	<i>К. П.</i>
Наблюденное z	63°22'35"	63°51'51"	64°11'54"	65°55'14"
Рефракция	+ 1'51"	+ 1'55"	1'56"	2'05"
Исправленное z	63°24'26"	63°53'46"	64°13'50"	65°57'19"
$\lg \cos z$	9,65093	9,64315	9,6 824	9,61007
$\lg \cos z - \lg \cos (\varphi - \delta)$	9,74 123	9,73675	9,73154	9,70337
A	9,90420	9,92084	9,93222	9,99116
$\lg \left(\frac{1}{2} t \right)$	9,64843	9,65759	9,66376	9,69453
$\lg \sin^2 \frac{1}{2} t$	9,52953	9 5 869	9,54486	9,57563
$\lg \sin \frac{1}{2} t$	9,76 176	9,76934	9,77243	9,78782
$\frac{1}{2} t$	35°34'33"	36°00'42"	36°18'35"	37°50'38"
t	70°09'06"	72°01'24"	72°37'10"	75°41'16"
t во времени	4 ^h 44 ^m 36 ^s ,4	4 ^h 48 ^m 58 ^s ,6	4 ^h 50 ^m 28 ^s ,7	5 ^h 02 ^m 45 ^s ,1
$t + \alpha$	18 ^h 57 ^m 14 ^s ,5	19 ^h 00 ^m 43 ^s ,7	19 ^h 3 ^m 06 ^s ,8	19 ^h 15 ^m 23 ^s ,2
u	— 19 ^s ,5	— 14 ^s ,3	— 13 ^s ,7	— 20 ^s ,8
u исправленное	— 16 ^s ,4	— 17 ^s ,4	— 16 ^s ,8	— 17 ^s ,7
u среднее	— 17 ^s ,1			

Промежуточные вычисления: примечания к вычислениям.

1) О вычислении рефракции см. примечания к вычислениям широты на стр. 113 и 118.

2) Вычисление ведется по формуле

$$\sin^2 \frac{1}{2} t = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta} \left(1 - \frac{\cos z}{\cos(\varphi - \delta)} \right).$$

Поэтому прежде всего на стороне (на другой половине листа бумаги с вычислениями) образуется разность $\varphi - \delta = 55^\circ 45' 19'', 5 - 19^\circ 31' 42'', 4 = 36^\circ 13' 37''$

и далее вычисляется $\lg \frac{\cos(\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta}$

$$\lg \cos(\varphi - \delta) = 9,90570$$

$$\text{доп. } \lg 2 = 9,69897$$

$$\text{доп. } \lg \cos \varphi = 0,24970$$

$$\text{доп. } \lg \cos \delta = 0,02573$$

$$9,8110$$

Затем для каждого наблюдения выписывается $\lg \cos z$ и вычисляется логарифм величины в скобках при помощи логарифмов для вычитания; затем при помощи прикладной бумажки к этому логарифму прибавляется 9,88110 и получается $\lg \sin^2 \frac{1}{2} t$. Хорошо, если есть таблицы логарифмов тригонометрических величин по аргументу угла, выраженного во времени; тогда получаем t в часах, минутах и секундах; иначе, как и выше, придется градусную меру переводить во время. Вычислив t , образуем $t + \alpha = t + 14^h 12^m 38^s,1$ и, наконец, $u = t + \alpha$ — отсчет хронометра.

3) Обратим внимание на то, что для положения инструмента *К. П.* получается явно большее значение u (по абсолютной величине) ($-19,5$ и $-20,8$), чем для *К. Л.* ($-14,3$ и $-13,7$). Это есть явное указание на ошибочность принятой точки зенита; поэтому для суждения о степени точности наблюдений нельзя сравнивать между собой эти величины, а нужно сначала освободить их от влияния ошибки в точке зенита. Для этого образуем средние из u для *К. П.* $-20,2$ и для *К. Л.* $-14,0$ и берем их полуразность

$$\frac{1}{2} (-20,2 + 14,0) = -3,1,$$

которую прилагаем к значениям u для *К. Л.* и вычитаем из значений u для *К. П.* Тогда получаем следующие значения u : $-16,4$, $-17,4$, $-16,8$, $-17,7$, по согласию которых можем судить о качествах наблюдений и полученных результатов.

4) Как известно, применение пятизначных логарифмов не вполне обеспечивает точность до секунды дуги в полчаемых результатах; если в данном случае вычислять с шестизначными логарифмами, то получим следующие значения u : $-19,0$, $-14,0$, $-13,7$, $-21,2$; ошибка от точки зенита равна

$$\frac{1}{2} (-20,1 + 13,85) = -3,1;$$

исправленные значения u суть $-15,9$, $-17,1$, $-16,8$, $-18,1$, в среднем $-17,0$. Разницы в отдельных значениях между пяти- и шестизначными вычислениями происходят исключительно от округления пятого десятичного знака при отбрасывании шестого десятичного знака.

5) Из последних значений вычисляем средние и вероятные ошибки по формулам § 8; отклонения и суть: $-1^s,1$, $+0^s,1$, $-0^s,2$, $+1^s,1$,

$$v_m = \sqrt{\frac{\sum v^2}{4}} = \sqrt{\frac{2,47}{4}} = \sqrt{0,62} = \pm 0^s,8, \quad v_p = \pm 0^s,5,$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2,47}{4,3}} = \sqrt{0,57} = \pm 0^s,5, \quad v_p = \pm 0^s,3.$$

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЗИМУТА ЗЕМНОГО ПРЕДМЕТА

§ 94. Основы способа. В главе IV мы рассмотрели вопрос о получении точных отсчетов на горизонтальном круге. Наведя трубу на один предмет, а затем на другой и получив точные отсчеты на горизонтальном круге, мы в разности этих отсчетов будем иметь разность азимутов этих предметов. Следовательно, если азимут одного из них нам известен, то и азимут другого легко будет вычислить. За такой предмет, азимут которого может быть известен, выбирается звезда, для которой известны α и δ , и при наблюдении замечается момент наблюдения T по хронометру, поправка которого u тоже должна быть известна, равно как и широта φ места наблюдения.

Тогда часовой угол t получается по формуле

$$t = T + u - \alpha,$$

и затем для вычисления азимута имеем из треугольника зенит — полюс — звезда формулы

$$\left. \begin{aligned} \sin z \sin A_s &= -\sin z \sin A_n = \cos \delta \sin t, \\ \sin z \cos A_s &= -\sin z \cos A_n = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t, \end{aligned} \right\} (16)$$

где A_s означает азимут, считаваемый от точки юга S через запад, север и восток, а $A_n = A_s + 180^\circ$ — азимут, считаваемый от точки севера N через восток, юг и запад.

Если M_* и M суть исправленные от всех ошибок отсчеты горизонтального круга по главному микроскопу (по которому берутся градусы круга) при наблюдении звезды и земного предмета в положении, например, K . П., то в случае возрастания отсчетов при вращении верхней части инструмента по часовой стрелке имеем

отсчет круга по главному микроскопу при направлении трубы в точку юга $M_s = M_* - A_s$,

отсчет круга по главному микроскопу при направлении трубы в точку севера $M_n = M_* - A_n$,

азимут земного предмета равен $M - M_s$, если считать его от точки юга, и он же равен $M - M_n$, если считать его от точки севера так, как сказано выше.

§ 95. Наивыгоднейшие условия наблюдений. Теперь нужно рассмотреть наивыгоднейшие условия наблюдения, т. е. установить, при каких условиях ошибки в принятых значениях T , u , а также δ меньше всего влияют на вычисление азимута A_s или A_n . Для этого из формул (16) находим сначала

$$\operatorname{tg} A_s = \frac{\cos \delta \sin t}{-\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t},$$

затем

$$\operatorname{tg} \delta \cos \varphi = \sin \varphi \cos t - \sin t \operatorname{ctg} A_s$$

и по соображениям, развитым ранее в § 78 и 90, дифференцируем эту

формулу. Получаем

$$\frac{d\delta}{\cos^2 \delta} \cos \varphi - \operatorname{tg} \delta \sin \varphi d\varphi = \cos \varphi \cos t d\varphi - \sin \varphi \sin t dt - \cos t \operatorname{ctg} A_s dt + \sin t \frac{dA_s}{\sin^2 A_s}.$$

Отсюда выводим

$$dA_s = \frac{\sin^2 A_s}{\cos^2 \delta} \frac{\cos \varphi}{\sin t} d\delta - \sin^2 A_s \left(\frac{\operatorname{tg} \delta \sin \varphi}{\sin t} + \cos \varphi \operatorname{ctg} t \right) d\varphi + \sin^2 A_s (\sin \varphi + \operatorname{ctg} t \operatorname{ctg} A_s) dt.$$

Но из параллактического треугольника находим

$$\frac{\sin A_s}{\sin t} = \frac{\cos \delta}{\sin z},$$

а следовательно,

$$\frac{\sin A_s}{\sin t \cos \delta} = \frac{1}{\sin z}.$$

Поэтому коэффициент при $d\varphi$ обращается в

$$\sin A_s \left(\frac{\sin \delta \sin \varphi}{\sin z} + \frac{\cos \varphi \cos \delta \cos t}{\sin z} \right) \text{ или } \sin A_s \operatorname{ctg} z.$$

Коэффициент при dt преобразуется так:

$$\frac{\sin A_s}{\sin t} (\sin A_s \sin \varphi \sin t + \cos A_s \cos t) = \frac{\cos \delta}{\sin z} \cos q,$$

где q означает параллактический угол, т. е. угол PSZ (P — полюс, S — светило, Z — зенит, фиг. 48).

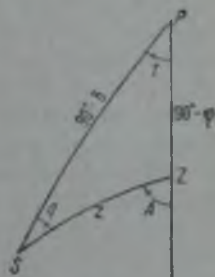
Коэффициент при $d\delta$ становится равным

$$\frac{\sin^2 A_s}{\cos^2 \delta \sin^2 t} \sin t \cos \varphi = \frac{\sin t \cos \varphi}{\sin^2 z} = \frac{\sin q}{\sin z}.$$

Следовательно,

$$dA_s = \frac{\sin q}{\sin z} d\delta + \cos q \frac{\cos \delta}{\sin z} dt - \sin A_s \operatorname{ctg} z d\varphi.$$

Отсюда мы видим, что dt , равное $dT + du$, имеет наименьшее влияние на A_s , если $\cos q = 0$, т. е. $q = 90^\circ$ или 270° , т. е. если звезда находится в наибольшей дигрессии, т. е. в наибольшем азимуте. Ошибка же в широте $d\varphi$ имеет наименьшее влияние на A_s , если $\sin A_s$ мал, т. е. если наблюдаемая звезда находится близко к меридиану или точно в меридиане, но тогда q не может быть 90° . Однако при всяких q коэффициент при dt тем меньше, чем меньше $\cos \delta$, т. е. чем ближе звезда к полюсу, и вместе с этим тем меньше и $\sin A_s$, даже и в наибольшей дигрессии. Такие соображения приводят нас к выводу, что лучшая звезда для определения азимута есть Полярная, к тому же и достаточно яркая, чтобы быть видимой даже в малые трубы; поэтому для этой цели она почти исключительно и применяется. Как вообще при отсчете горизонтального круга, чтобы иметь отсчет, свободный от ошибки инструмента (см. § 60), необхо-



Фиг. 48.

димо при наблюдении звезды получать отсчеты горизонтального круга при положении «круг право» и «круг лево», чтобы в среднем исключить влияние коллимации, и при каждом положении измерять накладным уровнем наклон горизонтальной оси к горизонту, а также грубо отсчитывать вертикальный круг, чтобы вычислить зенитное расстояние.

При наведении визирной линии на звезду нужно либо точно устанавливать ее на точку пересечения нитей креста или же, если при этом горизонтальная нить будет мешать точной установке звезды на вертикальную нить, а это ведь именно и важно при измерении азимута, то можно устанавливать звезду на вертикальную нить и не точно в точке пересечения нитей, а немного выше или немного ниже этой точки. Расстояние места установки звезды от этой точки не имело бы значения, если бы можно было быть уверенным, что вертикальная нить точно вертикальна, но за это поручиться нельзя, если это не испытано специальным исследованием вроде того, которым удостоверяются в горизонтальности горизонтальной нити (см. § 49); за взаимную же перпендикулярность нитей креста ручаться никак нельзя.

Если звезда устанавливается на вертикальную нить при одном положении инструмента, например «круг право», немного выше горизонтальной нити, то при другом, «круг лево», ее нужно устанавливать на глазомер настолько же ниже горизонтальной нити. При этом условии ошибка от наклона вертикальной нити к вертикальной линии уничтожится в среднем арифметическом из обоих отсчетов: *К. П.* и *К. Л.* Читателю предлагается убедиться в этом путем рассуждения, похожего на рассуждение в § 59 о влиянии коллимации на отсчет горизонтального круга.

§ 96. Вычисление азимута Полярной производится по формуле

$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = \frac{\cos \delta \sin t}{-\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t}, \quad (17)$$

причем на основании формул (16), выведенных в § 94, ясно, что если $0^h < t < 12^h$, то A_s заключается между 90° и 180° , а A_n — между 270° и 360° , или отрицательно; если же $12^h < t < 24^h$, то A_s заключается между 180° и 270° , а A_n — между 0° и 90° .

Так как все определения азимута зависят от одной звезды, то в отличие от других задач (определение широты и поправки часов) важно, чтобы ошибка в склонении δ не влияла существенно на результат. Из полученной выше дифференциальной формулы видим, что влияние ошибки $d\delta$ на азимут пропорционально $\sin q / \sin z$, т. е. оно обращается в нуль при $\sin q = 0$, т. е. при верхней и нижней кульминациях. Однако неэкономно в смысле затраты времени наблюдать звезду только около кульминации. Можно исключить ошибку в склонении, если произвести наблюдения дважды при равных, но противоположных по знаку значениях $\sin q$, т. е. симметрично по обе стороны меридиана при часовых углах t и $24^h - t$; почти полное исключение ошибки склонения получается также при часовых углах t и $12^h \pm t$.

Для более удобного логарифмического вычисления формула (10) преобразуется так:

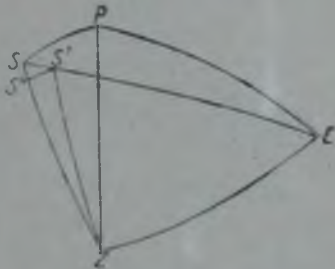
$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta},$$

или еще выгоднее так:

$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = - \frac{\operatorname{ctg} \delta \sec \varphi \sin t}{1 - \operatorname{ctg} \delta \operatorname{tg} \varphi \cos t}.$$

Логарифм знаменателя, или даже логарифм $1/(1 - \operatorname{ctg} \delta \operatorname{tg} \varphi \cos t)$, получается прямо из таблиц логарифмов для вычитания по аргументу: дополнение $\lg \operatorname{ctg} \delta \operatorname{tg} \varphi \cos t$ до нуля; в некоторых собраниях таблиц дается таблица специально для этой задачи; см., например, «Таблицы для астрономических вычислений» под ред. проф. К. А. Цветкова, упомянутые в предисловии ко второму изданию (табл. 21).

§ 97. Влияние суточной aberrации. На фиг. 49 использованы следующие обозначения: Z — зенит, P — полюс, E — точка востока, S — Полярная, S' — место Полярной, смещенное суточной aberrацией по дуге SE , $S'S''$ — перпендикуляр из S' на ZS . Угол SZS' есть изменение азимута от суточной aberrации. Из чертежа видим, что под влиянием суточной aberrации азимут (A_s или A_n — безразлично) увеличивается, т. е. что наблюдаемый азимут Полярной больше вычисляемого по вышеуказанным формулам. Величина этого увеличения, т. е. угол $SZS' = \Delta A$, вычисляется следующим образом. Если $k = 0'',32 \cos \varphi$, то $SS' = k \sin SE$. Обозначим угол ZSE через x . Тогда $S'S'' = k \sin SE \sin x$; с другой стороны, $\sin S'S'' = \sin \Delta A \sin ZS$ или, по малости дуги $S'S''$, $S'S'' = \Delta A \sin z$. Поэтому $k \sin SE \sin x = \Delta A \sin z$. Но из треугольника ZSE , в силу того, что дуга $ZE = 90^\circ$, имеем



Фиг. 49.

$$\sin SE \sin x = \sin ZE \sin SZE = \sin (180^\circ - A_s + 90^\circ) = -\cos A_s.$$

Поэтому $-k \cos A_s = \Delta A \sin z$, откуда следует, что

$$\Delta A = -0'',32 \cos \varphi \cos A_s / \sin z.$$

Но так как $\cos A_s$ во всех случаях очень мало разнится от -1 (даже на широте 80° не более как на $1/70$), то с ничтожной ошибкой можно принять, что $\Delta A_s = +0'',32 \cos \varphi / \sin z$. Так как z разнится от $90^\circ - \varphi$ не более как на $\pm 62'$ (полярное расстояние Полярной), то ΔA для широт от 30 до 60° колеблется между $+0'',31$ и $+0'',33$ и даже на широте 80° между $+0'',29$ и $0'',35$. Из чертежа ясно, что $\Delta A_s = \Delta A_n$.

На такую величину должен быть увеличен вычисленный азимут Полярной A_s прежде, чем вносить его в формулы § 94; поэтому имеем: азимут земного предмета равен $M - M_* + A_s + \Delta A$ или $M - M_* + A_n + \Delta A$, смотря по началу счета азимутов.

§ 98. Определение азимута по измерению зенитного расстояния светила. В рассматриваемой задаче можно отказаться от применения хронометра (если его нет или неизвестна его поправка) и для определения азимута небесного светила и последующего вычисления M_s , т. е. места точки юга на горизонтальном круге инструмента, приме-

нить измерение зенитного расстояния светила. Действительно, если z есть измеренное зенитное расстояние, освобожденное от влияния рефракции и, если нужно, также от влияния параллакса и радиуса светила, как, например, в случае Солнца, δ — его склонение, а φ — известная широта места наблюдения, то в параллактическом треугольнике известны все три стороны и, значит, можно вычислить углы. Для вычисления может служить основная формула

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos z - \sin(90^\circ - \varphi) \sin z \cos A_s$$

или

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A_s,$$

откуда находим

$$\cos A_s = \frac{\sin \varphi \cos z - \sin \delta}{\cos \varphi \sin z} = \operatorname{ctg} z - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi \sin z} = \frac{1}{\sin z} \left(\cos z - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi} \right).$$

Так как при наблюдениях всегда известно, на восточной или на западной стороне горизонта наблюдалось светило, то по одной этой формуле квадрант азимута определяется вполне.

Для выяснения наивыгоднейших условий наблюдения нужно продифференцировать основную формулу. Получаем

$$\begin{aligned} \cos \delta \, d\delta = & \cos \varphi \cos z \, d\varphi - \sin \varphi \sin z \, dz + \sin \varphi \sin z \cos A_s \, d\varphi - \\ & - \cos \varphi \cos z \cos A_s \, dz + \cos \varphi \sin z \sin A_s \, dA_s. \end{aligned}$$

Отсюда после несложных преобразований, аналогичных приведенным в § 95, находим

$$dA_s = \frac{d\delta}{\cos \varphi \sin t} + \frac{\cos q}{\cos \varphi \sin t} \, dz - \frac{\operatorname{ctg} t}{\cos \varphi} \, d\varphi.$$

Отсюда видно, что ошибка в измеренном зенитном расстоянии менее всего влияет на определение азимута, если $q = 90^\circ$, т. е. если светило находится в наибольшей дигрессии; тогда и $\sin t$ близок к 1. Если наблюдаемое светило, например Солнце, не бывает на данной широте φ в наибольшей дигрессии, то следует наблюдать его близ первого вертикала при t , близком к 90° ; тогда коэффициент $\cos q / \sin t$ будет не очень мал. В обоих этих случаях влияние неточности широты ($d\varphi$) также будет сказываться не очень сильно.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОШИБОК ДЕЛЕНИЙ КРУГОВ И ОШИБОК ВИНТОВ

§ 99. Об ошибках делений кругов. Деление кругов на градусы и доли градуса производится одним из следующих способов:

1. В мастерской есть разделенный круг, ошибки делений которого исследованы каким-либо способом; он может поворачиваться на оси, проходящей по возможности точно через центр делений. На эту ось надевается тот круг, на который надо нанести деления. Мастер, смотря в достаточно сильный микроскоп на деления разделенного круга, особым винтом поворачивает оба круга вместе от одного деления к следующему и проводит резцом черту на делимом круге. Мастер

при этом должен учесть ошибки разделенного круга, чтобы делимый круг был от этих ошибок свободен. Таким образом получается улучшенная копия основного круга, если мастер случайно не сделает ошибки или если различие температуры в разных частях обоих кругов либо другие причины не внесут новых ошибок.

2. Основной круг может иметь или не иметь делений, но на ободе его имеются зубцы, в которые входит бесконечный винт (так называемый червяк), приводимый в движение мотором; при повороте винта на один оборот круг поворачивается, скажем, на один градус или на определенную долю градуса. На ось этого круга помещается делимый круг и *автоматически*, когда винт повернется на некоторую долю оборота, движение его и круга останавливается, резец опускается на круг, чертит черту на делимом круге; когда же она проведена, резец поднимается, винт вновь вращается, повернувшись на ту же долю оборота, останавливается, резец опускается, чертит следующую черту и т. д. Таким образом *автоматически* наносятся черты, которые должны сойтись, т. е. между последней и первой чертами должен образоваться такой же промежуток, как и между соседними чертами круга.

3. То, что во втором способе делал мотор, делает рука мастера, поочередно вращая винт, повертывающий круг, и приводя в действие механизм для нарезания зубцов (полуавтоматическое деление кругов).

Как бы ни был разделен круг, в делениях его нужно предполагать наличие ошибок и для получения результатов наивысшей точности надо определить эти ошибки. Для этого существуют разные способы, но все они основаны на одном соображении: для определения ошибок делений круга нужно измерять один и тот же искусственно созданный угол разными частями круга. Хотя способы различаются один от другого по остроумию применения упомянутой основной идеи и по количеству работы, которая требуется для исследования круга, но во всяком случае это очень большая работа, если требуется определить ошибки *всех* штрихов круга и не предполагается, что ошибки круга периодически повторяются через некоторый интервал. Поэтому на обсерваториях существует лишь небольшое число таких кругов, у которых ошибки определены для *всех* штрихов; обычно довольствуются определением ошибок лишь нескольких, например всех градусных, штрихов. Мы рассмотрим лишь суть применяемого метода.

§ 100. Основы способа определения ошибок кругов. Ясно, что первый по времени нанесения штрих на круг можно считать нанесенным точно, но у всех других мы обязаны предполагать наличие ошибок. Положим, что какой-либо отсчет круга $G^{\circ}M'S''$ привязан к штриху с названием $G^{\circ}M'$; если этот штрих нанесен ошибочно, то это можно выразить и так, что его название неверно и должно быть $G^{\circ}M' + \Delta$, где Δ есть искомая *поправка* названия штриха и вместе с тем *поправка* нашего отсчета.

Употребляя слова «поправка» и «ошибка», нужно во избежание возможных недоразумений определить, что каждое слово обозначает. Поправка здесь, как и во всех других случаях, есть такая величина, которую нужно прибавить к неверному значению какой-либо величины

для того, чтобы получить верное ее значение; в таком смысле термин «поправка» употребляется и в других книгах. Слово «ошибка» не имеет столь определенного значения, и поэтому мы не употребляем этого слова как термина. На худой же конец условимся, что «ошибка» есть «поправка, взятая с обратным знаком».

Положим, что мы имеем круг, отсчитываемый при помощи двух противоположных микроскопов A и B (фиг. 50). Для исследования его делений надо расположить еще два таких же микроскопа C и D так, чтобы если двойные нити их у всех стоят на нулевом положении (см. § 31), то, когда поворотом круга штрих $0^00'$ подведен к двойной нити микроскопа A , у двойной нити микроскопа C стоит φ^00' , а у двойных нитей микроскопов B и D соответственно $180^00'$ и $(180 + \varphi)^00'$. Дуга φ^00' должна целое



Фиг. 50.

число раз содержаться в одной или нескольких окружностях; точно этого, конечно, быть не может, но приблизительно быть должно. Тогда угол, образованный на плоскости круга двумя прямыми, соединяющими накрест места, соответствующие серединам между двойными нитями микроскопов при их нулевом положении: от A к B и от C к D , есть именно тот угол, который мы будем измерять разными частями круга и именно следующим образом. Положим для определенности рассуждений, что $\varphi = 30^\circ$. Повернем круг так, чтобы под микроскопом A стоял штрих $0^00'$, и

произведем наведения двойной нити в каждом микроскопе на младший штрих, видимый у его двойной нити. Обозначим отсчеты на барабанах, переведенные в секунды дуги, через a , b , c и d у микроскопов A , B , C и D ; тогда отсчеты микроскопов будут:

$$A) 0^00' + a; \quad B) 180^00' + b; \quad C) 30^00' + c; \quad D) 210^00' + d.$$

Обозначим поправки штрихов или поправки их отсчетов соответственно через Δ_0 , Δ_{180} , Δ_{30} , Δ_{210} . Значит, верные отсчеты будут:

$$A) 0^00' + a + \Delta_0; \quad B) 180^00' + b + \Delta_{180}; \quad C) 30^00' + c + \Delta_{30}; \\ D) 210^00' + d + \Delta_{210}.$$

Вспомнив сказанное в § 35 и 36 об ошибке эксцентриситета, нетрудно сообразить, что точное выражение угла, который образован упомянутыми двумя прямыми, есть разность полусумм

$$\frac{30^00' + c + \Delta_{30} + 210^00' + d + \Delta_{210}}{2} - \frac{0^00' + a + \Delta_0 + 180^00' + b + \Delta_{180}}{2};$$

обозначим этот неизвестный угол через $30^00' + x$. Приравняв оба выражения его и произведя очевидные сокращения, получаем

$$\frac{\Delta_{30} + \Delta_{210}}{2} - \frac{\Delta_0 + \Delta_{180}}{2} - x = \frac{a + b}{2} - \frac{c + d}{2} = f_0,$$

где правая часть нам известна в секундах дуги; обозначим ее через f_0 , где значок $_0$ означает, что под микроскопом A стоит 0° . Проведем такие же измерения, устанавливая под микроскопом A штрихи 30° , 60° , 90° и т. д.; тогда получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} 1/2 (\Delta_{30} + \Delta_{210}) - 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) &= x + f_0 = g_0, \\ 1/2 (\Delta_{60} + \Delta_{240}) - 1/2 (\Delta_{30} + \Delta_{210}) &= x + f_{30} = g_{30}, \\ 1/2 (\Delta_{90} + \Delta_{270}) - 1/2 (\Delta_{60} + \Delta_{240}) &= x + f_{60} = g_{60}, \\ 1/2 (\Delta_{120} + \Delta_{300}) - 1/2 (\Delta_{90} + \Delta_{270}) &= x + f_{90} = g_{90}, \\ 1/2 (\Delta_{150} + \Delta_{330}) - 1/2 (\Delta_{120} + \Delta_{300}) &= x + f_{120} = g_{120}, \\ 1/2 (\Delta_{180} + \Delta_0) - 1/2 (\Delta_{150} + \Delta_{330}) &= x + f_{150} = g_{150}. \end{aligned}$$

При дальнейших поворотах круга будут опять получаться *эти же самые* уравнения. Значит, для определения наших Δ (числом 12) и x мы имеем всего лишь 6 уравнений, т. е. число недостаточное. Но так как наши Δ соединены в пары и, например, Δ_0 и Δ_{180} неразделимы, то, значит, мы собственно можем определить только полусуммы, стоящие в левых частях уравнений, числом 6, но и то вместе с x мы имеем 7 неизвестных при 6 уравнениях. Сложив все уравнения, получаем $0 = 6x + \Sigma f$, где Σf означает сумму всех f ; отсюда следует, что $x = -1/6 \Sigma f$. Подставив это выражение x в уравнения, получим в правых частях известные нам величины $g_0, g_{30}, \dots, g_{150}$, но только сумма уравнений дает тождество $0 = 0$. Следовательно, из них мы можем только выразить все полусуммы через одну из них, например, складывая первые 2, первые 3, первые 4 и т. д. уравнения, получаем

$$\begin{aligned} 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}), \\ 1/2 (\Delta_{30} + \Delta_{210}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0, \\ 1/2 (\Delta_{60} + \Delta_{240}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30}, \\ 1/2 (\Delta_{90} + \Delta_{270}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60}, \\ 1/2 (\Delta_{120} + \Delta_{300}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60} + g_{90}, \\ 1/2 (\Delta_{150} + \Delta_{330}) &= 1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60} + g_{90} + g_{120}. \end{aligned}$$

Мы можем оставить результат таким, как он есть.

Мы можем принять за $1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180})$ какую угодно величину.

Мы можем принять, что сумма всех полусумм в левых частях уравнений есть нуль, и тогда получить значение $1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180})$, а потом и всех остальных полусумм.

Решение кажется неопределенным, однако в нем мы имеем все, что нам нужно. Действительно, для исключения эксцентриситета нам нужно отсчитывать круг на двух противоположных микроскопах; значит, при каждом отсчете мы берем полусумму отсчетов, привязанных к противоположным штрихам, а значит, нам нужна полусумма поправки $1/2 (\Delta_k + \Delta_{180+k})$, а не отдельные поправки Δ_k и Δ_{180+k} . С другой стороны, при всяком измерении, например зенитного расстояния, азимута и т. д., нам нужно брать *разность* двух полных отсчетов, каждый по двум микроскопам; поэтому если *все* отсчеты ошибочны на одну и ту же хотя бы и не известную нам величину, то в *разность* их эта ошибка совершенно не войдет; поэтому мы можем за $1/2 (\Delta_0 + \Delta_{180})$

принять какую нам угодно величину. Полусуммы поправок $1/2(\Delta_k + \Delta_{180+k})$ называются иногда *поправками диаметров*; ясна рациональность такого названия: если оба противоположные штриха нанесены с одинаковой ошибкой, например на $5''$, вперед по делениям, то на эту же величину повернется и диаметр, их соединяющий, и будет ошибочен настолько же; если же, например, они оба будут ошибочно нанесены на одну и ту же величину, $5''$, но в *разные* стороны, то диаметр, их соединяющий, не будет повернут, а с другой стороны, поправки их Δ_k и Δ_{180+k} будут равны, но противоположны по знаку; полусумма их равна нулю, т. е. поправка диаметра есть нуль.

Указанным выше путем можно определить поправки диаметров через такой угол, на какой можно отодвинуть вспомогательные микроскопы C и D от основных A и B ; по размерам их это раздвижение не может быть меньше некоторого предела. С другой стороны, соображения относительно возможных ошибок результатов говорят против слишком малой величины измеряемого угла φ . Поэтому на практике выгодно разделить операцию определения поправок диаметров на ряд операций: например, сначала взять $\varphi = 90^\circ$; потом, *основываясь на найденной поправке* $1/2(\Delta_{90} + \Delta_{270})$, положить $\varphi = 30^\circ$, потом $\varphi = 10^\circ$ и т. д. или же применять более рациональные и остроумные приемы. Не входя в подробности, укажем, что лучшим из таких приемов, по видимому, надо считать прием «розеток» Брунса, изложенный в статье Н. Bruns'a «Untersuchung der Wanschaff'schen Theilung», *Astronomische Nachrichten*, Bd. 130, S. 17, 1892, а также в *Annales de l'observatoire de Paris*, Vol. XXVII (изложение Файе).

В предыдущем изложении мы предполагали, что поправки диаметров круга не подчинены никакой закономерности, и вышеизложенный метод соответствует этому предположению; закономерность может обнаружиться в результате исследования, и это нередко бывает. Но существуют способы определения ошибок диаметров, в основе которых лежит предположение, что поправка штриха k (k выражено в градусах и минутах) может быть представлена рядом Фурье

$$\Delta_k = a_1 \sin(k + l_1) + a_2 \sin(2k + l_2) + a_3 \sin(3k + l_3) + a_4 \sin(4k + l_4) + \dots,$$

и, следовательно, ошибка диаметра рядом

$$1/2(\Delta_k + \Delta_{180+k}) = a_2 \sin(2k + l_2) + a_4 \sin(4k + l_4) + a_6 \sin(6k + l_6) + \dots$$

так как синусы с нечетными множителями у k взаимно уничтожаются в сумме $(\Delta_k + \Delta_{180+k})$.

При таком допущении могут быть развиты иные способы исследования диаметров; наиболее применяемый из них есть способ Хейфелинка, описанный в статье Heuvelink'a «Die Prüfung der Kreisteilungen...», *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, Bd 45, Heft 2, 1925.

Чтобы дать некоторое представление о величине тех поправок диаметра, которые получаются на деле в хорошо разделенных кругах, приведем результаты исследований ошибок в меридианных кругах Пулковской и Московской обсерваторий. Оба круга были изготовлены известной мастерской астрономических инструментов Репсоляда. Пулковский меридианный круг имеет два круга, разделенных до $2'$; у Мос-

ковского один круг разделен до $2'$, другой до $10'$. Микроскопы позволяют отсчитывать круги с точностью до $0'',1$ (одна десятая доля деления барабана).

У всех четырех кругов деления оказались очень сходными между собой. Это показывает, что было известно и до исследования, что круги Репсольда суть копии одного и того же круга, имевшегося в мастерской. Поправки диаметров у них заключаются в пределах от $0'',0$ до $1'',2$ (Пулково) и от $0'',0$ до $1'',7$ (Москва). Если составить график, у которого по оси абсцисс отложены градусы диаметров от 0 до 180° , а по оси ординат — поправки диаметров, то оказывается, что полученные точки довольно хорошо укладываются на синусоиду с периодом в 180° . Отсюда следует, что если при отсчетах круга применять 4 микроскопа, расставленных на 90° один от другого, то в среднем из четырех отсчетов поправки диаметров (разнящихся на 90°) дают приблизительно одну и ту же величину (ординату оси синусоиды) с небольшими колебаниями до $\pm 0'',3$.

§ 101. Об ошибках микрометрических винтов. Линейное перемещение паутинной нити, передвигаемой винтом, должно быть пропорционально числу делений барабана винта, проходящих мимо его индекса при перемещении нити из одного положения в другое. При отсутствии строгой пропорциональности говорят, что винт имеет ошибки. Они могут быть двух родов: 1) *прогрессивные*, если перемещение нити при повороте винта на целый оборот неодинаково в различных оборотах винта, а меняется, обыкновенно правильно, без скачков, при передвижении нити из одного крайнего положения в другое, и 2) *периодические*, повторяющиеся в соседних оборотах винта и различные между собой в пределах одного оборота; так как винт сидит в гайке несколькими, десятью и более, оборотами, то невероятно и не встречается в практике заметного различия периодических ошибок в соседних 2—3 оборотах, но оно возможно в оборотах, более удаленных один от другого. Теоретически возможно допустить, что периодические ошибки хотя бы отчасти могут происходить от неправильности нанесения делений на самом барабане и от эксцентрического положения окружности его на оси вращения; но при современных станках этот источник заметных ошибок совершенно невероятен; ошибки винта заключаются в самом винте или в способе его монтажа в коробке. Вследствие ошибок винта каждый отсчет барабана неверен и требует поправки, после прибавления которой получается верный отсчет; если отсчет есть a (число делений барабана у указателя), то поправку его будем обозначать через c_a в долях либо целого оборота, либо одного деления барабана; сумма $a + c_a$ есть верный отсчет.

Поправка c_a есть функция отсчета a при определенной связи барабана с винтом; поэтому нужно ясно себе представить, что если повернуть барабан на винте, то *прежняя* поправка c_a уже не будет соответствовать *новому* отсчету a . По этой причине *нельзя вертеть барабан на винте между исследованием винта и наблюдениями*; в противном случае найденными поправками нельзя исправлять отсчеты, полученные при наблюдениях.

§ 102. Основная идея всех способов определения поправок отсчетов винта. Для определения поправок винта нужно измерять разными частями винта один и тот же интервал, например расстояние между двумя нитями, штрихами или между оптическими изображениями двух штрихоподобных предметов. Если число делений барабана, измеряющее этот интервал, неодинаково в разных частях винта, то, значит, есть ошибки, и каждый отсчет a нуждается в поправке c_a . На практике можно поступать по-разному. Можно нанести где-нибудь (на круге, на делительной машине) две точки или черты и над ними двигать микроскоп-микрометр (как это описано в § 31 и 32), винт которого нужно исследовать. При таком передвижении изображение двух точек, получаемых в плоскости нитей микрометра, есть тот интервал, который при передвижении микроскопа измеряется разными частями винта. Можно освободить коробку с винтом и нитями от всякой оптики, создать при помощи подходящей оптики изображение двух черт, поместить это изображение в плоскости движения нитей, иметь возможность перемещать коробку с винтом и нитями так, чтобы нити оставались в одной и той же плоскости, так, чтобы можно было неизменный интервал между упомянутыми изображениями двух черт измерять разными частями исследуемого винта; для точности же наведений нужно рассматривать наведение нитей на черту в достаточно сильный микроскоп.

Можно придумать и другие способы. Тот способ лучше других, в котором наиболее точно осуществляется постоянство измеряемого интервала и обеспечивается возможная большая точность наведения движимых нитей на концы измеряемого интервала.

§ 103. Способ Ридберга для определения периодических поправок винта. При всех способах определения *периодических* поправок винта предполагается, что периодическая поправка каждого отсчета может быть представлена рядом Фурье. При достаточно тщательной монтажке достаточно хорошего винта это не возбуждает сомнения. Положим, что n есть число делений на окружности барабана; обозначим $360^\circ/n$ через α ; допускается, что

$$c_a = k_1 \sin(\alpha a + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a + \beta_2) + k_3 \sin(3\alpha a + \beta_3) + \dots$$

Заметим, что нет никакой нужды вводить в этот ряд постоянный член k_0 , потому что мы к каждому отсчету можем прибавить любое постоянное число, не нарушая результатов измерения, так как результаты зависят от *разности* двух отсчетов и в этой разности постоянное число, например k_0 , исчезнет. Из изложения каждого способа определения поправок винта видно, что этот постоянный член k_0 нельзя и определить и именно по только что указанной причине.

В способе Бесселя измерения располагаются так, чтобы можно было определить параметры: k_1, β_1 (для этого выгоднее всего измерять интервал в $1/2$ оборота исследуемого винта), k_2, β_2 (интервал в $1/4$ оборота винта), k_3, β_3 (интервал в $1/6$ оборота винта) и т. д.; обыкновенно исследование не идет далее первых двух членов ряда. Этот способ подробно изложен на русском языке в книге Ф. Н. Красовского и В. В. Данилова «Руководство по высшей геодезии», Часть I, вып. 1, § 50, М., 1938.

Мы изложим способ Ридберга, мало известный, но дающий поправки винта путем более простым в смысле вычислений, чем способ Бесселя. Способ Ридберга опубликован в «Zeitschrift für Instrumentenkunde», Bd. 16, 1896.

В нем подходящий интервал, целое число раз содержащийся в целом числе оборотов винта, измеряется *последовательными* частями винта. Положим, что этот интервал содержит d делений барабана винта и что d целое число раз, именно p раз, содержится в q оборотах винта, так что $dp = qn$, где n — число делений на барабане.

Начинаем измерения с произвольного деления. Наведя нити микрометра на конец интервала, получаем (как среднее из нескольких наведений) отсчет a_0 ; наведение на другой конец интервала дает a_0' . Передвинем коробку с исследуемым винтом или измеряемый интервал, смотря по устройству нашего приспособления, так, чтобы следующее наведение на первый конец интервала было приблизительно a_0' , и делаем отсчет a_1 (близкий к a_0'), затем наведение на другой конец интервала дает отсчет a_1' . Опять передвигаем коробку с винтом или интервал и получаем наведение на первый конец интервала a_2 (близкое к a_1') и a_2' на другой конец его и так продолжаем до тех пор, пока не получим p пар отсчетов, сообразно с тем, что p интервалов по d делений дают целое число q оборотов винта.

Обозначим поправку отсчета a_0 через c_0 , поправку отсчета a_0' и близкого к нему отсчета a_1 через c_1 . Нужно стараться, чтобы отсчеты a_0' и a_1 были действительно близки один к другому, тщательно добиваясь того, чтобы интервал содержал по возможности точно d делений барабана; поправку отсчета a_1' и близкого к нему отсчета a_2 обозначим через c_2 и т. д. Тогда разность отсчетов в каждой паре с учетом их поправок даст нам одну и ту же величину, именно еще неизвестное нам в точности d . Мы получим:

$$\begin{array}{l|l} (a_0' + c_1) - (a_0 + c_0) = d, & \dots\dots\dots \\ (a_1' + c_2) - (a_1 + c_1) = d, & \dots\dots\dots \\ (a_2' + c_3) - (a_2 + c_2) = d, & (a_{p-1}' + c_p) - (a_{p-1} + c_{p-1}) = d. \end{array}$$

Нужно сообразить, что a_{p-1}' будет близко к a_0 и что поэтому $c_p = c_0$. Обозначая известные нам разности: $a_0' - a_0$ через d_0 , $a_1' - a_1$ через d_1 , и вообще разность $a_i' - a_i$ через d_i , получаем из предыдущих уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} c_1 - c_0 = d - d_0 = f_0 \\ c_2 - c_1 = d - d_1 = f_1 \\ c_3 - c_2 = d - d_2 = f_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ c_{p-1} - c_{p-2} = d - d_{p-2} = f_{p-2} \\ c_0 - c_{p-1} = d - d_{p-1} = f_{p-1} \end{array} \quad (18)$$

Итого p уравнений содержат $p + 1$ неизвестных: c_0, c_1, \dots, c_{p-1} и d (значение букв f будет объяснено ниже).

Чтобы получить еще одно необходимое уравнение, нужно учесть то обстоятельство, что сумма $c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_{p-1}$ почти в точ-

ности равна нулю; в этом и заключается суть способа Ридберга. Действительно, если c представляется рядом Фурье, то

$$\begin{aligned} c_0 &= k_1 \sin(\alpha a_0 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_0 + \beta_2) + \\ &\quad + k_3 \sin(3\alpha a_0 + \beta_3) + \dots + k_p \sin(p\alpha a_0 + \beta_p) + \dots, \\ c_1 &= k_1 \sin(\alpha a_1 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_1 + \beta_2) + \\ &\quad + k_3 \sin(3\alpha a_1 + \beta_3) + \dots + k_p \sin(p\alpha a_1 + \beta_p) + \dots, \\ c_2 &= k_1 \sin(\alpha a_2 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_2 + \beta_2) + \\ &\quad + k_3 \sin(3\alpha a_2 + \beta_3) + \dots + k_p \sin(p\alpha a_2 + \beta_p) + \dots, \\ &\dots\dots\dots \\ c_{p-1} &= k_1 \sin(\alpha a_{p-1} + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_{p-1} + \beta_2) + \\ &\quad + k_3 \sin(3\alpha a_{p-1} + \beta_3) + \dots + k_p \sin(p\alpha a_{p-1} + \beta_p) + \dots \end{aligned}$$

Если сложить все эти выражения, то в левой части мы получим сумму всех c от c_0 до c_{p-1} , а в правой части по известной теореме (см. § 13) суммы синусов при k_1, k_2, k_3 и т. д. (как суммы синусов углов, образующих арифметическую прогрессию) суть нули, но кроме суммы синусов при k_p , так как ведь $a_i - a_{i-1}$ очень близко к d . Поэтому $(p\alpha a_1 + \beta_p) = p\alpha(a_0 + d) + \beta_p = p\alpha a_0 + p\alpha d + \beta_p = p\alpha a_0 + \beta_p + p\alpha d = p\alpha a_0 + \beta_p + 360^\circ q$, т. е. $p\alpha a_1 + \beta_p$ на целое число окружностей больше, чем $p\alpha a_0 + \beta_p$, а потому $\sin(p\alpha a_1 + \beta_p) = \sin(p\alpha a_0 + \beta_p)$ и на этом же основании все другие синусы при коэффициенте k_p тоже равны первому из них; поэтому сумма их будет равна не нулю, как при других коэффициентах, а $p k_p \sin(p\alpha a_0 + \beta_p)$, и то же самое будет у коэффициентов k_{2p}, k_{3p} и т. д. Поэтому если допустить, что эти коэффициенты настолько малы, что ими можно пренебречь, то мы получим

$$c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_{p-1} = 0. \quad (19)$$

Это и есть то $(p+1)$ -е уравнение, которое вместе с уравнениями (18) позволяет однозначно определить искомые поправки от c_0 до c_{p-1} .

Для решения уравнений складываем уравнения (18); сумма левых частей тождественно равна нулю, а сумма правых дает

$$pd - \sum_{i=0}^{i=p-1} d_i = 0.$$

Отсюда получаем $d = \sum d_i / p$ и вставляем это значение d в уравнения (18); тогда их правые части становятся известны, и мы обозначаем их через f_i . Далее из первого уравнения, из суммы двух первых, из суммы трех первых и т. д. получаем по порядку

$$\begin{aligned} c_1 &= c_0 + f_0, \\ c_2 &= c_0 + f_0 + f_1, \\ c_3 &= c_0 + f_0 + f_1 + f_2, \\ &\dots\dots\dots \\ c_{p-1} &= c_0 + f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{p-2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Прибавляя к ним еще тождество $c_0 = c_0$ и складывая все равенства, получаем

$$c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_{p-1} = pc_0 + (p-1)f_0 + \\ + (p-2)f_1 + (p-3)f_2 + \dots + 2f_{p-3} + f_{p-2}.$$

Но левая часть равна нулю по доказанному, и, следовательно, из этого уравнения определяем c_0 , а из предыдущих (20) — все остальные c_i этой серии.

В нашей власти начать исследование с любого деления барабана; поэтому мы можем в последовательных рядах измерений положить α_0 равным 0, 5, 10, 15 и т. д. делениям барабана и получить поправки c для делений

$$0, d, 2d, 3d, 4d, \dots, (p-1)d, \\ 5, 5+d, 5+2d, 5+3d, 5+4d, \dots, 5+(p-1)d, \\ 10, 10+d, 10+2d, 10+3d, 10+4d, \dots, 10+(p-1)d, \\ i, i+d, i+2d, i+3d, i+4d, \dots, i+(p-1)d, \\ \dots\dots\dots$$

для каких угодно делений барабана. Остается решить вопрос, какого размера избирать величину интервала d . Ридберг решает этот вопрос из соображений, определяющих ту степень точности, с которой можно при различных d определить коэффициенты ряда, т. е. величины k . При данном d различные k определяются с различной точностью, как и в способе Бесселя. Ридберг определяет d с таким условием, чтобы наибольшие вероятные ошибки в определении k не намного превышали двойные наименьшие возможные ошибки их.

Тогда получаются следующие выгодные для практики значения d :

1) $d = \frac{8}{18}$ (или $\frac{5}{8}$) оборота; отношения M действительных вероятных ошибок к соответственным наименьшим возможным таковы:

$$\begin{array}{cccccccccc} \text{№} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ M & 1,08; & 1,41; & 2,61; & 1,00; & 2,61; & 1,41; & 1,08; & \infty; & 1,08; \dots \end{array}$$

где № — номер члена в ряду. Коэффициенты: 8-й, 16-й, 24-й и т. д. остаются неопределенными.

2) $d = \frac{2}{5}$ (или $\frac{8}{5}$) оборота; в этом случае величины M таковы:

$$\begin{array}{cccccccccc} \text{№} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ M & 1,05; & 1,71; & 1,71; & 1,05; & \infty; & 1,05; & 1,71; & 1,71; & \dots \end{array}$$

3) $d = \frac{1}{4}$ (или $\frac{3}{4}$) оборота; величины M таковы:

$$\begin{array}{cccccc} \text{№} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ M & 1,41; & 1,00; & 1,41; & \infty; & 1,41; & 1,00; \dots \end{array}$$

Интервалы $d = \frac{1}{2}$ оборота и $d = \frac{1}{3}$ оборота не следует применять, потому что при первом все четные коэффициенты остаются неопределенными, а при втором 3-й, 6-й, 9-й и т. д.

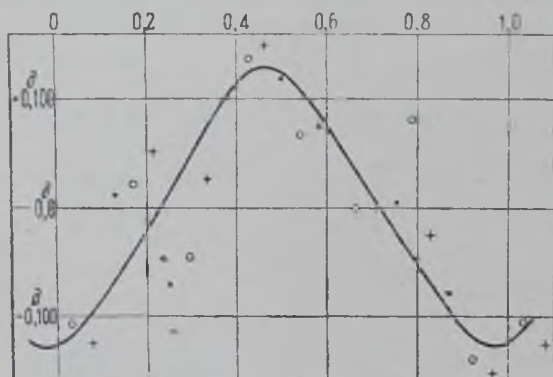
Когда получены поправки для нескольких делений барабана, то составляется график: абсциссы — деления барабана, ординаты — их поправки, и проводится плавная кривая через нанесенные точки. Из этой кривой можно взять поправки для любого деления и, если нужно, составить удобную для практики таблицу поправок. По этой же кривой можно обычными способами, по 12 или 24 равноотстоящим ординатам определить, если интересно, коэффициенты k_1 , k_2 и т. д.

Пример на определение периодических ошибок винта.

Горизонтальный винт прибора для измерения фотографий Askania-Werke. Наблюдатель *К. А. Куликов*. Интервал в $\frac{1}{8}$ оборота. Отсчеты до 0,0005 оборота, или до 0,05 одного деления барабана, с помощью специального нониуса при барабане. Исследование оборотов 305—310.

0	{ 305,0010 5,6215	6 215 +144 +144 + 34	305,0400 6 215 5,6615 +106 +106 — 2	305,0800 6 210 5,7010 +125 +125 0
1	{ 5,6260 6,2500	6 240 —106 + 38 — 72	5,6650 6 230 6,2880 — 44 + 62 — 46	5,7060 6 220 6,3280 + 25 +150 + 25
2	{ 6,2495 6,8725	6 230 —06 + 32 — 78	6,2910 6 235 6,9145 — 94 — 32 —140	6,3310 6 240 6,9550 —175 — 25 —150
3	{ 6,8750 7,4960	6 210 +194 +226 +116	6,9150 6 205 7,5355 +206 +174 + 66	6,9590 6 200 7,5770 +225 +200 + 75
4	{ 7,5000 8,1240	6 240 —106 +120 + 10	7,5400 6 290 8,1630 — 44 +130 + 22	7,5800 6 225 8,2025 — 25 +175 + 50
5	{ 8,1250 8,7480	6 230 —006 +114 + 4	8,1650 6 220 8,7870 + 56 +186 + 78	8,2050 6 230 8,8280 — 75 +100 — 25
6	{ 8,7500 9,3720	6 220 +094 +208 + 98	8,7890 6 220 9,4110 + 56 +242 +134	8,8300 6 205 9,4505 +175 +275 +150
7	{ 9,3750 310,0000	6 250 —206 0 —110	9,4140 6 250 10,0390 —244 0 —108	9,4550 6 250 10,0800 —275 0 —125
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 62 \quad 235 \quad 882 \\ \hline 8 \quad \quad 8 \\ \hline 62 \quad 294 \quad -110 \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 62 \quad 205 \quad 868 \\ \hline 8 \quad \quad 8 \\ \hline 62 \quad 256 \quad -108 \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 62 \quad 180 \quad 1000 \\ \hline 8 \quad \quad 8 \\ \hline 62 \quad 225 \quad -125 \end{array}$ </div> </div>				

Исследование проведено три раза: 1) начиная с 305,00; 2) с 305,04; 3) с 305,08. В первых столбцах даны отсчеты: $a_0, a'_0; a_1, a'_1; \dots; a_7, a'_7$ в оборотах и долях оборота. Во вторых столбцах даны разности d , т. е. $a'_0 - a_0, a'_1 - a_1$ и т. д. в десятичных долях оборота; внизу под чертой написаны вычисленные средние арифметические из этих разностей: 62 294, 62 256, 62 225 в сотых долях оборота (или в тысячных долях одного деления); во вторых же столбцах под $(a'_0 - a_0)$ и т. д. даны разности [среднее $-(a'_i - a_i)$] или



Фиг. 51.

f_i с надлежащим знаком; в третьих столбцах даны: $f_0, f_0 + f_1, f_0 + f_1 + f_2$ и т. д.; это суть $c_1 - c_0, c_2 - c_0, \dots, c_7 - c_0$; в последней строчке написано 0, т. е. $c_0 - c_0$. Под чертой написана сумма восьми чисел третьего столбца, равная $-8c_0$, а под ней восьмая доля этой суммы с обратным знаком, т. е. $-c_0$; $-110, -108, -125$; в четвертых столбцах даны суммы $[c_0 + \text{числа третьих столбцов}]$; это — искомые поправки c_1, c_2, \dots, c_7 в тысячных долях оборота; в последней строке дано c_0 . Каждое c_i соответствует тому отсчету, который находится в той же строке, что и c_i в первом столбце каждой из трех частей таблицы; например $+34$ соответствует отсчету 5,6215; -72 соответствует отсчету 6,2500 и т. д. Сумма всех c в каждой серии должна быть нуль или небольшое число единиц последнего знака; это есть контроль всех вычислений в каждой серии.

Полученные 24 поправки c нанесены на чертеж (фиг. 51), по оси абсцисс которого отложены доли оборота, а по оси ординат — соответственные поправки c ; поправки первой серии обозначены точками, второй серии — кружками, а третьей серии — крестиками. Через полученные точки проведена

плавная кривая, из которой нужно в конечном счете брать окончательные значения периодических поправок винта в оборотах 305—310.

Хотя в проведении кривой есть несомненный произвол, однако он не превышает 0,02 одного деления барабана, т. е. величины столь малой, что ею вполне возможно пренебречь. Как видим, и вообще-то поправки незначительны, так как не превосходят $\pm 0,105$ одного деления барабана; неуверенность определения поправки можно оценить $\pm 0,05$ деления или еще меньшей величиной.

§ 104. Исследование прогрессивных, ходовых ошибок винтов.

Для винтов микрометров в микроскопах у кругов совершенно достаточно исследовать периодические ошибки. Но в других астрономических приборах встречаются длинные винты, в которых кроме периодических можно предполагать, а потому нужно исследовать, систематические прогрессивные ходовые ошибки, не повторяющиеся в каждом обороте. Для исследования их нужно измерять разными, лучше всего последовательными, частями винта интервал, равный целому числу его оборотов. Реально этот интервал осуществляется подобным же образом, как интервалы для исследования периодических ошибок винта (см. § 102).

Положим, что измеряемый интервал равен 1 обороту $+x$, где x — очень малая величина, выраженная в долях оборота или в делениях барабана. Начиная с одного конца винта, с нулевого положения двойной нити, измеряем этот интервал; обозначим через a_i и a'_i отсчеты на барабане при наведении нити на один и другой конец интервала. Все a_i должны быть по возможности одинаковы, чтобы периодические ошибки их были равны одна другой. Пусть c_i есть поправка отсчета a_i , c'_i — поправка отсчета a'_i . Допустим, что x так мало, что при измерении того же интервала следующим оборотом винта, когда отсчеты будут a_{i+1} и a'_{i+1} , отсчет a_{i+1} (т. е. начальный отсчет в этом измерении) так мало отличается от a'_i (т. е. от конечного отсчета при предыдущем измерении), что поправки c_{i+1} и c'_i можно считать одинаковыми. Тогда, если исследуется n оборотов винта, мы имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} 1\text{-й оборот: } (1 \text{ об.} + a'_0 + c'_0) - (0 \text{ об.} + a_0 + c_0) &= 1 \text{ об.} + x, \\ 2\text{-й оборот: } (2 \text{ об.} + a'_1 + c'_1) - (1 \text{ об.} + a_1 + c_1) &= 1 \text{ об.} + x, \\ 3\text{-й оборот: } (3 \text{ об.} + a'_2 + c'_2) - (2 \text{ об.} + a_2 + c_2) &= 1 \text{ об.} + x, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (n-1)\text{-й оборот: } [(n-1) \text{ об.} + a'_{n-2} + c'_{n-2}] - \\ - [(n-2) \text{ об.} + a_{n-2} + c_{n-2}] &= 1 \text{ об.} + x, \\ n\text{-й оборот: } [n \text{ об.} + a'_{n-1} + c'_{n-1}] - [(n-1) \text{ об.} + a_{n-1} + c_{n-1}] &= \\ &= 1 \text{ об.} + x, \end{aligned}$$

а принимая во внимание, что согласно допущению $c'_i = c_{i+1}$, мы из этих уравнений получаем

$$\left. \begin{aligned} c_1 - c_0 &= x - (a'_0 - a_0), \\ c_2 - c_1 &= x - (a'_1 - a_1), \\ c_3 - c_2 &= x - (a'_2 - a_2), \\ &\dots\dots\dots \\ c_{n-1} - c_{n-2} &= x - (a'_{n-2} - a_{n-2}), \\ c_n - c_{n-1} &= x - (a'_{n-1} - a_{n-1}). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Всего нами получено n уравнений с $(n+2)$ неизвестными: $c_0, c_1, \dots, c_{n-1}, c_n$ и x .

Однако нужно иметь в виду, что мы, нисколько не уменьшая общности исследования, можем принять, что $c_n = c_0$. Действительно, мы ведь ищем *неправильностей*, непостоянства в оборотах нашего винта. Поэтому мы можем принять, что длина n его оборотов, как она есть, совершенно верна и содержит точно n *равных* оборотов идеального винта, но отдельные обороты нашего реального винта не равны между собой, и их неравенства мы именно и ищем. В силу этого неравенства получается, что, вообще говоря, ни один оборот реального винта не равен точно $1/n$ -й доле суммы n оборотов с 1-го до n -го включительно и никакие k последовательных оборотов не равны k/n -м долям суммы n его оборотов, а от идеального винта в астрономической практике только и требуется эта равномерность всех его частей.

Итак, не нарушая общности исследования, положим $c_0 = c_n$ и заметим, что c_n есть поправка конечного штриха n -го оборота винта или нулевого штриха $(n+1)$ -го оборота.

Тогда, складывая все n уравнений, получаем в левой части тождественно нуль и, следовательно,

$$nx - \sum_{k=0}^{k=n-1} (a_k' - a_k) = 0.$$

Отсюда вычисляем x и подставляем его значение в соответствующие уравнения. Тогда, обозначая теперь уже известные нам величины в правых частях уравнений через b , получаем

$$\begin{array}{l|l} c_1 - c_0 = b_0, & \dots\dots\dots \\ c_2 - c_1 = b_1, & c_{n-1} - c_{n-2} = b_{n-2}, \\ \dots\dots\dots & c_0 - c_{n-1} = b_{n-1}. \end{array}$$

Из этих уравнений можно выразить все c через любое из них, например через c_0 , и так как в конце концов нам при каждом измерении надо брать *разность* отсчетов винта, то опять-таки, не нарушая общности исследования, мы можем принять, что $c_0 = 0$. Мы получаем для значений отдельных c

$$\begin{array}{l} c_1 = b_0 = -b_1 - b_2 - \dots - b_{n-1}, \\ c_2 = b_0 + b_1 = -b_2 - \dots - b_{n-1}, \\ \dots\dots\dots \\ c_k = b_0 + b_1 + \dots + b_{k-1} = -b_k - \dots - b_{n-1}, \\ \dots\dots\dots \\ c_{n-1} = b_0 + b_1 + \dots + b_{n-2} = -b_{n-1}. \end{array}$$

Когда получены все c , мы строим точки с абсциссами, равными числу оборотов: $0, 1, 2, \dots, (n-1), n$, и с ординатами, равными соответствующим c : $0, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 0$.

Практика показывает, что такие точки располагаются на некоторой кривой, которую мы должны допускать только плавной, ибо если

винт многими оборотами сидит в гайке, то невероятно, чтобы его ходовые ошибки изменялись неплавно. Итак, проведя плавную кривую, мы из нее будем брать поправки на ходовые, прогрессивные ошибки винта в каждой его точке.

Если провести несколько таких исследований одного и того же винта, обработать их, как сказано, т. е. принимая $c_0 = c_n = 0$, и нанести точки на один график, то окажется, что точки располагаются более или менее согласно у концов винта, но заметно расходятся у его середины. Это есть неизбежное следствие накопления случайных ошибок в наших измерениях постоянного интервала $a'_0 - a_0$, $a'_1 - a_1$, $a'_2 - a_2$, ... Поэтому, чтобы получить надежные значения поправок в середине винта, нужно произвести несколько таких измерений и из них взять среднее.

Можно иначе решить нашу задачу, именно так, что принять поправку равной нулю для середины винта. Для простоты рассуждений пусть, как это почти всегда и бывает, n — четное число, равное $2m$. Тогда, полагая, что $c_m = 0$, вместо прежней системы уравнений получаем следующую:

$$\left. \begin{array}{l} c_1 - c_0 = b_0 \\ c_2 - c_1 = b_1 \\ \dots \dots \dots \\ c_{m-1} - c_{m-2} = b_{m-2} \\ 0 - c_{m-1} = b_{m-1} \\ c_{m+1} - 0 = b_m \\ c_{m+2} - c_{m+1} = b_{m+1} \\ \dots \dots \dots \\ c_n - c_{n-1} = b_{n-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{откуда} \quad c_0 = -b_0 - b_1 - \dots - b_{m-1} \\ c_1 = -b_1 - b_2 - \dots - b_{m-1} \\ \dots \dots \dots \\ c_{m-2} = -b_{m-2} - b_{m-1} \\ c_{m-1} = -b_{m-1} \\ c_m = 0 \\ c_{m+1} = b_m \\ c_{m+2} = b_m + b_{m+1} \\ \dots \dots \dots \\ c_n = b_m + b_{m+1} + \dots + b_{n-1} \end{array} \quad (22)$$

В этом способе решения неуверенное определение поправок вследствие неизбежного накопления случайных ошибок перенесено на оба конца винта.

Но еще лучше поступить так: образовав интервал, равный половине длины винта, т. е. m оборотам, с особой тщательностью определить поправку c_m , многократно измерив этот интервал первой и второй половиной винта; мы получим уравнения

$$c_m - c_0 = x - (a'_{m-1} - a_0) \quad \text{и} \quad c_n - c_m = x - (a'_{n-1} - a_m).$$

Полагая опять $c_0 = c_n = 0$, мы найдем из двух уравнений c_m и x . После этого исследуются так, как изложено ранее, поправки целых оборотов винта в каждой его половине, полагая $c_0 = 0$, c_m равным полученному значению ее и $c_n = 0$. Для каждой половины получим уравнения, аналогичные предыдущим, т. е.

$$\left. \begin{array}{l} c_1 - c_0 = x - (a'_0 - a_0), \\ c_2 - c_1 = x - (a'_1 - a_1), \\ \dots \dots \dots \\ c_m - c_{m-1} = x - (a'_{m-1} - a_{m-1}), \end{array} \right\} \begin{array}{l} c_{m+1} - c_m = x - (a'_m - a_m), \\ c_{m+2} - c_{m+1} = x - (a'_{m+1} - a_{m+1}), \\ \dots \dots \dots \\ c_n - c_{n-1} = x - (a'_{n-1} - a_{n-1}). \end{array}$$

Но в них, как сказано, $c_0 = c_n = 0$ и c_m известно; поэтому каждая система m уравнений содержит по m неизвестных:

1) c_1, c_2, \dots, c_{m-1} и x и 2) $c_{m+1}, c_{m+2}, \dots, c_{n-1}$ и x и решается вполне определенно.

Наибольшая неуверенность в определении поправок c переносится в этом способе на участки винта, находящиеся по середине между его концами и его серединой.

Когда проведена плавная кривая поправок, то можно, если интересно, попробовать представить ее каким-либо уравнением. Обычно выбирают параболу

$$c_k = a + bk + ck^2 + dk^3 + \dots,$$

где a, b, c, d, \dots — определяемые коэффициенты, а k — расстояния от нуля винта до рассматриваемой точки, выраженные в оборотах винта.

Только по степени согласия полученных рядов измерений можно судить о том, как именно, с какой плавностью можно и должно проводить плавную кривую, и о том, насколько такая алгебраическая или же какая-либо другая формула представляет действительность. Подчинять же наперед, без исследования, поправки винта какой бы то ни было формуле мы, строго говоря, не имеем права.

Есть другие способы определения прогрессивных поправок винта, дающие более точные результаты, но они слишком сложны для описания их в кратком курсе практической астрономии. Интересующихся отсылаем к статьям: W. Zurhellen'a «Die Untersuchung von Mikrometerschrauben in der Praxis», *Astronomische Nachrichten*, 172, 1—20, 1906 и К. А. Куликова «Исследование аппарата для измерения астрогографий „Askania-Werke Bamberg“, принадлежащего Государственному астрономическому институту им. П. К. Штернберга», *Труды Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга*, том XII, вып. 2.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВКИ ЧАСОВ ПО РАВНЫМ ВЫСОТАМ ЗВЕЗД. СПОСОБ ЦИНГЕРА

§ 105. Способ равных высот в применении к одной звезде. Положим, что мы при помощи целесообразного инструмента наблюдаем одну и ту же звезду до и после ее прохождения через меридиан на каком-нибудь, но в обоих случаях одинаковом, зенитном расстоянии, не заботясь, однако, о точном измерении его.

Пусть координаты звезды суть α и δ ; моменты по звездному хронометру, когда звезда находится на этом зенитном расстоянии на восток и на запад от меридиана, T_e и T_w ; поправки хронометра в эти моменты u_e и u_w . Допуская, что рефракция при обоих наблюдениях одинакова и что изменениями α и δ за время от T_e и T_w можно пренебречь, заключаем, что не только видимые, но и истинные, т. е. сво-

бодные от влияния рефракции, зенитные расстояния в оба момента одинаковы, а следовательно, равны и часовые углы, считаемые от меридиана в обе стороны, т. е.

$$\alpha - (T_e + u_e) = (T_w + u_w) - \alpha,$$

откуда получаем

$$1/2 (u_e + u_w) = \alpha - 1/2 (T_e + T_w). \quad (23)$$

Допуская, что ход хронометра равномерен, заключаем, что $1/2 (u_e + u_w)$ равна поправке хронометра в момент $1/2 (T_e + T_w)$ и, следовательно, поправка хронометра для момента $1/2 (T_e + T_w)$ получается по формуле (23).

Заметим, что если наблюдать прохождение звезды через горизонтальную нить (или нити) инструмента в точке пересечения ее с вертикальной нитью и отсчитывать кроме показаний хронометра также горизонтальный круг, то можно получить, пренебрегая ошибками установки инструмента, также точку меридиана на круге, потому что она равна просто полусумме полученных отсчетов горизонтального круга.

Это по идее — очень простой способ определения поправки часов, так как он не требует измерения высоты и, следовательно, отсчета круга, но он очень неэкономичен в смысле затраты времени, потому что звезду нужно наблюдать подальше от меридиана, когда скорость изменения ее высоты достаточно велика, лучше всего, как и при определении времени по абсолютным высотам, близ первого вертикала. Поэтому между двумя наблюдениями должно протекать несколько часов, и при неустойчивой ясности неба есть риск, что второе наблюдение не состоится из-за облаков, а следовательно, и первое окажется напрасным.

Поэтому на практике эта идея применяется лишь в тех случаях, когда, с одной стороны, при недостаточной квалификации наблюдателя требуется возможно более простой способ, а с другой, — не требуется большой точности, так что ошибками инструмента и изменением рефракции можно пренебречь. Специально этот способ применяется к наблюдениям Солнца при помощи очень простого прибора, так называемого солнечного треугольника или солнечного кольца, идея которого восходит к XVI в.; способ этот потом неоднократно вновь предлагался для подобных целей в русской литературе проф. С. П. Глазенапом в форме солнечного кольца. В применении к Солнцу приходится учитывать изменение склонения Солнца за несколько часов от T_e до T_w , так как оно может быть значительно больше, чем изменение рефракции за это время и изменение влияния ошибок инструмента на результат.

Вследствие изменения склонения Солнца между моментами T_e и T_w средний момент $1/2 (T_e + T_w)$ не будет равен моменту прохождения Солнца через меридиан, т. е. истинному полудню, и потребуются к $1/2 (T_e + T_w)$ придать некоторую поправку — u , зависящую, конечно, от скорости изменения склонения Солнца. Тогда $1/2 (T_e + T_w) - u$ будет момент истинного полудня по хронометру, а с другой стороны, этот момент по среднему солнечному времени равен $0^h +$ уравнение времени, причем под уравнением времени разумеется разность: среднее

время — истинное время; оно берется из астрономического ежегодника. Следовательно, поправка хронометра в полдень равна

$$u_m = 1/2 (u_e + u_w) = 0^h + \text{уравн. вр.} - [1/2 (T_e + T_w) - y] = \\ = 0^h + \text{уравн. вр.} - 1/2 (T_e + T_w) + y.$$

Чтобы найти y , нужно выразить формулой, что зенитные расстояния в моменты T_e и T_w равны; обозначая склонение Солнца в местный полдень через δ , положим, что склонения Солнца в моменты T_e и T_w равны $\delta - \Delta\delta_e$ и $\delta + \Delta\delta_w$.

Обозначим общее зенитное расстояние через z , широту места через φ ; часовые углы, считая их от меридиана к востоку и к западу и пренебрегая ходом часов, т. е. $1/2 (u_w - u_e)$, суть

$$t_e = 1/2 (T_e + T_w) - y - T_e = 1/2 (T_w - T_e) - y$$

и

$$t_w = 1/2 (T_w - T_e) + y;$$

и потому, обозначая $1/2 (T_w - T_e)$ через t , получаем

$$\cos z = \sin \varphi \sin (\delta - \Delta\delta_e) + \cos \varphi \cos (\delta - \Delta\delta_e) \cos (t - y) = \\ = \sin \varphi \sin (\delta + \Delta\delta_w) + \cos \varphi \cos (\delta + \Delta\delta_w) \cos (t + y).$$

Так как $\Delta\delta$, а следовательно, и y малы (наибольшая скорость изменения склонения Солнца равна $24'$ в сутки, т. е. $1'$ в час), то при разложении синусов и косинусов сумм и разностей можно принять $\sin \Delta\delta = \Delta\delta$, $\cos \Delta\delta = 1$ и $\sin y = y$, $\cos y = 1$, а потому $\sin \varphi (\sin \delta - \Delta\delta_e \cos \delta) + \cos \varphi (\cos \delta + \Delta\delta_e \sin \delta) (\cos t + y \sin t) = \sin \varphi (\sin \delta + \Delta\delta_w \cos \delta) + \cos \varphi (\cos \delta - \Delta\delta_w \sin \delta) (\cos t - y \sin t)$.

Раскрыв скобки и пренебрегая произведениями $y \Delta\delta$ как малыми второго порядка, получаем

$$\sin \varphi \sin \delta - \Delta\delta_e \sin \varphi \cos \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t + \\ + \Delta\delta_e \cos \varphi \sin \delta \cos t + y \cos \varphi \cos \delta \sin t = \sin \varphi \sin \delta + \\ + \Delta\delta_w \sin \varphi \cos \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t - \\ - \Delta\delta_w \cos \varphi \sin \delta \cos t - y \cos \varphi \cos \delta \sin t.$$

Отсюда по приведении подобных членов получаем

$$2y \cos \varphi \cos \delta \sin t = (\Delta\delta_e + \Delta\delta_w) (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t)$$

или, обозначая половину изменения склонения Солнца между моментами наблюдений, т. е. $1/2 (\Delta\delta_e + \Delta\delta_w)$, через $\Delta\delta$, находим

$$y = \Delta\delta \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} t} \right).$$

Здесь, как всегда в подобных аналитических выражениях, y и $\Delta\delta$ выражены в радианах; чтобы выразить их в секундах дуги, нужно умножить обе части на число секунд дуги в радиане, т. е. на $206\,264''$, 8; обозначая y и $\Delta\delta$, выраженные в секундах дуги, через y'' и $\Delta\delta''$, получим

$$y'' = \Delta\delta'' \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} t} \right).$$

$\Delta\delta$ естественно оставить выраженной в секундах дуги, но y нужно иметь в секундах времени; если y'' означает число секунд времени в величине y , то $y'' = 15y''$ и, следовательно,

$$y'' = \frac{\Delta\delta''}{15} \left(\frac{\lg \varphi}{\sin t} - \frac{\lg \delta}{\lg t} \right).$$

Изменение склонения Солнца можно считать за время $(T'' - T_0) = 2t$ равномерным; поэтому, обозначая через $d\delta''/dt^h$ скорость изменения склонения Солнца в секундах дуги за 1 час и через t^h число часов, содержащихся в t , получаем

$$\Delta\delta'' = \frac{d\delta''}{dt^h} t^h,$$

и потому

$$y'' = \frac{1}{15} \frac{d\delta''}{dt^h} t^h \left(\frac{\lg \varphi}{\sin t} - \frac{\lg \delta}{\lg t} \right).$$

Если обозначить через t° число градусов, содержащихся в угле t , то нетрудно сообразить, что $t^h = \frac{1}{15} t^\circ = \frac{1}{15} \cdot t \cdot 57,3$, где 57,3 есть приблизительно число градусов в радиане.

