

Цена 50 коп.

26-94  
21-28-95

**Lehre der Perspektive  
und ihre  
Anwendung**

Р. Шмидт

**Учение  
о перспективе**



Москва  
Стройиздат 1983



# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	5
Введение . . . . .	6
Модель перспективного изображения . . . . .	7
Построение перспективного отображения . . . . .	13
Построение куба в перспективе . . . . .	16
Понятие о точке измерения . . . . .	18
Понятие о тенях . . . . .	21
Центральное освещение . . . . .	21
Солнечное освещение . . . . .	22
Деление дистанции . . . . .	26
Построение теней от наклонной плоскости . . . . .	31
Перспектива при низком горизонте . . . . .	32
Построение перспективы при недоступных точках схода . . . . .	34
Перспективное деление отрезков . . . . .	37
Построение перспективы крыши . . . . .	39
Перспектива наклонной плоскости . . . . .	43
Перспективное изображение кривых . . . . .	47
Перспектива усеченного цилиндра . . . . .	50
Перспектива усеченного конуса . . . . .	53
Построение тени в цилиндрическом своде . . . . .	58
Перспектива шара . . . . .	59
Перспектива сферического очерка . . . . .	74
Наклонная картинная плоскость . . . . .	76
Аксометрическая перспектива . . . . .	82
Треугольник горизонтов и построение точек измерения . . . . .	86
Способ изображения при искажении главных направлений . . . . .	88
Числовая перспектива . . . . .	90
Перспектива в дорожном строительстве . . . . .	91
Реконструкция изображений . . . . .	95
Сферическая перспектива . . . . .	114
Стереоскопическое изображение . . . . .	116
Список литературы . . . . .	122



**Rudolf Schmidt**

# **Lehre der Perspektive und ihre Anwendung**

**Vierte, neubearbeitete Auflage**

**Bauverlag GmbH · Wiesbaden und Berlin**

**Р. Шмидт**

# **Учение о перспективе**

**Перевод с немецкого  
А. П. Соловьева**

**Под редакцией  
канд. техн. наук Р. И. Гольцевой**

**Москва Стройиздат 1983**

Рецензент: Московский инженерно-строительный институт  
им. В. В. Куйбышева.

Шмидт Р.

Ш73 Учение о перспективе / Пер. с нем. А. П. Соловьева; Под ред. Р. И. Гольцевой — М.: Стройиздат, 1983. — 120 с., ил.

В книге специалистов ФРГ методически целенаправленно излагаются внутренние взаимосвязи и принципы практического применения пространственного представления. Построения разных видов даются на примерах, поэтапно. Приведено построение современных объектов и перспективное построение изображений.

Для инженерно-технических работников, полезна студентам архитектурно-строительных вузов.

Ш 4902010000—581  
047(01)—83 162—83

ББК 85.11

72

ШМИДТ Р.

УЧЕНИЕ О ПЕРСПЕКТИВЕ

Редакция переводных изданий

Зав. редакцией М. В. Перевалюк

Редактор Р. Л. Рощина

Мл. редактор Л. Г. Беглецова

Технический редактор Ю. Л. Циханкова

Корректор Л. П. Бирюков

ИБ № 2853

Сдано в набор 17.07.83. Подписано в печать 14.10.83. Формат 60×90/16.  
Бумага типографская № 2. Гарнитура «Литературная». Печать высокая. Печ. л. 7,5.  
Усл. печ. л. 7,5. Усл. кр.-отт. 7,87. Уч.-изд. л. 7,57. Тираж 10 000 экз. Изд. № AVI—9423.  
Зак. № 1729. Цена 50 коп.

Стройиздат, 101442, Москва, Каляевская, 23а.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,  
101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.

© 1978 Bauverlag GmbH Wiesbaden und Berlin

© Перевод на русский язык. Стройиздат, 1983

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге приведены важнейшие задачи построения перспективы. Исходя из изображения на сетчатке глаза объясняются закономерности возникновения перспективного образа. Эти закономерности применяются при построении перспективы, измерении изображений на архитектурных снимках и представления стереоскопических изображений. Рассмотренная в настоящем издании методика последовательных построений способствует не только усвоению этих построений, но и систематизации их геометрических взаимосвязей с целью самостоятельного решения задач.

Практическое применение перспективы<sup>1</sup> в различных областях описано только в важнейших аспектах. Почти при каждом способе построения (будь то фотография или чертеж) имеют дело с проекциями пространственного предмета на некоторую плоскость. Начертательная геометрия занимается изображением предметов на плоскости в их разнообразных пространственных положениях и разработкой соответствующих способов построения. Перспектива, как ветвь начертательной геометрии, специфицирует эти построения, т. е. с помощью своих методов создает изображение, которое вполне соответствует изображению на сетчатке глаза.

Главная цель книги состоит в том, чтобы через непосредственное применение перспективы способствовать развитию возможностей пространственного представления. Рисунки выполнены таким образом, что само построение и его геометрическое содержание почти всегда можно понять путем «чтения» изображений. Читателю рекомендуется перестраивать рисунки заново при измененном центре проецирования.

