ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ГАРМОНИЯ

И. Ш. ШЕВЕЛЕВ

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ГАРМОНИЯ

ОПЫТ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ
В АРХИТЕКТУРЕ

1963

ГЛАВА I

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

ПРИРОДА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГАРМОНИИ
ТЕРМИН «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ГАРМОНИЯ»

Нам трудно определить, чем разрушено пропорциональное единство целого или чем достигнуто его гармоническое совершенство. Однако из этого не следует, что закономерностей в пропорциональности не существует.

Исследуя пропорции архитектуры, я рассматриваю не гармонию архитектурного произведения вообще, а лишь ту часть единства, которая относится к соразмерностям архитектурной формы — геометрическую гармонию.

Соразмерность — отношение одного элемента к другому.

Понятие пропорции объединяет в себе и понятие соразмерности частей (элементы, из которых возникает пропорция), и закономерности связи этих частей друг с другом внутри целого. Для того чтобы понять природу пропорциональности, необходимо единое расчленить: вопросы соразмерности и вопросы связи соразмерных частей в единое целое исследовать раздельно.

Подобие является образующим элементом пропорционального ряда. Но пропорциональный ряд, построенный на одном виде подобия, — однообразен. Гармония же возникает, как единство противоположностей: с одной стороны её основу составляет подобие, с другой — многообразие. Отдельно взятое подобие не выявляет эстетического качества пропорции. Поэтому наблюдаемое в природе и на памятниках архитектуры отношение золотого сечения не дало ключа к гармоничным построениям в архитектуре. Как в природе, так и в архитектуре золотое сечение не самостоятельно, не довлеет, а лишь присутствует, наряду с другими соотношениями.

Соизмеримость частного и целого есть необходимое условие единства, необходимое условие гармонии. Соизмеримость достигается использованием подобия. Она может быть достигнута привлечением простейшего вида подобия, например квадрата. Она может быть решена и несколько более сложно, на двух видах подобия: например на квадрате и отношении стороны квадрата к его диагонали; или на квадрате и прямоугольнике золотого сечения. Но она может быть построена и как высоко организованное единство взаимопроникающих подобий.

Организация геометрической взаимосвязи, которой присущи различные виды подобий, соизмеримые друг с другом, единые по происхождению и содержащие, как один из видов, отношение золотого сечения, — и есть геометрическая гармония[1].

Отличительной её чертой является многогранность связей, объединяющих все её звенья в единство простых (кратных) и сложных (иррациональных) отношений.

Подобие, в отличие от тождества — полного совпадения — подразумевает и сходство и различие, с преобладанием сходства. В геометрии подобные фигуры различаются только абсолютными размерами. Соотношение частей в них одинаково. Таким образом, понятие подобия содержит в себе понятие соразмерности.

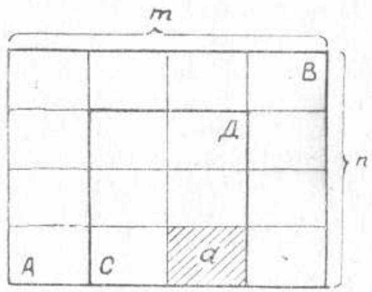


Рис. 1

Соизмеримость целого и частного с использованием подобия видна из такого примера: в прямоугольнике AB (рис. 1) стороны относятся, как „m“ к „n“. Разделив стороны „m“ и „n“, например, на 4 равные части, получим частное (прямоугольник $СД$), соизмеримое с целым (прямоугольник AB) посредством прямоугольника „a“, подобного прямоугольнику AB.

АДДИТИВНЫЙ РЯД ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

Из отношений геометрической гармонии наиболее популярно отношение золотого сечения, и потому рассмотрение геометрической гармонии целесообразно начать с исследования свойств золотого сечения.

Аддитивные ряды — ряды сложения. В XIII веке итальянский математик Фибоначчи открыл аддитивный ряд золотого сечения — ряд,

[1] Термин «геометрическая гармония» удобен и потому, что построение соразмерностей исторически возникло на геометрической основе.

в котором каждое последующее число равно сумме двух предыдущих: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 и т. д. Изменение в отношении двух смежных чисел ряда подчинено определенной закономерности. $0:1=0$ $1:1=1$ $1:2=0{,}5$ $2:3=0{,}666$ $3:5=0{,}6$ $5:8=0{,}625$ $8:13=0{,}615$ $13:21=0{,}619$ $21:34=0{,}6176$ $34:55=0{,}6181$ и т. д. (см. рис. 2).

Как видно из графика, изменение носит ритмичный, пульсирующий характер. Колебание по мере удаления от истока ряда уменьшается и стремится к нулю, а абсолютное значение отношения стремится к постоянной величине — среднепропорциональному. Величина среднепропорционального не может быть точно выражена ни простой, ни десятичной дробью, так как иррациональна и равна $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Поскольку все отношения пар аддитивного ряда выражены простой дробью и потому рациональны, очевидно, что при любом удалении от начала ряда отношение пары чисел может бесконечно мало отличаться от среднепропорционального, но никогда не будет ему равно.

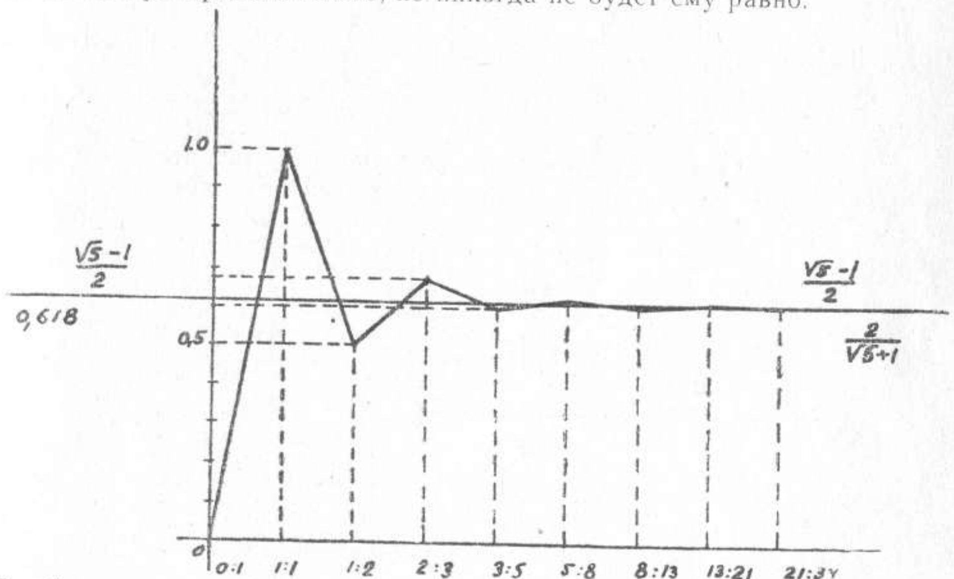


Рис. 2

Изобразив геометрически отношение первых пяти чисел ряда Фибоначчи, мы последовательно получим: отрезок, равный 1, квадрат, два квадрата, прямоугольник 2 : 3. Если же 0 не есть целое число, то аддитивный ряд Фибоначчи начинается отношением 1 : 2, или прямоугольником «два квадрата».

ЕДИНСТВО ЦЕЛОГО И ЧАСТНОГО

Если отрезок, равный единице, разделить на две неравные части так, что меньший относится к большему, как больший к целому, то он разделен в среднепропорциональном отношении.

Формулы:

$$\begin{cases} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \\ \alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 \end{cases}$$

выражают единство геометрической и арифметической прогрессии для ряда золотого сечения. Приняв $\alpha_3 = 1$ и решив уравнение, находим:

$$\alpha_2 = 0{,}618$$

$$\alpha_1 = \alpha_2^2 = 0{,}618^2 = 0{,}382$$

$$\alpha_0 = \alpha_2^3 = 0{,}618^3 = 0{,}236$$

Число 0,618 есть приближенное значение среднепропорционального (золотое сечение). Его точное значение $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, или $\frac{2}{\sqrt{5}+1}$, что одно и то же. Ряд золотого сечения можно развивать до бесконечности в любом направлении — и в направлении α_0, и в направлении α_5 (Рис. 3). Последовательно откладывая меньший отрезок от деления на большем, получаем бесконечный ряд среднепропорциональных отношений.

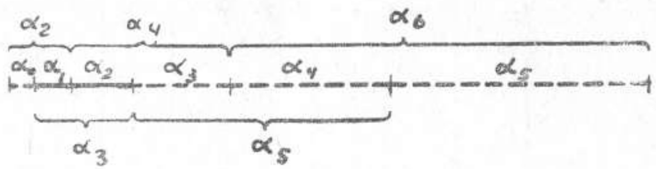


Рис. 3

Единство целого и частного раскрывается на следующем примере.

Если квадрат со стороной «1» разделить на два прямоугольника $0{,}618 \times 1$ и $0{,}382 \times 1$, то площади прямоугольников и квадрата относятся, как 0,618 (второе число ряда).

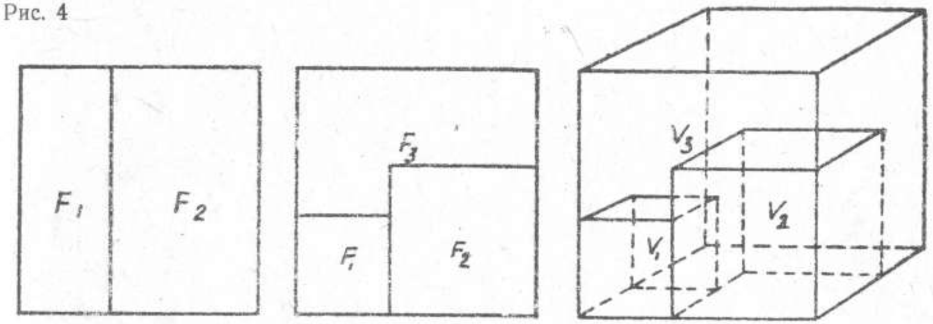
Если в квадрат со стороной «1» вписать квадраты со сторонами 0, 618 и 0,382, то отношение соответственных площадей квадратов равно 0,382 (третье число ряда).

Если в куб, ребро которого «1», вписать кубы, ребра которых соответственно равны 0,618 и 0,382, то объемы кубов относятся, как 0,236 (четвертое число ряда).

Для ряда золотого сечения (1; 0,618; 0,382, 0,236, 0,146, 0,090 и т. д.) второй член ряда, число 0,618, выражает связь любых соседних чисел. Третий член ряда, число 0,382, выражает связь площадей квадратов. Четвертый член ряда, число 0,236, выражает связь объемов кубов.

Свойством выражать в числах линейного ряда отношения площадей и объемов обладают и другие математические ряды, например ряд $1\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$, 4 или 2, 4, 8, 16, 32. Действительно, $\sqrt{2^2} = 2$; $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$ и $2^2 = 4$ $2^3 = 8$. Но в этих рядах не соблюдено условие $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_3$, не сохранено единство целого и частей, выраженное на рисунке 4.

Рис. 4



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{F_2}{F_1 + F_2} = 0{,}618 \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_2}{F_3} = 0{,}382 \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2}{V_3} = 0{,}236$$

Ряд золотого сечения выражает идею членения целого на свои подобия так, что возникшие подобия, складываясь, восстанавливают исходный размер, не нарушая единого и неделимого. Из чертежа 3 видно, что стороны производных квадратов в сумме равны стороне исходного квадрата. Ребра производных кубов в сумме равны ребру исходного куба. Закономерность получения последующей производной постоянна. Эта особенность золотого сечения выражается формулой $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_3$.

В геометрии невозможно сохранить нерушимость целого, изначального и в то же время развить ряд подобий площадей и объемов, подчиненный единой закономерности, не прибегая к золотому сечению.

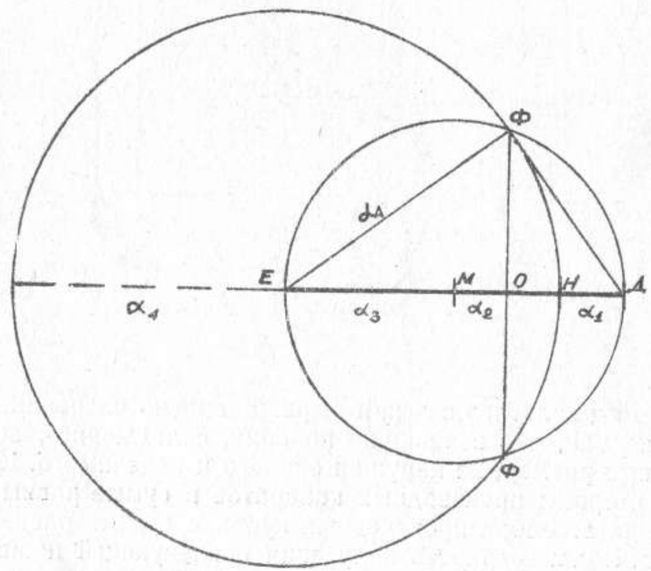
2 Зак. 7757

ЕДИНСТВО ПРОСТЫХ (КРАТНЫХ) И СЛОЖНЫХ (ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ) ОТНОШЕНИЙ
ФУНКЦИЯ ЖОЛТОВСКОГО

Исследуя пропорции античной и русской архитектуры, И. В. Жолтовский ввел в систему пропорций понятие функции — отношение 0,472 : 0,528. Он назвал это отношение «функцией» (или «производной») золотого сечения на том основании, что половина отрезка функции (0,472 : 2 = 0,236) принадлежит ряду золотого сечения: 1; 0,618; 0,382 0,236; 0,146 и т. д. Это название ошибочно. Ошибка произошла оттого, что Жолтовский принял связь, объединяющую отношения золотого сечения и функции — равноценную по направлению взаимосвязь двух самостоятельных отношений геометрической гармонии, — за причину и следствие.

Отношение 0,472 : 0,528 — функция — есть отношение стороны прямоугольника „два квадрата" к его диагонали $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$. Золотое сечение есть $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Таким образом, отношение функции уже входит в прямоугольник „два квадрата", а отношение золотого сечения должно еще быть образовано из него. Функция — взаимосвязь элементов прямоугольника „два квадрата". Золотое сечение — производно от „двух квадратов". Математически в аддитивном ряду Фибоначчи золотое сечение является следствием закономерного развития ряда, начало которого составляют числа 1 и 2.

Рис. 5



$\alpha_1 = 0.382$
$\alpha_2 = 0.618$
$\alpha_3 = 1.000$
$\alpha_4 = 1.618$

Отрезок $МД$ разделен в золотом сечении. $\alpha_1 = 0{,}382$; $\alpha_2 = 0{,}618$. Выполним аддитивное развитие ряда геометрическим путем. Откладывая последующие члены ряда α_3 и α_4, как сумму двух предыдущих, циркулем или колышком с бечевкой, получим $\alpha_3 = 1$ и $\alpha_4 = 1{,}618$. Прямая, проведенная через точки пересечения окружностей построения, разделит отрезок α_2 пополам. Одновременно она разделит триаду $ЕД$ $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)$ в отношении 0,528 : 1 (рис. 5), $МО = ОН$, $ОД : ОЕ = 0{,}528$[1].

Запишем результат в виде формулы:

$$\frac{\alpha_1 + 0{,}5\,\alpha_2}{\alpha_3 + 0{,}5\,\alpha_2} = 0{,}528$$

В данной формуле функция (число 0,528) выражает связь кратных (0,5) и иррациональных отношений внутри ряда[2].

Обозначим в прямоугольнике „два квадрата" малую сторону „α", большую сторону — „β" и диагональ — „δ". Выразив значение $\beta = 1$ через отношение золотого сечения (0,618), функцию (0,894) и кратное отношение (0,5), получим:

$$\beta = (0{,}618\,\beta + 0{,}5\,\beta)\,0{,}894$$

[1] Доказательство: $\angle Ф$ — прямой, как вписанный, опирающийся на диаметр. Треугольники $ЕФД$, $ЕОФ$, $ОФД$ подобны, как имеющие равные внутренние углы. Из треугольника $ЕФД$ находим $ФД = \sqrt{ЕД^2 - ЕФ^2} = \sqrt{2^2 - 1{,}618^2} = \sqrt{1{,}382}$. Откуда $ОД : ФД = ФД : ЕД$, откуда $ОД = ФД^2 : ЕД = 1{,}382 : 2 = 0{,}691$. $ОН = 0{,}691 - 0{,}382 = 0{,}309$; $ОМ = 0{,}618 - 0{,}309 = 0{,}309$. Следовательно, $МО = ОН$; $ОД : ЕО = 0{,}691 : 1{,}382 = 0{,}528$.

[2] α_1, α_2, α_3 связаны иррациональной зависимостью:

$$\alpha_2 = \alpha_3\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right); \quad \alpha_1 = \alpha_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$$

Из формулы следует, что золотое сечение, кратное отношение и функция образуют единство, в котором коэффициент 0,894 (функция) служит связи простых (кратных) отношений со сложными (иррациональными) отношениями золотого сечения[1].

ЕДИНСТВО ПРОИСХОЖДЕНИЯ ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИЕ ПОДОБИЯ

Сравнение сторон и диагонали прямоугольников или квадратов широко использовалось в построении соразмерностей архитектурных сооружений — это доказано многими исследованиями. «Метод диагоналей» был известен еще в древнем Египте. Этот метод лежит в истоке «динамической симметрии» Хэмбиджа. Есть письменные свидетельства зодчих средневековья, мастеров Роричера и Лахера (XV—XVI вв.) о построении соразмерностей готических соборов, исходя из вписанных друг в друга квадратов. На этой же основе академиком Б. А. Рыбаковым была недавно раскрыта взаимосвязь и геометрическая соподчиненность древнерусских мер. Выведению соразмерностей древнерусских храмов из сторон и диагонали подкупольного прямоугольника посвящена работа доктора архитектуры К. Н. Афанасьева «Построение архитектурной формы древнерусскими зодчими». Взаимосвязь сторон и диагонали в любом прямоугольнике определена теоремой Пифагора, которая служит одним из краеугольных камней эвклидовой геометрии.

Из отношений сторон и диагонали в прямоугольнике «два квадрата» возникают взаимопроникающие подобия, образующие единство геометрической гармонии. Рассмотрим возможные варианты подобной связи, методы их получения и геометрический смысл взаимопроникания.

[1] Доказательство:

$$\alpha = \frac{1}{2}\beta; \qquad \delta = \frac{\beta}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}; \qquad \delta - \alpha = \beta\,\frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

откуда:

$$\frac{\beta}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} - \frac{1}{2}\beta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\beta \text{ и } \beta = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\beta + \frac{1}{2}\beta\right)\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Числа 1, 2 и $\sqrt{5}$ выражают стороны и диагональ прямоугольника «два квадрата». Из этих чисел образованы отношения, уже получившие «гражданские права» в исследованиях пропорций архитектуры.

Золотое сечение есть $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$.

Функция есть $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Отрезки функции есть: $0{,}472 = \frac{2}{2+\sqrt{5}}$; $\quad 0{,}528 = \frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$.

Второй отрезок от деления в золотом сечении есть 0,382 и равен

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = \frac{1+2-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{1+2+\sqrt{5}}.$$

Прямоугольник $\frac{1}{\sqrt{5}}$ детально исследован Хэмбиджем, который на его основе рассмотрел соразмерности Парфенона.

Но возможны и другие соотношения, производные от прямоугольника «два квадрата»:

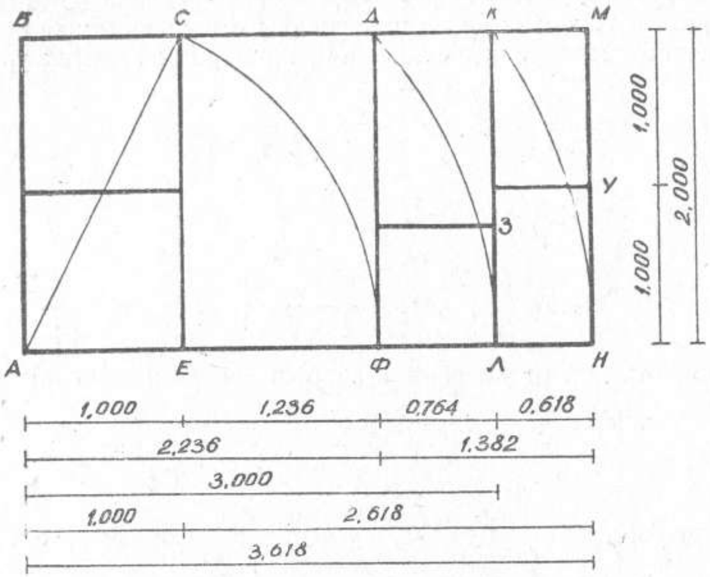
$$\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \text{ и } \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$$

Они определенным образом связаны в единство с отношениями функции, золотого сечения и простыми кратными отношениями и вместе с ними образуют единую группу взаимопроникающих подобий. (Иначе говоря, каждый вид подобия, каждый прямоугольник может быть без остатка разделен на другие входящие в группу подобия — в разных вариантах).

Рассмотрим два способа построения взаимопроникающих подобий: методом диагоналей (последовательный метод) и методом «полуокружности» (общий график геометрической гармонии).

Основой построения служит прямоугольник AC, составленный из двух квадратов. Отложив диагональ AC на сторону AE, получим прямоугольник с отношением сторон $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (прямоугольник функции).

Рис. 6



Одновременно с прямоугольником функции *АД* мы образовали прямоугольник *ЕД* с отношением сторон $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (прямоугольник золотого сечения) (рис. 6). Теперь совместим в прямоугольнике *АД* его диагональ *АД* со стороной *АФ*. Прямоугольник *АК* имеет отношение сторон 2 : 3. Прямоугольник *ЕК* — квадрат. Прямоугольник *ФК* имеет отношение сторон $0{,}764 : 2 = 0{,}382 = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ и состоит из квадрата *ФЗ* со стороной 0,764 и из прямоугольника золотого сечения со сторонами 0,764 и 1,326. Прибавив к прямоугольнику *АК* (2 : 3) прямоугольник *МЛ* с отношением сторон $0{,}618 : 2 = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$, состоящий из двух прямоугольников золотого сечения *ЛУ* и *УК*, получим прямоугольник *АМ* с отношением сторон $2 : 3{,}618 = 0{,}553 = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$. Таким образом, мы получили группу взаимопроникающих подобий: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (золотое сечение), $\frac{2}{3}$ и $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$. При этом переход от прямоугольника 2 : 3 к прямоугольнику $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$, если его выполнить совмещением диагонали *АК* со стороной *АЛ*, допускает неточность: сторона *АБ* относится к диагонали *АК*, как $\frac{2}{\sqrt{13}} = 0{,}5546$, что отличается от $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} = 0{,}5528$ на 0,0018.

В предыдущем случае, развивая прямоугольник «два квадрата» в одну сторону, мы не обнаружили прямоугольника $0{,}691 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$.

Кроме того, получение прямоугольника 0,553 не было в методическом плане достаточно последовательным. Этот вариант интересен для нас тем, что мы обнаружили связь взаимопроникающих подобий с прямоугольником 2 : 3, имеющим отношение сторон, выраженное простыми целыми числами. Прямоугольник 2 : 3 образован из двух прямоугольников золотого сечения, двух квадратов и квадрата (рис. 6). Оказывается, что все интересующие нас прямоугольники можно построить еще более простым способом, с абсолютной точностью и в строго логической схеме. Зададимся целью не неопределенного развития методом диагоналей, а конечной целью: превратим прямоугольник «два квадрата» *АБ* в прямоугольник «два квадрата» *ВД*, причем диагональ исходного прямоугольника станет малой стороной нового прямоугольника. Для этого достаточно провести радиусом *АБ* из точки *А* полуокружность. Продолжив стороны исходного прямоугольника *АБ* до пересечения со сторонами полученного прямоугольника *ВД*, получим все интересующие нас подобия.

Прямоугольники *АБ* и *ВД* — исходный и конечный прямоугольники „два квадрата“ $\frac{1}{2}$.

Прямоугольник *АМ* равен прямоугольнику *АИ*. Это прямоугольник функции $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Прямоугольник *ЗМ* — прямоугольник золотого сечения $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Прямоугольник *ИЗ* — прямоугольник золотого сечения $\frac{2}{\sqrt{5}+1}$.

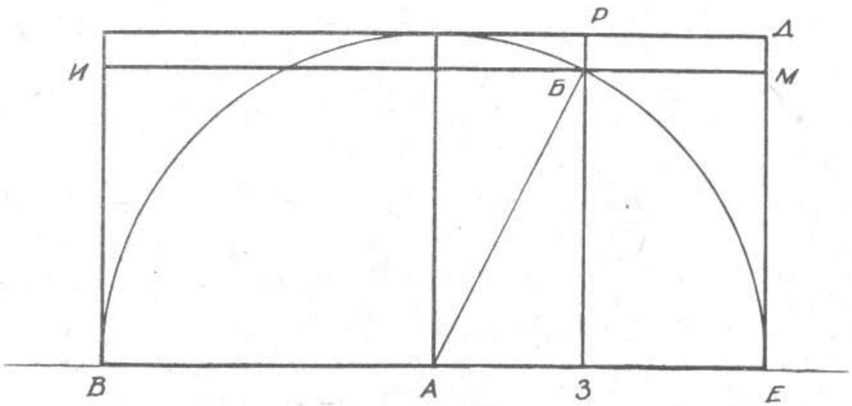


Рис. 7

Прямоугольник *ЗД* с отношением сторон $\frac{1{,}236}{2{,}236}$ есть прямоугольник 0,553 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}\right)$.