Поэтому

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{1}{15} \frac{d\delta''}{dt^h} \frac{57,3}{15} \left(\frac{t}{\sin t} \lg \varphi - \frac{t}{\lg t} \cdot \lg \delta \right) = \\ &= \frac{1}{3,927} \frac{d\delta''}{dt^h} \left(\frac{t}{\sin t} \lg \varphi - \frac{t}{\lg t} \lg \delta \right). \end{aligned}$$

Наконец, если через μ обозначить изменение δ за 48 часов, то

$$y'' = \frac{\mu}{720} \left(\frac{t^h}{\sin t} \lg \varphi - \frac{t^h}{\lg t} \lg \delta \right) = \frac{\mu}{188,5} \left(\frac{t}{\sin t} \lg \varphi - \frac{t}{\lg t} \lg \delta \right).$$

Для различных выражений y'' составлены и помещены в астрономических таблицах значения коэффициентов при $\lg \varphi$ и $\lg \delta$ с целью облегчить обработку наблюдений. Смотри:

- 1) «Мореходные таблицы», изд. Гидрографического управления.
- 2) «Русский астрономический календарь» (ежегодник), Постоянная часть, 4-е изд., 1930.

§ 106. Основы способа Цингера. Можно было бы сделать способ определения поправки часов по наблюдениям равных высот двух звезд очень практичным, если бы можно было найти на небе такие пары звезд, у которых в каждой паре склонения обеих звезд были бы равны, а разность прямых восхождений была бы такова, чтобы они проходили через одно и то же зенитное расстояние, близ первого вертикала, одна на востоке, другая на западе, вскоре (через несколько минут) одна после другой. Пусть α_e и δ — координаты восточной звезды, а α_w и δ — координаты западной; T_e и T_w — моменты, когда та и другая достигают некоторой, в точности неизвестной, но одинаковой высоты; u — поправка хронометра в это время. Так как T_e отличается от T_w лишь на несколько минут, то нетрудно учесть изменение u за это время. Суточный ход хронометра всегда достаточно хорошо известен для этого или так мал, что можно пренебречь им за несколько минут; по той же причине изменение рефракции тоже может быть лишь незначительным.

При равенстве склонений звезд их часовые углы, считаемые от меридиана к востоку и к западу, должны быть равны в моменты наблюдений и, следовательно,

$$\alpha_e - (T_e + u) = (T_w + u) - \alpha_w,$$

откуда получаем

$$u = 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) - 1/2 (T_e + T_w).$$

Однако пар звезд с совершенно одинаковыми склонениями на небе нет, но зато можно найти достаточно таких пар звезд, у которых разница склонений невелика и которые в то же время по положению на небе вполне удобны для наблюдения на востоке и западе близ первого вертикала при заданной широте места наблюдения. Ясно, что при малой разности склонений звезд в такой паре выражение поправки часов будет отличаться от последнего выражения лишь на небольшую величину u :

$$u = 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) - 1/2 (T_e + T_w) + y,$$

причем y тем ближе к нулю, чем склонения обеих звезд в паре ближе к равенству, потому что при $\delta_e = \delta_w$ имеем $y = 0$.

Применение таких пар звезд для определения поправки часов и составляет сущность способа Цингера, названного так по имени русского геодезиста Н. Я. Цингера, предложившего этот способ в 1874 г. Однако способ Цингера не сразу был оценен по его достоинству и не получил скорого распространения, быть может, потому, что ни сам автор, ни кто другой не составил вспомогательных таблиц, по которым можно было бы легко находить нужные для наблюдения звезды для любой широты и для разных часов звездного времени.

Такие таблицы начали составляться лишь в конце XIX в., и в настоящее время способ Цингера находит себе широкое применение в СССР при определении географических мест и начинает применяться также и за границей.

Цингер указал следующий прием для вычисления y , применяемый и в настоящее время. Пусть α_e , δ_e и α_w , δ_w — видимые координаты восточной и западной звезды, T_e и T_w — соответственные моменты наблюдений этих звезд на одной и той же высоте по звездному хронометру, u — поправка хронометра, φ — широта места наблюдения. Так как обе звезды наблюдаются на одной и той же высоте h , то по основной формуле сферической астрономии

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi \sin \delta_e + \cos \varphi \cos \delta_e \cos (\alpha_e - T_e - u) = \\ &= \sin \varphi \sin \delta_w + \cos \varphi \cos \delta_w \cos (T_w + u - \alpha_w). \end{aligned} \quad (24)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} 1/2 (\delta_w + \delta_e) &= \bar{\delta}, \quad 1/2 (\delta_w - \delta_e) = \varepsilon; \quad 1/2 (\alpha_e - \alpha_w - T_e + T_w) = t, \\ 1/2 (T_e + T_w) - 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) + u &= y. \end{aligned}$$

Получаем

$$\delta_w = \bar{\delta} + \varepsilon; \quad \delta_e = \bar{\delta} - \varepsilon; \quad T_w + u - \alpha_w = t + y; \quad \alpha_e - T_e - u = t - y$$

и

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi \sin (\bar{\delta} - \varepsilon) + \cos \varphi \cos (\bar{\delta} - \varepsilon) \cos (t - y) = \\ &= \sin \varphi \sin (\bar{\delta} + \varepsilon) + \cos \varphi \cos (\bar{\delta} + \varepsilon) \cos (t + y). \end{aligned}$$

Отсюда следует

$$\begin{aligned} \cos \varphi [\cos (\delta - \varepsilon) \cos (t - y) - \cos (\delta + \varepsilon) \cos (t + y)] = \\ = \sin \varphi [\sin (\delta + \varepsilon) - \sin (\delta - \varepsilon)] \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \cos \varphi [(\cos \delta \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon) (\cos t \cos y + \sin t \sin y) - \\ - (\cos \delta \cos \varepsilon - \sin \delta \sin \varepsilon) (\cos t \cos y - \sin t \sin y)] = \sin \varphi 2 \sin \varepsilon \cos \delta. \end{aligned}$$

Разделив на $\cos \varphi$, раскрыв скобки и произведя приведения подобных членов, получаем

$$2 \sin \delta \sin \varepsilon \cos y \cos t + 2 \cos \delta \cos \varepsilon \sin y \sin t = 2 \operatorname{tg} \varphi \sin \varepsilon \cos \delta.$$

Разделив обе части на $2 \cos \delta \cos \varepsilon \sin t$, получаем

$$\sin y + \cos y \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} t} = \frac{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varepsilon}{\sin t}.$$

Введем вспомогательные углы m и n такие, что

$$\operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} t} \quad \text{и} \quad \sin n = \frac{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varepsilon \cos m}{\sin t},$$

тогда

$$\sin y + \cos y \operatorname{tg} m = \frac{\sin n}{\cos m},$$

и следовательно,

$$\sin (y + m) = \sin n$$

и

$$y + m = n,$$

а потому

$$y = n - m.$$

Так как ε невелико, а t не близко к нулю, то m и n суть величины небольшие; m , n и y получаются при таком вычислении в секундах дуги, и потому окончательная формула для u принимает вид

$$u = 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) - 1/2 (T_e + T_w) + 1/15 (n - m).$$

§ 107. Наивыгоднейшие условия наблюдения. Мы исходили при наших рассуждениях из случая наблюдения одной и той же звезды по обе стороны меридиана и перешли к наблюдениям одной звезды на востоке, а другой на западе. Заметим, однако, что выражение для u справедливо для любых двух звезд, которые на заданной широте места φ могут наблюдаться на одинаковых зенитных расстояниях, но это не значит, что любые две звезды, наблюдаемые на одинаковой высоте, пригодны для нашей цели, и нам нужно теперь найти условие для определения поправки часов с наибольшей точностью. Это условие определяется из следующих соображений: для вычисления u нам нужно знать кроме α и δ звезд, которые с достаточной точностью даются в астрономических ежегодниках, еще φ , T_e и T_w . Эти величины по необходимости несколько ошибочны; положим, что для получения точных их величин к данным значениям их нужно прибавить соответственные поправки $d\varphi$, dT_e и dT_w . С величинами φ , T_e и T_w мы получаем поправку u , с величинами $\varphi + d\varphi$, $T_e + dT_e$ и $T_w + dT_w$ мы по тем же формулам получим, конечно, другую, на этот раз точную

поправку $u + du$. Спрашивается, как зависит величина du от других поправок. Нам нужно определить это и затем сообразить, при каких обстоятельствах du будет меньше всего зависеть от ошибочности величин φ , T_e и T_w , т. е. от поправок $d\varphi$, dT_e и dT_w . Для решения этого вопроса надо иметь в виду, что соотношение (24), выражающее равенство высот, справедливо и в форме (24), и в форме

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin(\varphi + d\varphi) \sin \delta_e + \\ &+ \cos(\varphi + d\varphi) \cos \delta_e \cos(T_e + dT_e + u + du - \alpha_e) = \\ &= \sin(\varphi + d\varphi) \sin \delta_w + \\ &+ \cos(\varphi + d\varphi) \cos \delta_w \cos(T_w + dT_w + u + du - \alpha_w). \end{aligned}$$

Следовательно, разность этих выражений равна нулю, а при малости указанных поправок эта разность есть полный дифференциал выражения (24). Следовательно, заменяя для общности вывода значки e и w значками 1 и 2, получаем

$$\begin{aligned} &\cos \varphi \sin \delta_1 d\varphi - \sin \varphi \cos \delta_1 \cos(T_1 + u - \alpha_1) d\varphi - \\ &\quad - \cos \varphi \cos \delta_1 \sin(T_1 + u - \alpha_1) (dT_1 + du) = \\ &= \cos \varphi \sin \delta_2 d\varphi - \sin \varphi \cos \delta_2 \cos(T_2 + u - \alpha_2) d\varphi - \\ &\quad - \cos \varphi \cos \delta_2 \sin(T_2 + u - \alpha_2) (dT_2 + du). \end{aligned} \quad (25)$$

Но из сферического треугольника полюс — зенит — звезда находим

$$\cos \delta \sin \text{ часового угла} = \sin z \sin A$$

и

$$-\sin z \cos A = \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos \text{ часового угла},$$

где A — азимут, считаемый, как и часовой угол, от точки юга на запад, север, восток до 360° .

Поэтому выражение (25) обращается в выражение

$$\begin{aligned} &\sin z \cos A_1 d\varphi + \cos \varphi \sin z \sin A_1 (dT_1 + du) = \\ &= \sin z \cos A_2 d\varphi + \cos \varphi \sin z \sin A_2 (dT_2 + du), \end{aligned}$$

где в обеих частях написано одно и то же z , так как обе звезды наблюдаются на равных зенитных расстояниях.

Отсюда по сокращении на $\sin z$ и приведении подобных членов получаем

$$\begin{aligned} &du \cos \varphi (\sin A_1 - \sin A_2) = \\ &= (\cos A_2 - \cos A_1) d\varphi - \cos \varphi \sin A_1 dT_1 + \cos \varphi \sin A_2 dT_2, \end{aligned}$$

откуда следует

$$\begin{aligned} du &= \frac{\cos A_2 - \cos A_1}{\cos \varphi (\sin A_1 - \sin A_2)} d\varphi - \frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_2 = \\ &= \frac{2 \sin \frac{1}{2}(A_1 - A_2) \sin \frac{1}{2}(A_1 + A_2)}{\cos \varphi 2 \sin \frac{1}{2}(A_1 - A_2) \cos \frac{1}{2}(A_1 + A_2)} d\varphi - \frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_1 + \\ &\quad + \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_2 = \\ &= \frac{1}{\cos \varphi} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A_1 + A_2) d\varphi - \frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2} dT_2. \end{aligned}$$

Из этой формулы заключаем: для того чтобы искомая поправка u как можно менее зависела от ошибки $d\varphi$ в принятом значении широты φ , нужно, чтобы коэффициент при $d\varphi$ был возможно мал, т. е. чтобы $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A_1 + A_2)$ был близок к нулю или чтобы $\frac{1}{2}(A_1 + A_2)$ было близко или к 0° , или к 180° ; но близким к нулю азимуты быть не могут, следовательно, $\frac{1}{2}(A_1 + A_2)$ должно быть близко к 180° , а $(A_1 + A_2)$ к 360° , т. е. азимуты A_1 и A_2 должны приблизительно дополнять друг друга до 360° ; следовательно, чтобы ошибка в принятой широте возможно менее влияла на определение поправки u , наблюдаемые звезды должны располагаться по разные стороны от меридиана — одна на восточной, другая на западной половине неба — и притом по возможности *симметрично относительно меридиана*. Тогда $\sin A_2$ приблизительно равен $-\sin A_1$ и выражение du обращается в выражение $du = -k dT_1 - k dT_2$, где k мало отличается от $\frac{1}{2}$. Это значит, что ошибки в наблюдении моментов T_1 и T_2 влияют на определение поправки хронометра приблизительно половинами своих величин.

Чтобы уменьшить ошибки в моментах T_1 и T_2 , нужно, как и в способе определения поправки часов по абсолютным высотам звезд и по той же причине (наибольшая скорость изменения высоты звезд), наблюдать звезды около времени прохождения их через первый вертикал.

Нужно заметить, что сумма $A_1 + A_2$ не может быть в точности равной 360° , потому что если $A_2 = 360^\circ - A_1$ и, кроме того, высоты обеих звезд равны, как этого требует идея метода, то и склонения обеих звезд должны быть равны, а этого быть не может, потому что таких звезд на небе нет. Поэтому выведенное условие может быть выполнено лишь приблизительно и тем ближе, чем меньше разность склонений обеих звезд пары.

§ 108. Подбор звезд. Как уже сказано, способ Цингера требует вспомогательных таблиц, из которых легко можно выбирать подходящие пары звезд для определения времени на данной широте и в данный час звездного времени.

Таблицы, достаточно обширные для практики, были составлены Н. Щеткиным ¹⁾ и П. Долговым ²⁾.

В настоящее время вышли еще более обширные и практические «Рабочие эфемериды 500 пар звезд для определения времени по способу соответствующих высот», составленные сотрудниками Государственного института геодезии и картографии; поэтому здесь можно лишь кратко коснуться этого вопроса.

Сначала нужно наметить подходящие пары звезд. Для этого проще всего воспользоваться картой неба, в центре которой находится полюс мира. На кальке нужно наметить точку, изображающую этот полюс, и, сообразуясь с проекцией карты, начертить кривую, изображающую первый вертикал данной широты, и прямую, изображающую меридиан.

¹⁾ Н. Щеткин, Эфемериды звезд для определения времени по способу проф. Н. Цингера (от 39° до 61° с. ш.), 1902.

²⁾ П. Долгов, Таблицы эфемерид звезд для определения времени по соответственным высотам (от 59° до 71° с. ш.), 1915.

Наложив эту кальку на карту так, чтобы полюсы совпали, и вращая кальку на карте, нужно искать на карте те звезды, у которых были бы почти равные склонения и которые располагались бы симметрично относительно меридиана и по возможности близко от первого вертикала на кальке: одна на востоке, другая на западе. Прямое восхождение меридиана на карте укажет приближенное звездное время того момента, когда обе звезды находятся на одной высоте. Одна и та же пара звезд годится для целого ряда широт с тем различием, что азимуты для различных широт будут различны, но все достаточно близки к 90° , так что выгодные условия применения способа Цингера будут соблюдены.

Тогда из астрономических каталогов берутся координаты обеих звезд для времени на несколько, например 10, лет вперед, для того чтобы таблицы годились на много лет практики, например на 20 лет. По этим координатам вычисляется момент звездного времени S , когда обе звезды одновременно находятся на одной высоте при заданной широте места.

Для вычисления S применяются формулы, сходные с полученными в § 106. Именно, если сообразно с нашей задачей мы положим, что

$$T_e = T_w \quad \text{и} \quad T_e + u = S,$$

то получим

$$t = 1/2 (\alpha_e - \alpha_w) \quad \text{и} \quad y = S - 1/2 (\alpha_e - \alpha_w),$$

а формулы для вычисления y остаются прежние; поэтому мы можем написать

$$S = 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) + \frac{1}{15} (n - m).$$

Величины n и m вычисляются для этого случая по формулам

$$\operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} 1/2 (\alpha_e - \alpha_w)}, \quad \sin n = \frac{\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \varepsilon}{\sin 1/2 (\alpha_e - \alpha_w)}.$$

Так как в этом случае для предвычисления не требуется такой точности, как при обработке наблюдений, то можно эти формулы упростить, имея в виду малость величины ε .

Именно, если обозначить через ε'' число секунд дуги в $1/2 (\delta_w - \delta_e)$, а $1/2 (\alpha_e - \alpha_w)$ через t и положить, что $\cos m = 1$, то мы получим

$$S = 1/2 (\alpha_e + \alpha_w) + \frac{\varepsilon''}{15} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} t} \right).$$

Затем вычисляются по обычным формулам общее зенитное расстояние и азимуты:

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta_e + \cos \varphi \cos \delta_e \cos (\alpha_e - S) = \\ &= \sin \varphi \sin \delta_w + \cos \varphi \cos \delta_w \cos (S - \alpha_w), \end{aligned}$$

$$\sin A_e = \frac{\cos \delta_e \sin (S - \alpha_e)}{\sin z}, \quad \sin A_w = \frac{\cos \delta_w \sin (S - \alpha_w)}{\sin z}.$$

Эти значения относятся к моменту S по звездному времени одновременных равных высот обеих звезд, но так как на деле одна звезда наблюдается за несколько минут до этого момента, а другая — через

несколько минут после него, то нужно вычислить также скорость изменения z и обоих азимутов (они практически одинаковы), например за 1 минуту времени. Ясно, что в момент S , когда обе звезды одновременно находятся на одной высоте, их обе пронаблюдать нельзя; поэтому наблюдения можно расположить одним из следующих двух способов.

1) За несколько минут до S (из практики найдено очень подходящим за $2\frac{1}{2}$ минуты) наблюдается восточная звезда, прежде чем она достигнет вычисленного зенитного расстояния z , а затем через столько же минут после S — западная звезда, после того как она пройдет это зенитное расстояние; обе звезды наблюдаются поэтому на одном и том же зенитном расстоянии, несколько большем чем z , а именно $z + 2,5dz/dt$.

2) Начинают с наблюдения западной звезды, прежде чем она достигнет зенитного расстояния z , следовательно, за несколько ($2\frac{1}{2}$) минут до S , и кончают наблюдением восточной звезды через столько же минут после S ; в этом случае обе звезды наблюдаются на зенитном расстоянии, несколько меньшем чем z , а именно $z - 2,5dz/dt$.

В таблицах, предназначенных для широкого употребления, даются зенитное расстояние и азимуты обеих звезд как для 1-го, так и для 2-го порядка наблюдений; азимуты вычисляются по исходным значениям их для момента S и по вычисленным изменениям их за 1 минуту времени.

В таблицах даются значения всех нужных величин для *целых* градусов широты и при каждом числе указывается изменение этого числа при увеличении широты на 1°; пользуясь этими указаниями, можно быстро вычислить для любой широты приближенные значения всех величин, необходимых для применения способа Цингера на практике.

Перед началом наблюдений составляют программу вечера, выбирая звезды для данной широты и звездного времени и внося в программу S , z и азимуты каждой звезды, намеченной к наблюдению.

§ 109. Производство наблюдений. Для определения времени по способу Цингера годится, вообще говоря, любой универсал, в котором при вертикальном круге есть достаточно чувствительный уровень и в поле зрения — по меньшей мере одна, а лучше несколько горизонтальных нитей, пересеченных парой вертикальных (это лучше, чем одна вертикальная). После тщательной нивелировки нужно определить известным приемом место зенита на вертикальном круге и отсчет горизонтального круга, когда визирная линия находится в меридиане. Для этого наводят трубу на Полярную звезду и замечают момент по хронометру, приближенная поправка которого должна быть известна. По таблицам приближенных азимутов Полярной звезды вычисляют азимут ее во время наблюдения, для чего нужно знать приближенное значение широты. Зная этот азимут и полученный отсчет на горизонтальном круге, нетрудно получить сложением или вычитанием их отсчет круга, соответствующий положению визирной линии в меридиане, или место меридиана на круге.

Наметив первую пару из программы вечера, устанавливают трубу на зенитное расстояние этой пары и на азимут первой звезды в паре.

Когда звезда появится в поле зрения, устанавливают ее медленным движением по азимуту на середину между вертикальными нитями и, поддерживая ее между ними вращением азимутального винта, отмечают по хронометру моменты, когда звезда пересекает горизонтальные нити. При этом до первой и после последней нити отсчитывают показания уровня при вертикальном круге. После этого труба поворачивается по азимуту и наводится на вторую звезду пары, с которой производится те же наблюдения, как и с первой. Во все время наблюдений нельзя прикасаться ни к винту, изменяющему направление трубы по высоте, ни к винту, изменяющему положение уровня относительно трубы, чтобы по возможности сохранить неизменными, с одной стороны, угол между визирной линией трубы и вертикальной осью инструмента, а с другой — угол между осью уровня и той же вертикальной осью, а следовательно, обеспечить неизменность связи визирной линии трубы и трубки уровня. Забота об уровне была бы излишней, если бы можно было достигнуть идеальной нивелировки, т. е. точного совпадения вертикальной оси инструмента с вертикальной линией; так как это невозможно, то необходимо отсчитывать уровень, чтобы в случае непостоянства его отсчетов должным образом исправить записанные моменты времени по хронометру.

Так как в способе Цингера вся суть заключается в том, чтобы наблюдать обе звезды пары в точности на одной и той же высоте, то существенно, чтобы трубка уровня была возможно теснее, непосредственное соединена с телом трубы. В обычном универсале эта связь не непосредственна, и потому предпочтительнее иметь для этого способа, как и для всех способов, основанных на наблюдении звезд на одной и той же высоте, помещение оправы с уровнем на самом теле трубы. Всего удобнее это делается, если труба ломаная, так что окулярной половиной ее служит горизонтальная ось инструмента. Тогда оправа уровня помещается перед окуляром на горизонтальную ось, может быть скреплена с этой осью и имеет устройство для медленного вращения на этой оси или на другой оси, параллельной горизонтальной оси инструмента; особое приспособление удерживает уровень приблизительно в горизонтальном положении в то время, когда оправа его откреплена от горизонтальной оси и труба переводится по высоте. Уровень, помещенный таким образом, называется обыкновенно талькоттовским уровнем, по имени астронома Талькотта, предложившего в XIX в. такую установку для его способа определения широты (гл. XI). При таком помещении уровня на ломаной трубе наблюдателю легко следить за его показаниями, так как ему не нужно сходить с места, а нужно только поднять голову от окуляра, чтобы видеть уровень. В случае прямой трубы уровень подобного устройства помещается на трубе либо на продолжении горизонтальной оси (лучше всего), либо у окулярного конца трубы.

Если инструмент снабжен талькоттовским уровнем, то по этому уровню производится и нивелировка инструмента.

Перед наблюдением первой звезды в каждой паре труба устанавливается на должное зенитное расстояние, после чего оправа уровня

скрепляется с горизонтальной осью; затем винтом при оправе уровня его пузырек приводится на середину трубки, а приспособление, удерживающее уровень в горизонтальном положении при установке трубы по высоте, устраняется, так что оправа уровня оказывается *связанной только с трубой и ни с какой другой частью инструмента*. Для малого изменения по высоте трубы, и в этом случае *вместе с трубой и уровнем*, слугит обычный винт для установки трубы по высоте; таким образом обеспечивается то, что малейшее изменение трубы по высоте тотчас же отзывается на показании уровня. Техническое оформление той же мысли и детали связи талькоттовского уровня с трубой могут быть различны, но идея и цель одна и та же. Во время наблюдения каждой пары винт при уровне трогать, конечно, нельзя.

По окончании наблюдения пары оправа уровня открепляется от трубы, восстанавливается связь ее с верхней частью инструмента, открепляется зажимной винт по высоте и инструмент готов для наблюдения следующей пары.

§ 110. Обработка наблюдений. Вследствие несовершенства нивелировки и других возможных причин обе звезды в каждой паре наблюдаются не в точности на одной и той же высоте, и это указывается тем, что отсчеты уровня на той и другой звезде нетождественны. Каждое наблюдение происходит при некотором отклонении середины пузырька уровня от среднего деления m на его трубке. Условимся называть это отклонение, выраженное в секундах дуги, наклоном уровня i'' (" есть знак секунд дуги) и считать i'' положительным в том случае, если зенитное расстояние трубы при этом больше, чем в том случае, когда середина пузырька уровня совпадает со средним делением m на его трубке. Если i'' не равно нулю, то наблюденный момент T_e или T_w не таков, каков он был бы при $i = 0$, и нам нужно сообразить, на сколько нужно изменить отмеченный по хронометру момент прохождения звезды через ту или другую нить, чтобы получить такой момент, какой получился бы, если бы i было равно нулю. Для этого нужно иметь в виду, что скорость изменения часового угла с изменением зенитного расстояния есть $dt/dz = 1/\cos \varphi \sin A$; в нашем случае изменение z есть именно i в секундах дуги; и если выразить соответственное изменение времени в секундах времени, то получим $i''/15 \cos \varphi \sin A$. Если наблюдается восточная звезда, которая во время наблюдения поднимается, то при положительном i мы наблюдаем ее раньше, чем при $i = 0$, и потому поправка момента T_e есть $-i''/15 \cos \varphi \sin A_e (\sin A_e < 0)$; западная же звезда при положительном i наблюдается на большем зенитном расстоянии, чем при $i = 0$, и опускается; а потому поправка момента T_w есть $-i''/15 \cos \varphi \sin A_w$. Ввиду малости величины i можно в обоих выражениях принять одинаковые $\sin A$ и написать $-\sin A_e = \sin A_w = \sin A$, разумея под A среднее арифметическое из A_w и $360^\circ - A_e$. Подставим в формулу для n на стр. 151 исправленные величины моментов прохождения звезды через нить:

$$n = \frac{1}{2}(\alpha_e + \alpha_w) - \frac{1}{2}(T_e + T_w) + \frac{i_w'' - i_e''}{30 \cos \varphi \sin A} + \frac{1}{15}(n - m). \quad (26)$$

Теперь нужно рассмотреть вопрос, как найти величину i'' из отсчетов уровня. Положим, что опифрование уровня сделано так, что нуль

стоит на конце трубки уровня; эту форму уровня следует предпочесть той, когда нуль стоит близ середины трубки, так как при нуле на конце трубки можно ожидать меньше недоразумений с отсчетами. Нужно ясно представить себе, что могут быть два положения трубы по отношению к трубке уровня: 1) когда объектив ближе к нулю уровня, чем к другому концу его, и 2) когда объектив дальше от нуля уровня, чем от другого конца его. Нужно также сообразить, что в первом случае, если труба, будучи скреплена с уровнем, переводится на *большее* зенитное расстояние, то пузырек уровня *удаляется* от нуля, во втором же случае при увеличении зенитного расстояния пузырек *приближается* к нулю. Отсюда следует, что если обозначить отсчеты концов пузырька через a и b , а номер среднего деления на трубке уровня через m и цену одного деления уровня в секундах дуги через α'' , то в первом случае $i'' = [1/2(a+b) - m] \alpha''$, а во втором $i'' = [m - 1/2(a+b)] \alpha''$.

Если ввести вместо цены одного деления цену одного полуделения уровня $\beta'' = 1/2 \alpha''$, то формулы обращаются в следующие:

$$i'' = (a + b - 2m) \beta'' \quad \text{и} \quad i'' = -(a + b - 2m) \beta''.$$

На эти две возможности нужно обращать большое внимание и при наблюдении обязательно записывать, находится ли объектив ближе к нулю уровня или к другому концу его. Разности наклонов i_e'' и i_w'' определенные таким образом по отсчетам концов пузырька, вводятся в формулу для u . Поэтому, если объектив находится на стороне нуля уровня, то мы имеем

$$(i_w'' - i_e'')_1 = \alpha'' [1/2(a+b)_w - 1/2(a+b)_e],$$

а в противном случае

$$(i_w'' - i_e'')_2 = \alpha'' [1/2(a+b)_e - 1/2(a+b)_w]$$

и нет нужды вычислять отдельно i_w'' и i_e'' .

Вводя цену полуделения уровня β'' , соответственно получаем

$$(i_w'' - i_e'')_1 = [(a+b)_w - (a+b)_e] \beta''$$

и

$$(i_w'' - i_e'')_2 = [(a+b)_e - (a+b)_w] \beta''.$$

Что касается других ошибок инструмента — наклонности горизонтальной оси и коллимации, — то нужно иметь в виду, что так как в способе Цингера вся суть в том, чтобы наблюдать звезды на одной и той же высоте, то и влияние этих ошибок сводится к влиянию их на наблюдаемое зенитное расстояние совершенно в той же мере, как при измерении абсолютных зенитных расстояний, а это влияние выражается формулой

$$\Delta z = \frac{1}{57,3} \left(\frac{b^2 + c^2}{2 \operatorname{tg} z} + \frac{bc}{\sin z} \right),$$

где Δz выражено в секундах дуги, а b — наклонение горизонтальной оси и c — коллимация выражены в долях минуты дуги. Это влияние совершенно ничтожно, если b и c не превосходят $30''$, чего легко

достигнуть, и если z не очень мало, как показывает следующая таблица значений последнего выражения:

z	$b = c =$			
	60"	45"	30"	15"
5°	0",40	0",22	0",10	0",02
10	0,20	0,11	0,05	0,01
15	0,13	0,07	0,03	0,01
20	0,10	0,04	0,02	0,00

Если избегать зенитных расстояний меньше 6°, то при $b = c = 30''$ ошибка в z не достигает 0",1.

Влияние суточной аберрации в способе Цингера таково же, как и при определении поправки часов по способу измерения зенитных расстояний (см. § 93), то есть поправка найденного значения $u = +0^s.021 \cos z$.

§ III. Дополнительные замечания к обработке наблюдений. Окончательно имеем следующую систему формул для обработки наблюдений по способу Цингера:

Даны: $\alpha_e, \delta_e, \alpha_w, \delta_w, T_e, T_w, \varphi$ и A (A — из вспомогательных таблиц).

Образуем: 1) $\frac{1}{2}(\alpha_e - \alpha_w)$,

2) $\frac{1}{2}(T_e - T_w)$,

3) $\frac{1}{2}(\alpha_e - \alpha_w) - \frac{1}{2}(T_e - T_w) = t$,

4) $\delta = \frac{1}{2}(\delta_e + \delta_w)$; $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta_w - \delta_e)$

(проверка: $\delta_w = \delta + \varepsilon$; $\delta_e = \delta - \varepsilon$)

и вычисляем: 5) $\lg m = \frac{\lg \delta \lg \varepsilon}{\lg t}$,

6) $\sin n = \frac{\lg \varphi \lg \varepsilon}{\sin t} \cos m$,

7) $u = \frac{1}{2}(\alpha_e + \alpha_w) - \frac{1}{2}(T_e + T_w) + \frac{i_w'' - i_e''}{30 \cos \varphi \sin A} +$
 $+ \frac{1}{15}(n - m) + 0^s.021 \cos z$.

Если учесть, что величины m и n малы, то можно при вычислении их применить соображения, изложенные в § 11, и внести указанные в этом параграфе величины σ . Тогда мы получим

$$\lg \lg m = \lg m'' - \lg k + 2\sigma(m) = \lg m^s + \lg 15 - \lg k + 2\sigma(m),$$

где m'' означает число секунд дуги, m^s — число секунд времени, содержащееся в угле m , а $k = 206\,265''$. Поэтому

$$\lg m^s = \lg (\lg \delta \lg \varepsilon) + \lg \operatorname{ctg} t + \lg k - \lg 15 - 2\sigma(m).$$

Введем по примеру «Эфемерид пар Цингера», издаваемых ежегодно Астрономическим институтом в Ленинграде, обозначение

$$\lg \varphi = \lg \lg \delta \lg \varepsilon + \lg k - \lg 15.$$

Тогда формула

$$\lg m^s = \lg \mu + \lg \operatorname{ctg} t - 2\sigma(m)$$

дает прямо m^s , миную вычисление $\operatorname{tg} m$.

Подобным же образом получаем

$$\lg \sin n = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t + \lg \cos m.$$

Замечая, что $\lg \cos m = -3\sigma(m)$ и $\lg \sin n = \lg n^s - \lg k + \lg 15 - \sigma(n)$, находим

$$\lg \sin n = \lg n^s - \lg k + \lg 15 - \sigma(n) = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t - 3\sigma(m),$$

откуда выводим

$$\lg n^s = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg k - \lg 15 + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t + \sigma(n) - 3\sigma(m).$$

Обозначив по примеру указанных «Эфемерид» $k \operatorname{tg} \varepsilon / 15$ через ν , получаем

$$\lg n^s = \lg \nu + \lg (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} t) + \sigma(n) - 3\sigma(m).$$

Итак, m^s и n^s вычисляются по формулам

$$\lg m^s = \lg \mu + \lg \operatorname{ctg} t - 2\sigma(m),$$

$$\lg n^s = \lg \nu + \lg (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} t) + \sigma(n) - 3\sigma(m).$$

Величины $\lg \mu$ и $\lg \nu$ для избранных пар даются в упомянутых «Эфемерид» пар Цингера» и там же имеются таблицы для величин σ , для $1/30 \cos \varphi \sin A$ и для суточной аберрации. Но нужно учесть еще то, что наблюдения производятся на нескольких нитях.

Как уже упомянуто, в трубе должно быть несколько горизонтальных нитей, пересеченных парой вертикальных, и наблюдатель отмечает момент, когда восточная и западная звезды пересекают каждую горизонтальную нить по середине между вертикальными. Поэтому для каждой нити имеются значения T_e и T_w . Для обработки наблюдений из них нужно образовать полуразности $1/2(T_e - T_w)$, исправлять их за отсчеты уровня путем приложения поправки $+(i_w'' + i_e'')/30 \cos \varphi \sin A_w$ и вычислять m и n и затем y . Однако нет надобности вычислять y для каждой нити отдельно; если нет просчетов или грубых ошибок в моментах, то величины $1/2(T_w + T_e)$ для нитей должны иметь плавающий ход; грубая ошибка в наблюдениях может быть при этом обнаружена; и наблюдения на той нити, где $1/2(T_w + T_e)$ выскакивают из ряда, могут быть выброшены; поэтому предпочитают брать из всех $1/2(T_e - T_w)$ среднее арифметическое $(1/p) \sum 1/2(T_e - T_w)$, где p — число нитей; исправить его за средний из всех полученных отсчетов уровня по формуле

$$\frac{1}{2}(T_e - T_w)_{\text{испр}} = \frac{1}{2}(T_e - T_w)_{\text{набл}} + \frac{1}{30 \cos \varphi \sin A} \frac{1}{p} \sum (i_w'' + i_e'')$$

и затем производить вычисление y .

Однако в большинстве случаев этой поправкой за уровень можно пренебречь.

Среднюю разность между T_e и T_w лучше образовывать как разность между средними значениями T_e и T_w , т. е. по формуле

$$\frac{1}{p} \sum \frac{1}{2} (T_e - T_w) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} \sum T_e - \frac{1}{p} \sum T_w \right).$$

Вычисление y в большинстве случаев рационально производить с пятизначными логарифмами. Окончательная формула для u такова:

$$u = \frac{1}{2} (x_e + x_w) - \frac{1}{p} \sum \frac{1}{2} (T_e + T_w) - \frac{i_e'' - i_w''}{15 \cos \varphi \sin A} + \\ + \frac{1}{15} (n - m) + 0^{\circ}021 \cos z.$$

i_e'' и i_w'' здесь означают *средние арифметические* из i_e'' и i_w'' , полученных при наблюдении.

Однако при таком вычислении нельзя обнаружить *небольшую* ошибку в моментах наблюдений на какой-либо нити и нельзя получить представление о качестве наблюдений. Но если нужно получить поправку хронометра из наблюдений на каждой нити в отдельности, то вовсе не нужно вычислять y для каждой нити по общей формуле. Проще всего поступить так: вычислить y для двух значений $\frac{1}{2}(T_w - T_e)$: самого большого и самого малого, а затем для других значений $\frac{1}{2}(T_w - T_e)$ проинтерполировать величины y пропорционально разности каждого $\frac{1}{2}(T_w - T_e)$ с самым малым из них или с самым большим.

Пример на определение поправки часов по способу Цингера.

Место наблюдения: Астрономическая обсерватория МГУ. $\varphi = 55^{\circ}45'3$. Наблюдатель М. С. Зверев. Дата: 1931 г., мая 19.

Универсальный инструмент Керна № 19116 с талькоттовским уровнем; цена деления уровня $3''{,}21$; объектив на стороне нуля уровня. Хронометр Nardin 311. Наблюдалась пара звезд: γ Ursae Majoris на западе, ϵ Herculis на востоке. Из эфемерид взято для них: $z = 25^{\circ}42'$; $A_w = 93^{\circ}9'$; поэтому коэффициент $\frac{1}{30} \cos \varphi \sin A = 0,060 = \frac{1}{17}$. Наблюдения производились на семи нитях. Ниже даны T_w и T_e , а также положения середины пузырька уровня; среднее деление на трубке уровня есть 20,0.

Из астрономического ежегодника проинтерполированы координаты звезд для времени наблюдения по системе Эйхельбергера:

$$\begin{array}{lll} \text{W } \gamma \text{ UMa} & \alpha_w = 11^{\text{h}}42^{\text{m}}27^{\text{s}},19 & \delta_w = 48^{\circ}09'48'',6 \\ \text{E } \epsilon \text{ Her} & \alpha_e = 17^{\text{h}}37^{\text{m}}33^{\text{s}},19 & \delta_e = 46^{\circ}02'13'',6 \end{array}$$

Отсюда получаем

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} (x_e + x_w) = 14^{\text{h}}40^{\text{m}}00^{\text{s}},19 & \delta = 47^{\circ}06'01'',1 \\ \frac{1}{2} (x_e - x_w) = 2^{\text{h}}57^{\text{m}}33^{\text{s}},00 & \varepsilon = + 1^{\circ}03'47'',5 \end{array}$$

Нить	T_w	Уровень	T_e	Уровень	$\frac{1}{2}(T_w + T_e)$
1	14 ^h 40 ^m 49 ^s ,5	19,4	14 ^h 47 ^m 46 ^s ,0	18,8	14 ^h 44 ^m 17 ^s ,75
2	41 07,8		27,9		,85
3	25,0		10,2		,60
4	44,6		46 50,8		,70
5	42 02,0		33,3		,65
6	20,6		14,7		,65
7	38,9	19,0	45 56,6	18,8	,75
Среднее	14 ^h 41 ^m 44 ^s ,06	19,2	14 ^h 46 ^m 51 ^s ,36	18,8	14 ^h 44 ^m 17 ^s ,71

$$\begin{array}{l} i_w = (19,2 - 20,0) 3'',21 = - 2'',6 \\ i_e = (18,8 - 20,0) 3'',21 = - 3'',8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} i_w + i_e = - 6'',4 \\ i_w - i_e = + 1'',2 \end{array}$$

далее вычисляем

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}(T_e - T_w) &= -0^h02^m33^s.65 \\
 \frac{1}{2}(\alpha_e - \alpha_w) &= 2^h57^m33^s.00 \\
 -\frac{1}{30 \cos \varphi \sin A} (i_w + i_e) &= +0^s.38 \\
 t &= 2^h54^m59^s.73 = 43^\circ44'56'',0 \\
 \lg \operatorname{tg} \delta &= 0,03186 & \lg \operatorname{tg} \epsilon &= 8,26854 \\
 \lg \operatorname{tg} \epsilon &= 8,26854 & \lg \operatorname{tg} \varphi &= 0,16702 \\
 \text{доп. } \lg \operatorname{tg} t &= 0,01898 & \text{доп. } \lg \sin t &= 0,16021 \\
 \lg \operatorname{tg} m &= 8,31938 & \lg \cos m &= 9,99991 \\
 m &= +1^\circ11'42'',7 & \lg \sin n &= 8,59568 \\
 n &= +2^\circ15'32'',4 \\
 y = n - m &= +1^\circ03'49'',7 = +0^h04^m15^s.31 \\
 \frac{1}{2}(\alpha_e + \alpha_w) &= 14^h40^m00^s.19 \\
 -\frac{1}{2}(T_e + T_w) &= -14^h44^m17^s.71 \\
 +\frac{(i_w - i_e)}{30 \cos \varphi \sin A_w} &= \frac{+1^s.2}{17} = +0^h00^m00^s.07 \\
 \text{Суточная абберация} &= +0^h00^m00^s.02 \\
 u &= -0^h00^m02^s.12
 \end{aligned}$$

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

СПОСОБ ТАЛЬКОТТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОТЫ МЕСТА

§ 112. Основы способа Талькотта. Способ Талькотта для измерения широты места основан на следующих соображениях: искомая широта должна быть приблизительно уже известна с точностью до нескольких (5—10) минут дуги; из звездных каталогов выбираются несколько таких пар звезд, чтобы в каждой паре одна звезда кульминировала к северу от зенита, другая — к югу от него, чтобы кульминации следовали быстро, через 5—10—20^m одна после другой и чтобы разность зенитных расстояний в меридиане у обеих звезд в каждой паре была бы не очень велика, до 10—15' дуги, и сами зенитные расстояния не были велики (до 30—40°, в крайнем случае 50°). Тогда, если наблюдатель путем целесообразных наблюдений может с большой точностью измерить разность видимых, т. е. искаженных рефракцией, зенитных расстояний обеих звезд в меридиане и из каталогов можно получить точные склонения обеих звезд в паре, то широта получается с соответственно большой точностью.

Действительно, если δ , z , ρ и ζ означают: склонение звезды, ее истинное (т. е. не измененное рефракцией) зенитное расстояние во время кульминации, рефракцию и зенитное расстояние видимое, т. е. искаженное рефракцией, и если индексы s и n означают принадлежность их к южной и северной звезде, то нетрудно сообразить, что по южной звезде

$$\varphi = \delta_s + z_s = \delta_s + (\zeta_s + \rho_s),$$

а по северной звезде в верхней кульминации

$$\varphi = \delta_n - z_n = \delta_n - (\zeta_n + \rho_n).$$

Отсюда, взяв полусумму, получаем

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2}(\zeta_s - \zeta_n) + \frac{1}{2}(\rho_s - \rho_n).$$

Если северная звезда наблюдается в нижней кульминации, то

$$\varphi = 180^\circ - \delta_n - \zeta_n = 180^\circ - \delta_n - (\zeta_n + \rho_n),$$

и тогда полусумма дает

$$\varphi = 90^\circ - \frac{1}{2}(\delta_n - \delta_s) + \frac{1}{2}(\zeta_s - \zeta_n) + \frac{1}{2}(\rho_s - \rho_n).$$

Величины δ_n и δ_s берутся с возможно большей точностью из звездных каталогов, $\frac{1}{2}(\rho_s - \rho_n)$ есть величина малая, так как ζ_s и ζ_n мало разнятся друг от друга, и потому может быть вычислена с гораздо большей точностью, чем ρ_s и ρ_n в отдельности. Поэтому если наблюдатель целесообразными средствами может измерить разность видимых зенитных расстояний $\zeta_s - \zeta_n$ с точностью, соответствующей точности склонений звезд, то и широта φ получается с такой же точностью. Это измерение разностей видимых зенитных расстояний производится с помощью окулярного микрометра, как описано в следующем параграфе. При этом не требуется точных отсчетов вертикального круга, а потому отпадают все ошибки, влияющие на отсчеты. Только влияние рефракции здесь не отпадает полностью, но влияет очень незначительно; не требуется при длительной работе на одном месте точного знания поправки часов, и так как при наблюдении разность почти одинаковых зенитных расстояний измеряется микрометром, то исключается и личная ошибка наблюдателя.

Этот способ был предложен в 1857 г. американским геодезистом Талькоттом и называется по его имени. Особое развитие и применение он получил с конца прошлого столетия. Он применяется как наиболее точный способ для измерения широты в международной службе широты.

§ 113. Описание инструмента. Для применения способа Талькотта употребляется так называемый зенит-телескоп с окулярным микрометром (фиг. 52). Труба инструмента имеет азимутальную установку, т. е. может вращаться около вертикальной и горизонтальной осей. На продолжении горизонтальной оси, на внешней стороне самой трубы, а в случае ломаной трубы — на самой горизонтальной оси между призмой и окуляром, помещается оправа уровня (иногда с двумя параллельными уровнями для большей точности), ось которого перпендикулярна к горизонтальной оси. Оправа уровней может быть вполне прочно соединена непосредственно с телом самой трубы или откреплена от нее, и в случае скрепления ее с трубой уровни еще имеют медленное движение винтом с мелкой нарезкой около оси, параллельной горизонтальной оси инструмента. На окулярном конце трубы помещается окулярный микрометр. Он состоит из коробки, внутри которой помещается рамка, перемещаемая внутри коробки точным микрометрическим винтом; на рамке натянута нить, перпендикулярная к оси винта. Снаружи, на конце винта, находится барабан, разделенный на 100 частей, и есть приспособление для счета числа целых оборотов винта. Конструкция микрометра обыкновенно такова, и это предполагается в дальнейшем, что при ввинчивании винта (так называемое положительное движение его) отсчеты винта (целых оборотов и долей оборота на барабане) возрастают и подвижная нить приближается

к барабану винта. В случае прямой трубы микрометр соединяется с ней так, что ось винта перпендикулярна и, значит, подвижная нить параллельна к горизонтальной оси инструмента, а в случае ломаной трубы —

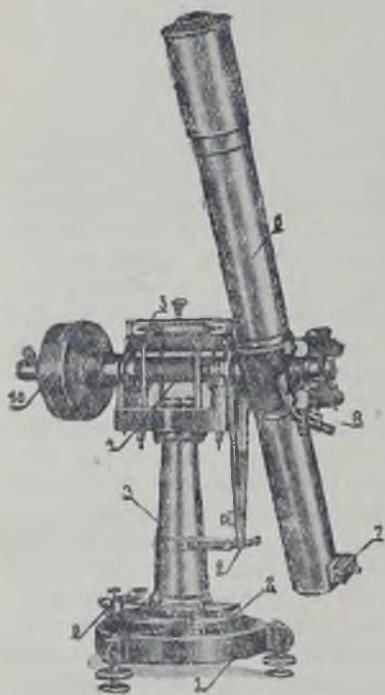
к объективной части ее, т. е. части от объектива до призмы. В обоих случаях, если направить трубу на звезду во время ее кульминации, то изображение звезды, движущейся при этом горизонтально, движется в трубе параллельно подвижной нити; поэтому эта нить называется горизонтальной (хотя в ломаной трубе она в действительности и не горизонтальна). Кроме подвижной нити в микрометре есть несколько, обыкновенно нечетное число, нитей неподвижных, перпендикулярных к подвижной и называемых вертикальными.

Окулярный микрометр служит для измерения разности зенитных расстояний южной и северной звезд; поэтому нужно знать цену одного оборота винта, т. е. число секунд в угле R , причем $\operatorname{tg} R = d/F$, где d — шаг винта, а F — фокусное расстояние объектива трубы (об определении цены оборота винта см. дальше). Уровень служит для учета ошибки в наблюдениях, происходящей от неизбежной неточности нивелировки, т. е. от неточного совпадения вертикальной оси инструмента с вертикальной линией в месте наблюдения.

Указанное помещение уровня на самом теле трубы было предложено американским геодезистом Талькоттом; поэтому такие уровни называются талькоттовскими, но еще ранее подобную идею высказал датский астроном Горребов, поэтому иногда они называются уровнями Горребова-Талькотта.

При горизонтальной оси находится круг, служащий только для наведения трубы на нужное зенитное расстояние с точностью до $1'$, а при вертикальной оси — горизонтальный круг для установки трубы в меридиане с такой же точностью.

Кроме зенит-телескопа способ Талькотта может быть применен и с помощью пассажного инструмента, если на его оси находятся талькоттовские уровни и на окулярном конце трубы окулярный микрометр. Инструмент устанавливается в меридиане, и вместо поворота трубы на 180° применяется перекладка инструмента в лагерьях из одного положения его в другое.



Фиг. 52. Зенит-телескоп.

- 1—треножник с укрепляющим кольцом, 2—горизонтальный круг, 3—штулка на вертикальной оси, 4—горизонтальная ось, 5—накладной уровень, 6—труба, 7—окулярный микрометр, 8—круг для наведения и два талькоттовских уровня, 9—зажимной и микрометрический винт, 10—противовес.

§ 114. Производство наблюдений. Инструмент нивелируется, определяется место зенита на вертикальном круге и при помощи Полярной звезды (см. § 109) — место меридиана на горизонтальном круге. При помощи последнего труба может быть установлена в меридиане.

Намечается наблюдаемая пара звезд, труба ставится на зенитное расстояние, равное среднему арифметическому из зенитных расстояний северной и южной звезд пары, и устанавливается в меридиане в ту сторону, на север или на юг, где проходит первая по времени звезда пары. Уровень сначала грубым, а после скрепления с телом трубы медленным движением винта при его опрае ставится так, чтобы пузырек его был возможно точнее на середине трубки; в случае двух уровней они должны быть согласованы в этом отношении. Подвижная нить микрометра отводится по приблизительно известной полуразности зенитных расстояний и цене одного оборота винта на такое место в поле зрения трубы, где должна пройти первая по времени звезда. Когда она войдет в поле зрения трубы, наблюдатель отсчитывает уровень (оба уровня, если их два) и затем наводит подвижную нить микрометра на звезду и делает отсчет микрометра, производя это несколько раз, *симметрично* относительно средней неподвижной нити в определенных местах поля зрения, определяемых при помощи неподвижных нитей. Чтобы легко можно было соблюсти симметричность тех мест поля зрения, где производятся установки нити на звезду, необходимо, чтобы боковые нити располагались симметрично относительно средней. После последнего отсчета вновь отсчитываются уровни. Затем труба поворачивается около вертикальной оси на 180° и такие же наблюдения производятся над второй звездой пары.

При наблюдении все внимание наблюдателя должно быть обращено на точность наведения нити на звезду; это наведение не должно быть моментальным, так как нить почти параллельна направлению движения звезды; симметричные относительно средней нити установки нити на звезду имеют целью устранить в среднем небольшой наклон нити к направлению движения звезды, который все же неизбежен. Никакого отсчета хронометра не требуется. Во все время наблюдения одной пары нельзя никоим образом изменять взаимного расположения уровней и трубы. Если вследствие плохой нивелировки уровень после поворота инструмента на 180° отойдет далеко от середины трубки, то можно привести его на середину *только* при помощи винта, вращающего *трубу*, а вместе с ней и уровень. По окончании наблюдения одной пары труба раскрепляется по зенитному расстоянию и готова для наблюдения следующей пары.

§ 115. Обработка наблюдений. Обработка наблюдений начинается с учета ошибок микрометрического винта. Среднее арифметическое из отсчетов микрометра для каждой звезды, исправленных за ошибки винта, обозначается в дальнейшем буквой *M*.

Затем следует приведение наведений, произведенных по обе стороны средней нити, симметрично относительно нее, на среднюю нить. Для вывода соответственной формулы нужно ясно представить себе, что горизонтальная нить проектируется на небесную сферу большим кругом, который, если средняя вертикальная нить находится в меридиане,

проходит через точки востока и запада. Фиг. 53 представляет небесную сферу, рассматриваемую сверху вдоль вертикали. P — полюс, Z — зенит, A — точка экватора, $SuAZPN$ — меридиан. Кругами с центром в полюсе изображены суточные параллели звезд. Прерывистыми чертами проведены три положения большого круга, которым проектируется подвижная нить при наведении ее на звезду к востоку или к западу от средней нити, которая, мы предполагаем, находится в меридиане, для трех случаев:

1) звезда между экватором и зенитом, 2) звезда между зенитом и полюсом, 3) звезда близ нижней кульминации. Допустим для простоты изложения, что отсчеты микрометра возрастают с возрастанием зенитного расстояния. Тогда нужно сообразить, что в случае южной звезды отсчет микрометра при наведении на звезду на боковой нити будет *меньше*, чем при наведении на нее на средней нити, хотя зенитное расстояние звезды вне меридиана и больше, чем в меридиане; у звезды (2) он будет больше, чем отсчет на средней нити; у звезды (3) меньше, чем отсчет на средней нити.

Во всех трех случаях подвижная нить

ближе к полюсу, чем при наведении на звезду на средней нити. Разница в случае южной звезды есть SS'' и аналогичные величины в двух других случаях. Чтобы вывести нужную формулу, заметим, что $PS = PS'$. Из сферического треугольника $PS'S''$ с прямым углом при S'' имеем

$$\cos PS' = \cos S'S'' \cos PS''$$

или

$$\cos PS' = (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} S'S'') \cos PS''.$$

Отсюда получаем

$$\cos PS' - \cos PS'' = -2 \sin^2 \frac{1}{2} S'S'' \cos PS''$$

или, так как $PS' = PS$, то

$$\cos PS - \cos PS'' = -2 \sin^2 \frac{1}{2} S'S'' \cos PS'',$$

откуда следует

$$2 \sin \frac{1}{2} (PS - PS'') \sin \frac{1}{2} (PS + PS'') = 2 \sin^2 \frac{1}{2} S'S'' \cos PS'';$$

вследствие малости величины $PS - PS'' = SS''$ можно с достаточной точностью положить, что $\frac{1}{2} (PS + PS'') = PS'' = PS = 90^\circ - \delta$, где δ — склонение звезды, и заменить синусы малых дуг SS'' и $S'S''$ самими дугами в радианах; тогда

$$SS'' = \frac{1}{2} (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Здесь $S'S''$ есть угловое расстояние от средней нити того места поля зрения между неподвижными нитями, где сделана установка подвижной нити на звезду. Если выразить SS'' и $S'S''$ в секундах дуги, то формула принимает вид

$$SS'' = \frac{1}{2 \cdot 206265} (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Если SS'' выражено в секундах дуги, а $S'S''$ в секундах времени, то

$$SS'' = \frac{15^2}{2 \cdot 206265} (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Для учета этой поправки можно поступать двояко: либо исправлять отсчеты микрометра, но тогда нужно очень четко разбираться в знаках $+$ или $-$ в зависимости от характера инструмента и условий наблюдений, и затем из всех исправленных отсчетов и отсчета на средней нити брать среднее; либо, что проще и надежнее, взять среднее из полученных отсчетов без исправления, но поправку внести в окончательную формулу. В нее входит $1/2 (\zeta_s - \zeta_n)$. Так как при наведении на южную звезду на боковых нитях получается как бы меньшее зенитное расстояние, чем на средней, то ζ_s нужно *увеличить* на среднее арифметическое из всех поправок, включая поправку средней нити, равную нулю; поправка зенитного расстояния северной звезды в верхней кульминации, напротив, отрицательная, но так как в формулу ζ_n входит со знаком минус, то и здесь поправка прибавляется; в нижней же кульминации вычитается. В результате, если обозначить различные значения $S'S''$ для южной звезды через $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$, а для северной — через $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, все в секундах дуги, где n — число тех и других, то окончательная поправка k величины $1/2 (z_s - z_n)$, так называемая поправка на кривизну параллели, имеет вид

$$k = + \frac{1}{4 \cdot 206265} \frac{1}{n+1} [(F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2) \operatorname{tg} \delta_s + (f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2) \operatorname{tg} \delta_n];$$

если северная звезда наблюдается в нижней кульминации, то в скобках перед вторыми скобками нужен знак минус. Поправка k прибавляется при вычислении после всего; поэтому в следующих формулах она не введена, кроме окончательной ¹⁾).

Если условиться делать наведения всегда в определенных местах поля зрения трубы, то все f и F будут при всех наблюдениях одинаковы, и, следовательно, суммы f^2 и F^2 будут для всех этих наблюдений постоянны и вычисляются один раз. В формуле стоит $n+1$, потому что предполагается, что на средней нити тоже делается наведение; если на среднюю нить наведение не делается, то вместо $(n+1)$ должно стоять n .

В предыдущем предполагалось, что средняя нить находится точно в меридиане; сообразно с этим $S'S''$ есть и расстояние от средней нити, f и F , указываемое при наблюдении, и расстояние по дуге большого круга от S' до меридиана, откуда и получается выведенная формула. Но если средняя нить не в меридиане, например, если горизонтальная ось инструмента направлена точно с востока на запад, но коллимация средней нити не нуль, а равна c , то в полученной фор-

¹⁾ Заметим, что в «Инструкции для астрономических определений на триангуляциях I и II классов», изданной ГУГСК в 1936 г., на стр. 77 в формуле для k вместо $\frac{1}{2n}$ должно стоять $\frac{1}{4n}$.

муле вместо ($S'S''$) нужно поставить расстояние от меридиана, т. е. $F+c$ или $f+c$ в одной части поля зрения, $F-c$ или $f-c$ в другой. Тогда в поправку входит $F^2+2Fc+c^2$ в одной стороне и $F^2-2Fc+c^2$ в другой. Если места установки нити на звезду *симметричны* относительно средней нити, то $+2Fc$ и $-2Fc$ взаимно уничтожаются и к поправке k , выведенной ранее, нужно только еще прибавить поправку от коллимации:

$$d\varphi = \frac{1}{4} \frac{c}{206265} (\operatorname{tg} \delta_s \pm \operatorname{tg} \delta_n) \text{ (в секундах дуги)}$$

($+$ при верхней кульминации, $-$ при нижней).

Если наблюдаются звезды со склонением δ_n до 80° , когда $\operatorname{tg} \delta_n=6$, то $d\varphi = \frac{3c^2}{2 \cdot 206265}$, и чтобы эта ошибка не превосходила $0",01$, нужно, чтобы c было менее, чем $37''$.

Замечание о взаимном уничтожении произведений $+2Fc$ и $-2Fc$ служит помимо соображений о наклоне подвижной нити еще существенным аргументом в пользу того, чтобы при наблюдении по способу Талькотта соблюдалась строгая симметричность относительно средней нити тех мест поля зрения, где производятся установки подвижной нити на звезду; следовательно, число n в формуле для k есть число четное.

§ 116. Разбор различных случаев взаимного расположения частей инструмента. В зависимости от того, как прикреплен окулярный микрометр к трубе, как расположен в его оправе уровень (нуль налево или направо), и в зависимости от расположения трубы относительно уровня (объектив на стороне нуля уровня или вдали от него) отсчеты микрометра M и уровня входят в окончательную формулу обработки наблюдений с различными знаками.

Допустим для начала рассуждения, что отсчеты микрометра возрастают с увеличением зенитного расстояния и что объектив находится на стороне нуля уровня. Обозначим через X зенитное расстояние визирной линии в том случае, если отсчет микрометра есть нуль и середина пузырька уровня приходится на среднее деление m его трубки. Условимся обозначать отсчеты концов пузырька через a и b ; обозначим цену одного деления уровня в секундах дуги через α'' ; тогда $[1/2(a+b) - m] \alpha'' = c\alpha'' = i$ означает, что уровень, а следовательно, и труба отклонены на угол i от того положения, при котором середина пузырька уровня совпадает с m ; угол i может быть и положительным и отрицательным¹⁾; в таком случае зенитное расстояние визирной линии (или наблюдаемой звезды) есть $X+i$; знак плюс потому, что объектив находится на стороне нуля уровня. Если, далее, отсчет микрометра есть не нуль, а M в оборотах винта, а R есть цена одного оборота винта в секундах дуги, то в этом случае зенитное расстояние

¹⁾ Читатель должен обратить внимание на то, что в гл. XI буква i (наклон оси уровня к горизонту) имеет другое значение, чем в гл. X и XII. Это сделано намеренно с тем, чтобы указать, что i не имеет в практической астрономии и даже в этом конкретном случае столь точно установленного значения, как α , δ , l , z и т. п., но в разных случаях букве i придется то или иное значение и потому i не всегда одинаковым образом выражается через отсчеты концов пузырька уровней a и b .

визируемой звезды есть $X + i + MR$; плюс MR потому, что по условию в рассматриваемом случае отсчеты микрометра возрастают с увеличением зенитного расстояния; если к последнему выражению прибавить рефракцию ρ , чтобы получить истинное, свободное от рефракции зенитное расстояние z , то мы получаем

$$z = X + MR + i + \rho.$$

Применяя это выражение для южной и северной звезд пары, получаем

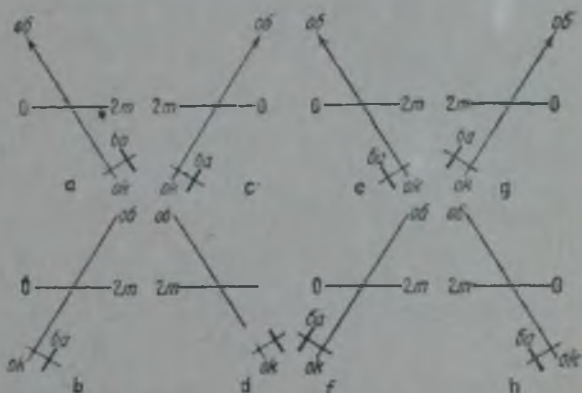
$$z_s = \varphi - \delta_s = X + M_s R + i_s + \rho_s,$$

$$z_n = \delta_n - \varphi = X + M_n R + i_n + \rho_n.$$

Отсюда вычитанием получаем

$$\varphi = 1/2 (\delta_s + \delta_n) + 1/2 (M_s - M_n) R + 1/2 (i_s - i_n) + 1/2 (\rho_s - \rho_n) + k.$$

M и ρ всегда положительны, i могут быть и положительны, и отрицательны; все эти величины предполагаются выраженными в минутах и секундах дуги. Такова формула для случая, когда отсчеты микрометра возрастают с увеличением зенитного расстояния и объектив находится на стороне нуля уровня. Могут быть другие случаи. Чтобы ясно представить их себе, вообразим, что мы смотрим на инструмент, имея прямо перед собой уровень.



Фиг. 54. Схемы различных положений объектива, окуляра и уровня.

об — объектив, ок — окуляр, ба — барабан микрометра, 0—2m и 2m—0 — уровень в положениях: нуль налево и нуль направо.

Тогда если нуль уровня налево, объектив на стороне нуля уровня, т. е. налево от вертикальной оси инструмента, и барабан микрометра выше оси трубы (фиг. 54a), то мы имеем только что рассмотренный случай. Представим теперь себе, что труба переведена через зенит; тогда имеем (фиг. 54b) объектив вдали от нуля уровня, поэтому при положительном i зенитное расстояние меньше, чем при $i = 0$, и отсчеты микрометра возрастают при уменьшении зенитного расстояния; поэтому

$$z = X - MR - i + \rho,$$

$$\varphi - 1/2 (\delta_s - \delta_n) = 1/2 (M_n - M_s) + 1/2 (i_n - i_s) + 1/2 (\rho_s - \rho_n) + k.$$

С данным инструментом других комбинаций быть не может, но в другом инструменте нуль уровня при той же точке зрения, как и выше, может быть направо; тогда, если объектив на стороне нуля уровня (фиг. 54c), то, как всегда в таком случае, положительным значениям i соответствуют большие зенитные расстояния, чем при $i = 0$, но барабан

микрометра находится ниже оси трубы и поэтому отсчеты микрометра убывают при возрастании зенитного расстояния; поэтому

$$z = X - MR + i + p.$$

Если же в этом типе инструмента перевести трубу через зенит (фиг. 54d), то объектив окажется вдали от нуля уровня, но барабан выше оси трубы и поэтому

$$z = X + MR - i + p.$$

Нужно обратить внимание на то, что в *каждом* типе инструмента величины MR и i либо алгебраически (ибо i может быть и плюс и минус) складываются (первые два случая), либо алгебраически вычитаются (второй тип инструмента).

Но может быть еще и иное расположение микрометра и уровня относительно трубы, а именно, если микрометр по сравнению с рассмотренными двумя типами инструментов повернуть в плоскости сетки нитей, перпендикулярной к оси окуляра, на 180° ; тогда фиг. 54е соответствует фиг. 54а. Если ноль уровня налево и объектив на стороне нуля уровня, имеем

$$z = X - MR + i + p,$$

а при переходе трубы через зенит (фиг. 54f) имеем

$$z = X + MR - i + p.$$

Если же ноль уровня направо и объектив на стороне нуля уровня (фиг. 54g), то

$$z = X + MR + i + p,$$

а после перевода трубы через зенит (фиг. 54h)

$$z = X - MR - i + p.$$

Мы видим, что и в этих типах инструментов мы имеем тоже два случая: к существенно положительной величине MR величина i алгебраически прибавляется либо алгебраически вычитается из MR , смотря по типу инструмента, и полученная сумма $MR + i$ или разность $MR - i$ прилагается к X или вычитается из X , в зависимости от того, увеличивается отсчет микрометра при увеличении z или уменьшается.

Полезно, однако, прибавить, что на практике следует избегать такого положения окулярного микрометра, при котором барабан ниже коробки микрометра, и вот почему: в коробке микрометра есть одна или две пружины, назначение которых заключается в том, чтобы оттягивать рамку с подвижной нитью от барабана микрометра к другому концу его винта; при положительном вращении винта, которым, как известно, необходимо заканчивать наведение нити на звезду, чтобы при этом *сжимать* пружину, последняя и содействует оттягиванию рамки с нитью от барабана микрометра; если же барабан его находится ниже коробки и, следовательно, ниже пружины, то на нее действует вес всего винта с барабаном и ручкой для вращения винта; на такую работу сила пружины, вообще говоря, не рассчитана, и в этом случае прикосновение упорного конца винта микрометра и оттягивание

рамки от барабана могут оказаться не вполне надежными ¹⁾. Да и необходимости в этой вариации инструмента нет: наблюдения по способу Талькотта по существу суть наблюдения дифференциальные, и одинаковый наклон к горизонту винта микрометра при наблюдении как южной, так и северной звезды вполне гарантирует отсутствие систематической ошибки при измерении разности зенитных расстояний.

В результате этого рассмотрения мы можем написать окончательную формулу в таком виде:

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta_s + \delta_n) \pm [\frac{1}{2} (M_s R \pm i_s) - \frac{1}{2} (M_n R \pm i_n)] + \frac{1}{2} (p_s - p_n) + k,$$

причем знаки \pm перед i_s и i_n относятся к типу инструмента и в каждом инструменте при *обоих* его положениях (объектив на стороне нуля уровня или вдали от него) *одинаковы*, знаки же \pm перед квадратными скобками относятся к тому, увеличиваются ли отсчеты микрометра (знак $+$) или уменьшаются (знак $-$) при увеличении зенитного расстояния.

§ 117. Другой способ записи наблюдений. Мы намеренно разобрали так подробно различные случаи расположения окулярного микрометра и уровня относительно самой трубы, чтобы выяснить вопросы детально. Заметим теперь, что окончательной формуле можно придать более простой вид, если отмечать при отсчетах микрометра M не то, к какой звезде южной (s) или северной (n) они относятся, а то, при каком положении инструмента получен отсчет: труба к востоку от колонны M_e или труба к западу от колонны M_w , а в случае ломаной трубы — окуляр на востоке или окуляр на западе (предполагая, что уровень помещен между окуляром и кубом инструмента с призмой).

Действительно, в 1-м рассмотренном случае $M_s = M_e$, $M_n = M_w$, а во 2-м случае $M_s = M_w$, $M_n = M_e$.

В обоих случаях формула для φ одна и та же:

$$2\varphi - (\delta_s + \delta_n) = A = (M_e + i_e) - (M_w + i_w) + p_s - p_n.$$

Это — один тип инструмента: нуль уровня налево, барабан микрометра направо.

В 3-м случае $M_s = M_w$, $M_n = M_e$; в 4-м случае $M_s = M_e$, $M_n = M_w$.

В обоих случаях $A = (M_e - i_e) - (M_w - i_w) + p_s - p_n$.

Это — другой тип инструмента: нуль уровня направо, барабан микрометра направо.

В 5-м случае $M_s = M_e$, $M_n = M_w$; в 6-м случае $M_s = M_w$, $M_n = M_e$.

В обоих этих случаях $A = (M_w - i_w) - (M_e - i_e) + p_s - p_n$.

Это — третий тип инструмента: нуль уровня налево, барабан микрометра налево.

В 7-м случае $M_s = M_w$, $M_n = M_e$; в 8-м случае $M_s = M_e$, $M_n = M_w$.

В обоих случаях $A = (M_w + i_w) - (M_e + i_e) + p_s - p_n$.

Это — четвертый тип инструмента: нуль уровня направо, барабан микрометра налево.

¹⁾ По этой же причине и в регистрирующих микрометрах при пассажных инструментах с ломаной трубой (см. § 151) барабан микрометра обязательно должен быть *выше* окуляра.

Следовательно, при такой регистрации отсчетов микрометра мы имеем для каждого типа инструмента одну формулу без двойного знака для случаев: 1) объектив на стороне нуля уровня и 2) объектив вдали от нуля уровня. Это придает вычислениям большую простоту, а следовательно, и большую уверенность.

Первые два типа инструмента более пригодны для лиц, вращающих винт микрометра правой рукой, третий и четвертый типы — для лиц, пользующихся для этого левой рукой.

§ 118. Дополнительные замечания к наблюдениям и к их обработке. В каждый вечер наблюдают несколько пар звезд. При подборе их выгодно избирать такие пары, чтобы у одних z_s было больше, чем z_n , а у других, наоборот, z_n было больше, чем z_s . Тогда у одних пар в формулу для широты φ будет входить разность $^{1/2}(M_s - M_n)R$ положительная, потому что M_s будет больше, чем M_n , а у других пар эта разность $^{1/2}(M_s - M_n)R$ будет отрицательна, потому что M_s будет меньше, чем M_n . Если к тому же сумма всех $^{1/2}(M_s - M_n)$ во всем ряду наблюдений будет близка к нулю, то ошибка в цене оборота винта будет оказывать малое влияние на средний результат, и даже можно будет определить и эту ошибку, и более точное значение широты. Действительно, пусть с принятым значением цены одного оборота винта R_0 произведены вычисления и получены значения широты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ из n наблюденных пар. Пусть поправка значения R_0 есть ΔR и исправленное значение широты есть φ_0 . Тогда каждая пара даст уравнение:

$$\varphi_i + ^{1/2}(M_s - M_n)_i \Delta R = \varphi_0,$$

где значок i означает, что значения i и $^{1/2}(M_s - M_n)$ относятся к i -той паре. Положим, что

$$\varphi_0 = \frac{\sum \varphi_i}{n} + \Delta \varphi = \varphi_m + \Delta \varphi,$$

где φ_m означает среднее арифметическое из всех полученных значений φ от φ_1 до φ_n . Тогда последнее уравнение принимает вид

$$^{1/2}(M_s - M_n) \Delta R - \Delta \varphi = \varphi_m - \varphi_i.$$

Мы будем иметь всего n таких уравнений и из них по способу наименьших квадратов вычислим вероятнейшие значения ΔR и $\Delta \varphi$.

Поправка ΔR получится тем более уверенной, чем более коэффициенты при ΔR будут отличаться друг от друга, т. е. среди них должны быть и положительные и отрицательные, а $\Delta \varphi$ получится тем увереннее, чем более сумма всех $^{1/2}(M_s - M_n)$ будет близка к нулю, потому что при выполнении этих условий в одном из нормальных уравнений коэффициент при ΔR , а в другом коэффициент при $\Delta \varphi$ будет близок к нулю, а другие коэффициенты будут не очень малы; коэффициент при $\Delta \varphi$ будет равен n , а коэффициент при ΔR будет равен $\sum ^{1/4}(M_s - M_n)^2$. Если вычислять наблюдения по формуле непосредственно, то нужно, исправив отсчеты микрометра за ошибки винта, отдельно вычислить в секундах дуги MR (всего удобнее с помощью логарифмов), i_s и i_n как произведения $[^{1/2}(a + b) - m] \alpha''$ (всего удобнее с помощью логарифмов).

рифмической линейки или таблиц умножения) и $1/2 (\rho_s - \rho_n)$, для чего составлены удобные таблицы.

Но можно проще и рациональнее провести обработку наблюдений. Во-первых, вместо того, чтобы превращать $1/2 (a + b) - m$ в секунды дуги умножением на α'' , нужно обратить эту величину в доли оборота винта умножением на α''/R'' (с помощью логарифмической линейки) и алгебраически прибавить к M или вычесть (см. выше) из M , в зависимости от типа инструмента; таким образом получаются числа

$$M_s \pm [1/2 (a + b) - m] \alpha''/R'' \quad \text{и} \quad M_n \pm [1/2 (a + b) - m] \alpha''/R'',$$

и эти вычисления рационально проводить в журнале наблюдений. Затем образуется разность

$$\{ M_s \pm [1/2 (a + b) - m] \alpha''/R'' \} - \{ M_n \pm [1/2 (a + b) - m] \alpha''/R'' \}.$$

Эту величину нужно логарифмически умножить на R'' , но с этим умножением можно соединить и вычисление рефракции, основываясь на следующих соображениях. Рефракция всегда уменьшает действительную разность зенитных расстояний. При малой разности это изменение с большой точностью пропорционально этой разности;

Таблица для вычисления рефракции

$1/2 (\delta_n - \delta_s)$	$\lg \left(1 + \frac{dz}{dz} \right)$	$1/2 (\delta_n - \delta_s)$	$\lg \left(1 + \frac{dz}{dz} \right)$	$1/2 (\delta_n - \delta_s)$	$\lg \left(1 + \frac{dz}{dz} \right)$
0°	0,00012	20°	0,00014	40°	0,00021
1	12	21	14	41	21
2	12	22	14	42	22
3	12	23	14	43	23
4	12	24	14	44	23
5	0,00012	25	0,00015	45	0,00024
6	12	26	15	46	25
7	12	27	15	47	26
8	12	28	16	48	27
9	12	29	16	49	28
10	0,00012	30	0,00016	50	0,00029
11	12	31	16	51	31
12	13	32	17	52	32
13	13	33	17	53	33
14	13	34	18	54	35
15	0,00013	35	0,00018	55	0,00037
16	13	36	18	56	39
17	13	37	19	57	41
18	13	38	20	58	43
19	14	39	20	59	46
20	0,00014	40	0,00021	60	0,00048

значит, чтобы учесть влияние рефракции, достаточно наблюденную разность видимых, обремененных рефракцией зенитных расстояний умножить на некоторое число, немного большее, чем 1, величина которого зависит от величины среднего арифметического из зенитных расстояний северной и южной звезды. Это число есть $1 + d\rho/dz$, где $d\rho/dz$ означает изменение рефракции в секундах дуги при изме-

нении z на 1 секунду (или в минутах дуги при изменении z на 1 минуту дуги).