<sup>1</sup> Приводя примеры практического применения перспективы, автор книги не упоминает актуальную проблему современного проектирования — увеличение престижа макетирования, которая решает те же задачи, но на более высоком уровне [5]. В связи с этим уместно отметить, что в настоящее время происходит активный процесс пересмотра сферы влияния между макетированием и перспективным построением объектов [16, 7]. Этот процесс особенно усиливается в результате появления научной базы макетирования — метрической проективной графики [4, 8]. (Прим. науч. ред.)



Окружающий нас мир является пространственным, и наше визуальное зрение воспринимает это его свойство. Такое пространственное восприятие дается нам от рождения, оно результат функционального свойства двух глаз. Каждый глаз — это аппарат центрального проецирования на сетчатку образов окружающего нас мира. Обусловленные взаимным расстоянием между глазами оба изображения на сетчатке отличаются своей перспективой. В головном мозгу эти независимые картины обоих не совсем одинаковых изображений на сетчатке сливаются в одно стереоскопическое пространственное представление предмета.

В противоположность этому естественному процессу восприятия необходимо прежде всего приобрести способность к узнаванию трехмерного предмета по его изображениям на плоскости (на картине). Это удастся с помощью работы мышления, направленного на определение пространственного расположения элементов объекта. Такая работа мышления и составляет сам процесс изображения, а наш опыт при этом нужен для того, чтобы изображение правильно обосновать<sup>1</sup>.

Процесс визуального восприятия и соответствующий процесс отображения с определенным соотношением своих размеров, с увеличением расстояния от нас уменьшается. Процесс проецирования, который создает такое изображение, показан на гравюре А. Дюрера [11]. От некоторой неподвижной точки стены натянута нить, на которой закреплен визир. Художник смотрит через визир на изображаемый предмет. Зрительный луч — мысленная прямая линия от глаза к некоторой точке вазы, и натянута нить находится на одной прямой. Между наблюдающим глазом художника и изображаемой вазой расположена прозрачная картинная плоскость. Художник отмечает при обходе предмета зрительным лучом на картине точки, в которых зрительный луч в различных положениях проникает сквозь плоскость картины. Совокупность этих точек проникания и дает в итоге перспективное изображение вазы на плоскости картины.

Этот процесс демонстрирует принцип визуального восприятия только одним глазом, так как пучок световых лучей, который исходит от каждой точки предмета через зрачок и затем с помощью собирательного свойства линзы через одну единственную точку направляется на сетчатку. Этот зрительный пучок лучей соединяет по прямым линиям каждую точку предмета с точками изображения. Если представить себе предмет, состоящий из множества точек, то каждой точке предмета будет соответствовать одна определенная точка на сетчатке глаза. Все зрительные лучи при этом будут пересекаться в одной точке в глазу, которая называется точкой зрения и является центром проецирования.

Принимая глаз художника за центр проецирования как неподвижную точку на стене и удаляя вазу, можно получить перспективное изображение на картине, которое создает впечатление, близкое к восприятию самой вазы. Это объясняется тем, что каждая точка вазы с соответствующей ей точкой изображения на картине и точкой на сетчатке глаза могут быть соединены одной прямой линией.

## МОДЕЛЬ ПЕРСПЕКТИВНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

С помощью метода центрального проецирования удастся получить изображения различных предметов на любую поверхность. Наглядным пояснением этого процесса, который устанавливает соответствие точек пространственного предмета точкам, скажем, двумерной плоскости изображения, является представление путей световых лучей, показанных на схематическом разрезе глаза (рис. 1), которые на сетчатке глаза проецируют изображение данного предмета<sup>1</sup>.

Световые лучи отражаются от освещенных предметов по всем направлениям. Те световые лучи, которые попадают в глаз, проецируют изображения освещенных предметов на заднюю стенку глаза. Роговая оболочка  $H$ , водянистая камера  $K$  и хрусталик  $L$  глаза составляют вместе оптическую систему, которая проецирует вертикальные стоящие предметы и создает их перевернутые изображения на сетчатке  $N$ . Сетчатка представляет собой плотную мозаику светочувствительных клеток, которые через многочисленные нервы (от 800 000 до 1 000 000) связаны с головным мозгом. Через них изображения зашифровываются в электрические импульсы и передаются в головной мозг, а затем отражаются в сознании.

Простейшим проецирующим оптическим элементом является собирательная линза. Ее выпуклые отшлифованные сферические поверхности преломляют падающие световые лучи, которые пересекаются в некоторой точке. На рис. 2 показан процесс преломления световых лучей в такой линзе. Обе конечные точки  $A$  и  $B$  отрезка  $ab$  отражают световые лучи. Лучи, падающие на линзу, преломляются в ней и проецируют в точках  $A'$  и  $B'$  перевернутое изображение точек  $A$  и  $B$ . Утолщенные линии от точек  $A$  и  $B$ , направленные прямолинейно к их изображениям, показывают процесс преломления падающих световых лучей. Эти линии показывают как путь проецирующих прямых, так и точку, в которой все проецирующие лучи пересекаются, т. е. центр проецирования.