Прямоугольник *АР* с отношением сторон $\frac{1}{2{,}236}$ есть прямоугольник 0,447 $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. Прямоугольник *ВМ* также имеет отношение сторон $\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\left(\frac{2}{2\times 2{,}236}\right)$.

Прямоугольник *ВР* с отношением сторон $\frac{2{,}236}{3{,}236}$ есть прямоугольник 0,691 $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right)$.

Рассмотрим взаимосвязь подобий, производных от прямоугольника «два квадрата»:

0,691	0,553	0,5	0,447	0,618		0,894
$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{5}+1}$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$

Функция $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ является основным связующим элементом взаимопроникающих подобий.

1. Золотое сечение занимает среднее положение между значениями 0,553 и 0,691 и связано с обеими величинами значением функции:

$$0{,}553 : 0{,}618 = 0{,}894,$$

$$0{,}618 : 0{,}691 = 0{,}894,$$

или:

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

2. Прямоугольник 0,447 составлен из двух прямоугольников функции, или равен половине прямоугольника функции:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

3. Прямоугольники 0,447 и 0,553, составленные друг с другом, дают квадрат $(0{,}447+0{,}553=1)$.

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = 1.$$

Они связаны между собой отношением «двойного золота»:

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} : \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \cdot 2$$

(два прямоугольника золотого сечения).

4. Прямоугольник 0,447 связан с прямоугольником «два квадрата» отношением функции:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} : \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

5. Прямоугольник 0,691 и прямоугольник 0,553 связаны и как простые числа, и, посредством золотого сечения, числом $0{,}382 = 0{,}618^2$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = 0{,}382$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$$

Это означает, что если прямоугольники 0,691 и 0,553 имеют общую длинную сторону, то вместе они образуют прямоугольник с отношением сторон 4 : 5[1].

Перечисленные прямоугольники образуют группу взаимопроникающих подобий. Они могут рассматриваться как состоящие друг из друга.

Прямоугольник 0,553 можно рассматривать как:

прямоугольник 2 : 3 (*АК*) и два прямоугольника золотого сечения (*ЛУ* и *УК*) (рис. 6);

квадрат и два прямоугольника золотого сечения (рис. 19);

прямоугольник функции, три прямоугольника золотого сечения и квадрат (рис. 6).

Прямоугольник 0,691 можно рассматривать как:

прямоугольник функции и прямоугольник 0,553 (рис. 43);

квадрат и два прямоугольника золотого сечения (рис. 7);

квадрат и два прямоугольника функции (рис. 7).

Прямоугольник функции можно рассматривать так:

прямоугольник золотого сечения и два квадрата (рис. 6);

как состоящий из прямоугольников функции и прямоугольников 0,553 (см. рис. 42).

Прямоугольник золотого сечения можно рассматривать состоящим:

из квадрата и прямоугольника золотого сечения;

из прямоугольника функции и двух квадратов.

[1] Построенный таким способом прямоугольник несколько отличается от прямоугольника 4 : 5. Если его длинная сторона приравнена 10 *м*, то короткая будет равна 8,04.

Квадрат можно рассматривать состоящим:

из прямоугольника 0,553 и двух прямоугольников золотого сечения;

из прямоугольника 0,553 и двух прямоугольников функции;

из прямоугольников золотого сечения, квадрата и функционального прямоугольника (рис. 7) и т. д.

Так как любой вид подобия заменим на другие виды, очевидно, что возможное число комбинаций велико и все состоит из всего.

ВЫВОДЫ

Геометрическая гармония есть единство простых и сложных взаимопроникающих подобий (простых — значит составленных из отношений простых целых чисел, сложных — значит имеющих иррациональное отношение сторон). Ее основу составляет прямоугольник «два квадрата». Ее образуют взаимопроникающие подобия:

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ — функция;}$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} \text{ — золотое сечение;}$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} \quad (0{,}553);$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} \quad (0{,}691);$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ — прямоугольник Хэмбиджа;}$$

а также производные от них отношения:

$$\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = 0{,}382 \text{ (отрезок золотого сечения);}$$

$$\frac{2}{2+\sqrt{5}} = 0{,}472 \text{ (меньший отрезок функции);}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = 0{,}528 \text{ (больший отрезок функции) и т. д.}$$

Использование основных взаимопроникающих подобий приводит к образованию прямоугольников с кратным отношением сторон: квадрат, два квадрата, два к трем, четыре к пяти и девять к десяти[1].

Взаимопроникание прямоугольников заключается в том, что все они могут рассматриваться составленными не только из своего подобия, но и из подобий своей группы в разных вариантах, причем площадь каждого прямоугольника разлагается на дополнительные подобия без остатка. Таким образом, простые и сложные взаимопроникающие подобия соизмеримы.

В этой связи каждому виду присуще свое особое качество. Золотое сечение определяет единство целого и частного и потому служит главной связью геометрической гармонии.

Функция служит связи золотого сечения с простыми кратными отношениями, а также наиболее общей связью иррациональных подобий друг с другом.

Отношения 0,553 и 0,691 непосредственно связывают иррациональные и простые подобия (из прямоугольников 0,553 и 0,691 образуются сложением прямоугольники 1 : 2 и 4 : 5). Кроме того, отношение 0,553 служит единству функции и золотого сечения $(0{,}618 \times 0{,}894 = 0{,}553)$.

ГЛАВА 2

РАБОЧИЙ ГРАФИК

Основные связи геометрической гармонии выражены свойствами золотого сечения и функции[2]. Поэтому, если взаимопроникающие подобия построить не развитием из прямоугольника «два квадрата», а расчленением прямоугольника «два квадрата» в отношении золотого сечения и функции, получится удобный рабочий график. Все интересующие нас подобия заключены внутри графика, а сравнение элементов графика друг с другом приводит к возникновению новых соразмерностей, подчиненных общим законам геометрической гармонии.

[1] Отношения 1 : 1, 1 : 2 и 2 : 3 математически точны. Отношение 4 : 5 дает, при большой стороне прямоугольника, равной 10 *м*, расхождение в малой стороне на 4 *см*. Отношение 9 : 10 получается, если сложить два равных прямоугольника 0,553 большими сторонами. Если большая сторона прямоугольника равна 10 *м*, то расхождение в малой стороне составит 3 *см* (9,03 *м*).

[2] Золотое сечение обусловливает соблюдение единства целого и частного при трехмерности и бесконечности пропорционального ряда. Функцией обусловлено единство простых (кратных) и сложных (иррациональных) отношений.

Отказ от развития подобий методом диагоналей и переход к расчленению «двух квадратов» в точках *М* и *Ф* принципиально важен и имеет качественное значение для метода геометрической гармонии. Новое, присущее графику качество в равной мере обращено к применению геометрической гармонии для анализа памятников архитектуры и в архитектурной практике.

Это новое качество проявляется в следующем:

1. Определенность конечного результата, четко выявленное подчинение частных размеров общему, целому, так как целое графика — два квадрата — остается неизменным и равным целому памятника — его основному размеру. Поэтому график геометрической гармонии служит удобным критерием выявления сходства и различия пропорций памятников архитектуры.

2. График геометрической гармонии как метод соответствует творческому методу архитектора. Природе свойственно творить из зерна, из семени, создавать гармоничное целое как результат развития. В творчестве человека присутствие разума определяет другой, противоположный метод — от целого к частному. В результате сложного синтеза различных условий, под воздействием множества объективных и субъективных факторов, архитектор приходит к логически обоснованному решению — образу сооружения и его структуре. Здесь получает начало мастерство зодчего. График геометрической гармонии построен по принципу членения целого. Им можно воспользоваться для определения общих масс, для нахождения единства элементов композиции и уточнения размеров деталей.

3. В рамках графика возможно непосредственным сравнением его основных элементов получать малые размеры, как угодно контрастные начальным, подчиненные закономерностям геометрической гармонии, минуя промежуточные построения. Таким образом, график служит как бы «геометрической интуицией», освобождающей от механической последовательности цепной работы.

4. Именно в графике выявлено качество геометрической гармонии — ее высокая организация. Это качество есть результат количества внутренних связей, которые объединяют элементы графика (взаимопроникающие подобия) во всех направлениях.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА

Разделим прямоугольник «два квадрата» в отношении золотого сечения и функции. Для этого из точки *А* отложим на диагональ сторону α, а из точки *С* отложим остаток диагонали на стороне β. Сторона β

разделена в точке $Ж$ в отношении золотого сечения. Отложив $НЖ = ВЖ$ и $СЕ = СН$, мы разделили сторону α в отношении функции[1] (рис. 8).

Проведем через точку $Е$ прямую, параллельную стороне β. Через точки $Ж$ и $Ф$ (точка $Ф$ получена пересечением $ЕЕ'$ с диагональю) проведем $ЖЖ'$ и $КК'$ параллельно стороне α. График построен. Из хода построения следует, что диагональ $АС$ и прямая $ЖЖ'$ разделены в точке $М$ в золотом сечении. Диагональ $АС$, оси $ЕЕ'$ и $КК'$ разделены в точке $Ф$ в отношении функции[2].

Рассмотрим прямоугольники рабочего графика и сравним их с прямоугольниками общего графика.

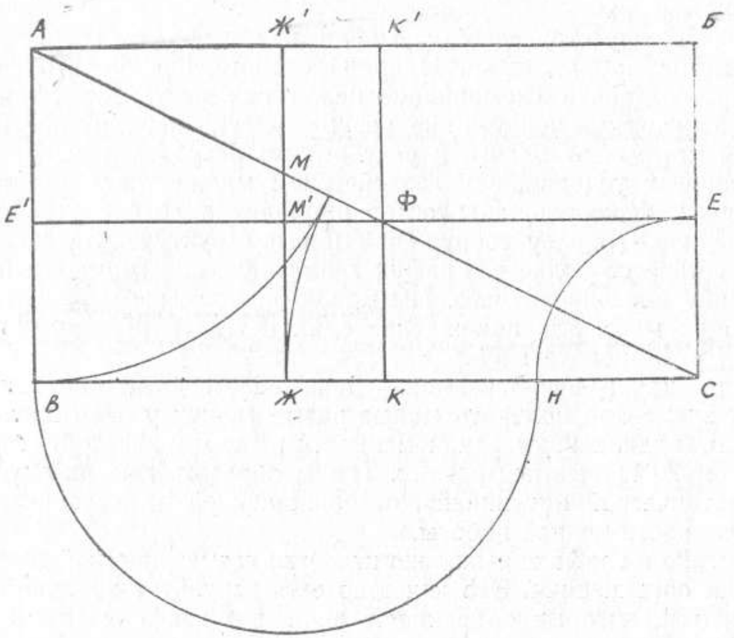


Рис. 8

[1] Доказательство: $ВС = 2$
$ЖС = \delta - \alpha = 2{,}236 - 1 = 1{,}236$
$ВЖ = ВС - ЖС = 2 - 1{,}236 = 0{,}764$
$ЕС = НС = ЖС - ВЖ = 1{,}236 - 0{,}764 = 0{,}472$
$БЕ = 1 - 0{,}472 = 0{,}528$.

[2] Доказательство: Из подобия треугольников $АВС$ и $МЖС$ и из подобия треугольников $АВС$ и $ФКС$.

Прямоугольники $АС$, $АФ$ и $ФС$ — прямоугольники „два квадрата". Они соответствуют прямоугольникам $АБ$ и $ВД$ общего графика.

Прямоугольник $ВФ$ — прямоугольник $0{,}447$ $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ и соответствует прямоугольникам $ВМ$ и $АР$ общего графика.

Прямоугольник $ВФ$ уже расчленен на прямоугольники $ВМ'$ и $ФЖ$ — прямоугольники золотого сечения. Они соответственно отвечают прямоугольникам золотого сечения в общем графике: $ЗМ$ и $ЗИ$.

Прямоугольник $ФЖ'$ — прямоугольник $0{,}553$ $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}\right)$. Он связан с прямоугольником золотого сечения $ФЖ$ отношением функции и соответствует прямоугольнику общего графика $ЗД$, который, в свою очередь, связан отношением функции с прямоугольником золотого сечения $ЗМ$.

Прямоугольник $АМ'$ — прямоугольник $0{,}691$ $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right)$ и соответствует прямоугольнику общего графика $ЗГ$.

В рабочем графике остается необъясненным прямоугольник $БФ$ с отношением сторон $0{,}528 : 0{,}944 = 0{,}559 = \frac{\sqrt{5}}{2^2}$. И в то же время в рабочем графике нет прямоугольников, соответствующих двум равным прямоугольникам функции общего графика $АЙ$ и $АМ$. Нетрудно видеть, что прямоугольник $БФ$ (0,559) состоит из двух равных прямоугольников функции $\frac{2}{\sqrt{5}}$ с отношением сторон $0{,}472 : 0{,}528$.

Условимся ряды золотого сечения в графике геометрической гармонии именовать цепями, а числа — звеньями. Сторона $\alpha = 1$ и производит цепь α. Сторона $\beta = 2$ и производит цепь β. Диагональ $\delta = \sqrt{5}$ (2,236) и производит цепь δ. В точке $Ф$ стороны α, β, диагональ δ разделены в отношении функции. Возникают три дополнительные функциональные цепи: $\delta_б$ (цепь большего отрезка диагонали), $\delta_м$ (цепь меньшего отрезка диагонали) и $\beta_м$ (цепь меньшего отрезка большой стороны прямоугольника)[1].

[1] Стороны α и β и диагональ δ делятся в точке $Ф$ на 6 отрезков. Но функциональные отрезки стороны α ($КК'$) не производят дополнительных цепей, так как принадлежат цепям β и δ. Отрезок $Е'Ф = ФС$ и потому принадлежит цепи $\delta_м$. Доказательство: $ФЕ' : ФЕ = 0{,}528 : 0{,}472$. Но и $ФС : ФЕ = 0{,}528 : 0{,}472$, как диагональ и большая сторона в прямоугольнике „два квадрата". Следовательно, $ФС = ФЕ'$.

Их первые звенья соответственно равны:

$$\delta_{б_1} = 1{,}180, \quad \delta_{м^1} = 1{,}056, \quad \beta_{м_1} = 0{,}944$$

В таблице 1 представлены числовые значения звеньев цепей геометрической гармонии. Чертой отделены звенья, из которых составлен график.

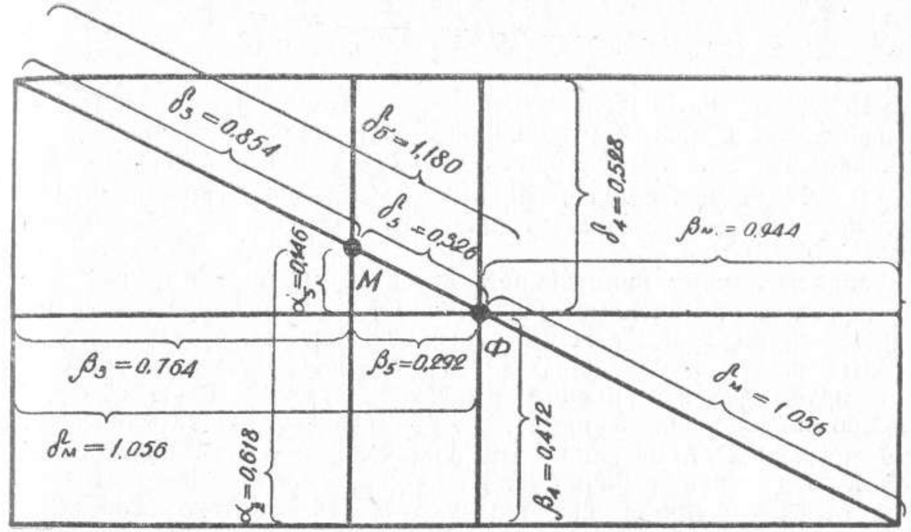
Таблица 1

Цепи	Звенья						
	1	2	3	4	5	6	7
β	2,000	1,236	0,764	0,472	0,292	0,180	0,112
δ	2,236	1,382	0,854	0,528	0,326	0,202	0,124
α	1,000	0,618	0,382	0,236	0,146	0,090	0,056
$\delta_б$	1,180	0,730	0,451	0,279	0,172	0,106	0,066
$\delta_м$	1,056	0,653	0,403	0,249	0,154	0,095	0,059
$\beta_м$	0,944	0,583	0,361	0,223	0,138	0,085	0,053

ТОЧКИ M И $Ф$. ВНУТРЕННИЕ СВЯЗИ ГРАФИКА

Проведением оси $ЖЖ'$ и функциональных осей прямоугольник „два квадрата“ превращен в рабочий график геометрической гармонии. Точка $Ф$ дала начало многочисленным внутренним связям графика. Эти связи построены на соблюдении единства, соизмеримости и взаимопроникания подобий: внутри цепей—на золотом сечении; между звеньями разных цепей — на функции, отношении 0,553 и кратности. Практический смысл графика в том, что получение новых звеньев как внутри цепей, так и в разных цепях осуществляется аддитивно, простым сложением и вычитанием отрезков; аддитивность золотого сечения распространилась и на другие звенья графика. При этом рассмотренные закономерности геометрической гармонии не нарушаются. Исследуем внутренние связи графика.

Рис. 9



В точке $Ф$ собран пучок лучей. Его образуют четвертые и пятые звенья основных цепей и начальные звенья функциональных цепей $\delta_б$, $\delta_м$, $\beta_м$. Их размеры — 1,180, 1,056, 0,944, 0,528, 0,472, 0,326 и 0,292. В точке M получают начало размеры $\delta_3 = 0{,}854$, $\alpha_2 = 0{,}618$, $\alpha_3 = 0{,}382$. Звенья δ_4, δ_5, β_4, β_5, сходящиеся в точке $Ф$, обладают наивысшей полнотой выражения внутренних взаимосвязей геометрической гармонии.

$$\beta_4 + \beta_5 = \alpha_1 = 1 \qquad 1$$

$$\left.\begin{aligned} \beta_5 + \delta_5 &= \alpha_2 = 0{,}618 \\ \beta_5 : \beta_4 &= \delta_5 : \delta_4 = 0{,}618 \end{aligned}\right\} \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

$$\beta_5 : \delta_4 = 0{,}553 \qquad \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$$

$$\delta_5 : \beta_4 = 0{,}691 \qquad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$$

$$\left.\begin{aligned}\beta_4 : \delta_4 &= 0{,}894\\ \beta_5 : \delta_5 &= 0{,}894\end{aligned}\right\}\ \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Как видно из приведенных формул, отрезки графика δ_4, δ_5, β_4, β_5 связаны друг с другом отношениями всех основных подобий геометрической гармонии. Сходящиеся также к точке Φ лучи $\delta_м = 1{,}056$ и $\beta_5 = 0{,}944$ занимают к перечисленным отрезкам производное положение. так как они есть результат простого удвоения. $1{,}056 = 0{,}528 \times 2$, $0{,}944 = 0{,}472 \times 2$.

Анализ лучших памятников архитектуры показывает, что основные размеры и членения памятников получают объяснение в этих основных элементах графика геометрической гармонии.

Как известно, удвоенный четвертый член ряда золотого сечения ($\alpha_4 = 0{,}236$) равен меньшему отрезку функции ($0{,}236 \times 2 = 0{,}472$). Таково определение функции, данное академиком Жолтовским. Но оно выражает лишь одну из многочисленных линейных связей золотого сечения и функции. Например, можно определить больший отрезок функции как сумму третьего и пятого звеньев цепи: $\alpha_3 + \alpha_5 = 0{,}528\ \alpha_1$. ($0{,}382 + 0{,}146 = 0{,}528$). Эти отношения присущи всем цепям графика. Обозначив любое звено любой цепи A, запишем:

$$0{,}472\ A_1 = A_4 + A_4. \qquad 0{,}528\ A_1 = A_3 + A_5.$$

Приведенные формулы выражают связи внутри ряда золотого сечения и одновременно выражают зависимость между звеньями в цепях α, β и δ графика. Продолжим рассмотрение связей, объединяющих разные звенья разных цепей графика. Они могут быть выражены в виде иррациональных отношений (0,894, 0,528, 0,472 и 0,553), кратных отношений (0,5) и в виде суммы двух звеньев. Связи, выраженные сложением, определяют практический смысл графика геометрической гармонии, указывают на метод его применения.

Взаимосвязь основных рядов

$\beta : \delta = 0{,}894$	$\beta = \alpha + \alpha$
$\alpha : \beta = 0{,}5$	$\beta_1 = \alpha_2 + \delta_2$
$\beta_1 : \alpha_1 = 0{,}472$	$\delta_1 = \alpha_1 + \beta_2$
$\delta_4 : \alpha_1 = 0{,}528$	$\delta_1 = \beta + \alpha_4$
	$\delta_2 = \alpha_1 + \alpha_3$

$$\alpha_1 = \beta_4 + \delta_4$$
$$\alpha_1 = \beta_3 + \alpha_4$$
$$\alpha_1 = \delta_3 + \alpha_5$$

Взаимосвязь смешанных рядов

$\beta_4 : \beta_м = 0{,}5$	$\beta = \delta_м + \beta_м$
$\delta_4 : \delta_м = 0{,}5$	$\delta_1 = \delta_м + \delta_б$
$\delta_м : \delta_1 = 0{,}472$	$\alpha = \alpha_7 + \beta_м$
$\delta_м : \beta_1 = 0{,}528$	$\delta_б = \delta_7 + \delta_м$
$\delta_м : \delta_б = 0{,}894$	$\delta_м = \beta_7 + \beta_м$
$\beta_м : \beta_1 = 0{,}472$	$\delta_м = \delta_4 + \delta_4$
$\delta_б : \delta_1 = 0{,}528$	$\beta_м = \alpha_2 + \delta_5$
$\beta_2 : \delta_1 = 0{,}553$	$\beta_м = \beta_4 + \beta_4$
$\delta_м : \delta_1 = 0{,}553$	
$\beta_{м_2} : \delta_м = 0{,}553$	

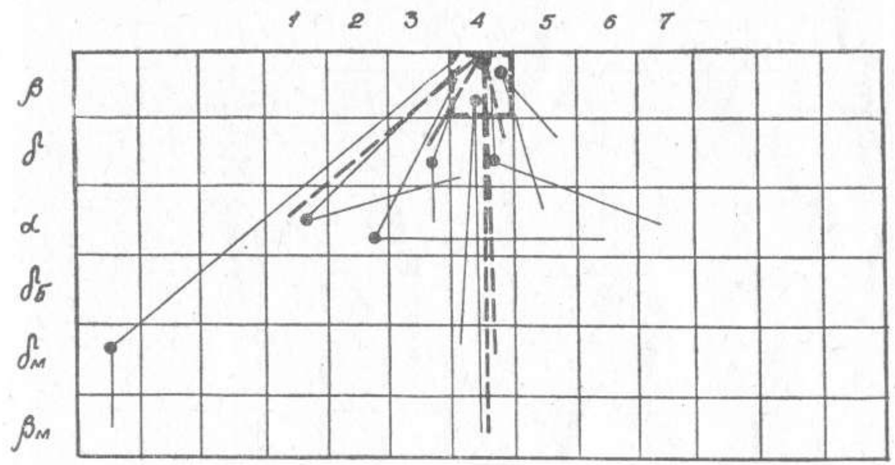


Рис. 10

Уже отмечалось, что число 0,553 выражает единство золотого сечения и функции (0,618 × 0,894 = 0,553). Достаточно сравнить образованные построением функциональных осей прямоугольники ФЖ и

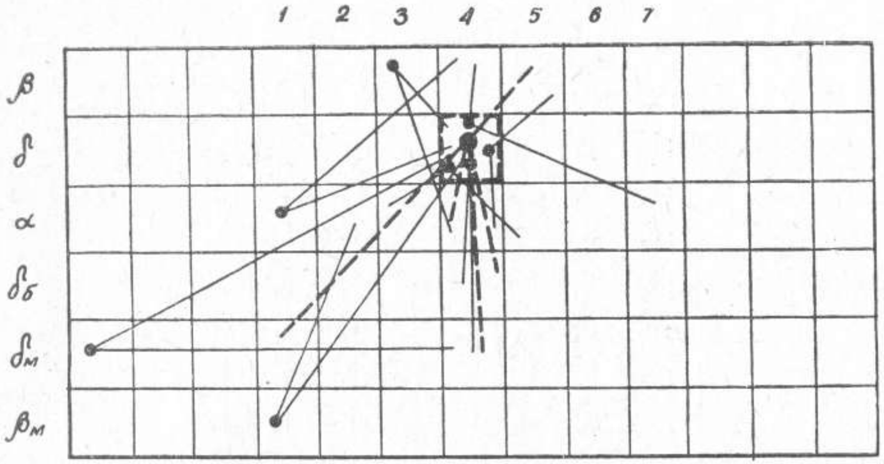


Рис. 11

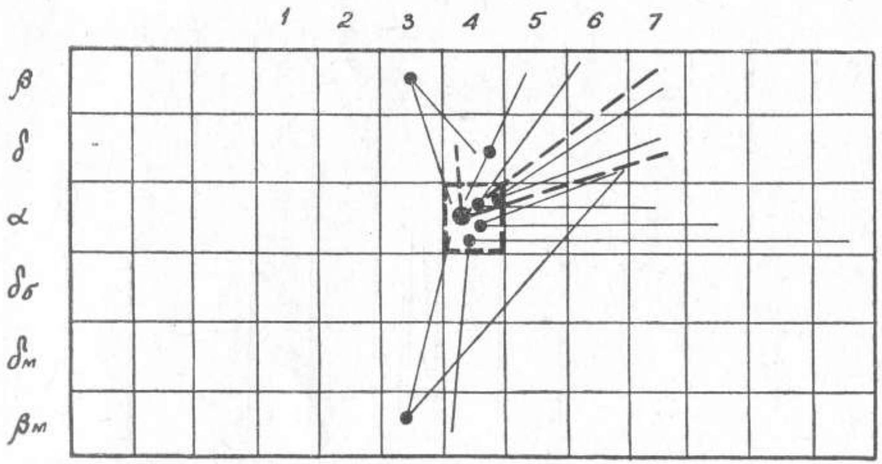


Рис. 12

ФЖ', чтобы убедиться в геометрическом смысле этого единства. Прямоугольник ФЖ — прямоугольник золотого сечения. Прямоугольник ФЖ' — прямоугольник 0,553. Короткая сторона у них общая, а