Среднее арифметическое из зенитных расстояний звезд пары есть, как легко видеть, $\frac{1}{2}(\delta_n - \delta_s)$, и на стр. 173 дана таблица величин $\lg(1 + dp/dz)$ по аргументу $\frac{1}{2}(\delta_n - \delta_s) = z_m$. Таким образом обработка наблюдений приводится к суммированию логарифмов: логарифм вычисленной уже разности отсчетов микрометра, исправленных за уровень, $+ \lg R'' + \lg(1 + dp/dz)$; сумма их дает логарифм числа секунд дуги, которое нужно приложить к $\frac{1}{2}(\delta_n + \delta_s)$ или вычесть из него, чтобы, прибавив еще поправку k (см. § 115), получить φ . Таблица соответствует так называемой средней рефракции, т. е. при атмосферном давлении 751,5 мм и температуре $+9^\circ,3$ C.

Пример на определение широты по способу Талькотта.

Место наблюдения: пункт Разъездной Азово-Черноморского края. Дата: 1936 г., июня 30. Наблюдатель М. С. Зверев.

Инструмент: 5-секундный универсальный инструмент завода «Аэрогеоприбор» с двумя талькоттовскими уровнями; у них цены полуделений: у левого $0'',78$, деления у него идут от 0 до 30; у правого (деления идут от 60 до 90) цена полуделения $0'',88$; цена полуоборота микрометра $67'',781$. Инструмент применялся в таком положении, что отсчеты микрометра возрастали при возрастании зенитного расстояния и объектив был на стороне нуля уровня. Поэтому формула для вычислений такова:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2}(M_s - M_n)R'' + \frac{1}{2}(i_s - i_n) + \frac{1}{2}(\rho_s - \rho_n) + k.$$

Наведения нити делались в пяти местах поля зрения на расстояниях от средней нити: $296'', 150'', 0'', 150'', 296''$; отсюда получаем для приведения наблюдений от кривизны параллели величину

$$k = \frac{1}{4 \cdot 206265} \frac{1}{5} [2 \cdot 296^2 + 2 \cdot 150^2] (\operatorname{tg} \delta_s + \operatorname{tg} \delta_n) = 0,054 (\operatorname{tg} \delta_s \pm \operatorname{tg} \delta_n).$$

Наблюдалась пара № 1317—1328 по «Программам способа Талькотта», изданным Астрономическим институтом; северная звезда μ Draconis, южная 69e Herculis.

Наблюдения:

Северная звезда			Южная звезда		
Уровень до первой нити	Нити	Микрометр	Уровень до первой нити	Нити	Микрометр
5,7—25,9	1	11,623	4,0—24,0	1	9,960
35,8—55,1	2	,612	34,1—53,9	2	,955
после пятой нити	3	,615	после пятой нити	3	,966
5,7—25,9	4	,625	4,0—24,0	4	,970
35,8—55,1	5	,619	34,1—53,9	5	,972

Обработка:

Из «Астрономического ежегодника» и каталога получены места звезд:

$$\begin{aligned} \mu \text{ Dra } \alpha &= 17^h 4^m,1; \delta_n = 54^\circ 33' 17'',75 (\operatorname{tg} \delta_n = 1,40); z = 8^\circ 36' \\ 69e \text{ Her } \alpha &= 17^h 15^m,5; \delta_s = 37^\circ 21' 28'',40 (\operatorname{tg} \delta_s = 0,76). \end{aligned}$$

Сумма отсчетов уровней $(a + b)$ и разность $(i_s - i_n)$ в секундах дуги:

$$\begin{aligned} \text{Северная} & 31,6, 90,9; 31,6, 90,9; \text{среднее } 31,6-90,9 \\ \text{Южная} & 28,0, 88,0; 28,0, 88,0; \text{среднее } 28,0-88,0 \end{aligned}$$

Разность $i_s - i_n = -3,60, -2,90$ или $-2'',81, -2'',55$; $\frac{1}{2}(i_s - i_n) = -1'',34$

Среднее из отсчетов: $M_s = 9,9646$, $M_n = 11,6188$

$\frac{1}{2}(M_s - M_n) R'' = -1,6542 \times 67'',781 = -112'',12$

$\frac{1}{2}(\delta_s - \delta_n) = 45^\circ 57' 23'',08$

$\frac{1}{2}(M_s - M_n) = -01' 52'',12$

$\frac{1}{2}(i_s - i_n) = -1'',34$

Исправление за кривизну параллели $+0,054(0,76 + 1,40) = +0'',12$

Рефракция $^1) = -0'',04$

Широта $= 45^\circ 55' 29'',70$

§ 119. Определение цены оборота винта окулярного микрометра производится путем наблюдения подходящей околополярной звезды около (до и после) времени ее наибольшей дигрессии, т. е. около наибольшего удаления от меридиана по азимуту, когда движение ее совершается очень близко по вертикали. По известным координатам избранной для этого звезды (α , δ) и широте места наблюдения φ вычисляется звездное время наибольшей дигрессии и азимут ее в это время; зная поправку хронометра u , можно вычислить это время по хронометру T . Заблаговременно труба устанавливается в азимут звезды, и когда звезда войдет в поле зрения, подвижная нить последовательно устанавливается на отсчеты: 0,0; 1,0; 2,0 и т. д., или же и чаще, например через поворот винта, и по хронометру отмечаются моменты прохождения звезды через эти положения нити. При каждом прохождении или через одно отсчитывается показание уровня. Так наблюдают через все обороты микрометра. Для вывода числа R секунд дуги в одном обороте микрометра нужно вычислить для каждого отсчитанного момента T с учетом отсчета уровня разницу зенитных расстояний звезды в этот момент и в момент наибольшей дигрессии T_0 по хронометру; прежде всего исправляется разность $T_{\text{полт}} - T_0$ за ход хронометра, который должен быть известен; пусть исправленная разность есть $T - T_0$. Если бы отсчет уровня $[\frac{1}{2}(a + b) - m]$ всегда был нуль, то разница в секундах дуги зенитных расстояний звезды z в момент T и z_0 в момент T_0 при западной дигрессии определилась бы по формуле

$$z - z_0 = 206\,264'',8 \cos \delta \sin (T - T_0),$$

или, разлагая $\sin (T - T_0)$ в ряд:

$$\sin (T - T_0) = (T - T_0) - \frac{1}{6}(T - T_0)^3 + \dots,$$

имеем $z - z_0 = 206\,264'',8 \cos \delta [(T - T_0) - \frac{1}{6}(T - T_0)^3]$, где $(T - T_0)$ выражено в радианах, и

$$z - z_0 = 15 \cos \delta \left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206\,265}(T - T_0)^3 \right],$$

где $(T - T_0)$ выражено в секундах времени.

Но так как пузырек уровня не стоит всегда на среднем делении m , то при каждом прохождении имеется наклонение $i = [\frac{1}{2}(a + b) - m] \alpha''$ и его нужно алгебраически прибавить к вычисленному по формуле $z - z_0$ или вычесть из него.

Если нуль уровня на севере, то при положительном i момент T при западной дигрессии получается больше, чем при $i = 0$. Поэтому

¹⁾ По «Таблицам для астрономических вычислений», под ред. проф. К. А. Цветкова, упомянутым в предисловии ко второму изданию.

наблюдаемые моменты T нужно уменьшить, а от этого и z , и $z - z_0$ получатся меньше, чем при $i = 0$; поэтому формула с учетом i станет такой:

$$z - z_0 = 15 \cos \delta \left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206265^2} (T - T_0)^3 \right] - \left(\frac{a+b}{2} - m \right) x''.$$

Если нуль уровня на юге, то вместо $-i$ надо брать $+i$.

В случае же восточной элонгации исходная формула имеет вид

$$z_0 - z = 15 \cos \delta \left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206265^2} (T - T_0)^3 \right].$$

В этом случае, если нуль уровня на севере, то при $i > 0$ моменты T получаются меньше, чем при $i = 0$, а потому и разность $z_0 - z$ получается алгебраически меньше, чем при $i = 0$, и к ней нужно прибавить i . Поэтому получается формула

$$z_0 - z = 15 \cos \delta \left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206265^2} (T - T_0)^3 \right] + \left(\frac{a+b}{2} - m \right) x''.$$

Если нуль уровня на юге, то вместо $+i$ надо брать $-i$.

Если n означает какой-либо отсчет винта (в целых делениях его, например 20,000), принимаемый за средний, и k — какой-либо отсчет, при котором, как и при n , производилось наблюдение, то мы имеем для каждого k уравнение такого вида при западной дигрессии (и сходное при восточной):

$$(k - n) R'' = (z_k - z_0) - (z_n - z_0),$$

где $(z_k - z_0)$ и $(z_n - z_0)$ вычислены по только что приведенным формулам, или же

$$(k - n) R'' = 15 \cos \delta \left\{ (T_k - T_0) - (T_n - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206265^2} [(T_k - T_0)^3 - (T_n - T_0)^3] \right\} - i_k + i_n.$$

Отсюда видно, что в членах $(T_k - T_0) - (T_n - T_0)$ величина T_0 исключается и, следовательно, нет нужды особенно точно знать T_0 , так как она оказывается только в разности вторых членов в скобках приведенных формул. Из ряда уравнений вида

$$(k - n) R'' = (z_k - z_0) - (z_n - z_0),$$

где k имеет значения: $n - 1$, $n - 2$, $n - 3$, ..., и $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, ..., тем или иным способом можно получить цену одного оборота винта R'' в секундах дуги.

Но нужно еще учесть влияние рефракции. Предыдущее вычисление дает истинное $z - z_0$, а наблюдается измененное рефракцией видимое $\zeta - \zeta_0$, которое всегда меньше, чем $z - z_0$; поэтому полученную величину R'' нужно уменьшить, разделив ее на $1 + d\rho/dz$ (см. выше).

Если коробка микрометра может быть повернута на 90° так, чтобы горизонтальная нить стала вертикальной, то для определения R'' можно наблюдать, установив трубу в меридиане, моменты прохождения околополярной звезды (со склонением около $80 - 87^\circ$) через последовательные положения нити с отсчетами микрометра через один оборот или доли оборота, как и в случае наблюдения звезды в наибольшей дигрессии.

Угловое расстояние F такой звезды от меридиана определяется по формуле

$$\sin F = \sin t \cos \delta,$$

где t — часовой угол, т. е. $t = T + \Delta T - \alpha$, или же, вследствие малости F , с достаточной точностью

$$F'' = \frac{\sin t \cos \delta}{\text{arc } 1''} = 206\,265'' \sin t \cos \delta,$$

где F'' означает число секунд дуги в дуге F .

И в этом случае получается ряд значений F'' , соответствующий ряду отсчетов микрометра, из которых можно тем или иным приемом вычислить R'' .

Нужно иметь в виду, что и в этом случае влияет рефракция и именно следующим образом: если имеем два положения звезды близ меридиана или вообще две близкие точки небесной сферы на одинаковом зенитном расстоянии, то вследствие рефракции мы видим их на зенитном расстоянии $z - r = z - a \operatorname{tg} z$; разность же азимутов их ΔA рефракцией не изменяется. Поэтому угловое расстояние между ними без влияния рефракции при малости угла ΔA есть $d = \Delta A \sin z$, а видимое, и, следовательно, измеряемое микрометром есть $d' = \Delta A \sin (z - a \operatorname{tg} z) = \Delta A (\sin z - a \operatorname{tg} z \cos z) = \Delta A (\sin z - a \sin z) = \Delta A \sin z (1 - a)$, т. е. оно меньше действительного всегда и независимо от z в отношении $1 - a$ к 1; a есть постоянная рефракции в радианах, т. е. при так называемой средней рефракции $a = 57'',4/206\,265'' = 1/3600$. Поэтому величина R'' , найденная так, как сказано выше, должна быть уменьшена на $1/3600$ ее долю.

Этот способ определения R'' хуже первого при дигрессиях, потому что неустойчивость инструмента при наблюдении дигрессий контролируется уровнем, а при наблюдении в меридиане она ничем не контролируется. Поэтому следует ожидать, и практика это подтверждает, что наблюдения в меридиане дадут менее точное значение R'' , чем наблюдения при дигрессиях.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ

СПОСОБ ПЕВЦОВА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОТЫ

§ 120. Основы способа Певцова. В способе Талькотта для определения широты места необходим окулярный микрометр, и естественно является мысль, нельзя ли обойтись без него и выводить широту каким-либо путем по наблюдению южной и северной звезд на одинаковых зенитных расстояниях, только уже, конечно, не в меридиане. С другой стороны, если взять исходное уравнение способа Цингера в его общей форме:

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_1 - \alpha_1) = \\ &= \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_2 - \alpha_2) \end{aligned}$$

и если координаты звезды (α_1, δ_1) , (α_2, δ_2) известны из звездных каталогов, если, кроме того, u_1 и u_2 известны по предыдущим или после-

дующим наблюдениям, а T_1 и T_2 даются наблюдениями, то в уравнении остается одно неизвестное — широта φ , и мы получаем после приведения подобных членов

$$\sin \varphi (\sin \delta_2 - \sin \delta_1) = \cos \varphi [\cos \delta_1 \cos (T_1 + u_1 - \alpha_1) - \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_2 - \alpha_2)],$$

откуда находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \delta_1 \cos (T_1 + u_1 - \alpha_1) - \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_2 - \alpha_2)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1}. \quad (27)$$

Это значит, что, определив таким же образом, как и в способе Цингера, моменты T_1 и T_2 по хронометру, когда две звезды, одна после другой, проходят через одно и то же, в точности не известное, зенитное расстояние, мы получаем возможность вычисления широты φ . Однако при этом сейчас же является вопрос о том, какие из пар звезд, возможных для наблюдения, особенно выгодны, т. е. при каких парах звезд ошибка в поправке хронометра наименее влияет на результат.

§ 121. Наивыгоднейшие условия наблюдения. Допустим, что мы вычисляем φ по приведенной формуле с данными α_1 , δ_1 , α_2 и δ_2 , которые рассматриваем как совершенно точные, и с T_1 , T_2 , u_1 и u_2 , в которых мы можем ожидать ошибки. Допустим теперь же, как это и есть на деле, что моменты T_1 и T_2 настолько близки один к другому, что мы можем принять для обоих одну и ту же поправку хронометра u_1 , или что мы уверенно знаем ход хронометра и, следовательно, знаем разность $u_2 - u_1$ и можем вывести u_2 из u_1 .

Пусть величины T_1 , T_2 и u_1 неверны, а верные величины суть: $T_2 + dT_1$, $T_2 + dT_2$ и $u_1 + du_1$. Значит, с этими величинами нужно вычислять точное значение широты φ , и пусть оно есть $\varphi + d\varphi$. Тогда мы сможем написать

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} (\varphi + d\varphi) &= \frac{\cos \delta_1 \cos (T_1 + dT_1 + u_1 + du_1 - \alpha_1)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1} - \\ &= \frac{\cos \delta_2 \cos (T_2 + dT_2 + u_2 + du_2 - \alpha_2)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Вычитая уравнение (27) из уравнения (28) или, что то же самое, дифференцируя первое из них, получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} &= - \frac{\cos \delta_1 \sin (T_1 + u_1 - \alpha_1) (dT_1 + du_1)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1} + \\ &+ \frac{\cos \delta_2 \sin (T_2 + u_2 - \alpha_2) (dT_2 + du_2)}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1}. \end{aligned}$$

Но из треугольника полюс — зенит — звезда имеем

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A,$$

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi + \sin z \cos \varphi \cos (180^\circ - A),$$

где азимут A считается, подобно часовому углу, от точки юга через запад, север, восток до 360° .

Так как $T_1 + u_1 - \alpha_1 = t_1$, $T_2 + u_2 - \alpha_2 = t_2$ и $\sin z_1 = \sin z_2 = \sin z$, то

$$\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{-\sin z \sin A_1 (dT_1 + du_1) + \sin z \sin A_2 (dT_2 + du_2)}{\sin z \cos \varphi (-\cos A_2 + \cos A_1)}.$$

Отсюда следует, полагая, что $u_2 = u_1$,

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} &= \frac{\sin A_2 - \sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} du_1 - \frac{\sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_2 = \\ &= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_1 + A_2) du_1 - \frac{\sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_2. \end{aligned}$$

Для того чтобы $d\varphi$ возможно менее зависело от du_1 , нужно, чтобы коэффициент при du_1 был как можно меньше, самое лучшее — нуль. Но если $\operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_1 + A_2) = 0$, то $\frac{1}{2} (A_1 + A_2)$ равно или 90° или 270° , т. е. $(A_1 + A_2)$ равно или 180° или 540° .

Следовательно, азимуты A_1 и A_2 , считаемые от точки юга, либо должны дополнять друг друга до 180° , т. е. обе звезды должны находиться на западной половине неба, одна на юге, другая на севере, и азимут второй A_n должен равняться $180^\circ - A_s$, либо же азимуты должны дополнять друг друга до 540° , т. е. до $360^\circ + 180^\circ$; это значит, что каждый азимут должен быть более 180° , и величины $A_1 - 180^\circ$ и $A_2 - 180^\circ$, или азимуты, считаемые от точки севера, должны дополнять друг друга до 180° , т. е. обе звезды должны находиться в восточной половине неба, одна на севере, другая на юге, и, как и в первом случае, по абсолютной величине азимут южной звезды, считаемый от точки юга, должен равняться азимуту северной звезды, считаемому от точки севера.

Редко бывает возможно подобрать звезды в паре так, чтобы это условие удовлетворялось в точности, но во всяком случае оно должно удовлетворяться приблизительно. Тогда, заменяя индексы 1 и 2 соответственно индексами s и n (или наоборот), получаем из предыдущих формул следующие:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\cos \delta_s (T_s + u - \alpha_s) - \cos \delta_n \cos (T_n + u - \alpha_n)}{\sin \delta_n - \sin \delta_s}, \\ \frac{d\varphi}{\cos \varphi} &= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n) du - \frac{\sin A_s}{\cos A_s - \cos A_n} dT_s + \frac{\sin A_n}{\cos A_s - \cos A_n} dT_n. \end{aligned}$$

Приблизительно (в идеальном случае точно) $\sin A_n = \sin A_s$, $\cos A_n = -\cos A_s$ и $\operatorname{tg} A_n = -\operatorname{tg} A_s$ (как для восточных, так и для западных пар) и потому

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} &= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n) du - \frac{1}{2} \operatorname{tg} A_s dT_s + \frac{1}{2} \operatorname{tg} A_s dT_n = \\ &= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n) du - \frac{1}{2} (dT_s - dT_n) \operatorname{tg} A_s = \\ &= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n) du - \frac{1}{2} (dT_n - dT_s) \operatorname{tg} A_n. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что для того чтобы $d\varphi$ возможно менее зависело от ошибки в T_s и T_n , нужно, чтобы $\operatorname{tg} A_s$ и, следовательно, $\operatorname{tg} A_n$ были по абсолютной величине как можно меньше, т. е. чтобы наблюдаемые звезды находились как можно ближе к южной и северной части меридиана.

Однако это невыгодно с практической точки зрения: во-первых, выбор таких звезд, которые удовлетворяли бы этому условию, крайне

ограничен, потому что при одинаковости их зенитных расстояний это означает, что склонения звезд должны очень близко удовлетворять условию $\delta_n = \varphi = \varphi - \delta_s$, т. е. условию $\frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) = \varphi$, а такие звезды найти трудно; во-вторых, для выполнения наблюдений этим способом нужно применять, если не прибегать к окулярному микрометру, тот же метод, что и в способе Цингера, т. е. наблюдение прохождения каждой звезды через несколько горизонтальных нитей инструмента, а если звезды близки к меридиану, то движение их по высоте крайне медленно, и наблюдение нескольких прохождений потребовало бы много времени, а это неэкономно. Поэтому на практике приходится идти на компромисс и выбирать острые азимуты звезд (от юга и от севера) не меньше, чем $6-15^\circ$, и не больше, чем $30-40^\circ$. Ошибки dT_s и dT_n в моментах T_s и T_n входят в φ только их долей пропорционально $\operatorname{tg} A$ (при $6^\circ - 0,1$, при $20^\circ - 0,3$), притом с разными знаками, так что, если они одинаковы, то влияние их взаимно уничтожается. Поэтому, например, личная ошибка наблюдателя в определении моментов T_s и T_n , если она в обоих случаях одинакова, не влияет на определение широты.

Подобным способом определялась широта русскими астрономами и геодезистами в 80-х годах XIX в., но особенно этот способ стал распространяться у нас после того, как геодезист М. В. Певцов разработал детали способа, указал наивыгоднейшие условия наблюдения и опубликовал их в 1887 г. С тех пор этот способ называется способом Певцова. Различные авторы указывали способ удобного подбора звезд для этого способа, а в 1912 г. геодезист И. Селиверстов издал обширные таблицы, по которым подбор пар звезд для различных широт от 40 до 60° производится с небольшой затратой труда и времени.

Пары подобраны так, что приблизительно удовлетворяется выведенное выше условие относительно азимутов α , кроме того, наблюдение второй звезды в паре следует быстро, через несколько минут после наблюдения первой, так что наблюдение одной пары занимает всего несколько минут.

Подбор звезд для пар способа Певцова с выполнением необходимых условий ($Z_s = Z_n$ и $A_s + A_n = 180$ или 540°) гораздо сложнее и труднее, чем для способа Цингера. Поэтому мы не рассматриваем этого вопроса. Для интересующихся этим рекомендуются следующие статьи:

1) *Ф. Витрам*, О приискании звездных пар для определения широты по соответствующим высотам, Записки военно-топографического отделения Главного штаба, ч. V, 1898.

2) *A. Orlow*, Graphische Methode zur Auswahl der Sternpaare für die Breitenbestimmung nach der Methode gleicher Zenitdistanzen, Publikationen der Universitäts-Sternwarte zu Dorpat, Bd. XXI, 1909.

3) *M. Kamiensky*, Determination of Latitude by the Method of Equal Altitudes of Different Stars (Piewzow's Method), Publications of the Astronomical Observatory of the Warsaw University, V. 3, Part I, II, 1927.

§ 122. Инструмент и способ наблюдения таковы же, как в способе Цингера (см. § 109). Для способа Певцова выгодно иметь близкие одна к другой горизонтальные нити, чтобы при медленном движении

звезд по высоте в малых азимутах не тратилось много времени на промежутки между прохождением звезды через соседние нити. Необходимо отсчитывать уровень до и после прохождения.

§ 123. Обработка наблюдений. Как и в способе Цингера, вследствие неизбежной погрешности в нивелировке вертикальной оси инструмента северная и южная звезды наблюдаются не на одинаковом зенитном расстоянии, если не устанавливать намеренно трубу с прикрепленным к ней уровнем так, чтобы середина его пузырька точно совпадала со средним (или с каким-либо другим, но всегда с одним и тем же при обеих звездах пары) делением на его трубке.

Однако такая установка трубы при наблюдении каждой звезды в паре затруднительна, и потому предпочитают не устанавливать пузырька уровня в одно и то же место, а определять его положение отсчетами его концов a и b . Пусть i означает ту же величину, как в способе Цингера (см. § 110). Тогда, повторяя те же соображения, какие приведены в § 110, мы приходим к заключению, что момент T_s должен быть исправлен на величину $-i_s''/15 \cos \varphi \sin A_s$ (при юго-западной звезде знак минус ставится потому, что звезда с течением времени опускается, а $\sin A_s > 0$; а при юго-восточной звезде знак минус ставится потому, что звезда с течением времени поднимается, но $\sin A < 0$), а момент T_n на величину $-i_n''/15 \cos \varphi \sin A_n$ (по тем же причинам, как и в случае южной звезды и притом в обеих кульминациях). Нужно было бы исправить наблюдаемые моменты T_s и T_n этими поправками и затем внести исправленные моменты в формулу для вычисления широты φ . Однако на практике удобнее вычислять φ с неисправленными моментами наблюдений, но внести исправление уже в вычисленное значение широты φ на основании полученного выше выражения, указывающего, как поправка $d\varphi$ зависит от поправок dT_s и dT_n . Именно мы получили ранее

$$\frac{d\varphi}{\cos \varphi} = -\frac{1}{2}(dT_s - dT_n) \operatorname{tg} A_s$$

и, внося вместо dT_s и dT_n их поправки за отсчеты уровня, получаем

$$\frac{d\varphi}{\cos \varphi} = -\frac{1}{2} \left(\frac{-i_s''}{\cos \varphi \sin A_s} + \frac{i_n''}{\cos \varphi \sin A_n} \right) \operatorname{tg} A_s.$$

Отсюда, умножая на $\cos \varphi$ и учитывая, что $\sin A_s = \sin A_n$, получаем

$$d\varphi = + \frac{i_s'' - i_n''}{2 \cos A_s},$$

где i'' выражены в секундах дуги. Напомним, что $\cos A_s$ положительно как для юго-западной, так и для юго-восточной звезды.

Относительно выражения величины i'' через отсчеты концов пузырька уровня a и b остаются в силе те правила, которые были изложены в описании способа Цингера (см. § 110): если объектив находится на стороне нуля уровня, то

$$i'' = [1/2 (a + b) - m] x'';$$

если объектив вдали от нуля уровня, то

$$i'' = [m - 1/2 (a + b)] x''.$$

Наблюдения прохождения южной и северной звезд на каждой горизонтальной нити дают независимое определение значения φ . Для вычисления сначала из астрономического ежегодника получаются интерполированием величины α_n , δ_n , α_s , δ_s , а из наблюдений получаются часовые углы $t = T + u - \alpha$ для каждой нити. Затем вычисляются величины, постоянные для каждой пары звезд:

$$S = \frac{\cos \delta_s}{\sin \delta_n - \sin \delta_s} \quad \text{и} \quad N = \frac{\cos \delta_n}{\sin \delta_n - \sin \delta_s}.$$

Тогда из наблюдений на каждой нити находим

$$\operatorname{tg} \varphi = S \cos t_s - N \cos t_n$$

и с применением логарифмов разностей или сумм получаем φ .

Для исправления φ за отсчеты уровня образуем разность

$$(i_s - i_n)'' = [1/2 (a + b)_s - 1/2 (a + b)_n] \alpha'',$$

если объектив на стороне нуля уровня, или разность

$$(i_s - i_n)'' = [1/2 (a + b)_n - 1/2 (a - b)_s] \alpha'',$$

если объектив вдаль от нуля уровня, и затем, как указано выше, вычисляем $d\varphi = \pm (i_s'' - i_n'')/2 \cos A_s$.

Хотя были предложены видоизменения основной формулы, придающие ей вид, удобный для простого логарифмирования, однако предпочитают вычислять по этой формуле непосредственно, но, конечно, с применением логарифмов сумм и разностей. Из полученных таким образом для каждой нити значений широты выводится среднее как окончательный результат.

Обыкновенно применяются шестизначные логарифмы. В настоящее время при все большем распространении вычислительных машин и издании, в связи с этим, таблиц натуральных тригонометрических функций вычисление φ по основной формуле, пожалуй, более удобно с помощью хорошего арифмометра, чем с какими бы то ни было логарифмами.

Так как эти вычисления требуют немало времени, то давно уже явилась мысль изобрести способ более быстрого вычисления окончательного результата, не вычисляя по основной формуле широты из наблюдений на каждой нити. Такие способы были предложены проф. А. Я. Орловым ¹⁾, В. В. Каврайским ²⁾, Н. А. Урмаевым. Они действительно значительно сокращают вычисления, но так как в них не получается значений широты по каждой нити, то невозможно обнаружить какой-либо ошибки в моментах наблюдений и оценить точность результата по внутреннему согласию значений широты, вычисляемых из наблюдений на отдельных нитях. Недавно опубликованный способ М. С. Молоденского ³⁾ свободен от этого недостатка, так как в нем кроме вычисления широты с шести- или семизначными логарифмами простым трехзначным добавочным вычислением получаются значения ее по наблюдениям на каждой нити.

¹⁾ Известия Русского астрономического общества, 14, 301—303, 1909.

²⁾ Известия Русского астрономического общества, 26, 13—16, 1926.

³⁾ Астрономический журнал, 8, № 3—4, 1931.

Пример на определение широты по способу Певцова

Место наблюдения: Астрономическая обсерватория МГУ. Дата: 1931 г., мая 19. Наблюдатель *М. С. Заверев*.

Инструмент: универсальный инструмент Керна № 19116 с талькоттовским уровнем; цена деления уровня = $3''.21$. Объектив на стороне нуля уровня. Хронометр Nardin 311. Поправка $+10^m.58^s$. Наблюдалась пара звезд: ξ Coronae Borealis на юге, ν Draconis на севере. По вспомогательным таблицам Селиверстова их $z = 27'46''$; $A_s = 325^\circ.2$.

Для вычислений из «Астрономического ежегодника» на 1931 г. проинтерполированы следующие координаты (система Эйхельбергера):

$$\xi \text{ Coronae Borealis } \alpha_s = 16^h 19^m 26^s.74; \quad \delta_s = +31^\circ 02' 48'', 97,$$

$$\nu \text{ Draconis } \alpha_s = 18^h 55^m 17^s.20; \quad \delta_s = +71^\circ 11' 57'', 50.$$

В столбцах T_s , t_s , T_n и t_n даны наблюдения, причем к наблюдаемому моменту по хронометру уже придана его поправка; поэтому T_s и T_n суть моменты наблюдения по звездному времени; t_s и t_n суть положения середины пузырька уровня, т. е. $\frac{1}{2}(a+b)$. Из таблиц берем $\cos A_s = 0,82$, поэтому коэффициент для поправки широты от уровня есть $3''.21/2 \cos A = 3''.21/1,64 = 1''.96$.

В вышеприведенных вычислениях A берется из таблиц логарифмов разностей по аргументу ($\lg \sin \delta_n - \lg \sin \delta_s$), а C — из тех же таблиц по аргументу ($\lg S \cos t_s - \lg N \cos t_n$).

	T_s	t_s	T_n	t_n	t_s	t_n
1	15 ^h 05 ^m 43 ^s ,2	21 ^d ,8	15 ^h 10 ^m 58 ^s ,0	18 ^d ,8	—1 ^h 13 ^m 43 ^s ,5	—3 ^h 44 ^m 19 ^s ,2
2	06 14 ,9	,8	11 30 ,1	,7	11 ,8	43 47 ,1
3	47 ,5	,8	12 02 ,7	,5	12 59 ,2	14 ,5
4	07 18 ,4	,8	33 ,5	,4	08 ,3	42 43 ,7
5	52 ,0	22 ,0	13 06 ,9	,4	11 34 ,7	10 ,3
6	08 23 ,0	,4	37 ,6	,4	03 ,7	41 39 ,6
7	55 ,5	,4	14 09 ,8	,4	10 31 ,2	07 ,4

	t_s	t_n	$t_s - t_n$	Δz
1	18°25'52",5	56°04'48",0	+ 3°,0	+ 3",9
2	17 57 ,0	55 56 46 ,5	3 ,1	6 ,1
3	09 48 ,0	48 37 ,5	3 ,3	6 ,5
4	02 04 ,5	40 55 ,5	3 ,4	6 ,6
5	17 53 40 ,5	32 34 ,5	3 ,5	7 ,0
6	45 55 ,5	24 54 ,0	4 ,0	7 ,8
7	37 48 ,0	16 51 ,0	4 ,0	7 ,8

$\lg \sin \delta_n = 9,976187$	$\lg \cos \delta_n = 9,508230$
$\lg \sin \delta_s = 9,712431$	$\lg \cos \delta_s = 9,932851$
$A = 9,921950$	$\lg N = 9,873849$
$\lg (\sin \delta_n - \sin \delta_s) = 9,634381$	$\lg S = 0,298470$

	1	2	3	4	5	6	7
$\lg \cos t_s$	9,977130	9,977463	9,977802	9,978121	9,978465	9,978780	9,979107
$\lg S \cos t_s$	0,275600	0,275933	0,276272	0,276591	0,276935	0,277250	0,277577
$\lg \cos t_n$	9,746661	9,748165	9,749685	9,751113	9,752654	9,754064	9,755535
$\lg N \cos t_n$	9,620510	9,622014	9,623534	9,624962	9,626503	9,627913	9,629384
C	9,891390	9,891057	9,890720	9,890402	9,890058	9,889742	9,889411
$\lg \lg \varphi$	0,166990	0,166990	0,166992	0,166993	0,166993	0,166992	0,166988
φ	55°45'12",8	1",8	13",3	13",5	13",5	13",3	12",4
$\Delta \varphi$	5",9	6",1	6",5	6",6	7",0	7",8	7",8
φ	55°45'18",7	18",9	19",8	20",1	20",5	21",1	20",2
Среднее φ	55°45'19",9						

По правилам, изложенным в § 8, находим:

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{4,8}{7}} = \pm 0'',8, \quad \alpha_p = \pm 0'',5, \quad \varepsilon_m = \pm 0'',3, \quad \varepsilon_p = \pm 0'',2.$$

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ

СОВМЕСТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРОТЫ И ПОПРАВКИ ЧАСОВ

§ 124. Совместное определение широты и поправки часов на основании вышеизложенных способов. В изложенных способах определения широты и поправки часов предполагалось, что: 1) известна поправка часов, если определяется широта, или 2) известна широта, если определяется поправка часов. Естественно возникает вопрос, как быть, если неизвестно ни то, ни другое. Нужно заметить, что на практике такого случая почти не бывает, потому что, где бы ни оказался наблюдатель, он достиг этого места путем, который ему хоть приблизительно известен, и, значит, он может сообразить по своему маршруту хоть приближенно широту и долготу своего местонахождения, и если часы его хоть приблизительно показывают время определенного меридиана, например, Гриничского, то, зная свою долготу, он может вычислить и приближенную поправку часов, т. е. приведение их показаний к местному времени.

Но допустим крайний случай: путешественник сбился с пути или летчик совершил вынужденную посадку в безлюдной местности, хронометр его остановился и только что заведен. Как быть? В ясную ночь наблюдатель ищет на небе Полярную звезду (α Малой Медведицы); допустим, что он ее находит; значит, он находится в северном полушарии Земли. На глазомер он намечает на горизонте точку севера, потом на 180° от нее точку юга и мысленно проводит на небе меридиан. Какая-нибудь яркая звезда, находящаяся близ меридиана, своим прямым восхождением указывает ему звездное время с ошибкой, скажем, в полчаса. Он ставит свои часы или хронометр так, чтобы он показывал звездное время, равное прямому восхождению этой звезды, и считает, для начала, что поправка часов есть нуль. По измерению зенитного расстояния Полярной звезды он находит значение широты места наблюдения, равное, скажем φ_1 . Ошибка, которую он при этом может сделать из-за того, что считает ошибку часов за нуль, тогда как на деле она полчаса, не превосходит $8'$, как это может сообразить читатель. После этого он измеряет зенитное расстояние звезды близ первого вертикала, вычисляет его с найденным значением широты φ_1 и находит поправку часов, равную u_1 .

Тогда он вновь вычисляет свои уже произведенные измерения зенитных расстояний Полярной звезды с более точной поправкой часов u_1 и получит новое, более точное значение широты φ_2 , а с ним новое, более точное значение поправки часов u_2 . Если с этим значением поправки часов он еще раз вычислит широту φ_3 и найдет, что φ_3 отличается от φ_2 лишь на примерно ожидаемую и неизбежную ошибку измерений зенитного расстояния, то это будет означать, что итти далее этим «путем последовательных приближений» нет нужды и можно φ_2 и u_2 принять, как окончательные их значения; если же φ_3 будет заметно отличаться от φ_2 , то нужно будет по φ_3 найти u_3 и далее φ_4 . Продолжать эту работу нужно до тех пор, пока два последовательно полу-

ценных значения широты или поправки часов будут отличаться друг от друга лишь в пределах неизбежных ошибок наблюдения.

§ 125. Точность определения широты и поправки часов в зависимости от широты места наблюдения. В § 78 были выведены следующие условия для наиболее точного определения широты места и поправки часов по измерению зенитных расстояний звезд: для широты места (см. стр. 107)

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - (\Delta T + \Delta u) \cos \varphi \operatorname{tg} A,$$

для поправки часов (см. стр. 122)

$$\Delta u = -\Delta T + \frac{\Delta z}{\cos \varphi \sin A} - \frac{\Delta \varphi}{\cos \varphi \operatorname{tg} A}.$$

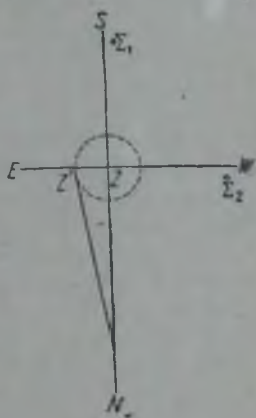
Если обратить внимание на то, как зависят ошибки $\Delta \varphi$ и Δu от ошибки Δz при разных φ , то мы увидим, что при определении φ ошибка в z входит одинаково при всех широтах, $\Delta \varphi = \Delta z / \cos A$. Напротив, при определении Δu одна и та же ошибка в z влияет различно в зависимости от широты, потому что $\Delta u = \Delta z / \cos \varphi \sin A$, т. е. чем больше φ , а значит, чем меньше $\cos \varphi$, тем больше влияет ошибка Δz на определение u , тем большую ошибку Δu вызывает одна и та же ошибка Δz .

Это обстоятельство становится более понятным, если посмотреть на этот вопрос вот с какой стороны. Широта места равна склонению зенита, звездное время в данный момент равно прямому восхождению зенита. Пусть фиг. 55 изображает часть небесной сферы около зенита Z , рассматриваемую снаружи. Определить широту и поправку часов значит определить точку Z на небесной сфере с ее склонением и прямым восхождением. Прерывистой линией изображен круг с центром в Z и с радиусом, равным Δz . При определении широты по звезде Σ_1 близ меридиана ошибка в положении точки Z равна ошибке Δz и точно так же при определении звездного времени по звезде Σ_2 вблизи первого вертикала ошибка Δz смещает зенит на такое же расстояние в направлении первого вертикала, но часового угла Δu смещенной точки зенита, равный ошибке в определении прямого восхождения зенита, *зависит от φ* , ибо

$$\sin ZZ' = \sin \Delta u \sin PZ \quad \text{или} \quad \Delta z = \Delta u \sin (90^\circ - \varphi) = \Delta u \cos \varphi.$$

Таким образом при возрастании φ в высоких широтах неизбежно становится все труднее определить поправку часов, *но одинаково трудно или одинаково легко* на всех широтах определить величину $(\Delta u \cos \varphi)$; вторую из формул этого параграфа можно ведь преобразовать к следующему виду:

$$\Delta u \cos \varphi = -\Delta T \cos \varphi + \frac{\Delta z}{\sin A} - \frac{\Delta \varphi}{\operatorname{tg} A}.$$



Фиг. 55.

Это обстоятельство не вызывает, однако, практической неточности в наших определениях, потому что, подобно небесным кругам склонения, и земные меридианы сближаются в высоких широтах, подходя к полюсам. И подобно тому, как перемещение зенита на Δz в направлении первого вертикала изменяет u на $\Delta z / \cos \varphi$, так и перемещение наблюдателя на земной поверхности *по параллели* на одно и то же расстояние, скажем на 10 м, перемещает его *по долготе* на величину, обратно пропорциональную $\cos \varphi$: на экваторе это перемещение по долготе составляет (на 10 м) $0''{,}3$, на широте 60° (Ленинград) — $0''{,}6$, на широте 82° (остров Рудольфа) — $2''{,}2$. Поэтому нельзя ни ожидать, ни требовать, чтобы поправка часов u определялась с одинаковой точностью на всех широтах.

Однако, несмотря на эти соображения, применение изложенных методов определения φ и u в высоких широтах все же затруднительно: близость полюса к зениту делает не столь уверенным определение направления меридиана, и скорость изменения зенитного расстояния в первом вертикале заметно уменьшается. Поэтому в Арктике, особенно в условиях дрейфа папанинской льдины или ледокола «Седов», более уместны иные приемы для тех же целей, изложенные в следующих параграфах. Эти приемы в одинаковой мере применимы на всех широтах.

§ 126. Определение широты и поправки часов по измерениям зенитных расстояний двух или большего числа звезд в целесообразных азимутах. Можно поставить рассматриваемую задачу следующим образом. Пусть мы измерили зенитные расстояния двух звезд: S_1 с координатами α_1 и δ_1 и S_2 с координатами α_2 и δ_2 и получили значения z_1 и z_2 , освобожденные от влияния рефракции, в моменты по хронометру T_1 и T_2 . Положим, что эти моменты настолько близки один к другому, что поправку хронометра u можно считать для них одной и той же или же учесть их разницу, зная суточный ход хронометра, так что $u_2 = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1)$. Тогда мы будем иметь два уравнения:

$$\begin{aligned}\cos z_1 &= \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + u - \alpha_1), \\ \cos z_2 &= \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + u - \alpha_2)\end{aligned}$$

с двумя неизвестными φ и u , которые и нужно суметь из них определить. Вот путь решения этих уравнений, который удобен тем, что, как увидим, он применим не только в том случае, когда произведены наблюдения двух звезд, но и в том, когда нужно вычислить наивероятнейшие значения величин φ и u на основании подобных же измерений зенитных расстояний нескольких звезд.

Всегда известны приложенные значения φ и u , которые мы обозначим через φ_0 и u_0 . С помощью их можно вычислить приближенные значения зенитных расстояний, которые в этой главе мы будем обозначать буквой ζ :

$$\begin{aligned}\cos \zeta_1 &= \sin \varphi_0 \sin \delta_1 + \cos \varphi_0 \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_0 - \alpha_1), \\ \cos \zeta_2 &= \sin \varphi_0 \sin \delta_2 + \cos \varphi_0 \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_0 - \alpha_2).\end{aligned}$$

Вычтем соответственно эти уравнения из вышенаписанных и сочтем значения $z_1 - \zeta_1$, $z_2 - \zeta_2$, $\varphi - \varphi_0$, $u - u_0$ за величины первого порядка,

вторыми и высшими степенями которых можно пренебречь. Тогда, по аналогии с уже не раз встречавшимися случаями, получаем

$$-\sin \zeta_1 (z_1 - \zeta_1) = (\cos \varphi_0 \sin \delta_1 - \sin \varphi_0 \cos \delta_1 \cos t_1) (\varphi - \varphi_0) - \cos \varphi_0 \cos \delta_1 \sin t_1 (u - u_0),$$

где для краткости часовой угол $T_1 + u - z_1$ обозначен через t_1 . После приведений, аналогичных произведенным в § 78, это уравнение обращается в следующее:

$$(\varphi - \varphi_0) \cos A_1 + (u - u_0) \cos \varphi_0 \sin A_1 = z_1 - \zeta_1,$$

где A_1 есть азимут первой звезды во время наблюдения ее.

Соответственное уравнение для второй звезды напишется так:

$$(\varphi - \varphi_0) \cos A_2 + (u - u_0) \cos \varphi_0 \sin A_2 = z_2 - \zeta_2.$$

Из этих двух уравнений вполне однозначно вычисляются неизвестные величины $(\varphi - \varphi_0)$ и $(u - u_0) \cos \varphi_0$, так как все остальные величины, входящие в эти уравнения, известны.

Решив эти уравнения, получаем следующие выражения:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{(z_1 - \zeta_1) \sin A_2 - (z_2 - \zeta_2) \sin A_1}{\cos A_1 \sin A_2 - \cos A_2 \sin A_1},$$

$$(u - u_0) \cos \varphi_0 = \frac{(z_1 - \zeta_1) \cos A_2 - (z_2 - \zeta_2) \cos A_1}{\sin A_1 \cos A_2 - \sin A_2 \cos A_1};$$

в знаменателе стоит $\sin(A_1 - A_2)$. Для того чтобы ошибки в $(z_1 - \zeta_1)$ и $(z_2 - \zeta_2)$ как можно меньше влияли на величины $(\varphi - \varphi_0)$ и $(u - u_0) \cos \varphi_0$, нужно, чтобы знаменатель был как можно больше по абсолютной величине, т. е. равнялся бы ± 1 , а это значит, чтобы $(A_1 - A_2)$ было 90° или 270° , т. е. чтобы азимуты наблюдаемых звезд разнились на 90° ; но при этом вовсе нет надобности, чтобы одна звезда наблюдалась близ меридиана, а другая близ первого вертикала.

Итак, имея измеренные и освобожденные от влияния рефракции зенитные расстояния двух звезд z_1 и z_2 в моменты T_1 и T_2 по хронометру, вычисляем зенитные расстояния ζ_1 и ζ_2 и азимуты этих звезд, исходя из приближенно известных значений широты φ_0 и поправки часов u_0 . Для этого можно применить формулы:

$$\cos \zeta = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos t,$$

$$\sin A = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin z},$$

где $t = T + u_0 - \alpha$, если при наблюдениях замечено, в каком квадранте лежал азимут каждой наблюдаемой звезды; ζ нужно вычислять с такой точностью, которая соответствует точности измерения z ; азимут A достаточно знать до $1'$ или даже до $0^\circ,1$.

Или же можно применить формулы

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t,$$

$$\sin z \cos A = -\sin \delta \cos \varphi_0 + \cos \delta \sin \varphi_0 \cos t,$$

которые уверенно определяют A без всяких дополнительных замечаний.

После того как ζ и A вычислены для обеих звезд, находим $\varphi - \varphi_0$ и $(u - u_0) \cos \varphi_0$ по вышеприведенным формулам.

Можно также применить способ сомнеровых линий (см. § 167).

Эти соображения можно распространить на случай, когда наблюдается не две, а несколько, скажем n , звезд. Тогда, вычислив ζ и A для каждой наблюдаемой звезды, получим n уравнений для определения двух неизвестных φ — $\varphi_0 = x$ и $(u - u_0) \cos \varphi_0 = y$; обозначив $z_i = \zeta_i$ через c_i , получаем:

$$x \cos A_1 + y \sin A_1 = z_1 - \zeta_1 = c_1,$$

$$x \cos A_2 + y \sin A_2 = z_2 - \zeta_2 = c_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$x \cos A_n + y \sin A_n = z_n - \zeta_n = c_n.$$

Решение этих уравнений по способу наименьших квадратов приводит к следующим нормальным уравнениям:

$$x \sum \cos^2 A_i + y \sum \sin A_i \cos A_i = \sum c_i \cos A_i,$$

$$x \sum \sin A_i \cos A_i + y \sum \sin^2 A_i = \sum c_i \sin A_i.$$

Если азимуты $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ равномерно распределены по всей окружности, т. е.

$$A_1 - A_2 = A_2 - A_3 = A_3 - A_4 = \dots = A_n - A_1 = \frac{360^\circ}{n},$$

то $\sum \cos^2 A_i$ и $\sum \sin^2 A_i$ достигают значения $1/2 n$, а $\sum \sin A_i \cos A_i$ обращается в нуль. Это самая выгодная форма нормальных уравнений. Конечно, на практике невозможно найти такие звезды, которые в точности удовлетворяли бы этому условию, но нужно стремиться хотя приблизительно ему удовлетворить.

Однако при этих соображениях еще не принята в расчет та неучитываемая ошибка в измерении зенитного расстояния, о которой уже говорилось в § 63. Она сможет быть учтена, если для выражения ее принять определенную формулу, например, $k \sin z$. Тогда k войдет в наши уравнения в качестве третьего неизвестного, и уравнения напишутся так:

$$x \cos A_1 + y \sin A_1 + k \sin z_1 = c_1.$$

$$x \cos A_2 + y \sin A_2 + k \sin z_2 = c_2,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$x \cos A_n + y \sin A_n + k \sin z_n = c_n.$$

§ 127. Определение широты и поправки часов по наблюдениям звезд на равных, хотя бы и неизвестных, высотах. Еще в 1808 г. Гаусс указал, что если наблюдать три звезды на одной и той же высоте в определенные моменты по хронометру, то из этих наблюдений можно определить φ и u . Пусть координаты звезд суть: у звезды S_1 : α_1 и δ_1 ; у звезды S_2 : α_2 и δ_2 ; у звезды S_3 : α_3 и δ_3 . Моменты по хронометру, в которые эти звезды наблюдались на одной и той же, хотя бы и неизвестной, высоте, пусть будут: T_1, T_2 и T_3 . Допустим, что они так близки один к другому, что поправку в эти моменты можно считать одинаковой, равной u . Тогда мы сможем написать уравнения:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + u - \alpha_1),$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + u - \alpha_2),$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_3 + \cos \varphi \cos \delta_3 \cos (T_3 + u - \alpha_3).$$

Эти уравнения можно решать следующим образом. Примем за искомые величины φ и $t_1 = T_1 + u - \alpha_1$; обозначим разность $(T_2 + u - \alpha_2) - (T_1 + u - \alpha_1)$, т. е. разность $(T_2 - \alpha_2) - (T_1 - \alpha_1)$, через λ_2 , а разность $(T_3 + u - \alpha_3) - (T_1 + u - \alpha_1)$, т. е. разность $(T_3 - \alpha_3) - (T_1 - \alpha_1)$, через λ_3 ; ясно, что λ_2 и λ_3 — величины известные, так как T и α известны. Разделив наши уравнения на $\sin \varphi$ и вычтя из первого второе, а потом третье, находим

$$\sin \delta_1 - \sin \delta_2 + \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_1 \cos t_1 - \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_2 \cos (t_1 + \lambda_2) = 0,$$

$$\sin \delta_1 - \sin \delta_3 + \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_1 \cos t_1 - \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_3 \cos (t_1 + \lambda_3) = 0,$$

откуда получаем

$$\operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \cos \delta_2 \sin \lambda_2 + \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1 (\cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \lambda_2) = \sin \delta_3 - \sin \delta_1,$$

$$\operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \cos \delta_3 \sin \lambda_3 + \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1 (\cos \delta_1 - \cos \delta_3 \cos \lambda_3) = \sin \delta_3 - \sin \delta_1.$$

Вместо t_1 и φ введем новые переменные x и y :

$$x = \operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \quad \text{и} \quad y = \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1$$

и положим для краткости письма:

$$a_1 = \cos \delta_2 \sin \lambda_2, \quad b_1 = \cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \lambda_2, \quad c_1 = \sin \delta_2 - \sin \delta_1,$$

$$a_2 = \cos \delta_3 \sin \lambda_3, \quad b_2 = \cos \delta_1 - \cos \delta_3 \cos \lambda_3, \quad c_2 = \sin \delta_3 - \sin \delta_1.$$

Тогда наши уравнения обращаются в следующие:

$$a_1 x + b_1 y = c_1 \quad \text{и} \quad a_2 x + b_2 y = c_2.$$

Отсюда получаем

$$x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{A}{C} \quad \text{и} \quad y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{B}{C}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg} t_1 = \frac{A}{B} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{C}{A \sin t_1} = \frac{C}{B \cos t_1}.$$

Однако возможно решать уравнения и этого способа таким же образом, как мы решали сходные уравнения в предыдущем параграфе, а именно, исходя из приближенно известных значений широты φ_0 и поправки часов u_0 , получить *вычисленные* значения зенитных расстояний по формулам:

$$\cos z_1 = \sin \varphi_0 \sin \delta_1 + \cos \varphi_0 \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_0 - \alpha_1),$$

$$\cos z_2 = \sin \varphi_0 \sin \delta_2 + \cos \varphi_0 \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_0 - \alpha_2),$$

$$\cos z_3 = \sin \varphi_0 \sin \delta_3 + \cos \varphi_0 \cos \delta_3 \cos (T_3 + u_0 - \alpha_3).$$

Эти z не равны между собой вследствие того, что φ_0 и u_0 лишь приближенные, а не точные значения широты и поправки часов. С точными же значениями их, которые мы обозначим через $\varphi_0 + \Delta\varphi$ и $u_0 + \Delta u$, мы получим равные зенитные расстояния z , вследствие чего мы сможем написать:

$$\cos z = \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_1 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_0 + \Delta u - \alpha_1),$$

$$\cos z = \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_2 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_0 + \Delta u - \alpha_2),$$

$$\cos z = \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_3 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_3 \cos (T_3 + u_0 + \Delta u - \alpha_3).$$

Поступая так же, как в § 126 было поступлено с соответственными уравнениями, находим:

$$z - z_1 = \Delta\varphi \cos A_1 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_1,$$

$$z - z_2 = \Delta\varphi \cos A_2 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_2,$$

$$z - z_3 = \Delta\varphi \cos A_3 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_3.$$

Вычитая второе и третье уравнения из первого, получаем:

$$\zeta_2 - \zeta_1 = \Delta\varphi \, 2 \sin^{1/2}(A_1 + A_2) \sin^{1/2}(A_2 - A_1) + \\ + \Delta u \cos \varphi_0 \, 2 \sin^{1/2}(A_1 - A_2) \cos^{1/2}(A_1 + A_2),$$

$$\zeta_3 - \zeta_1 = \Delta\varphi \, 2 \sin^{1/2}(A_1 + A_3) \sin^{1/2}(A_3 - A_1) + \\ + \Delta u \cos \varphi_0 \, 2 \sin^{1/2}(A_1 - A_3) \cos^{1/2}(A_1 + A_3),$$

или:

$$\Delta\varphi \sin^{1/2}(A_1 + A_2) - \Delta u \cos \varphi_0 \cos^{1/2}(A_1 + A_2) = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2 \sin^{1/2}(A_2 - A_1)} = c_2,$$

$$\Delta\varphi \sin^{1/2}(A_1 + A_3) - \Delta u \cos \varphi_0 \cos^{1/2}(A_1 + A_3) = \frac{\zeta_3 - \zeta_1}{2 \sin^{1/2}(A_3 - A_1)} = c_3.$$

Из этих двух уравнений вычисляются $\Delta\varphi$ и $\Delta u \cos \varphi_0$ и тогда получаются

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi \quad \text{и} \quad u = u_0 + \Delta u.$$

Провести такие наблюдения возможно, вообще говоря, с любым универсальным инструментом; в особенности рационально проводить их с таким инструментом, у которого есть талькоттовский уровень, но это усложняет наблюдения и обработку наблюдений в том отношении, что зенитное расстояние, на котором наблюдается та или другая звезда, зависит от положения пузырька на трубке уровня. Поэтому-то этот способ наблюдения трех звезд на одной высоте получил особое распространение лишь после того, как специально для таких наблюдений был изобретен особый инструмент, так называемая призмная астролябия.

Идея его разрабатывалась несколькими авторами, но особое внимание на него было обращено после того, как Клод и Дриенкур придали ему довольно простую форму, французская фирма Жобен стала изготовлять этот инструмент для продажи, и хорошие качества его обнаружались на практике.

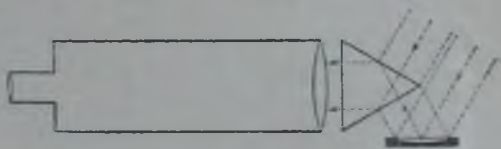
ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

ПРИЗМЕННАЯ АСТРОЛЯБИЯ

§ 128. Описание инструмента. Сущность наблюдения с ним. Существенные части призмной астролябии (фиг. 56) суть: 1) приблизительно горизонтальная труба; 2) трехгранная равноугольная стеклянная призма, у которой оптически отполированы все три грани; она прикреплена к объективу трубы так, что прилегающая к нему грань по возможности вертикальна, а ребра призмы горизонтальны; горизонтальность трубы и ребер призмы и вертикальность обращенной к объективу грани призмы требуются лишь с точностью до $1'$ дуги; 3) ртутный горизонт, т. е. медная амальгамированная тарелка, в которой налита тонким слоем ртуть. Весь инструмент может вращаться около вертикальной оси и отсчет по азимуту можно производить с точностью не более, как $1'$ дуги.

Действие его заключается в следующем: положим, что какая-либо звезда находится на зенитном расстоянии в 30° и инструмент постав-

лен так, что главное сечение призмы (т. е. плоскость, перпендикулярная к ее ребрам и граням), будучи близко вертикальным, так как ребра призмы близко горизонтальны, проходит через звезду; тогда лучи звезды входят в трубу двумя путями: 1) они падают под прямым углом на верхнюю грань призмы, претерпевают полное внутреннее отражение от нижней грани, падают перпендикулярно на вертикальную грань, прилегающую к объективу, и входят в объектив через нижнюю его половину; 2) лучи падают на ртутный горизонт, отражаются от него под углом, равным углу падения, проходят через нижнюю грань призмы перпендикулярно к ней, полностью отражаются внутри призмы от верхней грани, проходят через верхнюю половину вертикальной грани призмы перпендикулярно к ней и входят в объектив через верхнюю его половину. Так как и те и другие лучи идут перпендикулярно к вертикальной грани призмы, то они представляют собой как бы две половины одного и того же пучка параллельных лучей, и поэтому от них получается *одно единственное* изображение звезды в трубе, которое и видит наблюдатель близко от середины поля зрения трубы, поскольку соблюдены вышеуказанные условия вертикальности и горизонтальности различных частей инструмента.



Фиг. 56.

Но, как показывает подробное рассмотрение хода лучей, к которому мы сейчас перейдем, если зенитное расстояние звезды меньше (или больше) чем 30° , то получаются не одно, а *два* изображения звезды, расходящиеся тем более, чем больше зенитное расстояние звезды отличается от 30° .

Вообразим теперь себе, что звезда, находясь на восток от меридиана, поднимается вследствие сугочного вращения неба, достигает зенитного расстояния 30° и переходит через него; наблюдатель, глядя в трубу, будет сначала видеть *две* звезды, которые будут постепенно сближаться, перемещаясь в то же время слева направо или справа налево вследствие движения звезды по азимуту; пути обеих звезд будут пересекаться, и после совпадения на одно мгновение двух изображений звезды они далее станут расходиться; совпадение происходит как раз в тот момент, когда зенитное расстояние звезды равно в точности 30° ; этот момент совпадения изображений и должен отметить наблюдатель по своему хронометру. В этом заключается процесс наблюдения.

Существенная особенность этого инструмента для определения момента, когда звезда достигает всегда одного и того же зенитного расстояния, именно очень близкого к $30^\circ 00' 00''$, заключается в том, что *не требуется особой точности* ни во взаимном расположении частей инструмента, ни в его установке для достижения *тождества* в этом зенитном расстоянии при всех наблюдениях.

Это будет видно из теории призмной астрологии, к которой мы теперь переходим.

§ 129. **Ход лучей в идеальном инструменте.** Главная часть инструмента, определяющая все его особенности, это — призма. В идеальном случае она должна быть точно призмой, а не усеченной пирамидой, т. е. ребра ее параллельны одно другому; углы между гранями должны в точности равняться 60° ; она должна стоять так, чтобы ребра были горизонтальны, и грань BC , обращенная к объективу, вертикальна.

Положим, что эти условия соблюдены, что звезда находится в главном сечении призмы и что зенитное расстояние звезды есть $30^\circ - i$,



Фиг. 57.

где i — небольшой угол. Тогда внешняя нормаль к грани AB образует с вертикалью угол в 30° . Лучи звезды, как показано на фиг. 57, образуют с этой нормалью угол i ; соответствующий угол преломления r внутри призмы таков, что $\sin i = n \sin r$, где n — показатель преломления, как известно, различный для лучей разного цвета; внутри призмы $\angle DEA = 180^\circ - A - ADE = 180^\circ - 60^\circ - (90^\circ - r) = 30^\circ + r$; по закону отражения света $\angle DEA = \angle FEC$; следовательно, $\angle EFC = 180^\circ - C - \angle FEC = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + r) = 90^\circ - r$; значит,

угол падения внутри призмы на грани BC есть r , и луч выходит из призмы, образуя с нормалью к грани BC угол, равный i , и направляясь *снизу вверх* (фиг. 57).

Если теперь определить отклонение луча при прохождении через призму, то получим отклонение $\delta =$ отклонению при точке $D +$ отклонение при точке $E +$ отклонение при точке $F = (i - r) + 2DEA + (i - r) = 2(i - r) + 2(30^\circ + r) = 60^\circ + 2i$.

Лучи, идущие от той же звезды сначала на ртутный горизонт, а потом на призму, идут на нее снизу, при надирном расстоянии $30^\circ - i$; путь их совершенно симметричен с путем рассмотренных лучей, и в конце концов эти лучи выйдут из грани BC , образуя с нормалью к ней тоже $\angle i$, но направляясь *сверху вниз*. Таким образом, если звезда находится на зенитном расстоянии $30^\circ - i$, то одно изображение ее в поле зрения трубы будет *выше*, а другое *ниже* и угол между ними будет $2i$; при увеличении зенитного расстояния, т. е. при уменьшении i , изображения будут сближаться; при $i = 0$ они совпадут и при дальнейшем увеличении зенитного расстояния будут расходиться. Чтобы совпадение наблюдалось приблизительно в середине поля зрения трубы, нужно, чтобы труба была приблизительно горизонтальна, но в точности при этом совсем не требуется, и никакого креста нитей в середине поля зрения *быть не должно*, чтобы процесс совпадения изображений ничем не маскировался.

§ 130. **Ход лучей в неравноугольной призме.** Проследим теперь ход лучей в более общем случае, если они идут поперечному в главном сечении призмы, но сама призма не идеальная, углы A , B , C не равны между собой. Проследим сначала путь лучей, падающих на грань BC со стороны объектива под углом i с нормалью к грани BC и идущих снизу вверх, как показано на фиг. 58. Нужно различать

часть лучей, отражающихся на грани CA , от части их, отражающихся на грани BA . В обоих случаях угол преломления r таков, что $\sin i = n \sin r$, где n — показатель преломления света. Далее

$$\angle FEC = 180^\circ - CFE - ECF = 180^\circ - (90^\circ + r) - C = 90^\circ - C - r;$$

$$\angle DEA = \angle FEC.$$

$$\angle EDA = 180^\circ - DEA - A = 180^\circ - (90^\circ - C - r) - A = 90^\circ + C - A + r.$$

Поэтому угол r' падения лучей внутри призмы на грань AB равен $\angle EDA - 90^\circ = C - A + r$ и $\angle i'$ (см. чертеж) таков, что

$$\sin i' = n \sin (C - A + r).$$

Отклонение лучей от первоначального направления (до входа их в призму)

$$\delta_1 = -(i - r) + 2FEC - (i' - r') =$$

$$= -(i - r) + 2(90^\circ - C - r) - [i' - (C - A + r)].$$

Если таким же точно образом проследить путь лучей, отражающихся на грани AB , то получим

$$\angle F'E'B = \angle AB'D' = 180^\circ - (90^\circ - r) - B = 90^\circ - B + r;$$

$$\angle AD'E' = 180^\circ - (90^\circ - B + r) - A = (90^\circ + B - A - r).$$

Угол падения лучей на грань AC внутри призмы есть

$$r'' = 90^\circ - \angle AD'E' = A - B + r$$

и угол i'' (см. чертеж) таков, что $\sin i'' = n \sin (A - B + r)$.

Отклонение этих лучей от первоначального направления до входа их в призму равно

$$\delta_2 = (i - r) + 2F'E'B + [i'' - (A - B + r)] =$$

$$= (i - r) + 2(90^\circ - B + r) + [i'' - (A - B + r)].$$

Как видно из чертежа, отклонения лучей δ_1 и δ_2 происходят в разные стороны от первоначального общего направления их; поэтому, чтобы получить величину расхождения лучей, выходящих из призмы через грани AB и AC , нужно взять сумму $\delta_1 + \delta_2$. Получаем

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2(90^\circ - C - r) +$$

$$+ 2(90^\circ - B + r) + i'' - i' +$$

$$+ (C - A + r) - (A - B + r),$$

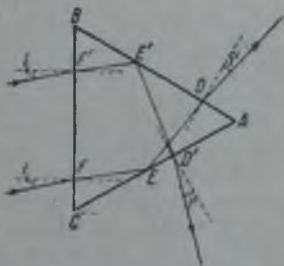
откуда, по приведении подобных членов, выводим

$$\delta = 360^\circ - C - B - 2A + i'' - i'.$$

Если, как это легко достигается на прак-

тике, i составляет лишь небольшое число минут дуги (не более 1°) и разница углов призмы A, B, C не более $1'$, то и углы i' и i'' тоже невелики и потому с очень малой ошибкой в δ , практически не достигающей $0'',016$, можно, вместо приведенных выше точных формул, принять, что

$$i' = nr' = n(C - A + r) \quad \text{и} \quad i'' = nr'' = n(A - B + r),$$



Фиг. 58.

и тогда, имея в виду, что $C + B + A = 180^\circ$, получаем

$$\begin{aligned}\delta &= 180^\circ - A + n(2A - B - C) = \\ &= 180^\circ - A + n(3A - 180^\circ) = 180^\circ - A - 2A + 2A + 3n(A - 60^\circ) = \\ &= 2A + (3n - 3)(A - 60^\circ) = 120^\circ + (3n - 1)(A - 60^\circ).\end{aligned}$$

Из этих выражений мы видим: 1) что расхождение лучей практически не зависит от угла i , если только он не больше 1° ; 2) что угол δ тем меньше разнится от 120° , чем ближе угол A призмы к 60° .

Представим теперь себе звезду на высоте, равной $\frac{1}{2}\delta$; лучи ее, отраженные от ртутного горизонта, идут как бы из-под горизонта под углом в $-\frac{1}{2}\delta$ к горизонту; поэтому, если поставить призму так, чтобы эти два пучка лучей от звезды шли через призму так же, как только что рассмотренные лучи, но в *противоположном* направлении, то оба эти пучка лучей выйдут из грани BC по одному и тому же направлению и в трубе будет видно *только одно* изображение звезды. Если же высота звезды будет меньше или больше, чем $\frac{1}{2}\delta$, то оба изображения звезды не будут совпадать и, слсвом, наблюдатель будет видеть в трубу то же самое явление, как и в случае равноугольной призмы (схождение, совпадение и расхождение двух изображений одной и той же звезды), но только высота звезды, при которой будет происходить совпадение изображений, будет в общем случае не 60° , а $\frac{1}{2}\delta$, т. е. $60^\circ + \frac{1}{2}(3n - 1)(A - 60^\circ)$, но она будет во всех случаях *практически одна и та же*, что и составляет сущность и основное требование рассматриваемого способа определения широты и поправки часов.

Заметим, что лучи каждого пучка разлагаются в спектр; если допустить попрежнему, что $i = n\gamma$, то выражения для δ_1 и δ_2 преобразуются в следующие:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= 2(90^\circ - C) - 2i - (n - 1)(C - A), \\ \delta_2 &= 2(90^\circ - B) + 2i - (n - 1)(B - A).\end{aligned}$$

Из этих выражений видно, что дисперсия зависит от разности углов $C - A$ и $B - A$ и исчезает только тогда, когда призма точно равноугольная: $A = B = C$. Совершенно точно этого достигнуть, конечно, нельзя, но в современной оптической технике без особого труда достигается, что эти разности не превосходят $1'$ дуги; для ослабления дисперсии полезно применять в качестве материала для призмы кронглас с малой дисперсией; тогда получается, что длина спектра каждого изображения звезды, от красного до фиолетового цвета, не превосходит $1''$ дуги, т. е. такой величины, которая уже не заметна при том увеличении трубы, которое обычно применяется в призмной астролябии.

§ 131. Ход лучей не в главном сечении призмы. До сих пор мы предполагали, что звезда находится в главном сечении призмы. Теперь нужно исследовать влияние, которое сказывается на наблюдаемую с призмной астролябией высоту звезды то обстоятельство, что звезда не находится в главном сечении призмы при условии, однако, что главное сечение точно вертикально.

Для выяснения этого влияния мы прибегнем к следующему способу рассуждения: через произвольную точку мы будем проводить линии, параллельные отдельным частям ломаного пути луча света и нормалям к граням призмы; вообразим затем сферу с центром в этой точке и

точки пересечения сферы с этим пучком лучей и будем расследовать отклонение луча по расположению различных точек на этой сфере.

Фиг. 59а изображает часть вспомогательной сферы, рассматриваемой снаружи. Вообразим проходящие через центр сферы O (не показанный на чертеже) прямые линии, параллельные: 1) нормали, направленной наружу, к грани AB , 2) нормали, направленной внутрь призмы, к грани AC , и 3) наружной нормали к грани BC . Обозначим точки пересечения этих трех прямых со сферой соответственно через N_1 , N_2 и N_3 . Соединим точки N_1 , N_2 и N_3 дугой большого круга. Тогда $N_1N_2 = N_2N_3 = N_3N_1 = 60^\circ$ в случае точно равноугольной призмы.

Допустим, что главное сечение вертикально и точка Z соответствует зениту. Если мы имеем призму, а не пирамиду, то четыре точки N_1 , N_2 , N_3 и Z лежат на одном большом круге.

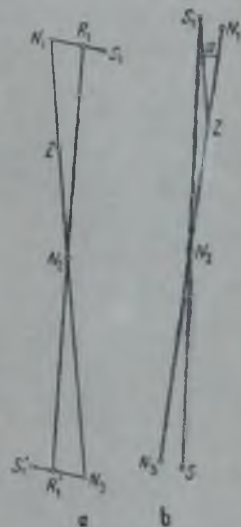
Так как лучи от звезды во время наблюдения падают на призму приблизительно перпендикулярно к грани AB , то точка S_1 , соответствующая этим лучам, находится близко от точки N_1 . Луч, преломленный на грани AB , лежит в плоскости S_1N_1 и изображается точкой R_1 такой, что $\sin S_1N_1 = n \sin R_1N_1$ по закону преломления света; луч, отраженный от грани AC , расположен под таким же углом к нормали этой грани, как и падающий луч; поэтому точка R_1' , изображающая его, расположена на сфере так, что $R_1N_2R_1'$ есть дуга большого круга и $R_1N_2 = N_2R_1'$. Так как R_1 близко от N_1 и N_1N_2 точно или по крайней мере очень близко равно N_2N_3 , то R_1' лежит близко от N_3 .

Наконец, луч, преломленный на грани BC и выходящий из призмы в объектив, изобразится на сфере точкой S_1' такой, что $\sin N_3S_1' = n \sin N_3R_1'$, причем S_1' , N_3 и R_1' лежат на одном большом круге. Отклонение лучей, выходящих из призмы, от направления их до входа в призму равно $180^\circ - S_1S_1'$.

Допустим теперь для простоты рассуждения, что призма равноугольная и грань BC вертикальна. Тогда $N_1N_2 = N_2N_3 = 60^\circ$, $N_1Z = ZN_2 = 30^\circ$. Если звезда находится в главном сечении, то S_1 совпадает с N_1 и S_1' с N_3 . Тогда отклонение лучей $180^\circ - S_1S_1'$ точно равно $180^\circ - N_1N_3 = 60^\circ 00' 00''$.

Представим теперь себе, что призма выведена из этого положения поворотом около вертикальной линии на небольшой угол a . Тогда получим фиг. 59b, причем $ZS_1 = 30^\circ$ и угол $N_1ZS_1 = a$. Отклонение лучей есть $\delta = 180^\circ - S_1S_1'$; но в настоящем случае $S_1N_2 = N_2S_1'$, поэтому $\delta_1 = 180^\circ - 2S_1N_2$. Выразим его в функции $ZS_1 = 30^\circ$ и a . Из сферического треугольника S_1ZN_2 , в котором $S_1Z = ZN_2 = 30^\circ$ и угол $S_1ZN_2 = 180^\circ - a$, получаем

$$\begin{aligned} \cos S_1N_2 &= \cos 30^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \sin 30^\circ \cos (180^\circ - a) = \\ &= \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ \cos a = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ (1 - 2 \sin^2 1/2 a) = \\ &= \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ + 2 \sin^2 30^\circ \sin^2 1/2 a = \cos 60^\circ + 1/2 \sin^2 1/2 a. \end{aligned}$$



Фиг. 59.

Поэтому находим

$$\cos S_1 N_2 - \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a$$

или

$$2 \sin \frac{1}{2} (S_1 N_2 + 60^\circ) \sin \frac{1}{2} (60^\circ - S_1 N_2) = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Отсюда видно, что при малости угла a угол $S_1 N_2$ очень мало разнится от 60° , и потому можно положить $S_1 N_2 + 60^\circ = 120^\circ$, и тогда

$$2 \sin \frac{1}{2} (60^\circ - S_1 N_2) = \frac{1}{2 \sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Наконец, заменяя синус малого угла самым углом и выражая его в секундах дуги, получаем

$$S_1 N_2 = 60^\circ - \frac{206\,265''}{2 \sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a \quad \text{и} \quad \delta = 60^\circ + \frac{206\,265''}{\sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Таково же будет отклонение другого пучка лучей, который прежде вхождения в призму через грань AC отражается от ртутного горизонта, и такова же будет, следовательно, высота звезды, если оба изображения ее в трубе совпадают. Если вычислить величину отличия этого угла от 60° , т. е. величину $(206\,265''/\sin 60^\circ) \sin^2 \frac{1}{2} a$ для различных углов a , то получим

$$\begin{array}{l} \text{при } a = 600'', \quad 120'', \quad 60'' \\ \delta - 60^\circ = 0'',504, \quad 0'',020, \quad 0'',005, \end{array}$$

т. е. если наблюдение совпадения двух изображений звезды в трубе происходит так, что азимут главного сечения призмы отличается от азимута звезды на $1'$, то высота отличается от той, какая была бы при совпадении этих азимутов, всего лишь на $0'',005$, т. е. на совершенно ничтожную величину; даже при несовпадении этих азимутов на $2'$ ошибка достигает лишь $0'',020$.