Если представить себе предмет, поверхность которого состоит из множества отражающих свет точек, то линза будет преломлять в нужном направлении соответствующие световые лучи, падающие на нее от освещенных точек предмета. Так может возникнуть изображение предмета в некоторой плоскости<sup>2</sup>. Поставим в этой плоскости экран или матовое стекло, тогда на них появится видимое изображение,

<sup>1</sup> Автор имеет в виду не стереоскопические, а моноперспективные изображения. (Прим. науч. ред.)

<sup>1</sup> Автор дает неполную схему центрального проецирования. Более полная схема для линейной и тональной перспективы разработана советским исследователем В. Н. Гамаюновым, названная им «анаморфозным проецированием» [6]. (Прим. науч. ред.)

<sup>2</sup> С научной точки зрения более совершенную модель «плоскости» для перспективного отображения предложил профессор Н. М. Бескин на основе скульптурного проецирования на пространство [3]. (Прим. науч. ред.)

проецируемое линзой. Это изображение, как и при рассмотрении фотографии, создает образ предмета, сохраняющийся в нашей памяти. Плоскость, в которой рассматривается изображение предмета, называется плоскостью изображения или картинной плоскостью.

На рис. 3 представлены куб с вершинами  $A, B, C, D$  и  $1, 2, 3, 4$ , картинная плоскость и

центр проектирования  $O$ . Очевидно, что положение картинной плоскости определяет только лишь масштаб, т. е. величину изображения; причем картинная плоскость может находиться перед или за центром проектирования. Помимо этого перспективность изображения определяется положением центра проектирования относительно предмета. Рассматривая

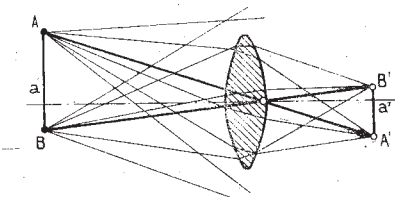
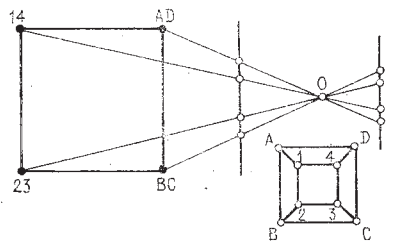
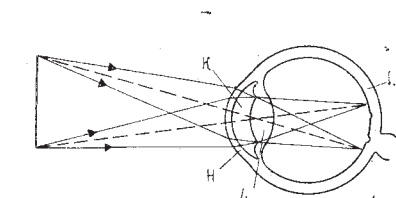


Рис. 1.

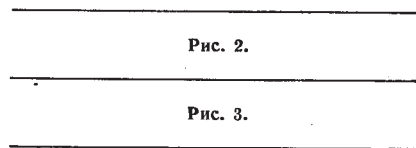


Рис. 2.

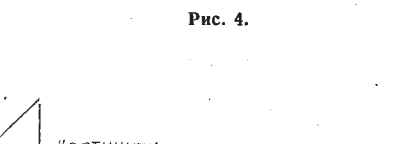


Рис. 3.

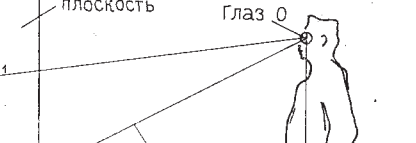
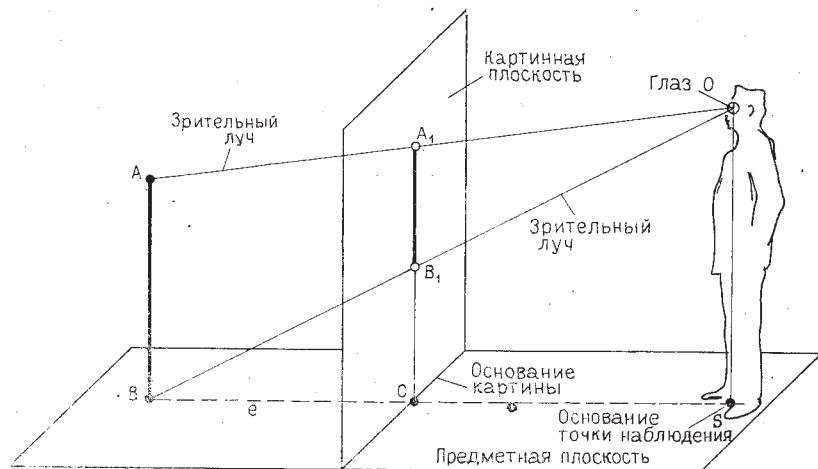


Рис. 4.



вершины  $A, B$  и  $1, 2$ , принадлежащие какой-либо одной грани и расположенные на одинаковых расстояниях от центра  $O$ , заметим, что углы между проецирующими лучами, которые попарно изображают эти точки, будут различными. Отрезок  $AB$ , расположенный ближе к центру проектирования, будет изображаться большим, чем отрезок  $1, 2$ , расположенный далее. Поэтому по изображению становится ясно, что вершины  $A, B, C, D$  расположены перед вершинами  $1, 2, 3, 4$ .