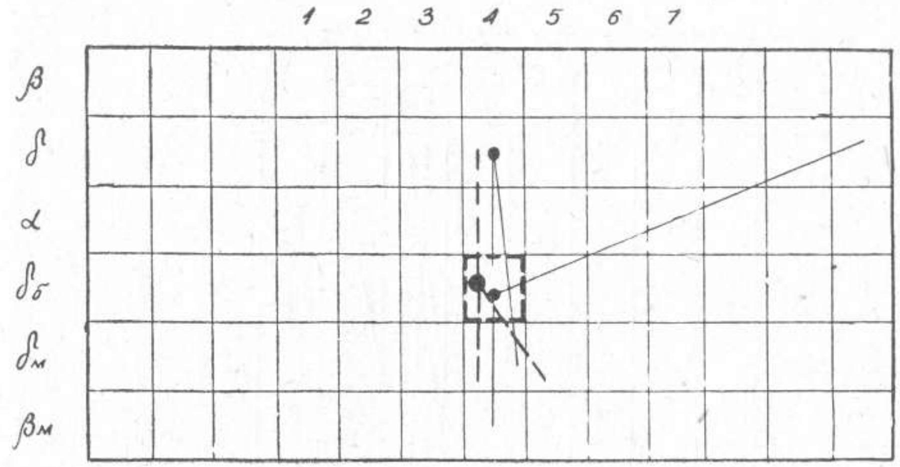


Рис. 13

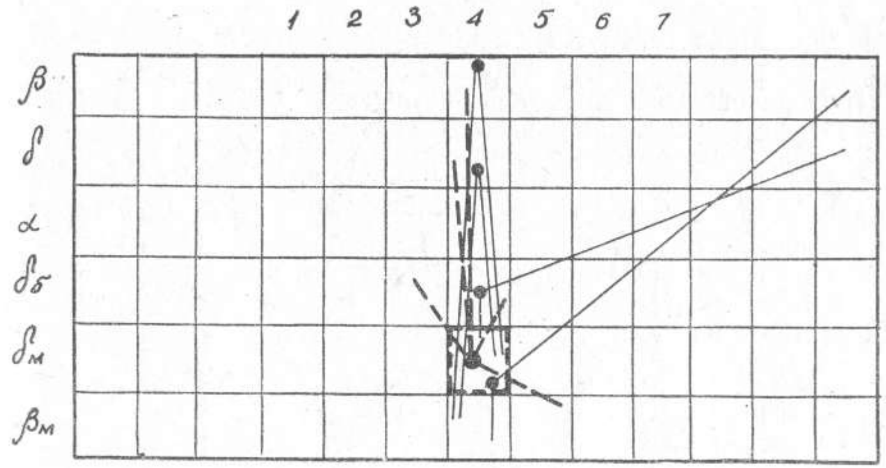


Рис. 14

большие стороны связаны отношением функции[1]. Представление о количестве связей, объединяющих звенья разных цепей графика, и о смысле формул сложения дают рисунки 10 — 15.[2]

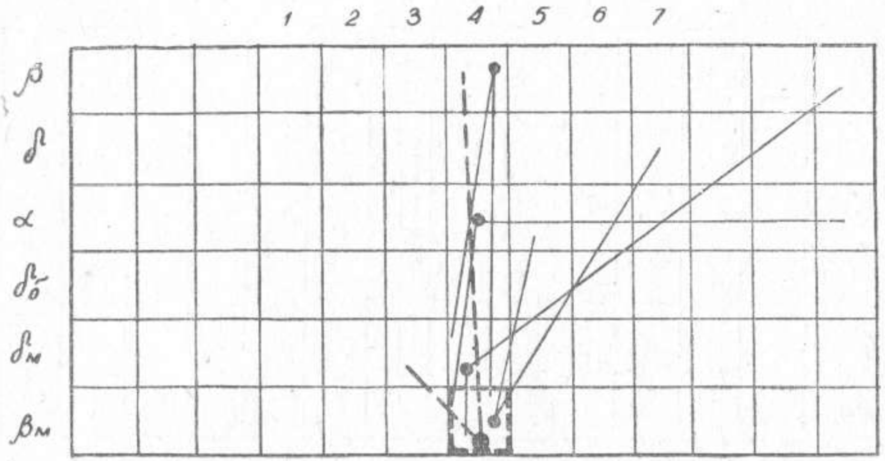


Рис. 15

ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ЦИРКУЛИ АНТИЧНОСТИ

Пропорциональных циркулей античности известно четыре. Все они — непередвижные, наглухо закрепленные.

Хранящийся в Неаполитанском музее циркуль найден в Помпеях, в мастерской скульптора. Длина циркуля 146 *мм*. Она разделена на отрезки 90 *мм* и 56 *мм*. Таким образом, циркуль установлен на золотое сечение.

Три пропорциональных циркуля найдены в Риме. Два из них находятся в Мюнхене. Циркуль Мюнхенского музея античного прикладного искусства имеет длину 201 *мм*, которая разделена в отношении

[1] См. рис. 9. 0,292 : 0,472 = 0,618 0,292 : 0,528 = 0,553.

[2] При рассмотрении связей на рис. 10—15 следует знать, что для простоты понимания график изображен на шести таблицах, вместо одной; в каждой таблице показаны связи одного звена, а не семи; исключены внутренние связи в каждой цепи. Пополненный и сведенный в один чертеж график дал бы наглядное изображение количества внутренних взаимосвязей.

134 *мм* и 67 *мм*. Циркуль из Немецкого музея в Мюнхене имеет длину 219 *мм*, и разделен на отрезки 146 *мм* и 73 *мм*. Оба циркуля поставлены на удвоение.

Циркуль музея Терм в Риме имеет длину 146 *мм*, и разделен на отрезки длиной 94 *мм* и 52 *мм*.

Н. И. Брунов пишет: «Кроме Неаполитанского циркуля ...до нас дошло еще целых три античных пропорциональных циркуля. ...Оба циркуля в Мюнхене поставлены... на удвоение отрезков, что связано с формой квадрата и прямоугольника, стороны которого относятся друг к другу, как 1 : 2. Римский пропорциональный циркуль музея Терм в Риме ...закреплен ...на отношении, близком к 5 : 9. Перечисленные три древнеримских циркуля в Мюнхене и Риме доказывают, что античные архитекторы пользовались, кроме золотого сечения, еще и другими пропорциональными соотношениями »[1].

Таким образом, Н. И. Брунов не усматривает связи между пропорциональными циркулями античности[2].

Исследуем пропорциональный циркуль музея Терм в Риме.

Он разделен на отрезки 94 *мм* и 52 *мм*. Отношение 52 : 94 = 0,553. Из формулы $\beta_2 : \delta_1 = 0{,}553$ очевидно, что циркуль установлен для деления большой стороны прямоугольника „два квадрата“ в золотом сечении, измерением его диагонали. Нетрудно видеть, что все четыре пропорциональных циркуля античности производны от прямоугольника „два квадрата“. Если выразить их пропорциональные значения через элементы прямоугольника „два квадрата“, то формула циркулей в Мюнхене есть $\frac{1}{2}$, формула Неаполитанского циркуля $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, а формула циркуля музея Терм в Риме есть $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$. Это отношение (0,553) практически соответствует отношению стороны, равной 2, к диагонали $\left(\sqrt{13}\right)$ в прямоугольнике 2 : 3, от которого отличается на 0,0018. Оно встречается на античных памятниках, например в Эрехфейоне, план которого — прямоугольник „два квадрата“, а с учетом

[1] Н. И. Брунов. «Пропорции античной и средневековой архитектуры». Москва, 1935 г., стр. 9—10.

[2] Доктор искусствоведения К. Н. Афанасьев сообщил мне, что И. В. Жолтовский установил связь между Неаполитанским циркулем и циркулем музея Терм в Риме и назвал последний циркулем «двойного золота». Такое объяснение циркуля отражает тенденцию Жолтовского объяснить все пропорции золотым сечением. На самом деле «двойное золото» есть отношение 0,447 : 0,553 = 0,809. И для Жолтовского, как и для Брунова, все три вида циркулей не составляют единства.

выступа северного портика на запад — $1:\sqrt{5}$. Ему равно отношение высоты Северного портика к высоте портика Кор, планы же портиков — прямоугольники 2:3. Глубина наоса, расположенного за Восточным портиком, равна 0,553 от δ_6 прямоугольника плана храма. Циркуль 0,553 практически удобен для построения графика геометрической гармонии в прямоугольнике „два квадрата". Он позволяет, кроме того, строить график по заданной диагонали[1] (рис. 16).

Измерив диагональ AC большим раствором циркуля, откладываем на сторонах β меньшим раствором отрезки $СЖ$ и $ЮЖ'$. Прямая $ЖЖ'$ разделила диагональ в точке M в золотом сечении. Взяв большим раствором циркуля AM, меньшим раствором на сторонах α откладываем CE и BE'. Прямая EE' делит диагональ в отношении функции в точке Φ. Построение графика геометрической гармонии сделано двумя измерениями. Кроме того, можно тут же проверить точность построения. $M'\Phi$ относится к AE' как 0,553.[2]

$CA' = 2{,}236$ — заданная диагональ. Построить график.

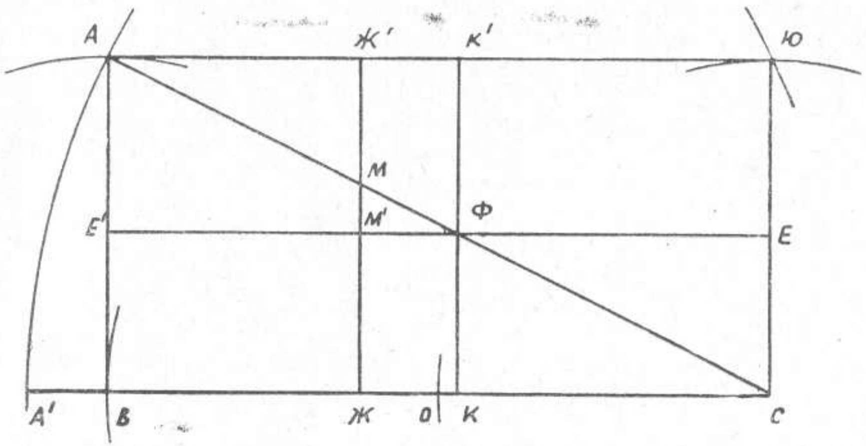


Рис. 16

[1] Диагональ прямоугольника „два квадрата" иногда служит главным размером памятника. План Парфенона по верхней ступени стилобата $1:\sqrt{5}$.

[2] Доказательство (рис. 9):
$$\begin{aligned} СЖ &= 2{,}236 \times 0{,}553 = 1{,}236 \\ AM &= 2{,}236 \times 0{,}382 = 0{,}854 \\ BE' &= 0{,}854 \times 0{,}553 = 0{,}472 \\ AE' &= 1 - 0{,}472 = 0{,}528 \\ M'\Phi &= 0{,}528 \times 0{,}553 = 0{,}292 \end{aligned}$$

Измерив CA' большим раствором циркуля, на меньшем получим $СЖ = 1{,}236$. Тогда $A'Ж = 2{,}236 - 1{,}236 = 1$.

Радиусом, равным 1, делаем вверх засечку из точки C и определяем точки O и B ($CO = 1$; $OB = 1$), и делаем вверх засечку из точки B. Из точек B и C радиусом, равным $A'Ж$, находим точки A и $Ю$. Проведя через найденные точки стороны α и β и диагональ δ и также $ЖЖ'$, параллельно α, построим прямоугольник „два квадрата", разделенный в точке M в золотом сечении. Для нахождения точки Φ достаточно, по аналогии с предыдущей задачей, измерить отрезок диагонали AM и нанести точки E и E'. Соединив E и E' и проведя через точку Φ прямую, параллельную α, закончим построение графика.

ПОСТРОЕНИЕ ЦЕПЕЙ ОСНОВНЫХ РЯДОВ

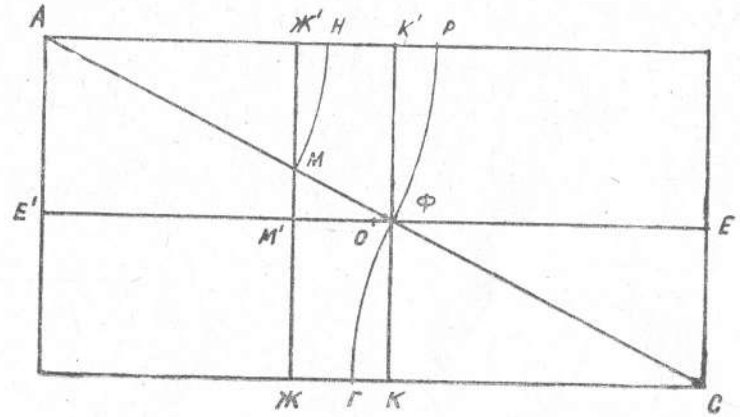


Рис. 17

Для графического получения недостающих звеньев основных цепей α, β и δ достаточно трех засечек, радиусом $\delta_м(С\Phi)$ и $\delta_3(AM)$. Сравнение отрезков стороны β и отрезков диагонали δ производит новые звенья, по принципу $\delta_1 - \beta_1 = \alpha_4$ (рис. 17).

Цепь β	EE'	$M'E$	$M'E'$	$M'Ж$	$M'\Phi$	$ГЖ$	$ГК$
Цепь δ	AC	MC	AM	$\Phi K'$	ΦM	HK'	$K'P$
Цепь α	$ЖЖ'$	$ЖM$	$MЖ'$	$M'O$	MM'	$HЖ'$	$O\Phi$

Точка O существует, как точка построения двух квадратов ($EO = OE' = 1$). Вместе с тем отрезок $OM' = \alpha_1 = 0{,}236$ можно получить разными способами (рис. 46).

ПОСТРОЕНИЕ ЦЕПЕЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ

Ключом к построению цепей $\delta_б$, $\delta_м$ и $\beta_м$ служит членение прямоугольников „два квадрата" $АФ$ и $ФС$ в отношении функции и золотого сечения. Из прямоугольника $АФ$ находятся недостающие звенья цепей $\delta_б$ и $\delta_м$, а из прямоугольника $ФС$ — звенья цепи $\beta_м$ (рис. 18).

Проведя лучи из точки $А$ к точкам $Ж$ и $К$, делим $ФЕ'$ в точках $В$ и $Г$ в золотом сечении и функции. Аналогично лучами $СЖ'$ и $СК'$ делим $ЕФ$ в точках $З'$ и $И'$. Теперь для получения всех звеньев цепей $\delta_б$, $\delta_м$ и $\beta_м$ достаточно трех засечек отрезками диагонали.

Цепь $\delta_б$	$АФ$	$ФМ$	$АМ$	$ДГ'$	$МД$	$МР$	$РД$
Цепь $\delta_м$	$ФЕ'$	$ФВ$	$ВЕ'$	$ДГ$	$ВГ$	$ВП$	$ПГ$
Цепь $\beta_м$	$ФЕ$	$ЕЗ'$	$ФЗ'$	$ЛИ$	$ИЗ$	$ЗН$	$НИ$

Функциональная связь прямоугольников $АФ$ и $ФС$ имеет следствием равенство отрезка диагонали $ФС$ и отрезка стороны $ФЕ'$. $ФГ = ЛС$;

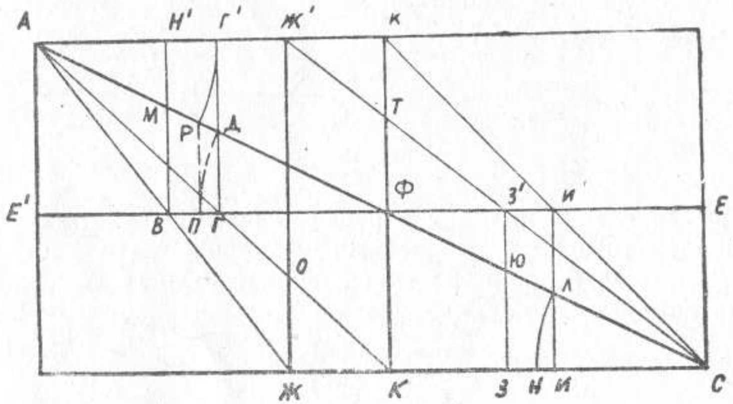


Рис. 18

$ВГ = ЮЛ$; $Е'В = ФЮ$. Лучи, пересекая внутренние оси графика, не дают случайных размеров. $ОЖ = 0{,}553:2$; $ТК' = 0{,}236$.

ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИЕ ПОДОБИЯ ГРАФИКА

В приложении, на рисунках 42—45, даны варианты членения площади графика на взаимопроникающие подобия. В них выявлена взаимосвязь различных подобий друг с другом. Здесь же рассмотрены только основные прямоугольники графика, образованные проведением внутренних осей графика, и их взаимосвязь.

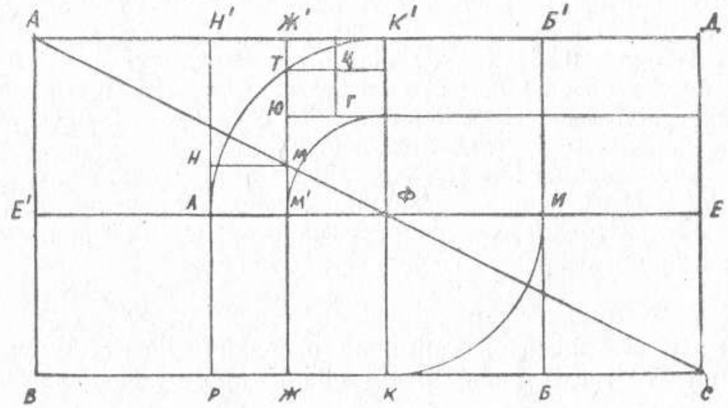


Рис. 19

В центре графика — в точке $Ф$ — сомкнуты шесть прямоугольников: $АФ$ и $ФС$, $ВФ$ и $ФД$, $ЖФ$ и $ФЖ'$. Прямоугольники $АФ$ и $ФС$ — прямоугольники «два квадрата». Их элементы связаны друг с другом отношением функции $\left(\sqrt{5}:2\right)$. $ВФ$ и $ФД$ — равновеликие прямоугольники. Каждый из них составлен из двух функциональных прямоугольников со сторонами β_4 и δ_4 ($0{,}472 \times 0{,}528$). $ВЛ = РФ = ФБ' = ИД$. Прямоугольник $ВФ$ — прямоугольник 0,447 с отношением сторон $1:\sqrt{5}$ (прямоугольник Хэмбиджа). Прямая $ЖМ'$ уже разделила его на прямоугольники золотого сечения $ВМ'$ и $ЖФ$.

Прямоугольник $ЖФ$ — прямоугольник золотого сечения. Прямоугольник $ФЖ'$ — прямоугольник 0,553.

Рассмотрим прямоугольник функции $РФ$, прямоугольник золотого сечения $ВМ'$ и квадрат $ФН'$.

Прямоугольник функции $РФ$ состоит из прямоугольника «два квадрата» $РМ'$ и прямоугольника золотого сечения $ЖФ$. Прямоугольник золотого сечения $ВМ'$ состоит из прямоугольника функции $ВЛ$ и прямоугольника «два квадрата» $РМ'$. Относительно прямоугольника «два квадрата» PM' можно сказать, что, дополненный прямоугольником золотого сечения ($ЖФ$), он даст прямоугольник функции, а дополненный прямоугольником функции ($ВЛ$), он даст прямоугольник золотого сечения.

В этом примере наглядно выступает единство взаимопроникающих подобий: двух квадратов, функции и золотого сечения.

Квадрат $ФН'$ состоит из прямоугольника 0,447 ($Н'М'$ — прямоугольника Хэмбиджа) и из прямоугольника 0,553 ($ФЖ'$). В точке $М$ прямоугольник 0,447 разделен на два прямоугольника золотого сечения $Н'М$ и $МЛ$.

Прямоугольник 0,553 ($ФЖ'$) состоит из квадрата $ЮФ$ и прямоугольника $ЮК'$ с отношением сторон 0,447:0,553. Прямоугольник $ЮК'$ состоит из двух прямоугольников золотого сечения $Ж'Г$ и $ГК'$.

Прямоугольник 0,553 ($ФЖ'$) можно рассматривать также состоящим из прямоугольника 2:3 ($ФТ$) и двух прямоугольников золотого сечения $Ж'Ц$ и $ЦК'$[1]. В прямоугольниках золотого сечения $ФЖ$ и прямоугольнике 0,553 ($ФЖ'$), как уже отмечалось, малая сторона — общая, а большие стороны связаны отношением функции.

Система геометрической гармонии основана на прямоугольнике «два квадрата». Через стороны и диагональ прямоугольника числами 1, 2 и $\sqrt{5}$ можно выразить пропорциональные циркули античности $\left(1:2, \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}\right)$, отрезки и площади графика геометрической гармонии, исследования пропорций, выполненные Хэмбиджем и Жолтовским, — словом, все построения, связанные с золотым сечением. Анализ памятников архитектуры подтвердил, что пропорции прямоугольников, в которые можно заключить фасады и планы памятников и их главные элементы, определяются числами 1, 2 и $\sqrt{5}$. Отрезки графика имеют следующие значения:

$$\beta_2 = 1{,}236 = \sqrt{5} - 1;$$

$$\delta_6 = 1{,}180 = \frac{\sqrt{5^2}}{2+\sqrt{5}}$$

[1] Нахождение точки T засечкой, как показано на рисунке, допускает ошибку в 0,0018 (малая сторона и диагональ в прямоугольнике 2 : 3 связаны отношением 0,5546, а не 0,5528).

$$\delta_м = 1{,}056 = \frac{2\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

$$\beta_м = 0{,}944 = \frac{2^2}{2+\sqrt{5}}$$

$$\delta_3 = 0{,}854 = \frac{\sqrt{5}\,(1+2-\sqrt{5})}{2}$$

$$\beta_3 = 0{,}764 = 1+2-\sqrt{5}$$

$$\alpha_2 = 0{,}618 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

$$\delta_4 = 0{,}528 = \frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

$$\beta_4 = 0{,}472 = \frac{2}{2+\sqrt{5}}$$

$$\alpha_3 = 0{,}382 = \frac{1+2-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{1+2+\sqrt{5}}$$

$$\delta_5 = 0{,}326 = \frac{\sqrt{5}\,(\sqrt{5}-1)}{2(2+\sqrt{5})}$$

$$\beta_5 = 0{,}292 = \frac{\sqrt{5}-1}{2+\sqrt{5}}$$

Пропорции прямоугольников графика следующие:

$АК$ и $КЮ$ $\quad 0{,}944 = \frac{2^2}{2+\sqrt{5}}$

$ЮЖ$ $\quad 0{,}809 = 1:(\sqrt{5}-1)$

$ВЖ'$ $\quad 0{,}764 = 1+2-\sqrt{5}$

$$E'Ж' \quad 0{,}691 = \frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$$

$$E'Ж \text{ и } ЖФ \quad 0{,}618 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

$$ФЮ \quad 0{,}559 = \frac{\sqrt{5}}{2^2}$$

$$АФ \text{ и } ФС \quad 0{,}500 = \frac{1}{2}$$

$$BФ \quad 0{,}447 = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$EЖ' \quad 0{,}427 = \frac{\sqrt{5}}{1+2+\sqrt{5}}$$

$$EЖ \quad 0{,}382 = \frac{1+2-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{1+2+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$$

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ПРОПОРЦИИ АРХИТЕКТУРЫ

Прямоугольники рабочего графика связаны единством геометрической гармонии: они составлены из взаимопроникающих соизмеримых подобий. Кроме того, делением прямоугольника «два квадрата» в отношении золотого сечения и функции в центре графика в точке Φ отобраны четыре основные размера: δ_4, δ_5, β_4, β_5.

Этим размерам присуще качество выражать все основные связи геометрической гармонии[1]. Напомним об этом свойстве:

1. $\beta_4 + \delta_4 = 1$

2. $\beta_5 + \delta_5 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ (0,618)

3. $\beta_4 : \delta_4 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (0,894)

4. $\beta_5 : \delta_5 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (0,894)

5. $\beta_5 : \delta_4 = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5}}$ (0,553)

[1] Здесь представлены все связи—потому что отношение $1 : \sqrt{5}$ есть' прямоугольник, составленный из двух одинаковых прямоугольников $2 : \sqrt{5}$; кроме того, отрезки $\beta_м = 0{,}944$ и $\delta_м = 1{,}056$, берущие начало в точке Φ, связаны с β_4 и δ_4 простым удвоением ($0{,}472 \times 2 = 0{,}944$; $0{,}528 \times 2 = 1{,}056$).