§ 132. Применение автоколлимации. Из изложенного в § 129—131 вытекает следующее: так как наблюдение совпадения двух изображений звезды рационально производить в середине поля зрения трубы (повторяем, без всякого креста нитей в этом месте), то призма лишь приблизительно, до $1'$ дуги, должна быть ориентирована относительно трубы так, чтобы грань BC была перпендикулярна к визирной линии трубы, т. е. к прямой, идущей от середины поля зрения к внутренней главной точке объектива (или, можно сказать с достаточной точностью, к центру объектива).

Для этой цели применяется так называемый принцип автоколлимации. В поле зрения трубы помещается прямоугольник из толстых нитей или проволок, середина которого приблизительно совпадает с серединой поля зрения окуляра. Вместо обыкновенного окуляра вставляется такой окуляр, в котором между передним и задним стеклами помещено под углом в 45° к оси окуляра тонкое плоскопараллельное стекло, а в середине трубки окуляра сделано отверстие, через которое проходит свет от лампочки.

Этот свет отражается от упомянутой стеклянной пластинки, проходит через заднюю линзу окуляра, через диафрагму, содержащую прямоугольник нитей, через объектив, падает на грань BC призмы, отражается от нее, проходит обратно через объектив, диафрагму, весь окуляр и попадает в глаз наблюдателя. Наблюдатель видит тогда и

действительный прямоугольник нитей, как и без такого освещения, и, кроме того, *отраженный*, получающийся вследствие отражения света лампочки от грани *ВС*. Нужно сообразить, что если грань *ВС* перпендикулярна к визирной линии трубы, то *отраженный* прямоугольник совпадает с *действительным*; этого и можно в инструменте достигнуть при помощи особых винтов, изменяющих в небольших пределах расположение призмы относительно трубы и притом с достаточной для практики точностью, примерно до 1' дуги.

Если теперь пронивелировать инструмент обычным приемом, для чего при нем имеется надлежащий уровень, не очень чувствительный, потому что не требуется и высокой точности нивелировки, то визирная линия будет в достаточной степени горизонтальна и грань *ВС* вертикальна, и инструмент будет готов к наблюдению, кроме только того, что главное сечение призмы может еще не быть достаточно близким к вертикальной плоскости. Но эта последняя часть установки инструмента делается уже тогда, когда наблюдатель увидит в трубу два изображения звезды, пока она еще не достигла высоты в 60°.

§ 133. Случай, когда главное сечение призмы не вертикально. Если главное сечение призмы не вертикально, то прямая линия, соединяющая оба изображения звезды в трубе, тоже не вертикальна; наблюдатель должен обратить внимание на эту сторону явления, и если он действительно замечает, что два изображения звезды не расположены на одной вертикальной линии (для большей уверенности в суждении об этом ему служат вертикальные стороны прямоугольника нитей), то он особым винтом поворачивает призму или всю трубу вместе с призмой около горизонтальной оси, совпадающей с осью трубы, до тех пор, пока линия, соединяющая оба изображения, не окажется вертикальной. Он должен успеть сделать это за несколько секунд до момента совпадения изображений, чтобы оставить инструмент к этому моменту в полном покое и со всем вниманием отметить этот момент по хронометру.

Если таким же путем, какой мы применили в § 131, исследовать величину влияния неточной вертикальности главного сечения призмы на величину высоты, на которой наблюдаются звезды при совпадении обоих ее изображений, то оказывается, что непостоянство этой высоты, если угол между главным сечением призмы и вертикальной линией обозначить через b , выражается следующим образом:

$$\Delta h = 4 \sin 60^\circ \cdot 206\,265'' \cdot \sin^2 \frac{1}{2} b.$$

При различных углах b это выражение имеет значения

$$b = 600'', \quad 120'', \quad 60'';$$

$$\Delta h = 1'',512, \quad 0'',060, \quad 0'',015.$$

Таким образом эта ошибка самая большая в призмённой астролябии, но она, как уже указано, устраняется во время самого процесса наблюдения.

Из предыдущего изложения видно, что наклон лучей, входящих из призмы в объектив, к нормали вертикальной грани призмы в плоскости главного сечения гораздо менее влияет на величину того

зенитного расстояния, на котором находится звезда в момент совпадения ее изображений в трубе, чем отклонение звезды от плоскости главного сечения призмы или, что то же самое, различие азимута звезды от азимута главного сечения призмы. Отсюда следует, что нет нужды очень ограничивать то место в поле зрения трубы, где нужно наблюдать это совпадение, и притом наблюдателю может быть дан большой простор в вертикальном направлении, чем в горизонтальном. Поэтому-то в призмной астролябии, изготовляемой Оптико-механическим о-вом в Париже, в поле зрения трубы помещается прямоугольник нитей, у которого вертикальная сторона содержит $20'$ дуги, а горизонтальная только $5'$. Наблюдение совпадений обоих изображений надлежит производить в пределах этого прямоугольника.

Практика показала, что выгодно для точности наблюдения наблюдать не точное совпадение двух изображений звезды, а момент, когда они находятся на одной *горизонтالي* в трубе; для этой цели следует не доводить главное сечение призмы до точной вертикальности, но сохранить небольшую величину угла b , например не более $1'$ дуги. Тогда совпадение изображений не будет, но они будут проходить очень близко одно мимо другого.

В результате наших рассуждений мы приходим к заключению, что при *легко* достижимых пределах ошибок как в самой призме, так и в установке призмы и трубы высота, на которой наблюдаются звезды с данным инструментом, *постоянна* в пределах немногих ($1—2$) *сотых* долей секунды дуги, и с этой стороны призмная астролябия оказывается особенно подходящим инструментом для применения способа равных высот с целью одновременного определения широты места и поправки часов.

В конце концов самой чувствительной частью инструмента оказывается ртутный горизонт. Как уже сказано, он представляет собой мелкую тарелочку из красной меди, в которую тонким слоем налита ртуть. Тарелка должна быть амальгамирована, чтобы ртуть смачивала ее. Ртуть должна быть чиста, без пленки и грязи на ее поверхности. Ее нужно очень оберегать от ветра, потому что уже легкий ветер может произвести рябь на поверхности ртути, и от этой ряби то изображение звезды, которое получается отражением света на ртути, перестает быть таким резким, как другое. Для защиты от ветра рекомендуется покрывать ртутный горизонт двускатной крышкой, в двух сторонах которой проделаны круглые отверстия лишь такого размера, чтобы они не ограничивали пучка лучей, могущих пройти в объектив.

§ 134. Число наблюдаемых звезд и подбор их. Подобно тому как на плоскости круг определяется тремя точками, так и в рассматриваемой задаче с точки зрения теории необходимо и достаточно *про*-наблюдать на одном и том же зенитном расстоянии три звезды. Однако при этом предполагается, что наблюдения не содержат какого-либо просчета. На практике, подобно другим задачам практической астрономии, лучше не довольствоваться минимумом необходимых наблюдений, а иметь их несколько больше, чтобы быть уверенным в отсутствии в каком-либо из них грубой ошибки и иметь возможность хоть приблизительно оценить точность получаемых результатов. С другой стороны, центр круга, проходящего через три или четыре точки, опре-

деляется тем увереннее, чем ближе три точки образуют равносторонний треугольник, а четыре точки — квадрат. Поэтому при подборе звезд для рассматриваемого способа рекомендуется наблюдать в одной серии самое меньшее 4 звезды, расположенные в азимутах, разнящихся друг от друга на 90° , например на ЮЗ, СЗ, СВ, ЮВ, как это специально рекомендуется в руководстве к работам с призмной астролябией Нокс Шоу и Болла¹⁾.

Конечно, перед наблюдениями необходимо составить программу вечера, и это удобно делать, лишь если есть под руками специальные вспомогательные таблицы. Такие таблицы находятся, например, в указанной книге Нокс Шоу и Болла. Они содержат для ряда широт данные относительно часа и минуты звездного времени, когда та или другая яркая звезда, до $4\frac{1}{2}$ величины, проходит через высоту в 60° , и азимут ее в это время. С помощью этих таблиц наблюдатель быстро может подобрать подходящие звезды так, чтобы промежутки между наблюдениями звезд были не очень малы и не очень велики и чтобы азимуты звезд соответствовали вышеуказанным требованиям.

Для установки инструмента в азимуте звезды в инструменте есть горизонтальный круг, по которому скользит указатель, соединенный с подставкой, на которой прикреплена труба с призмой и ртутный горизонт. Однако в силу особенностей устройства инструмента его нельзя направить на Полярную звезду, по которой обыкновенно определяют место меридиана на горизонтальном круге. Поэтому приходится прибегать к магнитной стрелке. Она помещается в узкой коробке, скрепленной с трубой; в коробке есть шкала, помещенная так, что если конец стрелки стоит на нуле, то визирная линия трубы находится в *магнитном* меридиане. При такой установке трубы получается отсчет на горизонтальном круге, соответствующий магнитному меридиану. Чтобы получить отсчет на круге, соответствующий астрономическому меридиану, нужно знать *магнитное склонение* в месте наблюдения, т. е. угол между магнитным и астрономическим меридианами. Склонение называется восточным, если северный конец магнитной стрелки находится к востоку (а следовательно, южный к западу) от астрономического меридиана. Следовательно, зная отсчет круга, соответствующий магнитному меридиану, и склонение стрелки, простым сложением или вычитанием можно получить место астрономического меридиана на круге. В некоторых приборах сам круг (или указатель) может вращаться около вертикальной оси, и тогда можно в начале наблюдений сделать так, чтобы место астрономического меридиана на круге было нуль. Это, конечно, облегчает установку прибора в азимуте наблюдаемой звезды.

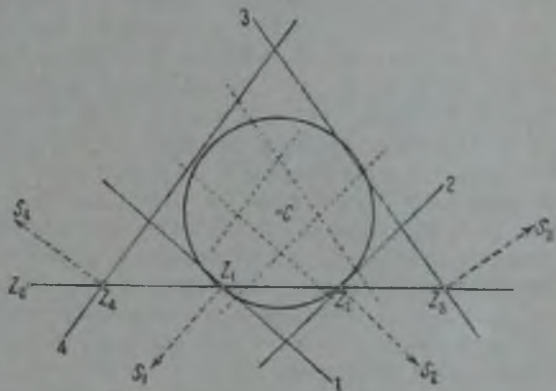
§ 135. **Обработка наблюдений.** Для обработки произведенных наблюдений было предложено несколько способов. Мы изложим наполовину вычислительный, наполовину графический способ, предложенный названными выше авторами Нокс Шоу и Боллом.

Заметим прежде всего, что то постоянное зенитное расстояние, на котором наблюдаются звезды с данным инструментом, всегда близко

¹⁾ *Knox Shaw and R. Boll, Prismatic Astrolaby.*

меридиан и точку Z_1 мы можем назвать зенитом, вычисленным по звезде S_1 . Пусть Z_2, Z_3, Z_4 — точки, полученные для звезд S_2, S_3, S_4 таким же образом, как точка Z_1 получена для звезды S_1 .

Если бы φ_0 и z_0 в точности равнялись действительным значениям широты и постоянного зенитного расстояния нашего инструмента, то точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , вычисленные по 1-й, 2-й, 3-й и 4-й звезде, совпадали бы; обратно, если бы они совпадали, то принятое значение широты φ_0 было бы точным ее значением, и тогда вычисленные поправки хронометра u_1, u_2 и т. д. тоже были бы равны между собой и это была бы *искомая* поправка хронометра. Но так как φ_0 и z_0 , вообще говоря, не будут теми значениями этих величин, то и точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 на круге CD совпадать не будут. Однако, если φ_0 и z_0 не очень ошибочны, то точки Z_1, Z_2 и т. д. будут *близки* одна к другой, и мы сможем близкую к ним часть



Фиг. 61.

сферы принять за плоскость и дальнейшие рассуждения и операции проводить с достаточной точностью на плоском чертеже.

Поэтому часть дуги CD между точками Z_1, \dots, Z_4 мы примем за прямую (фиг. 61) и нанесем точки Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 в каком-нибудь масштабе, например 1 секунда дуги = 1 мм, исходя из следующих соображений: пусть $S_i (\alpha_i, \delta_i)$ — одна из наблюдаемых звезд, T_i — время наблюдения ее, t_i — часовой угол, вычисленный, как объяснено выше. Тогда $\alpha_i + t_i - T_i$ есть *вычисленная* поправка хронометра u_i . Пусть, как и выше, u_0 означает *принятую* поправку хронометра. Далее $\alpha_i + t_i$ есть местное звездное время в момент наблюдения звезды S_i , т. е. прямое восхождение зенита, т. е. точки Z_i . С другой стороны, $T_i + u_0$ есть то, что можно назвать *принятым* местным звездным временем в этот же момент или же прямым восхождением точки Z_0 . Следовательно, разность $(\alpha_i + t_i) - (T_i + u_0)$, равная $(\alpha_i + t_i - T_i)$, или же $u_i - u_0$ есть исправление (поправка) *принятой* поправки хронометра u_0 на основании наблюдений звезды S_i . Поэтому, приняв на чертеже, что начало координат изображает *принятую* поправку хронометра u_0 (или же точку Z_0), мы откладываем вправо по положительным значениям абсцисс величины $u_i - u_0$, обращенные в секунды дуги умножением на 15 и еще умноженные на $\cos \varphi_0$, чтобы получить секунды дуги большого круга вдоль параллели CD . Нужно откладывать точки Z_1, Z_2, \dots *вправо* от начала координат, потому что мы условились, что u_0 алгебраически меньше всех u_i . После этого по известным нам азимутам звезд S_1, S_2, S_3 и т. д. проведем направления $Z_1 S_1$ от вычисленного зенита Z_1 к звезде S_1 , от Z_2 к S_2 и т. д. и прямые через

Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , перпендикулярные к направлениям $Z_1S_1, Z_2S_2, Z_3S_3, Z_4S_4$. Эти прямые изображают собой малые части кругов, описанных из S_1, S_2, S_3 и S_4 радиусом, равным z_0 ; обозначим эти прямые цифрами 1, 2, 3, 4, как на чертеже, и условимся называть их *линиями положения* по аналогии с сомнеровыми линиями в навигации (см. § 167). Они образуют некоторый четырехсторонник. Если ясно представить себе еще раз их происхождение, то нетрудно сообразить, что если бы мы взяли вместо z_0 несколько большую величину $z_0 + \Delta z$, то каждая линия положения, сохраняя свое направление, отодвинулась бы от ее звезды на величину Δz и приняла бы положение, обозначенное на чертеже пунктирной линией. При дальнейшем увеличении z_0 три из линий положения необходимо пересеклись бы в одной точке, и эта точка изображала бы на нашем чертеже *истинное* место зенита: ее абсцисса дала бы нам разницу $(u - u_0) \cdot 15 \cos \varphi_0$, где u — действительная, искомая поправка хронометра; а ее ордината (в принятом масштабе $1'' = 1 \text{ м.м.}$) дала бы нам искомую поправку принятой широты φ_0 . Но легко видеть, что эта точка пересечения трех линий положения есть не что иное, как центр круга, касательного к трем первоначально проведенным линиям положения без всякого дополнительного Δz .

Если, как это рекомендуется из практических соображений, пронаблюдено не три, а четыре звезды, то нельзя, конечно, провести круг, точно касающийся всех четырех линий положения, и нужно пробами провести такой круг, который бы *возможно* ближе проходил вблизи от каждой из них, до некоторых немногих не доходя, некоторые немного пересекая. Степень близости его окружности к четырем линиям положения может служить указанием на степень точности наблюдений и вычислений.

Кроме того, радиус этого круга дает нам в принятом масштабе поправку Δz_0 принятого постоянного зенитного расстояния z_0 нашего инструмента, так что после немногих, проведенных таким образом вычислений мы получаем уже более точную величину его: $z_0 + \Delta z_0$, с которой и будем проводить дальнейшие вычисления.

Неудобство в чертеже может быть лишь в том случае, если он получается слишком большим, что может случиться, если значения φ_0 и z_0 далеки от истинных значений этих величин. В таком случае придется провести вычисление дважды: сначала по чертежу, построенному с исходными данными φ_0 и z_0 , но в меньшем масштабе, например 1 минута дуги = 10 м.м., определить приближенно поправки $\Delta \varphi_0$ и Δz_0 , а потом с новыми значениями: $\varphi_0 + \Delta \varphi_0$ и $z_0 + \Delta z_0$ провести вновь все вычисления и построение чертежа, из которого и получить дополнительные поправки широты и постоянного расстояния нашего инструмента.

Нокс Шоу и Болл вносят в изложенный способ построения чертежа изменение, несущественное с теоретической стороны, но несколько облегчающее работу на практике. Именно, они предлагают увеличить чертеж с сохранением его масштаба ($1'' = 1 \text{ м.м.}$) в отношении $1 \text{ к } \cos \varphi_0$ и для этого отрезки Z_0Z_1, Z_0Z_2, Z_0Z_3 и т. д. брать равными $(u_1 - u_0) 15''$, $(u_2 - u_0) 15''$ и т. д. *без умножения* на $\cos \varphi_0$; затем проводить, как указано, направления Z_1S_1, Z_2S_2, Z_3S_3 и т. д. и линии положения и отыскивать центр окружности, проходящей возможно

ближе к линиям положения. Тогда абсцисса этого центра есть $(u - u_0) 15''$, а ордината его есть $\Delta\varphi_0 \sec \varphi_0$; поэтому, умножив ее на $\cos \varphi_0$, получаем $\Delta\varphi_0$. Смысл этого изменения в том, что вместо многократных умножение абсцисс $(u_i - u_0)$ на $\cos \varphi_0$ для построения чертежа нужно один раз умножить на $\cos \varphi_0$ ординату центра. Понятно, что при таком построении радиус круга не есть поправка z_0 ; для получения Δz нужно радиус круга, выраженный в секундах дуги, умножить на $\cos \varphi_0$.

ГЛАВА ПЯТНАДЦАТАЯ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОТЫ, ПОПРАВКИ ЧАСОВ И АЗИМУТА ЗЕМНОГО ПРЕДМЕТА

§ 136. Краткие характеристики различных способов приближенных определений. Можно располагать универсальным инструментом и часами, но невысокого качества, и проводить наблюдения так, как указано выше, но с меньшей точностью. Тогда целесообразно и вычисления производить упрощенно с малым числом знаков в логарифмах. Иногда бывает важно, как можно скорее вычислить из наблюдений широту или поправку часов, или азимут. В таких случаях следует пользоваться специальными таблицами для подобных быстрых вычислений. Таковы, например, таблицы проф. В. В. Ахматова «Высота и азимут в три минуты», 3-е изд. Гидрографического отдела УМС РККА, 1936; они дают искомые величины с точностью до десятой доли минуты дуги.

Можно избрать какое-либо специальное расположение избранных звезд по отношению к зениту (с помощью глобуса или же мысленно) и из наблюдения его выводить широту или поправку часов, или азимут, а иногда и все эти величины одновременно. Вот примеры:

1. Положим, что мы можем измерить в один и тот же момент времени зенитное расстояние z Полярной звезды и разность азимутов ΔA Полярной и какой-либо вспомогательной звезды S , находящейся не очень далеко от ее нижней кульминации, например меньше 4 часов до кульминации или после кульминации. Вообразим на небесной сфере (для наглядности на звездном глобусе) такую точку X , что ее расстояние от Полярной равно измеренному z (конечно, исправленному за рефракцию) и что угол между направлениями из X на Полярную и на вспомогательную звезду S равен измеренному ΔA , причем X ближе к Полярной, чем к S . Нетрудно сообразить, что такая точка X вполне соответствует зениту места наблюдения и что таких точек может быть две. Они различаются по тому, что у одной для наблюдателя Полярная правее звезды S , а у другой Полярная левее, чем S . Если же место зенита на небесной сфере известно, то известны и широта места, равная склонению зенита, и направление меридиана, а значит, и звездное время в момент наблюдения, и азимут каждой наблюдаемой звезды, а значит, и место меридиана на горизонтальном круге инструмента. Можно в формулах выразить связь этих величин с измеренными z и ΔA и координатами α и δ Полярной и α' и δ' вспомога-

тельной звезды. Очень точно произвести такое одновременное наблюдение обеих звезд, конечно, нельзя, но приближенно — возможно. Для этого наблюдаем звезду S и отсчитываем горизонтальный круг, потом Полярную и отсчитываем вертикальный и горизонтальный круги, потом опять звезду S и отсчитываем горизонтальный круг; при всех наведениях трубы на звезду замечаем показание часов. Это делаем при положениях инструмента $K. П.$ и $K. Л.$ Тогда можно проинтерполировать для момента наблюдения Полярной отсчет горизонтального круга для звезды S и таким образом получить как бы одновременное наблюдение обеих звезд. Так как эта интерполяция неизбежно может быть только приближенной, то и способ этот, как и всякий другой в этом ему подобный, дает лишь приближенные значения искомым величин.

Для быстроты вычислений по этому способу составлены вспомогательные таблицы И. Жонголовича «Метод одновременного определения азимута, широты и звездного времени. Теория. Вспомогательные таблицы», изд. Астрономического института, 1935. Эта книга содержит таблицы для применения этого способа в любой час звездного времени с применением в качестве вспомогательной звезды одной из следующих звезд: γ Кассиопеи, α Возничего, α Большой Медведицы, β Большой Медведицы, α Лебеда. Таблицы составлены так, что по ним можно обрабатывать наблюдения с 1935 по 1945 г.

2. Для определения широты удобно измерять высоту Полярной в известный по часам момент звездного времени, но задание этого момента можно заменить измерением высоты подходящей вспомогательной звезды S в тот же момент, когда измерена высота Полярной. Этих двух высот достаточно для того, чтобы на небесной сфере определить соответствующее место зенита, как точку X пересечения двух малых кругов, описанных из Полярной и из звезды S сферическими радиусами, соответственно равными измеренным (и исправленным от рефракции) зенитным расстояниям этих звезд. Таких точек X — две, но они, как и в первом способе, различаются по тому, какая звезда для наблюдателя правая, какая левая. Такова идея способа проф. А. А. Михайлова для приближенного определения широты. Наблюдения понятны: труба наводится на Полярную, затем на звезду S и опять на Полярную при $K. П.$ и при $K. Л.$ и каждый раз отсчитывается вертикальный круг. При каждом наблюдении замечается время по каким-либо (хотя бы неверным) часам лишь для того, чтобы можно было проинтерполировать высоту Полярной для момента наблюдения звезды S . Вычисления наблюдений очень сложны, но они сильно облегчены таблицами, которые составлены проф. А. А. Михайловым. Подробная теория и таблицы опубликованы в № 10 журнала «Геодезист» за 1931 г. Вспомогательными звездами избраны δ Кассиопеи и ζ Большой Медведицы.

3. Способ проф. Ф. Н. Красовского для определения азимута земного предмета отличается от предыдущих примеров тем, что он предполагает предварительное знание широты места наблюдения. Если известна широта, то для нахождения азимута Полярной, точки меридиана на горизонтальном круге, а значит, и азимута земного предмета нужно

знать звездное время наблюдения. В способе проф. Красовского это задание звездного времени заменяется измерением разности азимутов Полярной и вспомогательной звезды S . Наблюдения аналогичны наблюдениям в способе проф. Михайлова, только вместо отсчетов вертикального круга производятся отсчеты горизонтального круга и отмечаются моменты по каким-либо часам только для интерполирования отсчета при вспомогательной звезде на момент наблюдения Полярной. Для обработки наблюдений М. Н. Смирновым составлены специальные вспомогательные «Таблицы для определения азимута земного предмета по способу проф. Ф. Н. Красовского на 1937—1941 гг.» (изд. ГУГСК, М., 1937). Вспомогательными звездами служат δ Кассиопеи и ζ Большой Медведицы.

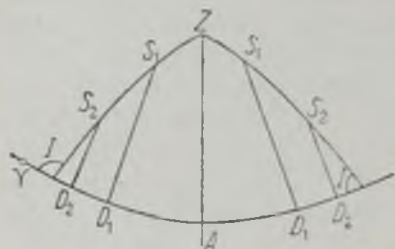
Хронологически способ проф. Красовского был предложен первым (еще в 1924 г.), затем был опубликован способ проф. Михайлова (1931 г.), а потом таблицы Жонголовича. Мы изложили примеры в порядке их общности. В порядке простоты наблюдений нужно было бы начинать со способа проф. Красовского.

§ 137. Приближенное определение широты и поправки часов при помощи отвеса, двух отвесов или нитяного треугольника. При работе с универсальным инструментом легко наблюдать звезды на одинаковых высотах, потому что уровень удобно применять для контроля одинаковой высоты при наблюдениях. Напротив, в случае приближенных наблюдений, без инструментов, нет простого средства для определения момента прохождения двух звезд через одну и ту же высоту, но есть простое средство в виде отвеса для определения момента одновременного прохождения двух звезд через один и тот же вертикальный круг. Такое наблюдение, напротив, затруднительно с универсальным инструментом, потому что наклонность горизонтальной оси и коллимация при вращении трубы около горизонтальной оси отклоняют визирную линию трубы от одной и той же вертикальной плоскости и нет средства следить за этими отклонениями так просто, как возможно следить при помощи уровня за отклонением трубы от заданного зенитного расстояния.

Для наблюдения берут отвес в виде белого шнурка с грузом, который для затруднения качания погружают в сосуд с жидкостью; шнур освещается лампой. Из двух звезд одну выбирают ближе к зениту, другую ближе к горизонту и, взглядывая по очереди то на одну, то на другую, подмечают тот момент, в который они обе проходят за нитью отвеса. Или же образуют вертикальную плоскость либо при помощи двух отвесов, либо при помощи нитяного треугольника, перекидывая шнурок через два гвоздика вверх и соединяя их концы внизу и привешивая здесь груз. При наблюдении отмечают момент, когда обе звезды одновременно проходят через эту вертикальную плоскость. Заметим теперь же, что в случае если осуществлена такая плоскость, можно наблюдать и не одновременные, а поочередные, но следующие вскоре одно за другим прохождения двух звезд через эту плоскость, одну и ту же для обеих звезд (см. ниже).

Пусть T — момент по часам или по хронометру одновременного прохождения двух звезд через одну и ту же вертикальную плоскость;

тогда если известны координаты звезд $S_1(\alpha_1, \delta_1)$ и $S_2(\alpha_2, \delta_2)$, то либо можно определить широту φ , если известна поправка хронометра u , и, значит, можно вычислить звездное время s для момента наблюдения, либо можно определить s и, следовательно, поправку хронометра, если известна широта φ . Действительно (фиг. 62), пусть $\alpha_0, \delta_0 = 0$ суть координаты той точки экватора S_0 , в которой его пересекает круг S_1S_2 , проходящий через обе звезды; I — угол между этим кругом и экватором; пусть A — точка экватора в верхней кульминации; P — полюс; Z — зенит; Υ — точка весеннего равноденствия; следовательно, ΥA — угол,



Фиг. 62.

равный звездному времени s ; $ZA = \varphi$; S_1D_1 и S_2D_2 — круги склонения звезд. Тогда будем иметь

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_1 &= \operatorname{tg} I \sin (\alpha_0 - \alpha_1), & \operatorname{tg} \delta_2 &= \operatorname{tg} I \sin (\alpha_0 - \alpha_2), \\ \operatorname{tg} \varphi &= \operatorname{tg} I \sin (\alpha_0 - s). \end{aligned} \quad (29)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} I &= \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin (\alpha_0 - \alpha_1)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\sin (\alpha_0 - \alpha_2)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_1 + \operatorname{tg} \delta_2}{\sin (\alpha_0 - \alpha_1) + \sin (\alpha_0 - \alpha_2)} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \delta_1 - \operatorname{tg} \delta_2}{\sin (\alpha_0 - \alpha_1) - \sin (\alpha_0 - \alpha_2)} \end{aligned}$$

на основании известных свойств пропорции.

Последнее равенство преобразуется в такое:

$$\begin{aligned} &\frac{\sin (\delta_1 + \delta_2)}{\cos \delta_1 \cos \delta_2 2 \sin \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \right\} \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)} = \\ &= \frac{\sin (\delta_1 - \delta_2)}{\cos \delta_1 \cos \delta_2 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1) \cos \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \right\}}, \end{aligned}$$

откуда получаем

$$\operatorname{tg} \left[\alpha_0 - \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] = \frac{\sin (\delta_1 + \delta_2)}{\sin (\delta_1 - \delta_2)} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1).$$

По этой формуле вычисляется α_0 . Для того чтобы вычисление мало зависело от ошибки в δ_1 и δ_2 , нужно, чтобы разность $\delta_2 - \delta_1$ не была очень мала; теоретически лучше всего, если она близка к 90° , но тогда наблюдение становится невыполнимым. Когда α_0 вычислено, то φ и s вычисляются из следующих уравнений:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_1 \frac{\sin (\alpha_0 - s)}{\sin (\alpha_0 - \alpha_1)} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_2 \frac{\sin (s - \alpha_0)}{\sin (\alpha_2 - \alpha_0)}, \quad (30)$$

которые легко получаются из уравнения (29).

Каждое из них дает либо φ , если известно s , либо s , если известно φ . Чтобы найти наивыгоднейшие условия наблюдений, находим зависимость между поправками φ и s и для этого дифференцируем уравнение (30). Получаем

$$\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = - \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin (\alpha_0 - \alpha_1)} \cos (\alpha_0 - s) ds.$$

Отсюда находим

$$\frac{ds}{d\varphi} = - \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}{c \cdot s^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)}.$$

Это значит, что $ds/d\varphi = 0$, если $\sin(\alpha_0 - \alpha_1) = 0$, т. е. $\alpha_0 - \alpha_1 = 0^\circ$ или $\alpha_0 - \alpha_1 = 180^\circ$; в обоих случаях, как нетрудно видеть из уравнений (29), $I = 90^\circ$ и $\alpha_1 = \alpha_2$ или же $\alpha_1 = \alpha_2 + 180^\circ$.

Поэтому для определения s и, значит, поправки часов при известной широте φ выгодно пользоваться такими двумя звездами, у которых прямые восхождения α_1 и α_2 мало разнятся друг от друга (наблюдение на юге) или разнятся приблизительно на 12^h (наблюдение на севере: одна звезда находится выше полюса, другая — ниже полюса).

С другой стороны,

$$\frac{d\varphi}{ds} = - \frac{c \cdot s^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}.$$

Значит, $d\varphi/ds = 0$, если $\cos(\alpha_0 - s) = 0$ и $\alpha_0 - s = \pm 90^\circ$, т. е. если точка S_0 лежит на 90° от кульминирующей точки экватора, т. е. совпадает с точкой востока или с точкой запада; значит, наблюдения для определения широты места φ по известному звездному времени, т. е. когда известна поправка хронометра, нужно производить, наблюдая две звезды на одном вертикале близ первого вертикала.

Если наблюдалось т. е. одновременное прохождение двух звезд через одну и ту же вертикальную плоскость, а звезда $S_1(\alpha_1, \delta_1)$ прошла через нее в момент T_1 , звезда же $S_2(\alpha_2, \delta_2)$ — в момент T_2 , то отсюда можно вывести те же следствия, как и в рассмотренном случае. Действительно, нужно только сообразить, что в той точке небесной сферы, в которой звезда $S_2(\alpha_2, \delta_2)$ находилась в момент T_2 , в момент T_1 , т. е. на $(T_2 - T_1)$ раньше, находилась такая точка небесной сферы, склонение которой есть δ_2 , а прямое восхождение на $(T_2 - T_1)$ меньше, чем α_2 , т. е. прямое восхождение ее равно $\alpha_2 - (T_2 - T_1)$; обозначим эту величину через α_2' , а точку небесной сферы с прямым восхождением α_2' и склонением δ_2 обозначим через S_2' . Тогда наше наблюдение равнозначуще с воображаемым одновременным прохождением в момент T_1 через одну и ту же вертикальную плоскость двух звезд: реальной $S_1(\alpha_1, \delta_1)$ и воображаемой $S_2'(\alpha_2', \delta_2)$, и задача определения по этим наблюдениям φ и s сводится к уже рассмотренной задаче. Для удобства наблюдений важно, конечно, чтобы T_1 и T_2 не очень сильно отличались одно от другого, например не более чем 15 минут. Ясно, однако, что такие наблюдения трудно провести с одним отвесом, так как трудно удерживать глаз в неизменном положении во все время наблюдения первой и второй звезды. Это возможно, если используются два отвеса или нитяной треугольник.

В последнем случае возможно последовательное наблюдение прохождения через одну и ту же плоскость звезд в противоположных азимутах, например, для определения поправки часов — одна звезда на юге, другая на севере, а для широты — одна на востоке, другая на западе.

Этот способ требует предварительного выбора подходящих пар звезд; такой выбор нетрудно сделать по звездной карте, но удобнее, конечно, воспользоваться уже готовыми таблицами, например в книге

проф. В. П. Ветчинкина «Метод одновременно-равных азимутов для определения широты и поправки часов», ОНТИ, М.—Л., 1937.

Этот способ определения широты и поправки часов рассматривается в нескольких статьях на русском языке; вот их, вероятно, неполный список:

1) Проф. К. Д. Покровский, Путеводитель по небу. (Способ Харцера.)

2) Проф. Р. Фогель, Новый способ для определения широты и времени, Русский астрономический календарь на 1899 г.

3) Проф. Р. Фогель, Способ определения широты и времени, Киевские университетские известия, том XII, 1898.

4) В. В. Каврайский, Определение времени без астрономических инструментов и тригонометрических вычислений, Русский астрономический календарь на 1912 г.

5) А. С. Яголим, Определение широты и времени по наблюдению звезд в одном и том же вертикале, Астрономический журнал, 11, № 2, 1934.

ГЛАВА ШЕСТНАДЦАТАЯ

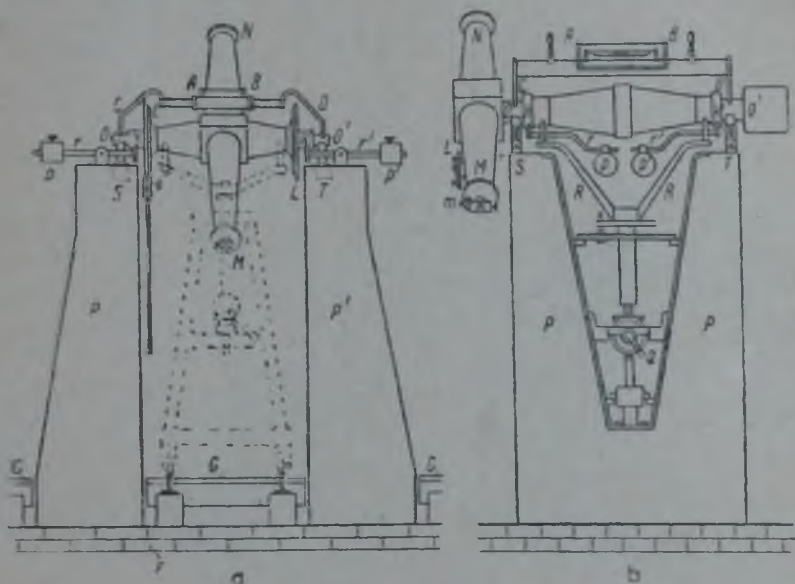
ПАССАЖНЫЙ ИНСТРУМЕНТ

§ 138. **Общее описание** (фиг. 63, 64 и 65). Пассажный инструмент служит для определения по часам моментов прохождений светил через вертикальную плоскость или через вертикальный круг небесной сферы. Он состоит из трубы, которая может вращаться только около одной оси, в идеальном случае точно горизонтальной. Технически ось образуется так, что на концах оси (обычно латунной) помещают стальные цапфы, по возможности точно круглого сечения и одинакового радиуса. Они лежат на прямоугольных вырезах из латуни или бронзы, как это показано на фиг. 7. Прямая, соединяющая центры тех круглых сечений, которыми цапфы лежат каждая на своем лагере, есть ось вращения пассажного инструмента.

Труба может быть прямая или ломаная. Прямая труба помещается либо по середине между цапфами оси, либо на одном конце оси, а на другом помещается противовес. Ломаная труба устраивается обычно так, что половина ее соединяется с горизонтальной осью при помощи куба, в котором находится прямоугольная призма, отражающая лучи света звезды, прошедшие через упомянутую половину трубы, в пустую ось, так что на конце оси, конечно, вне цапф получается изображение звезды. Иногда короткая часть трубы, содержащая объектив, прикрепляется при помощи куба к концу оси, и лучи света, отразившись от призмы в кубе, проходят всю ось и на другом конце дают изображение звезды. В фокальной плоскости трубы помещается сетка нитей, состоящая из двух или нескольких горизонтальных нитей и нечетного числа перпендикулярных к ним вертикальных нитей.

Если вообразить плоскость, проходящую через внутреннюю главную точку объектива и горизонтальную нить в его фокальной плоскости,

и затем — плоскость, параллельную этой плоскости и проходящую через внешнюю главную точку объектива, то нетрудно видеть на основании свойств главных точек объектива (см. § 16), что эта плоскость пересечет небесную сферу по большому кругу, проходящему через те точки горизонта, в которых ось инструмента встречает не-



Фиг. 63. Пассажный инструмент.

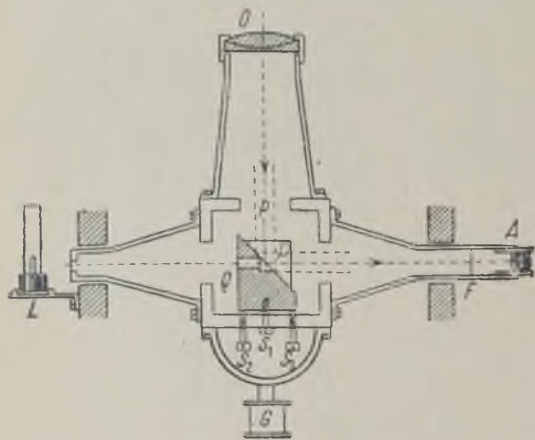
P и *P'* — кирпичные или каменные столбы на фундаменте *F*; *G* — пол, не касающийся столбов; *N* — объектив; *M* — окуляр с микрометром *m*; *OO'* — ось; *S* и *T* — лагери; *k* и *k'* — ролики, подхватывающие ось; *r* и *r'* — рычаги с грузами *p* и *p'* на концах, которые уравнивают большую часть веса инструмента (но не весь вес); *L* — круги для наведения трубы на заданное зенитное расстояние; *C* и *D* — ножки уровня, *AB* — уровень.

бесную сферу; поэтому горизонтальная нить изображает самую верхнюю часть этого большого круга.

У ломаной трубы нити, соответствующие горизонтальным нитям прямой трубы, параллельны той части трубы, которая перпендикулярна к оси; так как роль их такая же, то их уместно называть горизонтальными, хотя на деле они горизонтальны лишь тогда, когда визирная точка находится на горизонте. *Визирной линией* у пассажного инструмента мы будем называть прямую, проходящую через внутреннюю главную точку объектива и ту точку средней из вертикальных нитей, которая лежит по середине между двумя тесными горизонтальными нитями.

Если горизонтальная ось в точности горизонтальна и визирная линия перпендикулярна к оси, то точки встречи визирной линии с небесной сферой лежат на вертикальном круге сферы. Назначение пассажного инструмента заключается в том, чтобы при помощи его определять по хронометру или часам моменты прохождения различных светил через этот вертикальный круг. Всегда есть приспособление, при помощи которого часть инструмента, несущую лагери, можно

вращать в некоторых пределах около вертикальной оси, так что можно изменять азимут горизонтальной оси; кроме того, винтами можно изменять ее наклон к горизонту. Для своевременной установки трубы перед прохождением звезды на то зенитное расстояние, на котором звезда проходит через вертикал, на ось насажен небольшой круг,



Фиг. 64. Ломаная труба.

О—объектив, А—окуляр, F—сетка нитей; P—стеклянная призма, сидящая на металлической призме Q; S₁—винт, привинчивающий призму P к нижней стенке кула; S₂ и S₃—винты для малого вращения призмы P; p—маленькая призмочка, приклеенная канадским бальзамом к призме P, так что лучи от лампы L могут проходить через p и P до F и А.

с которым зенитное расстояние можно установить с точностью до 1'; чтобы не пропустить звезды, нужно знать поправку часов, например до 1 минуты. Самое наблюдение момента прохождения звезды через нить в простейшем способе таково: когда звезда войдет в поле зрения трубы, наблюдатель устанавливает трубу так, чтобы звезда (во время кульминации) бежала между двумя горизонтальными нитями, и затем считает секунды часов, не глядя на часы, а смотрит в трубу и отмечает в памяти положение звезды относительно нити при каждом секундном ударе,

в особенности при том ударе, который предшествует прохождению звезды через нить, и при следующем, когда звезда прошла через нить, и по передвижению звезды на глазомер оценивает те десятые доли секунды, которые прошли после первого удара до прохождения звезды через нить, и тотчас записывает соответственную секунду и десятые доли ее, а после минуту и час. Этот способ называется *способом «глаз и уха»*.

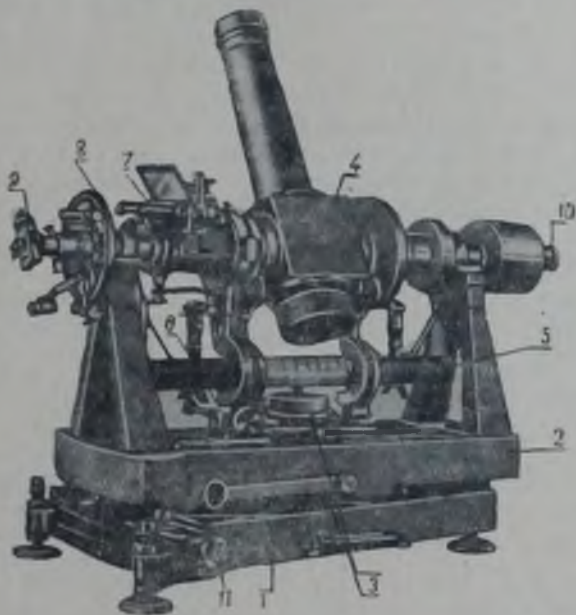
Есть другие способы, с которыми мы познакомимся в § 149 и 151.

При наблюдениях приходится переключать инструмент на его лагерь, так что цапфа, до перекладки бывшая восточной, становится западной и наоборот; для удобнейшей и быстрейшей перекладки устраиваются специальные приспособления, благодаря которым перекладка ломаной трубы совершается в несколько секунд.

Пассажный инструмент для рационального применения требует более солидной установки, чем универсальный инструмент; лучше всего на кирпичном или каменном столбе, на котором он устанавливается на долгое время, а не снимается с него каждую ночь, как это обычно делается с универсальными инструментами.

Пассажный инструмент применяется преимущественно для определения моментов прохождения светил через меридиан и тогда служит

для определения поправки часов или же прямых восхождений; но он применяется также для определения поправки часов путем наблюдения прохождений звезд через вертикал Полярной звезды и для определения широты при помощи наблюдения прохождения звезд через первый вертикал. В последующих параграфах мы рассмотрим первое и третье применения пассажного инструмента.



Фиг. 65. Пассажный инструмент типа Бамберга.

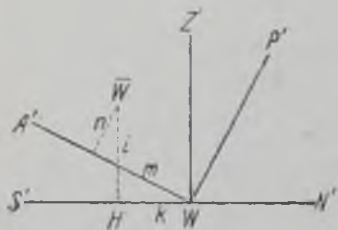
1—основание с тремя установочными винтами, 2—платформа с лагерами, 3—приспособление для перекладки оси, 4—куб, 5—половодный уровень, 6—микрометрический винт, 7—талькоттовский уровень, 8—круг для наведения, 9—окулярный микрометр, 10—лампочка для освещения поля зрения, 11—винт для установки по азимуту.

§ 139. Пассажный инструмент в меридиане; его ошибки. Если ось инструмента направлена от точки востока к точке запада и визирная линия перпендикулярна к оси, то она при вращении инструмента вокруг оси движется в плоскости меридиана и момент прохождения какой-либо звезды через среднюю нить по звездным часам или хронометру есть вместе с тем и момент прохождения ее через меридиан.

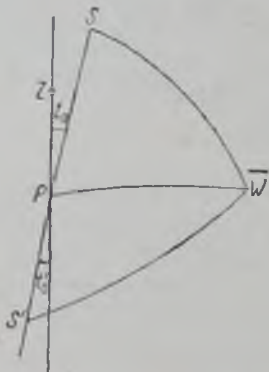
Однако безошибочного инструмента не бывает; ось направлена не точно в точку запада и визирная линия не перпендикулярна к оси. Пусть на фиг. 66, изображающей часть небесной сферы, рассматриваемой изнутри, W означает точку запада, \bar{W} — ту точку небесной сферы, в которой ее пересекает ось инструмента очень близко от W ; WZ' — часть первого вертикала, WA' — часть экватора, WP' — часть круга склонения, WS' и WN' — направления к точкам юга и севера; как известно, угол между WZ' и WA' равен широте места φ . Пусть WD

есть круг склонения точки \overline{W} , а D — точка экватора; тогда \overline{WD} есть склонение точки \overline{W} ; обозначим его буквой n ; знак n будем считать, как всегда у склонения, положительным, если \overline{W} лежит к северу от экватора. Расстояние WD по экватору от точки запада до круга склонения западного конца оси обозначим буквой m и будем считать эту координату положительной, если, как на чертеже, точка D лежит к югу от точки запада; ясно, что $90^\circ - m$ есть часовой угол точки \overline{W} в обычном смысле этого термина. В другой системе координат, горизонтальной, пусть \overline{WH} есть круг высоты точки \overline{W} , H — точка горизонта; обозначим высоту точки \overline{W} , т. е. $H\overline{W}$, через i ; ясно, что i есть наклонение оси пассажного инструмента к плоскости горизонта; условимся считать его положительным, если, как на чертеже, западный конец оси выше восточного. Расстояние по горизонту от W до H , т. е. до круга высоты точки \overline{W} , обозначим через k ; будем называть его азимутом оси или азимутом инструмента и считать положительным, если H лежит к югу от W или \overline{W} в южной части небесной сферы, и отрицательным, если \overline{W} лежит к северу от первого вертикала; ясно, что $90^\circ - k$ есть азимут западного конца оси, т. е. точки \overline{W} , считае-мый от точки юга в обычном смысле этого термина.

Наконец, относительно коллимации c условимся, что угол между направлением оси от востока к западу и направлением визирной линии



Фиг. 66.



Фиг. 67.

от окуляра к объективу равен $90^\circ + c$, где c — коллимация и может быть положительной и отрицательной. Если $c = 0$, то визирная линия описывает на небесной сфере большой круг, проходящий от зенита на расстоянии i (на восток от зенита, если $i > 0$) и пересекающий горизонт в точках, азимуты которых

суть $180^\circ - k$ и $360^\circ - k$; если к этому же коллимация положительна, то визирная линия описывает малый круг, параллельный этому большому и расположенный к востоку от последнего на расстоянии c . При наблюдении в наш инструмент мы наблюдаем моменты прохождения светил через этот малый круг, и нам нужно определить, как из этих моментов получить моменты прохождения через меридиан, если нам известны численные значения ошибок инструмента c , m , n или c , i , k (см. § 140), а затем нужно рассмотреть, какими же способами мы можем эти численные значения ошибок определить (см. § 142—145). Координаты m , n , i и k на практике не превышают 1 минуты дуги; поэтому часть сферы на фиг. 66 без заметной ошибки можно считать плоской.

§ 140. Основные формулы. Пусть на фиг. 67 \overline{W} — западный конец оси, P — полюс, Z — зенит, S — светило в момент прохождения через среднюю нить инструмента. Тогда

$$PS = 90^\circ - \delta, \quad \overline{WS} = 90^\circ + c, \quad \overline{WP} = 90^\circ - n, \quad \overline{WPZ} = 90^\circ - m; \\ SPZ \text{ есть искомый часовой угол, который обозначим через } t_0; \\ \overline{WPS} = 90^\circ - m - t_0.$$

Из треугольника \overline{WPS} имеем

$$\cos(90^\circ + c) = \cos(90^\circ - n) \cos(90^\circ - \delta) + \\ + \sin(90^\circ - n) \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - m - t_0) \quad (31)$$

или

$$-\sin c = \sin n \sin \delta + \cos n \cos \delta \sin(m + t_0), \quad (31')$$

откуда

$$\sin(m + t_0) = -\frac{\sin c}{\cos n \cos \delta} - \operatorname{tg} n \operatorname{tg} \delta.$$

Но все ошибки m , c и n должны быть и бывают малы, они не превосходят $15''$, а потому и t_0 мало, так что можно с достаточной точностью принять, что

$$m + t_0 = -c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta,$$

откуда

$$t_0 = -m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta. \quad (32)$$

Для звезды в нижней кульминации найдем, если обозначить часовой угол звезды через $180^\circ + t_0'$, что

$$t_0' = -m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta. \quad (33)$$

Пусть T есть момент прохождения этой звезды через среднюю нить по хронометру или часам. Звезда в этот момент имеет часовой угол t_0 . Следовательно, момент прохождения светила через меридиан по часам будет

$$T - t_0 = T + m \pm c \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{верхняя кульминация} \\ \text{нижняя кульминация} \end{array} \right.$$

и, следовательно,

$$\alpha + a = T - t_0 + u = T + u + m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{верхняя кульм.} \\ \text{нижняя кульм.} \end{array} \right. \\ 12^h + \alpha - a = T - t_0' + u = T + u + m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta \quad (34)$$

Здесь α есть *видимое* прямое восхождение, т. е. измененное годичной абберацией и отнесенное к положению полюса (или точки равноденствия) в момент наблюдения; оно берется из астрономического ежегодника или же специально вычисляется по формулам сферической астрономии. Буква a означает суточную абберацию, т. е. $a = +0^s,021 \cos \varphi \sec \delta$. Обычно учет суточной абберации соединяется с учетом коллимации, и тогда уравнения получают вид

$$12^h + \alpha = \left. \begin{array}{l} \alpha = \\ 12^h + \alpha = \end{array} \right\} T + u + m \pm (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{верхняя кульм.} \\ \text{нижняя кульм.} \end{array} \right.$$

Это — формулы Бесселя для редукции наблюдений с пассажным инструментом.

Из фиг. 66 по свойству проекций получаются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} m &= k \sin \varphi + i \cos \varphi, & k &= m \sin \varphi - n \cos \varphi, \\ n &= i \sin \varphi - k \cos \varphi, & i &= m \cos \varphi + n \sin \varphi. \end{aligned}$$

Подставляя в формулы Бесселя выражения m и n через i и k , получаем после простых приведений следующие формулы Тобиаса Майера:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T + u + c \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \text{ верхняя кульм.,} \\ 12^h + \alpha - a &= T + u - c \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \text{ нижняя кульм.} \end{aligned} \right\} (35)$$

Коэффициенты при c , i , k часто обозначают буквами C , I , K . В «Таблицах для астрономических вычислений», указанных в предисловии ко второму изданию этой книги, они обозначены буквами C , B , A соответственно.

Мы увидим далее, что при наблюдениях нужно бывает перекладывать инструмент в лагерьях. Нетрудно видеть, что после перекладки угол между направлением оси от востока к западу и визирной линией станет $90^\circ - c$ вместо $90^\circ + c$, и потому во втором положении знаки при c будут обратные. Обычно отличают одно положение инструмента от другого, указывая, на какой стороне, на востоке или на западе, находится круг-искатель, насаженный на ось вращения.

Если вышенаписанные формулы относятся к одному положению, то для другого они будут такими:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \\ 12^h + \alpha &= \end{aligned} \right\} T + u + \\ + m \mp (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta \pm \pi \operatorname{tg} \delta \left\{ \begin{array}{l} \text{верхняя кульм.} \\ \text{нижняя кульм.} \end{array} \right\} \text{ II положение.} \quad (36)$$

а также

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \\ 12^h + \alpha &= \end{aligned} \right\} T + u \mp (c + 0^s,012 \cos \varphi) \sec \delta + \\ + i \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} \text{верхняя кульм.} \\ \text{нижняя кульм.} \end{array} \right\} \text{ II положение.} \quad (37)$$

§ 141. Наблюдения на боковых нитях. Прохождения звезд наблюдаются не только на средней нити, но на всех нитях сетки для повышения точности наблюдения каждой кульминации звезды. Однако, редукция этих наблюдений на меридиан производится не самостоятельно, а путем приведения наблюдений на боковых нитях на среднюю нить, именно следующим образом.

Пусть часовой угол звезды при прохождении через какую-либо боковую нить есть $t_0 \pm t$, где t_0 имеет то же самое значение, что и в § 140; обозначим через f угловое расстояние боковой нити от средней, т. е. угол с вершиной во внутренней главной точке объектива и со сторонами, направленными к точкам средней и боковой нити по середине между горизонтальными нитями.

Тогда аналогично с уравнениями (31) и (31') имеем

$$\cos(90^\circ + c \pm f) = \cos(90^\circ - n) \cos(90^\circ - \delta) + \\ + \sin(90^\circ - n) \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - m - t_0 \pm t)$$

или

$$-\sin(c \pm f) = \sin n \sin \delta + \cos n \cos \delta \sin(m + t_0 \mp t).$$

Вычитая из этого уравнения уравнение (31'), получаем

$$-\sin(c \pm f) + \sin c = \cos n \cos \delta [\sin(m + t_0 \mp t) - \sin(m + t_0)]$$

или

$$-2 \sin \frac{\mp f}{2} \cos(c \pm 1/2 f) = \cos n \cos \delta 2 \sin \frac{\mp t}{2} \cos(m + t_0 \mp 1/2 t).$$

Но так как c , n и $m + t_0$ всегда очень малы, порядка $15''$, то с совершенно достаточной точностью можно написать

$$2 \sin(\mp 1/2 f) \cos(\mp 1/2 f) = 2 \sin(\mp 1/2 t) \cos(\mp 1/2 t) \cos \delta,$$

откуда получаем $\sin t = \sin f \sec \delta$. Угол f не превосходит $30'$, поэтому, если δ не близко к 90° , угол t тоже мал, вследствие чего можно принять

$$t = f \sec \delta,$$

где f и t выражены в тех единицах, в каких это наиболее удобно, т. е. в радианах, в секундах дуги или в секундах времени. Но для околополярных звезд, когда t более 2 минут времени, t уже недостаточно мал; поэтому напомним предпоследнее уравнение так:

$$\frac{t}{t^s} \sin t = f \sec \delta \quad \text{или же} \quad \frac{206\,265}{15} t \cdot \frac{\sin t}{t} = \frac{206\,265}{15} f \sec \delta$$

и, наконец,

$$t^s \cdot \frac{\sin t}{t} = f^s \sec \delta,$$

где t^s и f^s — числа секунд времени, содержащиеся в углах t и f .

Отсюда находим

$$\lg t^s + \lg \frac{\sin t}{t} = \lg f^s + \lg \sec \delta.$$

Небольшая величина $k = \lg(t/\sin t)$ может быть заключена в удобную таблицу, небольшое извлечение из которой дается справа.

Тогда мы сможем написать

$$\lg t^s = \lg f^s \sec \delta + k.$$

Таким образом, если известно f , то для каждой нити получается «приведение к средней», и придавая t к моменту прохождения звезды через боковую нить или вычитая из него, мы получаем столько значений прохождения звезды через среднюю нить, сколько есть нитей, и из них берем среднее арифметическое.

Для получения же величин f после приблизительной установки инструмента в меридиане наблюдают прохождения околополярных звезд со склонениями $70-85^\circ$ (более северные идут слишком медленно и поэтому применение их невыгодно) через все нити сетки. Тогда каждая звезда для каждой нити дает t^s , и f^s получается из уравнения

$$\lg f^s = \lg t^s + \lg \cos \delta - k.$$

t^s	$\lg f \sec \delta$	$k = \lg(t/\sin t)$
60	1,778	0,00000
300	2,477	0,000035
600	2,778	0,00014
900	2,954	0,00031
1200	3,079	0,00055
1500	3,175	0,00086
1800	3,254	0,00124

Среднее из нескольких (10—20) определений дает уже достаточно хорошее значение f^s .

Выведя формулы Бесселя и Майера и рассмотрев приведение наблюдений с боковых нитей на среднюю, мы должны теперь рассмотреть способы определения числовых значений величин i , c и k , входящих в наши формулы.

§ 142. Определение наклона оси l . Мы уже рассмотрели в § 44 применение накладного уровня к определению наклона горизонтальной оси к горизонту. Найденные правила применяются и в случае пассажного инструмента. Как уже указано, наклонение считается положительным, если западный конец оси выше восточного.

Во избежание недоразумений рекомендуется при записывании отсчетов всегда указывать, к какому концу пузырька, восточному или западному, они относятся; так что, если нуль на востоке, записи будут a_e, a_w ($a_e < a_w$); когда нуль на западе, записи будут a'_e, a'_w ($a'_w < a'_e$); и тогда если β^s означает цену полуделения уровня в секундах времени, мы имеем

$$i^s = 1/2 [(a_e + a_w) - (a'_e + a'_w)] \beta^s.$$

При этом нужно исследовать и учесть возможное неравенство цапф. Для этого на основании соображений, изложенных в § 61, производят определение наклона i , при положении инструмента $K. В.$ (круг восток), затем с особой осторожностью перекалывают инструмент в положение $K. З.$ (круг запад) и вновь определяют наклонение при помощи уровня. Пусть кажущееся, получаемое из непосредственных отсчетов уровня наклонение при $K. В.$ есть \bar{i}_1 , а при $K. З.$ есть \bar{i}_2 . Если цапфы не равны, то \bar{i}_1 не будет равно \bar{i}_2 ; именно, если цапфа на той стороне, где круг, толще другой, то $\bar{i}_1 < \bar{i}_2$. Притом, если наклонение при равных цапфах обозначим через i_0 , а влияние разной толщины цапф, как в § 61, через x , то действительный наклон оси при $K. В.$ есть $i_1 = i_0 - x$, а при $K. З.$ $i_2 = i_0 + x$; получаемые же \bar{i}_1 и \bar{i}_2 равны соответственно

$$\bar{i}_1 = i_1 - x = i_0 - 2x \quad \text{и} \quad \bar{i}_2 = i_2 + x = i_0 + 2x.$$

Отсюда следует, что $x = 1/4 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1)$ и, следовательно, что действительные наклонения, которые нам именно и нужны для обработки наблюдений, суть

$$i_1 = \bar{i}_1 + x = \bar{i}_1 + 1/4 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1),$$

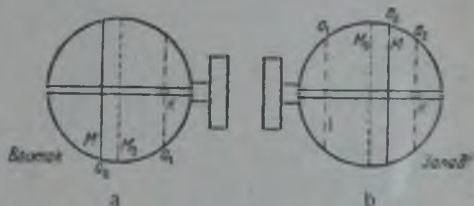
$$i_2 = \bar{i}_2 - x = \bar{i}_2 - 1/4 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1).$$

Величина $1/4 (\bar{i}_2 - \bar{i}_1)$ есть постоянная ошибка инструмента; она определяется указанным здесь способом многократно, чтобы большим числом измерений победить случайные ошибки их. Обычно эта ошибка очень мала, и часто ее нельзя уверенно определить из-за ее малости.

Если цапфа при круге тоньше другой, то все эти рассуждения справедливы, но только x — величина отрицательная; формулы остаются без изменения. Читателю предлагается проверить это. О неправильностях цапф см. § 152.

§ 143. Определение коллимации. Есть несколько способов определения коллимации; одни требуют вспомогательных приборов, но не требуют ясного неба, для других нужны наблюдения околополярных звезд, но без всяких дополнительных приборов. Опишем вкратце важнейшие из них:

1. **Определение коллимации при помощи коллиматора.** На север или на юг от инструмента располагают на солидном фундаменте горизонтальную вспомогательную трубу так, чтобы, если трубу пассажного инструмента поставить горизонтально объективом к объективу, то одна труба служила как бы продолжением другой; в фокусе этой трубы, называемой *коллиматором*, помещают пластинку с отверстием или крест нитей, за ним матовое стекло,



Фиг. 68.

а за ним источник света, например электрическую лампочку. Следовательно, наблюдатель, глядя в трубу, увидит, кроме сетки нитей, еще отверстие или крест нитей коллиматора. Необходимо иметь в трубе так называемый окулярный микрометр, т. е. (см. § 113) в плоскости сетки нитей паутинную нить, параллельную вертикальным нитям сетки и перемещаемую винтом, у которого можно отсчитывать целые обороты его и доли оборота; так как расстояния боковых нитей определены (см. § 141), то можно измерить их оборотами винта и отсюда вывести, сколько секунд дуги или времени содержится в одном обороте винта. Допустим для определенности рассуждений, что нить микрометра перемещается к его барабану, если винт ввинчивается, и что деления на барабане при этом возрастают, что коллиматор расположен к югу от пассажного инструмента и что барабан расположен к западу от окуляра.

Наводим трубу (фиг. 68a) на коллиматор так, чтобы отверстие его K или точка пересечения его креста была между двумя горизонтальными нитями, наводим подвижную нить на отверстие или на эту точку коллиматора и берем отсчет на барабане, скажем, a_1 делений. Положим, что отсчет винта при наведении на среднюю нить M сетки есть a_0 ; значит, изображение отверстия коллиматора лежит на $(a_1 - a_0)$ делений барабана к западу от средней нити. Теперь переложим инструмент на его лагерьях и опять направим его трубу на коллиматор (фиг. 68b); барабан винта находится к востоку от окуляра; пусть отсчет при наведении нити на отверстие коллиматора есть a_2 ; значит, теперь изображение отверстия коллиматора лежит на $(a_0 - a_2)$ делений барабана к западу от средней нити M сетки. Теперь сообразим следующее. Вообразим прямую, проходящую через внутреннюю главную точку объектива и перпендикулярную к оси вращения инструмента; для нее коллимация есть нуль, и мы будем называть ее бесколлимационной прямой; ей соответствует бесколлимационная средняя нить M_0 . Ясно, что при переключке инструмента, если ось принимает точно прежнее свое направление, то и бесколлимационная линия тоже принимает свое прежнее направление. С другой стороны, направление

лучей, идущих из коллиматора, тоже одинаково до и после перекладки. Поэтому изображение отверстия или креста коллиматора до и после перекладки находится на одинаковом расстоянии от той точки между горизонтальными нитями, где проходит бесколлимационная прямая. Следовательно, отсчет микрометра при наведении на эту точку или бесколлимационную среднюю нить равен полусумме отсчетов a_1 и a_2 , т. е. $1/2(a_1 + a_2)$, а разность между $1/2(a_1 + a_2)$ и отсчетом a_0 при установке подвижной нити на среднюю нить есть коллимация и притом во втором положении инструмента $c = 1/2(a_1 + a_2) - a_0$,

а до перекладки $c = a_0 - 1/2(a_1 + a_2)$;

здесь c выражено в долях оборота винта; зная цену одного оборота, можно выразить c в секундах времени.

Применяя те же рассуждения к случаю, когда коллиматор расположен к северу от пассажного инструмента, мы получили бы те же самые формулы для c .

В этом способе предполагается, что до и после перекладки инструмента ось и бесколлимационная линия сохраняют каждая свое направление. Положим, однако, что при перекладке почему бы то ни было ось поворачивается так, что ее азимут k (в прежнем значении его) уменьшился. Тогда в случае нахождения коллиматора на юге мы вместо верного отсчета a_2 получим неверный, меньший: $a_2 - x$, в случае же нахождения коллиматора на севере вместо a_2 получим больший: $a_2 + x$. Поэтому коллимация в обоих случаях получится с ошибкой, но равной и противоположной по знаку; взяв среднее из обоих значений c , получим точное ее значение, не зависящее от ошибки перекладки.

Наконец, положим, что у нас есть два коллиматора и что в южном есть постоянная вертикальная нить, а в северном подвижная; оба коллиматора ставятся так, чтобы оси их объективов по возможности совпадали, и наблюдатель, глядя через северный коллиматор, видел бы в нем изображение нити южного; между объективами коллиматоров находится куб пассажного инструмента; в его южной и северной гранях делаются отверстия, через которые и идут лучи от одного коллиматора в другой. Наблюдатель приводит подвижную нить северного коллиматора в совпадение с изображением нити южного. Тогда лучи света, идущие между коллиматорами от той или другой нити, образуют *параллельные* друг другу пучки лучей. Поэтому наведение трубы пассажного инструмента сначала на южный коллиматор, а потом на северный равносильно перекладке инструмента, и если a_1 и a_2 означают отсчеты окулярного микрометра пассажного инструмента при наведении на нить южного и северного коллиматоров, a_0 — отсчет при наведении на среднюю нить, то $c = a_0 - 1/2(a_1 + a_2)$ при соблюдении условий знаков, приведенных выше в этом параграфе.

2. Определение коллимации с помощью ртутного горизонта. Для этого нужно при вертикальном положении трубы объективом вниз иметь под объективом ртутный горизонт, т. е. плоскую чашку со ртутью, которая помещается на солидном фундаменте под полом посередине между двумя столбами, к которым прикреплены лагери, и закрывается обычно откидной крышкой в полу. Ртутный горизонт ставится так, чтобы объектив трубы, поставленной верти-

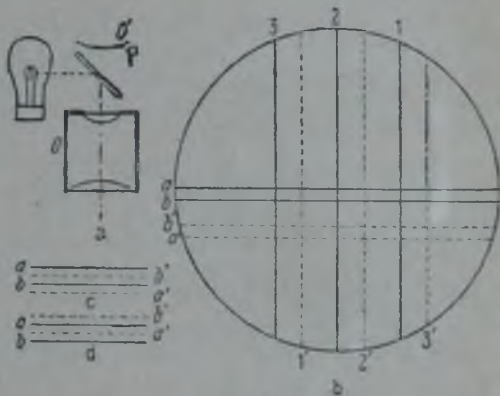
сальмо объективом вниз, приходился как раз над серединой поверхности ртути, которая по свойству жидкости горизонтальна. Перед окуляром O (фиг. 69) ставится стеклянная пластинка P под углом в 45° к направлению лучей света, проходящих через середину поля зрения; сбоку находится лампа с матовым стеклом, свет которой отражается от обеих поверхностей этой пластинки, проходит через окуляр, вдоль трубы, через объектив, падает на ртуть, отражается под углом, равным углу падения, проходит обратный путь, после окуляра проходит через пластинку и попадает в глаз наблюдателя O' .

Тогда в поле зрения видно, кроме сетки нитей, еще и ее *отражение* от ртути (фиг. 69). Понятно образование этого изображения в случае светящихся нитей; от них идут лучи во все стороны — и к наблюдателю прямо через окуляр и к объективу, до ртути, и назад до глаза наблюдателя. Однако изображение нитей

«отраженное» получается и в том случае, если свет идет односторонне от упомянутой стеклянной пластинки. Теперь нужно сообразить следующее: положим, что ось горизонтальна и что коллимация средней нити равна нулю; тогда визирная линия описывает вертикальную плоскость, и поэтому можно, вращая трубу на оси, поставить ее так, что лучи от точки средней нити между двумя горизонтальными нитями возвращаются обратно прежним путем и «отраженное» изображение совпадает с «действительной» точкой. Положим теперь, что ось наклонена на угол i , тогда «отраженное» изображение средней нити отойдет к западу от «действительной» нити на угол $2i''$. Положим, что при $i=0$ коллимация не 0, а $+c$; тогда «отраженная» нить будет находиться к востоку от «действительной» на угол $2c''$. Итак, наблюдатель окулярным микрометром измеряет расстояние от «действительной» средней нити до «отраженной» в долях оборота винта и считает его положительным, если «отраженная» нить лежит к западу от действительной; если это расстояние равно d'' (в секундах дуги), то на основании только что сказанного $d'' = 2i'' - 2c''$. Если при помощи уровня наклонение оси измерено, то отсюда получается коллимация:

$$c'' = 1/2 (2i'' - d'').$$

3. Определение коллимации при помощи наблюдений звезд. Для этого наблюдаются прохождения околополярной звезды через боковые нити на одной стороне от средней нити и при



Фиг. 69. Определение коллимации с помощью ртутного горизонта.

Сплошные линии — действительные нити, прерывистые — отраженные.

этом измеряется наклонение i_1 ; затем инструмент перекалывается аккуратно, но настолько быстро, чтобы еще можно было получить прохождение той же звезды через нити после средней; среднюю придется, как правило, пропустить во время перекалки, а моменты прохождения звезды через боковые нити отмечаются, как до перекалки инструмента; полезно сообразить, что это будут те же самые нити, что и до перекалки.

Измеряется наклонение оси i_2 . После этого наблюдения на боковых нитях приводятся на среднюю нить в каждом положении; пусть полученные моменты будут T_1 и T_2 . Допуская, что азимут k одинаков до и после перекалки, получаем два уравнения, аналогичных уравнениям (35) и (37), выведенным в § 140:

$$\begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u \pm c \sec \delta + i_1 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \begin{cases} \text{верхняя кульминация} \\ \text{нижняя кульминация} \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u \pm c \sec \delta + i_1 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \end{aligned}} \right\} \text{I положение,} \\ \alpha + a &= T_2 + u \mp c \sec \delta + i_2 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \begin{cases} \text{верхняя кульминация} \\ \text{нижняя кульминация} \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \alpha + a &= T_2 + u \mp c \sec \delta + i_2 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \end{aligned}} \right\} \text{II положение.} \end{aligned}$$

Величина u принимается неизменной, так как все наблюдения продолжаются лишь немного минут. Вычитая второе уравнение из первого, получаем

$$0 = T_1 - T_2 \pm 2c \sec \delta + (i_1 - i_2) \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta}.$$

Отсюда получаем c для I положения инструмента

$$\pm c = \frac{1}{2} (T_2 - T_1) \cos \delta - (i_1 - i_2) \cos(\varphi \mp \delta) \begin{cases} \text{верхняя кульмин.} \\ \text{нижняя кульмин.} \end{cases}$$

§ 144. Определение азимута k производится из комбинации наблюдений двух или нескольких звезд, у которых коэффициенты при k разнятся значительно, т. е. из звезд околополярных и зенитных или экваториальных или из звезд в верхней и нижней кульминациях. Коллимация и наклонение оси должны быть известны. Тогда в случае околополярной звезды имеет силу уравнение, аналогичное уравнению (35), выведенному в § 140:

$$\alpha_p = T_p + u_p + (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta_p + i_p \frac{\cos(\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p} + k \frac{\sin(\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p}$$

или аналогичное для нижней кульминации, а в случае экваториальной или зенитной звезды — уравнение

$$\alpha = T + u + (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}.$$

Поправки часов либо можно принять одинаковыми, если моменты T_p и T мало разнятся один от другого и суточный ход часов мал, либо же, если суточный ход часов ω известен, то $u = u_p + (\omega/24)(T - T_p)$, где $(T - T_p)$ выражено в часах и долях часа. Тогда, вычитая одно уравнение из другого и обозначая для краткости T_p и T , исправленные

от коллимации и наклона оси через T_p' и T' , получаем

$$k \left[\frac{\sin(\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p} - \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] = \alpha_p - \alpha - T_p' + T' + \frac{\omega}{24} (T - T_p).$$

Отсюда получаем k ; коэффициент при нем не должен быть мал, для того чтобы неизбежные ошибки в T_p и T возможно менее влияли на определение k , а размер коэффициента, главным образом, зависит от δ_p . Мы видим, кроме того, что требуется знать точные значения α и α_p , и предполагается, что за все время операций азимут инструмента не меняется. Можно, однако, провести наблюдения так, что не потребуется точного знания прямого выхода; это объяснено в следующем параграфе.

§ 145. Определение азимута k по наблюдениям околополярной звезды в трех последовательных кульминациях. Если есть коллиматор, а лучше — два, и окулярный микрометр, то, как мы видели в первом пункте § 143, можно определить c , но при этом, как нетрудно видеть, получается еще угол между бесколлимационной линией и направлением лучей, идущих из коллиматора (от его отверстия или креста); этот угол равен $1/2(a_1 - a_2)$. Если обозначить через K азимут лучей, идущих из южного коллиматора, считая на этот раз K положительным к востоку от юга, то

$$K = k + 1/2(a_1 - a_2).$$

Мы будем считать, что при описываемых ниже наблюдениях азимут K коллиматора постоянен и, значит, каждое определение a_1 и a_2 дает нам, правда, не k , но изменение k ; например, если через 12 часов после первого нашего определения a_1 и a_2 мы находим величины a_1' и a_2' , то

$$K = k' + 1/2(a_1' - a_2'),$$

и, следовательно, изменение $k' - k$, равное $1/2(a_1 - a_2) - 1/2(a_1' - a_2')$, будет известно; обозначим его через Δk .