**Перспективным отображением какой-либо точки предмета является точка пересечения проецирующего луча, соединяющего эту точку с точкой зрения наблюдателя и с картинной плоскостью.**

На рис. 4 наглядно показан процесс отображения. Предмет — некоторый вертикально стоящий отрезок на предметной плоскости должен быть отображен. Наблюдатель стоит перед картинной плоскостью и своим глазом — из точки зрения или центра проектирования  $O$  — наблюдает концы отрезка точки  $A$  и  $B$ . Зрительные лучи пересекают картинную плоскость в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Между этими двумя точками и отображается данный объект. Как найти точки пересечения зрительных лучей с картинной плоскостью? На пересечении вертикали, проходящей через точку зрения  $O$ , с предметной плоскостью находится точка стояния (проекция точки зрения). Проекция на предметную плоскость зрительных лучей (штриховая линия) проходит через точку

стояния  $S$  и пересекает картинную плоскость в точке  $C$ . Вертикальная линия, проходящая через точку  $C$ , пересекает оба зрительных луча в искомых точках  $A_1$  и  $B_1$ .

Рассмотрим получение отображения прямой  $e$  (рис. 5), которая в точке  $S$  пересекает картинную плоскость. Точка  $S$  — след прямой  $e$ . Рассматривая все более удаленные на прямой  $e$  точки совместно с их проецирующими лучами, определяем проецирующий луч для бесконечно удаленных точек, который будет параллелен прямой  $e$ , а его точка пересечения с картинной плоскостью и будет отображением бесконечно удаленных точек на прямой  $e$ . Эта точка называется точкой схода параллельных прямых  $F$ . Соединив точку следа  $S$  с точкой схода  $F$ , получим на картинной плоскости прямую как отображение прямой  $e$ , уходящей в бесконечность. Если отображать некоторую другую прямую  $g$ , параллельную прямой  $e$ , то проецирующий луч, параллельный  $g$ , по аналогии с таковым же для прямой  $e$  в точке его пересечения с картинной плоскостью дает точку схода, общую для обеих прямых  $e$  и  $g$ . Можно сказать, что две параллельные прямые пересекаются в некоторой бесконечно удаленной точке и ее отображение есть точка схода  $F$ . Отсюда следует фундаментальный закон перспективы.

Перспективное отображение прямых, параллельных одна другой, сходится в одну и ту же точку схода.

Пусть имеются точки, лежащие на прямой  $e$  и расположен-



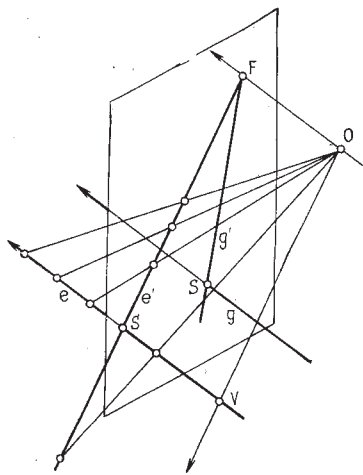


Рис. 5.

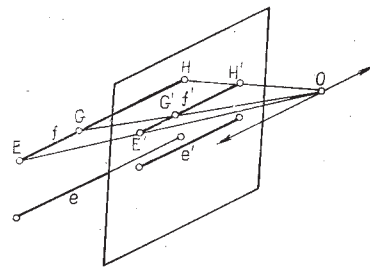


Рис. 6.

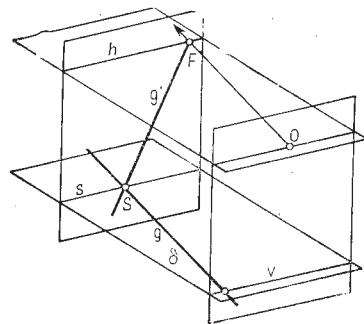


Рис. 7.

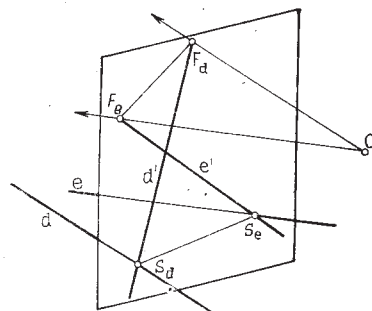


Рис. 8.

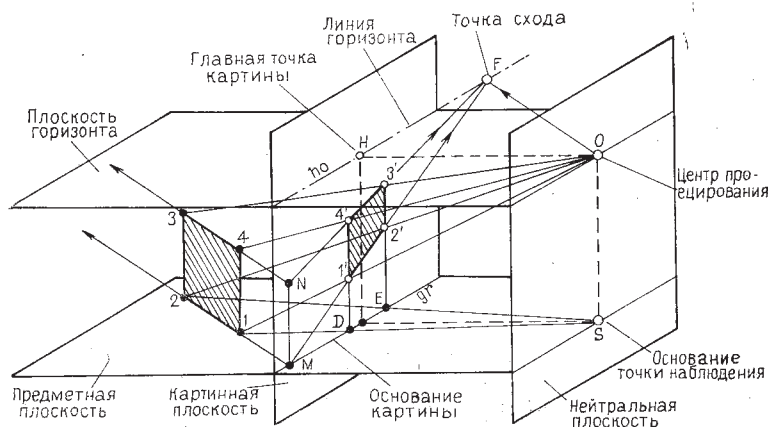


Рис. 9.