6. $\delta_5 : \beta_4 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$ (0,691)

7. $\beta_5 : \beta_4 = \delta_5 : \delta_4 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (0,618)

Анализ памятников архитектуры выполнен на основе рабочего графика. Анализ показал, что из основных размеров графика развиваются размеры памятников. Отрезки графика β_4, β_5, δ_4, δ_5 составляют, таким образом, связующее звено между целым памятника (его высота) и внутренними членениями.

В результате естественного развития масс и частей памятника из определенных таким образом основных, начальных размеров плана, соразмерности прямоугольников планов и фасадов и их главных частей совпадают с соразмерностями прямоугольников графика или являются их производными.

Из незначительного по объему анализа, представленного здесь, ясно выступают три главных закономерности членения пропорций:

1. Элементы пропорции неизменны. Их составляют взаимопроникающие подобия геометрической гармонии.

2. Основу взаимосвязи членений составляют те же отношения геометрической гармонии.

3. Каждому памятнику присуща своя основная связь, своя ведущая мелодия.

Привлечение большого количества обмеров лучших памятников архитектуры и более глубокое их изучение позволит отыскать более конкретные ритмические закономерности связи, создать «музыкальную грамоту» пропорциональности. В то же время очевидно, что общего «правила» пропорциональной связи соразмерных частей не существует.

Для анализа взяты памятники архитектуры — общепризнанные образцы гармонического единства. Церковь Вознесения села Коломенского, церковь Покрова на Нерли и Парфенон принадлежат к числу лучших созданий человеческого гения. Церковь Богоявления в селе Красном на Волге — шатровый храм конца XVI века, последний из сохранившихся каменных храмов Руси, в котором тема шатра остается главной темой сооружения[1].

[1] При анализе пропорций церкви Богоявления возникло данное исследование. Применение одних и тех же композиционных приемов в решении объемов, тождественность планов, их основные размеры, датировка памятников и их строительство в личных землях Бориса Годунова — все это позволяет считать, что ныне не существующая церковь Борисова городка на Верее под Можайском и церковь Богоявления построены одним и тем же талантливым мастером, имя которого пока неизвестно.

МЕТОД АНАЛИЗА

Сторона графика $\beta_1 = 2$ приравнивается высоте церкви, от ее основания до основания креста. Все соразмерности выражаются в числах относительно $\alpha_1 = 1$. Помимо определения главных размеров памятника на основе рабочего графика, показано последовательное развитие пропорциональных членений памятника, показана ведущая пропорциональная связь — «основная мелодия». Дано объяснение пропорций прямоугольников, образующих планы и фасады и их основные фрагменты. Они математически выражены элементами графика — числами 1, 2 и $\sqrt{5}$.

ЦЕРКОВЬ ПОКРОВА НА НЕРЛИ. 1165—1167 ГОДЫ

В церкви Покрова на Нерли с удивительной чистотой выражена пропорциональная идея памятника. Лейтмотивом соразмерности выступает функциональная связь $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$. Все созвучные элементы сооружения связаны отношением функции и происходят из основных элементов графика.

ПЛАН[1]

Основной размер плана *АБ* равен основному размеру графика $\alpha = 1$. Он определяется из центра графика *Ф*. *ФА* равно $\delta_4 = 0{,}528$. *ФБ* равно $\beta_4 = 0{,}472$. $\beta_4 : \delta_4 = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Ширина прямоугольника *ВГ* равна $\alpha_1 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}894$.

Прямоугольник, в который вписаны столбы, имеет стороны: $\delta_4 = 0{,}528$ (*ЗИ*) и $\beta_4 = 0{,}472$ (*ЛК*).

Подкупольные столбы вписаны в окружность радиусом $\delta_5 = 0{,}326$.

Подкупольный прямоугольник имеет большую сторону *МН*, равную $\beta_5 = 0{,}292$. Известно, что $\beta_5 : \delta_5 = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

[1] При чтении желательно иметь пропорциональный циркуль, установленный на отношение $2 : \sqrt{5} = 0{,}472 : 0{,}528 = 0{,}894 : 1 = 1 : 1{,}118$

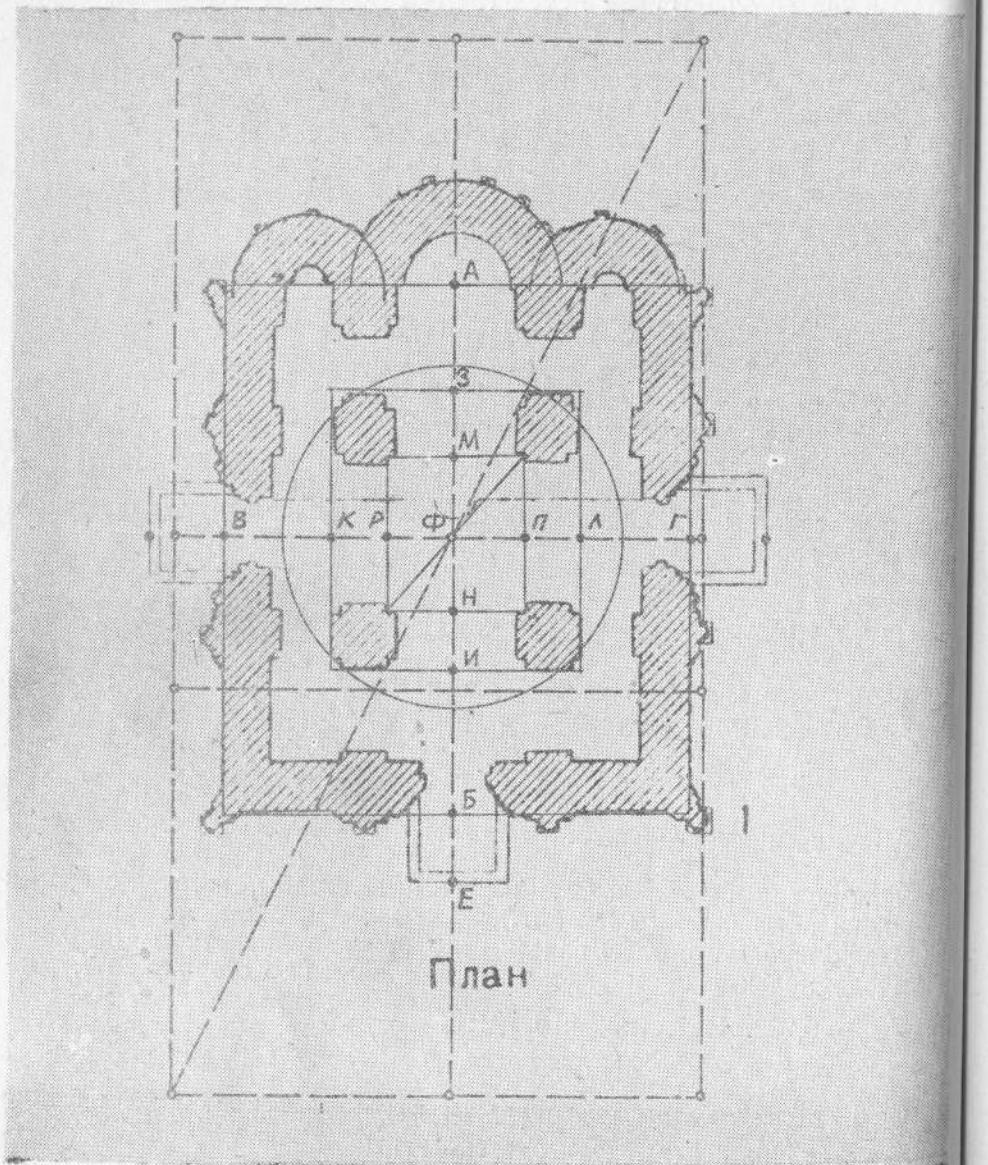
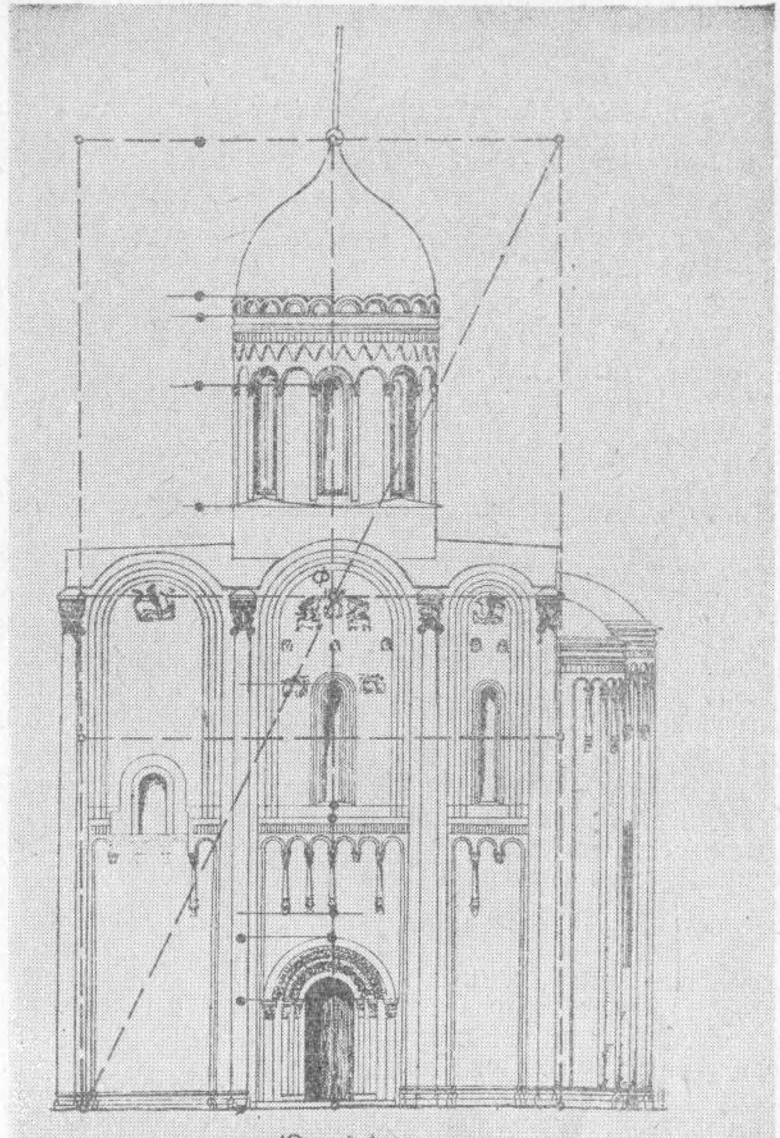


Рис. 20



Южный фасад

Рис. 21

Малая сторона подкупольного квадрата равна $\beta_5 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}292 \times 0{,}894 = 0{,}261$ (*РП*).

Столбы в плане не квадратны, а вытянуты с запада на восток и имеют отношение сторон (включая раскреповки) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Столбы неодинаковы. Отношение функции соблюдено на двух восточных столбах. Средний размер прямоугольника столба: по длине $\delta_7 = 0{,}124$; по ширине $\beta_7 = 0{,}112$.

Наружный диаметр среднего алтаря равен диагонали подкупольного квадрата (0395). Наружный диаметр малого алтаря равен большой стороне подкупольного квадрата.

Расстояние от западной границы крыльца до центра $ФЕ = 2\,\delta_5 = 0{,}652$.

Расстояние от северного и южного крылец до центра $ФД = 2\,\beta_5 = 0{,}584$. δ_5 и β_5 связаны отношением функции $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

ФАСАДЫ

Высота церкви равна основному размеру графика $\beta_1 = 2{,}000$.

Церковь разделена на основание (четверик) и завершение в отношении функции. Основание (высота четверика) $\delta_м = 1{,}056$. Завершение равно $\beta_м = 0{,}944$.

Ширина четверика по южному фасаду $\alpha_1 = 1$. Колонки делят плоскость стены на три поля. Каждое поле увенчано закомарой. Диаметры закомар, отвечающие расстояниям между колонками, связаны следующим образом: средняя (0,354) и западная (0,315) связаны отношением функции $0{,}315 : 0{,}354 = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Средняя и восточная (0,218) связаны золотым сечением. $0{,}218 : 0{,}354 = 0{,}618$. Эта связь не является механическим следствием плана: колонки пластично развиты из стены, сравнение восточных и западных колонок (в плане) свидетельствует о пропорциональном расчете.

Высота портала равна диаметру средней закомары: 0,354.

Таким образом, отыскав размер 0,354, мы отыскали бы недостающее звено в цепи логической связи фасада и плана. Число 0,354 равно функции от диагонали подкупольного квадрата. $0{,}395 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}354$.

Аркатурный пояс. Его положение определено точкой *E* (См. план. $ФЕ = 2\,\delta_5 = 0{,}652$). Ширина аркатурного пояса равна $\delta_6 = 0{,}202$. По высоте пояс расчленен в золотом сечении. Высота колонок $\delta_7 = 0{,}124$. Ширина аркатурного пояса с полкой (до линии окон) равна $\delta_6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = 0{,}226$.

Завершение памятника — барабан и глава. Высота барабана от верха четверика (*Ф*), включая аркатурное венчание, равна $\alpha_2 = 0{,}618$.

Высота квадратного основания барабана равна $\beta_6 = 0{,}180$. Этот размер связан с шириной аркатурного пояса $\delta_6 = 0{,}202$ отношением функции: $\beta_6 = \delta_6 \frac{2}{\sqrt{5}}$. Высота круглой части барабана (без аркатурного венчания) равна диагонали подкупольного прямоугольника 0,395. Этому же размеру равно расстояние от верха аркатурного пояса до капителей четверика.

Диаметр барабана равен $\beta_4 \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}472 \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}422$ (функция малой стороны большого подкупольного прямоугольника).

Высота главы равна $\delta_5 = 0{,}326$.

Пропорции прямоугольников планов, фасадов и их основных элементов следующие.

Общее пятно плана, включая алтарь и крыльца, вписано в прямоугольник, близкий к функциональному. Отношение сторон прямоугольника $1{,}168 : 1{,}326 = 0{,}880$. Расхождение с функциональным отношением на 0,014[1].

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Четверик вписан в функциональный прямоугольник со сторонами 0,894 : 1.

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

[1] Эту единственную непоследовательность в принципе композиции плана следует объяснить тем, что крыльца пристроены позднее, на месте разобранной древней галереи.

Подкупольные столбы вписаны в функциональный прямоугольник с отношением сторон 0,472 : 0,528=0,894.

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Подкупольный прямоугольник — прямоугольник функции с отношением сторон 0,292 : 0,326=0,894.

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Силуэт южного (северного) фасада *АБ,* включая колонки и алтарь, вписан в прямоугольник золотого сечения с отношением сторон 1,236 : 2=0,618.

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Силуэт западного (восточного) фасада вписан в прямоугольник с отношением сторон 0,944 : 2=0,472.

$$\frac{2}{2+\sqrt{5}} \text{ (меньший отрезок функции).}$$

Основание (южный фасад), включая алтарь, вписано в прямоугольник с отношением сторон 1,056 : 1,236=0,854.

$$\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1}.$$

Основание (западный фасад) — функциональный прямоугольник с отношением сторон 0,944 : 1,056.

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Завершение — барабан и глава — вписано в прямоугольник с отношением сторон 0,422 : 0,944=0,447.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (два прямоугольника функции).}$$

Квадратное основание барабана вписано в прямоугольник со сторонами 0,180 : 0,422 = 0,427.

$$\frac{\sqrt{5}}{1+2+\sqrt{5}}.$$

Цилиндр барабана — квадрат со сторонами 0,422 и 0,430.

$$\frac{1}{1} \text{ (расхождение в 0,016).}$$

Глава вписана в прямоугольник с отношением сторон 0,326 : 0,422 = 0,774

$$\frac{\sqrt{5}^2(\sqrt{5}-1)}{2^3}.$$

Итак, пропорции церкви Покрова на Нерли построены на основных элементах графика, которые сходятся в центре графика в точке *Ф* — 0,528, 0,472, 0,326, 0,292. Эти величины попарно связаны отношением функции $(2:\sqrt{5})$. Кроме того, обе пары связаны отношением золотого сечения $(\sqrt{5}-1):2$. $(0{,}528+0{,}472):(0{,}326+0{,}292)=1:0{,}618$.

Взятые через число, они также связаны отношением золотого сечения. 0,326 : 0,528 = 0,292 : 0,472 = 0,618.

Внутренняя пара чисел связана отношением $\sqrt{5}:(1+\sqrt{5})=0{,}691$.

Внешняя пара чисел связана отношением $(\sqrt{5}-1):\sqrt{5}=0{,}553$ (0,326 : 0,472 = 0,691); (0,292 : 0,528 = 0,553).

Таким образом, в самих исходных элементах пропорции церкви Покрова на Нерли заложены связи всех взаимопроникающих подобий геометрической гармонии: $2:\sqrt{5}$; $(\sqrt{5}-1):2$; $\sqrt{5}:(1+\sqrt{5})$; $(\sqrt{5}-1):\sqrt{5}$. Всех — потому что отношение $1:\sqrt{5}$ составлено из двух одинаковых прямоугольников функции $2:\sqrt{5}$. (И действительно, строя последовательно пропорции на связи $2:\sqrt{5}$, мы получили пропорцию завершения — барабан и глава — $1:\sqrt{5}$).

Но зодчий Покрова на Нерли не просто использовал основные величины плана, пронизанные взаимосвязями геометрической гармонии. Единство истока он помножил на единство идеи развития соразмерностей внутри целого. Темой развития соразмерностей для Покрова на Нерли служит отношение $2:\sqrt{5}$. Принцип единства подчеркнут и тем, что основные размеры церкви — высота и главный размер плана — связаны отношением 1 : 2, как стороны прямоугольника „два квадрата“.

Очевидно, во всяком гармоническом произведении архитектуры лейтмотивом связи соразмерных частей призваны служить те же отношения геометрической гармонии, на которых строится соразмерность частей.

ЦЕРКОВЬ ВОЗНЕСЕНИЯ В КОЛОМЕНСКОМ. 1532 ГОД

Единство ритмического членения церкви Вознесения является абсолютным. Исследование показало, что все элементы церкви от общего пятна плана до любого членения фасада подчинены двум отношениям геометрической гармонии: повторению размеров (1 : 1, квадрат) и отношению $1:\left(\sqrt{5}-1\right)$. Отношение $1:\left(\sqrt{5}-1\right)$ соответствует отношению $0{,}447:0{,}553=0{,}809$. Прямоугольник $1:\left(\sqrt{5}-1\right)$ состоит из двух прямоугольников золотого сечения.

Повторение размеров предназначено для определения соразмерностей. Квадраты — прямоугольники плана. Квадратами являются четверик (от пола галереи до карниза), восьмерик, восьмерик барабана.

Тема $\sqrt{5}-1$ определяет соразмерности и служит лейтмотивом связи частей в единое целое.

ПЛАН[1]

1. В окружность радиусом $\beta_4=0{,}472$ вписан квадрат со стороной A. Окружность определила положение гульбища с севера, с востока и с юга. В квадрат вписан сложный двенадцатиугольник плана памятника.

2. Разделив сторону квадрата в отношении $1:\left(\sqrt{5}-1\right)$, находим, что меньший размер равен стороне B внутреннего квадрата плана[2].

3. Построив внутренний квадрат плана и измерив его диагональ $д$, определим сторону четверика $Б$.

$$Б=д\left(\sqrt{5}-1\right).$$

[1] При чтении для наглядности нужно иметь пропорциональный циркуль, установленный на отношение $1:\left(\sqrt{5}-1\right)=0{,}447:0{,}553=0{,}809:1=1:1{,}236$

[2] Сторона B практически равна $\beta_5=0{,}292$. Расхождение равно 0,005.

4. Вынос площадки западного крыльца, границу северного крыльца и площадку южного крыльца определяем из центра $Ф$ радиусом $\alpha_2=0{,}618$. Этот вынос определяется также из размера полудиагонали четверика, так как связан с ней отношением $\left(\sqrt{5}-1\right)$.

Ширина площадки равна стороне четверика $Б$.

5. Вынос западного крыльца равен выносу южного крыльца и равен $\alpha_3=0{,}382$. Этот размер также определяется из начального размера построения $\beta_4=0{,}472$ и равен

$$\beta_4:\left(\sqrt{5}-1\right)$$

6. Протяженность северного крыльца с запада на восток равна

$$\alpha_2\left(\sqrt{5}-1\right)=0{,}618\left(\sqrt{5}-1\right)$$

7. Протяженность части западного крыльца, расположенной по оси север — юг, равна $\beta_4=0{,}472$ и связана с участком, расположенным по оси входа, отношением $\sqrt{5}-1$.

8. Нижняя часть южного крыльца, расположенная с запада на восток, связана с аналогичной частью северного крыльца отношением $\sqrt{5}-1$.

9. Ширина притворов равна половине стороны четверика $Б$.

ФАСАД

1. По высоте, включая крест, памятник расчленен на основание (четверик и восьмерик) и завершение (шатер и барабан с главой и крестом). Основание связано с завершением отношением $\sqrt{5}-1$.

2. Высота четверика до основания фронтонов (верх маленьких капителей) равна $\beta_4\left(\sqrt{5}-1\right)$.

3. Отложив повторно высоту четверика до основания фронтонов вверх, получим отметку верха восьмерика.

4. Высота четверика до верхней отметки карниза связана с высотой четверика до основания фронтонов отношением $\sqrt{5}-1$.

5. Четверик от пола галереи до верха карниза — квадрат 1 : 1.

6. Ширина восьмерика равна его высоте 1 : 1.

7. Высота шатра связана со стороной четверика (или с высотой четверика от пола галереи) отношением $\sqrt{5}-1$.

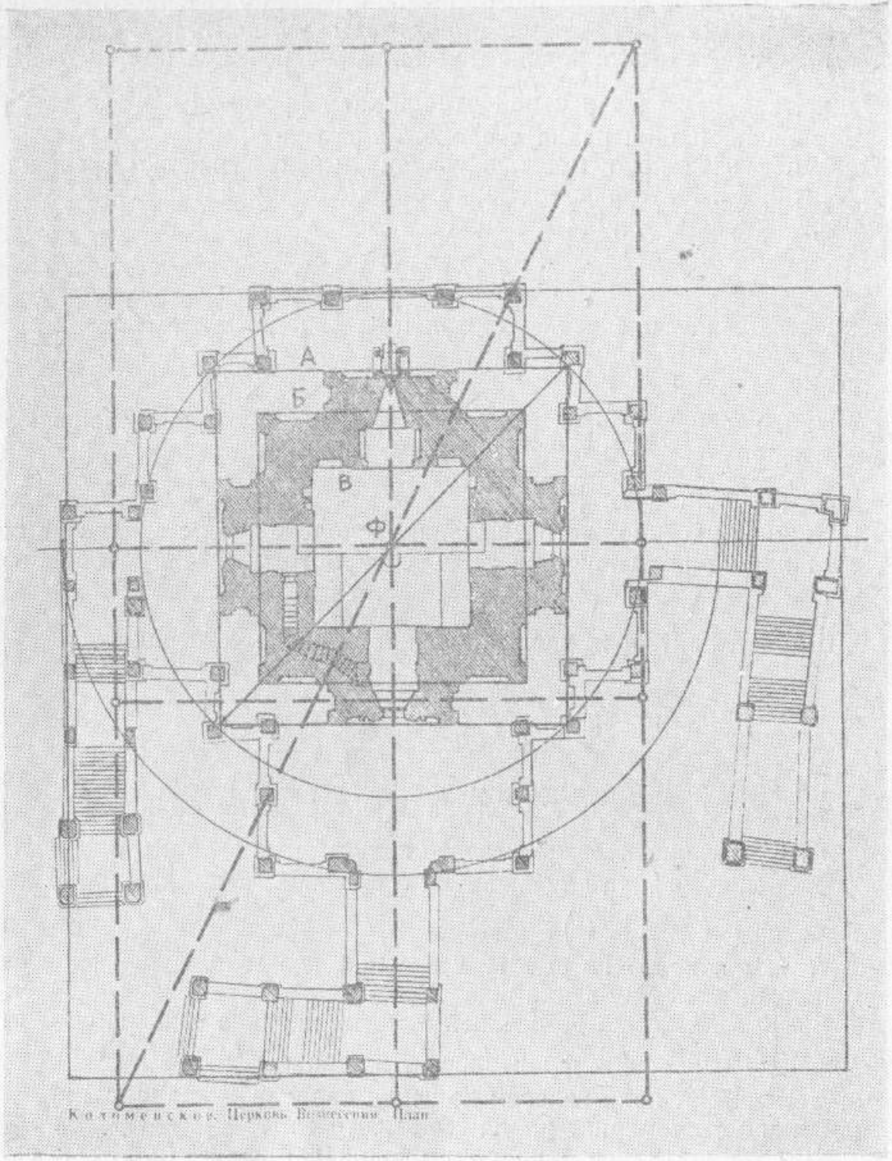

А
Б
В
Ф
Коломенское. Церковь Вознесения. План

Рис. 22

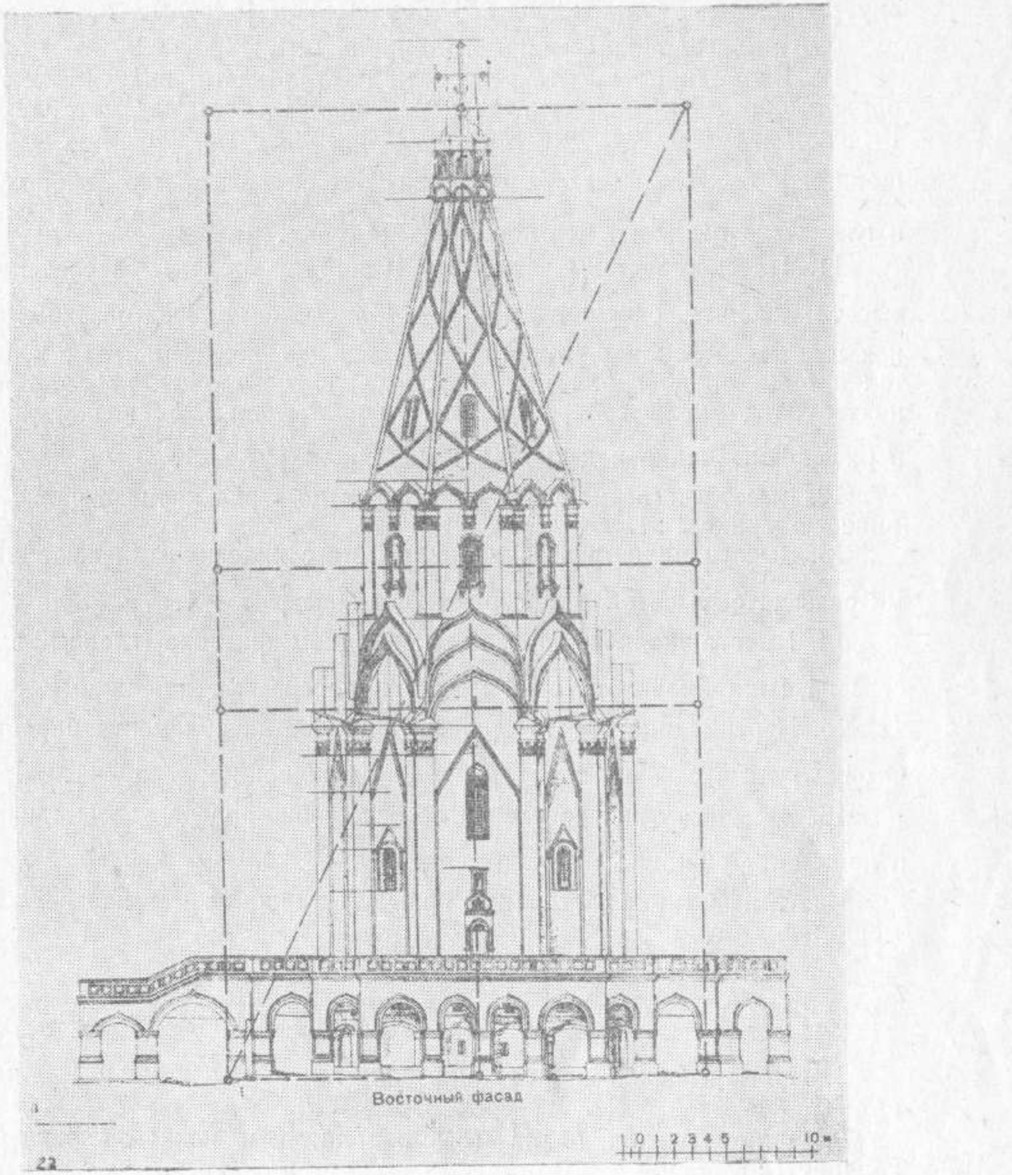

Восточный фасад
0 1 2 3 4 5 10 м
23

Рис. 23

8. Ширина восьмерика барабана связана с половиной стороны внутреннего квадрата плана (B) отношением $\sqrt{5}-1$.