Кроме того, хотя бы нам прямое восхождение наблюдаемой околополярной звезды и не было точно известно, но изменения его $\Delta \alpha$ от прецессии, нутации и абберрации могут быть вычислены, и мы примем, что $\Delta \alpha$ нам известно. На основании изложенного, наблюдения околополярной звезды в трех последовательных кульминациях дадут нам следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u_1 + c_1 \sec \delta + i_1 \cos(\varphi - \delta) \sec \delta + \\ &\quad + k_1 \sin(\varphi - \delta) \sec \delta \text{ (верхняя кульм.)}, \\ \alpha + \Delta \alpha - a &= T_2 - 12^h + u_2 - c_2 \sec \delta + i_2 \cos(\varphi + \delta) \sec \delta + \\ &\quad + (k_1 + \Delta k) \sin(\varphi + \delta) \sec \delta \text{ (нижняя кульм.)}, \\ \alpha + \Delta' \alpha + a &= T_3 + u_3 + c_3 \sec \delta + i_3 \cos(\varphi - \delta) \sec \delta + \\ &\quad + (k_1 + \Delta' k) \sin(\varphi - \delta) \sec \delta \text{ (нижняя кульм.)}. \end{aligned} \right\} (38)$$

Здесь $\Delta \alpha$, $\Delta' \alpha$, Δk и $\Delta' k$ на основании только что приведенных соображений нам известны. Допустим, что часы имели в течение этих суток постоянный ход, так что изменение поправки их было пропорционально

времени, а значит,

$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2, \text{ или } \frac{1}{2}(u_1 + u_3) = u_2.$$

Возьмем теперь полусумму первого и третьего уравнений (38) и вычтем из нее второе. Тогда α сократится, поправки часов сократятся, и в полученном уравнении останутся *известные* величины и неизвестное k , так что получится уравнение

$$k [\sin(\varphi - \delta) - \sin(\varphi + \delta)] \sec \delta = \text{известной величине,}$$

откуда получим k без знания прямого восхождения наблюдаемой звезды; но для этого нужно иметь надежный коллиматор и надежные часы.

Для надежности коллиматора ему придают такую форму: на солидном столбе на уровне объектива трубы, поставленной горизонтально, помещается объектив коллиматора с большим фокусным расстоянием в несколько десятков метров (50—100 м). В его фокусе тоже на солидном столбе помещается так называемая *мира*, т. е. металлическая дощечка с отверстием, за которой ставится матовое стекло и источник света. Это отверстие видно в трубу пассажного инструмента, как маленький кружочек. Благодаря большому фокусному расстоянию объектива неизбежные маленькие *линейные* перемещения его и мира мало сказываются на изменении *направления* лучей, идущих из объектива такого коллиматора в объектив пассажного инструмента, а постоянство этого направления лучей есть основное требование, предъявляемое к коллиматору.

Для надежности показаний часов хорошие часы держат в хорошо закрытом цилиндре в таком помещении, где незаметны суточные колебания температуры.

§ 146. Установка пассажного инструмента производится путем последовательных приближений. При помощи накладного уровня можно сделать ось горизонтальной; установив окуляр резко на нити и «на прицел», наведя трубу на звезду, лучше всего на Полярную, устанавливаем сетку нитей на резкое изображение звезды и закрепляем сетку в этом положении; при этом, вычислив до $1'$ зенитное расстояние Полярной, устанавливаем круг-искатель так, чтобы он указывал без всяких поправок зенитное расстояние визирной линии; после этого легко будет наводить трубу на нужные зенитные расстояния. Наведя таким образом на какую-либо звезду близ зенита с известным прямым восхождением α и заметив приближенно время прохождения ее через среднюю нить T , находим поправку часов $u = \alpha - T$; затем, наведя трубу на экваториальную звезду α_1 , находим для нее T_1 и поправку $u_1 = \alpha_1 - T_1$. Величина u_1 не будет совпадать с u из-за ошибки азимута k . Поворачивая основание инструмента по азимуту, мы добиваемся того, чтобы разница между u и u_1 была невелика. После этого по близэкваториальной звезде проверяем горизонтальность так называемых горизонтальных нитей. После этих операций уже возможно определить расстояние нитей от средней (см. § 141) и ошибки c , i и k и исправить инструмент так, чтобы эти ошибки были малы.

При переезде с инструментом на новое место, понятно, не нужно определять расстояния нитей и перемещать сетку нитей для изменения c ; нужно будет заботиться только об i и k .

§ 147. **Определение поправки часов.** Пассажный инструмент в меридиане служит для определения прямых восхождений (об этом см. гл. XIX) и для определения поправки часов. Для последней цели особенно пригодны и преимущественно применяются пассажные инструменты с ломаной трубой такого устройства, какое им придал в конце XIX в. немецкий механик Бамберг. В них подставки для лагерьей составляют одно целое с солидной продолговатой чугунной плитой, которая тремя винтами помещается на другой подобной же, но несколько большей плите, лежащей на каменном столбе; этими опорными винтами можно в небольших пределах изменять наклон и азимут оси вращения. Чтобы предохранить цапфы от быстрого изнашивания, труба с осью лежит на лагерьях не всем своим весом, а лишь немногими килограммами; ось подхвачена симметрично относительно центра тяжести двумя парами роликов, с которых большая часть веса трубы и оси передается на сжатие некоторой сильной пружины, находящейся в упомянутой чугунной плите.

Для определения поправки часов u применяются формулы § 140, из которых получаем:

$$\begin{aligned} u &= \alpha - \left[T + (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{I полож. инстр.} \\ \text{верхн. кульмин.} \end{array} \right. \\ u &= 12^h + \alpha - \left[T - (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{I полож. инстр.} \\ \text{нижн. кульмин.} \end{array} \right. \\ u &= \alpha - \left[T - (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{II полож. инстр.} \\ \text{верхн. кульмин.} \end{array} \right. \\ u &= 12^h + \alpha - \left[T + (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{II полож. инстр.} \\ \text{нижн. кульмин.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Для определения поправки часов нужно знать прямые восхождения нескольких звезд; они берутся из астрономического ежегодника, в котором для каждой десятой кульминации в Гриниче даются прямые восхождения избранных звезд фундаментального каталога. Для каждого определения времени выбирают по крайней мере одну околополярную звезду и 8—10 зенитных или экваториальных звезд, из которых 4—5 кульминируют одна за другой непосредственно перед околополярной, а другие 4—5 после нее. Наблюдаются прохождения 4—5 звезд через все нити и при каждой звезде определяется наклонение оси; у околополярной наблюдают только прохождения через боковые нити до средней нити; в промежуток времени, пока звезда проходит поле зрения около средней нити, наблюдатель перекладывает инструмент в его лагерьях с таким расчетом, чтобы успеть во втором положении уловить прохождение той же околополярной звезды через первую после средней нити и затем через все остальные (нетрудно сообразить, что это — те же самые нити сетки, что и до перекладки); иногда при звездах, не очень близких к полюсу, приходится пропускать и одну нить, ближайшую к средней. При втором положении опять наблюдаются прохождения 4—5 звезд через все нити.

Затем по известным расстояниям боковых нитей от средней вычисляют приведение прохождений через боковые нити на среднюю нить и берут среднее арифметическое. Его исправляют от влияния

наклонения оси, так как i известно из наблюдения, а I из таблиц. Из наблюдений околополярной звезды, исправленных за наклонение оси, вычисляют коллимацию по способу, описанному в третьем пункте § 143, а затем исправляют моменты прохождения звезд через среднюю нить от влияния коллимации и вместе с нею суточной аберрации. Исправленные таким образом моменты используют для определения азимута k путем комбинации прохождения околополярной звезды с прохождением одной или нескольких зенитных или экваториальных звезд, как это описано в § 144. Найдя k , исправляют моменты прохождения от влияния азимута и получают столько независимых определений u , сколько взято звезд, кроме околополярной; из всех значений u берут среднее, которое относится к моменту времени, среднему из всех моментов прохождений звезд через меридиан.

Для ослабления влияния ошибки азимута на окончательный результат многие наблюдатели выбирают зенитные звезды с таким расчетом, чтобы сумма коэффициентов при k у них была близка к нулю.

Кроме того, если есть возможность пользоваться быстрым способом наблюдения прохождений при помощи регистрации их (см. § 149), то следует каждую звезду наблюдать как околополярную при обоих положениях оси инструмента, переключая инструмент около времени прохождения звезды через среднюю нить; тогда среднее из прохождений через одну и ту же нить до и после перекладки дает момент прохождения через среднюю нить, свободный от влияния коллимации (см. подробнее § 152).

§ 148. Личные ошибки. Как ни прост и безупречен кажется процесс оценки десятых долей секунды при наблюдении прохождения звезды через нить в способе «глаз и ухо», однако оказывается, что при этом неизбежны систематические личные ошибки наблюдателей, достигающие нескольких десятых долей секунды. Если, например, один наблюдатель наблюдает прохождение звезды через первую половину сетки, а второй тотчас после первого — через вторую, то прохождения этой звезды через среднюю нить, вычисленные из этих прохождений, обнаруживают систематическую, т. е. более или менее постоянную, разницу, которая у некоторых пар наблюдателей может достигать почти одной секунды времени. Было замечено, что у начинающих наблюдателей эта личная ошибка мала, хотя случайная — велика. По мере накопления опыта в наблюдениях этого рода случайная ошибка уменьшается, но зато систематическая ошибка приобретает заметную величину.

Были изобретены приборы для определения этих личных ошибок, но они не вошли во всеобщее употребление как вследствие сложности их устройства, так и потому, что оказалось невозможным исследовать при помощи их ошибки при разнообразных условиях наблюдения в смысле различного направления движения звезды в поле зрения, различной скорости ее и различного положения головы наблюдателя; к тому же выяснилось, что личная ошибка наблюдателя меняется с течением времени. Поэтому внимание наблюдателей и механиков было обращено на то, чтобы найти способы наблюдений, при которых личные ошибки по существу были бы меньше, чем при способе «глаз и ухо».

§ 149. Регистрирование прохождений звезд. Такой способ был найден в середине XIX в. вскоре после изобретения телеграфа и постепенно вытеснил из астрономической практики способ «глаз и ухо»; в настоящее время последний применяется уже очень редко. Новый способ заключается в регистрации моментов прохождений звезд через нити при помощи электрического тока и имеет преимущества перед способом «глаз и ухо» во многих отношениях. Для применения его служит так называемый *хронограф*, описанный в § 75. В нем на бумажной ленте, движимой часовым механизмом с хорошим регулятором для достижения равномерного движения ленты, одно перо регистрирует секунды часов, и можно отмечать начало каждой минуты, а другим пером наблюдатель регистрирует моменты прохождения звезды через нити сетки пассажного инструмента. При помощи особых приборов производится измерение записей на ленте и определяется момент каждого прохождения звезды через нить с точностью до сотой (и даже тысячной) доли секунды, т. е. точнее, чем само наблюдение.

При применении хронографа нет нужды иметь часы, по которым производится наблюдение, тут же около инструмента; их можно и следует повесить в таком помещении, где бы по возможности при постоянной плотности воздуха и постоянной температуре ход часов держался как можно лучше. В этом заключается громадное преимущество наблюдений с хронографом перед способом «глаз и ухо». Другое преимущество заключается в том, что личные ошибки оказываются при этом значительно меньше, чем в способе «глаз и ухо». Уменьшаются как систематические, так и случайные ошибки наблюдателей. Естественно, что новый способ вытеснил прежний в обсерваторской работе, а в последнее время вытесняет его и в полевой работе.

Ради этого и хронометры снабжаются контактными приспособлениями, благодаря чему в цепи ток каждую секунду на долю секунды, например на полсекунды, бывает замкнут, а на другую долю разомкнут.

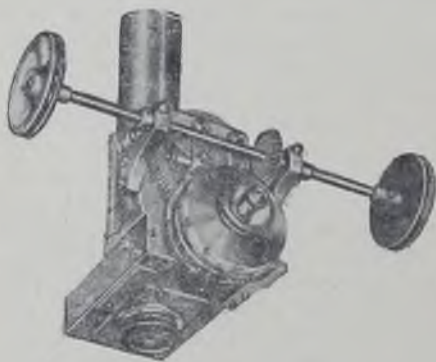
Тот же прерыватель в часах, который пускает и прерывает ток для секундного пера, может быть использован для приведения в действие так называемого *циферблата*, т. е. часового механизма, приводимого в действие электрическим током; стрелки его движутся совершенно согласно с ходом основных часов, и, значит, наблюдатель при инструменте как бы имеет перед собой основные часы и между прочим может по циферблату отмечать начало минуты на ленте хронографа.

§ 150. Ошибки от яркости звезд. В связи с повышением точности наблюдений при применении хронографа была замечена еще одна ошибка при наблюдениях прохождений, зависящая от яркости звезд. Сделаем такой опыт. Пронаблюдаем прохождение яркой звезды через половину сетки нитей, а затем перед объективом трубы, не касаясь ее, поставим частую сетку, например от сита, которая поглотила бы часть света звезды, от чего яркость звезды в трубе уменьшилась бы, скажем, на 5 звездных величин, и потом пронаблюдаем прохождение этого ослабленного изображения той же звезды через вторую половину сетки нитей. Если тогда вычислить прохождение звезды через среднюю нить на основании наблюдений в каждой половине сетки отдельно, то оказывается, что момент от слабого изображения звезды

будет примерно на 0,05 больше, чем от яркого, т. е. яркое изображение кажется проходящим через нить раньше, чем слабое.

Эта ошибка у всех наблюдателей имеет одинаковый знак и приблизительно, но не точно, одинаковую величину. Для ослабления и в дальнейшем уничтожения этой ошибки в настоящее время на обсерваториях применяют либо сетки перед объективом, либо темные стекла перед окуляром для ослабления кажущейся яркости наблюдаемых звезд и сведения ее к некоторым пределам яркости, при которых наблюдение проходит еще достаточно уверенно. Та ошибка от яркости звезды, которая еще остается в этих уменьшенных пределах, принимается во внимание после исследования каждым наблюдателем его ошибки от яркости звезды вышеуказанным приемом.

§ 151. Регистрирующий, или контактный, микрометр. Стремление еще более уменьшить личные ошибки наблюдателя при наблюдении прохождений звезд через нити привело в конце XIX в. к устройству регистрирующего, или контактного, микрометра (фиг. 70). Первым построил его Репсольд. В этом приборе, как и в обыкновенном окулярном микрометре, есть вертикальная нить, движимая винтом, но



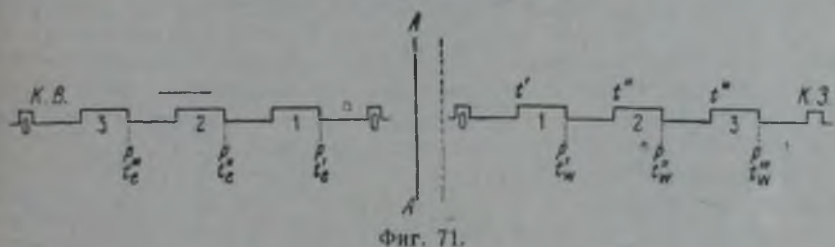
Фиг. 70. Регистрирующий микрометр.

параллельно с барабаном винта с делениями помещен другой барабан, на окружности которого чередуются части металлические с частями, не проводящими тока; к этому барабану прижимается легкая пружинка; при помощи двух рукояток можно попеременно двумя руками непрерывно вращать винт, движущий рамку с нитью. После того как звезда вошла в поле зрения, наблюдатель ждет, чтобы она дошла до подвижной нити в определенном ее положении и, как только она вступит на нить, вращает винт с такой скоростью, чтобы нить все время проходила через середину изображения движущейся звезды. При этом вращении барабана поочередно происходят замыкания и размыкания тока, который проходит через металлические части барабана и пружинку, но задерживается теми частями барабана, которые тока не пропускают. Этот ток приводит в действие сигнальное перо хронографа, и таким образом получаются его выпадения, соответствующие определенным положениям барабана относительно конца пружинки, *как если бы в этих положениях подвижной нити были неподвижные нити* и наблюдатель регистрировал прохождение звезды через них.

Опыты показали, что личные ошибки при наблюдении с таким регистрирующим микрометром значительно уменьшаются по сравнению с обычной регистрацией, и разница между различными наблюдателями составляет лишь несколько тысячных или небольшое число сотых до-

лей секунды; поэтому его прежде не вполне точно называли безличным микрометром. Вместе с тем и ошибки, зависящие от яркости звезд, значительно ослабляются. Поэтому в настоящее время такой способ наблюдения обязательно вводится там, где требуется наивысшая точность.

§ 152. Определение поправки часов при помощи пассажного инструмента с регистрирующим микрометром. Если пассажный инструмент, имеющий приспособление для быстрой перекладки его на лагерях, снабжен еще и регистрирующим микрометром, то наблюдения звезд на нем для определения поправки часов производятся с перекладкой инструмента при наблюдении каждой звезды, а именно следу-



Фиг. 71.

щим образом. Положим, что наблюдение какой-либо звезды в верхней кульминации начинается при положении инструмента «круг восток» (К. В.), причем регистрирующий микрометр находится при круге, т. е. тоже на востоке, и барабан его, как полагается (см. § 117), находится выше окуляра. Когда звезда войдет в поле зрения, наблюдатель ставит инструмент так, чтобы звезда шла между двумя горизонтальными нитями, и в первой половине поля зрения он ведет нить микрометра на звезде, *вывинчивая* винт; действительно, при ввинчивании винта нить приближается к барабану, а звезда в верхней кульминации при ломаной трубе в положении «круг восток» идет в трубе сверху вниз; значит, винт надо вывинчивать. Проведя нить на 1—2—3 оборотах, *не доходя до середины поля зрения*, и отсчитав уровень (об этом см. ниже), наблюдатель перекладывает инструмент на лагерях и при положении «круг запад» (К. З.) ведет нить на звезде *на тех же самых оборотах винта*, а потому обороты эти должны быть выбраны не близко к бесколлимационной линии; иначе после перекладки наблюдатель может не поймать звезду на том же месте, как до перекладки. При ведении на звезде при К. З. винт *ввинчивается*, и те же обороты винта проходятся нитью в обратном порядке. Как уже объяснено, при вращении винта происходят замыкания и размыкания тока.

На фиг. 71 схематически показано, что получается на ленте хронографа; цифры 1, 2, 3 означают те места, где идет ток, т. е. пружинка микрометра прикасается к металлическим частям барабана (контактам), и сигнальное перо хронографа делает выпад. На деле контактов бывает больше, до десятка. Из этих контактов один уже других (цифра 0), и это позволяет отличить все другие друг от друга. Стрелка указывает, в каком порядке с течением времени происходят контакты. Только в действительности промежуток между обоими положениями нулевого контакта на ленте гораздо больше, чем на чертеже, так как между

ними была проведена перекладка инструмента. Положим, что ось инструмента имеет равные цапфы. При перекладке ось и бесколлимационная визирная линия сохраняют свое прежнее положение в пространстве, положение подвижной нити при заданном отсчете барабана будет *одинаково* отстоять от воображаемой бесколлимационной нити как при *К. В.*, так и при *К. З.*, как это показано на фиг. 71, на которой линия *АА* изображает бесколлимационную нить. Поэтому, если бы отмечать на ленте *все* перерывы тока, не делая различия между замыканием и размыканием, то среднее из каждых двух отсчетов на ленте, относящихся к одному и тому же отсчету на барабане микрометра, было бы как раз моментом прохождения звезды через бесколлимационную нить.

Однако часто, по причинам, указанным в § 75, используют только размыкания тока; они отмечены на чертеже буквой *p* (размыкание) и, как видно из чертежа, располагаются несимметрично относительно бесколлимационной нити. Обозначим их моменты, отсчитанные на ленте хронографа, в хронологическом порядке буквами $t_e''', t_e'', t_e', t_w', t_w'', t_w''', t_w''''$, а моменты замыкания тока при *К. З.* буквами t_e'', t_e', t_e''' , как показано на чертеже. Тогда по симметрии находим, что момент прохождения звезды через бесколлимационную нить *T* будет выражаться так:

$$\frac{1}{2}(t_e''' + t_e''), \quad \frac{1}{2}(t_e'' + t_e'), \quad \frac{1}{2}(t_e' + t_e'');$$

полусуммы же из моментов размыкания тока будут:

$$\frac{1}{2}(t_w''' + t_w''), \quad \frac{1}{2}(t_w'' + t_w'), \quad \frac{1}{2}(t_w' + t_w'').$$

Последние будут больше первых, и легко видеть, что

$$\frac{1}{2}(t_e''' + t_e'') = \frac{1}{2}(t_e''' + t_w''') - \frac{1}{2}(t_w''' - t_e''),$$

и так же для других моментов, но $\frac{1}{2}(t_w''' - t_e'')$ есть промежуток времени, за который звезда в поле зрения перемещается между двумя положениями подвижной нити, соответствующими ширине третьего контакта, или, если ширину его для звезды в экваторе обозначить через τ_3 в секундах дуги, то

$$\frac{1}{2}(t_w''' - t_e'') = \frac{1}{2}\tau_3 \sec \delta,$$

где δ — склонение наблюдаемой звезды. Поэтому, используя только размыкания тока, мы для моментов прохождения звезды через бесколлимационную нить находим следующие выражения:

$$\frac{1}{2}(t_e''' + t_w''') - \frac{1}{2}\tau_3 \sec \delta, \quad \frac{1}{2}(t_e'' + t_w'') - \frac{1}{2}\tau_2 \sec \delta, \\ \frac{1}{2}(t_e' + t_w') - \frac{1}{2}\tau_1 \sec \delta$$

и, взяв среднее из всех, получаем в общем случае:

$$T = \frac{1}{n} \sum \frac{t_e + t_w}{2} - \frac{1}{n} \sum \frac{\tau_i}{2} \sec \delta,$$

где *i* меняется от 1 до *n*, а *n* есть число пар отсчитанных размыканий тока. На чертеже прерывистая линия соответствует моменту $\frac{1}{n} \sum \frac{t_e + t_w}{2}$. Значит, из среднего арифметического полусумм соответственных моментов размыкания тока нужно вычесть половину средней ширины контактов, умноженную на $\sec \delta$.

Для определения ширины каждого контакта наблюдатель очень медленно вращает винт регистрирующего микрометра и прислушивается к ударам сигнального пера хронографа; при каждом ударе он заме-

чает отсчет на барабане винта, из таких отсчетов он получает ширину каждого контакта, выраженную в долях оборота винта; значение же оборота винта в секундах дуги или времени он может определить по наблюдениям прохождения звезд через положения подвижной нити, разнящиеся друг от друга на целое число оборотов, или же по наблюдению звезд в наибольшей дигрессии, как это описано в § 119. Из всех применяемых при наблюдениях контактов нужно взять среднюю ширину $\frac{1}{n} \sum \tau_i$ в секундах времени и половину ее вычитать из $\frac{1}{n} \sum \frac{1}{2} (t_e + t_w)$.

Для учета влияния наклонности оси измеряют уровнем наклонность как при *К. В.*, так и при *К. З.* В случае цапф, не равных по толщине, находим следующее: пусть, как в § 142, \bar{i}_1 есть наклонение, определяемое из непосредственных отсчетов концов пузырька при *К. В.*, \bar{i}_2 — при *К. З.*, а действительное наклонение оси при *К. В.* есть $i_1 = \bar{i}_1 + x$, а при *К. З.* $i_2 = \bar{i}_2 - x$.

Поправка за наклонение среднего момента из контактов при *К. В.* есть $li_1 = l\bar{i}_1 + lx$, а при *К. З.* $li_2 = l\bar{i}_2 - lx$, где l — коэффициент формулы Майера. Так как нужно брать среднее из обеих поправок, то члены $+lx$ и $-lx$ взаимно уничтожаются и, значит, можно для редукции применять наклонение оси, непосредственно находимое из отсчетов уровня, без учета неравенства цапф. Более того: можно не перекладывать уровня на оси ни при *К. В.*, ни при *К. З.*, а оставить его висеть на оси все время наблюдения. Тогда получаем следующее: пусть более толстая цапфа находится при круге; положим, что на этом же конце находится нуль уровня. Если бы цапфы были одинаковы, то отсчеты уровня при *К. В.* были бы, допустим, a_e и a_w ($a_e < a_w$), а после перекладки инструмента при *К. З.* a'_e и a'_w ($a'_e > a'_w$), и наклонение оси было бы в полуделениях уровня таково: $\frac{1}{2} [(a_e + a_w) - (a'_e + a'_w)]$; если цапфа при круге толще другой, то отсчеты стали бы такие:

$$\bar{a}_e = a_e - 2x, \quad \bar{a}_w = a_w - 2x, \quad \bar{a}'_e = a'_e - 2x, \quad \bar{a}'_w = a'_w - 2x.$$

Мы только что видели, что влияние неравенства цапф при рассматриваемом случае исчезает, и, с другой стороны, из наших отсчетов формально получается наклонение, равное

$$\frac{1}{2} [(\bar{a}_e + \bar{a}_w) - (\bar{a}'_e + \bar{a}'_w)] = \frac{1}{2} [(a_e + a_w) - (a'_e + a'_w)],$$

т. е. такое же, как при равных цапфах, которое только и нужно принимать во внимание. Значит, можно оставить уровень висеть все время на оси без перекладки, получать отсчеты его концов и из них вывести наклонение самым обыкновенным образом; различная толщина цапф при этом уже будет принята во внимание.

Азимут находится обычным способом: 1) либо с помощью околополярной звезды, 2) либо с помощью достаточного числа зенитных звезд по обе стороны от зенита, так что коэффициенты K есть и положительные, и отрицательные, а сумма их близка к нулю.

По рассматриваемому вопросу на русском языке есть подробная монография П. Н. Долгова «Определение времени в меридиане пассажным инструментом с регистрирующим микрометром», М. — Л., 1935.

Пример на определение поправки часов при помощи

Астрономическая обсерватория МГ

1939 г., апреля 11.

1	*	ε Leo	19 LMi	γ Leo
2	α	9 ^h 42 ^m 25 ^s ,75	9 ^h 53 ^m 59 ^s ,75	10 ^h 4 ^m 2 ^s ,79
3	δ	24° 3'	41°21'	17°3'
4	z	31 42	14 24	38 42
5	sec δ	1,10	1,33	1,05
6	I	0,93	1,29	0,82
7	K	0,575	0,332	0,654
8	T	42 ^m 0 ^s ,53	53 ^m 34 ^s ,66	3 ^m 37 ^s ,55
9	iI	—,08	—,12	—,07
10	(ca + $\frac{\tau}{2}$) sec δ	—,22	—,27	—,21
11	цапфы	—,04	+ ,04	—,04
12		42 0,19	53 34,31	3 37,23
13		+ 25,56	25,44	25,56
14	0,56K	—,32	—,19	—,37
15	и	+ 25,24	—,25	,19

В 1-й строке дано название звезды; во 2-й — α, взятое из астрономического ежегодника American Ephemeris and Nautical Almanac; в 3-й — δ; в 4-й — зенитное расстояние, полученное по формуле $z = \varphi - \delta$, для $\varphi = 55^{\circ}45'$; в 5-й дан sec δ, в 6-й и 7-й — коэффициенты формулы Майера $I = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$ и $K = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$. Они нужны для редукции момента прохождения звезды на меридиан по формуле

$$T_{\text{испр}} = T_{\text{набл}} + iI - \left(\frac{\tau}{2} + \text{сут. абerr.} \right) \sec \delta + kK,$$

где τ — средняя ширина контактов.

Наперед было известно, что $\frac{\tau}{2} = 0^{\text{s}},191$; суточная абerrация равна $0^{\text{s}},012$ (для Москвы); i из всех отсчетов было получено равным — $0^{\text{s}},089$ и принято одинаковым для всех наблюдаемых звезд. Так как эти числа малы, то sec δ и I были взяты лишь с двумя десятичными знаками, так как большая точность не имеет смысла; K взято с тремя десятичными знаками, так как до конца вычислений, допустим, величина k еще совершенно не известна. Величины sec δ, I и K взяты из «Таблиц для астрономических вычислений», упомянутых в предисловии ко второму изданию; 8-я строка содержит $T_{\text{набл}}$. Чтобы показать, как получаются эти величины, в табличке слева даны для звезды 19 LMi отсчеты ленты хронографа для K. В. и K. З. и вывод $T_{\text{набл}}$.

19 LMi		
K. В.	K. З.	Сумма
53 ^s ,76	15 ^s ,82	69 ^s ,58
55,73	13,56	69,29
57,66	11,57	69,23
58,64	10,51	69,15
1,71	7,66	69,37
3,91	5,50	69,41
5,66	3,51	69,17
7,59	1,61	69,20
10,81	58,61	69,42
11,83	57,58	69,41

Среднее из этих 10 сумм есть 69,32, а половина 34^s,66, как и написано в таблице. 9-я и 10-я строки верхней таблицы содержат указанные члены редукционной формулы; так как перемноженные числа — малозначные, то, конечно, рациональнее всего пользоваться логариф-

держат указанные члены редукционной формулы; так как перемноженные числа — малозначные, то, конечно, рациональнее всего пользоваться логариф-

ссадного инструмента с регистрирующим микрометром

ссадный инструмент Бамберга

Наблюдательница А. И. Лаврова.

36 UMa	41 LMi	β UMa	ψ UMa	3 Dra
$10^h 26^m 47^s,01$ $56^\circ 18'$ -0 33 1,80 1,80 -0,017 $26^m 22^s,39$ —,16 —,37 +,02	$10^h 40^m 8^s,53$ $23^\circ 30'$ 32 15 1,09 0,92 0,582 $39^m 13^s,30$ —,08 —,22 —,04	$10^h 58^m 13^s,31$ $56^\circ 42'$ -0,57 1,82 1,82 -0,032 $57^m 48^s,65$ —,16 —,37 +,02	$11^h 6^m 17^s,10$ $44^\circ 50'$ 10 55 1,41 1,38 0,268 $5^m 52^s,12$ —,12 —,29 +,04	$11^h 39^m 8^s,66$ $67^\circ 5'$ -11 20 2,57 2,52 -0,505 $38^m 44^s,49$ —,22 —,52 —,07
26 21,88 25,16 +,01 -,17	39 42,96 25,57 —,33 .24	57 48,14 25,17 +,02 .19	5 51,75 25,35 —,15 .20	34 43,68 24,98 +,28 .26

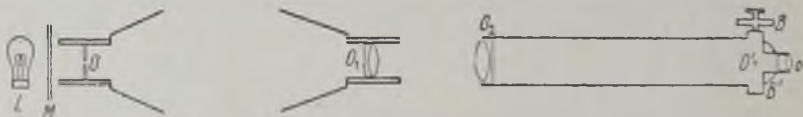
мической линейкой или таблицей умножения, но отнюдь не логарифмами. 11-я строка содержит поправку момента за неправильности цапф (см. § 153). В 12-й строке дан исправленный момент прохождения через меридиан, а в 13-й — разность: α — число 12-й строки. После этого для нахождения азимута k был построен график: абсциссы — коэффициент K , ординаты — числа 13-й строки; через полученные точки была проведена прямая линия и из наклона ее к оси абсцисс было получено значение азимута $k = 0,56$. Тогда были вычислены исправления чисел 13-й строки от влияния азимута, т. е. $0,56 K$. 15-я строка содержит окончательные поправки часов из наблюдений каждой звезды.

В среднем получаем: $u = +25^s,218 \pm 0^s,011$; наконец, надо присчитать параллакс перьев хронографа, равный $0^s,027$; с учетом его $u = +25^s,191$; эта поправка относится к среднему моменту наблюдений, т. е. 1939, апреля 11, $10^h 6$ звездного времени.

§ 153. Неправильности цапф. Если цапфы имеют форму круглых цилиндров, то имеется определенная ось вращения трубы и с нею визирной линии; это — прямая, соединяющая центры окружностей рабочих сечений, т. е. тех сечений, которыми цапфы лежат на лагерьях и на которые ставятся ножки уровня при измерении наклона оси. Неравенство радиусов цапф может быть измерено и принято во внимание, как это указано в § 143. Но дело гораздо сложнее, если цапфы неправильны, т. е. сечения их — не окружности, и неправильные кривые. Заметим сейчас же, что не было бы никакой беды, если бы эти неправильные (или же и правильные) кривые были у обеих цапф одинаковы и одинаково расположены; действительно, тогда при вращении инструмента, правда, не было бы неподвижной прямой, как в случае круговых цапф, но все прямые, соединяющие одинаково расположенные точки кривых рабочих сечений, перемещались бы параллельно, и существовала бы плоскость, перпендикулярная ко всем этим прямым; кроме того, в трубе была бы и бесколлимационная линия, которая описывала бы

большой круг небесной сферы. Но рассчитывать на такую случайность нельзя, и, строго говоря, надо считать, что рабочее сечение каждой цапфы есть особая неправильная кривая, благодаря искусству механика мало отличающаяся от круга. Поэтому оси вращения в точном смысле слова нет, нет и бесколлимационной линии, а пересечение визирной линии с небесной сферой описывает не малый круг, как в случае ошибок i , s и k , а очень неправильную кривую вдоль этого малого круга, неправильно переходя с одной стороны на другую. Момент прохождения изображения звезды через среднюю нить есть момент прохождения звезды через эту неправильную линию. Чтобы исправить наблюдаемые моменты, надо знать отклонения этой неправильной линии от упомянутого малого круга, а для этого нужно знать то, так сказать, болтанье металлической оси инструмента, которое происходит от неправильностей цапф.

Мы опишем основную идею одного из способов исследования этих неправильностей, именно того способа, который прямее других ведет к конечной цели. Вообразим себе сначала круглые, хотя бы и неравные,



Фиг. 72.

цапфы; у каждого рабочего сечения есть центр; представим себе, что цапфы у нас пустые и в рабочем сечении одной цапфы помещена пластинка с дырочкой O точно в его центре (фиг. 72), а в рабочем сечении другой цапфы помещен объектив, внутренняя главная точка O_1 которого совпадает с центром этого рабочего сечения, а фокусное расстояние равно расстоянию между рабочими сечениями, так что упомянутая дырочка находится в главном фокусе объектива. Поставим перед пластинкой с дырочкой матовое стекло M и источник света L , а со стороны другой цапфы вдоль оси вращения поместим астрономическую трубу с объективом O_2 и окуляром o ; тогда в нее мы увидим изображение дырочки O' , образованное лучами, прошедшими через объектив O_1 и нашу трубу; O' будет находиться в фокальной плоскости объектива трубы. Сообразим, что при вращении инструмента около оси с круглыми цапфами O' будет неподвижно в поле зрения нашей трубы. Вообразим еще невозможный случай, что O и O_1 не находятся в центрах рабочих сечений, а одинаково отодвинуты от них, т. е. на одно и то же расстояние и в одну и ту же сторону; тогда O' при вращении оси тоже будет неподвижно, потому что OO_1 , а значит, и пучок параллельных лучей, выходящий из O_1 , будет при вращении сохранять неизменное направление.

Вообще же говоря, мы сможем поместить и O , и O_1 лишь близко к центрам рабочих сечений цапф, и тогда, как это нетрудно сообразить, O' при круглых цапфах будет вращаться по кругу вокруг некоторого центра. Этот центр будет занимать место изображения O' в только что рассмотренном идеальном, невозможном на деле случае.

Но если рабочие сечения цапф — не окружности, то у пассажного инструмента постоянной оси вращения не будет, и точка в нашей трубе будет описывать не окружность, а сложную кривую, которая

однако, при малости неправильностей цапф будет мало отличаться от окружности. Мы можем, однако, рассматривать вращение нашего инструмента так, как если бы он и в случае неправильных цапф вращался около некоторой геометрической оси, характеризуемой некоторыми постоянными i и k , но только при *каждом* его положении имелось бы налицо отклонение от этого положения, вследствие чего i и k получали бы приращения Δi и Δk , изменяющиеся при вращении трубы и зависящие как от формы обеих цапф, отличающихся от окружностей, так и от формы тех поверхностей лагерьей (всегда немного вдавленных), на которых лежат цапфы; в этом соображении заключается суть излагаемого способа. Какую именно прямую принять за геометрическую ось, характеризуемую параметрами i и k , это, строго говоря, несущественно, ибо ясно, что каждой паре i и k будут соответствовать свои поправки Δi и Δk , которые в совокупности с i и k должны представлять действительное направление оси при данном зенитном расстоянии трубы пассажного инструмента.

Ввиду этого в фокальной плоскости упомянутой вспомогательной астрономической трубы, где помещается изображение точки O' , образующееся после прохождения лучей через объектив в цапфе и объектив этой трубы, помещается микрометр с крестом нитей, который двумя винтами с барабанами B и B' можно перемещать и горизонтально, и вертикально. Наблюдатель вращает круг, скажем, через 30° или через 12° , или другой угол и при каждом положении наводит крест нитей на изображение точки O' и отсчитывает оба винта микрометра. Так он получает координаты изображения точки O' для ряда положений трубы при ее вращении на полную окружность. Из вышесказанного ясно, что в случае, если обе цифры круглы, все точки O' будут лежать на окружности; в противном случае отклонения их от некоторой окружности дадут искомые Δi и Δk .

Вместо превращения оси вращения инструмента в описанный коллиматор можно поступать (и поступают) иначе. На обоих концах оси помещают пластинки и на каждой из них по возможности ближе к той точке ее, где ее пересекает ось вращения инструмента, помещают крохотную метку; например, на непрозрачной пластинке образуют черную точку и освещают пластинку спереди или на прозрачной пластинке образуют черную точку и освещают пластинку светом, проходящим через ось. Перед каждой такой пластинкой помещают микроскоп с описанным выше двойным микрометром. При вращении инструмента каждая упомянутая точка описывает некоторую кривую, которую по точкам измеряют при помощи микрометра. В случае правильной круговой цапфы эта кривая будет круг; если она — не круг, то можно определить отклонения кривой от круга и из них особым вычислением найти влияние неправильностей каждой цапфы, а, значит, и обеих цапф вместе, на моменты прохождения светил через среднюю нить.

Мы не останавливаемся в нашем курсе на подробностях этой задачи и отсылаем интересующихся к следующим специальным работам:

1) А. Ковальский, Исследование фигуры цапфов большого пассажного инструмента Эртеля, Известия Академии Наук, т. V, № 2 (сентябрь), 1896.

2) П. Долгов, Определение времени в меридиане пассажным инструментом с регистрирующим микрометром, М.—Л., 1935. В этой книге кратко изложены и другие способы исследования цапф и приведена литература.

3) *Ivon Villarceau*, Étude du mouvement de rotation de la lunette méridienne, Annales de l'observatoire de Paris, Mémoires, Vol. VII, 1863.

§ 154. Пассажный инструмент в первом вертикале. Основные формулы. Особенности наблюдения прохождений звезд через первый вертикал при помощи целесообразно поставленного пассажного инструмента могут быть выяснены из рассмотрения фиг. 73. Пусть P — полюс, Z — зенит, A — точка экватора, EZW — первый вертикал, S и S' — точки пересечения его с суточной параллелью какой-либо звезды; $360^\circ - t$ и t — часовые углы, при которых это происходит. Тогда

$$\operatorname{tg} PZ = \operatorname{tg} PS \cos t$$

или

$$\operatorname{tg} (90^\circ - \varphi) = \operatorname{tg} (90^\circ - \delta) \cos t,$$

или

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varphi \cos t \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec t.$$

Из чертежа ясно, что если δ мало разнится от φ , то t невелико, и тогда $\cos t$ мало меняется при изменении t или в случае небольшой ошибки в t . Допустим, что мы наблюдаем по хронометру или по часам моменты T_e и T_w прохождения звезды через восточную и западную части первого вертикала. Тогда, обозначая через u_e и u_w соответственные поправки часов, получаем

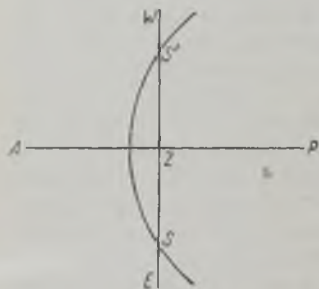
$$2t = (T_w + u_w) - (T_e + u_e),$$

и если нам известен суточный ход хронометра ω , то $u_w - u_e = (T_w - T_e)\omega/24$, и, следовательно, t тоже будет известно.

В силу сказанного, если разница между φ и δ мала, мы, несмотря на неизбежные малые ошибки в T_e , T_w и ω (а большим ошибкам не откуда взяться), получим очень точное значение $\cos t$ и потому точно определим либо φ , если известно δ , либо δ , если известно φ . Если же ни φ , ни δ точно не известны, то из таких наблюдений можно по изменениям δ найти изменения φ или же, наоборот, по изменениям φ найти изменения δ .

Заметим еще, что нормальная рефракция несколько не влияет на наблюдаемые моменты, что, конечно, очень важно.

В силу этих соображений подобные наблюдения применяются для определения широты места наблюдения; однако теперь эта задача с большим удобством решается способом Талькотта или Певцова, которые требуют от инструмента устойчивости за меньший промежуток времени, чем рассматриваемый способ, и в которых существенный элемент, т. е. неизменность зенитного расстояния, контролируется уровнем. Те же соображения лежат в основе определения коэффициента абберации по изменению δ околозенитных звезд при допущении по-



фиг. 73.

стоянства φ ; такие определения были произведены в Пулковской обсерватории в первые годы после ее основания с помощью большого пассажного инструмента в первом вертикале. Теперь, когда постоянство φ опровергнуто наблюдениями, наоборот, колебание широты можно вывести из таких наблюдений, принимая известным коэффициент аберрации и собственное движение по склонению наблюдаемой звезды.

§ 155. Влияние ошибок инструмента на определение широты мы рассмотрим, допуская, что они так малы, что можно ограничиться в исправлении наблюдений только первыми степенями ошибок и пренебрегать их квадратами и произведениями. Ошибки пассажного инструмента в первом вертикале те же, как в случае помещения его в меридиане, а именно: 1) наклонение оси i ; мы будем считать i положительными, если северный конец оси выше южного; 2) азимут оси k , т. е. малый угол между меридианом и вертикальным кругом, проходящим через ось; мы будем считать k положительным, если северный конец оси отклонен от меридиана к западу; 3) коллимация c ; будем считать ее положительной, если малый круг, описываемый на небесной сфере визирной линией инструмента, лежит к югу от первого вертикала.

Если $c = 0$, $k = 0$ и только $i \neq 0$, то наблюдение прохождения звезды через среднюю нить инструмента равнозначуще с наблюдением прохождения звезды через плоскость, проходящую через точки востока и запада и наклоненную к первому вертикалу на угол i , а эта плоскость есть не что иное, как плоскость первого вертикала в таком месте, широта которого φ' есть $\varphi - i$, если φ есть широта реального места наблюдения. Поэтому если $T_w - T_e$ есть освобожденная от хода хронометра разность наблюденных по хронометру моментов прохождений звезды через западную и восточную части первого вертикала, то, вычислив φ' по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec (T_w - T_e),$$

мы получим широту места наблюдений из уравнения $\varphi = \varphi' + i$.

Если $i = 0$, $c = 0$, но $k > 0$, то и на востоке и на западе звезда раньше проходит через среднюю нить, а потом через первый вертикал, и притом, как можно видеть из простых геометрических рассуждений и формулы $\Delta t = k / \sin \varphi$, вывод, который мы рекомендуем читателю, эта разница и по абсолютной величине одинакова на востоке и западе. Поэтому полуразность $1/2 (T_w - T_e)$ прохождений через среднюю нить равна полуразности прохождений через первый вертикал, вследствие чего мы без всяких поправок можем написать

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec 1/2 (T_w - T_e).$$

Наконец, если $i = 0$, $k = 0$, но $c > 0$, то на востоке звезда проходит сначала через первый вертикал, а потом через среднюю нить, а на западе наоборот; поэтому разность $T_w - T_e$ ошибочна на двойное влияние коллимации в каждом наблюдении прохождения. Можно полностью освободить наблюдения от этого влияния, если на востоке наблюдать прохождение звезды через несколько боковых нитей сетки или же через несколько положений подвижной нити окулярного микрометра, а затем переложить инструмент в его лагерях и тотчас же после перекладки продолжать наблюдение прохождения той же звезды через

те же неподвижные нити или те же положения подвижной нити. Среднее из прохождений звезды через одну и ту же нить до и после перекладки есть момент прохождения звезды через бесколлимационную визирную линию. Если среднее из таких средних для всех нитей обозначить через T_0 для восточных наблюдений и через T_w для западных, то, предполагая, что разность $T_w - T_0$ освобождена от хода хронометра, уравнение

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec^{1/2} (T_w - T_0)$$

опять будет иметь силу.

Итак, если есть небольшие ошибки c , i и k , то, наблюдая на востоке и на западе одну и ту же звезду так, как это только что было описано, мы получим φ по формулам

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec^{1/2} (T_w - T_0) \quad \text{и} \quad \varphi = \varphi' + i,$$

где $(T_w - T_0)$ означает разность моментов прохождения, исправленную от хода хронометра.

Есть и другие способы наблюдения прохождений одной звезды или пары звезд через первый вертикал, в которых используются основные особенности этого явления суточного движения звездного неба. Но мы не можем останавливаться на них и отсылаем интересующихся к более подробным курсам (Савича, Брюннова, Шовене).

ГЛАВА СЕМНАДЦАТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗНОСТЕЙ ДОЛГОТ

§ 156. Основные соображения. При помощи измерений зенитных расстояний светил близ первого вертикала или по способу Цингера, или пассажным инструментом в меридиане можно определить так называемую поправку часов, т. е. приведение показаний часов к *местному* звездному времени, если часы или хронометр идут по звездному времени. Если обозначить эту поправку для момента времени T_1 через u_1 , а через ω — суточный ход хронометра, определяемый из сопоставления поправок его в два и более последующих дня, то поправка его для момента T выразится формулой $u_1 + (\omega/24)(T - T_1)$, где разность $(T - T_1)$ выражена в часах и долях часа.

С другой стороны, пусть в момент T_2 приведение показаний того же хронометра к звездному *гриничскому* времени есть U_2 ; тогда это же приведение в момент T равно $U_2 + (\omega/24)(T - T_2)$.

Это значит, что в момент T по хронометру *местное* звездное время есть $T + u_1 + (\omega/24)(T - T_1)$, а *гриничское* звездное время есть $T + U_2 + (\omega/24)(T - T_2)$. Они разнятся одно от другого на разность долгот или же на долготу места наблюдения от Гринича. Именно, если *восточную* долготу λ мы будем считать положительной, то

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{местное звездное время} - \text{гриничское звездное время,} \\ \text{или} \\ \lambda &= \left[T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1) \right] - \left[T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2) \right] = \\ &= u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1 - T_2). \end{aligned}$$

Если же, как это принято в иностранных астрономических ежегодниках, *западную* долготу считать положительной, то, наоборот,

$$\begin{aligned}\lambda &= \left[T + U_2 + \frac{\omega}{24} (T - T_2) \right] - \left[T + u_1 + \frac{\omega}{24} (T - T_1) \right] = \\ &= U_2 - u_1 - \frac{\omega}{24} (T_2 - T_1).\end{aligned}$$

Ясно, что при переездах с одного места на другое u_1 меняется и для простоты формулы, для простоты соображений и вычислений, выгодно держать поправку относительно гриничского меридиана, т. е. U_2 , малой; иными словами, выгодно, чтобы хронометр шел по гриничскому звездному времени с малой поправкой, но главное — это уметь узнавать эту поправку U_2 .

§ 157. Хронометрические экспедиции. В былое время поправку U_2 можно было узнавать, только полагаясь на ход хронометра во время его перевозки. Уезжая из какой-либо обсерватории с известной долготой, наблюдатель покидал ее, зная поправку U_2 хронометра в известный момент и суточный ход его ω , определенный по наблюдениям в этой обсерватории и исследованный в отношении его зависимости от температуры и изменчивости с течением времени. Проезжая затем по различным местам, для которых ему нужно было определить долготу, наблюдатель определял в каждом из них поправку своего хронометра u_1 и затем обязательно возвращался в исходный пункт, где тотчас же определял U_2 и вновь исследовал ход хронометра. Тогда, либо полагаясь на постоянство хода хронометра во время путешествия, либо учитывая его более тщательно на основании своих исследований, наблюдатель мог с большей или меньшей точностью определить поправку часов относительно Гринича для каждого дня и, в частности, для каждого момента своего определения поправки его относительно *местного* времени в каждом пункте, где он эту поправку определял. Так он получал долготы всех этих мест, опираясь на долготу исходного пункта, которая была определена таким же точно образом. Для большей точности выгодно было возить не один хронометр, а несколько, и таким образом проводились *хронометрические* экспедиции с несколькими десятками хронометров.

Когда таким образом были определены долготы нескольких мест как на берегах океанов и морей, так и внутри материков, можно было дальше поступать проще. Покинув начальный пункт с известной долготой, наблюдатель, для того чтобы иметь следующую поправку своих хронометров относительно Гринича, не должен непременно возвращаться в исходный пункт, а должен только доехать до другого пункта с известной долготой и здесь определить поправку, потому что, если долгота λ известна, то из вышеописанных уравнений имеем, считая восточную долготу положительной:

Гриничское звездное время = местное звездное время — λ
или $T + U = T + u - \lambda$,
откуда получаем

$$U = u - \lambda.$$

Значит, прибытие в пункт с известной долготой заменяет в этом случае круговую поездку.

§ 158. Другие прежние способы определения разностей долгот. Кроме перевозки хронометров применялись и другие способы для определения λ , например наблюдения быстрого движения Луны или затмений спутников Юпитера.

Луна за один час перемещается на небе на полградуса, за минуту — на полминуты дуги; поэтому, так как в астрономическом ежегоднике *предвычисляются* места Луны среди звезд для определенных часов гриничского времени, то наблюдатель, определив подходящим инструментом место Луны среди звезд в известный момент по своему хронометру, может узнать, сколько времени в этот момент на гриничском меридиане, а значит, мог бы знать и приведение своего хронометра U к гриничскому времени; после этого определение поправки u давало бы возможность определить долготу.

Точно так же в астрономических ежегодниках *предвычисляются*, правда, без особой точности, моменты затмений юпитеровых спутников по гриничскому времени. Поэтому любой наблюдатель, определяя в подходящую трубу такой момент по своему хронометру, может найти U , а значит и долготу. Такие, хотя бы приближенные, определения долготы крайне важны для уверенности и безопасности мореплавания.

Вот почему английское адмиралтейство в XVIII и XIX вв. было крайне заинтересовано в усовершенствовании хронометров и в создании точных таблиц движения Луны, по которым ее положение на небе можно было бы предсказывать за несколько лет вперед; недаром «Таблицы Луны» Ганзена и изданы были английским адмиралтейством.

§ 159. Определение долгот по телеграфу. Другой способ, гораздо более точный, чем перевозка хронометров, но годный только для суши, но не для моря, выявился, когда был изобретен электромагнитный телеграф.

Положим, что место, для которого нужно определить долготу, соединено телеграфным проводом с таким местом, для которого долгота известна, или прямо с Гриничской обсерваторией, и в обоих местах в один и тот же вечер и, лучше, по одним и тем же звездам определены поправки хронометров или часов. Тогда по проводу можно послать сигнал в определенный момент по часам одного места и принять его в другом месте по часам другого места. Пусть индекс 1 относится к месту с неизвестной, а индекс 0 к месту с известной долготой: разность их долгот равна λ . Пусть получены поправки часов в обоих местах: $u_1 + (\omega_1/24)(T - T_1)$ и $u_0 + (\omega_0/24)(T - T_0)$, как это объяснено в § 156, и в некоторый момент дан сигнал, который принят обеими станциями в моменты T_1' и T_0' по их часам. Значит, звездные времена в момент сигнала были

$$T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T_1) \quad \text{и} \quad T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T_0).$$

Разность их равна разности долгот, и, значит, считая λ положительной к востоку, мы получаем

$$\lambda = \left[T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T_0) \right] - \left[T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T_0) \right].$$

Но как мы уже видели, поправки u ошибочны вследствие личной ошибки в наблюдениях; в хронометрических экспедициях эта ошибка

исключается, поскольку наблюдатель и инструмент во всех наблюдениях одни и те же, предполагая, однако, что личная ошибка наблюдателя постоянна.

При определении долгот по телеграфу у каждого наблюдателя своя ошибка; поэтому в определение λ входит разность ошибок. Кроме того, нажим ключа, замыкающего ток в общей цепи, не в один и тот же момент вызывает удар якорей электромагнитов на обеих станциях вследствие различия в самоиндукции приборов и в механическом устройстве их (массы якорей, сила пружин и т. п.) и отчасти потому, что электрический ток не мгновенно распространяется по проводу. Поэтому нужно давать сигналы (и неоднократно) то с одной, то с другой станции.

Для исключения же личных ошибок наблюдателей они должны меняться местами каждый со своим инструментом. Сначала получают несколько поправок в одни и те же вечера, причем наблюдатель A_1 находится в месте M_1 , а наблюдатель A_2 в месте M_2 , а затем столько же поправок в общие вечера получают A_1 в M_2 , а A_2 в M_1 . Каждый вечер телеграфом посылается несколько сигналов в обе стороны. Тогда получают в среднем из каждой серии до и после переезда две долготы, в которых разность личных ошибок входит с разными знаками; в среднем из двух значений долготы разность личных ошибок исключают, предполагая, что эта разность в обеих сериях была одинакова.

§ 160. Определение долгот при помощи радио. После изобретения радио нет нужды в телеграфном проводе, а после организации нескольких служб времени нет нужды и в отправной радиостанции ни в одном из мест наблюдения, нужен только у каждого наблюдателя надлежащий радиоприемник. В настоящее время несколько служб времени (см. § 162), большинство два раза в день, в установленные часы мирового времени посылают в эфир так называемые ритмические сигналы времени — короткие звуки — как точки, следующие в течение 5 минут один за другим через $1/61$ -ю долю минуты среднего времени. Имея надлежащий радиоприемник, наблюдатель слышит эти короткие сигналы, как будто удары хронометра, и так как этих ударов 61 в минуту, то наблюдатель может с большой точностью подметить совпадение определенного сигнала с определенным ударом своего хронометра, как он это делает при сравнении среднего и звездного хронометров.

Поправка каждого сигнала или его приведения к наперед определенному моменту гриничского среднего времени всегда известны до нескольких сотых долей секунды; сравнение хронометра с ударами производится с точностью до 0,01 секунды, и, следовательно, приведение хронометра к гриничскому времени получается с точностью, зависящей, главным образом, от точности момента сигнала. Но впоследствии по бюллетеню службы времени можно узнать поправки сигналов с точностью до 0",01, а значит, и точное звездное гриничское время каждого сигнала, и с соответственной точностью знать U_2 для момента T_2 . Тогда, сопоставив u_1 и U_2 , как это было изложено в § 156, получаем долготу λ от Гринича.

Пусть наблюдатель определил поправку хронометра u_1 для момента T_1 , тогда его поправка для момента T есть $u_1 + (\omega/24)(T - T_1)$. Пусть,

с другой стороны, приняв сигналы времени по радио, он определил приведение своего хронометра к гриничскому времени U_2 в момент T_2 ; значит, это приведение в момент T есть $U_2 + (\omega/24)(T - T_2)$. Поэтому, как и раньше, если долготы считаются положительными к востоку,

$$\lambda = \left[u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1) \right] - \left[U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2) \right] = u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1 - T_2).$$

Главная ошибка при этом определении λ падает на личную ошибку наблюдателя. Для исключения ее поступают так: наблюдатель сначала определяет этим способом долготу от Гринича такого места, долгота которого известна по предыдущим определениям, затем определяет долготы в тех местах, где ему нужно, и, наконец, опять во второй раз — в первом месте с известной долготой. Сравнив оба свои определения этой долготы с тем значением ее, которое он признает точным, он определяет свою личную ошибку и принимает ее во внимание при обработке своих наблюдений в других местах.

Пусть известная долгота исходного пункта есть λ , а определения ее наблюдателем по радио суть λ_1 и λ_2 . Значит, поправки ее определений суть $\lambda - \lambda_1$ и $\lambda - \lambda_2$. Взяв из них среднее $1/2 (\lambda - \lambda_1 + \lambda - \lambda_2)$, он получает ту поправку, которую нужно прибавить к определенным им долготам прочих пунктов, чтобы исправить его определения долготы за его личную ошибку. Это — так называемое одностороннее определение долготы.

Для большей точности применяются двусторонние наблюдения, т. е. двумя наблюдателями, которые меняются местами вместе со своими инструментами, не только теми, которые служат для определения времени, но и со всей радиоаппаратурой. Значит, в общем наблюдения проводятся так же, как в случае телеграфных определений, но вместо посылки собственных сигналов по проволоке оба наблюдателя принимают по радио одни и те же сигналы избранных служб времени.

§ 161. Расположение наблюдений и приемов радиосигналов. Если пересмотреть вышеприведенные формулы для определения λ , то видно, что в каждую из них входит ход хронометра ω так же, как он входит в определение долгот в хронометрических экспедициях, но с тем различием, что в этих экспедициях нужно было учитывать ход хронометра в течение нескольких дней или десятков дней, а в случае определения долгот по телеграфу или по радио ход хронометра нужно учитывать лишь в течение нескольких часов в пределах одного вечера или одной ночи. Можно так расположить времена получения поправок u_1 и сравнение часов по телеграфу или по радио, что ход будет иметь очень малое значение; например, если определять поправку u_1' дважды в вечер в моменты T_1' (поправка u_1') и T_1'' (поправка u_1''), а между обоими определениями принимать радиосигналы или сравнивать часы обеих станций, то согласно предыдущему параграфу мы получим

$$\lambda' = u_1' - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1' - T_2) \quad \text{и} \quad \lambda'' = u_1'' - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1'' - T_2),$$

и в среднем

$$\lambda = 1/2 (\lambda' + \lambda'') = 1/2 (u_1' + u_1'') - U_2 - \frac{\omega}{24} [1/2 (T_1' + T_1'') - T_2].$$

Само ω получается при этом из наблюдаемых поправок u_1' и u_1'' по формуле

$$\frac{\omega}{24} = \frac{u_1'' - u_1'}{T_1'' - T_1'},$$

где $T_1'' - T_1'$ выражено в часах и долях часа. Так как $1/2 (T_1'' - T_1')$ мало отличается от T_2 по указанным условиям наблюдения, то ω уже мало влияет на результат. Поэтому отпадает необходимость иметь большое количество хронометров. Можно применять для этой же цели и более сложные комбинации определений поправок хронометра u и приемов сигналов. При этом приходится допускать *постоянство* хода хронометра только в течение немногих часов.

§ 162. Служба времени. К началу 20-х годов XX в. относятся первые организации службы времени с систематической передачей по радио сигналов точного времени. С той поры они заведены во многих странах, и в настоящее время существует очень много служб времени. В задачу каждой из них входит получение и хранение точного времени, прием сигналов точного времени и определение поправок этих сигналов; некоторые же из них, кроме того, сами посылают сигналы точного времени. Для осуществления этих целей каждая из служб времени имеет:

1) Одни, а лучше несколько точных часов, поправки которых определяются с помощью пассажных инструментов. В разных странах применяются часы различных мастеров, но очень часто применяются часы Рифлера, мюнхенской мастерской, которая с конца XIX в. изготовляет очень хорошие часы. В последние годы их превзошли своим качеством часы Шорта (Англия); часы должны находиться в условиях, наиболее обеспечивающих постоянство их хода.

2) Один или более пассажных инструментов, преимущественно типа Бамберга, с которыми достаточно часто, раз в 3—5 дней, если позволяет погода, определяется поправка основных часов, а по сравнению с ними и других часов службы времени.

3) Надлежащую радиоаппаратуру для приема сигналов точного времени; в настоящее время стремятся к тому, чтобы иметь запись на хронографе сигналов времени и секунд основных часов; таким образом получается сохраняющийся документ; однако осуществить «пишущий» прием пока гораздо труднее, чем прием на слух, и вряд ли он превосходит последний по точности.

Те службы времени, которые посылают сигналы, имеют еще такие особые часы, у которых минута среднего времени делится не на 60 частей, как обыкновенно, а на 61 часть, и маятник, приблизительно полусекундный, совершает полное колебание (слева направо и справа налево) за $1/61$ -ю долю минуты среднего времени. При каждом таком полном колебании он производит одно замыкание тока в цепи, и это замыкание передается по проволоке из помещения службы времени в лабораторию отправной радиостанции, где эти короткие замыкания тока преобразуются в беспроводную передачу через эфир коротких «точек», воспринимаемых подходящими радиоприемниками. Перед подачей этих коротких сигналов «точек» передаются еще сигналы для настройки радиоприемника на надлежащую волну, для сообщения по

условному шифру названия передающей службы времени и для подачи так называемых сигналов точного времени (три серии по 6 точек).

Ритмические сигналы подаются в такой последовательности:

- нулевой — тире продолжительностью в 0,4—0,5 секунды (его начало есть начало первой минуты),
- 1—60 — 60 точек первой серии или минуты,
- 61 — тире (начало его — конец первой и начало второй минуты),
- 62—121 — 60 точек второй серии или минуты,
- 122 — тире (начало его — конец второй минуты),
- 123—182 — 60 точек третьей серии или минуты,
- 183 — тире (начало его — конец третьей минуты),
- 184—283 — 60 точек четвертой серии или минуты,
- 284 — тире (начало его — конец четвертой минуты),
- 285—304 — 60 точек пятой серии или минуты,
- 305 — тире (начало его — конец пятой минуты).

Таким образом в эфир посылаются 300 коротких сигналов, которые принимаются, и наблюдатель отмечает совпадение нескольких из них с ударами своего хронометра, записывая каждый раз номер сигнала и его серии и одновременное показание хронометра.

Служба времени, посылающая сигналы, заботится о том, чтобы ход вспомогательных полусекундных часов был нуль и чтобы средний момент всех «точек», т. е. середина между 30-м и 31-м сигналами 3-й минуты, возможно более точно соответствовала *наперед заданному* моменту мирового времени (гриничского гражданского), известному всем лицам, принимающим сигналы. Вот для примера гриничское гражданское время передачи ритмических сигналов некоторых служб времени:

Науэн (Германия)	от	0 ^h 01 ^m 00 ^s	до	0 ^h 06 ^m 00 ^s
Бордо (Франция)	»	8 01 00	»	8 06 00
Рэгби (Англия)	»	9 55 00	»	10 00 00
Москва (СССР)	»	14 01 00	»	14 06 00

Если ход вспомогательных часов равен нулю, то наперед известно, какое время отделяет каждую точку от середины между 30-м и 31-м сигналами третьей серии; действительно, начало первого и последнего тире отстоит от этой середины на $2^m30^s,00$; 1-я точка первой серии (а также 60-я точка пятой серии) — на $2^m30^s,00 - \frac{60}{61}$ средних секунд, т. е. на $2^m29^s,0164$; 2-я точка первой серии (и 59-я пятой) — на $2^m29^s,0164 - 0^s,9836 = 2^m28^s,0328$ и т. д. Для каждого сигнала получено такое число и составлены «таблицы для приведения приема ритмических сигналов времени», содержащие эти промежутки в среднем времени для приема сигналов на средний хронометр и в звездном времени для приема их на звездный хронометр. Поэтому, если отмечено совпадение n -го сигнала m -й серии с моментом T по хронометру, то из такой вспомогательной таблицы берут число минут и секунд, которое нужно прибавить к T или вычесть из T для того, чтобы знать показание T_0 хронометра, соответствующее среднему моменту сигналов. Сравнивая его с тем моментом мирового времени, которому соответствует этот средний момент, получают приведение показания хронометра T_0 к мировому (гриничскому гражданскому) времени.

Однако практика показала, что нельзя послать сигналы в эфир совершенно точно. Повторилось то же самое, что и во всех остальных задачах практической астрономии: легче определить поправку сделанного, чем сделать что-либо без ошибки. Поэтому сигналы каждой станции принимаются другими станциями, и каждая станция, располагая хорошими часами и поправками этих часов, определяет поправку каждой посылки сигналов и свои результаты сообщает в бюро точного времени (международное в Париже, советское в Пулкове), где уже из всех таких поправок выводится наиболее точная поправка каждой передачи и публикуется. Эти поправки принимаются во внимание всеми теми, кто для той или иной цели, например для определения долгот по радио (см. § 160), для гравиметрических наблюдений и т. п., использовал какой-либо сигнал одной из служб времени.

Так обеспечиваются нужды астрономов, определяющих разности долгот.

Таблицы для редукции ритмических сигналов содержатся в следующих книгах:

- 1) «Астрономический ежегодник» (на текущий год).
- 2) «Инструкция для астрономических определений на триангуляции I и II класса», ГУГСК, М., 1936.
- 3) «Таблицы для астрономических вычислений», под ред. проф. К. А. Цветкова, упомянутые в предисловии ко второму изданию.

ГЛАВА ВОСЕМНАДЦАТАЯ

ОСНОВЫ ПРИМЕНЕНИЯ АСТРОНОМИИ К НАВИГАЦИИ И АЭРОНАВИГАЦИИ

§ 163. Задача. С давних пор для мореплавания, если корабль надолго уходит далеко от берегов в открытое море, а в последние годы и для авиации, когда самолет отправляется в далекий полет над морем, нужно бывает время от времени определять географические координаты корабля и самолета, чтобы не сбиться с пути. Рискованно при долгом пути полагаться все время только на отсчеты компаса и на определения скорости движения, хотя наблюдения за этим ведутся в течение всего времени передвижения.

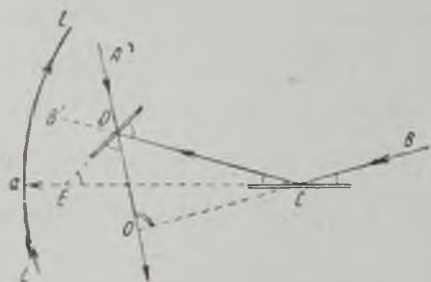
Ясно, что φ и λ и на море могут быть определены по существу теми же методами, как и на суше, но с тем только различием, что 1) для измерения зенитных расстояний нужны такие инструменты, которые не требуют солидной установки, так что их удобно держать в руках, 2) не требуется высокой точности; вполне достаточна на море точность до $1'$ или даже $2'$, а в воздухе вследствие быстрого движения самолета — и еще меньшая, а потому можно и должно применять такие видоизменения методов определения φ и λ , при которых, поступаясь точностью, можно выиграть в простоте и быстроте вычислений; это особенно важно для авиации. Необходимо иметь в виду, что скорый

пароход проходит за 1 час $1\frac{1}{3}$ градуса на земной поверхности, а самолет 1—2 и более градусов. Поэтому рассмотрим: 1) подходящий инструмент и 2) подходящие методы наблюдений и вычислений.

§ 164. Описание и теория секстанта¹⁾. На море для измерения углов издавна пользовались различными инструментами, которые можно было держать в руках, но с 30-х годов XVIII в. для этой цели применяется почти исключительно отражательный секстант; идея его была высказана Ньютоном, но практическое применение он нашел после

опубликования работы Гадлея.

Его устройство основано на следующем соображении. Пусть AO (фиг. 74) есть направление лучей от какого-либо предмета A , идущих в астрономическую трубу, которую нужно вообразить на продолжении линии AO ; лучи попадают в трубу, проходя над неподвижным зеркалом D (ближе к читателю), и проникают только через верхнюю часть объектива



Фиг. 74. Ход лучей в секстанте.

трубы, а нижняя для них закрыта зеркалом D ; есть другое зеркало C , вращающееся около оси; допустим, что лучи от другого предмета B падают на зеркало C , отражаются от него под углом, равным углу падения, падают на зеркало D и, отразившись от него, входят в ту же трубу, заполняя нижнюю часть объектива; если они будут входить в нее по тому же направлению, что и лучи от предмета A , то изображения предметов A и B в трубе совместятся; оказывается, что в этом случае угол между зеркалами в два раза меньше угла между направлениями лучей от A и от B . Действительно, положим, что оба пучка лучей, нормали к зеркалам и оптическая ось объектива трубы параллельны одной и той же плоскости и что последняя есть плоскость чертежа. Пусть в ней плоскости зеркал пересекаются в точке E , а оси пучков лучей в точке O . Тогда по теореме внешнего угла, равного сумме двух внутренних, имеем

$$\text{из треугольника } DOC: \angle B'DO = \angle AOB + \angle DCO,$$

$$\text{а из треугольника } DEC: \angle B'DE = \angle DEC + \angle DCE.$$

Но по закону отражения лучей

$$\angle B'DE = \frac{1}{2} \angle B'DO \text{ и } \angle DCE = \frac{1}{2} \angle DCO.$$

Поэтому из предыдущих двух уравнений без труда находим, что

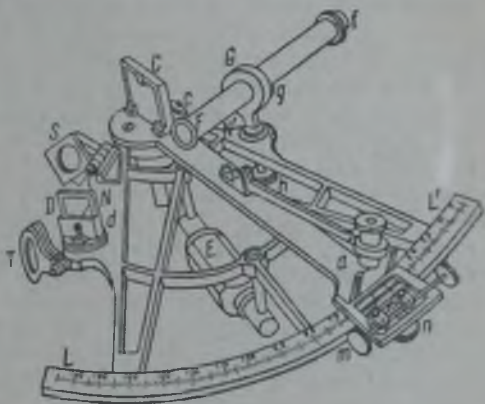
$$\angle AOB = 2 \angle DEC, \text{ что и требовалось доказать.}$$

Зеркало D принято называть *малым*, а зеркало C *большим* зеркалом секстанта.

¹⁾ Транскрипция слова «секстант» на русском языке не установилась. Моряки в настоящее время пишут «секстан», а летчики «секстант». По-латински это слово в именительном падеже пишется «sextans», а в родительном падеже «sextantis», откуда буква «t» некоторыми авторами переносится в русскую транскрипцию. — Прим. ред.

Пусть C есть такая точка зеркала C , что луч, падающий и отраженный в ней после отражения от D , идет по оптической оси объектива трубы. Тогда рациональнее всего вращать зеркало C около оси, проходящей через точку C . Положим, что от зеркала C отходит указатель с чертой α и около точки C , как около центра, располагается сектор LL с градусными делениями, что отсчет при совпадении изображений двух предметов есть K , а отсчет при параллельности зеркал есть K_0 ; тогда угол между направлениями из точки O на оба предмета равен $2(K - K_0)$. В идеальном инструменте K_0 должно бы равняться нулю, в реальном оно называется поправкой нуля или коллимацией.

На этом остроумном соображении построен так называемый *секстант*, названный так потому, что сектор LL по большей части составляет шестую часть круга. Он представлен на фиг. 75, на которой буквами



Фиг. 75. Секстант.

$NLL'N'$ обозначено его основание. LL' — разделенный лимб, C и D — зеркала. У D в верхней части амальгама снята, чтобы дать проход лучам от предмета A в трубу Ff . Винтиками s и d можно изменять наклон зеркал, чтобы сделать их перпендикулярными к лимбу. Винтом h можно поднимать и опускать трубу над лимбом, чтобы регулировать количество света, поступающего в объектив трубы от предметов A и B ; S и T — темные и цветные стекла, необходимые при наблюдении Солнца; n — зажимной винт для алидады a с нониусом. Буквой m обозначен микрометрический винт для медленного вращения зеркала C (над нониусом видна лупа), а буквой E — рукоятка для держания инструмента в руке.

§ 165. Наблюдения с помощью секстанта. Для определения угла между направлениями на предметы A и B наблюдатель держит секстант за ручку, смотрит в трубу на предмет A поверх амальгамы зеркала D , держит плоскость лимба так, чтобы она проходила через предмет B , и поворачивает зеркало C до тех пор, пока изображение B не появится в поле зрения. Тогда наблюдатель, закрепив винт n и вращая винт m , а также поворачивая должным образом секстант около оси трубы, добивается совпадения изображений A и B в центре поля зрения трубы и затем делает отсчет на лимбе K . Потом нужно определить K_0 (см. выше) и разность $K - K_0$ умножить на 2. Чтобы освободить наблюдателя от этого умножения, все числа градусов на лимбе секстанта уже умножены на 2, так что на одном конце его стоит 0° , на другом же 130° , 140° или т. п.

Для определения начального отсчета K_0 лучше всего навести секстант на практически бесконечно удаленный предмет, например на

небесное светило, и получить совпадение обоих изображений его. При наведении на Солнце, имея темное стекло на окуляре трубы, нужно привести в соприкосновение края двух изображений Солнца, получить отсчет K_0' , а затем перевести изображения Солнца через совпадение и затем опять привести другие края в соприкосновение и получить отсчет K_0'' ; среднее из K_0' и K_0'' дает K_0 — отсчет при совпадении дисков. Это — более точный способ, чем способ действительного их совмещения.

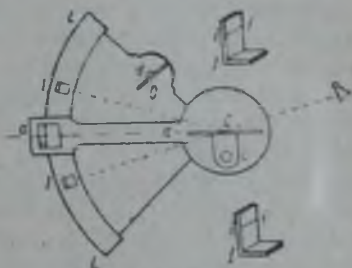
При астрономических наблюдениях на море секстантом измеряют высоты небесных светил над горизонтом. Для этого наблюдатель сводит верхний или нижний край Солнца с той точкой видимого горизонта, т. е. границы воды и неба, которая лежит на круге высоты центра Солнца. С этой целью он должен, поместив подходящее цветное стекло между обоими зеркалами, глядеть в трубу мимо малого зеркала на горизонт и, вращая большое зеркало, прежде всего поймать изображение Солнца в трубе. Затем, не упуская из поля зрения трубы ни горизонта, ни Солнца, он должен добиться совмещения верхнего или нижнего края Солнца с указанной точкой горизонта; для этого он, действуя микрометрическим винтом, сближает край Солнца с горизонтом и при этом водит трубой вдоль горизонта взад и вперед, чтобы найти ту точку горизонта, угловое расстояние которой от края Солнца будет наименьшее; ясно, что это и будет точка горизонта, лежащая на круге высоты центра Солнца, и измеренное угловое расстояние будет высотой края Солнца над горизонтом. В общем эта операция довольно сложная, и хорошее измерение высоты Солнца на море требует более или менее продолжительной тренировки. Подробное изложение этих операций содержится в курсах мореходной астрономии.