ные на одинаковом расстоянии одна от другой. Сравнив эти точки с их отображениями на картинной плоскости, можно установить, что чем дальше точки этой прямой располагаются от центра проецирования, тем отображения этих точек становятся ближе одно к другому. Следовательно, **соотношение расстояний трех точек некоторой прямой общего положения при центральном проецировании искажается.**

Продолжим прямую  $e$  перед следом  $S$  наружу от картинной плоскости и проведем через некоторую точку этой части прямой проецирующий луч. Ниже от точки  $S$  на картинной плоскости он покажет отображение продолжающейся части прямой. Наконец, в точке  $V$  проецирующий луч достигнет положения, в котором он будет параллелен картинной плоскости. Точка  $V$  не отображается на картинной плоскости и называется **нейтральной точкой прямой.**

**Все точки плоскости, которая проходит через центр проецирования и параллельна картинной плоскости, являются не отображаемыми. Указанная плоскость называется нейтральной плоскостью.**

На рис. 6 показаны два отрезка прямых  $e$  и  $f$ , которые параллельны картинной плоскости. При отыскании их точки схода обнаружим, что проецирующий луч, параллельный этим отрезкам и проходящий через центр проецирования, будет также параллелен и картинной плоскости. Следовательно, точки схода этих прямых на картинной плоскости

не существует. Отсюда заключаем.

**Прямые, параллельные картинной плоскости, отображаются как параллельные. При чем соотношение расстояний на этих прямых и их отображений сохраняется.**

Рассмотрим некоторую плоскость  $\delta$  (рис. 7), проходящую горизонтально. Она пересекает картинную плоскость по следу отображения  $s$ . Проведем через точку  $O$  плоскость, параллельную плоскости  $\delta$ . Она пересечет картинную плоскость по линии горизонта  $h$ . Такой горизонт является отображением бесконечно удаленных прямых плоскости  $\delta$  и будет параллелен следу отображения этой плоскости. Здесь, как и выше, можно сказать, что плоскости, параллельные одна другой, пересекаются в бесконечно удаленных прямых и имеют один и тот же горизонт, параллельный этим плоскостям. Плоскость  $\delta$  пересекает нейтральную плоскость по некоторому нейтральному следу.

Пусть плоскость общего положения определяется следом  $g'$  и точкой зрения. Прямая  $g$  только тогда будет принадлежать этой плоскости, когда ее точка следа  $S$  лежит на следе плоскости, а точка схода  $F$  лежит на горизонте  $h$  этой плоскости.

Пусть даны две скрещивающиеся прямые  $d$  и  $e$  (рис. 8), через которые невозможно провести общую плоскость. Линии, соединяющие точки их следов и точки их схода, не параллельны. Эти прямые, таким образом, не принадлежат одной плоскости.

На рис. 9 представлены все рассмотренные геометрические построения, необходимые для установления перспективного соответствия между предметом и его отображением. Точка  $O$  — центр проецирования или точка зрения, перед которой находится картинная плоскость. Чтобы определить положение центра проецирования на картинной плоскости, нужно провести через  $O$  луч, перпендикулярный к картинной плоскости. Он называется главным лучом, и его точка пересечения с картинной плоскостью есть главная точка схода на картине  $H$ . Отрезок  $OH$  назовем дистанцией. Отображаемый предмет — прямоугольник с вершинами  $1, 2, 3, 4$  стоит вертикально к предметной плоскости. Последняя пересекает картинную плоскость по следу отображения или основанию картины, а нейтральную плоскость — по нейтральной линии на вертикали. Под точкой зрения на предметной плоскости расположена точка стояния  $S$ . Плоскость, параллельная предметной плоскости и проходящая через центр проецирования, определяет при своем пересечении с картинной плоскостью линию главного горизонта  $ho$ . Луч, параллельный предметной плоскости и плоскости отображаемого объекта, пересекает линию главного горизонта в точке схода  $F$ .

Проецирующие лучи, идущие от вершин  $1, 2, 3, 4$ , пересекают картинную плоскость в точках их отображений  $1', 2', 3', 4'$ . Есть два способа определения положения этих отображений. Первый способ: в соот-

ветствии с рис. 4 проводят линию через проекцию основания проецирующего луча — точку  $B$  и точку стояния  $S$ . Вертикаль, восстановленная в точке пересечения этой прямой с основанием картины, пересекает в точках отображений  $A'$  и  $B'$  оба проецирующих луча от точек предмета  $A$  и  $B$ . Вторым способом показан на рис. 5. Прямая  $e$  пересекает картинную плоскость в точке  $S$  следа, а параллельный ей луч определяет в точке  $F$  точку схода. Отрезок  $SF$  — отображение этой прямой. Отрезок  $SF$  прямой  $e$  пересекает также все проецирующие лучи в отдельных точках.