9. Высота барабана равна его ширине 1 : 1.

10. Барабан по высоте расчленен на три части: внизу пьедестал, обработанный кокошниками, затем колонки и — вверху — антаблемент. Высота барабана (без антаблемента) связана с полной высотой отношением $\sqrt{5}-1$. Высота барабана и главы связана с высотой барабана и главы без пьедестала отношением $\sqrt{5}-1$.

11. Плоскость стены четверика (узкий простенок) расчленена по высоте так, что отношением $\sqrt{5}-1$ последовательно связаны: полная высота четверика — высота четверика до верха маленьких капителей — высота до верха окна — высота до низа окна. Расстояние от низа окна до пола галереи связано с расстоянием от низа окна до верха фронтончика над окном отношением $\sqrt{5}-1$.

12. Высота четверика от пола галереи до верха карниза равна ширине четверика 1 : 1.

13. Высота пилястр восьмерика вместе с килевидными кокошниками связана с высотой пилястр отношением $\sqrt{5}-1$.

14. Высота входного портала на западном притворе (главный вход) связана с шириной простенка между пилястрами отношением $\sqrt{5}-1$.

15. Перекладина креста равна ширине антаблемента барабана. Стойка креста связана с перекладиной отношением $\sqrt{5}-1$.

16. Весь памятник расчленен по основанию ордера восьмерика в отношении функции $2:\sqrt{5}$.

Части памятника составляют прямоугольники геометрической гармонии:

ПЛАНЫ

1. Прямоугольник плана (включая галереи и крыльца) — квадрат 1:1.

2. Прямоугольник плана (без западного и южного крылец) — квадрат 1 : 1.

3. Прямоугольник четверика — квадрат 1 : 1.
4. Прямоугольник четверика, включая притворы, — квадрат 1 : 1.
5. Прямоугольник внутреннего помещения — квадрат 1 : 1.

ФАСАД

1. Прямоугольник фасада составлен из двух прямоугольников $\sqrt{5}-1$ и квадрата 1 : 1 (см. рис. 25).

2. Четверик имеет отношение сторон $1:\sqrt{2}$.
3. Четверик от пола до основания восьмерика — квадрат 1:1.
4. Восьмерик — квадрат 1:1.
5. Завершение (шатер и барабан с главой и крестом) вписано в прямоугольник 0,472 с отношением сторон $2:(2+\sqrt{5})$.

6. Барабан вписан в квадрат 1:1.

7. Барабан без антаблемента — прямоугольник $\sqrt{5}-1$.

8. Глава, включая антаблемент барабана, — прямоугольник $\sqrt{5}-1$.

9. Крест вписан в прямоугольник $\sqrt{5}-1$.

ПАРФЕНОН АФИНСКОГО АКРОПОЛЯ. V ВЕК ДО Н. Э.

В пропорциональном строе церкви Покрова на Нерли применены одновременно две темы — $2:\sqrt{5}$ и золотое сечение; в церкви Вознесения в Коломенском — также две темы — $\sqrt{5}-1$ и 1 : 1; в Парфеноне единственной темой членений и построения формы служит отношение $1:\sqrt{5}$, и главный фасад (без фронтона) вписан в прямоугольник „два квадрата“ — геометрическую основу всякого построения[1].

[1] На то, что план Парфенона — прямоугольник $1:\sqrt{5}$, указано и Месселем и Хэмбиджем. $1:\sqrt{5}=0{,}447$. Число легко запомнить: Парфенон заложен в 447 г. до н. э.

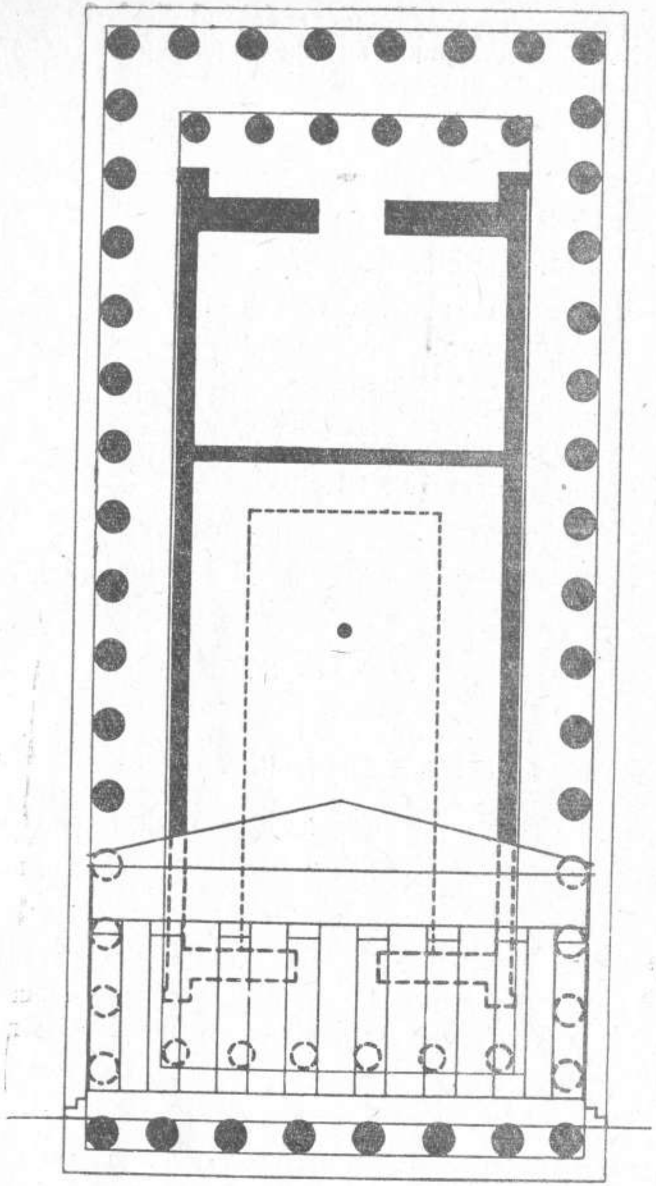


Рис. 24

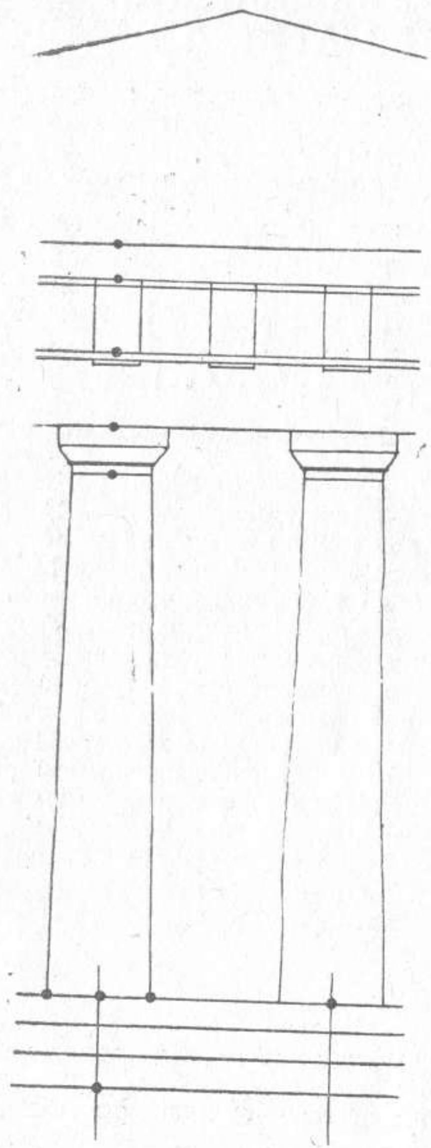


Рис. 25

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОПОРЦИЙ ОСНОВАНИЯ ПАМЯТНИКА—СТИЛОБАТА — И РАЗБИВКА КОЛОНН В ПЛАНЕ.

Храм поднят на стилобат, назначение которого — создать наиболее выгодную точку зрения, идеальную перспективу. Высота стилобата 167,5 *см* — соответствует росту человека. Стилобат имеет три ступени. Верхняя ступень служит площадкой для разбивки плана здания и имеет стороны 30,89 *м* и 69,07 *м*, связанные отношением $1:\sqrt{5}$.

По главному фасаду храм имеет восемь колонн. Угловые, фланкирующие колонны сближены с остальными и утолщены. Угловая колонна и интерколумний связаны отношением $1:\sqrt{5}$ с высотой стилобата.

$$1{,}675\ м : \left(1:\sqrt{5}\right) = 3{,}72\ м.$$

Остальные колонны расставлены с одинаковым шагом так, что шаг колонн и их диаметр связаны отношением $1:\sqrt{5}$.

Диаметр колонны — 1,92 *м;* шаг колонн — 4,29 *м*.

Колонны диаметром 1,92 *м* в натуре не существует. Как свидетельствуют обмеры, диаметр угловых колонн равен 1,944 *м*, а диаметр средних колонн — равен 1,905 *м*. Очевидно, что полученный расчетом размер диаметра мастер интерполировал: так как угловые колонны, фланкирующие объем и зрительно более загруженные, сближены, их нужно было утолстить, а реже расставленные, зрительно менее загруженные,— утонить. Эта корректива введена от среднего расчетного размера прибавлением 24 *мм* для получения диаметра угловых колонн и убавлением в толщине на 15 *мм* для получения диаметров средних колонн. Такая манера учета тончайших нюансов последовательно проведена во всех элементах Парфенона, начиная с курватур стилобата, уклона колонн внутрь и т. п. Как мы увидим далее, из определенного расчетом диаметра колонны и шага колонн производны все последующие построения плана и фасада Парфенона.

ФАСАД

Высота ордера вместе со стилобатом равна половине ширины стилобата, точнее — половине ширины фасада, взятого по наружным точкам колонн (колонны отстоят от края стилобата на 5 *см*). Таким образом, фасад вписан в прямоугольник «два квадрата». Его высота без стилобата равна

$$30{,}79\ м : 2 - 1{,}675\ м = 13{,}72\ м.$$

Высота фронтона равна шагу колонн, т. е. 4,29 *м*.

Высота колонны до шейки капители производна от шага колонн и связана с ним отношением $1:\sqrt{5}$.

$$4{,}29\ м : \left(1:\sqrt{5}\right) = 9{,}57\ м.$$

Высота капители связана с диаметром колонны отношением $1:\sqrt{5}$.

$$1{,}92\ м\left(1:\sqrt{5}\right) = 0{,}86\ м.$$

Таким образом, высота колонны равна

$$9{,}57\ м + 0{,}86\ м = 10{,}43\ м.$$

Антаблемент равен по высоте

$$13{,}72\ м - 10{,}43\ м = 3{,}29\ м.$$

Антаблемент расчленен на три части: архитрав, фриз и карниз, связанные последовательно отношением $1:1:\left(1:\sqrt{5}\right)$.

$$1{,}345\ м : 1{,}345\ м : 0{,}60\ м.$$

Точно в таком же отношении расчленена капитель на абаку, эхин и шейку

$$0{,}351\ м : 0{,}351\ м : 0{,}158\ м.$$

Ширина триглифа равна высоте капители.

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА

За наружной колоннадой Парфенона размещена целла. Ширина целлы связана с высотой колонны (без капители) отношением $1:\sqrt{5}$.

$$9{,}57\ м : \left(1:\sqrt{5}\right) = 21{,}40\ м.$$

Длина целлы связана с ее шириной отношением $1:\sqrt{5}$.

$$21{,}4\ м : (1:\sqrt{5}) = 47{,}85\ м.$$ [1]

Целла разделена поперечной стеной на два храма: обращенный к востоку больший храм Афины и обращенный на запад, к Пропилеям, меньший храм Парфенос. Длины храмов (в чистоте) относятся как $1:\sqrt{5}$.

Внутри храма Афины — двухъярусная колоннада. Ее ширина (расстояние в осях колонн) связана с шириной целлы отношением $(\sqrt{5}-1):\sqrt{5}$.

$$21{,}4\ м \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} = 11{,}83\ м.$$

Однако введение этого отношения необязательно: расстояние в осях колонн может быть вычислено как разность: ширина целлы минус высота колонны (без капители)

$$21{,}4\ м - 9{,}57\ м = 11{,}83\ м.$$

Длина колоннады (от восточной стены до оси колонн) связана с шириной, как $1:\sqrt{5}$.

$$11{,}83\ м : (1:\sqrt{5}) = 26{,}45\ м.$$

Статуя Афины расположена в храме так, что расстояние до нее от входа связано со всей глубиной целлы отношением $1:\sqrt{5}$.

ЦЕРКОВЬ БОГОЯВЛЕНИЯ В КРАСНОМ. 1592 ГОД

ПЛАН

Четверик (включая пилястры) — квадрат со стороной $\alpha_2=0{,}618$ (*МЖ'*).

Ширина гульбища с севера, запада и с юга определяется из центра графика Φ радиусом $\delta_4=0{,}528$ (*ФК*).

[1] В обмерах здесь большое несовпадение: по данным Пенроза целла имеет размеры 21,24 *м* × 48,73 *м*; по данным Колиньона — 21,50 *м* × 48,14 *м*.

Вынос алтаря определяется из точки Φ радиусом $\alpha_1:2=0{,}500$ (*ФД*).

Вынос северного крыльца определяется из точки Φ радиусом $\delta_3=0{,}854$. $\delta_3=\delta_{м_1}-\delta_6$.

Вынос западного крыльца определяется из центра Φ радиусом $\delta_м=1{,}056$ (*ФА*).

ФАСАД

Церковь разделена в точке Φ на основание и завершение.
Основание равно $\beta_м=0{,}944$.
Завершение равно $\delta_м=1{,}056$.
Высота четверика равна $\delta_4=0{,}528$.
Ширина гульбища равна $2\times\delta_4=2\times0{,}528=1{,}056$.
Высота восьмерика равна $\beta_{м_1}-\delta_4=0{,}944-0{,}528=0{,}416$.
Высота шатра равна $\delta_{\delta_2}=0{,}730$.
Основание шатра равно $\beta_4=0{,}472$.
Барабан по высоте равен $\delta_6=0{,}202$.
Основание барабана $\delta_7=0{,}124$.
Высота главы равна $\delta_8=0{,}078$.
Ширина главы равна $\delta_8=0{,}078$.
Высота завершения (барабан и глава) равна $\delta_5=0{,}326$.

ПОСТРОЕНИЕ ПРОПОРЦИИ
ПРИНЦИП РЕКОНСТРУКЦИИ УТРАЧЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗДАНИЯ
О ПРОИСХОЖДЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГАРМОНИИ
И РАБОЧЕМ МЕТОДЕ ДРЕВНЕГО ЗОДЧЕГО

Пропорции памятников исследованы, исходя из главных размеров: высоты церкви (Покрова на Нерли, Вознесения в Коломенском, Богоявления в Красном), или ширины и длины плана (Парфенон). В анализе Парфенона и церкви Вознесения такой метод не может вызвать сомнения. Но как он мог быть применен при анализе церкви Покрова на Нерли или Богоявления в селе Красном, если известно, что древние главы на них не сохранились?

Сначала было предположено, что основание памятника связано с завершением отношением $2:\sqrt{5}$ (для обеих церквей), по примеру церкви в селе Коломенском, где древняя глава сохранилась. Я считал,

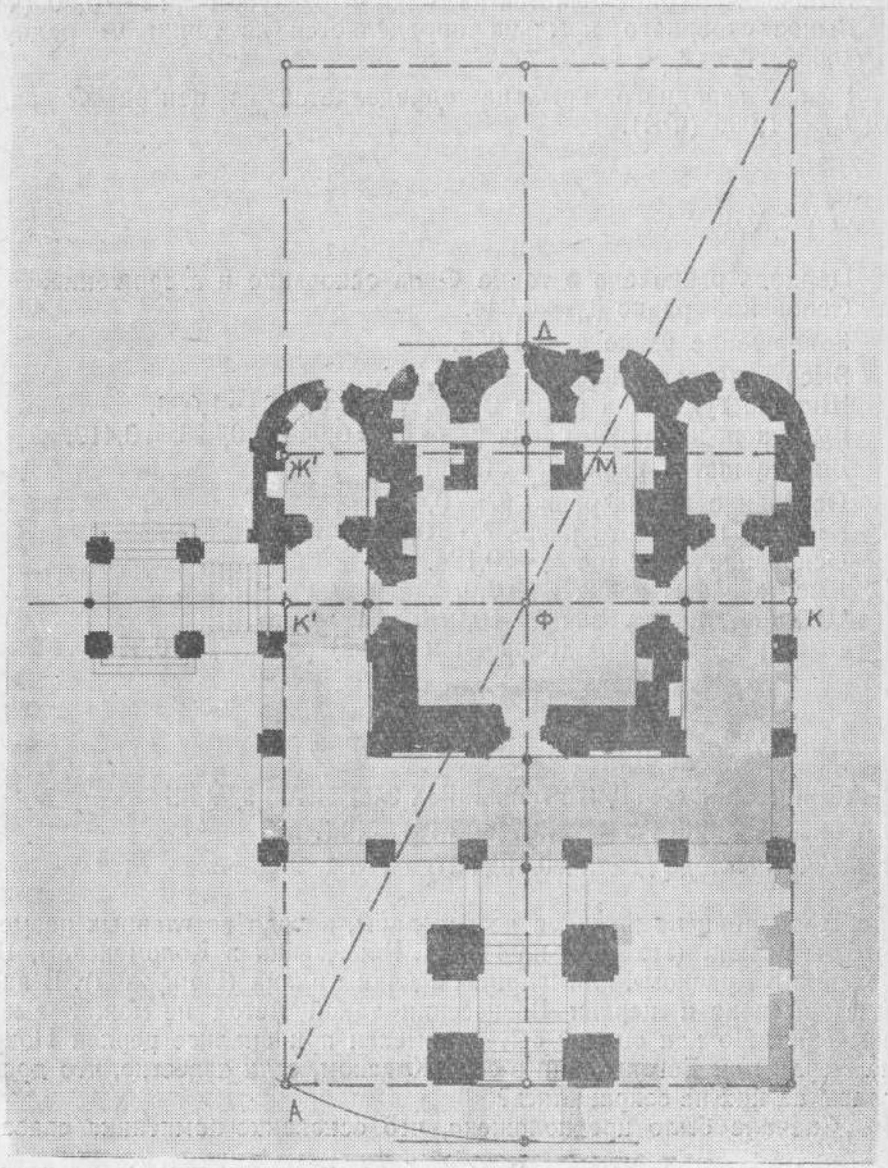


Рис. 26

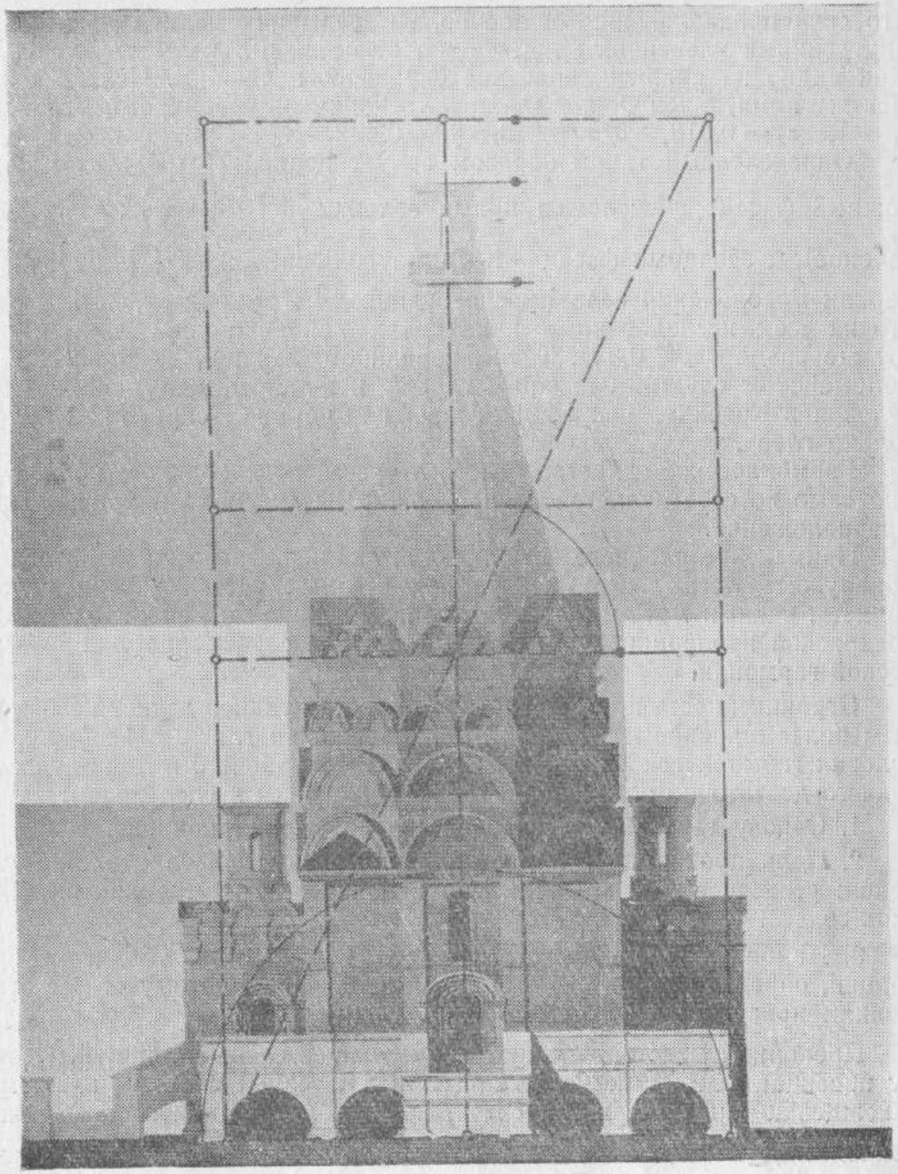


Рис. 27

что если предположение ошибочно, то гармонической связи между внутренними членениями памятника, отнесенными к высоте, не будет. Как видно из анализа, опасение оказалось излишним. Основные элементы памятников определились основными размерами графика: $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0{,}618$, $\delta_4 = 0{,}528$, $\beta_4 = 0{,}472$, $\delta_5 = 0{,}326$ и $\beta_5 = 0{,}292$

Определенный таким образом силуэт церкви Покрова на Нерли (южный фасад) вписался в прямоугольник $(\sqrt{5}-1):2$ (золотое сечение), а западный фасад — в прямоугольник $2:(2+\sqrt{5})$. Глава церкви Богоявления села Красного вписалась в квадрат, выяснилось, что на всех исследованных памятниках венчание составляет один и тот же размер $\delta_5 = 0{,}326$. Таким венчанием для церкви Вознесения в Коломенском служит барабан с главой и крестом, для церкви Богоявления в Красном — барабан и глава; для церкви Покрова на Нерли — только глава.