Из полученной таким образом высоты нужно вычесть так называемое понижение горизонта, происходящее от того, что глаз наблюдателя находится не на уровне моря, а на некоторой высоте над морем, скажем, H футов. Можно показать, что это понижение горизонта при средней рефракции равняется $60\sqrt{H}$ секунд дуги (H выражено в футах). Кроме того из измеренной высоты нужно вычесть рефракцию.

Секстантом можно измерять высоты и на суше при помощи искусственных горизонтов. Они бывают двух родов: 1) поверхность ртути или масла, налитых в плоский сосуд, или 2) плоская поверхность темного стекла, которое лежит на трех установочных винтах и при помощи уровня приводится в горизонтальное положение. Наблюдатель смотрит в трубу на изображение небесного светила, например Солнца, которое видно в таком горизонте, и совмещает с его изображением в трубе изображение Солнца, получающееся от отражения в обоих зеркалах секстанта; ясно, что при этом измеряется двойная высота Солнца над горизонтом.

§ 166. Ошибки секстанта. Описанные операции дадут искомую высоту светила, если секстант безошибочен, а это значит: оба зеркала перпендикулярны к лимбу, стекла у зеркал плоскопараллельные, темные и цветные стекла также плоскопараллельные; ось вращения зеркала C совпадает с центром делений на лимбе. Перпендикулярность зеркала C к лимбу можно проверить, если смотреть в него очень косо, так (фиг. 76) чтобы видеть отражение в нем части лимба, а мимо него

эту же самую часть; она должна составлять продолжение своего отражения в зеркале, если оно перпендикулярно. Если обе части, прямо видимая и отраженная, наклонены одна к другой, то винтиком c можно исправить положение зеркала C . После этого, если навести секстант на небесное светило так, чтобы оно было видимо и прямо и после отражений в зеркалах, то, если оба изображения при вращении зеркала проходят одно мимо другого, но не совмещаются, это значит, что зеркало D не перпендикулярно к лимбу, и тогда винтом d нужно исправить его положение. Ошибки, остающиеся после этих исправлений, оказывают ничтожное влияние на результаты измерения. Главные ошибки секстанта суть: эксцентриситет оси вращения и призматичность зеркал, но их нельзя исследовать иначе, как измеряя секстантом различные углы, точно измеренные другим инструментом. Для этого на специальных морских обсерваториях с определенного пункта, где и помещают испытуемые секстанты, теодолитом точно измеряют угловые расстояния между несколькими предметами у горизонта. Сравнивая измерения, получаемые определенным секстантом, с точными измерениями, получают таблицу поправок, которой и пользуются для исправления отчитанных по секстанту высот. Конечно, после такого исследования никаких изменений в инструменте делать нельзя; иначе поправки могут стать другими.



Фиг. 76.

§ 167. Определение места корабля на море основано на измерении высот небесных светил в определенный момент по хронометру; необходимое допущение при этом заключается в том, что поправка хронометра, т. е. приведение его показаний к гражданскому гриничскому времени, известна; в настоящее время это совершенно уверенно и легко достигается при помощи приема радиосигналов точного времени, и прежние приемы тщательного исследования хода хронометра (хотя оно и теперь ведется на кораблях неукоснительно) или измерения лунных расстояний уже отошли в область невозвратного прошлого. Из нескольких приемов определения места корабля на море мы опишем лишь наиболее совершенный, это — способ применения сомнеровых линий, предложенный Сент-Илером.

Положим, что в момент T по хронометру наблюдалась высота h небесного светила над горизонтом; так как по радиосигналам приведение хронометра к мировому времени известно, то известны из астрономического ежегодника α и δ этого светила, хотя бы они и менялись с течением времени. Так как при этом не требуется крайней точности, то для нужд мореплавания издаются специально морские астрономические ежегодники, например в СССР помимо «Астрономического ежегодника» Ленинградского астрономического института — его же «Морской астрономический ежегодник». Итак, пусть в момент наблюдения мировое время есть T_0 , звездное гриничское S ; оба нам известны по радиосигналам; значит, часовой угол светила в Гриниче есть $S - \alpha$

Нужно сообразить, 1) что долгота к западу и широта такого места на Земле O , в котором в этот момент наблюдаемое светило находится в зените, суть соответственно $S - \alpha$ и δ ; 2) что, принимая Землю за шар, геометрическое место всех тех мест на Земле, в которых в этот момент это светило находится на высоте h или на зенитном расстоянии $90^\circ - h$, есть малый круг, описанный около O , как около центра, сферическим радиусом, равным $90^\circ - h$. Так как мы по предложению наблюдали это светило именно на высоте h , то, значит, место нашего корабля лежит на этом круге. Вообразим, что нам удалось в тот же момент определить высоту h' другого светила с координатами α', δ' ; значит, место корабля лежит также на другом круге, центр которого O' имеет долготу $S - \alpha'$, широту δ' , радиус сферический $90^\circ - h'$. Значит, имея достаточно большой глобус, мы бы нанесли на нем точки O и O' , описали бы из них круги сферическими радиусами $90^\circ - h$ и $90^\circ - h'$ и нашли бы две точки пересечения их; отличить, какая точка соответствует нашему кораблю, легко по тому, какое из светил у нас при наблюдении было направо и какое налево. Однако применять глобус неудобно из-за его громоздкости, чертить на карте такие круги нельзя, потому что карта искаженно изображает шаровую поверхность Земли; поэтому для обработки описанных наблюдений применяют иной прием. Мы сначала разберем воображаемый случай одновременного наблюдения обоих светил, а потом реальный случай морской практики.

Так как с момента выхода корабля в море на нем ведется непрерывная запись направления, по которому он идет, и скорости его движения, то всегда приблизительно известны так называемые «счислимые» координаты его в момент наблюдения φ_0 и λ_0 (долгота от Гринича, положительная к западу). Зная их и координаты наблюдаемого светила α и δ и момент наблюдения по гриничскому времени, получаем прежде всего его часовой угол в «счислимом» месте наблюдения, равный $S - \alpha - \lambda_0$, и затем для этого места (φ_0, λ_0) вычисляем высоту и азимут светила по формулам

$$\sin h_0 = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (S - \alpha - \lambda_0),$$

$$\sin A_s = \sin (S - \alpha - \lambda_0) \cos \delta \sec h_0$$

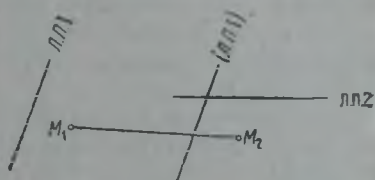
или по другим, полученным из этих.

Сравним теперь h_0 с наблюдаемым нами h . Если $h_0 > h$, следовательно, $90^\circ - h_0 < 90^\circ - h$, то значит, «счислимое» место (φ_0, λ_0) лежит внутри круга радиуса $90^\circ - h$, описанного вокруг точки O ; если же $h_0 < h$, то оно лежит вне этого круга; действительное же место корабля лежит на самом этом круге и недалеко от «счислимого» места. Если теперь вообразить дугу большого круга от «счислимого» места до O , то небольшая часть малого круга радиуса $90^\circ - h$, ближайшая к «счислимому» месту, может быть представлена приблизительно как прямая линия, перпендикулярная к направлению от (φ_0, λ_0) к O и проходящая от места (φ_0, λ_0) на расстоянии $h_0 - h$ в направлении от O к (φ_0, λ_0), т. е. по другую сторону от (φ_0, λ_0), чем точка O , если $h_0 > h$, или же на расстоянии $h - h_0$ в направлении от (φ_0, λ_0) к O , если $h > h_0$.

Поэтому на морской карте (меркаторской проекции, не искажающей направлений) от места (φ_0, λ_0) в направлении «вычисленного»

азимута A_s откладываем в надлежащем масштабе разность $h - h_0$ (если $h < h_0$, то откладываем $h_0 - h$ в направлении $A_s + 180^\circ$) и проводим прямую, перпендикулярную к линии азимута A_s . На этой прямой лежит место корабля, и эта линия называется «линия положения» или «сомнерова» линия, по имени капитана Сомнера, который первый обратил внимание на эти линии.

Если в тот же момент времени имеем наблюдение другого светила, то, проводя для него такие же вычисления и подобное же построение, получим для другого азимута прямую, перпендикулярную к линии азимута, на расстоянии $h'_0 - h'$ от «счислимого» места (φ_0, λ_0). Пересечение двух этих линий положения определит действительное место корабля на карте, а значит, его широту и долготу. Нетрудно сообразить, что наиболее уверенное положение получится тогда, когда обе линии положения будут пересекаться под углом, близким к 90° ; значит, нужно наблюдать светила в азимутах, разнящихся по возможности на 90° .



Фиг. 77. Сомнеровы линии.

Однако нельзя одновременно получить наблюдения двух светил, а если получить их одно за другим, то и время наблюдений будет разное, и место корабля изменится. К тому же два светила легко сыскать ночью, а днем гораздо труднее; кроме Солнца днем бывает видна только Луна, но не всегда, да Венера — и того реже. Поэтому мы рассмотрим наиболее частый случай двух наблюдений Солнца (фиг. 77). При «счисляемых» координатах (φ_1, λ_1) в месте M_1 в момент T_1 мирового времени измеряется высота Солнца h_1 ; при «счисляемых» координатах (φ_2, λ_2) в месте M_2 в момент T_2 мирового времени измеряется высота Солнца h_2 . Взаимное расположение этих двух мест M_1 и M_2 можно довольно точно определить по движению корабля за время от T_1 до T_2 .

Для обоих мест M_1 и M_2 проводим вышеописанные вычисления и проводим линии положения Л. П. 1 и Л. П. 2, указывающие действительное место корабля в моменты T_1 и T_2 , и далее сообразим следующее. Ведь относительное расположение «счислимого» и действительного положения корабля в момент T_2 такое же самое, как в момент T_1 , если только мы точно учитываем перемещение корабля за время от T_1 до T_2 или же согласимся пренебречь той ошибкой, которую делаем в этом «счислении» за время от T_1 до T_2 . Действительно, ведь разница между «счислимыми» местами M_1 и M_2 по величине и направлению есть не что иное, как именно разница между действительными положениями корабля в моменты T_1 и T_2 , вычисленная по его скорости и направлению его движения.

А если так, то относительное положение корабля и счислимого места в момент T_2 мы можем получить, если перенесем M_1 и принадлежащую ему Л. П. 1 поступательным движением без поворота так, чтобы M_1 совпало с M_2 ; тогда Л. П. 1 примет положение (Л. П. 1) и будет наравне с Л. П. 2 указывать действительное место корабля

в момент T_2 , которое мы и получим в точке пересечения двух прямых (Л. П. 1) и Л. П. 2.

Практически невыгодно ждать изменения азимута Солнца на 90° от первого наблюдения до второго и можно довольствоваться изменением его на $50-60^\circ$.

В изложенном заключается сущность того приема для нахождения места корабля на море, который применяется в последнее время при помощи линии положения. Если другие методы, более ограниченные, на которых мы не останавливаемся. Для того чтобы ускорить процесс обработки, вычислены специальные вспомогательные таблицы; за подробностями отсылаем интересующихся к специальным учебникам мореходной астрономии.

Есть другие инструменты, могущие заменять описанный секстант. Например, призмозеркальный круг, в котором вместо части разделенного круга употребляется полный круг с двумя нониусами и, значит, с исключением влияния эксцентриситета, а также инструменты, построенные на другом оптическом принципе.

По мореходной астрономии на русском языке существует довольно обширная литература, из которой укажем следующие три книги:

1) *Н. Н. Матусевич*, Мореходная астрономия, изд. Гидрографического управления.

2) *Проф. Б. П. Хлюстин*, Мореходная астрономия, Военно-морское издательство НКВМФ, М. — Л., 1940.

3) *Проф. Н. А. Сакеллари*, Мореходные инструменты, Описательный курс, 2-е изд., Гос. транспортное изд-во, Л., 1936.

Для обработки мореходных наблюдений издаются специальные таблицы:

1) «Мореходные таблицы 1903 года» с переизданиями до 6-го стереотипного издания в 1933 г., изд. Гидрографического управления.

2) «Мореходные таблицы 1933 года» с изменениями против предыдущих, изд. Гидрографического управления.

3) *Проф. В. В. Ахматов*, Высота и азимут в три минуты, Таблицы, ускоряющие и упрощающие вычисление линий положения, 3-е изд., изд. Гидрографического отдела УМС РККА, Л., 1936.

§ 168. Применение астрономии к аэронавигации. Подобно тому как мореплаватель прибегает к мореходной астрономии лишь в открытом море, вдали от берегов, так и аэронавигатор принужден применять «воздушную астрономию» как метод контроля своего пути и в особенности как средство для восстановления ориентировки, когда потеряна всякая непосредственная связь с землей.

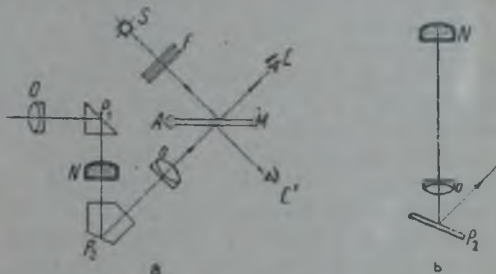
В основе воздушной астрономии лежат те же основные идеи, как в основе мореходной астрономии, т. е. измерение высот светил над горизонтом при помощи инструмента, который можно держать в руке, и применение соммеровых линий для обработки наблюдений.

Высоты можно измерять от видимого горизонта, если линия, где «небо сходится с землей», хорошо видна с самолета, не будучи заслонена облаками; для этой цели служит секстант такого же устройства, как вышеописанный морской, или более простого. Необходимо знать высоту самолета над землей, чтобы учесть понижение кажущееся

гося горизонта над горизонтальной плоскостью, проходящей через инструмент.

Если видимый горизонт закрыт облаками, то можно относить высоты светил к «облачному» горизонту, но лишь в том случае, если облачный покров под самолетом достаточно ровен и самолет находится не очень низко над облаками; опять нужно знать высоту самолета над облаками.

Для аэронавигации применяются специальные секстанты. Мы опишем один из них, наиболее распространенный в СССР. Оптическая система его схематически изображена на фиг. 78а. Существенная часть его — круглый уровень, представляющий собой камеру со стеклянным верхом и низом. Верхняя пластинка снаружи плоская или выпуклая, а внутри представляет сферическую поверхность, нижняя пластинка — плоскопараллельная. Камера наполнена жидкостью, но не вполне, так что остается *круглый* пузырек, занимающий, как и в цилиндрическом уровне, всегда самое высокое место внутри камеры. Для освещения уровня днем свет проходит через линзу O и отражается под прямым углом трехгранной прямоугольной призмой P_1 . Ночью для этой цели между призмой и уровнем вставляется небольшая лампочка. От уровня свет идет вниз, вступает в пятигранную призму P_2 , которая действует как простое зеркало, и направляется (на фигуре направо) вверх, под углом 45° к горизонту (так расположена в аппарате призма). Затем проходит через окуляр o и далее встречает плоскопараллельную пластинку M , через которую большей частью проходит, а малой долей отражается направо вниз, так что сверху и снизу можно видеть пузырек уровня.

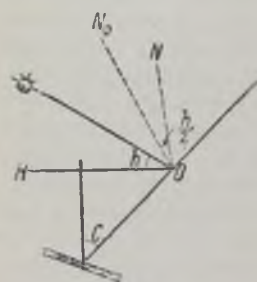


Фиг. 78. Ход лучей в авиасекстанте.

Главные сечения обеих призм, оптические оси обеих линз, радиус сферической поверхности уровня, проходящий через центр его оправы и нормаль к плоскопараллельной пластинке, — все должны лежать в одной плоскости, которая есть плоскость чертежа. Важно следующее: пузырек должен находиться в фокальной плоскости линзы окуляра o и центр сферической поверхности в уровне должен находиться в центре окуляра o , точнее говоря, в его передней (по ходу лучей света) главной точке. Для более ясного представления проще вообразим себе, что под уровнем на должном расстоянии находится окуляр o , а уже под ним призма, отклоняющая лучи на 45° направо вверх (фиг. 78б). Где бы ни находился пузырек уровня (лишь бы не у самого края оправы), по свойству жидкости, повинующейся силе тяжести, прямая, идущая от середины пузырька к центру сферической поверхности, т. е. к главной точке (проще, к середине) окуляра o , всегда вертикальна, призмой же она отклоняется на *постоянный* угол к вертикали (не

важно, чтобы это было именно 45° , — это сделано лишь для удобства пользования). Поэтому когда глаз смотрит через пластинку M , то направление, по которому он видит середину пузырька, всегда составляет один и тот же угол с вертикальной линией. Более того, если пузырек находится в фокальной плоскости окуляра o , то лучи от каждой точки пузырька, проходя через окуляр o , идут параллельным пучком; поэтому направление, по которому через окуляр o видна середина пузырька, остается неизменным, через какое бы место окуляра o наблюдатель ни смотрел; однако для того, чтобы ясно видеть пузырек, глаз должен быть нормальным, дальнорезким; близорукость должна исправляться очками.

Вторая главная часть прибора заключается в плоскопараллельной пластинке M . Она может вращаться около оси A , перпендикулярной к плоскости чертежа, и поворот ее может отсчитываться при помощи обыкновенного круга или, как в описываемом секстанте, при помощи особого приспособления, которого мы, однако, описывать не станем. Положим, что наблюдение происходит днем и нужно измерить высоту Солнца. Тогда наблюдатель, держа инструмент в руке, направляет его так, чтобы плоскость, соответствующая плоскости нашего чертежа, совпадала с вертикалом Солнца, смотрит через пластинку M на пузырек уровня и, вращая пластинку M , добивается того, чтобы зеркальное изображение Солнца, получающееся отражением лучей его на пластинке M , совпало с центром круглого пузырька уровня. Для ослабления света Солнца служат цветные или дымчатые стекла F . Тогда отсчет на круге, связанном с пластинкой M , дает высоту Солнца



Фиг. 79.

на основании следующих соображений. Положим, что мы нашим секстантом наблюдаем таким способом точку горизонта (фиг. 79) в вертикале Солнца и пусть отсчет круга при пластинке есть при этом $0^\circ 0'$. Ясно, что это можно устроить надлежащим поворотом круга на его оси; нормаль к пластинке M пусть при этом имеет направление ON_0 . Положим, что после этого мы повернули пластинку M так, чтобы в глаз E попадали лучи от Солнца, которое находится на высоте h . Сообразим, что для этого нужно повернуть пластинку M на угол $\frac{1}{2}h$, так как всегда угол

падения лучей на плоское зеркало равен углу отражения их от него. Этот угол $\frac{1}{2}h$ мы и отсчитываем на круге, который измеряет поворот нашей пластинки M , или же можем оцифровать на этом круге удвоить, как в морском секстанте, и тогда будем получать прямо высоту h .

Существенно, что в этих наблюдениях мы ставим визируемый предмет в середину видимого края круглого пузырька уровня; благодаря этому направление, по которому мы смотрим, образует всегда один и тот же угол C (например 45°) с вертикалью и, значит, отсчет при наведении на точку горизонта всегда нуль.

Более того, при описанном устройстве секстанта его можно при наблюдении немного поворачивать в плоскости визирования; при этом пузырек уровня будет перемещаться по сферической крышке уровня

(наклонять можно только столько, чтобы он не подошел к краю оправы), но изображение Солнца, раз приведенное в совпадение с серединой уровня, не будет уходить из нее.

Действительно, положим, что, исходя из фиг. 78а, мы повернули весь прибор против часовой стрелки на угол x . Пузырек по крышке уровня отошел направо, лучи, отраженные призмой P_2 , повернулись против часовой стрелки на угол $2x$, но так как нормаль к пластинке M повернулась со всем инструментом на угол x , то отраженные от нее лучи Солнца повернулись тоже на угол $2x$, т. е. на столько же, на сколько и лучи от уровня, отраженные призмой P_2 . Значит, как прежде, середины уровня и Солнца видны в прибор по одному направлению.

Ночью наблюдатель смотрит на светила *сквозь* пластинку, глядя снизу вверх, а пузырек уровня видит в лучах, отраженных от пластинки M ; глаз его при этом занимает положение E' . Это не меняет теории прибора.

Можно придумать (и придуманы) иные, более простые и более сложные приборы для той же цели, но существенно во всех них наличие уровня, который вместе с визируемым предметом виден в поле зрения трубы и должен занимать в нем определенное положение для того, чтобы отсчет на круге давал искомую высоту наблюдаемого небесного предмета.

Наблюдать на самолете гораздо труднее, чем на море, но вследствие быстроты его движения не требуется такой точности в определении широты и долготы, как в мореходной астрономии. Для обработки наблюдений применяются такие же способы, как и на море, но так как требуется произвести обработку гораздо скорее, чем на море (иначе она потеряет значение), хотя бы и с меньшей точностью, то составлены особые таблицы, а также придуманы графические приемы для ускорения вычислений.

По применению астрономии к аэронавигации укажем книги:

1) *Л. П. Сергеев*, Руководство по воздушной астрономии, ч. I и II, изд. Управления ВВС РККА.

2) *Проф. А. П. Молчанов*, Курс аэронавигации, ОНТИ, 1937.

3) *Н. Ф. Кудрявцев*, Аэронавигация, М., 1937.

4) «Авиационный астрономический ежегодник» (на текущий год).

ГЛАВА ДЕВЯТНАДЦАТАЯ

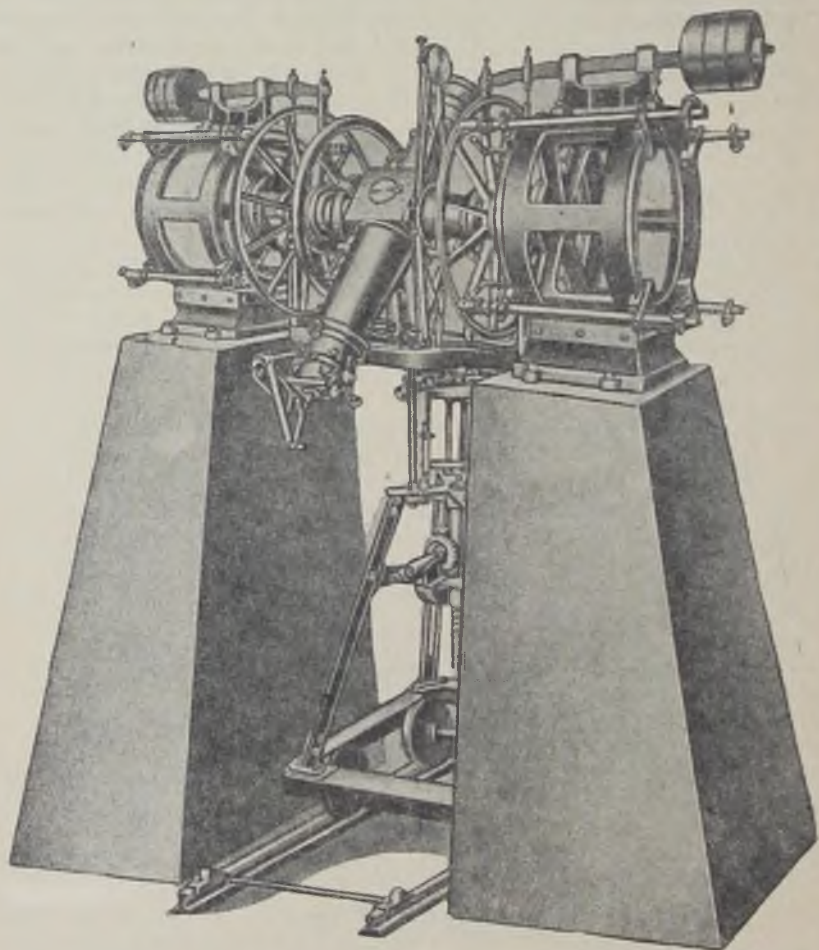
МЕРИДИАННЫЙ КРУГ

§ 169. **Описание меридианного круга.** Как уже было указано в § 3, для определения прямых восхождений и склонений светил нужно определять по часам моменты прохождения их через меридиан и измерять зенитное расстояние их во время кульминации.

Это можно делать при помощи двух инструментов:

1) Пассажного инструмента в меридиане; для этой цели употребляются пассажные инструменты (см. фиг. 63а, 63б) с прямой трубой большого размера — до $1\frac{1}{2}$ — 2 м фокусного расстояния; лагери его

цапф прикреплены к солидным кирпичным столбам, опирающимся на большой фундамент для придания инструменту наибольшей устойчивости с тем, чтобы обеспечить лишь медленные изменения его ошибок: коллимации, наклона и азимута; между полом помещения и столбами обязательно делается щель, чтобы движения предметов на

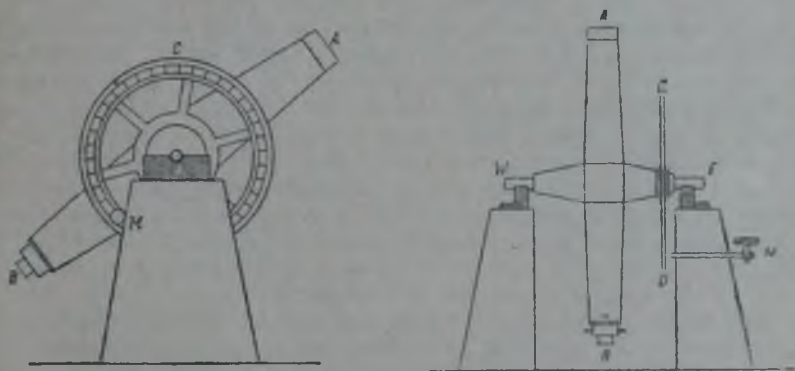


Фиг. 80. Меридианный круг.

полу не колебали столбов; устраивается удобная перекладка инструмента в его лагерьях из положения «круг восток» в положение «круг запад» и обратно, однако не столь быстрая, как в малых инструментах с ломаной трубой; круг небольшой, только для установки до 1' трубы на зенитное расстояние той звезды, которая должна вскоре пройти через меридиан.

2) Вертикального круга, подобия универсального инструмента, в котором горизонтальная ось несет прямую трубу с фокусным расстоянием около $1\frac{1}{2}$ — 2 м и большой, до 1 м в диаметре, точно разделенный круг, на котором отсчеты производятся обычно с помощью 4 микроскопов с точностью до $0'',1$; горизонтальный круг имеет второстепенное значение и отсчитывается лишь примерно до $1'$; измерения зенитных расстояний производятся с вертикальным кругом так, как это описано в главе об универсальном инструменте.

Но для тех же целей, как совокупность обоих этих инструментов, применяется и один инструмент, так называемый *меридианный круг* (фиг. 80 и 81), представляющий собой большой пассажный инстру-



Фиг. 81. Схема меридианного круга (вид сбоку и спереди).

мент, на ось которого насажен большой точно разделенный круг, как у вертикального круга, а к обоим столбам, к которым прикреплены лагери для цапф его оси, прикреплено еще по одной раме и на каждой раме поставлено по 4 микроскопа для отсчета круга с точностью до $0'',1$. Устроены две рамы, по одной на каждом столбе, так как нужно иметь возможность наблюдать и на меридианном круге в двух его положениях «круг восток» и «круг запад». Обычно, кроме точно (например, до $5'$, у репсольдовых кругов до $2'$) разделенного круга, на оси по другую сторону от трубы симметрично с первым помещается второй круг-искатель, разделенный, например, до $10'$ и с отсчетом до $1'$. Как в пассажном инструменте, так и в меридианном круге для предохранения цапф от быстрого изнашивания труба с осью лежит на цапфах лишь малым весом — в немного килограммов; большей частью своего веса инструмент лежит на двух парах роликов, и эта часть веса уравновешена двумя тяжелыми противовесами. Трубы этих трех инструментов бывают с объективами от 10 до 20 см отверстия и $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ м фокусного расстояния; круги в диаметре от $\frac{1}{2}$ м до 1 м.

Прохождение звезд через меридиан наблюдается на меридианном круге совершенно так же, как на пассажном инструменте. Что же касается измерения зенитных расстояний, то совершенно невозможно

прибегать здесь к перекладке инструмента с «круг восток» на «круг запад» или обратно, так как при этом терялось бы определение момента прохождения светила через меридиан, и, кроме того, переключать большой инструмент с достаточной быстротой невозможно.

Для измерения зенитных расстояний, именно для определения точки зенита на круге, служит тот же ртутный горизонт, который служит и для определения коллимации (см. § 143). Действительно, с тем же стеклышком перед окуляром, которое применяется при определении коллимации, видны, кроме действительных *горизонтальных* нитей сетки, еще они же «отраженные», полученные отражением света от ртути. Если вращать трубу около оси, то взаимное расположение действительных и отраженных нитей меняется. Если труба наклонена в плоскости меридиана так, что окуляр южнее, чем объектив, то действительные нити южнее отраженных; если окуляр севернее объектива, то действительные нити находятся к северу от отраженных; если же, медленно вращая трубу, добиться совмещения нитей действительных и отраженных, то при этом плоскость, проходящая через воображаемую линию, расположенную как раз по середине между горизонтальными нитями и через внутреннюю главную точку объектива, будет вертикальна. Более того, если при этом еще $i=0$ и $c=0$, то и действительная средняя нить сетки совпадает с отраженной; если же i и c малы, то отраженная будет близка к действительной.

При таком положении трубы вертикальная линия, проходящая через внутреннюю главную точку объектива, проходит по середине между двумя горизонтальными нитями сетки, как будто бы труба была направлена на надир. Поэтому отсчет на круге при таком положении трубы и есть точка надира; прибавив к этому отсчету круга $180^{\circ}00'00''$, мы получим точку зенита.

Нужно, однако, сейчас же добавить, что добиться точного и уверенного совмещения действительных и отраженных горизонтальных нитей невозможно. Гораздо лучше поступать так, как показано на фиг. 69 (стр. 219), на которой сплошными линиями изображены действительные нити a и b , а прерывистыми линиями — отраженные a' и b' , а именно следующим образом. Сначала поставить трубу так, чтобы взаимное расположение действительных и отраженных нитей было такое, как на фиг. 69а, т. е. чтобы промежутки между нитями ab' , $b'b$ и ba' были бы равны между собой, что вполне возможно, так как промежутки ab и $a'b'$ равны между собой; при таком положении трубы пусть отсчет на круге есть N_1 . Затем поставить трубу так, чтобы нити располагались так, как это показано на фиг. 69б, и чтобы опять промежутки $b'a$, aa' и $a'b$ были равны между собой; пусть отсчет круга при таком положении трубы есть N_2 . Нетрудно сообразить, что положение трубы, при котором отраженные нити совпадают с действительными, т. е. a с b' и b с a' , есть среднее между обоими предыдущими положениями, и поэтому точка надира N_0 есть среднее арифметическое между N_1 и N_2 ; $N_0 = \frac{1}{2}(N_1 + N_2)$. Опыт показывает, что таким способом N_0 получается точнее и увереннее, чем путем попытки совмещения a с b' и b с a' .

§ 170. Наблюдения на меридианном круге. При наблюдении с меридианным кругом наблюдатель перед прохождением светила через меридиан (а это он знает по приближенному прямому восхождению) ставит трубу по кругу-искателю на то склонение, которое имеет ожидаемое светило, и когда оно входит в поле зрения, то медленным движением винта вращает трубу так, чтобы звезда (или центр планеты) шла суточным движением как раз по середине между двумя горизонтальными нитями, и затем по способу «глаз и ухо» или, регистрируя прохождение с помощью хронографа, отмечает прохождение светила через вертикальные нити, обращая внимание на то, чтобы при прохождении через середину поля зрения светило особенно точно было между горизонтальными нитями; затем отсчитывается круг. Прохождения через вертикальные нити обрабатываются так же, как и в случае наблюдений с помощью пассажного инструмента; а разница отсчета круга и точки зенита дает видимое искаженное рефракцией зенитное расстояние. Для последующего вычисления рефракции примерно каждые полчаса отсчитывают барометр с термометром при нем и температуру внешнего воздуха по термометру, который помещается вне павильона, содержащего инструмент.

Если прохождения наблюдают с регистрирующим микрометром (см. § 152), то для него используют середину поля зрения, а наведение для зенитного расстояния производят между боковыми нитями; но тогда нужно исправить отсчет круга так же, как в случае наблюдений по способу Талькотта, учитывая, что с горизонтальной нитью совпадает изображение верхней части большого круга, проходящего через светило и точки востока и запада, — так называемое исправление за кривизну суточной параллели (см. § 115). Горизонтальность нитей проверяется по наблюдениям прохождения экваториальных звезд. Все же всегда остается малая наклонность их, которую нужно принимать во внимание при обработке наблюдений; она определяется из разности двух отсчетов круга при установке звезды на нить у первой и у последней вертикальной нити симметрично относительно средней нити.

В последнее время наряду с неподвижными горизонтальными нитями устраиваются еще горизонтальные подвижные нити, движимые винтом. В таком случае во время прохождения можно сделать не одно, а три и более наведений подвижной горизонтальной нити на светило, пока оно проходит через поле зрения. Соответствующие отсчеты барабана винта нужно выразить в секундах и с надлежащим знаком присоединить к отсчету круга; например, если при наблюдении звезд к югу от зенита барабан винта находится ниже нити, то при обычном устройстве микрометра возрастающие отсчеты барабана соответствуют убывающим зенитным расстояниям, и если отсчеты круга убывают при возрастании зенитных расстояний, то отсчеты барабана (за нуль принимается некоторый отсчет, при котором подвижная нить близка к середине поля зрения) нужно прибавлять к отсчетам круга.

Обычно наблюдения на меридианном круге проводятся одним наблюдателем, но иногда для ускорения работы привлекается помощник для отсчетов круга.

Иногда наблюдения прямых восхождений и склонений звезд разделяются таким образом, что в одни вечера наблюдаются только прямые восхождения, в другие только склонения.

Гораздо сложнее наблюдения Солнца, так как нужно найти момент прохождения через меридиан и зенитное расстояние *центра* Солнца, а он ничем на Солнце не отмечен. Эти наблюдения производятся в такой последовательности: сначала наблюдается прохождение через вертикальные нити переднего, т. е. западного, края Солнца, затем южный край Солнца устанавливается на середину поля зрения, производится помощником отсчет круга, а наблюдателем — наведения горизонтальной подвижной нити на южный край Солнца. Затем труба устанавливается на северный край и опять производятся отсчет круга и наведения подвижной нитью на этот край и, наконец, наблюдатель должен успеть пронаблюдать прохождение через вертикальные нити второго, восточного, края Солнца; на все эти операции в распоряжении наблюдателя имеется немного более 2 минут времени, так как прохождение диска Солнца через меридиан продолжается около 2 минут.

На пассажном инструменте с наблюдениями справляется один наблюдатель, так же как и на вертикальном круге.

Заметим, что приведение прохождений с боковых нитей на среднюю нить при наблюдении Солнца сложнее, чем при наблюдении звезд, так как Солнце обладает собственным движением среди звезд (влиянием параллакса Солнца можно пренебречь), но в нашем кратком курсе практической астрономии мы не развиваем подробно относящихся сюда формул, отсылая читателей к соответствующим параграфам в курсах Брунновa или Шовене.

ГЛАВА ДВАДЦАТАЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЯМЫХ ВОСХОЖДЕНИЙ И СКЛОНЕНИЙ ЗВЕЗД

§ 171. Различие между относительными и абсолютными определениями мест звезд. Прямые восхождения и склонения звезд, содержащиеся в различных каталогах звездных мест, получены и получаются двумя способами: 1) относительных или дифференциальных определений и 2) абсолютных определений. При относительных определениях получаются десятки тысяч координат различных звезд при допущении, что для нескольких сотен звезд их координаты нам известны; при абсолютных определениях координаты получаются без каких бы то ни было подобных допущений, и каталоги, выведенные из таких наблюдений, кладутся в основу относительных определений. Громадное большинство мест сотен тысяч звезд, содержащихся в сотнях каталогов, получено относительными определениями, но *в основе всех таких мест* лежат все же места нескольких сотен звезд, полученные абсолютными определениями и содержащиеся в немногих основных каталогах.

Мы рассмотрим сначала относительные определения, как более простые, а затем абсолютные — как более сложные.

§ 172. Относительные определения мест звезд. Относительные определения мест звезд производятся при помощи меридианных кругов. В основу наблюдений кладется один из фундаментальных каталогов звезд (с составлением которых мы ознакомимся ниже), содержащий несколько сотен звезд, прямые восхождения и склонения которых рассматриваются, как совершенно точные. Звезды, для которых нужно определить α и δ , избираются по различным признакам; например, звезды до такой-то, например до 9-й, звездной величины в такой-то зоне по склонению (от 0° до $+15^\circ$); или звезды, необходимые для определения широты и поправки часов по способам Цингера, Певцова и Талькотта; переменные звезды; звезды, служащие опорными звездами для таких-то фотографий звездного неба, и т. д. Приближенные места таких звезд можно получить либо прямо, взяв их из В. D., если они там содержатся, либо получив их путем приближенного внесения в атлас В. D. Это В. D. есть сокращенное обозначение «Боннского обозрения (Bonner Durchmusterung)» северного неба, произведенного в середине XIX в. на Боннской обсерватории и изданного в виде атласа и каталога приближенных мест звезд до $9\frac{1}{2}$ звездной величины от склонения — 2° до северного полюса. Он содержит 324 198 звезд, для каждой из которых приведены прямые восхождения с точностью до десятой доли секунды времени и склонения с точностью до десятой доли минуты дуги; однако действительная точность этого каталога не превосходит $\pm 1'$; номера этого каталога служат лучшими названиями содержащихся в нем звезд.

Позднее было издано продолжение его, содержащее звезды от — 2° до — 23° южного склонения.

Список звезд с определяемыми α и δ и звезд, взятых из фундаментального каталога в качестве опорных звезд, образует так называемый рабочий каталог; он расположен по α , т. е. в том порядке, как определяемые и опорные звезды одна за другой проходят через меридиан. К ним присоединяется несколько (по 1—2 на час) околополярных звезд.

Наблюдения проводятся так, как это описано в § 170. Для обработки обыкновенно применяется формула Бесселя. Действительно, достаточно солидная установка меридианного круга обеспечивает медленное изменение его поправок, к тому же оно косвенно контролируется методом обработки. Поэтому при наблюдении каждой звезды не определяют i и даже не каждый вечер определяют (при помощи ртутного горизонта или коллиматора) коллимацию, но из имеющихся определений ее путем графической интерполяции выводят ее значение для каждого вечера наблюдений. После приведения прохождений на среднюю нить прибавляют поправку коллимации и суточной аберрации согласно § 140. Обозначая получаемые таким образом для каждой звезды моменты через T , получаем

$$\alpha = T + u + m + n \operatorname{tg} \delta,$$

где α есть видимое прямое восхождение, т. е. искаженное годичной аберрацией и отнесенное к месту точки весны в момент наблюдения. Тогда из наблюдений околополярной и близкой к ней по времени про-

хождения через меридиан экваториальной звезды фундаментального каталога, значит, с известными α и δ , находим

$$\begin{aligned}\sigma_p &= T_p + u + m + n \operatorname{tg} \delta_p, \\ \alpha_e &= T_e + u + m + n \operatorname{tg} \delta_e.\end{aligned}$$

Суммы $u + m$ в обеих формулах принимаем одинаковыми, так как T_p и T_e близки один к другому. Отсюда определяется n :

$$n = \frac{\alpha_p - T_p - (\alpha_e - T_e)}{\operatorname{tg} \delta_p - \operatorname{tg} \delta_e}.$$

После этого моменты прохождения всех звезд исправляются за член $n \operatorname{tg} \delta$, и, наконец, из наблюдений каждой звезды фундаментального каталога получается значение

$$u + m = \alpha - T - n \operatorname{tg} \delta.$$

Тогда строится график с абсциссами α (или $T + n \operatorname{tg} \delta$) и ординатами $u + m$ и проводится плавная кривая. Из нее для каждой определяемой звезды по ее приближенному α можно взять соответствующее значение $u + m$, и тогда получается ее прямое восхождение:

$$\alpha = T + n \operatorname{tg} \delta + (u + m).$$

Сумма $u + m$, вообще говоря, может меняться в течение вечера как от хода часов, так и от изменения величины m ; для получения α нет надобности знать по отдельности u и m , а потому и график строится для суммы $u + m$ ¹⁾. Прямое восхождение, которое при этом получается, есть, конечно, *видимое*, т. е. искаженное абберацией и относящееся к положению точки весеннего равноденствия в момент наблюдения. Оно по правилам сферической астрономии приводится к началу года, а затем все наблюдения рабочего каталога приводятся к среднему равноденствию какого-либо одного года, примерно среднего в ряду тех лет, в течение которых производились наблюдения. Никогда не довольствуются, как нормой, одним наблюдением каждой звезды, а берут по меньшей мере 2, обыкновенно около 4, а иногда более наблюдений.

Обработка отсчетов на круге для вывода склонений определяемых звезд производится следующим образом. Отсчеты по двум или четырем микроскопам исправляются за ошибки винтов, за рэны микрометров, и берется среднее для исключения ошибки эксцентриситета из минут и секунд всех отсчетов, а градусы — по одному из микроскопов. Затем вычисляется рефракция: по отсчетам барометра и термометра вычисляется приведение средней рефракции к истинной для моментов этих отсчетов, а затем по соответственному графику можно это приведение получить для момента прохождения каждой звезды. Так как по наблюдению со ртутным горизонтом можно определить точку зенита Z_0 на круге, то по отсчету круга при наблюдении каждой звезды можно вычислить ее видимое зенитное расстояние, как разность этого отсчета круга и точки зенита на круге. По этому видимому зенитному расстоянию вычисляется средняя рефракция по таблицам рефракции, а приложив к ней уже ранее вычисленное приведение средней рефракции к истинной, мы получаем истинную рефракцию для каждой звезды. На эту величину исправляют ранее полученные *отсчеты круга*, при-

¹⁾ Для определения поправки часов u нужно знать m . Об этом см. § 174.

кладывая к ним рефракцию или вычитая ее из них, смотря по тому, уменьшаются отсчеты круга с возрастанием склонения звезд или возрастают. Таким образом получают такие отсчеты круга, какие получались бы в отсутствие рефракции. После этого получают из каждой фундаментальной звезды так называемую *точку экватора* E , т. е. тот отсчет, который получился бы, если бы склонение звезды было $0^{\circ}00'00''$. Для этого нужно склонение фундаментальной звезды (видимое, т. е. искаженное годичной аберрацией и отнесенное к месту полюса в момент наблюдения) прибавить к отсчету круга или вычесть из него, смотря по тому, уменьшается этот отсчет с возрастанием склонения или возрастает. По полученным таким образом значениям точки экватора E опять строят график: абсциссы — α , ординаты — E , из которого можно для каждого α определяемой звезды найти соответствующее ей E ; и, наконец, разница отсчета круга при наблюдении каждой определяемой звезды и соответствующего по времени E дает склонение звезды, конечно, тоже *видимое*, как и α . Оно приводится к началу года наблюдения и затем к избранному равноденствию каталога, как и прямое восхождение.

При такой обработке кривые для $u + m$ и для E проводятся плавные, а не ломаные, так как, конечно, эти величины плавно изменяются с течением времени и ординаты основных точек имеют случайные ошибки, если только инструмент не меняется резко от ударов или подобных причин. Наряду с выводом α и δ для определяемых звезд выводятся α и δ также и для фундаментальных, и для них на основании совокупности всех наблюдений выводятся окончательные α и δ . Делается это для того, чтобы по окончании всей работы можно было судить, сохранена ли в полученном каталоге система того фундаментального каталога, который был положен в основу обработки наблюдений (α для определения n и $u + m$ и δ для определения E). Полученные α и δ не должны иметь *систематического* отличия от α и δ фундаментального каталога, т. е. отличия примерно одинакового для всех звезд, расположенных на небе близко одна от другой. По большей части так и бывает, но в этом нужно удостовериться и за одно во всяком случае получить представление о *системе* полученного каталога.

Нормально число наблюдений для каждой звезды рабочего каталога выбирается четное и притом половина его проводится при положении инструмента «круг восток», а другая половина при положении «круг запад». Это делается для большего разнообразия в условиях наблюдения, так как два положения одного и того же инструмента ($K. В.$ и $K. З.$) в сущности представляют два несколько различных инструмента, а продолжительный опыт научил астрометристов, что каждый инструмент имеет свои индивидуальные особенности, не поддающиеся учету.

Иногда, если это предусмотрено конструкцией инструмента, и в случае четырех и более нормальных наблюдений каждой звезды половина наблюдений проводится при одном положении объективной и окулярной части трубы, а для другой половины эти части меняют местами; это делается для исключения ошибки, происходящей от гнутия трубы.

Пример на определение прямых восхождений меридианным кругом

Меридианный круг Астрономической обсерватории МГУ

Прямые восхождения

1934 г., август 24 (1934,65). Круг на востоке. Наблюдатель М. С. Зверев.

Фундаментальные звезды

	δ	$\alpha_{\text{внд}}$	t^s	$c \text{ sec } \delta$	$\text{tg } \delta$	l	$u + m$	$\text{sec } \delta$
$\lambda \text{ And.}$	$+46,1^{\circ}$	$23^{\circ} 34'$	$23^{\circ} 525$	51,160	$-0,887$	1,04	33,252	1,442
$\rho \text{ Cas.}$	$+57,1$	51	8,708	36,558	$-1,133$	1,55	33,283	1,843
$\psi \text{ Psc.}$	$+6,5$	55	59,134	26,568	$-0,619$	0,11	33,185	1,006
Gr. 1850 sp. . .	$+94,1$	$12 01$	16,83	31,36	$+14,075$	14,12	31,395	(118) 14,160
$\gamma \text{ Peg.}$	$+14,8$	0 09	53,890	21,377	$-0,636$	0,26	33,149	1,034
$\text{W. } \delta^h, 1172$	$+37,1$	49	54,154	21,687	$-0,771$	0,76	33,238	1,253
43 H Cep. . . .	$+85,9$	59	36,12	9,91	$-8,614$	13,97	34,824	(140) 14,000

Среднее 33,131

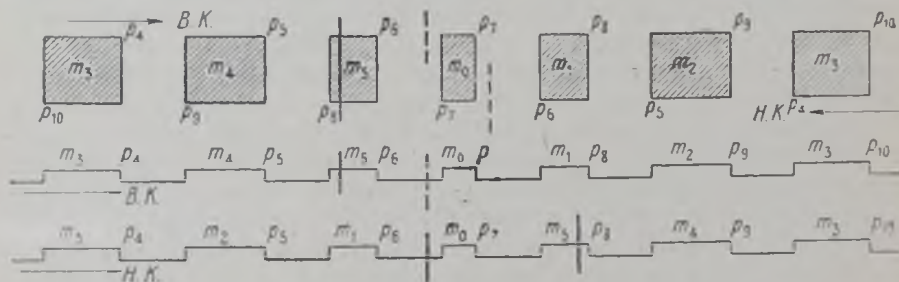
Определяемые звезды

*	α	δ	$\sec \delta$	$\lg \delta$	t^S	$c \sec \delta$	$n \lg \delta$	$u + m$	Prec	$-\Delta x$	α_{1935}
1323	$24^h 43^m 7^s +59^\circ 1'$	1,840	1,54	19,730	-1,132	+0,188	33,131	2,928	-4,186	50,659	
1325	$45,6 +61,8$	2,119	1,87	8,838	-1,303	+228	33,131	2,917	-4,351	39,460	
1326	$49,2 +10,6$	1,017	0,19	46,255	-0,625	+0,23	33,131	3,061	-3,918	17,929	

Первая таблица содержит фундаментальные звезды. Первый столбец дает название звезды; Gr. 1850 означает звезду из каталога Groombridge (Грумбридж) под № 1850; sp (sub polo) означает, что она наблюдалась в нижней кульминации (под полюсом); W₃ 0⁴, 1172 означает звезду под № 1172 в каталоге Вейс-се 2. 43 Н Сер означает звезду в Цеефе № 43 по списку Гевелия (Hevelius).

Второй столбец содержит приближенное δ , третий — точное видимое α (место взято из Пулковского сводного каталога), а четвертый дает секунды прохождения звезды через так называемую «среднюю» нить. Так как применялся регистрирующий микрометр, то никакой реальной средней нити нет. За момент прохождения как бы через среднюю нить берется момент, полученный из зарегистрированных моментов следующим образом.

Фиг. 82 сверху дает схематическое изображение поля зрения инструмента; в нем заштрихованные места соответствуют тем положениям подвижной нити, при которых ток замкнут; предполагается, что барабан микрометра находится



Фиг. 82.

направо, сообразно с этим перенумерованы контакты буквами: $m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$ (барабан имеет шесть контактов). Вверху стрелка указывает направление движения звезды в верхней кульминации, внизу — в нижней, буквы p означают места размыкания тока при движении нити сообразно со стрелками; используются только размыкания тока.

Нижняя половина фиг. 82 изображает запись сигнального пера на ленте хронографа при верхней и нижней кульминациях; буквы имеют те же значения, что в верхней половине фигуры. Из наблюдения каждой звезды отсчитывалось на ленте 6 моментов размыкания тока до середины узкого контакта и 6 мо-

ментов после нее, и затем брались средние из каждой пары моментов размыканий по обе стороны от узкого контакта, т. е. $\frac{1}{2}(p_6+p_7)$, $\frac{1}{2}(p_8+p_9)$ и т. д. Контакты на барабане расположены симметрично относительно самого короткого из них и с равными везде промежутками. От этого получается, что упомянутые средние из пар моментов должны быть одинаковы между собою при равномерном вращении барабана. Поэтому из всех шести средних берется среднее арифметическое, как показано для примера в следующей табличке для двух звезд: близ экватора и близ полюса. Наблюдение первой продолжалось $8\frac{1}{2}$ секунд, а второй 2 минуты. Окончательное среднее (в последней строке) принимается как бы за прохождение чрез среднюю нить.

ω I sc	22 ^h 35	30 ^h 8,84	26 ^h 8,60	43H Cep	9 ^h 9,1	9 ^h 12	9 ^h 52
	22,95	30,07	51		20,17	0,16	10,16
	23,50	29,15	52		31,77	48,68	22
	24,73	28,42	53		44,02	36,29	16
	25,70	27,53	64		57,30	23,03	20
	26,24	26,89	56		5,21	13,23	9,22

Среднее 26,568

Среднее 9,91

Эта как бы «средняя» нить занимает неодинаковое положение в поле зрения труб для звезд во время верхней и нижней кульминаций, как видно и из чертежа, где эта «средняя» отмечена среди зарегистрированных моментов прерывистой линией. Положение каждой «средней» можно определить следующим образом. Кроме регистрирующего барабана с контактами у винта есть обыкновенный барабан для отсчета положений подвижной нити (например, для определения коллимации). Наблюдатель очень медленно вращает винт, прислушивается к ударам сигнального пера в хронографе и замечает те отсчеты винта (обороты и доли оборота), при которых происходят размыкания тока, если он работает на размыканиях. Таким образом ему будут известны по отсчетам барабана те положения подвижной нити в поле зрения, при которых происходит регистрация, а значит, и положение «средней» нити в обоих случаях при верхней и нижней кульминациях. При помощи же ртутного горизонта или коллиматоров он сможет измерить коллимацию для каждой из этих «средних» нитей. Положения бесколлимационной нити на фиг. 82 показаны сплошными линиями.

Понятно, что значения ее будут различны. В рассматриваемом инструменте для времени наблюдения было найдено: для *B. K.* $c = -0,615$; для *H. K.* $c = -0,991$ (влияние суточной aberrации здесь присчитано). Далее в таблице следуют столбцы, содержащие $c \sec \delta$, $\lg \delta$ и $l = a_{\text{внд}} - T^s - c \sec \delta$.

Из теории известно (см. § 172), что

$$n = \frac{l_{\text{pol}} - l}{\lg \delta_{\text{pol}} - \lg \delta} \text{ для } B. K. \text{ и } n = -\frac{l_{\text{pol}} - l}{\lg \delta_{\text{pol}} + \lg \delta} \text{ для } H. K.$$

Поэтому из Gr. 1850 sp и среднего из ω Psc и γ Peg находим

$$n = -\frac{31,395 - 33,167}{14,12 + 0,18} = +0,124;$$

из 43 H Cep и среднего из γ Peg и W_0^h 1172 находим

$$n = \frac{34,82 - 33,19}{13,97 - 0,51} = +0,121;$$

в среднем получаем

$$n = +0,122.$$

$l - n \lg \delta = u + m$ дано в столбце, соседнем со столбцом l . Из пяти значений взято среднее $u + m = 33,131$.

Из определяемых звезд даны приведения трех звезд: № 1323, 1325, 1326 по рабочему каталогу. Значения чисел в разных столбцах ясны из заголовков. Прес означает величину прецессии с начала 1934,0 г. до начала 1935 г. — $\Delta\alpha$ означает приведение истинного места для момента наблюдения к среднему месту начала года наблюдения, т. е. 1934,0. $\alpha_{1935,0}$ получено по формуле:

$$\alpha_{1935,0} = T + c \sec \delta + n \lg \delta + (u + m) + \text{Прес} + (-\Delta\alpha).$$

Пример на определение склонений меридианным кругом
 Меридианный круг Астрономической обсерватории МГУ, 1936 г., марта 15.
 Наблюдатель *В. С. Толгский.*

Фундаментальные звезды

*	Видим. коорд.	ζ ρ	D тип	m, N	R_1	R_2	R_3	R	R_{cp}	E
36 Cam	$6^h 06^m$ $65^{\circ} 44' 17'', 83$	$-9^{\circ} 58', 8$ $+10,50$	$43^{\circ} 17'', 40$ -05	$859 10$ 871 ср. $881 11$	$+18$ $+42$ $+63$	$+19$ 00 -19	-06 00 -06	$+31$ $+42$ $+38$	$+0'', 37$	$-0^{\circ} 49'', 60$
Gr 1004	$6 24$ $86 45 0 75$	$-30 59,1$ $+35,82$	$43 33,92$ -05	$892 10 \text{ ср.}$ 886 ср. $897 \frac{\text{ср.} - 11}{4}$	$+85$ $+73$ $+94$	$+09$ 00 -05	-17 -02 -10	$+77$ $+71$ $+79$	$+0'', 76$	$-50, 30$
ϕ^1 Aur	$6 42$ $43 38 41,71$	$+126,4$ $-12,80$	$38 4,12$ $+08$	879 ср. $888 11$	$+58$ $+74$	00 -19	00 -02	$+58$ $+56$	$+0'', 57$	$-49, 74$
24 H Cam	$6 51$ $77 04 1,77$	$-21 18,3$ $+23,28$	$02 48,45$ -03	872 ср. 882 ср. 11 $880 11$	$+44$ $+65$ $+61$	00 -09 -19	-01 -07 -13	$+43$ $+49$ $+39$	$+0'', 44$	$-49, 63$
ω Gem	$6 58$ $24 18 28,79$	$+31 26,2$ $-36,48$	$18 15,10$ -01	890 ср. $899 11$	$+81$ $+99$	00 -19	00 -01	$+81$ $+79$	$+0'', 80$	$-49, 38$
Среднее										$-49, 73$

Определяемые звезды

*	α	ζ ρ	D тип	m, N	R_1	R_2	R_3	R	R_{cp}	$-E$	$-Pr_{sc}$	$-\Delta\delta$	δ_{1935}
429	$6^h 12^m$	$43^{\circ} 10', 1$ $-55,93$	$12^{\circ} 34' 25'', 50$ -02	$862 10$ 876 ср. $885 12$	$+24$ $+52$ $+71$	$+19$ 00 -30	00 00 -01	$+43$ $+52$ $+40$	$+0'', 45$	$+49'', 73$	$+1'', 06$	$+2'', 47$	$12^{\circ} 34' 23'', 26$
436	$6 16$	$2 16 1$ $-2,36$	$53 28 4,82$ -02	$842 10$ 846 ср. $854 11$	-16 -08 $+08$	$+19$ 00 -19	-04 -00 -04	-01 -08 -15	$-0,08$	$+49,73$	$+1,44$	$-11,25$	$53 29 2,28$
453	$6 30$	$22 17,6$ $+24,47$	$78 25,12$ 00	$899 10$ $892 10$ 895 ср.	$+79$ $+85$ $+91$	$+19$ $+10$ 00	-13 -07 -00	$+85$ $+88$ $+91$	$+0,88$	$+49,73$	$+2,65$	$-16,73$	$78 3 6,12$

Первая часть таблицы, помещенной на стр. 264, содержит обработку фундаментальных звезд. В первом столбце дано название звезды; во втором — *видимые* координаты ее: α — приближенно, а δ — точно; в третьем — видимое зенитное расстояние и под ним рефракция; в четвертом — отсчет круга D : среднее по 4 микроскопам; под ним рэн (среднее для всех микроскопов). Видимое зенитное расстояние получено из отсчета круга, учитывая, что точка зенита есть $55^\circ 44',5$. Для учета рефракции были получены следующие отсчеты барометра и термометров:

	Баром.	Темп. баром.	Темп. наруж. воздуха
6 ^h 0	751 ^{mm} 35	+0 ^o ,6	— 0 ^o ,5 + 1545
6,9	751,20	— 0,1	— 0,7 + 1561

По Пулковским таблицам рефракции было вычислено приведение средней рефракции к истинной, содержащееся в правом столбце в единицах 5-го знака логарифмов. Пример вычисления рефракции для первых трех звезд приводится:

	$\mu + \lg \lg z$	
36 Cam	1,00575 + 0,01546 = 1,02111	$\rho = 10'',50$
Gr 1004	1,53864 + 0,01553 = 1,55417	35,82
ψ Aur	1,09174 + 0,01560 = 1,10734	12,80

Рефракция дана с тем знаком, с каким ее нужно прибавлять к отсчету круга, чтобы освободить его от влияния рефракции. Пятый столбец содержит отсчет m окулярного микрометра и номер N вертикальной нити, близ которой делалось наведение горизонтальной нити на звезду.

R_1 есть редукция за отсчет окулярного микрометра;

$R_1 = +0'',0202 (m - 850)$;

R_2 — редукция за наклон горизонтальной нити;

R_3 — редукция за кривизну параллели;

R — сумма $R_1 + R_2 + R_3$; R_{cp} есть среднее из трех (или двух) R .

После этого можно вычислить точку экватора E . Отсчет круга возрастает с возрастанием склонения. Поэтому формула для E такова:

$$E = D + \mu p + R_{cp} + \rho - \delta.$$

Для вычисления R_2 и R_3 служат следующие данные:

Нить	9	10	11	12
Расстояния в оборотах винта	—2,48	—1,57	+1,57	+2,48
Поправка на наклон горизонтальной нити . .	+0,30	+0,19	—0,19	—0,30
1 оборот винта	=4 ^s ,511	—	—	—

Вторая часть таблицы содержит для примера обработку наблюдений трех определяемых звезд. Первые столбцы от названия звезды (для определяемых это номер рабочего каталога) до R_{cp} те же, что и для фундаментальных. В следующем дана точка экватора, найденная по фундаментальным звездам с обратным знаком; потом $P_{гес}$ дает величину прецессии для перевода склонения с 1936,0 на 1935,0; $\Delta\delta$ есть приведение со среднего места (1936,0) на видимое для момента наблюдения; в таблице помещено — $\Delta\delta$. Тогда склонение, отнесенное к началу 1935 г., выразится формулой:

$$D_{1935,0} = D + \mu p + R_{cp} + \rho + (-E) + (-P_{гес}) + (-\Delta\delta).$$

В правом столбце даны склонения для 1935,0.

§ 173. Каталог Астрономического общества. Принципиально таким способом составлено большинство звездных каталогов. Число их, считая и большие, содержащие по несколько тысяч звезд, и малые, насчитывающие по несколько десятков звезд, достигает 400. Нет нужды говорить о многих из них, но нужно рассказать о каталогах «Астрономического общества». Когда в 60-х годах XIX в. появилось В. D. и было

организовано в Германии «Астрономическое общество», в которое вступили членами и многие астрономы других стран, то возникла мысль определить на меридианных кругах точные α и δ для всех звезд В. Д. до 9-й величины, произведя в среднем по два наблюдения каждой звезды. Это большое предприятие было разделено между несколькими обсерваториями, из которых каждая взялась наблюдать звезды в определенных границах по склонению. Хотя и не так скоро, как вначале предполагалось, предприятие это было окончено, и напечатанные каталоги носят название: «Каталоги Астрономического общества» (A. G. C.). Для этих наблюдений нужно было иметь фундаментальный каталог, и его составил Ауверс (подробнее об этом см. § 182). 15 каталогов обнимают северное небо от $+80^\circ$ до -2° склонения. По окончании этой серии была начата вторая, обнимающая пояс от -2 до -23° склонения. Таким образом теперь для этой области неба имеется хотя бы одно положение каждой звезды, не слабее 9-й величины.

Для облегчения поисков всех положений какой-либо звезды, координаты которой были получены наблюдениями с 1750 г. по 1900 г., было предпринято составление полного списка наблюдений всех таких звезд, содержащихся в изданных каталогах. Это издание Берлинской академии наук носит название «Geschichte des Fixsternhimmels» (История звездного неба).

§ 174. Определение поправки часов. Из тех же наблюдений с меридианным кругом, из которых получают α и δ , можно получить и поправку часов по наблюдению звезд фундаментального каталога. Для этого нужно только в полученных значениях суммы $u + m$ выделить u , т. е. нужно знать m . Но из фиг. 66 (стр. 212) нетрудно видеть, что

$$m = i \sec \varphi - n \operatorname{tg} \varphi.$$

Поэтому, если уровнем определить i для данной серии наблюдений, а n находится, как указано ранее, то мы получаем величину m , а значит, и столько значений u , сколько наблюдалось фундаментальных звезд.

§ 175. Абсолютные определения координат звезд. Постановка задачи. Было бы слишком сложно для краткого курса практической астрономии излагать точную историю абсолютных определений мест звезд на небе, потому что самая методика этих определений в разные века была различна. В древности применялись армиллярные сферы, в средние века — различные секторы (квадранты, секстанты) попрежнему без часов, а в новое время инструменты для этой цели, начиная с Олафа Рёмера, обратились почти исключительно в меридианные на основе применения все более совершенных часов.

Поэтому мы рассмотрим нашу задачу с двух точек зрения:

1) Как можно было бы, ничего не зная, определить α и δ звезд, если бы располагать часами и меридианным кругом, сначала хотя бы и мало точными, но постепенно все лучшими по мере развития техники (см. § 176—179).

2) Как теперь ставится задача абсолютного определения α и δ путем определения *поправок* к тем значениям α и δ для многих звезд, которыми располагает современная астрономия, но для которых каждое поколение астрономов ищет все более точных поправок на основании постепенно все более совершенствуемых методов наблюдения и инструментов (см. § 180).

§ 176. Определение склонений. Прежде всего мы могли бы определить склонения звезд и именно следующим образом. Мы определили бы зенитные расстояния Полярной звезды в верхней и нижней кульминациях. Допуская, что полярное расстояние ее неизменно в течение 12 часов, мы имеем формулы

$$z_B = \delta - \varphi \quad \text{и} \quad z_N = 180^\circ - \delta - \varphi,$$

откуда получаем

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z_B + z_N).$$

По этому уравнению мы нашли бы φ , а затем по зенитному расстоянию любой звезды в меридиане мы нашли бы ее склонение

$$\delta = \varphi \pm z \text{ (верхняя кульминация).}$$

Но если бы мы имели интерес определять φ по другим околополярным звездам, кроме α Малой Медведицы, то могли бы обнаружить, что φ получается разное из разных звезд, и должны были бы догадаться, если бы не знали этого из других наблюдений, что существует рефракция. Тогда нужно было бы составить сначала хотя грубую теорию рефракции (а, может быть, составить для начала эмпирическую таблицу рефракции, как это сделал Тихо Браге) и определить коэффициент ее, например, таким способом.

Представим рефракцию формулой

$$\rho = kA,$$

где k — неизвестный коэффициент, а A — известная по теории рефракции функция зенитного расстояния, атмосферного давления и температуры.

Тогда точнее, чем прежде, мы сможем написать

$$z_B + kA_1 = \delta - \varphi, \quad z_N + kA_2 = 180^\circ - \delta - \varphi,$$

и

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z_B + z_N) + k \frac{1}{2}(A_1 + A_2).$$

Из кульминаций другой околополярной звезды мы найдем

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z'_B + z'_N) + k \frac{1}{2}(A'_1 + A'_2).$$

А из этих двух уравнений найдем φ и k . Для большей же точности нужно провести такие наблюдения для многих звезд и из многих таких уравнений вычислить по способу наименьших квадратов величины φ и k , которыми и пользоваться для обработки наблюдений.

§ 177. Определение разностей прямых восхождений. Выберем недалеко от эклиптики и экватора такие яркие звезды, чтобы их можно было наблюдать днем, и прибавим к ним α Малой Медведицы, которая днем тоже видна в трубу.

Как мы видели в § 142—145, мы можем определить i , s и k , не зная мест звезд, и в первом приближении мы пренебрежем поправками $\Delta\alpha$, введенными в § 145. Поэтому наши наблюдения можно исправить за эти ошибки инструмента и получить моменты прохождения наших звезд через меридиан. Тогда по наблюдениям одних и тех же звезд в последующие вечера можно, не зная их прямых восхождений, но пока считая их неизменными, определить суточный ход ω наших часов.

Действительно, пусть в некоторый день звезда с прямым восхождением α_1 проходит через меридиан в момент T_1 по нашим часам, где T_1 здесь и далее означает момент, освобожденный от влияния ошибок инструмента. Тогда $\alpha_1 = T_1 + u_1$. Пусть на следующий день момент прохождения этой звезды через меридиан есть T_1' . Считая α_1 неизменным, мы можем написать: $\alpha_1 = T_1' + u_1'$. Следовательно, $T_1 + u_1 = T_1' + u_1'$. Но по определению суточный ход $\omega = u_1' - u_1$; на основании предыдущего равенства находим $\omega = T_1 - T_1'$. Таким образом ω будет нам известно без знания α_1 , но допуская постоянство α_1 в течение суток.

Желательно, чтобы ω было постоянно в течение суток, а для этого мы заключим часы в герметически закрытый цилиндр и повесим их в помещении с постоянной температурой. Зная суточный ход часов, мы можем исправить за него найденные разности прохождения различных звезд через меридиан и получить из них разности их прямых восхождений.

Именно, если $T_1, T_2, \dots, T_i, \dots$ суть моменты прохождения звезд через меридиан по нашим часам, а $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots$ — поправки часов в эти моменты, то

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= T_1 + u_1, \\ \alpha_2 &= T_2 + u_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_i &= T_i + u_i, \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}$$

Но, зная по предыдущему, суточный ход часов ω , мы находим часовой ход их, равный $\omega/24$, и поэтому можем написать

$$\begin{aligned}u_2 &= u_1 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1), \\ &\dots \dots \dots \\ u_i &= u_1 + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}$$

и, следовательно, привести вышенаписанные уравнения к следующему виду:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= T_1 + u_1, \\ \alpha_2 &= T_2 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1) + u_1, \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_i &= T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1, \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}$$

Поэтому получаем

$$\begin{aligned}\alpha_i - \alpha_k &= [T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1] - [T_k + \frac{\omega}{24}(T_k - T_1) + u_1] = \\ &= T_i - T_k + \frac{\omega}{24}(T_i - T_k).\end{aligned}$$

Значит, нам станут известны все разности прямых восхождений $\alpha_i - \alpha_k$ наших звезд, и если бы найти только одно прямое восхождение, то стали бы известны и все остальные.

§ 178. Определение прямых восхождений. После этого для определения прямого восхождения хотя бы одной звезды мы стали бы наблюдать Солнце, полагая, что центр Солнца движется среди созвездий по большому кругу, называемому эклиптикой, который наклонен к экватору под некоторым углом ϵ . Мы бы ведь еще не знали точного определения понятия „эклиптика“ и не умели бы освободить наблюдаемые склонения Солнца от влияния параллакса; это должно было бы притти позднее.

Если (фиг. 83) в какой-либо день прямое восхождение Солнца есть α_0 , а склонение δ_0 , то

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \epsilon.$$

Значит, если бы измерить δ_0 в момент прохождения Солнца через меридиан (а это мы умеем делать) и знать ϵ , то мы могли бы *вычислить* α_0 . Для определения ϵ будем измерять δ_0 в разные дни года: оно наибольшее в момент летнего солнцестояния; правда, момент этот не совпадает, вообще говоря, с моментом нашего наблюдения, но все же ошибка будет невелика, если мы возьмем за ϵ самое большое из наблюдаемых склонений Солнца; полученное ϵ_1 будет нашим первым приближением. Точно так же и в момент зимнего солнцестояния склонение Солнца по абсолютной величине равно ϵ , но только здесь будет затруднение в вычислении рефракции, так как высота Солнца над горизонтом в северных широтах будет невелика; лучше будет наблюдать в южных широтах.



Фиг. 83.

Получив таким образом приближенное значение ϵ_1 мы около времени весеннего или осеннего равноденствия будем наблюдать в один и тот же день (и не раз): 1) момент прохождения Солнца через меридиан T_0 с определением его склонения δ_0 в этот момент и 2) момент прохождения через меридиан какой-либо из наших ярких звезд T_* .

Тогда по вычислению получаем α_0 , а именно

$$\sin \alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\operatorname{tg} \epsilon_1}$$

и, далее,

$$\alpha_* - \alpha_0 = T_* - T_0 + (u_* - u_0),$$

учитывая ход часов $(u_* - u_0)$ так, как это было указано раньше, в § 176, т. е.

$$u_* - u_0 = \frac{m}{24} (T_* - T_0).$$

Из предпоследнего уравнения найдем, наконец, прямое восхождение α_* одной из наших звезд, а значит, и всех остальных, так как разности их уже нами определены.

Нужно иметь в виду, что определять *вычислением* прямое восхождение Солнца по измеренному его склонению, а затем и прямые восхождения звезд по разностям $T_* - T_0$ выгодно именно около времени равноденствия, потому что тогда неизбежные ошибки в δ_0 и в ϵ меньше влияют на точность вычисления α_0 . Действительно, для исследо-

вания этого продифференцируем формулу

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Получаем

$$\frac{d\delta_0}{\cos^2 \delta_0} = d\alpha_0 \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{d\varepsilon \sin \alpha_0}{\cos^2 \varepsilon},$$

откуда находим

$$d\alpha_0 = \frac{d\delta_0}{\cos^2 \delta_0 \operatorname{tg} \varepsilon \cos \alpha_0} - \frac{d\varepsilon \operatorname{tg} \alpha_0}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon}.$$

Отсюда видно, что ошибка в α_0 , т. е. $d\alpha_0$, тем меньше зависит от ошибки в δ_0 , т. е. $d\delta_0$, чем больше $\cos \alpha_0$ по абсолютной величине, и тем меньше $d\alpha_0$ зависит от $d\varepsilon$, чем меньше $\operatorname{tg} \alpha_0$ по абсолютной величине, т. е. в обоих случаях, чем ближе α_0 к 0° или к 180° .

Но ε_1 есть лишь первое приближенное значение величины ε . Поэтому около следующего летнего солнцестояния мы не раз определим наблюдением и склонение Солнца δ_0 , и прямое восхождение его α_0 по разности прохождения через меридиан Солнца и звезд и по уже приближенно известным прямым восхождениям звезд (а не по тригонометрическому вычислению, как около времени равноденствия).

Тогда из каждого определения α_0 и δ_0 мы получим значение ε из уравнения

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\sin \alpha_0},$$

и хотя бы α_0 было известно лишь приблизительно, большой ошибки в ε это не внесет, так как при этом α_0 близко к 90° и $\sin \alpha_0$ мало меняется при ошибке в α_0 . Действительно, в силу предыдущей дифференциальной формулы имеем:

$$d\varepsilon = d\delta_0 \frac{\cos^2 \varepsilon}{\cos^2 \delta_0 \sin \alpha_0} - d\alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_0 \sin \varepsilon \cos \varepsilon.$$

Отсюда видно, что определение ε тем меньше зависит от ошибки в α_0 , чем меньше $\operatorname{ctg} \alpha_0$, и от ошибки в δ_0 , чем больше $\sin \alpha_0$, т. е. в обоих случаях, — чем Солнце ближе к солнцестоянию. Таким образом каждое наблюдение Солнца около времени солнцестояния дает нам особое значение ε , и мы из всех них возьмем среднее арифметическое.

Обозначим через ε_2 это новое, более точное значение ε . Тогда вновь при обработке наблюдений около времени весеннего равноденствия мы примем это более точное значение ε_2 и получим из склонения Солнца вычислением его прямое восхождение для каждого дня его наблюдения, а значит, и прямые восхождения тех звезд, которые мы будем наблюдать в тот же день, как и Солнце.