Продолжим сторону  $1-2$ , которая лежит в предметной плоскости, до пересечения с основанием картины в точке  $M$  и соединим  $M$  с  $F$ . Тогда оба проецирующих луча от точек  $1-2$  выделяют из прямой  $MF$  отображение стороны  $1-2$ . На вертикали над точкой  $M$  в точке  $N$  продолженная сторона  $3-4$  пересечет картинную плоскость. Линия  $NF$  в точках пересечения с соответствующими проецирующими лучами определяет отображение стороны  $3, 4$ . Точки  $1', 2', 3', 4'$ , соединенные одна за другой, создают перспективное отображение прямоугольника в его пространственном положении.

Оказывается, что все отрезки, которые находятся в картинной плоскости, имеют в ней свои натуральные величины. Например, высота предмета — отрезок  $1-4$  — при параллельном перемещении равна его высоте в картинной плоскости — отрезку  $M-N$ . Отрезки

уходящих линий параллельно  $OF$  искажаются на картинной плоскости. Причем чем глубже такие отрезки расположены в пространстве, тем меньшими по размеру они отображаются.

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Расстояние картинной плоскости от точки зрения  $O$ , или дистанция, определяет лишь величину перспективного отображения. Относительное же положение точек изображения остается неизменным — на каком бы расстоянии ни располагалась картинная плоскость от точки зрения. Положение картинной плоскости относительно точки зрения, таким образом, дает возможность произвольно устанавливать величину или масштаб перспективного изображения без его относительного изменения в перспективе.

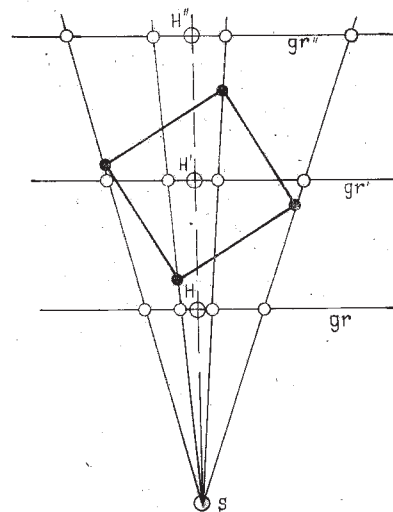


Рис. 10.

Отображение предмета может быть и увеличено (в противоположность его обычной величине), если предмет расположен перед картинной плоскостью.

На рис. 10 показан план некоторого куба. Точка  $S$  — проекция на план точки зрения или точка стояния. Главный луч (штриховая линия) направлен прямо на данный предмет. Проекция на план картинной плоскости, линия основания  $gr$  картины в различных положениях  $gr', gr''$  пересекает главный луч под прямым углом. Точки пересечения лучей зрения, проецируемых на предметную плоскость, с параллельными плоскостями определяют относительно подобные, но различных размеров изображения предмета. Отметим **Дистанция определяет только лишь масштаб отображений.**

Определяющим элементом перспективы изображения является положение точки зрения относительно предмета.

Перспективное изображение трех кубов, которые установлены на различных расстояниях от точки стояния  $S$ , показано на рис. 11. Чем меньше расстояние, тем большим должен быть угол зрения, чтобы охватить все три куба. Крайние лучи зрения, охватывающие предмет, являются сторонами угла зрения.

Изображение, которое построено с наименьшего расстояния от предмета и имеет



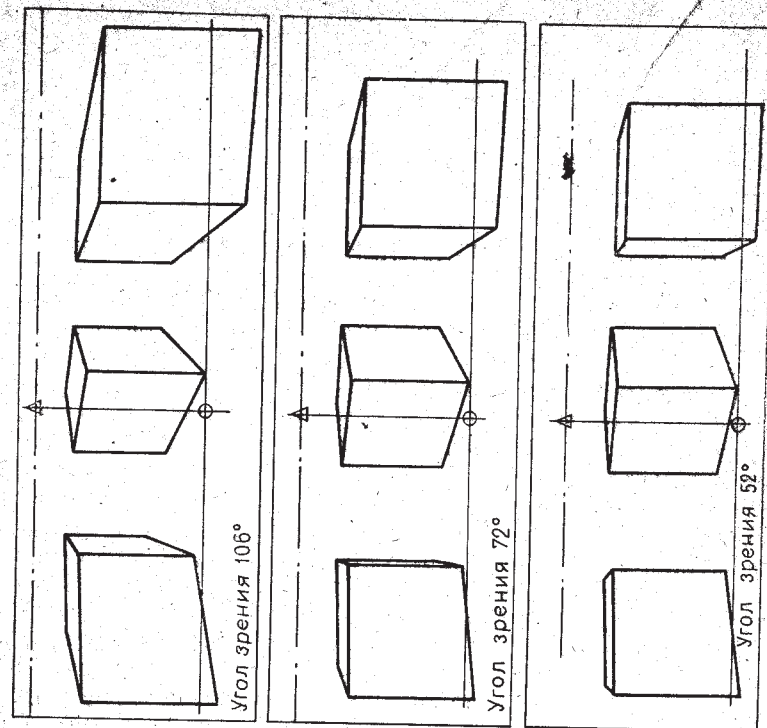


Рис. 11.