Гармоническое единство целого и частей подтвердилось полностью, оно само по себе является неопровержимым аргументом правильности предположения.

Применение рабочего графика для анализа памятников позволило обнаружить логику взаимосвязи соразмерных частей внутри целого, увидеть, какими математическими связями, какой идеей объединены в прекрасной пропорции в архитектурное целое соразмерности геометрической гармонии.

Ограниченность круга исследованных памятников делает невозможным более широкие и детальные обобщения, но главные необходимые условия гармонического единства и существо рабочего метода древнего зодчего достаточно определились. Они заключены в следующем:

1. Основу гармонического единства составляет подобие.

2. Цель пропорции — в достижении максимального единства членения; степень единства заключена в количестве внутренних ритмических связей.

3. Наибольшей силой эстетического воздействия обладают пропорции, определенные в системе «двух квадратов», потому что ее отношениям присуще максимальное число взаимосвязей.

Пропорции масс определяют последующее членение частей. Поэтому проекции объема памятника (план и фасады) служат ключом к нахождению закономерности связи, принятой для данного памятника. В древних памятниках эта связь выражена открыто. Если тема Парфенона — $1:\sqrt{5}$, то и план имеет отношение $1:\sqrt{5}$, главный фасад — „два квадрата", а боковой фасад состоит из двух прямоугольников

$1:\sqrt{5}$. Если пропорциональный строй церкви Покрова на Нерли содержит две темы — $2:\sqrt{5}$ и золотое сечение как вторую связь, то планы Покрова на Нерли есть прямоуголники $2:\sqrt{5}$, фасады — главный составлен из прямоугольника $2:\sqrt{5}$ и квадрата, боковой — прямоугольник золотого сечения.

В церкви Вознесения в Коломенском, памятнике более позднем, эта связь глубоко скрыта, и обнаружить ее значительно трудней. Здесь — две темы: $1:(\sqrt{5}-1)$ и квадрат. Пропорции планов — квадраты, но в пропорции фасада связь выражена скрыто: столп церкви вписан в прямоугольник, составленный из двух прямоугольников $\sqrt{5}-1$ и квадрата, но разделение фасада на эти фигуры не выражено членениями памятника (см. рис. 32).

Наиболее совершенен такой размер, который по масштабу подчинен общему ритмическому строю пропорции, а по величине — связан с сопряженными элементами и целым наибольшим количеством связей, присущих данному памятнику. Это свойство особенно важно при реконструкции утраченных частей памятников, если только памятники построены с соблюдением законов геометрической гармонии. Рассмотрим определение размера главы и креста для церкви Покрова на Нерли.

Размер главы обоснован ранее; напомним только, что в результате завершение памятника — барабан и глава — вписалось в прямоугольник $1:\sqrt{5}$; отношение завершения к основанию (четверик) — $2:\sqrt{5}$; силуэт западного фасада вписался в прямоугольник $2:(2+\sqrt{5})$, а силуэт южного фасада — в прямоугольник $(\sqrt{5}-1):2$.

Пропорция креста ясна. Подобно тому, как крест на церкви Вознесения в Коломенском выражает главную пропорциональную тему памятника — $\sqrt{5}-1$, так и для Покрова на Нерли крест следует принять $2:\sqrt{5}$. Каковы же абсолютные размеры креста?

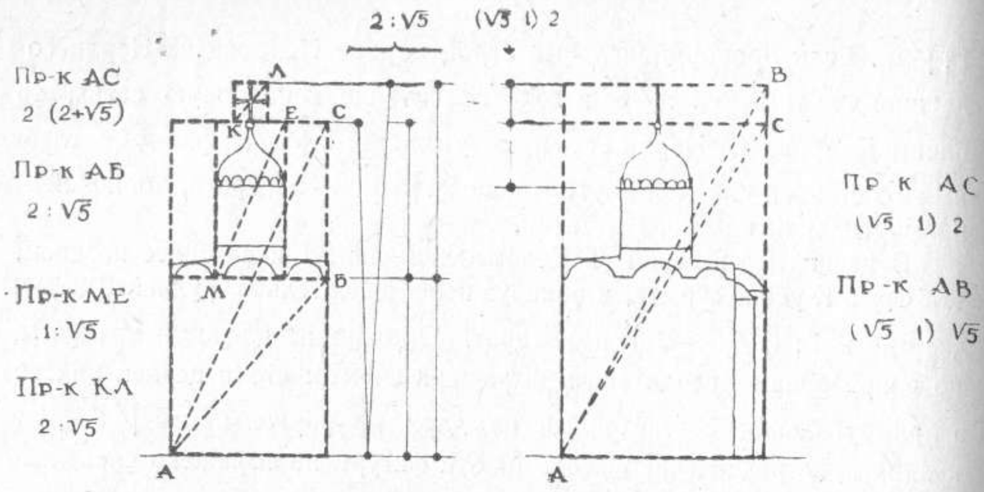


Рис. 28

Предположим, что высота памятника, включая крест, разделена на основание и завершение в отношении $2:\sqrt{5}$ (рис. 28). Тогда окажется, что:

полная высота памятника с крестом и высота памятника без креста связаны отношением $2:\sqrt{5}$;

высота креста связана с высотой главы (включая аркатуру) отношением золотого сечения $(\sqrt{5}-1):2$;

пропорция прямоугольника южного фасада (включая крест) — $(\sqrt{5}-1):\sqrt{5}$;

прямоугольник завершения (включая крест) — прямоугольник $2:[(1+2)\sqrt{5}]$;

размах перекладины креста связан с шириной барабана отношением 1 : 2.

Если масштаб креста в общем ритмическом строе определен правильно, то можно не сомневаться, что размер и пропорция креста идеально увязаны с памятником в целом и его частями.

Геометрическая гармония — наука о гармоническом единстве частей и целого. Она была известна в глубокой древности и исчезла, не оставив иного следа, кроме памятников искусства и, в первую очередь, памятников архитектуры. Геометрическая гармония построена на взаимосвязи трех чисел: 1, 2 и $\sqrt{5}$, т. е. на соотношении сторон и диагонали „двух квадратов".

Памятники архитектуры, изображения на стенах гробниц, пропорциональные циркули античности, древние, геометрически сопряженные меры тысячи лет сохраняли тайну. Теперь они позволяют понять историю возникновения геометрической гармонии, причину долгого и полного сохранения тайны, которая, казалось бы, была известна многим, проследить пути, по которым приемы геометрической гармонии распространялись.

Отношения геометрической гармонии были известны самым ранним государствам Древнего Востока, основанным на ирригационном земледелии. В Египте, в эпоху Среднего царства, уже существовала математика; в «папирусе Ринда» (1800 г. до н. э.) решаются арифметическим путем задачи на умножение и деление, применяются дроби. В нем приводятся задачи на такие темы, как распределение заработной платы между известным числом рабочих, вычисление необходимого количества зерна для приготовления такого-то количества хлеба и пива, вычисление поверхностей и объемов, перевод одних мер зерна в другие.

Эти задачи не были самыми первыми. Государственные чиновники должны были прежде всего вести учет земли, ее потерь при разливах Нила, что было необходимо для определения размеров налогов. «...И это было, как мне кажется, началом геометрии, которая оттуда перешла в Грецию». (Геродот, 11,109) [1].

В глубокой древности математические задачи на умножение, деление, сложение и вычитание были задачами землемерия и решались геометрическим путем. Используя диагональ прямоугольника или квадрата, древние выполняли эти задачи; при этом получались равновеликие и подобные прямоугольники. Оперируя геометрическими фигурами, они познавали их удивительные свойства.

Египетский треугольник с отношением сторон 3 : 4 : 5 был необходим для построения прямого угла, но еще раньше египтяне умели засечками строить прямой угол, правильный квадрат, прямоугольник «два квадрата» и его производные: прямоугольники с отношением сторон $1:\sqrt{5}$, $2:\sqrt{5}$ и $1:(\sqrt{5}-1)$.

[1] Цитируется по Б. Л. ван дер Вардену «Пробуждающаяся наука». Москва, 1959. Стр. 18.

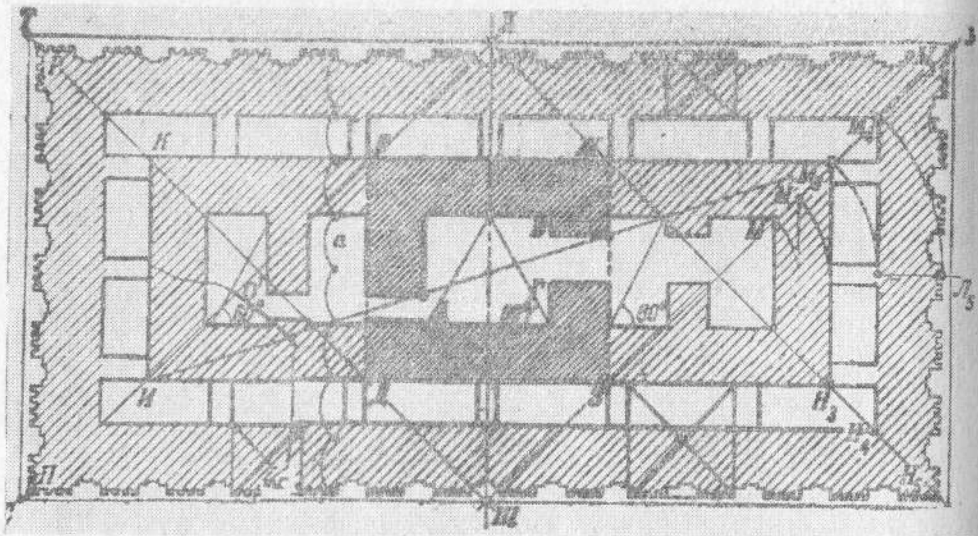


Рис. 29

Древнейшее из известных нам архитектурных сооружений — мастаба первого фараона I династии Менеса-Нармера — представляет собой в плане «два квадрата» (рис. 29).

Комплекс первой египетской пирамиды (пирамиды Джосера в Саккара) по внутренним стенам — прямоугольник «два квадрата», а сама пирамида имеет в плане отношение сторон $2:\sqrt{5}$. (рис. 30).

Великая пирамида Хеопса в Гизэ (IV династия) представляет в плане квадрат со стороной основания в 440 царских локтей. Диагональ квадрата равна $440 \times \sqrt{2} = 622{,}22$ царским локтям. Высота пирамиды — 280 царских локтей. Таким образом, высота пирамиды связана с диагональю плана отношением $1:\sqrt{5}$.

$$\left(280 : 622{,}26 = 1 : \sqrt{5} \text{ с ошибкой в } 0{,}003\right)^1.$$

Одновременно грань пирамиды вписывается в прямоугольник

[1] Эти данные приведены архитектором Н. В. Владимировым во «Всеобщей истории архитектуры», т. I, Москва, 1944. Стр. 81—89.

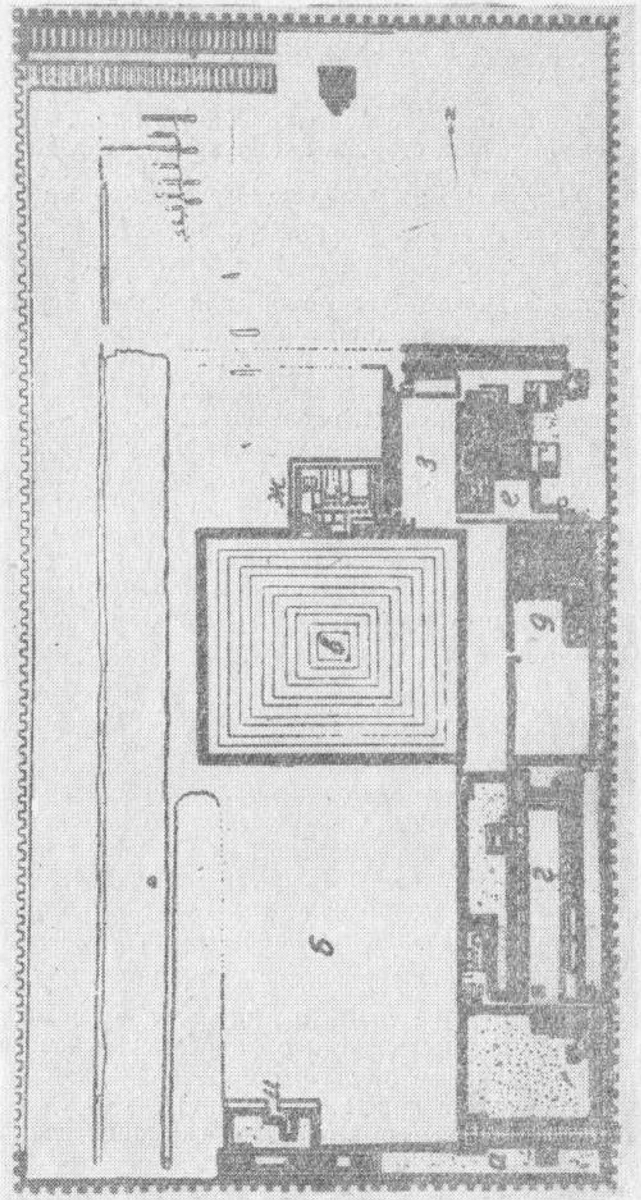


Рис. 30

$\sqrt{5}-1$. (Апофема пирамиды равна 356 царским локтям; $356:440 = 1:(\sqrt{5}-1)$.

Погребальная камера («покой фараона») в плане — прямоугольник «два квадрата». Меньшая сторона плана камеры связана с ее высотой отношением $2:\sqrt{5}$.[1] Таким образом, все основные размеры пирамиды Хеопса определены в отношениях геометрической гармонии.

Создание геометрической гармонии как философской математической концепции для достижения гармонического единства принадлежит скорее всего античной Греции. Греки постигли тайну гармонического единства соразмерностей живой природы, поэтому им удалось и в искусстве достичь гармонического совершенства.

В природе всему присуще единство, основу которого составляет подобие. Подобие содержит и сходство и различие одновременно. Люди и различны, и подобны друг другу, звери различны и подобны друг другу, птицы различны и подобны друг другу, деревья различны и подобны друг другу. И в этом единстве разнообразия и схожести заключена красота. Все виды жизни объединены подобием: деревья подобны друг другу тем, что имеют листья, ветви и корни; каждый лист, каждая ветвь формой и сутью подобны дереву (срезанная и посаженная ветвь прорастает в дерево).

Имея дело с геометрическими построениями, греки выделили систему «двух квадратов» как высокоорганизованную систему подобий, единую в своем многообразии. В единстве геометрической гармонии, где все состоит из всего, имеет один исток, они видели идеальное отображение единства природы. Окружив свое открытие тайной, греки применили геометрическую гармонию в изобразительном искусстве и архитектуре. Со временем был выработан метод достижения гармонического единства. Прием построения формы был очень прост: он заключался в применении определенных парных мер, построенных на связи чисел 1, 2 и $\sqrt{5}$. Устно передавались принципы и правила применения этих парных мер, но тот, кто ими пользовался, мог не знать о заключенных в них взаимосвязях и о философской основе геометрической гармонии (независимо от того, пользовался он парными мерами или же знал графический прием построения).

Таким образом, тайна геометрической гармонии исчезла в глубине

[1] М. Гика. «Эстетика пропорций в природе и искусстве». Москва, 1936. Стр. 191.

веков, между тем как геометрическая гармония продолжала жить в произведениях искусства.

О том, в какой форме владели древние геометрической гармонией, можно только догадываться; методы и приемы гармонических построений будут раскрыты систематическим исследованием. Математически точная и многосторонняя связь соразмерностей памятников свидетельствует о глубокой продуманности и точном расчете пропорциональных членений целого и деталей. Древнерусские зодчие, по-видимому, знали не только парные меры, но и основные отношения геометрической гармонии в виде простейшего чертежа. Таким чертежом мог служить прямоугольник „два квадрата“, превращенный в прямоугольник $2:\sqrt{5}$ поворотом диагонали (рис. 31)[1].

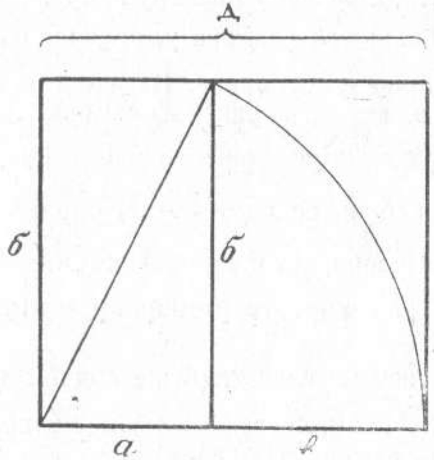


Рис. 31

Интересно проследить логику получения соразмерностей на сложном примере: на церкви Вознесения в Коломенском. Темой членений

[1] Этот простейший чертеж и содержит в себе соразмерности пирамиды Хеопса, а также все отношения, которые обнаружены мной при анализе пропорций Парфенона, Покрова на Нерли и Вознесения в Коломенском:

$$a:б = 1:2,\quad a:д = 1:\sqrt{5},\quad б:д = 2:\sqrt{5},\quad a:в = \sqrt{5}-1,$$
$$в:б = (\sqrt{5}-1):2,\qquad в:д = (\sqrt{5}-1):\sqrt{5}.$$

служат отношения 1 : 1 (квадрат) и $\sqrt{5}-1$. Единство целого и членений, связь основного размера плана и высоты достигнута тем, что столп составлен из большого прямоугольника $\sqrt{5}-1$, квадрата 1 : 1 и малого прямоугольника $\sqrt{5}-1$ (рис. 32).

Разделив сторону квадрата в отношении $1:(\sqrt{5}-1)$, зодчий расчленил высоту памятника на основание и завершение (по верху карниза восьмерика) и одновременно достиг всех соразмерностей плана: исходный квадрат служит квадратом четверика с притворами, а его диагональ определила вынос гульбища; сторона внутреннего квадрата памятника принята равной меньшему размеру от членения стороны основного квадрата; большему размеру приравнена половина диагонали четверика; из большего размера умножением на $\sqrt{5}-1$ определена высота и ширина восьмерика. Измерив высоту памятника от основания здания до верха карниза восьмерика и умножив ее на $\sqrt{5}-1$, зодчий определил завершение памятника, включая крест, а из высоты креста, разделив ее на $\sqrt{5}-1$, определил его перекладину. Не вызывает сомнения, что умножение и деление на $\sqrt{5}-1$ сводилось к измерению исходного размера разными видами саженей: „мерной“ и „малой“.

Для воплощения замысла в материале зодчий церкви Вознесения располагал двумя эталонами, связанными отношением $1:(\sqrt{5}-1)$. Ими служили мерная сажень (176,4 *см*) и малая сажень (142,7 *см*).

Рассчитав пропорциональные членения, мастер приступал к выполнению замысла в натуре. Команда каменщикам сводилась к простому указанию, какой саженью мерить. Сравнив нужный размер с уже определенным, зодчий указывал, от какого размера натуры его брать и повторить ли тот же размер той же мерой, или отсчитать то же число, но в другой мере. Естественно, что исполняющий команду зодчего усваивал по-своему этот очевидный прием построения, примечал, что все соразмерности последовательно возникают одна из другой. Так существовала традиция.

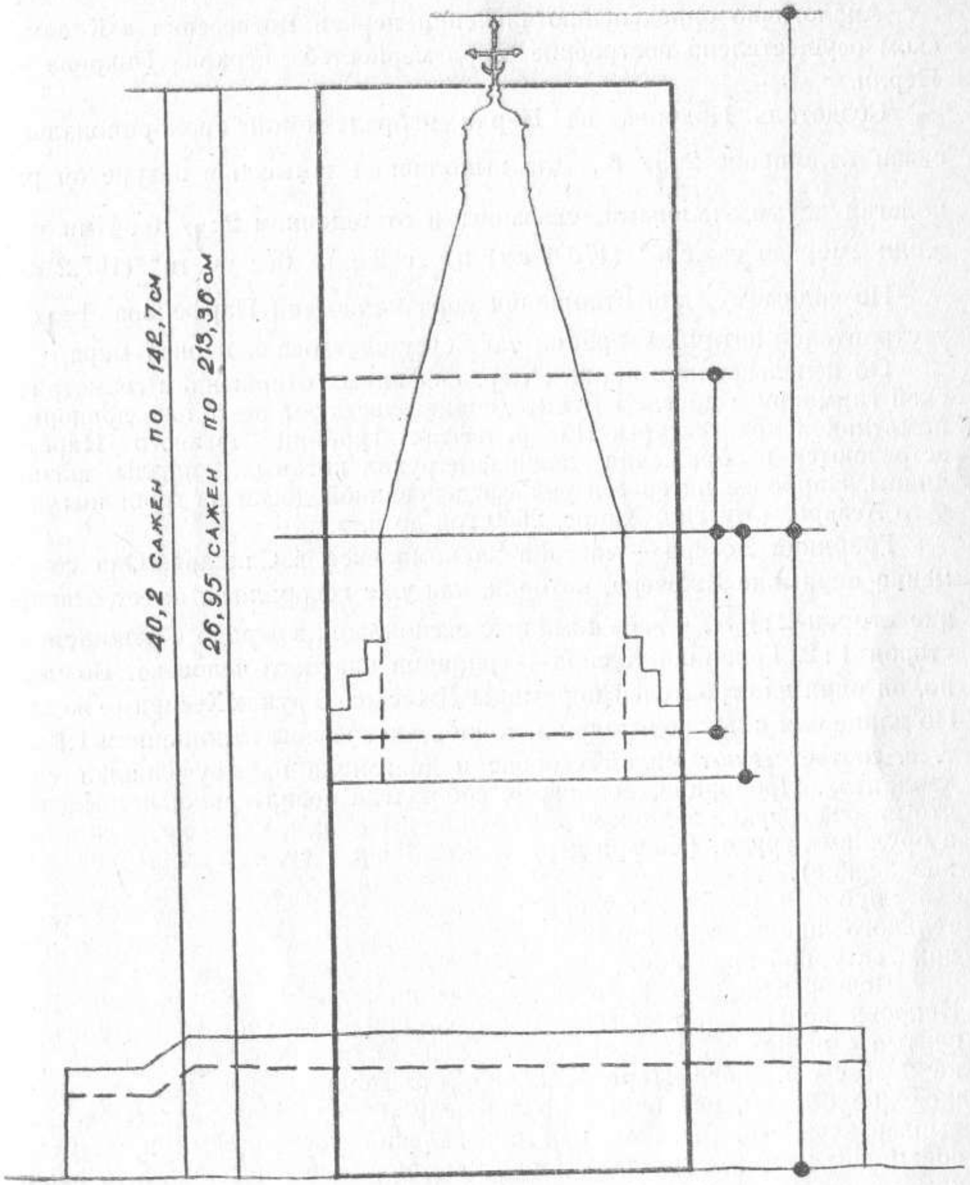


Рис. 32

6 Зак. 7757

Аналогично определению членений церкви Вознесения в Коломенском осуществлено построение соразмерностей церкви Покрова на Нерли.

Создатель Покрова на Нерли избрал темой пропорциональной связи отношение $2:\sqrt{5}$. Для выполнения замысла в натуре он располагал двумя эталонами, связанными отношением $2:\sqrt{5}$. Ими служили „мерная сажень“ (176,4 *см*) и „сажень без чети“ (197,2 *см*).

По-видимому, для отношения соразмерностей Парфенона $1:\sqrt{5}$ у строителей античной Греции также существовала парная мера.

Об использовании парных мер, связанных отношением геометрической гармонии в древнем Египте, свидетельствуют не только пропорции памятников архитектуры. На рельефах гробниц древнего Царства встречаются изображения зодчих, в руках которых — жезлы разной длины. Наиболее интересен рельеф деревянной доски из гробницы зодчего Хесира. (Музей в Каире, 2650 год до н. э.).

Гробница Хесира — мастаба из комплекса в Саккара. Она современна пирамиде Джосера, которая, как уже говорилось, имеет отношение сторон $2:\sqrt{5}$, а весь комплекс расположен в ограде с отношением сторон $1:2$. Гробница Хесира — гробница знатного человека. Возможно, он один из строителей пирамиды Джосера. В руках Хесира — жезлы. По длине они с исключительной точностью связаны отношением $1:\sqrt{5}$, т. е. соответствуют малой стороне и диагонали прямоугольника «два квадрата». Пропорция, возможно, соблюдена сознательно; несомненно, что жезлы в руках зодчих являются не символами, как иногда считают, а орудиями труда. (Хесира держит жезлы на весу, чем подчеркнуто их назначение).

Глубокая идейность творчества, единство творческого и строительного процесса у древних — блестящий пример для современной архитектурной практики.