Так, путем последовательных приближений мы будем находить все более точные α и δ всех наших ярких звезд, наблюдая их днем и ночью, а из ночных наблюдений мы будем находить α и δ менее ярких звезд, так как ведь $u + m$ (см. § 172) нам будут известны по наблюдениям наших ярких главных звезд.

§ 179. Выводы из абсолютных определений мест звезд. Повторяя таким образом из года в год (или с перерывами) определения прямых восхождений и склонений одних и тех же звезд в разных местах неба, мы бы по прошествии нескольких лет обнаружили, что они меняются прогрессивно с каждым годом, но по-разному у разных звезд. А если

бы мы по α и δ вычислили широты и долготы звезд, то нашли бы, что меняются лишь долготы, но не широты, как это обнаружил еще Гиппарх, сравнивая свои определения координат звезд с определениями Тимохариса и Аристилла, сделанными за 150 лет до него. Так мы обнаружили бы явление прецессии, но при точности наших наблюдений нам не нужно было бы для этого ждать 150 лет.

Равным образом мы обнаружили бы нутацию и аберрацию либо тем способом, как их нашел Брайлей, либо из сравнения между собой наших определений меняющегося прямого восхождения α Малой Медведицы, как это делалось в течение XIX в. Тем временем мы из других наблюдений определили бы параллакс Солнца и стали бы учитывать его влияние на склонение Солнца. При обработке наших наблюдений все с той же целью определения α и δ ярких звезд нам нужно было бы принимать во внимание эту изменчивость координат звезд от прецессии, нутации, аберрации и освобождать склонение Солнца от влияния параллакса; все это усложняло бы наш процесс обработки наблюдений, но не нарушило бы принципиально нашего метода. Может быть мы сочли бы необходимым по-новому обработать прежние наблюдения, как это и в самом деле делали астрономы в течение XIX в. Наконец, мы открыли бы и собственные движения звезд.

Таким образом *постепенно* путем развития наших знаний и попутного усовершенствования наших инструментов мы получили бы такие α и δ фундаментальных звезд, какими располагает теперь астрономия, и наша задача свелась бы к дальнейшему уточнению α и δ звезд и их собственных движений наряду с более точным определением постоянных коэффициентов в теории рефракции, прецессии, нутации и аберрации.

Так решается первая задача, намеченная в § 175. Яркие звезды, пригодные для этой цели, выбрал в числе 36 в конце XVIII в. Маскелайн, директор Гриничской обсерватории; с тех пор они служат в качестве *главных*, фундаментальных из фундаментальных, звезд и часто называются маскелайновыми звездами.

§ 180. Современная постановка задачи об абсолютных определениях мест звезд. Переходим ко второй задаче, намеченной в § 175. На основании трудов прежних поколений астрономов мы имеем уже довольно точные значения α и δ главных, маскелайновых звезд и нескольких сотен звезд более слабых, наблюдаемых параллельно с главными, но только ночью. Мы ищем поправки к этим координатам, определение которых сделалось возможным в результате усовершенствования инструментов и развития наших знаний. Заподозрено, что, кроме всех ранее перечисленных ошибок в наблюдении момента T прохождения звезды через меридиан, в этот момент входит еще ошибка, зависящая от часового угла Солнца; вероятно, здесь сказывается правильное изменение ошибок инструмента (может быть, коллиматоров или мир) в течение суток или суточного хода часов, и, повидимому, правильно будет допустить для момента T поправку в виде $+x \cos(t+y)$, где t — часовой угол Солнца в момент наблюдения звезды. Тогда разность прямых восхождений двух звезд получается из уравнения

$$\begin{aligned} \alpha_2 - \alpha_1 &= T_2 + u_2 + x \cos(t_2 + y) - [T_1 + u_1 + x \cos(t_1 + y)] = \\ &= (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) + x 2 \sin \frac{1}{2}(t_1 - t_2) \sin [y + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)]. \end{aligned}$$

Разность $(T_2 - T_1)$ дается наблюдениями, а разность $(u_2 - u_1)$ учитывается, как это было показано в § 177 и 178. Полусумма $^{1/2}(t_1 + t_2)$ меняется для одной и той же пары звезд в течение года от 0^h до 24^h .

Если бы мы располагали наблюдениями, равномерно распределенными по всем месяцам года, например, приходящимися на каждый n -й день, то t_1 и t_2 с начала года до конца менялись бы через равные интервалы, и сумма всех $x \cos(t_2 + y)$, равно как и всех $x \cos(t_1 + y)$, была бы равна нулю (согласно § 13), и тогда среднее арифметическое из всех полученных значений $(T_2 - T_1) + (u_2 - u_1)$ дало бы нам значение $\alpha_2 - \alpha_1$, свободное от влияния величин x и y .

Но так как такого равномерного распределения наблюдений не бывает, то нужно из имеющихся наблюдений находить $\alpha_2 - \alpha_1$, x и y сложным путем с применением способа наименьших квадратов, на чем в подробностях мы не останавливаемся. Так получаются *разности* прямых восхождений *главных* звезд.

Так как нам уже заранее известны довольно точные значения их прямых восхождений, которые мы обозначим через $\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_k, \dots$, то, конечно, написанное выше уравнение мы можем написать иначе, обозначив через $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \dots$ поправки значений $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3, \dots$. Таким образом $\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$, а потому

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha'_2 - \alpha'_1 + \Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_1 = (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) + \\ + 2x \sin ^{1/2}(t_1 - t_3) \sin ^{1/2}[y + ^{1/2}(t_1 + t_2)],$$

и задача сводится к определению *разностей поправок* $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \dots$. Но это есть чисто формальное преобразование. По сути дела мы все же ищем и находим *разности прямых восхождений* *главных* звезд.

Таким образом мы улучшаем нашу систему прямых восхождений *внутри нее самой*, мы улучшаем разности α , но этими наблюдениями мы не можем обнаружить, насколько полученные нами прямые восхождения $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \dots$ ошибочны все в одинаковой мере; быть может, *ко всем им* нужно прибавить некоторую поправку ΔA ? Для решения этой задачи нужно наблюдать Солнце не две или четыре эпохи в году, а в течение всего года и по возможности равномерно; исходя из координат звезд $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \dots$, мы будем получать прямые восхождения Солнца, как звезды, для каждого дня наблюдения: A_1, A_2, \dots и склонения его центра для тех же моментов: D_1, D_2, \dots , исправленные от влияния как рефракции, так и параллакса, т. е. геоцентрические.

Учтем, что центр Солнца не находится на эклиптике, и обозначим через x разницу между склонением D Солнца в какую-либо кульминацию и склонением той точки эклиптики, которая имеет одинаковое с Солнцем прямое восхождение (лежит на круге склонения центра Солнца). Для прямого восхождения Солнца из наблюдений, скажем, получено значение A , но оно требует, по нашему предположению, как у всех наших звезд, искомой поправки ΔA . Поэтому наше основное уравнение мы должны написать в следующей форме:

$$\operatorname{tg}(D - x) = \sin(A + \Delta A) \operatorname{tg} \epsilon,$$

где ϵ есть наклонение эклиптики к экватору, в сущности нам тоже в точности неизвестное.

Но у нас есть астрономический ежегодник, из которого мы для каждого момента наших наблюдений можем проинтерполировать прямое восхождение и склонение Солнца A_0, D_0 ; так как числа ежегодника вычислены на основании теории, то они согласованы между собой и со значением наклона эклиптики к экватору, равным, скажем, ε_0 . Поэтому для них мы можем написать

$$\operatorname{tg}(D_0 - x) = \sin A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0,$$

где x , конечно, то же самое, что и в прежнем уравнении.

Вычтем это уравнение из предыдущего и преобразуем разность, считая $D - D_0, A - A_0$ и $\varepsilon - \varepsilon_0$ за малые величины первого порядка и пренебрегая их высшими степенями. Тогда получим

$$\frac{D - D_0}{\cos^2 D_0} = (A + \Delta A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \sin A \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\cos^2 \varepsilon_0}$$

или же, обозначая $\varepsilon - \varepsilon_0$ через $\Delta\varepsilon$,

$$\Delta A \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \sin A_0 \sec^2 \varepsilon_0 = (D - D_0) \sec^2 D_0 - (A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0.$$

В левой части мы имеем искомые величины ΔA и $\Delta\varepsilon$, а в правой части — известные величины, основанные на разностях наблюдаемых и табличных координат Солнца.

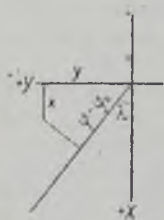
Такое уравнение получается для каждой наблюденной кульминации Солнца в течение года или даже нескольких лет. Из совокупности их по способу наименьших квадратов получаются: 1) $\Delta\varepsilon$ — поправка принятого в таблицах наклона эклиптики к экватору и 2) наше главное искомое — поправка всех прямых восхождений нашей системы ΔA . Величина ΔA показывает, что мы, принимая прямые восхождения наших звезд равными $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \dots$, как бы считали их не от точки равноденствия, а от точки, которая по экватору отстоит от точки равноденствия на угол ΔA , или, иначе говоря, что мы считали наши $\alpha' + \Delta\alpha$ от неверной точки равноденствия; поэтому ΔA иногда коротко называют *поправкой равноденствия*.

§ 181. **Гриничская и Пулковская системы.** Примерно указанным путем получались в течение XIX в. абсолютные прямые восхождения и склонения звезд в нескольких обсерваториях, но преимущественное значение в истории этого вопроса имеют наблюдения в Гриничской и в Пулковской обсерваториях. В Гриничской обсерватории для этой работы служил и служит меридианный круг. Когда в 1839 г. основывалась Пулковская обсерватория, ее основатель Ф. В. Струве главной проблемой в плане работы обсерватории избрал именно получение наиболее точных положений звезд; но для абсолютных определений он предпочел разделение труда и наметил определение прямых восхождений большим пассажным инструментом, а наблюдение зенитных расстояний, а следовательно, и склонений, — большим вертикальным кругом. Последующие десятилетия работы доставили Пулковской обсерватории столь солидную репутацию в вопросе об определении координат звезд, что ее каталоги получали большой вес во всех последующих сводках, и такой авторитетный специалист, как Ньюком, называл Пулковскую астрономическую столицей мира. Большой вес сохраняют пулковские наблюдения и до сих пор. Однако другие обсерватории, занимающиеся абсолютными определениями, завели у себя гриничскую систему, т. е.

меридианный круг. Главнейшими из них являются обсерватория на мысе Доброй Надежды (Кептаун) и обсерватория в Вашингтоне.

§ 182. Служба широты. В § 176 мы видели, что для измерения склонений необходимо знать точное значение высоты полюса над горизонтом, которая равна широте места наблюдения. Поэтому понятно, что эта высота многократно определялась на тех обсерваториях, в задачу которых входили определения координат звезд. И уже во второй четверти XIX в. стали высказываться сомнения в постоянстве этой высоты полюса или широты места. Было, конечно, еще неясно, меняется ли этот угол от изменения направления оси вращения Земли в теле Земли или же от изменения направления отвесной линии в месте наблюдения. Этот вопрос был решен наблюдениями в Европе (Прага, Берлин) и в Гонолулу на Сандвичевых островах, долгота которых почти точно на 180° разнится от долготы Средней Европы. Систематические определения широты были проведены в течение 1891—1892 гг., и оказалось, что в то время, когда в Европе широта была больше своего среднего значения, в Гонолулу она была меньше среднего значения и на такую же величину, как в Европе; когда же в Европе был минимум широты, в Гонолулу был максимум. Отсюда с определенностью следовало, что эти колебания широты происходят от изменения положения оси вращения Земли в теле Земли или от движения полюсов по поверхности Земли.

Для исследования этого явления была организована с 1899 г. Международная служба широты, было избрано пять станций (Карлофорте в Италии, Чарджуй в России, Мицузава в Японии, Гайтерсбург и Укиа в США) на одной широте $39^\circ 08'$, и при помощи сходных по размерам инструментов по способу Талькотта были начаты система-



Фиг. 84.

тические непрерывные определения широты на каждой станции. Так как дело шло не столько о точном определении широты, сколько об ее изменении, то и были выбраны места на одной широте с тем, чтобы одни и те же пары звезд наблюдались по способу Талькотта. Наблюдения отсылались в Геодезический институт в Потсдаме, где и обрабатывались все по одному плану. В результате можно было установить движение полюса по поверхности Земли. Действительно, если за начало координат O выбрать среднее положение полюса, за ось Ox — гриничский меридиан, за ось Oy — меридиан на 90° к западу от гриничского и обозначить западную долготу какого-либо места на Земле от Гринича через λ , координаты полюса в рассматриваемый момент через x и y , широту места в этот момент через φ , а среднюю широту его через φ_0 , то мы можем написать

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0,$$

как это впервые указал С. К. Костинский (фиг. 84).

Каждое наблюдение на данной станции дает φ . Если из многих значений φ вывести среднее φ_0 (в этом выводе есть некоторая неопределенность), то для каждого отдельного определения можно образовать разность $\varphi - \varphi_0$ и затем по координатам: время и $(\varphi - \varphi_0)$ построить

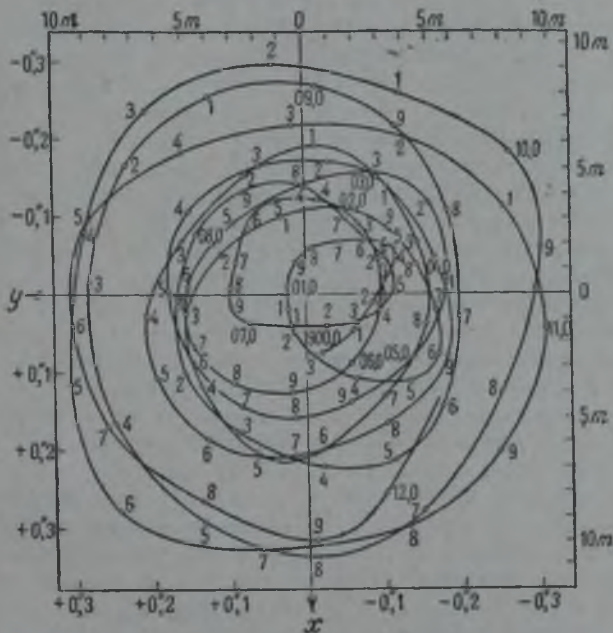
кривую, из которой для данного места можно взять $\varphi - \varphi_0$ для любого момента и написать для этого момента уравнение:

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0.$$

Произведя такое же построение для каждой станции, мы получим для одного и того же момента, т. е. для одних и тех же искомых величин x и y , подобные же уравнения:

$$x \cos \lambda' + y \sin \lambda' = \varphi' - \varphi'_0.$$

Тогда из них (необходимо по меньшей мере две станции; если их больше, то применяется способ наименьших квадратов) получаются для



Фиг. 85. Движение Северного полюса по поверхности Земли с 1900 г. по 1912 г.

рассматриваемого момента координаты полюса на земной поверхности x и y ; из ряда таких положений получается движение полюса (фиг. 85).

Оказалось, что он описывает около некоторого среднего положения сложную кривую, движение по которой можно представить как сложение двух движений: одного годовичного, другого с периодом в 14 месяцев, причем расстояние полюса от среднего его положения меняется в различные периоды от $0'',1$ до $0'',3$, т. е. при радиусе кривизны Земли в 6399 км от 3 до 9 м.

Далее оказалось, что получается лучшее представление наблюдений, если вместо написанного уравнения взять другое, а именно

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

где z (так называемый член Кимуры, — по имени астронома, предложившего эту формулу) — одинаков для всех станций в данный момент, но меняется с течением времени. По кривой движения полюса можно, наоборот, вывести колебания широты в любом месте Земли, например в Пулковке или Гриниче, и принять их во внимание при определении склонений по приему § 176.

Однако и Пулковская, и Гриничская обсерватории предпочитают для этой цели иметь собственные службы широты, независимо от описанной международной.

§ 183. **Фундаментальные каталоги.** После того как уже было получено большое количество каталогов звездных положений, выведенных из независимых друг от друга рядов наблюдений на разных обсерваториях, естественно являлась мысль о выводе из них некоторого сводного каталога, который, конечно, должен быть точнее каждого из них. При критическом отношении к этому вопросу, а это в особенности проявилось при подготовке Ауверсом фундаментального каталога для наблюдения каталогов астрономического общества, оказалось, что каталоги имеют *систематические* различия между собой. Это означает следующее: для сравнения двух каталогов между собой нужно привести положения звезд, данных в них, к одному и тому же равноденствию, учитывая изменения координат звезд от прецессии, и к одной и той же эпохе, учитывая собственные движения звезд. Последние проще всего получаются из сравнения координат звезд в одном из новейших надежных каталогов с их координатами в лучшем из старых каталогов; за последний очень часто принимается каталог звезд, выведенный из наблюдений директора Гриничской обсерватории Бралля в 1750—1760 гг.; они были дважды обработаны с этой целью: 1) Бесселем (его знаменитые *Fundamenta astronomiae* — Основания астрономии) и 2) Ауверсом.

Если после такого сведения к общему равноденствию и общей эпохе выбрать общие звезды у двух каталогов, образовать разности их координат $\alpha_1 - \alpha'_1, \alpha_2 - \alpha'_2, \dots$ (отличая координаты одного каталога от другого значком ') и затем взять средние арифметические из таких разностей для всех звезд, у которых α заключается между 0^h и 1^h , 1^h и 2^h , 2^h и $3^h, \dots, 23^h - 24^h$, то оказывается, что эти средние отличны от нуля и меняются в зависимости от α . Это и выражают словами, говоря, что у этих каталогов есть систематическая разница в альфа по альфа; ее обозначают через $\Delta\alpha_\alpha$.

Если построить точки, откладывая по оси абсцисс величины α , а по оси ординат — средние разности $(\alpha - \alpha')$, то через них можно провести более или менее плавную кривую, которая ясно указывает ход систематической разницы $\Delta\alpha_\alpha$, или, как еще говорят, *редукции* или *приведения* одного каталога, обозначенного значком ' (ведь разности взяты в смысле $\alpha - \alpha'$), к другому, основному. То же можно сделать для разности склонения у звезд, общих обоим каталогам, и получить кривую систематической разности склонения в зависимости от прямого восхождения, или $\Delta\delta_\alpha$.

С другой стороны, можно разности $\alpha - \alpha'$ и $\delta - \delta'$ для отдельных звезд расположить по аргументу δ и взять средние арифметические для всех звезд в поясе от 0 до $+10^\circ$, в поясе от $+10$ до $+20^\circ$ и т. д. Если построить соответственные точки [абсциссы δ , ординаты

($\alpha - \alpha'$) и ($\delta - \delta'$)] и провести плавные кривые, то получатся кривые систематической разницы или редукции (приведения) одного каталога к другому по α и по δ в зависимости от δ , т. е. по аналогии $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$.

Подобные сравнения различных каталогов показали астрономам, что особенно больших значений могут достигать именно $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$; поэтому теперь принято при сравнении каталогов сначала образовать кривые для $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$, а затем освобождать положения звезд приводимого каталога (со значком ') от систематической разности с основным каталогом путем прибавления к α' и δ' редукций (приведений) $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$, взятых из образованных кривых. Уже после такого частичного приведения вновь образуют разности: $\alpha - (\alpha' + \Delta\alpha_\delta)$ и $\delta - (\delta' + \Delta\delta_\delta)$ и получают вторую пару редукционных кривых, служащих для дополнительного приведения второго каталога к основному: $\Delta\alpha_\alpha$ и $\Delta\delta_\alpha$.

Ясно, что лишь после устранения такого систематического различия между положениями звезд в обоих каталогах и сведения всех каталогов к *системе* одного из них, основного, можно остающиеся различия между координатами одной и той же звезды, полученными таким образом из разных каталогов, рассматривать как *случайные* ошибки.

Однако, кроме этих различий, есть еще систематические разницы между системами каталогов, зависящие от яркости звезд (см. § 150). Для выделения их — разности координат двух каталогов, уже освобожденные от вышеуказанных систематических разностей, располагаются по аргументу звездной величины и опять проводятся плавные кривые, дающие поправку от яркости (или уравнение яркости) $\Delta\alpha_m$ звезд исследуемого каталога. Опыт показал, что эта разница практически отсутствует между новейшими каталогами, полученными с безличным микрометром, мала у каталогов, полученных из наблюдений с клавишей, и очень заметна у каталогов, полученных по способу «глаз и ухо».

В результате приведение какого-либо каталога к избранному, лучшему, представляется следующими формулами:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_m,$$

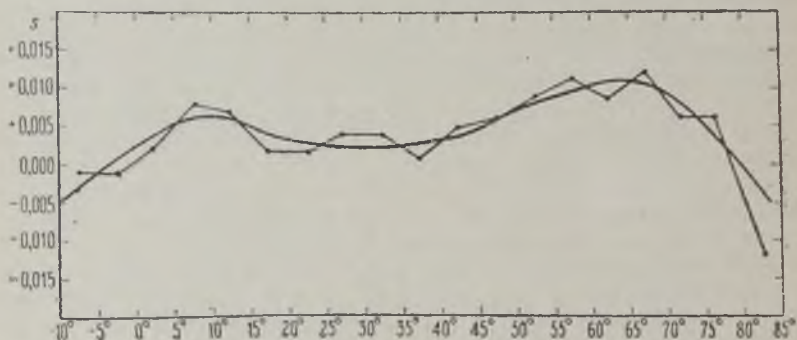
$$\Delta\delta = \Delta\delta_\alpha + \Delta\delta_\delta.$$

Зона		Число звезд	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$
от	до			
— 10	— 5	105	+ 0",26	— 0",001
— 5	0	99	+ ,16	— 1
0	+ 5	66	+ ,12	+ 2
+ 5	+ 10	77	+ ,07	+ 8
10	15	92	+ ,26	+ 7
15	20	99	+ ,28	+ 2
20	25	103	+ ,24	+ 2
25	30	86	+ ,30	+ 4
30	35	94	+ ,27	+ 4
35	40	62	+ ,10	+ 1
40	45	68	+ ,07	+ 5
45	50	85	+ ,08	+ 6
50	55	59	+ ,03	+ 9
55	60	76	+ ,09	+ 11
60	65	51	+ ,08	+ 9
65	70	34	+ ,11	+ 12
70	75	22	+ ,11	+ 6
75	80	14	+ ,07	+ 6
80	85	7	+ ,14	+ 0",012

Величина $\Delta\delta_m$ по незначительности ее во внимание не принимается.

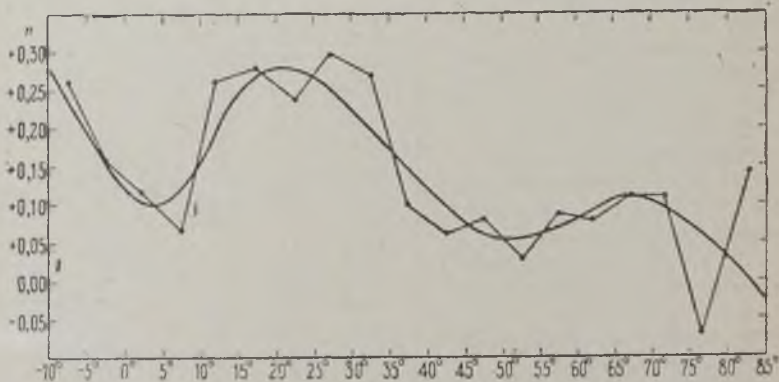
Подобные приведения мест звезд каталогов к местам одного из них, признанного за лучший, предшествуют образованию фундаментального каталога на основе этих каталогов. После того как эти приведения выпол-

нены для каждой звезды, получается для нее по несколько значений α и δ , и из них берется среднее арифметическое, однако с учетом относительного достоинства различных каталогов, их относительной точности их весов. Таким путем получают места звезд фундаментального каталога,



Фиг. 86.

Изложенное представляет лишь основные идеи этой сложной задачи практической астрономии. В частности, задача вычисления и учета собственных движений звезд разрешается теперь более сложным путем, чем указанный выше (и какой применил Ауверс при составлении своего фундаментального каталога), но мы не можем вдаваться в подробности



Фиг. 87.

в этом кратком курсе. Что касается причин упомянутых систематических разностей, то они отчасти ясны, но не вполне. Величина $\Delta\alpha_m$ зависит от свойств нашего глаза; $\Delta\delta_s$ в значительной мере обусловлена местной рефракцией, ошибками круга, гнутием трубы; $\Delta\alpha_s$ отражает на себе неправильности цапф, боковую рефракцию, боковое гнутие трубы; $\Delta\alpha_a$ может зависеть от систематического колебания хода часов в течение суток и в течение года; $\Delta\delta_a$ может отражать на себе неодинаковость местной рефракции в разные месяцы года.

Для примера подобных систематических разностей между каталогами в таблице и на фиг. 86 и 87 изображены по работе П. И. Бакулина разности $\Delta\alpha \cos \delta$ и $\Delta\delta$ двух каталогов: каталога «геодезические звезды» по наблюдениям в Москве и фундаментального каталога Вениамина Босса: «General Catalogue». Общих звезд в этих каталогах оказалось 1299. Координаты звезд каталога Босса были переведены с равноденствия каталога 1950,0 на равноденствие каталога «Москва» 1935,0. Затем были образованы разности $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ для всех общих звезд в смысле «Boss — Москва» и, наконец, образованы средние величины в зонах по 5° ширины по склонению; средние $\Delta\alpha$ умножены на косинус среднего склонения зоны. Значения величин в отдельных столбцах таблицы ясны из надписей. На фиг. 86 и 87 по горизонтали отложены градусы склонения от -10° до $+85^\circ$, а по вертикали $\Delta\alpha \cos \delta$ в тысячных долях секунды времени, а $\Delta\delta$ в сотых долях секунды дуги.

Главнейшие фундаментальные каталоги суть:

1) «Фундаментальный каталог Ауверса» (F. K.), образованный из пяти каталогов (1845—1872 гг.), приведенных к Пулковскому каталогу 1865 г. как к основному; собственные движения были определены из сравнения Гриничского каталога 1861 г. с каталогом, полученным из наблюдений Бадделя (1750—1760 гг.). Фундаментальный каталог Ауверса служил фундаментальным каталогом при обработке наблюдений для каталогов «Астрономического общества» (см. § 173). Он был издан в 1879 г. и содержал 539 звезд. Потом к нему были прибавлены южные звезды. Ауверс не раз пересматривал и дополнял свои исследования по сравнению каталогов; под его руководством была произведена и издана новая обработка наблюдений Бадделя, и в 1904—1905 гг. были изданы окончательные поправки к его каталогу; в результате появился в 1907 г. «Новый фундаментальный каталог» (N. F. K.), составленный Петерсом.

2) Льюис Босс (Олбани, США) начал свои обширные исследования по образованию сводного каталога с получения склонений 500 звезд, которые он вывел из многих каталогов XIX в., начиная с 1820 г. (каталоги Бесселя, Струве, Аргеландера) и не прибегал к более ранним каталогам. Постепенно расширяя свои исследования, он издал в 1910 г. «Предварительный общий каталог» (Preliminary General Catalogue, P. G. C.) 6188 звезд.

3) Каталог Эйхельбергера, опубликованный в 1925 г., основан всего лишь на четырех каталогах, двух Вашингтонских и двух Капских (Кептаун на мысе Доброй Надежды); в основе принятых собственных движений лежат собственные движения P. G. C.

4) В последние годы вышли поправки к «Новому фундаментальному каталогу Ауверса», основанные на каталогах, полученных на многих обсерваториях, в том числе в Пулкове, уже в XX в.; собственные движения были получены на основании каталогов с 1845 г., т. е. по наблюдениям за последние 75 лет. Таким образом был получен «Третий фундаментальный каталог» (FK 3). На последнем конгрессе Международного астрономического союза в Париже в 1935 г. было решено, что впредь все астрономические ежегодники должны давать эфемериды звезд на основании мест звезд этого каталога.

5) В 1937 г. вышел «Общий каталог» (General Catalogue) Вениамина Босса (сына Льюиса Босса), содержащий 33 432 звезды до 10^m ; в него включены все звезды до $7^m,0$.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ПЕРВАЯ

ЭКВАТОРИАЛ

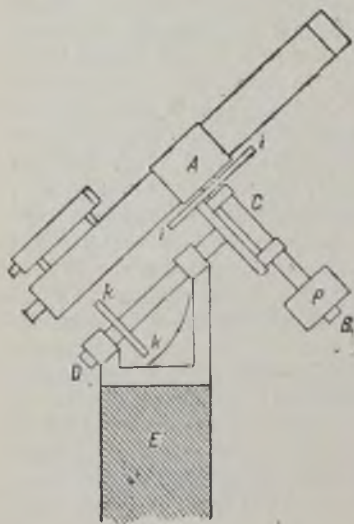
§ 184. **Параллактическая установка.** Для удобного наблюдения небесных светил в различных часовых углах, особенно для удобного наблюдения одного и того же места небесной сферы в течение долгого времени, применяется особая форма установки астрономической трубы, так называемая *параллактическая установка*. Она содержит (фиг. 88) две взаимно перпендикулярные оси, одна из которых DC устанавливается

параллельно оси мира в месте наблюдения; она называется *полярной* или *часовой осью*. Втулка, в которой она вращается, помещается на верху чугунной вертикальной колонны E в больших инструментах или на верху деревянной треноги в малых. Другая ось AB называется *осью склонения*; ее втулка прикреплена к полярной оси. Труба помещается на конце оси склонения так, что центр тяжести ее приходится на ось склонения, на другом же конце находится противовес P ; центр тяжести всей движущейся системы должен для равновесия совпадать с точкой пересечения полярной оси и оси склонения.

Ясно, что при таком устройстве, если труба наведена на какое-либо светило, то, чтобы следить трубой за ним в его суточном движении, достаточно вращать трубу только около *одной* оси, полярной; в этом состоит существенное преимущество параллактической установки перед всякой

другой. Кроме быстрого вращения около каждой оси устраиваются еще приспособления для медленного вращения при помощи винтов.

Чтобы труба плавно двигалась вслед за небесным светилом, устраивают так называемое часовое движение трубы. Для этого на полярную ось свободно насаживается шейка зубчатого круга, в зубцы которого входят витки бесконечного винта, приводимого во вращение *часовым механизмом*, в котором скорость вращения регулируется каким-либо способом так, чтобы угловая скорость зубчатого круга равнялась угловой скорости небесного свода, т. е. 15° в час звездного времени (или солнечного или лунного). Чтобы передать вращение круга трубе,



Фиг. 88. Схема параллактической установки.

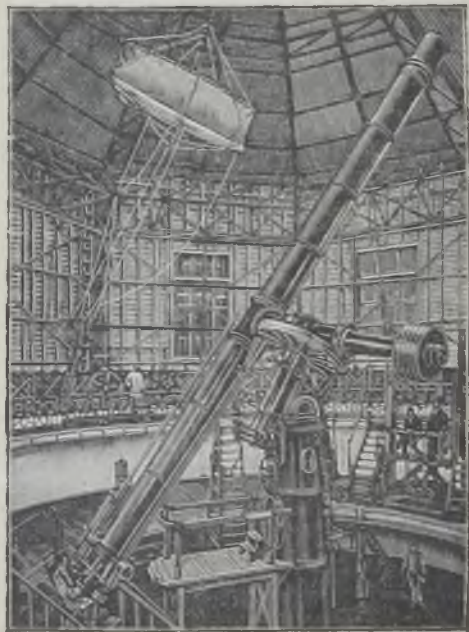
(с нониусом), или, наоборот, на оси — круг, на втулке — указатель для отсчета склонения.

У больших инструментов уже в мастерской наклон полярной оси к оси вертикальной колонны делают приблизительно равным широте того места, где будет установлен инструмент. У малых инструментов иногда делают так называемую «переменную широту», т. е. возможность в широких пределах менять указанный наклон; такие инструменты можно, меняя этот наклон, устанавливать в различных широтах. Но во всяком инструменте должны быть винты, с помощью которых можно в малых пределах изменять и угол наклона к горизонту, и азимут полярной оси (об этом см. § 186).

При каждой трубе должен быть *искатель*, т. е. небольшая труба со слабым увеличением, но с большим полем зрения для удобного нахождения «на прицел» того светила, на которое нужно навести трубу; искатель должен быть установлен так, что если какая-либо звезда находится в центре его поля зрения, то она же должна быть в центре поля зрения главной трубы.

§ 185. Экваториал; общее описание. Труба, монтированная на параллактической установке, называется *экваториалом* (см. фиг. 90). Экваториалы служат для разнообразных исследований небесных светил; все астрофизические наблюдения производятся на экваториалах, кроме

некоторых исследований Солнца; все рефлекторы монтируются в форме экваториала. Конструктивное оформление основной идеи параллактической установки бывает разнообразно; вышеописанная форма называется немецкой; она применяется преимущественно для рефракторов. Для них и для рефлекторов иногда применяется так называемая английская форма, изображенная на фиг. 89. Ось склонения AB , конечно, через трубу не проходит, а по обе стороны трубы устроены концы оси, входящие в подшипники, связанные с рамой $ACBD$; эта рама вращается на подшипниках C и D , так расположенных, что DC есть направление оси мира. Детали конструкции по существу одинаковы во всех инструментах, но по выполнению весьма разнообразны.



Фиг. 90. 30-дюймовый рефрактор Пулковской обсерватории.

Экваториал требует постоянной установки подобно пассажному инструменту или меридианному кругу, однако к его устойчивости не

предъявляется столь высоких требований, как к устойчивости этих двух инструментов. Так как для наблюдений с экваториалом должно быть доступно любое место небесного свода, то он помещается под вращающимся куполом полусферической или иной формы, в котором есть люк, идущий от низа до верха и закрываемый ставнями. Перед наблюдениями люк открывается заблаговременно, чтобы температура внутри купола могла сравниться с внешней, и купол поворачивается всякий раз так, чтобы изнутри через люк было видно нужное светило (фиг. 90).

Для целей астрометрии экваториал применяется либо с визуальным объективом и тогда снабжается у окулярного конца каким-либо *микрометром*, либо с фотографическим объективом, и тогда в его фокальной плоскости помещается *фотографическая пластинка*.

Круги служат для наведения трубы на нужный предмет по его склонению и часовому углу, поэтому нужно при инструменте иметь звездные часы. Можно использовать круги для измерения разностей α и δ у двух близких предметов, но такое измерение не может быть точнее, чем до $\pm 1'$, потому что у теперешних экваториалов такова точность отсчетов кругов; повышать же ее нет смысла из-за сложного влияния различных ошибок на отсчеты (неточность установки, гнутые трубы, гнутые оси и т. п.); поэтому теперь экваториал применяется лишь для дифференциальной астрометрии. Мы рассмотрим способы правильной установки полярной оси, обоих кругов и визирной линии.

§ 186. Установка полярной оси экваториала при помощи кругов. Есть несколько способов установки экваториала; мы опишем три: один, требующий отсчета на кругах, и два других, при которых круги не отсчитываются, но нужны хотя приближенные измерения углов в пределах поля зрения трубы.

Часовой круг делится на 24 часа и доли часа и оцифровывается сплошь от 0^h до 24^h ; круг склонения делится на градусы и доли градуса и оцифровывается либо сплошь от 0° до 360° , либо по квадрантам $0-90^\circ$, $90-0^\circ$, $0-90^\circ$, $90-0^\circ$; последний способ оцифровывания удобнее, так как при правильной установке круга отсчет непосредственно дает склонение δ светила, на которое направлена труба; при первом же способе оцифровывания отсчет в разных квадрантах дает разное: то δ , то $180^\circ - \delta$, $180^\circ + \delta$, $360^\circ - \delta$. Для возможности точной установки полярной оси параллельно оси мира необходимо, чтобы при помощи винтов было возможно немного изменять направление полярной оси; это достигается либо при помощи трех винтов в основании всего штатива, либо при помощи двух винтов, из которых одним можно, не изменяя направления вертикальной колонны, изменять относительно нее наклон втулки полярной оси к плоскости горизонта, а другим — азимут этой втулки, а с нею и полярной оси. Детали такого устройства бывают весьма различны, и здесь нет надобности входить в эти подробности. Для того чтобы по кругам можно было направлять трубу на желаемое светило, недостаточно, чтобы полярная ось инструмента была направлена параллельно оси мира. Нужно еще, чтобы: 1) обе упомянутые оси были взаимно перпендикулярны (об этом заботится механик и обыкновенно это осуществляется достаточно точно) и 2) чтобы к оси склонения была перпендикулярна

визирная линия, т. е. прямая, соединяющая внутреннюю главную точку объектива с центром диафрагмы окуляра или же с точкой пересечения нитей креста, если он есть, что для рассматриваемой задачи необязательно.

Предположим, что инструмент имеет нужные винты и круги. Тогда операции правильной его установки таковы. Прежде всего нужно каким-либо способом знать направление полуденной линии, т. е. меридиана. На глазомер ставим штатив так, чтобы полярная ось была приблизительно в меридиане, и при помощи отвеса придаем вертикальной колонне приблизительно вертикальное положение. Весьма выгодно, если в случае треноги с винтами один из винтов лежит в меридиане. Если угол между колонной и полярной осью уже в мастерской сделан приблизительно равным широте места наблюдения, то полярная ось уже приблизительно параллельна оси мира; если штатив имеет «переменную широту», то нужно его поставить сообразно с широтой места наблюдения. После этого повернем трубу так, чтобы она находилась на восток от колонны и была на глазомер или при помощи грубого отвеса вертикальна, и повернем в случае надобности круги так, чтобы на часовом круге отсчет был 0^h00^m (труба ведь находится в меридиане) и чтобы на круге склонения отсчет приблизительно был равен широте места (вспомним, что склонение зенита равно широте места); тогда и оба круга будут стоять приблизительно верно. Можно, конечно, вместо этого на-глаз направить трубу перпендикулярно к полярной оси — отсчет на круге склонения должен быть близок к 0° , а в меридиане — отсчет на часовом круге должен быть около 0^h . Все это, конечно, можно и лучше делать днем. Днем же нужно позаботиться, чтобы искатель, если он есть, был поставлен правильно, т. е. чтобы когда какой-либо удаленный предмет поставлен в середине поля зрения трубы, то он был бы и по середине поля зрения искателя; тогда ночью удобно будет на прицел наводить трубу на нужную звезду.

Ночью избираем какую-либо яркую звезду близ меридиана, например за полчаса до ее верхней кульминации, наводим на нее трубу, располагая трубу на восток от колонны, и устанавливаем звезду по середине поля зрения окуляра; окуляр лучше брать не сильный, а слабый с полем зрения $20-30'$ в диаметре. После этого отсчитываем возможно точно круг склонения. Мы проведем дальнейшее рассуждение в двух предположениях: сплошного и прерывистого оцифрования круга склонения. Условимся при сплошном оцифровании обозначать отсчеты в квадранте $0-90^\circ$ через A , в квадранте $90-180^\circ$ через B , в квадранте $180-270^\circ$ через C и в последнем квадранте через D ; а при прерывистом — соответственно через D_1 , D_2 , D_3 и D_4 . Итак, пусть первый наш отсчет есть A или D_1 , смотря по оцифрованию; ясно, что $A = D_1$. После этого переводим трубу по другую сторону колонны, на запад от нее, и наводим на ту же самую звезду близ меридиана; пусть отсчет при этом есть B или D_2 ; $D_3 = 180^\circ - B$. Нетрудно сообразить, что тогда точка полюса инструмента на круге, т. е. отсчет, который соответствует такому направлению трубы, при котором визирная линия параллельна полярной оси инструмента, есть $\frac{1}{2}(A + B)$ или $\frac{1}{2}(D_1 + 180^\circ - D_2) = 90^\circ + \frac{1}{2}(D_1 - D_2)$.

Если $D_1 < D_2$, то она находится в первом квадранте, если $D_1 > D_2$, то — во втором; но она должна приходиться на 90° . Поэтому, если она не приходится на 90° , то мы устанавливаем трубу так, чтобы отсчет был $\frac{1}{2}(A+B)$ или $90^\circ + \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$, и поворачиваем круг склонения или передвигаем нониус так, чтобы отсчет стал ровно $90^\circ 00'$. Тогда круг склонения поставлен правильно.

С другой стороны, расстояние звезды от полюса инструмента, т. е. той точки небесной сферы, куда направлена полярная ось инструмента, равно $\frac{1}{2}(B-A)$ или $\frac{1}{2}(180^\circ - D_2 - D_1) = 90^\circ - \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$. Если полярная ось параллельна оси мира или же, так как визируемая звезда находится близ меридиана, если даже только высота полюса инструмента равна высоте полюса мира, то $\frac{1}{2}(B-A)$ равно полярному расстоянию звезды или $90^\circ - \delta$, где δ — склонение звезды. Если же $\frac{1}{2}(B-A) > 90^\circ - \delta$ или $90^\circ - \frac{1}{2}(D_1 + D_2) > 90^\circ - \delta$, т. е. $\frac{1}{2}(D_1 + D_2) < \delta$, то полюс инструмента лежит ниже полюса мира. В случае же, если $\frac{1}{2}(B-A) < 90^\circ - \delta$ или $\frac{1}{2}(D_1 + D_2) > \delta$, полюс инструмента находится над полюсом мира. В обоих этих случаях нужно изменить в надлежащую сторону наклон полярной оси к горизонту на величину разности между $\frac{1}{2}(B-A)$ и $90^\circ - \delta$ или между $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ и δ при помощи винта, при вращении которого меняется этот наклон. Это удобно сделать при помощи подходящего окуляра, в котором диаметр поля зрения определен и больше только что упомянутой разницы. Для определения же диаметра поля зрения окуляра нужно только определить время t секунд, которое употребляет звезда со склонением δ на то, чтобы пройти этот диаметр; он равен $\frac{1}{15} t \cos \delta$ минут дуги; лучше брать для этого звезды со склонением около $60^\circ - 70^\circ$, а для простоты вычисления — близэкваториальные звезды. Итак, если диаметр поля зрения известен, то мы ставим ту же звезду, на которую мы визируем трубу, на подходящем верхнем или нижнем краю поля зрения, соображаем, какую долю диаметра составляет разность $\frac{1}{2}(B-A)$ и $90^\circ - \delta$ или $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ и δ , и, действуя назначенным для этого винтом, изменяем наклон полярной оси к горизонту до тех пор, пока звезда в поле зрения не отойдет от прежнего своего положения у края на величину этой разности. Нужно только не ошибиться, в какую сторону следует вертеть винт. Если разница между полюсами инструмента и мира очень велика, так что подходящего окуляра нет, то приходится достигать того же результата, хотя бы приблизительно, путем постепенных исправлений и проб. Не нужно на первый раз стремиться к крайней точности, достаточно сделать эту разницу меньше, скажем, 5 минут дуги. После этого и круг у нас стоит правильно, и высота полюса инструмента близка к должной, но он может еще заметно отстоять от полюса мира на восток или на запад.

Для устранения этой ошибки выбираем яркую звезду, у которой часовой угол был бы около 6 часов к западу или к востоку от меридиана; допустим, мы выбираем звезду на западной половине неба; наводим на нее трубу, устанавливая попрежнему звезду в середине поля зрения, и берем отсчет A' или D_1' ; труба располагается при этом над втулкой полярной оси. Положим, что склонение этой звезды есть δ' ; тогда если $90^\circ - A'$ или $90^\circ - D_1'$ меньше, чем $90^\circ - \delta'$,

т. е. если $A' = D_1' > \delta'$, то, как это легко сообразить, полюс инструмента лежит к западу от полюса мира, если же $A' = D' < \delta'$, то — к востоку. Тогда нужно изменить азимут полярной оси в надлежащую сторону, чтобы приблизить полюс инструмента возможно ближе к полюсу мира. Если есть специальный винт для движения по азимуту, то нужно действовать им в должную сторону. Если же есть лишь три винта внизу колонны или в трех ножках треноги, из которых один, как было предположено, находится в меридиане и служил уже для изменения наклона полярной оси к горизонту, то для движения по азимуту нужно пользоваться двумя другими винтами, вывинчивая один и настолько же ввинчивая другой. Нетрудно сообразить, что если, например, полюс инструмента находится к востоку от полюса мира, то нужно восточным из этих двух винтов поднимать восточную сторону основания, а западным на столько же (столькими же оборотами или частями оборота винта) опускать западную. При этом выгодно пользоваться тем же приемом со звездой в поле зрения, как было указано при описании установки полярной оси на должную высоту.

Если бы все вышеуказанные операции произвести совершенно точно, то в результате их и полярная ось была бы точно направлена по оси мира, и круг склонения стоял бы вполне точно. Но, разумеется, на деле это недостижимо, — положения оси и круга после первой серии этих операций бывают точнее, чем до нее, но почти всегда необходимо бывает повторить все сначала с целью добиться большей точности; конечно, исправления при повторении будут меньше, может быть гораздо меньше, чем после первого приближения.

§ 187. Установка часового круга экваториала. После того как достижимая точность, которая в конечном счете зависит от точности отсчета на круге, достигнута, следует перейти к тому, чтобы правильно установить часовой круг и сделать визирную линию перпендикулярной к оси склонения. Угол между визирной линией, считая ее направленной от окуляра к объективу, и осью склонения, считая ее направленной от трубы к противовесу, обозначим через $90^\circ + c$, где c может быть положительной или отрицательной величиной, т. е. этот угол больше или меньше 90° ; c называется коллимацией визирной линии. Для последующих операций необходимо знать звездное время, значит, иметь либо звездные часы и их поправку, либо средние часы и их поправку и переводить среднее время в звездное; большой точности не требуется; если возможная ошибка во времени достигает 5 секунд или даже 10 секунд, — не беда. Но, конечно, чем меньше точность имеющегося времени, тем с меньшей точностью может быть поставлен часовой круг. Обозначим звездное время через s . Визируем какую-либо (лучше недалеко от экватора) звезду близ меридиана, прямое восхождение которой α нам известно, располагая трубу на восток от колонны. Положим, что момент звездного времени, когда звезда находится в середине поля зрения трубы, есть s_1 . Берем отсчет часового круга, пусть он есть t_1 ; его искомая поправка Δt . Тогда часовой угол звезды есть $s_1 - \alpha$. С другой стороны, так как труба находится на восток от колонны, то часовой угол визирной линии есть $t_1 + \Delta t - c \sec \delta$, где δ — приближенная величина склонения

звезды; так как визирная линия направлена на звезду, то

$$t + \Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha$$

или

$$\Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha - t_1.$$

После этого переводим трубу на запад от колонны и повторяем те же операции с той же звездой: обозначим отсчет круга через t_2 , а звездное время через s_2 ; тогда

$$t_2 + 12^h + \Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha$$

или

$$\Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha - t_2 - 12^h.$$

Из двух последних уравнений можно вычислить Δt и c .

После этого нужно исправить положение часового круга и уничтожить коллимацию, если это возможно. Для первой цели ставим трубу как-нибудь, закрепляем ее по часовому углу, берем отсчет, скажем, t и, не трогая трубы, поворачиваем часовой круг на его оси или передвигаем нониус так, чтобы отсчет вместо t стал $t + \Delta t$. Что касается уничтожения коллимации, то оно сложнее и более хлопотливо. Обыкновенно специальных винтов для этого не делается, и приходится изменять угол между визирной линией и осью склонения при помощи подкладывания тонких пластинок между одним из колец, охватывающих трубу, и той металлической доской, которая обычно наглухо прикрепляется к оси склонения и к которой винтами прикрепляются кольца, охватывающие трубу. Трудно сразу же сделать прокладку необходимой толщины, и поэтому приходится идти путем постепенных приближений. Если c невелико, например $5'$, то зачастую не стоит его уничтожать, но, конечно, всегда приятно иметь коллимацию не более $1'$. Подобно операции правильной установки полярной оси и операции правильной установки часового круга полезно проверить. Окончательно правильность всей установки следует проверить, устанавливая трубу по кругам с помощью звездного времени на различные звезды близ экватора и близ полюса в различных часовых углах: если все описанные операции удались хорошо, то всякий раз установленная по кругам труба должна получить звезду в середину поля зрения. Околополюсные звезды очень чувствительны к величине коллимации, так как в вышеприведенных формулах при c стоит коэффициент $\sec \delta$, а близэкваториальные звезды — к ошибке часового круга Δt .

При этом изложении мы совершенно пренебрегали влиянием рефракции и гнутием трубы и осей. Если желательно хоть приблизительно учесть влияние рефракции и гнутия трубы, то следует звезду в меридиане избирать близ зенита, а звезду в 6 часах от меридиана избирать ближе к полюсу; тогда она будет наблюдаться близко ко времени наибольшей дигрессии, когда и рефракция, и гнутие трубы мало влияют на отсчет круга склонения.

Степень точности описанного способа всецело зависит от точности отсчета кругов. Есть другие способы, для которых кругов совсем не нужно; один из них очень прост по операциям, но требует много времени, другой сложнее по операциям, но осуществляется быстрее.

§ 188. Способы правильной установки полярной оси без применения кругов. Первый способ основан на следующем соображении (фиг. 91): пусть NPM — меридиан, P — полюс мира, WPE — часовой круг, перпендикулярный к меридиану, т. е. $\pm 6^h$; P' — полюс инструмента, S_1 — звезда, не очень близкая к полюсу при часовом угле t до прохождения через меридиан, S_2 — та же самая звезда при таком же часовом угле после прохождения через меридиан; x и y — координаты полюса инструмента относительно осей WPM . Тогда из чертежа, принимая во внимание, что углы PS_2P' и PS_1P' при малых x и y малы, так что их косинусы можно принять равными единице, мы получаем:

$$PS_1 = P'S_1 + y \cos t - x \sin t,$$

$$PS_2 = P'S_2 + y \cos t + x \sin t.$$

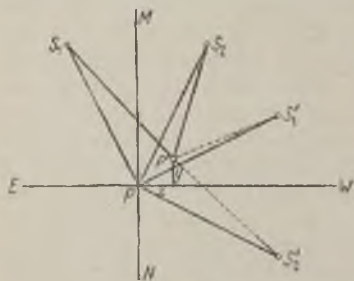
Так как $PS_1 = PS_2$, то $P'S_1 - P'S_2 - 2x \sin t = 0$, или $2x \sin t = P'S_1 - P'S_2$.

Подобным же образом, рассматривая другую звезду S' в двух положениях, симметричных относительно часового круга PW , т. е. при

часовых углах $6^h - t'$ и $6^h + t'$, мы найдем, что $2y \sin t' = P'S_2' - P'S_1'$.

Имея это в виду, совершаем следующие операции. Наводим трубу на какую-либо звезду в верхней кульминации не близко к полюсу при часовом угле t до прохождения ее через меридиан; t не должно быть меньше получаса, но нет нужды выбирать его более 2 часов. Закрепляем трубу по склонению и замечаем звездное время с точностью до минуты. Оставляем

трубу в покое и вычисляем точно тот



Фиг. 91.

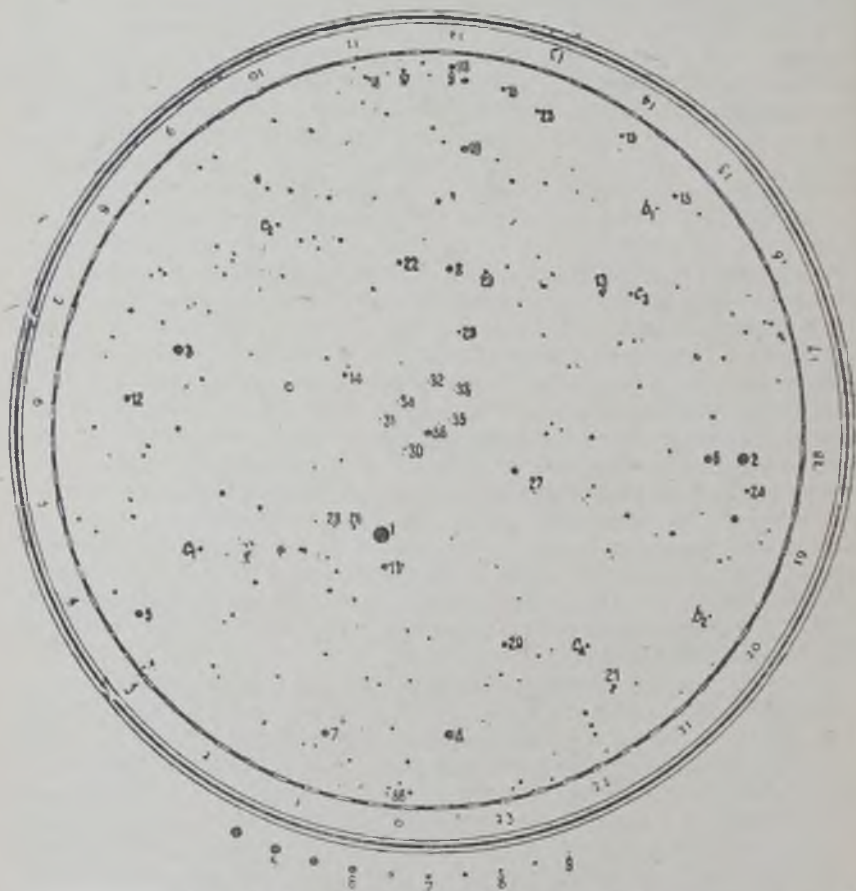
часовой угол, при котором сделано наведение (для этого нужно, конечно, знать поправку наших часов и прямое восхождение звезды). Выждав время, пока звезда, пройдя через меридиан, будет находиться настолько же к западу от него, насколько она была к востоку при первом наведении, направляем трубу на звезду, остерегаясь изменить наклон трубы к полярной оси, и поэтому лучше не прикасаться к самой трубе, а вращать ее около полярной оси, держа за тот конец оси склонения, на котором находится противовес. В ту минуту, когда западный часовой угол звезды сравняется с прежним восточным, нужно заметить, на каком расстоянии будет звезда от середины поля зрения по направлению круга склонения, иначе говоря, на каком расстоянии от середины поля зрения она будет проходить от ее суточного движения. Оценим это расстояние в долях радиуса поля зрения и, следовательно, в минутах дуги, зная диаметр поля зрения в градусной мере, и заметим, больше или меньше полярное расстояние звезды, чем полярное расстояние визирной линии, т. е. к югу или к северу от середины поля зрения проходит звезда. Если к северу, то x положителен, т. е. полюс инструмента лежит к западу от меридиана, если к югу, то x отрицателен, т. е. полюс инструмента лежит к востоку от меридиана.

Расстояние, на котором звезда проходит от середины поля зрения, равно $2x \sin t$; так как это расстояние и t нам известны, то можно вычислить x , разделив расстояние на $2 \sin t$. Теперь ясно, почему нельзя t брать слишком малым: при малом t это расстояние может быть мало заметным, есть только x не очень велико; с другой стороны, нет нужды брать t больше 2° или 30° , так как уже при $t = 30^\circ$ $2 \sin t = 1$. Вычислив x , нужно исправить положение полярной оси теми винтами и способами, о которых уже была речь.

После этого применяем в точности этот метод к звезде на западе от меридиана при часовых углах $90^\circ - t'$ и $90^\circ + t'$ и заключаем, что если она при угле $90^\circ + t'$ проходит к югу (северу) от середины поля зрения, то y положительно (отрицательно), т. е. полюс инструмента лежит выше (ниже) полюса мира; расстояние же, на котором проходит звезда при втором ее наблюдении от центра поля зрения, равно $2y \sin t'$; вычислив y , исправляем соответствующими винтами наклон полярной оси к горизонту. Понятно, что для более точного определения расстояний в поле зрения можно воспользоваться нитяным микрометром (см. § 189) или какой-либо сеткой нитей. Чем точнее это делается, тем меньше можно выбрать угол t , но необходимо это делать при равных часовых углах, чтобы исключить влияние рефракции; для этой же цели при наблюдении звезды около часового угла в 6^h полезно выбирать звезду поближе к полюсу, тогда наблюдение будет близко к моменту наибольшей дигрессии, когда влияние рефракции на склонение уничтожается; но и в этом случае небольшое влияние рефракции на y не вполне устранимо. Мы видим, что этот способ может дать очень точные значения координат x и y , он не требует знания склонения звезды, а прямое восхождение достаточно знать до минуты времени, но он требует много времени для применения его, особенно если нужно исправить положение полярной оси, так как для операций с каждой звездой нужно не менее часа.

Второй способ установки полярной оси без кругов может дать не меньшую точность, чем первый. Он требует меньше времени для операций с трубой, но более сложен по выбору звезд и требует большего внимания от наблюдателя. Его стоит применять лишь в том случае, когда предварительная установка полярной оси в надлежащее положение уже произведена, x и y малы, составляя лишь небольшие числа минут дуги, — и желательно достигнуть большей точности установки. Вот его идея. Вообразим идеальный случай: полярная ось поставлена точно, P и P' совпадают, и мы имеем на небе три звезды с одинаковым и притом малым полярным расстоянием p и прямыми восхождениями, приблизительно разнящимися на 6^h : α , $\alpha + 6^h$ и $\alpha + 12^h$, так что когда первая звезда находится в нижней кульминации, то вторая находится приблизительно в часовом угле 6^h к западу, а третья — в верхней кульминации. Тогда если мы направим трубу на первую звезду, когда она находится в нижней кульминации, поставим ее точно в середине поля зрения и осторожно будем поворачивать трубу около полярной оси за противовес, то и вторая и третья звезды в точности пройдут при этом через середину поля зрения. Конечно, таких трех звезд достаточно ярких на небе нет, и если даже это условие довольно

точно осуществляется, то это будет на всегда, потому что вследствие прецессии полюс мира перемещается на фоне звездного неба, и полярные расстояния звезд изменяются с течением времени, а кроме того влияют нутации и абберация. Положим поэтому, что полярные расстояния их не равны между собой, но мало разнятся одно от другого,



Фиг. 92. Звездная карта околополярной области.

точно нам известны и суть p_1 , p_2 и p_3 . Мы можем тогда поставить трубу так, чтобы самая южная из этих трех звезд проходила к югу от середины поля зрения, самая северная к северу, а промежуточная еще ближе к середине, чем другие. Пусть их расстояния в минутах дуги от середины поля зрения суть a_1 , a_2 и a_3 , считая их положительными к югу от середины и отрицательными к северу от нее. Тогда, обозначая через p неизвестное нам угловое расстояние центра поля зрения от полюса инструмента, имеем

$$p_1 = p + a_1, \quad p_2 = p + a_2, \quad p_3 = p + a_3.$$

Если, как мы это предполагаем, полярная ось поставлена точно и полюс инструмента совпадает с полюсом мира, то каждое из этих трех уравнений должно давать одно и то же значение p по известным величинам $p_1, a_1; p_2, a_2; p_3, a_3$. Если же этого нет, то, значит, полюс инструмента не совпадает с полюсом мира. И действительно, если это так, то легко видеть, что при незначительности x и y в сравнении с p_1, p_2 и p_3 , полагая, что p_1 означает полярное расстояние звезды над полюсом, p_2 — звезды, находящейся на 6^h к западу, p_3 — звезды в нижней кульминации, мы имеем приблизительно, но с точностью, для практики вполне достаточной:

$$p_1 = p + y + a_1, \quad p_2 = p + x + a_2, \quad p_3 = p - y + a_3.$$

Отсюда получаем

$$y = \frac{1}{2}(p_1 - p_3) - \frac{1}{2}(a_1 - a_3), \\ x = -\frac{1}{2}(p_1 + p_3) + p_2 + \frac{1}{2}(a_1 + a_3) - a_2.$$

Для того чтобы это наблюдение было возможно, т. е. чтобы все три звезды последовательно были видны в поле зрения при закрепленной по склонению трубе, нужно, чтобы величины $p_1 - y, p_2 - x, p_3 + y$ разнились одна от другой не более как на угловой диаметр применяемого окуляра; поэтому-то последний способ применим лишь тогда, когда ошибки x и y невелики, и требует подбора подходящих звезд с очень близкими склонениями. Если эти условия осуществимы, то можно вычислить x и y по взятым из каталога p_1, p_2 и p_3 и наблюдаемым a_1, a_2 и a_3 и позаботиться, если нужно, об уменьшении x и y вращением установочных винтов.

Средние места звезд (равноденствие 1925,0)

Обозначения на карте	α	Годичные изменения	δ	Годичные изменения
Группа а				
7	$1^h 02^m 55^s$	+ 98,436	$86^\circ 14' 51''$,5	+ 19",296
12	6 19 09	+ 26,576	86 45 03 ,7	— 1,772
10	12 14 37	+ 1,529	86 51 09 ,9	— 20,004
6	17 58 28	— 22,408	86 59 44 ,1	— 0,133
4	23 27 43	— 0,316	86 53 38 ,0	+ 19,866
Группа б				
5	3 42 25	+ 20,825	86 24 46 ,4	+ 11,259
b_1	14 42 44	— 11,068	86 28 33 ,1	— 15,202
b_2	19 50 12	— 16,051	86 27 17 ,3	+ 9,276
Группа с				
c_1	4 05 12	+ 28,214	87 19 49 ,8	+ 9,641
c_2	9 26 35	+ 19,945	87 11 34 ,5	— 15,730
c_3	15 19 12	— 18,480	87 17 25 ,4	— 12,947
c_4	21 10 07	— 15,643	87 14 32 ,7	+ 14,793

Понятно, что вместо звезды, находящейся на 6^h к западу от меридиана, можно применять звезду на 6^h к востоку от него; тогда второе уравнение будет иметь вид $p_2 = p - x + a_2$. Если x и y малы, то нет

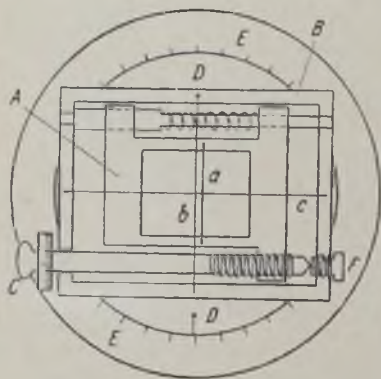
надобности наблюдать точно в меридиане и на 6^h от него; возможны уклонения до получаса, если не стремиться к крайней точности. К тому же, если стремиться к крайней точности, то нужно предвычислить видимые полярные расстояния звезд, учитывая влияние на них нутации, абберации и рефракции. Пренебрегая ими, мы допускаем ошибку в вычислении x и y , доходящую до $0',5$, но не достигающую $1'$. Выбор звезд для этого способа возможен, лишь когда под рукой есть точные каталоги околополярных звезд. Вот несколько групп звезд, подходящих для этой цели.

Прилагаемая карта околополярной области (фиг. 92), заимствованная из звездного атласа проф. А. А. Михайлова, на которой места звезд отнесены к положению полюса в начале 1900 г., служит для отождествления этих звезд на небе.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ВТОРАЯ

МИКРОМЕТРЫ НИТЯНОЙ И КОЛЬЦЕВОЙ. ГЕЛИОМЕТР

§ 189. Описание нитяного микрометра. Для визуального измерения разностей прямых восхождений и склонений близких друг к другу небесных светил служат так называемые *микрометры*, т. е. приборы для измерения малых угловых расстояний. Они прикрепляются на окулярном конце экваториалов. Мы рассмотрим два наиболее употребительных типа микрометров — нитяной и кольцевой.



Фиг. 93. Схема нитяного микрометра.



Фиг. 94. Нитяной микрометр.

Нитяной микрометр (фиг. 93 и 94) состоит из паутинной нити a , натянутой на рамку A , которая точным, микрометрическим винтом C может перемещаться на несколько десятков оборотов винта, т. е. на несколько десятков миллиметров, с отсчетом числа оборотов и до-

лей оборота, начиная от некоторого произвольного нуля. Направление перемещения нити перпендикулярно к ее направлению. Эта рамка с теми салазками, по которым она движется, помещается в коробке *B*, прикрепленной к кольцу *D*, которое может вращаться в другом кольце *E*, так что в результате она вращается вокруг оси, перпендикулярной к плоскости движения нити; эта плоскость должна совпадать с фокальной плоскостью объектива. С внешним кольцом связан круг, разделенный на градусы и доли градуса, а с внутренним кольцом — указатель, при помощи которого можно отсчитывать круг обычно с точностью до $1'$. Этот круг называется позиционным кругом, или кругом положения.

Внешним кольцом *E* микрометр прикрепляется к окулярному концу трубы, окулярная трубка ввинчивается в площадку перед плоскостью движения нити, так что: 1) можно фокусировать окуляр на нить, 2) передвигая всю окулярную трубку, можно фокусировать окуляр на звезду и таким образом привести плоскость движения нити в совпадение с фокальной плоскостью объектива, убеждаясь в отсутствии параллакса между нитью и звездой так, как это указано в § 17.

Просвет рамки, несущей нить, бывает больше поля зрения окуляра. Поэтому, чтобы можно было в окуляр обозревать, хотя и одновременно, весь просвет рамки, пластинка, в которую ввинчивается окулярная трубка, имеет перемещение, часто по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

Наконец, обычно бывает еще винт, на фиг. 93 не указанный, параллельный указанному главному винту, с другой стороны коробки, которым *вся коробка* (вместе с главным винтом) может перемещаться на несколько оборотов винта; этот второй, вспомогательный, винт не имеет барабана.

Для того чтобы нити были видны вместе со звездами, устраивается либо освещение поля зрения лампочкой, помещенной внутри трубы, подальше от окуляра, либо освещение нити микрометра лампочкой (лучше не одной), лучи которой идут косо к плоскости движения нити и не попадают в окуляр.

§ 190. Назначение нитяного микрометра. Как уже было сказано в предыдущем параграфе, нитяной микрометр служит для определения разностей прямых восхождений и склонений близких друг к другу небесных светил. В XIX в. до развития применения фотографии к астрономии он применялся к измерению взаимного расположения звезд в звездных скоплениях, к определению α и δ планет и комет путем измерения разностей α и δ планеты (или кометы) и α и δ близлежащей звезды, для которой α и δ можно найти в звездных каталогах, к подобному же определению α и δ туманностей и, наконец, к измерению взаимного расположения компонентов двойных звезд (оптических и физических). В настоящее время взаимное расположение звезд и туманностей с гораздо большим удобством и точностью производится при помощи фотографии, и микрометр для этой цели не употребляется. Для остальных задач применяются и микрометр и фотография.

§ 191. Принцип определения разностей прямых восхождений и склонений. Для определения α и δ планеты или кометы избирается лежащая близ нее звезда с известными α_* и δ_* и притом с таким δ_* ,

что разность δ_* и δ меньше диаметра поля зрения применяемого окуляра, а разность α_* и α составляет небольшое число минут времени (1—2—3). Операции для измерения разностей $\delta_* - \delta$ и $\alpha_* - \alpha$ таковы.

Вращая коробку микрометра, наблюдатель добивается того, чтобы нить была расположена параллельно суточной параллели звезды; для этого при неподвижной трубе, когда звезда входит в поле зрения, наблюдатель ставит на нее нить вращением винта и смотрит, движется ли изображение звезды по нити; если оно сходит с нити, то, постепенно поворачивая коробку микрометра по позиционному кругу, он добивается того, чтобы звезда при своем движении не сходила с нити, и тогда записывает отсчет на круге положения A_0 . После этого путем проб труба по склонению устанавливается так, чтобы при суточном движении планета и звезда сравнения проходили обе через поле зрения неподвижной трубы; для этого-то и нужно, чтобы разность их склонений была меньше диаметра поля зрения. Когда это достигнуто, то наблюдатель ставит трубу впереди звезды по суточному ее движению и, тщательно оберегая трубу от движения и толчка, при прохождении звезды через поле зрения (положим, что она идет раньше планеты) наводит нить микрометра на нее (1—2—3 раза) и отсчитывает число оборотов и доли оборота микрометрического винта B_* ; а когда затем проходит через поле зрения планета (или ядро кометы), он наводит нить микрометра на нее и получает отсчет винта B и отмечает в своем журнале, какое из этих светил севернее другого. После этого он поворачивает коробку микрометра по позиционному кругу на $90^\circ 00'$ так, чтобы нить стала вдоль круга склонения, опять ставит трубу впереди звезды и, вновь наблюдая прохождение через поле зрения звезды, а за нею планеты, отмечает по хронометру или на хронографе моменты прохождения их через нить: T_* и T . Ясно, что разность $T - T_*$ равна разности прямых восхождений звезды и планеты $\alpha - \alpha_*$, и, следовательно, мы можем написать

$$\alpha = \alpha_* + (T - T_*).$$

С другой стороны, ясно, что разность отсчетов $B_* - B$ по абсолютной величине выражает разность склонений звезды и планеты и чтобы выразить ее в дуговых единицах, нужно только, исправив отсчеты винта за их ошибки, превратить обороты винта в секунды дуги, а для этого нужно знать так называемую цену одного оборота винта в секундах дуги, т. е. число секунд дуги, соответствующее одному обороту винта, конечно, при данном объективе. Для этой цели лучше всего воспользоваться такими близкими звездами, у которых разность склонений точно измерена на меридианных кругах. Специально для этой цели определены места ряда звезд в созвездии Персея между $2^h 11^m 22^s$ и $2^h 12^m 53^s$ и $+56^\circ 32'$ и $56^\circ 51'$ (1900,00), в особенности их склонения. Наблюдатель многократно измеряет разницу склонений этих звезд оборотами винта микрометра и, сравнивая разницу склонений, выраженную в секундах дуги, с разницей тех же склонений, выраженной в оборотах винта, находит, сколько секунд дуги содержится в одном обороте винта. Иначе можно определить цену одного оборота винта, наблюдая моменты прохождения околополярной звезды через ряд

последовательных положений подвижной нити, направленной по кругу склонения, подобно тому, как определяются в пассажном инструменте расстояния боковых нитей от средней.

§ 192. Наблюдения при помощи микрометра современного типа. Совершенно невыгодно довольствоваться наблюдением прохождения светил через одну единственную нить. Поэтому обычно имеется несколько подвижных нитей, которые, однако, должны быть параллельны одна другой. Кроме того, на другую рамку, неподвижно укрепленную в упомянутой коробке, натягиваются несколько так называемых неподвижных, т. е. не движимых микрометрическим винтом, нитей, тоже параллельных подвижным (на фиг. 93 изображена одна из неподвижных нитей *b*). При таком устройстве наблюдатель имеет двойную выгоду: 1) при определении разности прямых восхождений он наблюдает столько прохождений каждого светила, сколько у него есть неподвижных и подвижных нитей; 2) при определении разности склонений ему не нужно вращать микрометрического винта полностью на протяжении всей разности склонений. С этой целью он поступает таким образом: когда идет первое светило, то между прохождениями его через нити наблюдатель устанавливает на него микрометрическим винтом (2—4 раза) одну из ближайших к нему, например более северных, нитей, а когда затем идет второе светило, то на него наводится другая, ближайшая к нему из более южных подвижная нить и, следовательно, микрометр вращается на небольшое число оборотов; таким способом экономится время и меньше изнашивается винт. Но для проведения таких наблюдений, конечно, нужно знать угловые расстояния между подвижными нитями. Они получаются из измерения разностей склонения таких звезд, у которых координаты определены меридианными кругами. Для обработки же наблюдений прохождения обоих светил через неподвижные нити нужно определить расстояние каждой из них от средней, и это делается, как в пассажном инструменте, при помощи наблюдения прохождения через эти нити околополярной звезды. Когда таким образом расстояния боковых нитей от средней будут измерены, то можно все наблюдения привести на среднюю нить по формуле $f \sec \delta$ (см. гл. XVI) и взять среднее арифметическое из всех чисел. Разность их для обоих светил есть разность их прямых восхождений.

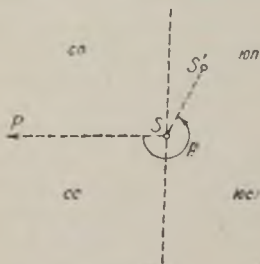
При описанном способе наблюдений все же разность прямых восхождений относится к одному моменту (среднему из моментов прохождений того светила, например планеты, у которого координаты меняются), а разность склонений к другому моменту (среднему из моментов, в которые делаются наведения подвижной нитью на светило с меняющимися координатами). Можно избежать этого, если, кроме неподвижных нитей, параллельных подвижным, имеются еще неподвижные нити, перпендикулярные к подвижным, но между собой параллельные (на фиг. 93 изображена только одна из них *c*). Тогда эти неподвижные нити вращением коробки устанавливаются параллельно суточному движению, потом коробка поворачивается по кругу положения на 90° , наблюдаются моменты прохождения светила через эти нити (нечетное число), а в определенных местах между нитями, симметрично относительно средней нити, делаются наведения на светило той или другой

(см. выше) нитью из числа подвижных. Таким образом достигается то, что момент наблюдения той и другой координаты есть момент прохождения светила через среднюю неподвижную нить; небольшая несимметричность в расположении нитей не имеет существенного значения.

Из простых геометрических соображений видно, что если нити, служащие для определения разности прямых восхождений, наклонены к кругу склонения на малый угол i , то разность прямых восхождений получается с ошибкой, равной $(\delta' - \delta) \operatorname{tg} i$, где $(\delta' - \delta)$ есть разность склонений обоих наблюдаемых светил; например, при $i = 1'$ и $\delta' - \delta = 600''$ эта ошибка составляет $0'',17$, что еще терпимо, но больших ошибок в i следует избегать. Напротив, при измерении $\delta' - \delta$ ошибка в несовпадении направления движения нитей, т. е. ползушек, по которым движется рамка с подвижными нитями, с направлением круга склонений на угол i и угол i' между ползушками и осью винта, вызывает ошибку в измерении $(\delta' - \delta)$, равную только $(\delta' - \delta)(1 - \cos i) \times (1 - \cos i')$, т. е., как нетрудно убедиться, совершенно ничтожную, однако при условии, что нити параллельны между собой и что наведения нитей делаются на оба светила в одинаковых местах между неподвижными нитями, например точно по середине между определенными соседними нитями; иначе может сказаться неперпендикулярность подвижных нитей к направлению их передвижения.