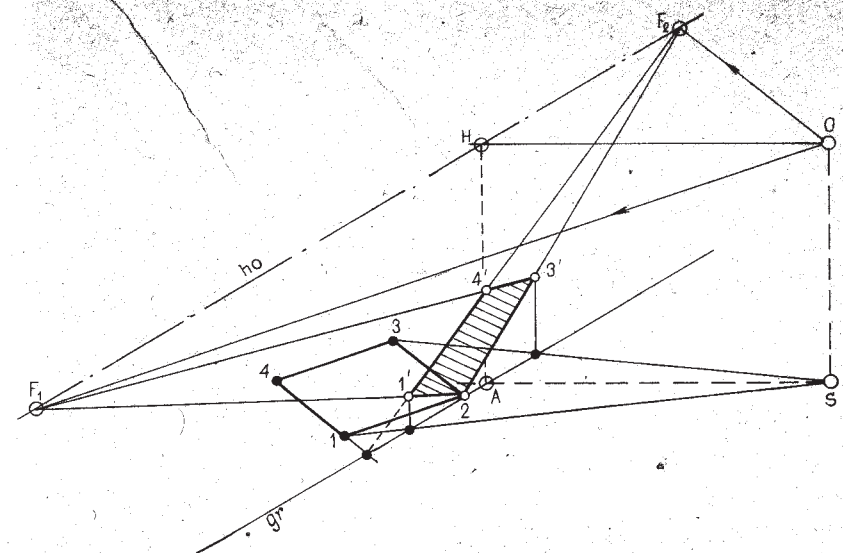
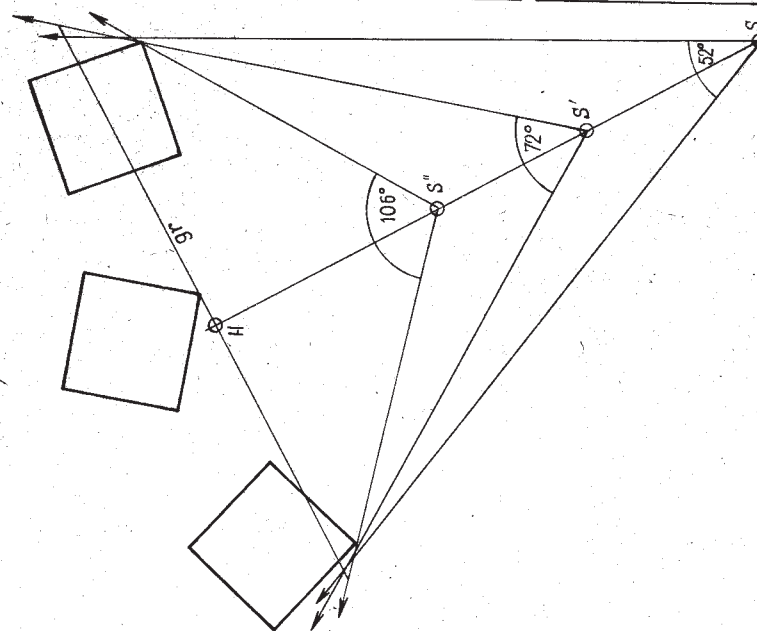


Рис. 12.

угол зрения  $106^\circ$ , показывает на крайних перспективных изображениях заметные искажения предметов. Они производят впечатление неестественности. Изображение, полученное через угол зрения  $72^\circ$ , является компромиссом между удовлетворительным представлением всех трех кубов. Это соответствует полю изображения обычной малоформатной фотокамеры с нормальным объективом. Изображение, полученное через угол зрения  $52^\circ$ , наиболее удовлетворительное. Оно соответствует фотоснимку с объективом «Zeiss Planar», имеющим фокусное расстояние от 80 мм и формат кадра  $6 \times 6$  см.

Обратимся к рис. 12. На упомянутой выше предметной плоскости показан план одного из кубов на достаточном расстоянии от точки стояния  $S$  и точки зрения  $O$ , расположенной над точкой стояния

на произвольно выбранной высоте. Проекция главного луча на предметную плоскость (штриховая линия) направлена на этот план куба. Через вершину 2 перпендикулярно к предметной плоскости проходит вышеупомянутая картинная плоскость.

Проекция на предметную плоскость отрезка главного луча — проекция дистанции — пересекает основание  $gr$  картины в точке  $A$ . Перпендикулярно в главную точку схода картины  $H$  попадает главный луч, выходящий из  $O$ . Через точку  $H$  параллельно основанию картины проходит главный горизонт  $ho$ . Лучи зрения, параллельные ребрам куба  $2-1$  и  $2-3$  на плоскости основания, определяют на главном горизонте точки схода  $F_1$  и  $F_2$  четырех ребер куба.