Шедевры мировой архитектуры — египетские пирамиды, Парфенон, Покрова на Нерли, Вознесения в Коломенском — памятники, воедино слитые с природой, овеянные поэзией — принадлежат безраздельно каждый своей эпохе. Парадоксально, что зодчие, создавшие столь непохожие образы, различные по замыслу и средствам художественной выразительности, мыслили при определении масс одними и теми же соизмеримыми прямоугольниками геометрической гармонии, в то время как современный архитектор, призванный оперировать прямоугольной формой, пребывает в полном неведении: творит, полагаясь на

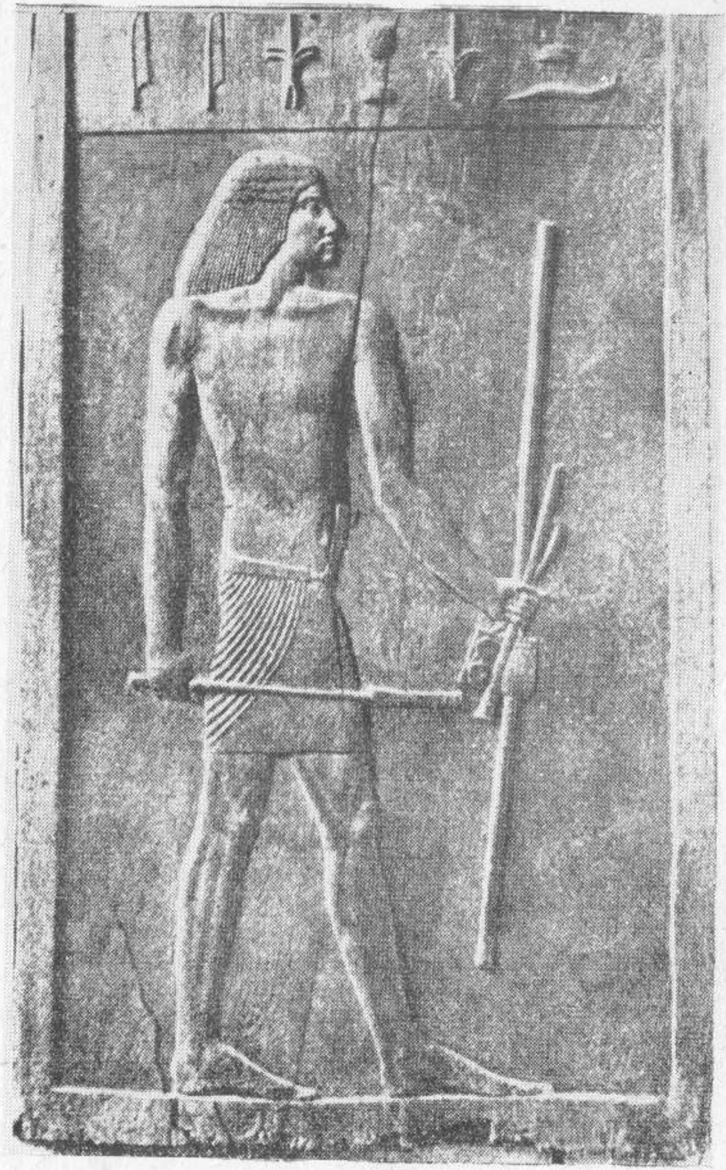


Рис. 33

интуицию и вынужденно следует за стандартами, определенными из условий простой кратности. Эти стандарты построены на однообразном, чрезвычайно примитивном принципе. Они лишены гибкости, не обладают свойством трансформации и потому практически мало целесообразны.

Нам следует овладеть всеми тайнами геометрической гармонии и возродить на новой, современной основе высокую культуру творчества, внести в современную архитектурно-строительную практику гармоническое единство частей и целого — красоту.

ОБЩНОСТЬ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Геометрическая гармония — система «двух квадратов» — не занимает обособленного положения среди известных мне пропорциональных систем. Общность заключается в том, что все системы основаны на принципе взаимопроникающих подобий. Однако исследователи пропорциональных систем не замечают свойства взаимопроникания и не показывают его значения для пропорций архитектуры: тем самым их анализ не вскрывает самого существенного качества пропорции — основного закона взаимосвязи соразмерных частей внутри целого.

Существующие теоретические обоснования пропорций архитектуры можно свести, исключая теорию Месселя[1], к двум системам:

1. Система вписанных квадратов.
2. Система золотого сечения.

Принципиальная основа, присущая пропорциональным системам: вписанных квадратов, золотого сечения и «двух квадратов» (геометрическая гармония) — взаимопроникание. Не всякое построение, основанное на сравнении стороны и диагонали прямоугольника, создает взаимопроникающие подобия. В произвольном прямоугольнике обязательно присутствие двух видов подобия, причем одно из них является гномоном, т. е. проникает в начальный прямоугольник, но само может быть неразложимо на свое подобие и дополнительный прямоугольник, подобный исходному. Проникание не является взаимным.

Более высокой ступенью взаимосвязи подобий является взаимопроникание. Свойством взаимопроникания обладают прямоугольники, производные от стороны и диагонали квадрата. Квадрат можно рассматривать, как состоящий из двух прямоугольников $1:\sqrt{2}$ и двух

[1] Основной принцип пропорции по Месселю — членение окружности посредством вписания в нее различных правильных многоугольников.

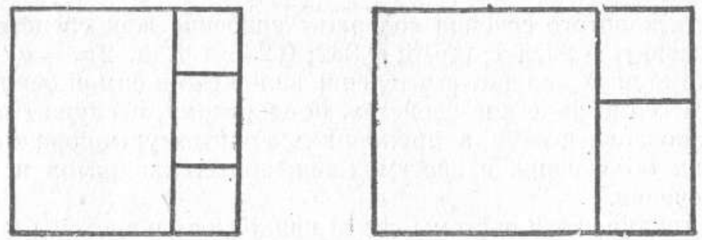


Рис. 34

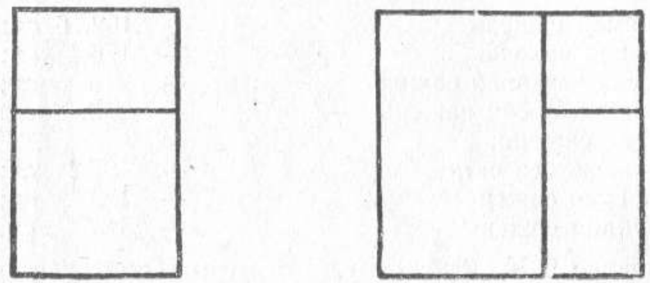


Рис. 35

квадратов, а прямоугольник $1:\sqrt{2}$ состоит из двух квадратов и прямоугольника $1:\sqrt{2}$ (рис. 34).

Точно так же прямоугольник золотого сечения состоит из прямоугольника золотого сечения и квадрата (рис. 35).

В системе «двух квадратов», как было ранее показано, взаимопроникание достигает наиболее высокой ступени развития.

Вторым моментом общности системы вписанных квадратов, системы золотого сечения и системы двух квадратов является то, что им присуще единство простых отношений (отношение целых чисел) и иррациональных сложных отношений. Так, во всех трех системах четко выражен принцип удвоения начального размера. Во вписанных квадратах отношение сторон строится по принципу $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}$ и т. д. $2\alpha_1 = \alpha_3$.

Система золотого сечения содержит удвоение как следствие аддитивности развития ряда 1; 0,618; 0,382; 0,236 и т. д. $2\alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

В системе двух квадратов удвоение заложено в самой основе: 1 и 2. Именно эти геометрические свойства, по-видимому, и служат первопричиной распространенности в пропорциях архитектуры соразмерностей, получающих объяснение в системах вписанных квадратов и в теории золотого сечения.

Более тонкие связи системы «двух квадратов» и системы вписанных квадратов выявляются при рассмотрении блестяще исполненного академиком Б. А. Рыбаковым анализа древнерусских мер[1].

В древней Руси с XI по XVI век существовало семь видов саженей, бытовавших одновременно. Основными мерами были:

прямая сажень	—	152,76 *см;*
мерная сажень	—	176,4 *см;*
косая казенная сажень	—	216 *см;*
великая косая сажень	—	249,46 *см.*

Три другие сажени:

«сажень без чети»	—	197,2 *см;*
морская сажень	—	183 *см;*
трубная сажень	—	187 *см.*

Как доказано Б. А. Рыбаковым, эти меры геометрически сопряжены. «Геометрическая сопряженность древнерусских мер, — пишет Б. А. Рыбаков,—особенно ясна в наименовании «прямой» и «косой» сажени. Оказалось, что прямая сажень есть сторона квадрата, а косая — его диагональ $\left(216 = 152{,}7\sqrt{2}\right)$. Такое же соотношение существует между „мерной“ и „великой“ (косой) саженями: $249{,}4 = 176{,}4\sqrt{2}$. «Сажень без чети» оказалась искусственно созданной мерой, являвшейся диагональю половины квадрата, сторона которого равна половине мерной сажени»[2].

Общий график геометрической гармонии с исчерпывающей полнотой объясняет соразмерности античной и древнерусской архитектуры. Построим общий график на основе прямоугольника «два квадрата» *АБ*, сторона которого *АЛ* равна нормальному человеческому росту — мерной сажени (176,4 *см*). Прямоугольник «два квадрата» *ЕГ* составлен из взаимопроникающих прямоугольников геометрической гармонии.

[1] Советская археология, 1957 г., № 1. Ст. Б. А. Рыбакова «Архитектурная математика древнерусских зодчих», стр. 83—112; Советская этнография, 1949 г., № 1. Б. А. Рыбаков «Русские системы мер длины XI—XV веков». Стр. 67—91.

[2] Советская археология. Там же. Стр. 87—88.

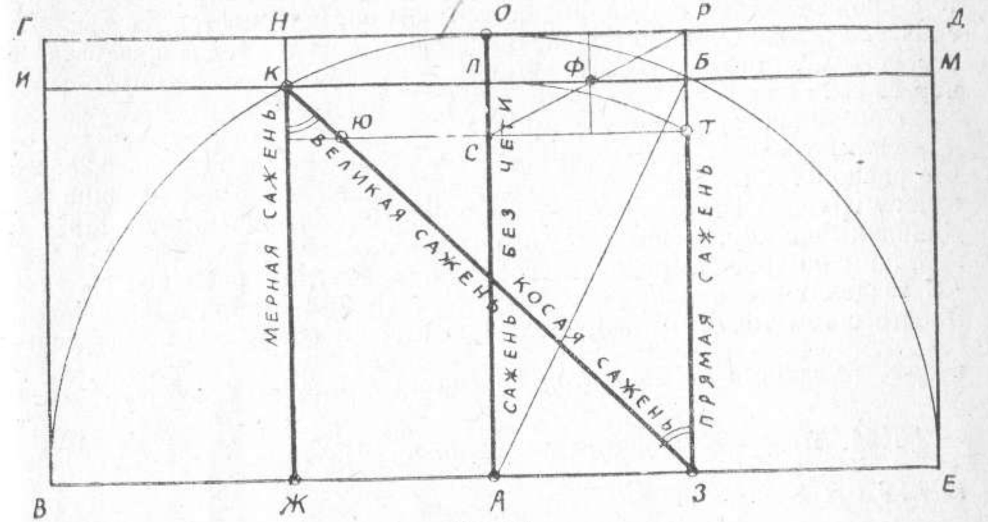


Рис. 36

Пропорциональные циркули античности получают в нем полное толкование (рис. 36).

Циркуль $\frac{1}{2}$ соответствует отношению сторон в прямоугольниках *АБ* и *ЕГ*. Циркуль золотого сечения $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ соответствует отношению сторон в прямоугольниках *ЗМ* и *ЗИ*. Циркуль 0,553 соответствует отношению сторон в прямоугольниках *ЗД* и *ЖГ*.

В общем графике имеется три прямоугольника функции с отношением сторон $\frac{2}{\sqrt{5}}$ *АМ*, *АИ* и *ЗН*. Античный циркуль, установленный на отношение функции, нам не известен. И все же такое отношение в пропорциональных циркулях античности, если их не рассматривать разрозненно, существует: если установить циркуль 0,553 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}\right)$ и циркуль золотого сечения $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ меньшими (или большими) растворами на один размер, то на обратных растворах циркулей получим отрезки, связанные отношением $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Таким образом, пропорциональные циркули античности являются инструментом, облегчающим зодчему построение соразмерностей, связанных единством взаимопроникающих подобий в системе „два квадрата“ и освобождает его от необходимости пользоваться вспомогательным чертежом.

Обратимся к древнерусским мерам.

Прямоугольник *ОБ* — прямоугольник с отношением сторон 0,236 : 1, что равно 0,472 : 2. Перед нами уже построенная меньшая половина рабочего графика геометрической гармонии с большой стороной $\beta = 1$. Дополнив прямоугольник *ОБ* до прямоугольника „два квадрата“ *ОТ*, закончим построение рабочего графика. Диагональ рабочего графика *РС* разделит его большую сторону в точке *Ф* в отношении функции. Вместе с тем точка *Ф* делит большую сторону конечного прямоугольника два квадрата *ЕГ* в золотом сечении. $\left(МФ : ФИ = \frac{1{,}236 + 0{,}472}{2{,}236 + 0{,}528} = 0{,}618 \right)$. Точку *Т* можно найти, отложив $РТ = \frac{ЛБ}{2}$ или же отложив радиус *АЛ* на сторону *ЗБ*.

В последнем случае $ЗТ = ЗА\sqrt{3} = 1{,}731$ стороны *ЗА*. Откладывая $РТ = ЛБ : 2 = 1 : 2$, получаем $ЗТ = 2{,}236 - 0{,}5 = 1{,}736$ стороны *ЗА*. Расхождение равно 0,005 стороны *ЗА*. Найденный таким образом размер $ЗТ = 153{,}19$ *см*, что на 4,3 *мм* больше, чем прямая сажень по Б. А. Рыбакову.

Построим точку *Т* радиусом *АЛ*, (тогда *ЗТ* будет точно равно прямой сажени) и проведем через точку *Т* прямую, параллельно *ЛБ* до пересечения с диагональю *ЗК* в точке *Ю*.

На общем графике нашли себе место древнерусские меры.

ЗТ — прямая сажень (152,76),
ЗЮ — косая сажень (216),
КЖ — мерная сажень (176,4),
КЗ — великая сажень (249,46),
АО — «сажень без чети» (197,2).

Б. А. Рыбаков объясняет древнерусские меры антропологически. О сажени «без чети» он пишет:

«При описании засечной черты в 1638 году указан эталон меры, не вытекающий из перечисленных выше способов измерения: «железная сажень трех аршин без четверти». (Отписка И. Б. Черкасский. 1638 г. ЦГАДА, Московский столбец 140, лист 169). Если мы примем четь за ¼ аршина, то сажень будет равна 216—18=198 *см*. Если же под четью подразумевать малую пядь, то сажень будет равна 216—19=197 *см*. Антропологический способ определения этой меры мне не известен; сажень в 197 *см* образуется путем отсчета пяди от сажени в 216 *см*, т. е. очень искусственно»[1].

При расположении древнерусских мер в общем графике наглядно раскрывается происхождение термина «сажень без чети», отличное от объяснения, данного Б. А. Рыбаковым.

Прямая и косая сажень — пара (чета). Великая косая сажень и мерная сажень — пара (чета). Сажень *АО* — одинока, не имеет пары (четы), и потому — «сажень без чети».

В чем смысл одновременного существования древнерусских мер?

Из проделанного выше сравнения систем вписанных квадратов и «двух квадратов» ясно, что взаимопроникание — основное свойство пропорций архитектуры, по какой бы системе они ни строились. Во взаимопроникании — основа и геометрического сопряжения частей — их соизмеримость — и залог единства целого, залог эстетического качества пропорции.

Построение простейшей системы взаимопроникающих прямоугольников связано со сравнением стороны и диагонали квадрата. Поэтому древнерусские меры связаны друг с другом таким способом. Сажень «без чети» не столько «искусственная» мера, сколько искусная. Она принадлежит системе «двух квадратов», так как связана с основной русской мерой — мерной саженью — отношением $2 : \sqrt{5}$. На примере церкви Покрова на Нерли мы постигаем смысл «сажени без чети». Одновременное применение саженей мерной и «без чети» сделало чрезвычайно простым строительный процесс. Этим мастер освободил себя от необходимости сложных вычислений или необходимости пользоваться вспомогательными графиками при строительстве.

Важен для понимания системы древнерусских мер итог исследования церкви Вознесения в Коломенском. Все соразмерности церкви построены на отношении $\sqrt{5} - 1$. По аналогии с церковью Покрова на Нерли ясно, что и для церкви Вознесения должна была существовать соответствующая пара мер. И действительно: оказалось, что „морская“ сажень и римский „passus“ точно связаны отношением $\sqrt{5} - 1$. (182,928 и 148 *см*). Это обстоятельство заставило осмыслить и само слово: «морская» как искаженное от «заморская», иностранная.

Во всех работах по русской метрологии приводится впервые отмеченное П. Г. Бутковым обстоятельство, что колокольня Ивана Великого

[1] Советская этнография, № 1, 1949 г. Ст. Б. А. Рыбакова «Русские системы мер длины XI—XV веков», стр. 75.

была обмеряна дважды и в разных мерах: при Борисе Годунове в мерах начала XVII века (45 сажен) и в конце XVII века в казенных саженях (38,5 сажен). Казенная сажень конца XVII века—213,36 *см*.

Откуда древняя сажень равна

$$\frac{38{,}5 \times 213{,}36}{45} = 182{,}8 \text{ см}.$$

Этот размер — очевидно, та же «морская» сажень. Но откуда взяться в допетровское время в строительстве Москвы «морской» сажени?

В тех же источниках указывается, что в Ново-Иерусалимском храме на Истре выполнена копия «гроба господнего» по образцу и в меру Иерусалимского. Его размер, в мерах XIX века, — 2 аршина 9 вершков, что составляет 182,245 *см*. По описанию, данному в «Хождении игумена Даниила», длина «гроба господня» определена в 4 локтя. 4 локтя — сажень. Таким образом, и здесь мы имеем дело с мерой, которая привезена из Иерусалима, «из-за моря».

Вместе с тем и в русских мерах обнаружилась аналогичная пара, связанная тем же отношением $\sqrt{5}-1$. Одна из них точно определена исследованием Б. А. Рыбакова. Это основная мера древней Руси, мерная сажень, равная 176,4 *см*. Вторая считается мерой XIII века и позднее не упоминается. Это малая сажень, которую Б. А. Рыбаков определяет равной 142 *см*[1]. Определение это является приблизительным. Если считать малую сажень равной 142,7 *см*, то она связана с мерной саженью отношением $\sqrt{5}-1$. $(142{,}7 : 176{,}4 = 0{,}809)$.

Для того чтобы составить мнение о том, в какой паре саженей мог работать создатель Коломенского храма, пришлось пересчитать все основные размеры плана и высоту памятника на все четыре вида саженей (см. таблицу 2 и рис. 37).

Ни один размер не дал «круглого» счета, кроме «малой сажени». Оказалось, что высота церкви, составленная из двух прямоугольников $\sqrt{5}-1$ и квадрата, равна 40 саженям по 142,7 *см*. То, что после XIII века малая сажень ни в каких источниках не упоминается и не встречается в бытовом обиходе, вполне естественно. Во-первых, она не

[1] Мера в 142 см выводится исследователями из надписи на Тмутараканском камне: «...В лето 6576... Глеб князь мерил море по леду от Тмутороканя до Кърчева 10000 и 4000 сяжен» (Рыбаков, СЭ, 1949, № 1, стр. 76). Ширина Керченского пролива около 20 *км*. 142,7 × 14000 = 19,978 *км*.

Рис. 37

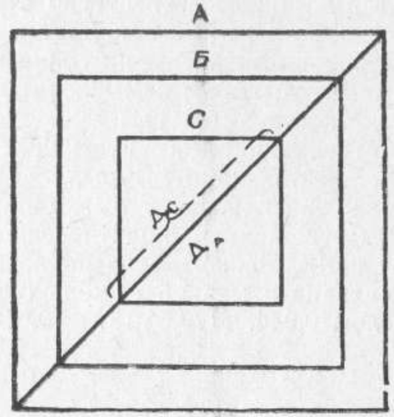


Таблица 2

Определение пары саженей, примененной при строительстве церкви Вознесения в селе Коломенском

Элемент здания	Данные обмера в саженях XIX в. 213,36 *см*	ДРЕВНИЕ МЕРЫ			
		римская мера „passus" 148,0 *см*	„морская" сажень 182,93 *см*	„малая" сажень 142,7 *см*	„мерная" сажень 176,4 *см*
Сторона квадрата плана с притворами „*А*"	7,94	11,44	9,28	11,87	9,6
Сторона четверика „*Б*"	6,05	8,78	7,12	9,11	7,37
Сторона внутреннего квадрата „*В*"	3,57	5,14	4,16	5,34	4,32
Диагональ внутреннего квадрата „*Дв*"	5,05	7,3	5,91	7,56	6,12
Диагональ квадрата с притворами „*Да*"	11,23	16,2	13,11	16,8	13,8
Высота памятника до основания креста	26,95	38,9	31,4	**40,2**	32,6

антропологична. Во-вторых, она имеет сугубо строительный, «секретный» смысл и известна лишь немногим мастерам. Она свято хранится. Ведь и сама тайна построения древнерусских храмов исчезла бесследно, не оставив ни одной памятки, кроме замысловатых «вавилонов», древних мер и самих памятников архитектуры.

Заканчивая рассмотрение парных русских мер, предназначенных для построения соразмерностей архитектуры, следует сказать, что прямая сажень и великая косая сажень в том виде, как их определил Б. А. Рыбаков, связаны отношением, практически равным золотому сечению (152,76 : 246,46=0,613. Расхождение равно 0,005).

Трубная сажень связана с мерной саженью отношением системы «двух квадратов», числом 0,944. (176,4 : 187 = 0,944).

Можно с уверенностью сказать, что геометрически сопряженные русские меры служили древнерусскому зодчему так же, как и древнерусским иконописцам служили определенные излюбленные цвета, сочетание которых в едином целом было проверено многовековым опытом. Вместе с тем высокая культура зодчества на Руси не развивалась в стороне от общеевропейской культуры, колыбелью которой была античная Греция, а наследовала и продолжала ее традиции. Появление «сажени без чети», «морской» и «трубной» саженей выражает сближение распространенной в средневековье системы вписанных квадратов с системой «двух квадратов».

Не вызывает малейшего сомнения утверждение Б. А. Рыбакова, что «основной принцип архитектурных пропорций древней Руси заложен в самой системе мер длины»[1].

Связь пропорций архитектуры с пропорциями живой природы — большая, интересная и сложная тема. Она освещена с определенных позиций Цейзингом, Хэмбиджем, Жолтовским, Гика и другими.

При этом авторы в анализе пропорций живой природы исходят из отношений золотого сечения. Поскольку «геометрическая гармония» — наиболее общая система пропорций, возникла мысль проверить на рабочем графике пропорции тела человека. Вот результаты проверки.

1. Фигура человека разделена пополам в лонном сращении.

$$1:1$$

[1] Советская археология, 1957 г., № 1. Ст. Б. А. Рыбакова «Архитектурная математика древнерусских зодчих», стр. 97.

2. Мужская фигура вписывается в прямоугольник с отношением сторон

$$0{,}528:2=\frac{\sqrt{5}}{2(2+\sqrt{5})}.$$

3. Женская фигура вписывается в прямоугольник с отношением сторон

$$0{,}472:2=\frac{1}{2+\sqrt{5}}.$$

4. Высота «венчания» человека — шея и голова — равна

$$0{,}326=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{2(2+\sqrt{5})}.$$

5. Пропорция венчания — прямоугольник с отношением сторон

0,202 : 0,326 — прямоугольник золотого сечения $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

6. Пуп приходится на золотое сечение (0,764 : 1,236)

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

7. Половой орган приходится на функцию (0,944 : 1,056)

$$\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

8. Расстояние от локтевого сустава до конца пальцев—0,528

$$\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}.$$

Оказалось, что звену рабочего графика $\delta_5=0{,}326$ соответствует не только венчание церквей Покрова на Нерли, Вознесения в Коломенском, Богоявления в Красном, но и венчание человека—шея и голова.

Выяснилась общность и остальных соразмерностей.