§ 193. Измерение углов положения и расстояний. Если оба светила настолько близки одно к другому, что одновременно видны в поле зрения окуляра, то вместо измерения разностей прямых восхождений и склонений можно измерять их взаимное *угловое расстояние* и так называемый *позиционный угол*, или *угол положения*. Так назы-

вается угол p с вершиной в звезде S между кругом склонения звезды S в направлении от S к северному полюсу неба и большим кругом SS' , проходящим через S и другую звезду S' ; он считается в направлении от круга склонения против часовой стрелки (фиг. 95). Для измерения расстояния SS' и угла положения p почти необходимо движение трубы часовым механизмом. Тогда измеряемые объекты не уносятся из поля зрения суточным движением и наблюдателю значительно облегчены его операции. Для этого нужны одна подвижная нить (a) и две неподвижные: одна



Фиг. 95.

параллельная (b), другая (c), перпендикулярная к подвижной. Наблюдатель ставит подвижную нить вдоль суточного движения светила S , отсчитывает круг положения (отсчет A_0), затем поворачивает коробку с нитями так, чтобы та же нить проходила через центры изображения светил S и S' , и вновь отсчитывает круг (отсчет A). Разность этих отсчетов вместе с простеньким чертежом того, что видит наблюдатель в трубу, или с приближенным указанием взаимного расположения светил позволяет вычислить позиционный угол.

Приближенные указания взаимного расположения заключаются в том, что о светиле S' по отношению к S указывается, расположено ли

S' к северу или к югу от S (n , s или по-русски c , κ) и предшествует ли S' светилу S (p , n) или следует за ним (f , c) в суточном движении. Таким образом:

$S'nf$ или ss означает, что S' находится к северу от звезды S и следует за ней, т. е. что позиционный угол лежит между 0° и 90° ;

$S'sf$ или κc , — что звезда S' находится к югу от звезды S и следует за ней, т. е. что позиционный угол лежит между 90° и 180° ;

$Sspr$ или κn , — что звезда S' находится к югу от S и предшествует ей, т. е. что позиционный угол заключается между 180° и 270° ;

$S'nr$ или cn , — что звезда S' лежит к северу от звезды S и предшествует ей, т. е. что позиционный угол заключается между 270° и 360° .

Разность отсчетов $A - A_0$, которую нужно брать всегда положительной и меньше 90° , указывает величину угла между SS' и параллелью в каждом квадранте.

Для измерения расстояния SS' наблюдатель поворачивает коробку микрометра на 90° так, чтобы нить c была направлена вдоль линии SS' , наводит неподвижную нить b на звезду S , двигая всю коробку микрометра винтом без барабана, а подвижную нить a микрометрическим винтом на звезду S' и берет отсчет винга B . Тогда если бы знать отсчет B_0 , который получается, когда обе нити совмещены, то $B - B_0$ (или $B_0 - B$) дало бы расстояние SS' , выраженное в оборотах винта; а зная цену одного оборота (см. выше), можно было бы выразить SS' в секундах дуги. Опыт показывает, что B_0 не получается точно, если действительно пытаться совместить подвижную нить с нитью b ; гораздо точнее получается, если устанавливать подвижную нить по обе стороны от b так, чтобы оставался как можно меньший, еле заметный, но заметный зазор между ними; тогда среднее из таких двух положений подвижной нити и среднее из двух соответствующих отсчетов винта дает положение и отсчет совпадения обеих нитей.

При наблюдении быстро движущихся объектов (планет, комет) нужно отмечать по хронометру момент каждого наблюдения и потому лучше, хотя и труднее, наводить нить c на линию SS' и другие нити на S и S' и все делать в один прием.

Зная расстояние ρ и позиционный угол p , можно для каждого момента наблюдения вычислить разности $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$. Действительно, при малости ρ можно принять

$$\begin{aligned} (\alpha' - \alpha) \cos \delta &= \rho \sin p, \\ \delta' - \delta &= \rho \cos p. \end{aligned}$$

После этого можно из всех измеренных $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ взять средние арифметические, относя их к среднему арифметическому из моментов наблюдений.

Нельзя брать средние арифметические из ρ и p , потому что ρ и p изменяются далеко не пропорционально времени.

§ 194. Измерения двойных звезд. Если S и S' — не быстро движущиеся объекты, например компоненты двойной звезды, то выгоднее для измерения ρ поступать иначе, а именно следующим образом, наблюдатель, имея нить c направленной вдоль SS' , сначала винтом без барабана наводит нить b на звезду S , а подвижную нить микрометрическим винтом на звезду S' (отсчет B_1); затем он передвигает

всю коробку винтом без барабана так, чтобы нить b проходила через звезду S' , а потом, двигая подвижную нить, переводит ее через звезду S' и нить b и, двигая далее, наводит ее на звезду S (отсчет B_2). Таким образом он передвигает подвижную нить на *двойное* расстояние между S и S' ; поэтому разница между обоими отсчетами B_1 и B_2 , превращенная в секунды дуги, равна 2ρ . В результате отпадает всегда несколько сомнительный отсчет совпадения нитей. Так измеряются расстояния в двойных звездах; углы положения измеряются так, как описано выше (подвижная нить на суточную параллель и затем на линию SS').

§ 195. Кольцевой микрометр представляет собой простейший микрометр для измерения разностей прямых восхождений и склонений; он состоит из одного или нескольких концентрических колец, помещенных в фокусе объектива трубы. Эти кольца могут быть вычерчены алмазом на стекле; когда требуется их видеть, применяется освещение поля зрения лампочкой или же, лучше, освещение колец боковым светом (светлые кольца на темном фоне); или же стальные кольца вставляются в стеклянную пластинку; они бывают достаточно толсты для того, чтобы их можно было видеть без всякого освещения на фоне неба в самую темную ночь.

Наблюдение с кольцевым микрометром состоит в том, что наблюдатель при неподвижной трубе отмечает по хронометру моменты прохождения через окружность кольца двух светил, например звезды с известными координатами α и δ и планеты или ядра кометы с неизвестными α' и δ' ; конечно, для этого разность склонений не должна превышать углового диаметра кольца (угол с вершиной во внутренней главной точке объектива и со сторонами, проходящими через концы линейного диаметра кольца), а разность $\alpha' - \alpha$ должна быть ни слишком мала, ни слишком велика.

Ясно, что на каком бы расстоянии от центра кольца ни проходило светило, среднее арифметическое из моментов прохождения его через окружность есть момент прохождения этого светила через круг склонения, проходящий через центр окружности, если только мы допустим, что светило не имеет заметного собственного движения по склонению. Поэтому, если T_1 и T_2 — моменты прохождения звезды, а T_1' и T_2' — планеты, то мы можем написать

$$\alpha' = \alpha + \frac{1}{2}(T_1' + T_2') - \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$$

и это значение α' относится к моменту $\frac{1}{2}(T_1' + T_2')$ по хронометру.

Для вычисления разности склонений $\delta' - \delta$ нужно знать угловой радиус окружности. Пусть он равен r в секундах дуги. Обозначим через δ_0 неизвестное нам склонение центра окружности. Пусть NS — круг склонения, проходящий через центр окружности; ψ — угол между направлением SN (к северному полюсу неба) и радиусом, проведенным в точку пересечения параллели звезды с окружностью; ψ' — такой же угол для планеты. Тогда, рассматривая фиг. 96 по ее малости как плоскую и допуская, что светило не имеет



Фиг. 96.

заметного собственного движения ни по α , ни по δ , мы получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\delta - \delta_0 &= r \cos \psi, & 15 \cdot 1/2 (T_2 - T_1) \cos \delta &= r \sin \psi, \\ \delta' - \delta_0 &= r \cos \psi', & 15 \cdot 1/2 (T_2' - T_1') \cos \delta' &= r \sin \psi'. \\ \delta' - \delta &= r (\cos \psi - \cos \psi'),\end{aligned}$$

Если известно r , то из двух уравнений, стоящих справа, находим ψ и ψ' , после чего из $r (\cos \psi' - \cos \psi)$ получаем $\delta' - \delta$.

Для того же, чтобы определить r , нужно только наблюдать такое же прохождение двух звезд с известными склонениями δ и δ' . Тогда, обозначив известные после наблюдений величины $15 \cdot 1/2 (T_2 - T_1) \cos \delta$ через μ , а $15 \cdot 1/2 (T_2' - T_1')$ через μ' , мы получаем:

$$\mu = r \sin \psi, \quad \mu' = r \sin \psi', \quad \delta' - \delta = r (\cos \psi' - \cos \psi).$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}\frac{\mu + \mu'}{\delta' - \delta} &= \frac{\sin \psi + \sin \psi'}{\cos \psi' - \cos \psi} = \frac{2 \sin 1/2 (\psi + \psi') \cos 1/2 (\psi - \psi')}{2 \sin 1/2 (\psi + \psi') \sin 1/2 (\psi - \psi')} = \operatorname{ctg} 1/2 (\psi - \psi'), \\ \frac{\mu - \mu'}{\delta' - \delta} &= \frac{\sin \psi - \sin \psi'}{\cos \psi' - \cos \psi} = \operatorname{ctg} 1/2 (\psi + \psi').\end{aligned}$$

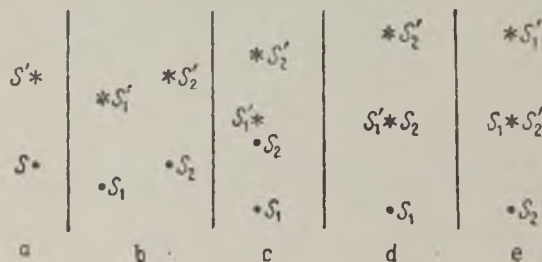
Поэтому углы $1/2 (\psi - \psi')$ и $1/2 (\psi + \psi')$ становятся известны, так как δ , δ' , μ и μ' известны; следовательно, если обозначить $1/2 (\psi - \psi')$ через A , а $1/2 (\psi + \psi')$ через B , то $\psi = A + B$, $\psi' = B - A$, а r найдем по одной из следующих формул:

$$\begin{aligned}r &= \frac{\delta' - \delta}{\cos (B - A) - \cos (B + A)} = \frac{\delta' - \delta}{2 \sin A \sin B} = \frac{\mu}{\sin (A + B)} = \\ &= \frac{\mu'}{\sin (B - A)} = \frac{\mu + \mu'}{2 \sin B \cos A} = \frac{\mu - \mu'}{2 \sin A \cos B}.\end{aligned}$$

§ 196. **Необходимость учета влияния рефракции.** Обработка наблюдений, произведенных как с нитяным, так и с кольцевым микрометрами, усложняется сравнительно с изложенным в предыдущих параграфах тем, что необходимо принять во внимание собственное движение планеты или ядра кометы и влияние рефракции. Мы не будем рассматривать этих влияний в нашем кратком курсе. Интересующиеся найдут изложение этих вопросов в книгах Брюннова или Шовене, названных в предисловии, или в статье E. Becker'a «Mikrometer und Mikromettermessungen», Handwörterbuch der Astronomie, herausgegeben von W. Valentiner, Bd. III, 1, Breslau, 1899. Последняя книга содержит особенно подробное описание различного вида микрометров, наблюдений с ними и последующей обработки наблюдений.

§ 197. **Гелиометр** есть прибор оригинального устройства, служащий для визуального измерения угловых расстояний между небесными светилами, доходящих до 1° , между тем как с нитяным микрометром можно измерять расстояния лишь примерно до $20'$. Гелиометр был специально построен для измерения поперечника Солнца, отчего и получил свое название, но на деле он чаще применяется для других целей, например для измерения звездных параллаксов. Принцип его устройства таков: ахроматический объектив разрезан по его диаметру, каждая половина включена в особую оправу, и обе половины могут

скользить вдоль общего диаметра; взаимное перемещение их измеряется по шкале, прикрепленной к одной оправе, при помощи индекса, прикрепленного к другой. Такой объектив помещен на одном конце трубы, на другом же помещается обыкновенный окуляр. Средняя часть трубы помещена в короткую трубу, в которой она может вращаться около своей оси, и это вращение можно измерять на круге (положения), связанном с этой короткой трубой, между тем как микроскопы для отсчета круга связаны с вращающейся трубой. Короткая наружная



Фиг. 97.

труба скреплена с осью склонения параллактического штатива так, как в обыкновенном экваториале с ней соединяется труба. Когда обе половины объектива не раздвинуты, то наблюдатель видит небесные светила, например две звезды S и S' , так же, как и в обыкновенную трубу (фиг. 97a). Если раздвигать

половины объектива, то с каждой половиной передвигаются на такое же расстояние изображения звезд, которые получаются от нее, и поэтому каждое изображение раздваивается, и два полученных изображения расходятся одно от другого на такое расстояние, на какое раздвинуты половины объектива; это расхождение происходит в направлении их общего диаметра, т. е. в направлении их взаимного раздвижения (фиг. 97b).

Если повернуть трубу так, чтобы линия разреза объектива была параллельна большому кругу, проходящему через SS' , то четыре изображения двух звезд расположатся на одной прямой линии (фиг. 97c). Если еще далее раздвигать обе половины объектива, то можно поставить их так, что изображение звезды S' от одной половины объектива (будем называть ее первой), т. е. S_1' , совпадет с изображением звезды S от второй половины, т. е. S_2 (фиг. 97d); в этом положении инструмента мы получим отсчет шкалы A_1 и круга положения P . Затем, приведя изображения звезд от обеих половин в совпадение и двигая половины объектива далее, можем привести в совпадение изображения звезды S от первой половины, т. е. S_1 , с изображением звезды S' от второй половины, т. е. с S_2' (фиг. 97e); получим отсчет шкалы A_2 (при большом расстоянии между звездами может случиться, что в поле зрения трубы будут видны только совпадающие изображения звезд).

Тогда нетрудно сообразить, что разность отсчетов $A_2 - A_1$ измеряет двойное расстояние между звездами в делениях шкалы, а отсчет круга P характеризует угол положения дуги SS' . Для того чтобы выразить расстояние звезд в секундах дуги и по отсчету круга P найти позиционный угол, самое надежное — выбрать на небе несколько пар звезд, координаты которых с большой точностью определены меридианными инструментами, так что для каждой пары можно вычислить

в секундах расстояние $\overline{SS'}$ и позиционный угол p . Тогда, измерив эту пару гелиометром и получив расстояние SS' в делениях шкалы и отсчет круга P , мы получаем: 1) значение 1 деления шкалы, как частное от деления расстояния SS' , выраженного в секундах, на то же расстояние, выраженное в делениях шкалы, и 2) поправку отсчета P для получения угла положения, равную $(p - P)$; величины же p и P нам известны по предыдущему.

Нужно прибавить, что невозможно уверенно точно совместить изображения звезд, например S_1 и S_2' , потому что слабая звезда не видна при совмещении с яркой. Поэтому при наблюдении с гелиометром поступают так: в поле зрения трубы помещают нити, параллельные линии разреза объектива; это достигается при помощи двух близких звезд, как на фиг. 97с; тогда при наблюдении, совместив оба звездных изображения как можно лучше, поворачивают трубу взад и вперед по позиционному углу; от этого изображения расходятся, и если они движутся при этом перпендикулярно к нитям, то, значит, изображения при наложении совпадают центрально и, значит, наведение по расстоянию сделано точно. Затем, совместив их, передвигают половинки объектива взад и вперед; если при этом изображения расходятся вдоль нитей, то, значит, установка по позиционному углу сделана точно.

Гелиометр — очень трудный для наблюдателя инструмент. Он имеется примерно лишь на 12 обсерваториях на всем земном шаре, у нас в СССР — в Казани, где служит для наблюдения Луны с целью исследования формы Луны и ее вращения около оси.

Главнейшие работы, исполненные с помощью гелиометров, относятся к определению параллакс: параллакса Солнца по кооперативному наблюдению на нескольких обсерваториях малых планет Виктории, Ириды и Сафо в 1888 и 1889 гг. и звездных параллакс — Гиллом и Элкином, а также к определению формы дисков Солнца и Луны и вращения Луны.

Подробнее о гелиометре см. статью Schur'a в «Handwörterbuch der Astronomie», herausgegeben von W. Valentiner, Bd. II, S. 4.

ГЛАВА ДВАДЦАТЬ ТРЕТЬЯ

ФОТОГРАФИЧЕСКАЯ АСТРОМЕТРИЯ

§ 198. Инструменты. Начало применения фотографии к астрономии можно отнести к 1850 г., когда Бонд в Гарвардской обсерватории получил первые фотографии Луны и Веги, но это еще не было применением фотографии к астрометрии. Первые фотографии, по которым можно было произвести измерения, были получены в 1857 г. Бондом (Мицар) и де-ла-Рю (Солнце).

В 60-х годах XIX в. последний получил много фотографий Солнца так называемым фотогелиографом, который с 1873 г. употребляется для этой цели в Гриниче для систематического фотографирования Солнца с целью последующего измерения фотографий и вывода гелио-

графических координат солнечных пятен. В 1875 г. такое фотографирование было организовано в Москве, а в 1881 г. в Пулкове.

Но применение фотографии к звездам было затруднительно, пока в распоряжении фотографов были малочувствительные «мокрые» пластинки; оно начало развиваться лишь после того, как был найден способ готовить чувствительные сухие бромо-желатинные пластинки. После этого изобретения в 80-х годах XIX в. начинается все более развивающееся фотографирование звездного неба. В 1887 г. была созвана при Парижской обсерватории международная конференция для организации большого международного предприятия, так называемой «фотографической карты неба» («Carte du ciel»). Было решено зафотографировать все небо так, чтобы на негативах вышли звезды до 11-й звездной величины, и эти пластинки измерить для получения α и δ зафотографированных звезд; пластинки должны были перекрывать одна другую так, чтобы в углах каждой пластинки находились центры соседних пластинок. В конечном счете это давало возможность для каждой звезды производить по два определения ее координат. Кроме того, было решено зафотографировать все небо с большей экспозицией, чтобы на негативах вышли звезды до 14-й зв. величины и при том так, чтобы они были тройными; эти негативы назначаются для воспроизведения в виде отдельных карт, а тройные фигурки звезд должны служить для отличия изображений звезд от случайных точек на бумаге.

В качестве фотографических объективов были избраны двухлинзовые объективы 34-см отверстия и 344-см фокусного расстояния, так что в фокальной плоскости одна минута дуги очень близко равняется одному миллиметру.

В § 15 было указано, что с теми сортами оптического стекла, которыми располагает современная техника, нельзя получить объектива, в котором все цветные лучи спектра звезды сходились бы в одну точку. Мы видели, что визуальные объективы устроятся так, что ближе всего к объективу сходятся желтые лучи, немного дальше красные и зеленые, а синие и фиолетовые, еще менее чувствительные для глаза, — еще дальше. Фотографическая пластинка, напротив, наиболее чувствительна к синим лучам, менее — к голубым и фиолетовым, еще менее — к ультрафиолетовым, и ничтожно мало — к другим. Поэтому визуальный объектив дает нерезкие изображения звезд на фотографической пластинке, а чтобы они были резкими, можно из тех же сортов стекла только с другими кривизнами сферических поверхностей сделать фотографические объективы, у которых в изображениях звезд ближе всего к объективу сойдутся синие лучи с длиной волны 434 μ , голубые и фиолетовые чуть-чуть дальше, ультрафиолетовые — еще немного дальше. Тогда изображения звезд на негативе будут уже гораздо резче, чем при другом распределении цветных фокусов. Такие-то фотографические объективы и применяются для астрофотографии. Опыт показывает, что если они только двухлинзовые (одна линза из кронгласа, другая из флинтгласа), то из-за сферической абберации при светосиле (т. е. при отношении диаметра объектива к его фокусному расстоянию) 1:10 довольно хорошие изображения получаются не далее одного или

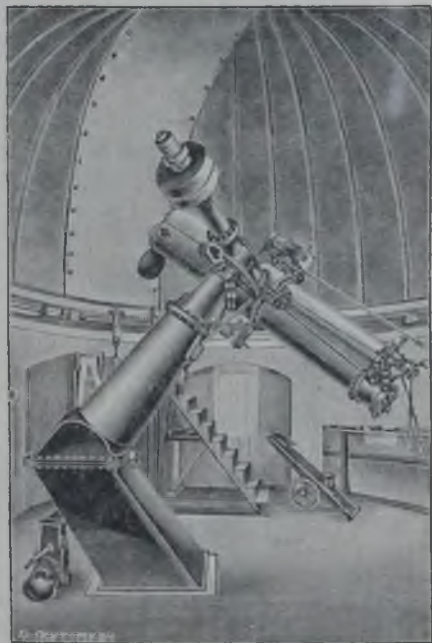
полтора градусов от оптической оси. Поэтому и формат пластинок для «Фотографической карты неба» был избран в $16\text{ см} \times 16\text{ см}$ с тем, чтобы фотографическое изображение звездного неба занимало на пластинке $2^\circ \times 2^\circ$, т. е. $120\text{ мм} \times 120\text{ мм}$. По углам этого поля $2^\circ \times 2^\circ$ звезды уже не выходят кружками, но в хороших объективах они получаются правильными фигурками вроде эллипсов и, что очень важно для измерения, наиболее яркая (на негативах самая черная) часть изображения звезды совпадает с ее геометрическим центром, и здесь встречается пластинку центральный луч сходящегося пучка лучей, проходящий через внутреннюю главную точку объектива.

К тому же времени конца 80-х годов XIX в. относится начало теоретических исследований о том, каким же именно образом можно по измерению прямолинейных координат изображений звезд на фотографической пластинке получить сферические координаты их α и δ на небесной сфере.

Было предложено несколько способов, из которых наиболее практичным оказался способ оксфордского профессора Тэрнера, который в существенных чертах и будет изложен далее. Он преимущественно применяется и в настоящее время.

В последние десятилетия построены более сложные 4-линзовые фотографические объективы, которые дают очень резкие изображения звезд на площади $5^\circ \times 5^\circ$. Использование их для целей астрометрии по существу дела основано тоже на применении способа Тэрнера, но с некоторым усложнением по причинам, которые будут видны из дальнейшего изложения (см. § 206).

Наконец, с начала 90-х годов XIX в. применяется в широком масштабе фотографирование звездного неба сравнительно короткофокусными, но более светосильными, объективами с фокусными расстояниями от 100 до 10 см, у которых площадь изображения неба на пластинке достигает иногда 500 квадратных градусов. Они делаются, главным образом, для «истории неба», т. е. для регистрации всех звезд до некоторой звездной величины, зависящей от объектива, фотопластинки и времени экспозиции, а также для фотографирования туманностей, комет и метеоров. Для целей точной астрометрии эти фотографии не вполне при-



Фиг. 98. 13-дюймовый астрограф Потсдамской обсерватории.

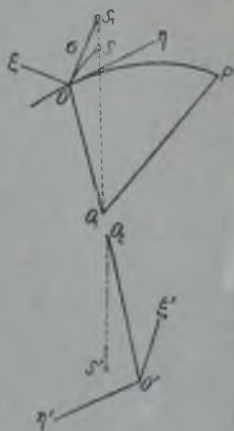
годны из-за малого масштаба их. И хотя те из них, которые получены с объективами фокусного расстояния от 100 до 50 см, и могут дать еще полезные по их точности α и δ , но во всяком случае тоже только в пределах поля около $2-3^\circ$ вокруг оптической оси; чем дальше от нее, тем больше ослабевает достижимая точность.

Фотографирование звезд длится от немногих минут до часа и дольше. При этом полагаться на точность движения звезд часовым механизмом совершенно невозможно. Поэтому всегда с фотографической трубой крепко бывает соединена параллельная ей визуальная *контрольная* труба, на окулярном конце которой находится окуляр с крестом нитей, обыкновенно передвигаемый на немного сантиметров по двум взаимно перпендикулярным направлениям в фокальной плоскости объектива (фиг. 98).

Перед фотографированием наблюдатель заводит часовой механизм и ставит трубу таким образом, чтобы изображение интересующего его места неба приходилось на середине пластинки, и затем избирает поблизости звезду такой яркости, чтобы она была хорошо видна в контрольную трубу при освещенном поле зрения. Окуляр устанавливается упомянутым передвижением так, чтобы звезда находилась точно на кресте нитей. После этого открывается затвор (у объектива или перед пластинкой), и наблюдатель, все время сидя у трубы и держа в руках ключи для медленного движения трубы по α и по δ , следит за тем, чтобы во все время фотографирования звезда стояла на избранной точке креста нитей, и ключами в ту же секунду возвращает ее на место, если она хоть немного сойдет с него. В гигантских трубах последнего времени обходятся без контрольной трубы следующим способом: в углу кассеты с фотопластинкой помещают окуляр с крестом нитей, поле зрения которого освещается красным светом, и устраивают перемещение кассеты по двум направлениям помощью микрометрических винтов; перед фотографированием избирается звезда, которая видна в упомянутый окуляр, и ставится на крест нитей и затем контроль достигается перемещением винтами только кассеты, а не всей огромной трубы.

§ 199. Изображение неба на пластинке. Идеальные координаты. Пусть O_1 и O_2 (фиг. 99) означают внешнюю и внутреннюю главные точки фотографического объектива. Вообразим перпендикуляр, опущенный из точки O_2 на пластинку; обозначим основание его через O' . Мы будем называть его *оптическим центром пластинки*. Примем O_1 за центр небесной сферы, как всегда, произвольного радиуса. Вообразим радиус ее, параллельный перпендикуляру, на пластинку O_2O' ; обозначим через O ту точку сферы, в которую направлен этот радиус. Значит O' есть изображение бесконечно удаленной точки этого радиуса по свойству главных точек оптической системы. Пусть координаты точки O суть A и D . Вообразим звезду S (α , δ) и направление лучей из нее на объектив, т. е. прямую SO_1 , и далее прямую, проходящую через O_2 параллельно прямой SO_1 . Пусть эта прямая встречает пластинку в точке S' ; тогда S' есть изображение на пластинке звезды S . Представим себе плоскость π , касательную к небесной сфере в точке O . Пусть S — точка сферы, изображающая звезду S с координатами α и δ . Пусть OP есть круг склонения точки O ; продолжим

его плоскость до плоскости σ и примем прямую пересечения этих плоскостей за ось η прямоугольных координат на плоскости σ ; направление ее в ту же сторону, как от O к полюсу P , т. е. по возрастающим склонениям, будем считать положительным. За ось ξ примем прямую, проходящую через O перпендикулярно к оси η с положительным направлением в сторону возрастающих α . На пластинке вообразим такую же систему прямолинейных прямоугольных координат ξ', η' с началом в точке O' , параллельных осям ξ и η и направленных: η' — по возрастающим склонениям, ξ' — по возрастающим α . Так как пластинка и плоскость σ параллельны одна другой, то взаимное расположение изображений звезд на пластинке будет вполне подобно взаимному расположению проекций звезд на плоскость σ , и координаты ξ' и η' будут соответственно пропорциональны координатам ξ и η ; первые будут пропорциональны длине перпендикуляра O_2O' , вторые — радиусу небесной сферы. Координаты с таким расположением осей называются *идеальными* (или стандартными) координатами. Нам нужно прежде всего вывести связь между сферическими координатами звезд α и δ и идеальными координатами ξ и η проекций этих звезд на плоскость σ или идеальными координатами ξ' и η' изображений этих звезд на пластинке.



Фиг. 99.

§ 200. Связь между сферическими и идеальными координатами. Продолжим OS до пересечения с плоскостью π в точке S_1 ; обозначим угол OO_1S через s ; тогда $OS_1 = OO_1 \operatorname{tg} s$; если угол положения дуги OS обозначим через p , идеальные координаты точки S_1 будут

$$\xi = OO_1 \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta = OO_1 \operatorname{tg} s \cos p.$$

Что же касается координат на пластинке точки S' , где получается изображение звезды S , то по сказанному выше для нее мы можем написать

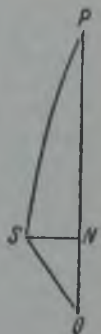
$$\xi' = O_2 O' \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta' = O_2 O' \operatorname{tg} s \cos p.$$

Координаты ξ и η выражены в тех единицах, в каких выражено OO_1 ; например, мы можем принять OO_1 равным единице или 206 264,8... секундам дуги; ξ' и η' выражены в тех единицах, в каких выражена длина перпендикуляра O_0O_1' , например, в миллиметрах.

Проведем SP , круг склонения звезды S (фиг. 100), и опустим из S сферический перпендикуляр на OP , встречающий OP в точке N . В сферическом треугольнике POS имеем $PO = 90^\circ - D$; $PS = 90^\circ - \delta$; угол при $P = \alpha - A$; обозначим PN через $90^\circ - d$, а SN через u . Тогда по основным формулам сферической тригонометрии имеем из треугольника SON

$$\cos s = \cos v \cos ON = \cos v \cos (d - D),$$

$$\sin s \sin p = \sin v, \quad \sin s \cos p = \cos v \sin (d - D),$$



Фиг. 100.

Поэтому, деля второе и третье уравнения на первое, получаем

$$\operatorname{tg} s \sin p = \operatorname{tg} v \sec (d - D),$$

$$\operatorname{tg} s \cos p = \operatorname{tg} (d - D).$$

Но из треугольника PNS имеем

$$\operatorname{tg} v = \operatorname{tg} (x - A) \cos d;$$

поэтому

$$\operatorname{tg} s \sin p = \operatorname{tg} (x - A) \cos d \sec (d - D).$$

Наконец,

$$\operatorname{tg} (90^\circ - d) = \operatorname{tg} (90^\circ - \delta) \cos (x - A)$$

или

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{tg} \delta \sec (x - A)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= O_2 O' \operatorname{tg} (x - A) \cos d \sec (d - D), \\ \eta' &= O_2 O' \operatorname{tg} (d - D). \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Эти три формулы решают задачу. Если даны A , D , x и δ , то из первой формулы мы находим d ; оно мало отличается от δ и находится в том же квадранте, как и δ ; и тогда вторая и третья формулы дают ξ' и η' в долях величины $O_2 O'$.

Наоборот, если даны ξ' и η' в долях величины $O_2 O'$ и, кроме того, известны A и D , то третье уравнение дает d , после чего из второго мы получаем x , а затем из первого вычисляем δ .

Так как на практике приходится решать эти уравнения огромное число раз, то составлено несколько таблиц на разных основаниях, при помощи которых этот труд значительно облегчается. Таковы:

1) *S. Kasakov*, Tables auxiliaires pour la réduction des clichés photographiques, Annales de l'Observatoire astronomique de Moscou, Série 2, Vol. VIII, Appendice. (Для снимков $2^\circ \times 2^\circ$; для склонений $0^\circ - 20^\circ$.)

2) Sammlung von Hilfstafeln der Hamburger Sternwarte in Bergedorf, G. Hilfstafeln für photographische Himmelsaufnahmen, Hamburg, 1924. (Для снимков до $2^\circ \times 2^\circ$.)

3) *J. Peters*, Tafeln zur Verwandlung von rechtwinkligen Plattenkoordinaten und sphärischen Koordinaten ineinander, Veröffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts zu Berlin-Dahlem, № 47, Berlin, 1929. (Для снимков до $5^\circ \times 5^\circ$.)

§ 201. Измерение пластинок производится с помощью особых измерительных приборов. Они бывают весьма разнообразного устройства и потому невозможно описывать их все. В простейшем случае пластинка помещается желатиным слоем кверху в некоторую раму, которая длинным точным винтом может перемещаться на салазках на всю длину изображения неба на пластинке; над пластинкой расположен микроскоп, который другим подобным же винтом может перемещаться в направлении, перпендикулярном к движению рамы. В микроскопе есть крест нитей, на который движением обоих винтов устанавливается середина изображения каждой звезды, подлежащей измерению, и тогда делаются отсчеты на обоих винтах, т. е. отсчитывается число оборотов и долей оборота, начиная от некоторого произвольного нуля в каждом винте. Опыт показывает, что при этом не обходится без личной ошибки.

Как бы правильно ни было изображение звезды, глаз наблюдателя неверно оценивает положение его середины. Поэтому после того как для всех нужных звезд произведены отсчеты обоих винтов, пластинка поворачивается на 180° , и все установки и отсчеты производятся во второй раз. Иногда даже удваивают работу измерения, производя его еще в двух положениях пластинки, отличающихся от первого поворотом ее на 90° и 270° .

В других приборах при каждом положении пластинки точно измеряется только одна координата (винтом или при помощи шкалы), а другая лишь приближенно; тогда для точного измерения другой координаты необходимо повернуть пластинку на 90° ; а для исключения упомянутой личной ошибки необходимы повторения измерений на пластинке, повернутой на 180° и на 270° от первого ее положения.

Пластинку выгодно расположить в приборе так, чтобы проекция круга склонения, проходящего через середину ее, была довольно точно, с ошибкой в $\pm 1'$ или около того, параллельна передвижению рамы или передвижению микроскопа. Для этого рама, держащая пластинку, прикреплена к кольцу, которое может вращаться в другом кольце; на одном кольце нанесены градусные деления, на другом — нониус, и таким образом можно отсчитывать поворот пластинки.

Чтобы выполнить указанную ориентировку, нужно иметь на пластинке две звезды $S(\alpha, \delta)$ и $S'(\alpha', \delta')$, не близкие одна к другой, расположенные по возможности симметрично относительно центра; лучше, если эти звезды находятся приблизительно на одном круге склонения. Тогда если обозначить через P угол положения дуги большого круга, проходящей через обе звезды, относительно круга склонения середины этой дуги, то формула

$$\lg P = \frac{\alpha' - \alpha}{\delta' - \delta} \cos \frac{1}{2}(\delta + \delta')$$

дает угол P с достаточной для практики точностью, если только разности $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$, выраженные в секундах дуги, брать с точностью до $1''$. Вычислив этот угол P , наблюдатель поворачивает раму с пластинкой так, чтобы при вращении одного из винтов изображения обеих звезд (α, δ) и (α', δ') проходили через крест нитей микроскопа; значит, линия, соединяющая эти изображения, параллельна соответствующим салазкам; тогда, отсчитав круг и повернув раму в надлежащую сторону на угол P , наблюдатель получает такое положение пластинки, что проекция круга склонения в его центре параллельна этим салазкам. Отсчеты винта, соответствующего этим салазкам, при наведении микроскопа на звезду S' , мы обозначим через B .

Звезду, находящуюся в середине пластинки, мы примем за начало измеряемых координат x, y ; отсчет при наведении микроскопа на нее назовем B_0 . Тогда для каждой звезды S' относительно этого начала имеем координату $B - B_0$ или $B_0 - B$, смотря по тому, возрастают ли отсчеты B с увеличением склонения или убывают. Такие координаты наблюдатель получит при каждом положении пластинки и, взяв среднее, определит окончательные *измеренные координаты*, которые мы будем впредь называть y . Точно так же обрабатываются отсчеты, получаемые на другом винте, и в результате получаются *измеренные*

координаты x , возрастающие по возрастающим прямым восхождениям. Конечно, все отсчеты винтов должны быть исправлены за ошибки винтов.

§ 202. Связь между измеренными и идеальными координатами. По расположению пластинки в измерительном приборе ясно, что измеренные координаты x и y напоминают идеальные ξ и η , потому что оптический центр O' пластинки в налаженном инструменте близок к середине пластинки и направления координат x и y наблюдатель делает близкими к направлениям координат ξ и η . Но все же начало измеренных координат и их направления не совпадают точно с оптическим центром и направлением идеальных координат ξ и η ; x и y выражены в линейных мерах, а ξ и η — в секундах дуги или радианах; кроме того, взаимное расположение звезд на пластинке искажено вследствие рефракции и аберрации и, значит, казалось бы, нужно вычислять влияние этих причин; наконец, мы не можем с достаточной для точных вычислений точностью определить координаты и оптического центра.

Однако Тэрнер показал, что, несмотря на все это, можно принять *линейную зависимость* (в этом суть дела) между измеренными координатами x и y и идеальными ξ и η , если только сознательно допустить на краях пластинки $2^\circ \times 2^\circ$ ошибки, доходящие до $0'',2 — 0'',3$. Такая неточность во многих случаях вполне допустима (мотивы этого будут изложены в § 204), а где это невозможно, там эта ошибка при желании может быть учтена. Координаты звезд α и δ и оптического центра могут быть отнесены к положению экватора и эклиптики в любую эпоху.

Способ Тэрнера ввиду его достоинств быстро вошел во всеобщее употребление и сохраняет свое значение и до сих пор. Поэтому мы должны теперь доказать линейную связь между x , y и ξ , η . Главное значение при этом имеет рефракция.

§ 203. Влияние рефракции и аберрации на координаты ξ и η или x и y очень сложно, и здесь было бы неуместно рассматривать этот вопрос подробно. Мы упростим нашу задачу следующим образом. Вообразим себе сначала расположение звезд в фотографируемой части неба, не искаженное рефракцией, и соответственные ξ , η , x и y на пластинке. Затем вообразим действие рефракции: все точки передвинулись на сфере к зениту по кругам высот на разные величины, определяемые формулой рефракции: $\rho = k \operatorname{tg} z$, где k есть величина порядка $60''$. Сообразно с этим передвинутся и изображения этих точек на фотопластинке, и существенно, что эти передвижения на пластинке очень мало разнятся от передвижений на сфере.

Возьмем точку на сфере, находящуюся на расстоянии s от точки O по направлению к зениту; расстояние ее проекции на плоскость σ от точки O или ее изображения на пластинке от оптического центра O' , принимая радиус сферы и O_2O' за единицу, будет $\operatorname{tg} s$. Положим, что рефракция превратила s в $s - \Delta s$, так что точка передвинулась по сфере на величину Δs ; тогда ее изображение на пластинке передвинется на $\operatorname{tg} s - \operatorname{tg}(s - \Delta s)$, т. е. на $\sin \Delta s / \cos s \cos(s - \Delta s)$, но Δs даже при $z = 80^\circ$ едва достигает $5'15''$; s в случае измеряемой площади в $1^\circ \times 1^\circ$ не превосходит $1^\circ,4$. Поэтому, как легко вычислить,

$\Delta s / \cos s \cos(s - \Delta s)$ отличается от Δs в этом крайнем случае лишь на $0'',18$; при $z = 75^\circ$ — на $0'',12$; при $z = 60^\circ$ — на $0'',06$; если s равно 1° , то все эти разницы уменьшаются вдвое. Поэтому с небольшой ошибкой мы можем искажения, вносимые рефракцией в сферические координаты, приравнять искажениям прямолинейных координат на пластинке.

Пусть (фиг. 101) S_1 и S_2 — места двух звезд, находящихся на одинаковом зенитном расстоянии z , не искаженные рефракцией; пусть S'_1 и S'_2 — они же, под влиянием рефракции перемещенные от S_1 и S_2 к зениту Z на зенитное расстояние z' . Вообразим дуги больших кругов S_1S_2 и $S'_1S'_2$ и середины их D и D' . Обозначим угол при Z , т. е. разность азимутов, через 2α . Тогда будем иметь

$$\sin SD = \sin z \sin \alpha \quad \text{и} \quad \sin S'D' = \sin z' \sin \alpha,$$

откуда получаем

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin z'}{\sin(z' + \rho)} = \frac{1}{\cos \rho + \operatorname{ctg} z' \sin \rho},$$

где ρ — рефракция, равная $k \operatorname{tg} z'$. Так как при z , не очень близких к 90° , рефракция невелика, то можно с достаточной точностью допустить, что $\cos \rho = 1$ и $\sin \rho = k \operatorname{tg} z'$; тогда мы можем написать

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{1}{1+k}.$$



Фиг. 101.

При не очень больших расстояниях S_1S_2 можно с ничтожной ошибкой принять

$$\frac{S'D'}{SD} = \frac{1}{1+k}; \quad \text{следовательно,} \quad \frac{SD - S'D'}{SD} = \frac{k}{1+k}.$$

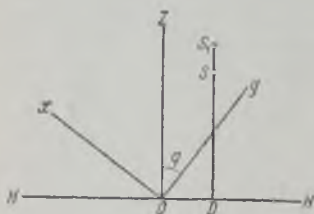
Это значит, что по горизонтальному направлению рефракция равномерно сжимает фигуры, образованные звездами; например круг обращается в эллипс и притом на всех зенитных расстояниях очень близко с одинаковым сжатием: $k/(1+k) = 1/3600$ для средней рефракции.

Действие рефракции по вертикали нагляднее будет выявлено из числовых таблиц средней рефракции; мы рассмотрим ход рефракции при двух зенитных расстояниях — около $z = 45^\circ$ и около $z = 60^\circ$:

z	ρ	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho - \Delta\rho_0$	z	ρ	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho - \Delta\rho_0$
43°	53'',54	3'',86	4'',00	-0'',14	59°00'	95'',34	3'',86	3'',98	-0'',12
44	55,44	1,96	2,00	-0,04	59 30	97,25	1,95	1,99	-0,04
45	57,40	0,00	0,00	0,00	60 00	99,10	0,00	0,00	0,00
46	59,44	2,04	2,00	+0,04	60 30	101,22	2,02	1,99	+0,03
47	61,55	4,15	4,00	+0,15	61 00	103,30	4,10	3,98	+0,12

В первых столбцах даны z , во вторых — рефракция ρ , третьи столбцы дают разницу рефракций $\Delta\rho$, т. е. уменьшение одного градуса

и двух градусов при 45° , одного полградуса и градуса при 60° вследствие рефракции, так называемую дифференциальную рефракцию. Мы видим, что эти уменьшения не пропорциональны разности зенитных расстояний (от 45 до $43^\circ — 3'',86$, а от 45 до $47^\circ — 4'',15$; от 60° на 1 градус кверху — $3'',86$, а книзу — $4'',10$). Но, — и в этом суть дела, — если примем эти действия рефракции строго пропорциональными протяжениям по высоте, т. е. $2'',00$ на 1° при $z = 45^\circ$ и $1'',99$ на $\frac{1}{2}$ градуса при $z = 60^\circ$, как указывают числа четвертых столбцов, то остающиеся



Фиг. 102.

ошибки на расстоянии 1° будут: при $z = 45^\circ$ всего лишь $\pm 0'',04$, а при $z = 60^\circ \pm 0'',12$ — как указано в пятых столбцах. Поэтому если мы согласимся допустить в наших измерениях подобные ошибки на краях наших пластинок, то мы можем считать, что и по горизонтальному и по вертикальному направлениям рефракция правильно сжимает фигуры звезд, т. е. круг обращает в эллипс; но при этом по вертикали сжатие

больше, чем по горизонтали; например, по вертикали для $z = 45^\circ$ сжатие $k_1 = \frac{2''}{3600''} = \frac{1}{1800}$, а для $z = 60^\circ$ $k' = \frac{1'',99}{1800} = \frac{1}{904}$.

Рассмотрим теперь, как влияет это сжатие фигуры на координаты какой-либо звезды в какой-либо системе координат на пластинке, например, координат x и y . Пусть фиг. 102 представляет нашу пластинку, Oxy — наша система координат, а OZ — направление к зениту. Каждая звезда S на пластинке для освобождения от дифференциальной рефракции должна быть отодвинута от прямой HOH , перпендикулярной к OZ , пропорционально ее расстоянию SD от этой прямой, на величину $SS_1 = kSD$, где k — постоянно для всей пластинки. Но, обозначая угол между Oy и OZ через q , без труда находим из чертежа, что приращения координат Δx и Δy от перемещения S в S_1 получаются такими:

$$\Delta x = SS_1 \sin q = kSD \sin q = k(x \sin q + y \cos q) \sin q,$$

$$\Delta y = SS_1 \cos q = kSD \cos q = k(x \sin q + y \cos q) \cos q,$$

и, следовательно, если обозначить через x_1 и y_1 координаты x и y , освобожденные от влияния рефракции, то мы получим

$$x_1 = x + \Delta x = x(1 + k \sin^2 q) + yk \sin q \cos q,$$

$$y_1 = y + \Delta y = y(1 + k \cos^2 q) + xk \sin q \cos q.$$

Важно здесь то, что x_1 и y_1 суть *линейные* функции x и y .

Мы не будем подробно рассматривать действие абберации. Оно схоже с действием рефракции, но меньше его по абсолютной величине. Вспомним, что закон абберации есть « $20'',5$, умноженные на синус угла от светила до апекса земного движения». Поэтому с тем большим правом и с гораздо меньшей ошибкой, чем в случае рефракции, можно принять, что координаты на пластинке, исправленные от влияния абберации, будут *линейными* функциями измеренных координат.

§ 204. Влияние неточного положения осей координат и масштаба. Начало наших координат x и y не точно совпадает с основанием перпендикуляра, опущенного из внутренней главной точки объектива на пластинку, потому что в точности это основание определить нельзя. Чтобы получить координаты, отнесенные к этому оптическому центру, нужно к нашим координатам придавать некоторые поправки, постоянные для всей пластинки.

Направления наших координат не точно совпадают с направлением проекций круга склонения, проходящей через оптический центр, но, как известно из аналитической геометрии, в случае преобразования координат путем перемены направления осей новые координаты суть опять-таки *линейные* функции прежних. Итак, исправления от рефракции, аберрации, изменения начала и направления координат дают нам координаты, приближающие наши измеренные координаты x и y к идеальным, но новые исправленные координаты суть линейные функции x и y . При этом важно еще то обстоятельство, что искажения взаимного расположения звезд рефракцией невелики (коэффициент $k = 1/1800, 1/900$) и начало координат и направления осей x и y мы все же по звездам S и S' (см. § 201) выбираем близко к идеальной системе координат. Поэтому в линейных функциях, которые дают исправленные координаты x_1 и y_1 в функции измеренных, т. е. в формулах

$$x_1 = a_1x + b_1y + c_1 \text{ и } y_1 = d_1x + e_1y + f_1,$$

коэффициенты a_1 и e_1 близки к единице, а коэффициенты b_1 и d_1 и величины c_1 и f_1 малы. Но больше мы об a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 и f_1 ничего не знаем.

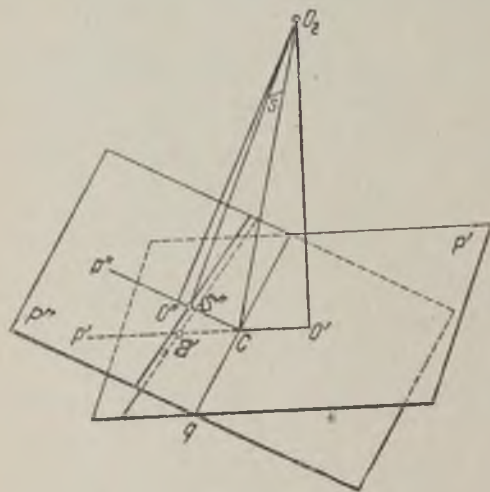
Далее, чтобы окончательно из x и y получить ξ' и η' , нужно изменить единицы измерений; x и y , а следовательно, и x_1, y_1 выражены в линейных единицах (обороты винтов, миллиметры, деления шкал и т. п.), ξ' и η' выражены в радианах или, лучше допустим, в секундах дуги. Поэтому нужно еще только умножить x_1 и y_1 на некоторый коэффициент K (число секунд дуги в линейной единице), чтобы получить ξ' и η' ; введя новые обозначения коэффициентов уравнений, мы получаем

$$\xi' = ax + by + c \text{ и } \eta' = dx + ey + f.$$

§ 205. Влияние неточности принятых координат оптического центра. До сих пор мы все еще предполагаем, что принятые нами для вычисления величин ξ' и η' — сферические координаты точки O , т. е. A и D , соответствуют оптическому центру нашей пластинки, к которому отнесены наши окончательные линейные координаты. Это соответствие неточно; поэтому нужно еще, наконец, рассмотреть следствие из этого несоответствия. Пусть (фиг. 103) O_2O' есть перпендикуляр из внутренней главной точки объектива O_2 на нашу пластинку, которую назовем плоскостью P' ; пусть O_2O'' есть линия, параллельная направлению O_1O , которому соответствуют принятые нами сферические координаты A и D ; вообразим плоскость P'' , перпендикулярную к O_2O'' , и пусть O_2C'' равно O_2O' . Нашим вычисленным координатам ξ' и η' соответствуют линейные координаты с центром C'' на плоскости P'' , а нашим измеренным координатам x и y после их линей-

ного преобразования соответствуют линейные координаты с центром O' . Спрашивается, какая связь между этими двумя системами линейных координат?

Прямую пересечения плоскостей P' и P'' примем за ось временных (только для этого параграфа) координат q ; вообразим плоскость, про-



Фиг. 103.

ходящую через $O'O_2O''$; она перпендикулярна к оси q и встречает ее в точке C ; пусть C — начало координат осей q , p' и p'' ; ось p' имеет направление $O'C$ в плоскости P' ; ось p'' имеет направление CO'' в плоскости P'' . Прямоугольные координаты в плоскостях P' (с центром O') и P'' (с центром O'') линейно преобразуются соответственно в координаты p' и q' в плоскости P' и координаты p'' и q'' в плоскости P'' . Следовательно, нам нужно исследовать связь p' и q' с p'' , q'' . Вообразим прямую O_2C и перпендикулярную к ней плоскость P , проходящую

через точку C ; так как O_2C делит пополам угол $O'O_2O''$ (так как $O_2O' = O_2O''$), то плоскость P , проходя через ось q , делит пополам двугранный угол между плоскостями P' и P'' ; обозначим половину этого угла через i .

Вообразим плоскость, проходящую через O_2 параллельно оси координат q . Эта плоскость пересекает плоскость P' по линии, параллельной оси q , так что все точки этой линии имеют одинаковые координаты p' ; она же пересекает плоскость P'' по линии, тоже параллельной оси q , так что все точки этой линии имеют одинаковые координаты p'' . Обозначим точки пересечения осей p' и p'' этой плоскостью через S' и S'' .

В треугольниках O_2CS' и O_2CS'' обозначим угол при O_2 , т. е. CO_2S' , он же CO_2S'' , через s и заметим, что угол O_2CS' есть $90^\circ + i$, а угол O_2CS'' есть $90^\circ - i$. Тогда из этих треугольников имеем

$$\begin{aligned} \frac{CS'}{CO_2} &= \frac{\sin CO_2S'}{\sin O_2S'C} = \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - O_2CS']} = \\ &= \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - (90^\circ + i)]} = \frac{\sin s}{\cos (s + i)}, \\ \frac{CS''}{CO_2} &= \frac{\sin CO_2S''}{\sin O_2S''C} = \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - O_2CS'']} = \\ &= \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - (90^\circ - i)]} = \frac{\sin s}{\cos (s - i)}. \end{aligned}$$

Наконец, вообразим плоскость, проходящую через O_2C и наклоненную к оси q под углом φ ; она пересечет плоскости P' и P'' по прямым, которые с осью q (общей обеим плоскостям) образует углы φ' и φ'' . Нужно сообразить, что $\varphi' = \varphi''$, так как плоскости P' и P'' одинаково наклонены к O_2C .

Вообразим те точки, в которых эта плоскость пересекает две вышеуказанные прямые, параллельные оси q . Точка на плоскости P' имеет координаты

$$p' = CS' \text{ и } q' = CS' \operatorname{tg} \varphi' = CS' \operatorname{tg} \varphi''.$$

Точка на плоскости P'' имеет координаты

$$p'' = CS'' \text{ и } q'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'.$$

Поэтому на основании вышенаписанных формул получаем

$$p' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos(s+i)} \text{ и } p'' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos(s-i)}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} p' - p'' &= CO_2 \sin s \left[\frac{1}{\cos(s+i)} - \frac{1}{\cos(s-i)} \right] = \\ &= CO_2 \sin s \frac{\cos(s-i) - \cos(s+i)}{\cos(s+i) \cos(s-i)} = 2CO_2 \sin s \frac{\sin s \sin i}{\cos(s+i) \cos(s-i)} = \\ &= 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i, \end{aligned}$$

$$q' - q'' = 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi' = 2 \frac{q' q''}{CO_2} \sin i.$$

С другой стороны, мы находим

$$q' - q'' = 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi'' = 2 \frac{p' q''}{CO_2} \sin i,$$

потому что $p' : q' = p'' : q''$ и $p' : p'' = q' : q''$. Но так как $O_2O' = O_2O'' = CO_2 \cos i$, то мы можем написать

$$p' - p'' = \frac{p' p'' \sin 2i}{O_2O'} \text{ и } q' - q'' = \frac{q' p'' \sin 2i}{O_2O'} = \frac{q'' p' \sin 2i}{O_2O''}.$$

На пластинке $2^\circ \times 2^\circ$ наибольшая величина p' , p'' , q' и q'' есть $1'',4$, и если $2i = 10'$, то наибольшая разница p' и p'' или q' и q'' есть $0'',36$; при p' и q' , равных $1''$, она получается вдвое меньшей, т. е. равной $0'',18$. Можно без особого труда иметь $2i$ не более $10'$. Поэтому крайняя величина ошибки, которая получается, если мы вместо координат на плоскости P'' с центром O'' берем координаты на плоскости P' с центром O' , не превосходит $0'',36$. Поэтому, если мы согласимся допустить такие ошибки или озаботимся определять возможно точнее место оптического центра на пластинках, получаемых с нашим астрографом, то мы можем после учета всех влияний принять следующую линейную связь между измеренными координатами x и y и идеальными ξ и η , вычисленными по принятым, приближенно известным координатам A и D оптического центра и по координатам α и δ звезд, отнесенным к любому равноденствию:

$$\xi = ax + by + c \text{ и } \eta = dx + ey + f.$$

§ 206. Вычисление коэффициентов и нахождение искоемых координат звезд. Теперь мы можем использовать полученные результаты. Ясно, что для определения пока совершенно неизвестных нам коэффициентов a, b, c, d, e и f нам необходимо иметь только три звезды с известными координатами $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ и α_3, δ_3 . По ним и по принятым нами координатам A и D (координаты центральной точки на нашей пластинке со вполне допустимой ошибкой в $1'$) мы вычисляем идеальные координаты $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$ и ξ_3, η_3 и, зная по измерениям координаты x_1, y_1, x_2, y_2 и x_3, y_3 , пишем уравнения

$$\begin{aligned}\xi_1 &= ax_1 + by_1 + c, & \eta_1 &= dx_1 + ey_1 + f, \\ \xi_2 &= ax_2 + by_2 + c, & \eta_2 &= dx_2 + ey_2 + f, \\ \xi_3 &= ax_3 + by_3 + c, & \eta_3 &= dx_3 + ey_3 + f,\end{aligned}$$

из которых определяем a, b, c и d, e, f .

Конечно, лучше иметь не три звезды, а больше и применить способ наименьших квадратов. *Линейная* форма уравнений допускает *непосредственное* применение способа наименьших квадратов; в этом и заключается огромное преимущество способа Тэрнера. Когда же эти коэффициенты вычислены, то, обратно, для каждой определяемой звезды мы знаем x и y ; вычисляем по этим уравнениям ξ и η и по ним определяем (см. § 200) α и δ , отнесенные к тому же равноденствию, как $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$ и α_3, δ_3 .

Разнообразный опыт астрономов (и, в частности, остаточные ошибки при решении условных уравнений в способе Тэрнера) показывает, что координаты звезды, взятые наудачу, определенные даже по нескольким каталогам, в среднем не могут быть точны до $\pm 0'',1$; ошибка в них легко может достигнуть $0'',3$. В этом заключается основание, почему астрономы мирятся с теми ограничениями точности, которые, как мы видели, приходится делать при выводе и применении способа Тэрнера.

В тех же случаях, когда требуется большая точность, следует вычислять влияние рефракции и аберрации, но ни в коем случае не целиком, а только члены второго порядка, которые изменяются пропорционально вторым степеням и произведениям координат x и y , т. е. пропорционально x^2, y^2 и xy (см. для примера правые столбцы обеих частей таблицы на стр. 309). Для удобного вычисления этих членов второго порядка составлены подходящие формулы, но мы в нашем кратком курсе практической астрономии на этих подробностях не останавливаемся, отсылая читателей к следующим работам:

1) Е. Бугославская, Методы фотографического определения координат небесных светил, Известия Ассоциации научно-исследовательских институтов при физико-математическом факультете МГУ, том II, № 2.

2) А. König, Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen, Handbuch der Astrophysik, Bd. I, 1, Kap. 6.

§ 207. Сравнение пластинок с различными оптическими центрами. Иногда встречается надобность сравнить прямолинейные координаты звезд, измеренные на двух пластинках, оптические центры которых значительно, например до 1° , разнятся один от другого. В частности, это бывает необходимо, если желают определить собственные движе-

ния звезд из сравнения координат их, измеренных на пластинках, из которых одна получена на несколько лет или десятков лет позже другой и центры которых не совпадают. При таком сравнении необходимо учесть разницу в координатах, происходящую от несовпадения оптических центров пластинок.

Если бы измеренные координаты были координатами p и q , то по выводам в § 205 мы бы имели следующие формулы для перехода от координат p' и q' одной пластинки к координатам p'' и q'' другой или обратно:

$$p' - p'' = \frac{p'p'' \sin 2i}{O_2O'} \quad \text{и} \quad q' - q'' = \frac{q'p'' \sin 2i}{O_2O'} = \frac{q''p' \sin 2i}{O_2O'}.$$

Заметим, что положительное направление осей p' и p'' выбрано нами в направлении от оптического центра пластинки p' к оптическому центру пластинки p'' ; таким выбором определяются знаки в этих формулах.

Однако измеренные координаты x и y имеют иные направления, чем p и q . Положим, что на пластинке P'' фактически измеренные координаты имеют начало в точке C , но ось x'' образует с осью p'' угол ψ . Вообразим на пластинке P' систему осей координат с началом тоже в точке C и с осью x' , образующей с осью p' тот же угол ψ . Тогда по правилам аналитической геометрии имеем

$$\begin{aligned} p' &= x' \cos \psi + y' \sin \psi, & p'' &= x'' \cos \psi + y'' \sin \psi, \\ q' &= -x' \sin \psi + y' \cos \psi, & q'' &= -x'' \sin \psi + y'' \cos \psi, \\ x' &= p' \cos \psi - q' \sin \psi, & x'' &= p'' \cos \psi - q'' \sin \psi, \\ y' &= p' \sin \psi + q' \cos \psi, & y'' &= p'' \sin \psi + q'' \cos \psi, \end{aligned}$$

откуда, принимая во внимание вышенаписанные выражения для $p' - p''$ и $q' - q''$, без труда находим следующие формулы:

$$\begin{aligned} x' - x'' &= (p' - p'') \cos \psi - (q' - q'') \sin \psi = \\ &= \frac{1}{O_2O'} p'' p' \sin 2i \cos \psi - \frac{1}{O_2O'} p'' q' \sin 2i \sin \psi = \\ &= \frac{p'' \sin 2i}{O_2O'} (p' \cos \psi - q' \sin \psi) = \frac{x'}{O_2O'} \sin 2i (x'' \cos \psi + y'' \sin \psi), \\ y' - y'' &= (p' - p'') \sin \psi + (q' - q'') \cos \psi = \\ &= \frac{1}{O_2O'} p' p'' \sin 2i \sin \psi + \frac{1}{O_2O'} p'' q' \sin 2i \cos \psi = \\ &= \frac{p'' \sin 2i}{O_2O'} (p' \sin \psi + q' \cos \psi) = \frac{y'}{O_2O'} \sin 2i (x'' \cos \psi + y'' \sin \psi). \end{aligned}$$

Обратим теперь внимание на то, что координата проекции оптического центра O'' пластинки P'' на первую пластинку P' , считаемая от оптического центра O' по направлению координат p' и p'' , есть $O_2O' \operatorname{tg} 2i$. Вследствие малости величин $x' - x''$ и $y' - y''$ мы всегда можем с достаточной точностью принять, что эта координата или же расстояние между оптическими центрами O' и O'' на любой пластинке P' или P'' есть $O_2O' \sin 2i$; обозначим ее через l . Тогда проекция ее на ось x' есть $l \cos \psi$, и ее мы обозначим через X ; проекцию же ее на ось y' ,

равную $1/\sin \psi$, обозначим через Y . Тогда наши выражения для $x' - x''$ и $y' - y''$ обратятся в следующие:

$$x' - x'' = \frac{x''}{O_2 O'} (x'' X + y'' Y) \quad \text{и} \quad y' - y'' = \frac{y''}{O_2 O'} (x'' X + y'' Y).$$

Если взять иное начало координат, координаты которого относительно точки C суть a и b , то в этих формулах к x' , x'' и X нужно прибавить a , а к y' , y'' и Y нужно прибавить b , чтобы получить формулы в новой системе координат. Они будут сложнее написанных формул, но старшие члены их будут иметь тот же вид, как и формулы для центра координат C .

В этих формулах все величины предполагаются выраженными в одних и тех же единицах. Для практического применения проще представить эти формулы в таком виде:

$$\begin{aligned} x' - x'' &= \frac{x''}{O_2 O'} \frac{x'}{O_2 O'} X + \frac{x'}{O_2 O'} \frac{y''}{O_2 O'} Y, \\ y' - y'' &= \frac{y'}{O_2 O'} \frac{x''}{O_2 O'} X + \frac{y''}{O_2 O'} \frac{y'}{O_2 O'} Y. \end{aligned}$$

Здесь $\frac{x'}{O_2 O'}$, $\frac{x''}{O_2 O'}$, $\frac{y'}{O_2 O'}$ и $\frac{y''}{O_2 O'}$ суть координаты x' , y' , x'' и y'' , выраженные в радианах; поэтому $x' - x''$ и $y' - y''$ выражены в тех же единицах, как X и Y .

Заметим, наконец, что $x' - x''$ и $y' - y''$ на практике всегда невелики. Если, например, x и y равны 1° , а $X = Y = 2^\circ$, то даже в этом случае

$$x' - x'' = 2 \left(\frac{1}{57,3} \right)^2 2^\circ = \left(\frac{1}{57,3} \right)^2 4^\circ = \frac{4 \cdot 3600''}{3283} = 4'',4.$$

Поэтому вполне допустимо положить в правых частях формул, что $x' = x'' = x$ и $y' = y'' = y$, и тогда, полагая, что x и y выражены в радианах, получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned} x' - x'' &= x^2 X + xy Y = x(xX + yY), \\ y' - y'' &= yx X + y^2 Y = y(xX + yY), \end{aligned}$$

где $x' - x''$ и $y' - y''$ выражены в тех же единицах, как X и Y .

Итак, если на одной пластинке, которую мы называем второй, с оптическим центром O'' измерены координаты звезд x'' и y'' , то, чтобы из них получить те координаты x' и y' , которые в той же системе получились бы на пластинке с центром в точке O' , нужно: 1) нанести на пластинке с центром O'' место центра O' по конфигурации звезд; 2) измерить проекции отрезка $O'O''$ на оси x (это будет X) и y (это будет Y) в тех же единицах, в каких измерены x'' и y'' ; 3) наметить точку по середине $O'O''$; это будет точка C наших рассуждений, и 4) обозначая через x и y координаты звезд с тем же направлением оси, как x'' и y'' , но с началом в этой точке C , получить из наших измеренных координат x'' и y'' новые координаты x' и y' по формулам

$$x' = x'' + x(xX + yY) \quad \text{и} \quad y' = y'' + y(xX + yY).$$

Здесь x и y выражаются в радианах, а прочие величины в тех единицах, в каких измерены x'' и y'' .

Координаты x' и y' уже сравнимы с координатами ξ и η звезд, фактически измеренными на пластинке с центром O' , полученный в другое время, чем пластинка с центром O'' ; они сравнимы в том смысле, что между x' и y' , с одной стороны, и ξ и η , с другой, — существует *линейное* соотношение в пределах той точности, какая вообще имела в виду во всех предыдущих рассуждениях.

§ 208. Дисторсия, или искажение объектива. В предыдущих рассуждениях мы считали, что для всех звезд, изображения которых находятся на пластинке, преломление света в фотографическом объективе происходит так, что строго осуществляется правило § 16 относительно главных точек оптической системы, а именно: что прямая линия, направленная от задней (по направлению распространения света) или внутренней главной точки к изображению звезды, *параллельна* направлению лучей света, идущих от звезды параллельным пучком на объектив.

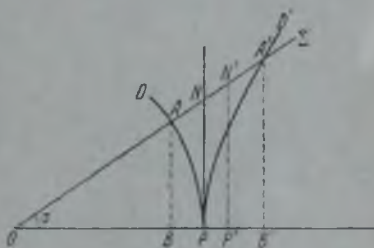
Поэтому если этот пучок света составляет с оптической осью объектива угол ε , то и прямая, идущая от внутренней главной точки к изображению звезды, составляет с оптической осью такой же угол ε и потому если пластинка перпендикулярна к оптической оси и P есть точка их пересечения, а S' есть изображение звезды S , то $S'P = F \operatorname{tg} \varepsilon$, где F — величина постоянная, не зависящая от величины ε . При таких условиях говорят, что объектив изображает внешние предметы, а точнее говоря, точки плоскости, перпендикулярной к оптической оси и достаточно удаленной, *без искажения, без дисторсии*.

Такое неискаженное изображение получается, если вместо объектива служит просто маленькое отверстие без всякой линзы; однако при этом яркость изображения слаба и оно не резко.

Если закон $S'P = F \operatorname{tg} \varepsilon$ не удовлетворяется, то говорят, что объектив дает *дисторсию*, и при возможно точном измерении пластинки дисторсию объектива надо определить и принять во внимание.

Дисторсия бывает двух типов и различие их лучше всего понять из фиг. 104. Пусть OP — оптическая ось, P — точка пересечения оси с пластинкой, PN — перпендикуляр к OP , PD и PD' — две некоторые дуги, касающиеся PN в точке P , а $O\Sigma$ — прямая, наклоненная к OP под углом σ .

Условимся, что расстояние точки прямой $O\Sigma$ от прямой OP есть расстояние на пластинке от точки P до изображения S' звезды S . Пусть A , N и A' — точки, в которых прямая $O\Sigma$ пересекает кривую PD , прямую PN и кривую PD' ; пусть BA и $B'A'$ суть расстояния точек A и A' от прямой OP . Если PS' на пластинке равно PN или ему пропорционально, то объектив рисует правильно и дисторсии не дает. Если PS' равно или пропорционально расстоянию AB или $A'B'$, то объектив дает дисторсию, потому что эти расстояния не выражаются



Фиг. 104.

формулой (постоянное $\times \operatorname{tg} \sigma$). Расстояния AB , NP и $A'B'$ все увеличиваются с увеличением угла σ , но AB увеличивается не так быстро, как NP , а расстояние $A'B'$ увеличивается быстрее, чем NP . Поэтому, например, квадрат с центром на оптической оси объективом, не дающим дисторсии, изображается квадратом же; объектив, дающий дисторсию типа PD , изображает квадрат кривосторонней фигурой с выпуклыми сторонами, а объектив, дающий дисторсию типа PD' , изображает квадрат кривосторонней фигурой с вогнутыми сторонами.

Величиной дисторсии можно считать как разность расстояний AB и NP или расстояний $A'B'$ и NP , так и вообще разность расстояния AB или $A'B'$ и величины, пропорциональной NP , например $N'P'$ (фиг. 104). Поэтому дисторсия никак не может быть линейной, т. е. пропорциональной NP ; она выражается более сложной функцией NP .

Теоретические исследования показывают, что величина дисторсии, если представить ее в виде ряда, выражается так: $k_1 \sigma^3 + k_2 \sigma^5 + \dots$. На этом основано определение дисторсии для данного объектива. С этой целью фотографируют область неба, содержащую на всей площади пластинки большое число звезд, для которых известны точные координаты α и δ . Тщательно измеряют прямолинейные координаты звезд, освобождают их от влияния вторых членов рефракции и абберрации и после этого представляют вычисленные по α и δ идеальные координаты ξ и η уравнениями

$$\xi = ax + by + c - k\sigma^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\eta = dx + ey + f - k\sigma^3 \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Решая их по способу наименьших квадратов, находят коэффициент k дисторсии.

Чтобы исключить влияние неперпендикулярности пластинки к прямой, идущей от главной точки объектива к середине пластинки, производят такое исследование на двух пластинках, из которых одна получена при положении астрографа на восток от колонны инструмента (противовес движется по часовому углу впереди трубы), а другая при положении астрографа на запад от колонны (противовес движется по часовому углу позади трубы).

§ 209. Измерение параллакс звезд. Для измерения параллакса какой-нибудь звезды фотографируют ее с ближайшими к ней на небесной сфере слабыми звездами в такие три (по меньшей мере) последовательные эпохи, когда ее смещение по прямому восхождению вследствие ее годичного параллакса близко к наибольшему по абсолютной величине. Это смещение выражается формулой (см. «Курс сферической астрономии» проф. С. А. Казакова)

$$\bar{\alpha} - \alpha = \pi \cos D \sin (A - \alpha) \sec \delta,$$

где π — параллакс, A и D — прямое восхождение и склонение Солнца, α и δ — звезды. Из формулы видно, что $\bar{\alpha} - \alpha$ бывает наибольшим, когда $A - \alpha = 90^\circ$, и наименьшим, когда $A - \alpha = 270^\circ$, вследствие изменения A .

Поэтому фотографии получаются примерно через полгода одна за другой, причем вовсе не требуется, чтобы $A - \alpha$ точно равнялось 90° или 270° ; нужно, чтобы оно было близко к этому значению. Фотографируют по возможности недалеко от верхней кульминации звезды. На фотографиях измеряются возможно точнее p сстояния по прямому восхождению звезды от одной или лучше нескольких близких к ней *слабых* звезд, имеющих приблизительно одинаковое с ней склонение. Для этого пластинка располагается в измерительном приборе так, чтобы круг, перпендикулярный к кругу склонения, был параллелен измеряемой координате x .

Положим, что первая фотография была получена при наибольшем параллактическом смещении звезды S к западу, т. е. в начале ночи, а t_1 — время фотографирования. Пусть разница координат x звезды S и слабой звезды α' , δ' , исправленная за рефракцию и абберацию, равна d_1 в миллиметрах. Исправление за рефракцию и абберацию в этом случае очень мало и легко вычисляется. Пусть k — число секунд дуги в 1 м.м. Тогда kd_1 есть то же расстояние в секундах дуги. Пусть kd_0 есть расстояние между этими звездами без влияния параллакса, т. е. гелиоцентрическое. Условимся считать d (здесь и далее) от слабой звезды к звезде S положительными, если $\alpha > \alpha'$. Тогда, обозначая через π и π' параллаксы звезд S и слабой, имеем

$$kd_1 = kd_0 - [\pi \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha) - \pi' \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha')].$$

Заметим, что разность $kd_1 - kd_0$ пропорциональна $(\alpha' - \alpha) \cos \delta$, а не $(\alpha' - \alpha)$. Так как α' близко к α , то без заметной ошибки можно написать проще:

$$kd_1 = kd_0 - (\pi - \pi') \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha).$$

Примерно через полгода, в момент t_2 (фотографирование в конце ночи), мы будем иметь на фотографии расстояние между звездами, равное d_2 м.м или kd_2 секунд дуги. Оно будет отличаться от kd_1 влиянием параллакса и собственных движений звезд μ и μ' по дуге большого круга в секундах дуги за год. Поэтому

$$kd_2 = kd_0 + \mu(t_2 - t_1) - \mu'(t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha)$$

или

$$kd_2 = kd_0 + (\mu - \mu')(t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha),$$

где $t_2 - t_1$ выражено в долях года.

Наконец, еще примерно через полгода получим из третьей фотографии:

$$kd_3 = kd_0 + (\mu - \mu')(t_3 - t_1) - (\pi - \pi') \cos D_3 \sin (A_3 - \alpha).$$

Изменением α за год можно под знаком синуса пренебречь. Тогда мы получим три уравнения с неизвестными: $(\pi - \pi')$, $(\mu - \mu')$ и kd_0 , из которых последнее нам собственно и не нужно. Получают в каждую из трех эпох не по одной фотографии, а больше; например, 3—4 в первую эпоху, 6—8 во вторую, 3—4 в третью. Полученные уравнения решают по способу наименьших квадратов. Таким образом

получают разницу параллаксов ($\pi - \pi'$). Чтобы выявить влияние параллакса π' , который у слабой звезды можно считать значительно меньшим, чем π , измеряют расстояние не от одной, а от двух-трех слабых звезд, если такие окажутся на фотографиях. Тогда по согласию полученных значений $\pi - \pi'$, $\pi - \pi''$ и $\pi - \pi'''$ судят о том, насколько величинами π' , π'' и π''' можно пренебречь по сравнению с искомой величиной π . Все-таки при этом получается так называемый относительный параллакс звезды S .

Но путем сопоставления измеренных до сих пор параллаксов звезд различного блеска были составлены таблицы средних параллаксов. Из этой таблицы по блеску слабых звезд сравнения можно взять приближенные, всегда очень малые, значения величин π' , π'' и π''' , и тогда получаются исправленные значения параллакса π звезды S . Параллаксы звезд в последние десятилетия измеряются преимущественно таким путем. Так как они очень малы, то для уверенного измерения их пригодны только длиннофокусные астрографы, например с фокусным расстоянием не менее 10 м.

~~278291 м~~