Рабочий график наложен на рисунки мужской фигуры, сделанные Леонардо да Винчи и Микельанджело. Эти рисунки служили для них

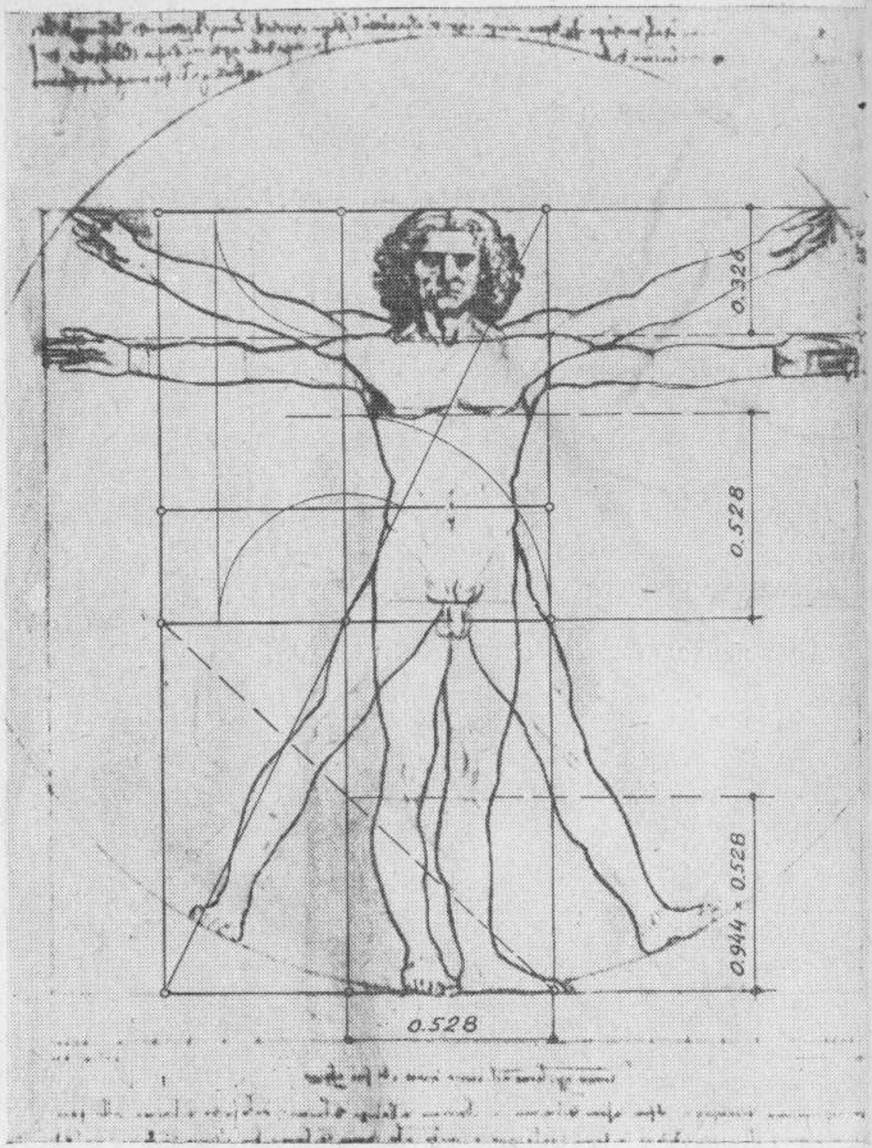


Рис. 38

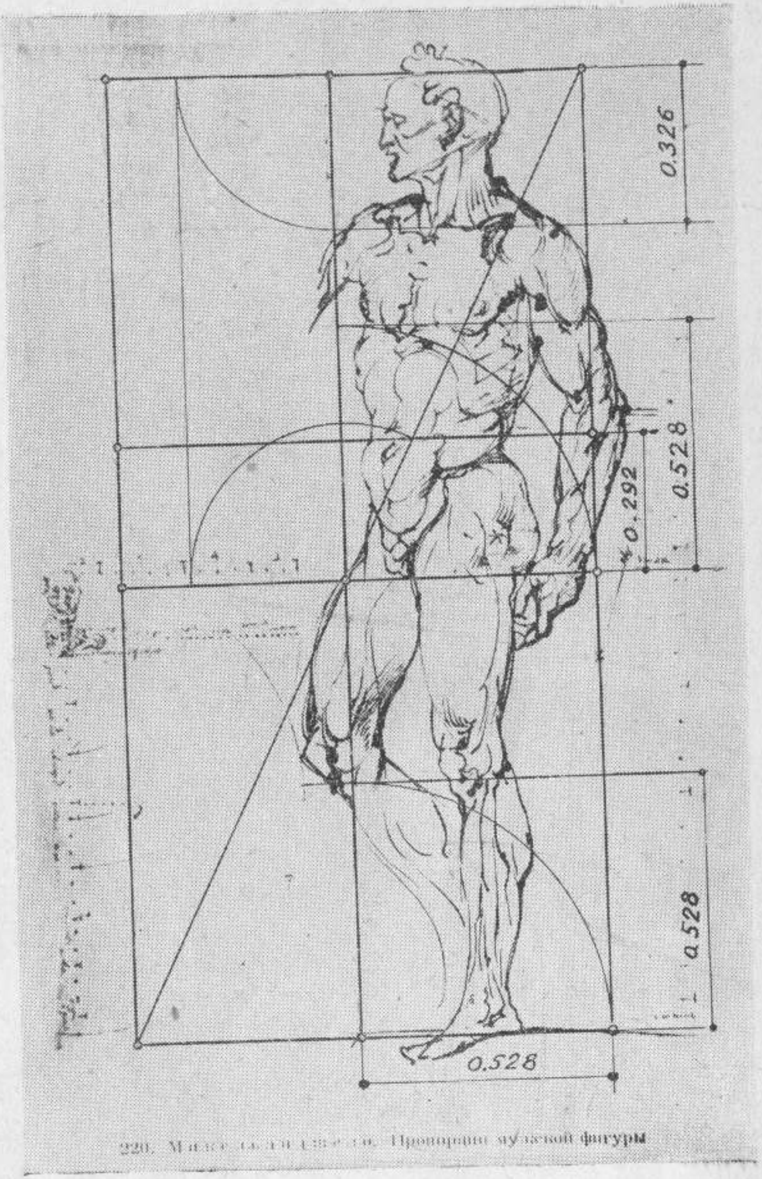


Рис. 39

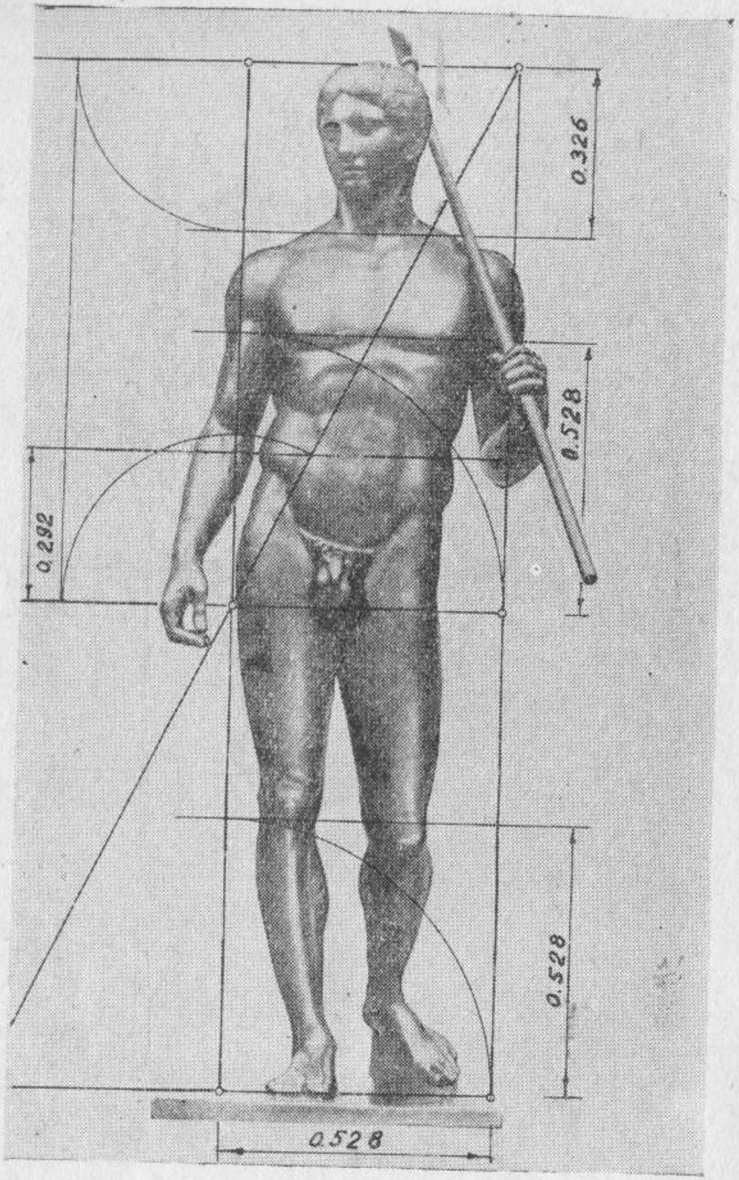


Рис. 40

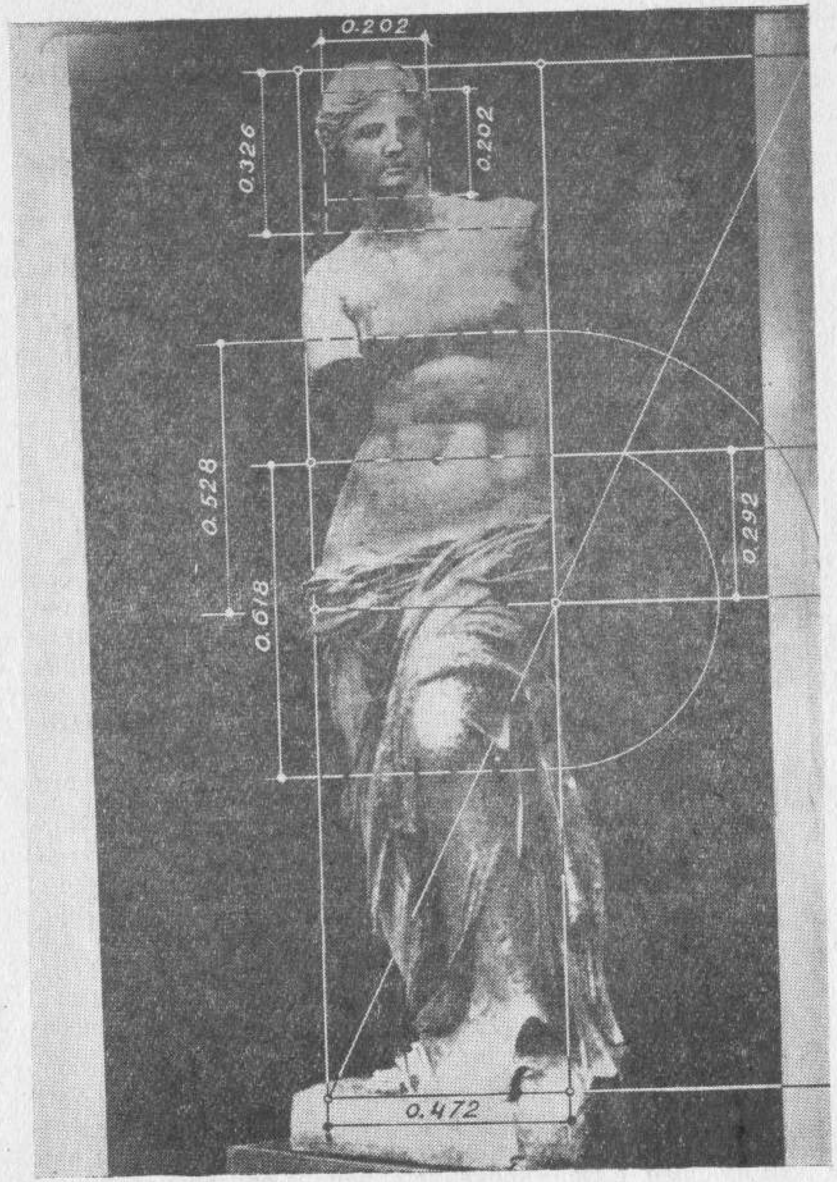


Рис. 41

пропорциональными канонами. Нетрудно убедиться в соответствии членений фигур с закономерностями графика. То же соответствие обнаруживает анализ античной скульптуры.

О ПРИМЕНЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГАРМОНИИ В СОВРЕМЕННОЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНОЙ ПРАКТИКЕ

Итак, принципиально новым в геометрической гармонии является то, что она объясняет пропорцию как единство взаимопроникающих подобий. Геометрическая гармония не стремится подчинить одно отношение другому. Она рассматривает взаимопроникающие подобия

$$\frac{2}{\sqrt{5}},\quad \frac{\sqrt{5}-1}{2},\quad \sqrt{5}-1,\quad \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}},\quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} \text{ и т. д.}$$

как взаимопроникающие части единства, и в свойстве взаимопроникания видит одновременно и результат единства происхождения, и, вместе с тем, залог единства создаваемого на их основе целого.

Отношениям геометрической гармонии присуща высокая организация взаимосвязей: они строятся не на простом двойном взаимопроникании, а на единстве множественного. Количество внутренних связей геометрической гармонии определяет ее качественные возможности.

Анализ наиболее совершенных памятников архитектуры, построенных в разное время и в разных странах (от 2,5 тыс. лет до н. э. до XVI в; Египет, Греция, древняя Русь) показал, что в них соблюдены принципы геометрической гармонии. Математические связи, выраженные отношением чисел 1,2 и $\sqrt{5}$ объединяют членения памятников во всех направлениях; связь общей формы является непреложным законом связи последующих членений. Таким образом, распространение геометрической гармонии не ограничено узкими историческими рамками определенной эпохи.

Неизменность соблюдения геометрической гармонии в шедеврах мировой архитектуры, по-видимому, обусловлена объективными законами восприятия. Ритмический строй, построенный на отношении чисел 1, 2 и $\sqrt{5}$ соответствует природе восприятия. В противном случае сооружения, в которых он с такой последовательностью соблюден, не были бы отобраны тысячелетней историей общества как идеал красоты. Это представляется вполне естественным, так как те же связи мы наблюдаем в живой природе, а формирование аппарата зрительного восприятия человека и процесс развития жизни на земле подчинены единым законам природы.

Золотое сечение — одно из отношений геометрической гармонии. Попытки использовать золотое сечение в практике современной архитектуры не дали достаточных результатов. Объясняется это не столько несовершенством примененного метода, сколько спецификой самого золотого сечения. Золотое сечение — среднепропорциональное. В ряду отношений геометрической гармонии оно является основной связью взаимопроникающих подобий, подобно раствору в кладке и вяжущему в бетоне. Оно слишком всеобще. Ему, как пропорциональной теме, не свойственна конкретная, индивидуальная образность. Его исключительность (среднепропорциональное) лишает его индивидуальной выразительности. Как основная связь геометрической гармонии, золотое сечение легко обнаруживается в сооружении, где принципы геометрической гармонии соблюдены, но, как нельзя построить дом только из раствора, так не следует строить архитектурную пропорцию на теме золотого сечения. Мы видели, что соразмерности Парфенона построены на отношении $1:\sqrt{5}$, соразмерности Покрова на Нерли — на отношении $2:\sqrt{5}$, соразмерности Вознесения в Коломенском — на отношении $\sqrt{5}-1$. И вряд ли существует совершенное архитектурное произведение, тема пропорциональной связи которого — золотое сечение[1].

Принцип современного применения геометрической гармонии может быть иным, чем принцип древних, и отвечать наиболее полному использованию свойств взаимопроникания. Важнейшим практическим свойством геометрической гармонии является то, что в ее рамках не существует противоречия между соизмеримостью частей и эстетической сущностью, потому что взаимопроникание характеризуется соизмеримостью и вместе с тем составляет основу гармонического единства. Соизмеримость же есть необходимое условие сборного индустриального строительства. Это обстоятельство открывает широкие возможности применения геометрической гармонии в строительной практике.

Современная строительная площадка превращается в место индустриальной сборки деталей, изготовляемых в заводских условиях индустриальными методами. Необходимо найти такой принцип определения пропорций строительных стандартов, при котором стандарты будут не просто соизмеримы, но обеспечат возможность гибкого использования типоразмеров в различных комбинациях. И чем шире простор, который

[1] В современной литературе Запада существуют исследования золотого сечения, содержащие практические предложения о построении пропорций на основе ряда золотого сечения или на основе ряда Фибоначчи. Принципы золотого сечения получили применение в творчестве выдающихся мастеров современной архитектуры (модулер ле Корбюзье).

дадут определенные промышленностью типоразмеры, тем дешевле и индустриальней будет производство деталей.

Геометрическая гармония представляется мне надежной основой определения пропорций конструкций и ограждений. Это не противоречит определению их основных размеров из конструктивных и прочих условий расчетом. Особенно эффективным должно быть определение стандартов крупнопанельного строительства. Перестановкой перегородок в формах можно будет получать из минимального числа форм максимальное число панелей в разных вариантах. Это не только экономически выгодно. Определение типоразмеров на основе геометрической гармонии послужит увеличению эстетических возможностей типового строительства, даст несравненно больше свободы архитекторам, занимающимся типовым проектированием на основе стандартных сборных элементов. Кроме того, появится единая, логически обоснованная система стандартов.

В результате сложного синтеза различных условий, под воздействием множества объективных и субъективных факторов, архитектор приходит к логически обоснованному решению, к образу сооружения и его структуре. Здесь получает начало мастерство зодчего. Теорией геометрической гармонии, ее общим и рабочим графиками (и в математическом и в геометрическом выражении) можно воспользоваться в архитектурной практике.

Метод геометрической гармонии основан на принципе членения целого. Он служит нахождению единства элементов композиции, определению связи больших масс и деталей.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИЕМЫ ЧЛЕНЕНИЯ РАБОЧЕГО ГРАФИКА НА ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИЕ ПОДОБИЯ

На чертеже построен квадрат *БВ*. Для его построения размеры $\beta_4 = 0{,}472$ и $\delta_4 = 0{,}528$ отложены, по сравнению с вариантом на рис. 19, в противоположные стороны. Квадраты *БФ* и *ФВ* расположены по восходящей диагонали квадрата *БВ*, а функциональные прямоугольники расположены по нисходящей. Засечками радиусами $\beta_5 = 0{,}292$ и $\delta_5 = 0{,}326$ впишем в квадрат *БВ* квадрат *РГ*. Квадраты *БФ* и *ФВ* расчленены на квадраты и прямоугольники золотого сечения. Исследуем диагонально расположенные прямоугольники функции *ФМ* и *УФ*.

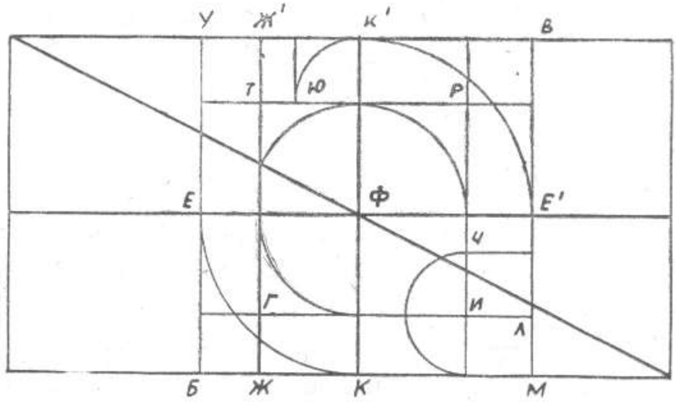


Рис. 42

ФМ состоит из трех функциональных прямоугольников: *ФИ*, *ИМ* и *ЧЛ*, и двух прямоугольников 0,553: *КИ* и *ЧЕ'*. Прямоугольник *УФ* состоит из функциональных прямоугольников *УТ* и *ТФ*, квадрата *ЮК'*, прямоугольника 0,447 *ЮЖ'* и прямоугольника 0,553 *ЕТ*. Но мы знаем, что прямоугольник 0,447 состоит либо из двух прямоугольников золотого сечения, либо из двух прямоугольников функции, а квадрат, как мы убедились в предыдущем примере, состоит из прямоугольников золотого сечения и прямоугольника 0,553 (см. рис. 19, квадрат *НФ*). Таким образом очевидно, что если прямоугольники функции членить на прямоугольники золотого сечения и прямоугольники функции, не прибегая к квадратам или „двум квадратам", то остатком служит прямоугольник 0,553 (рис. 42).

На чертеже показан метод членения прямоугольника «два квадрата» на прямоугольники функции и прямоугольники 0,553. При этом стороны соответствующих прямоугольников в прямоугольниках *ФС* и *АС* связаны отношением функции (рис. 43).

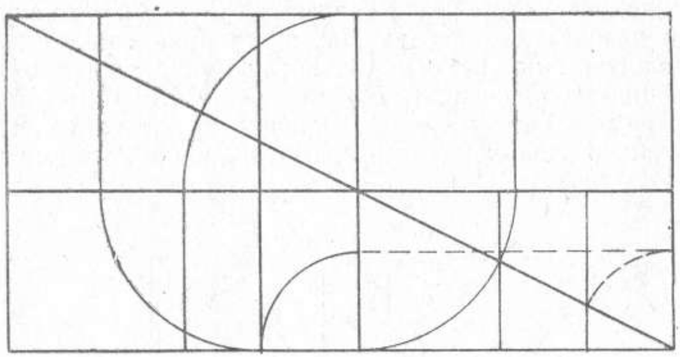


Рис. 43

На чертеже — пример членения прямоугольника «два квадрата» на прямоугольники золотого сечения и квадраты. Стороны прямоугольников и квадратов связаны между собой отношением функции либо золотого сечения.

Из точки *Ж* и *Ж'* радиусами α_3, β_3, β_4 — тремя засечками — членим прямоугольник *АС* на прямоугольники золотого сечения и квадраты. *ЗН* — прямоугольник „два квадрата". Рассмотрим любой из трех квадратов: *ДЖ*, *КЛ* или *ЗЖ*. Квадрат состоит из двух квад-

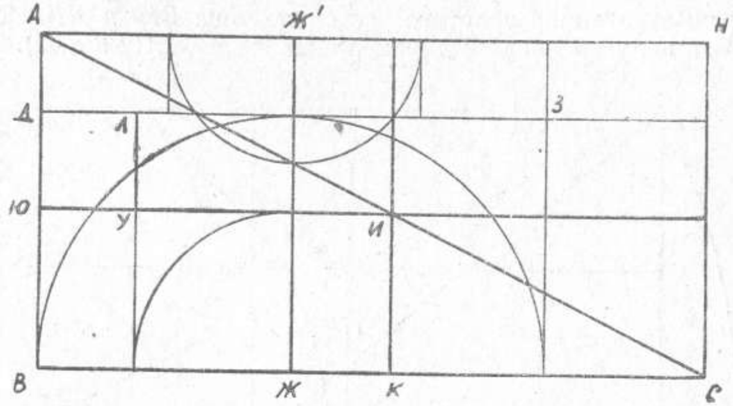


Рис. 44

ратов и двух прямоугольников золотого сечения. Большой квадрат с любым смежным прямоугольником золотого сечения образует прямоугольник золотого сечения.

Рассмотрим прямоугольник «два квадрата» *ФС*. Прямая *ГД* делит его на квадраты. *ФС* состоит из прямоугольников золотого сечения *БФ*, *БЕ*, *ПБ*, *РБ* и квадратов *КМ* и *РЗ*. Он же может рассматриваться, как прямоугольники золотого сечения *ВМ*, *МЛ*, *ЮТ*, *ВЦ*, *ЦЕ* и прямоугольники «два квадрата» *КН*, *ЮВ* и *ТЗ*. Квадрат *ФД* разделен на два квадрата *КЮ* и *ЮГ* и четыре прямоугольника золотого сечения типа *ДН*. Или же: квадрат *ФД* расчленен на квадраты *КМ*, *МЮ* и *ЮГ* и

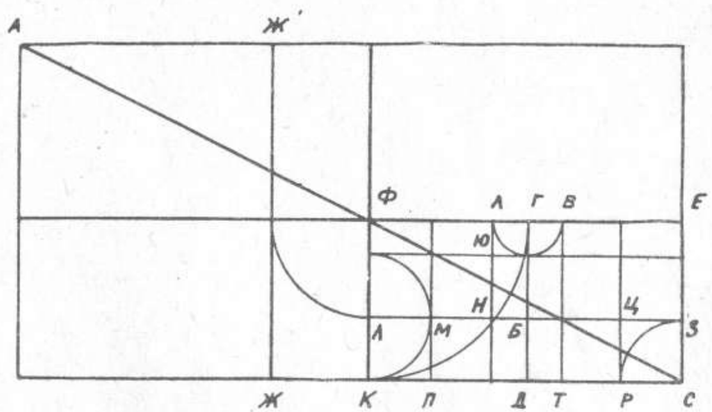


Рис. 45

четыре прямоугольника золотого сечения типа *БЮ* и *ПБ*. Точка *Л* может быть получена пересечением луча *СЖ'* с *ФЕ* (рис. 45).

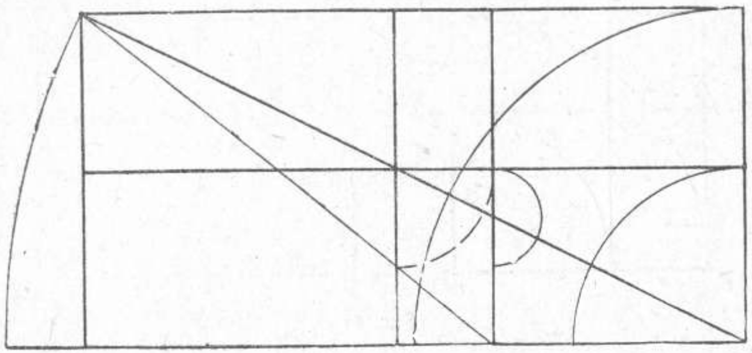


Рис. 46

На рис. 46 показан пример нахождения отрезка $\alpha_1 = 0{,}236$ различными способами.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Иосиф Шефтелевич Шевелев

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ГАРМОНИЯ

Редактор издательства Б. Клица
Художественный редактор В. Смирнов
Технический редактор Л. Скворцова
Корректор Н. Щудло

*

Сдано в набор 26/XII-1962 г.
ЗИ 02119. Подписано к печати 11.III.1963 г.
Формат 70×92 1/16. 6,75 печ. л.—7,9 усл. печ. л.
Уч.-изд. л.—4,88. Тираж 1500. Цена 44 коп.

*

Областная типография им. М. Горького
Костромского полиграфиздата.
Зак. 7757.

11

Опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
17	7 сверху	$1 \sqrt{2}$	$1, \sqrt{2}$
33	5 снизу	$\beta_4 + \beta_5 = \alpha_1 = 1$	$\beta_4 + \delta_4 = \alpha_1 = 1$
34	6 сверху	$\beta_5 = 0{,}944$	$\beta_м = 0{,}944$
54	9 сверху	(0395)	(0,395)
79	5 снизу	чертеж и содержит	чертеж содержит

44 коп.