Вершина куба 2 касается картинной плоскости в ее ос-

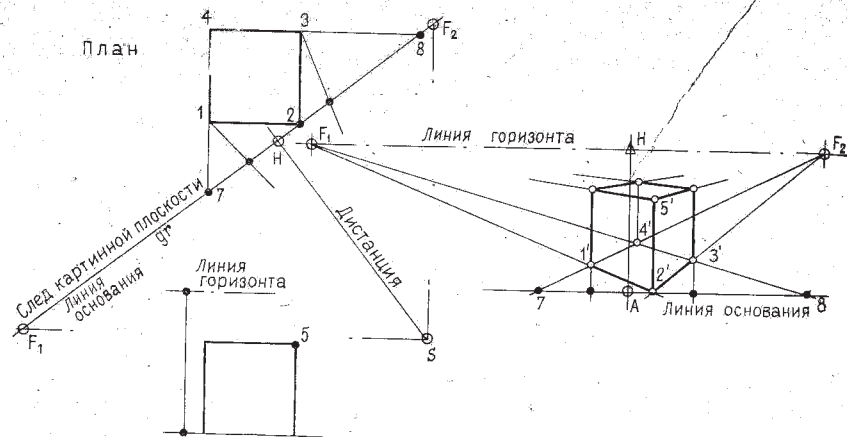


Рис. 13.

новании  $gr$ . Обе стороны 2—1 и 2—3 направлены в перспективе от точки 2 к соответствующим точкам схода  $F_1$  и  $F_2$ . Вертикали к  $gr$ , восстановленные в точках пересечения основания картины с обеими проецирующими лучами — для вершин 1 и 3, пересекают линии схода, идущие в  $F_2$ , в точ-

ках изображений  $1'$ ,  $3'$ . Линии схода, идущие от точки  $3'$  в  $F_1$  и от точки  $1'$  в  $F_2$ , пересекаются в точке изображения  $4'$ . Отображения точек  $1'$ — $2'$ — $3'$  и  $4'$ , последовательно соединенные одно с другим, дают перспективное изображение плана куба.

### ПОСТРОЕНИЕ КУБА В ПЕРСПЕКТИВЕ

Перспективное изображение куба показано на рис. 13. На проекции плана куба выбирается<sup>1</sup> на достаточном расстоянии от объекта точка стояния  $S$ , проекция главного луча направляется прямо на объект, а в правый верхний угол направляется след картинной плоскости  $gr$ , т. е. основание картины.

Точка пересечения главного луча с основанием картины — проекция главной точки

зрения  $H$ . Выбор точки стояния на проекции плана относительно объекта вместе с высотой точки зрения на чертеже определяют качество перспективного изображения. Необходимо проецирующие лучи, используя их проекции на плане от  $S$ , направлять на точки объекта таким образом, чтобы было ясно, какие части объекта будут невидимы и чтобы как можно большая часть объекта оказалась видимой.

Оптимальный результат перспективного изображения определяется только тогда, когда оно рассматривается на том расстоянии от главной точки картины, каким является расстояние от точки стояния до основания картины.

Расположим глаз наблюдателя в точке зрения  $S$ . Тогда лучи зрения, проведенные от точек изображения в точку зрения, создадут на сетчатке глаза геометрически точное изображение, которое возникает при наблюдении объекта. Таким образом, для выбора дистанции должно быть ясно, с какого расстояния перспективное изображение будет рассматриваться.

Точки схода сторон куба на плане находятся там, где параллели к сторонам куба от точки стояния  $S$  пересекают основание  $gr$  картины. Левая точка схода обозначена  $F_1$ , правая —  $F_2$ . Картинная плоскость, на которой строится перспективное изображение, должна быть отдельным чертежным листом. На нем произвольно выбирается главная точка картины  $H$ . На вертикали под ней, на высоте точки зрения, которая определяется по фронтальной проекции, располагается точка  $A$  — точка отсчета, от которой откладываются все размеры ширины и глубины на основании  $gr$  картины. Через главную точку картины  $H$  проходит линия главного горизонта, а через  $A$  — параллельная к ней линия основания  $gr$  картины.

Расстояния от точки  $H$  до обеих точек схода  $F_1$  и  $F_2$  переносятся с плана на линию го-

ризонта картинной плоскости от главной точки картины  $H$ .

Чтобы получить перспективное изображение всего куба, строят изображение его плана. Вершина куба 2 в плане лежит на основании картины. Расстояние от точки  $H$ , измеренные с помощью циркуля на линии основания картины, переносятся на изображение от точки  $A$ . Точно также переносятся на основание картины точки пересечения лучей, соединяющих вершины куба 1 и 3 с линией основания на плане. Вертикали, проведенные через эти точки, пересекаются в точках отображений  $1'$  и  $3'$  с линиями схода, уходящими от точки  $2'$ . Прямые из точек  $1'$  и  $3'$ , проведенные в точки схода  $F_1$  и  $F_2$ , пересекаются в точке  $4'$ . Точки  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$  и  $4'$ , последовательно соединенные одна с другой, определяют перспективный план куба. Отображения  $4'$ — $3'$  и  $1'$ — $4'$  сторон куба, продолженные по линиям схода, пересекают основание картины в точках 7 и 8. Эти точки являются точками пересечения продолженных сторон куба с линией основания  $gr$  картины на плане.

Все размеры на изображении совпадают с натуральными величинами отрезков, попавших в картинную плоскость. Это касается длины ребра куба, проходящего через вершину 2. Поэтому высота куба, определяемая точкой 5 на фасаде куба, переносится на вертикаль в точке  $2'$ . Линии схода из точки  $5'$ , пересекаемые вертикалями, исходящими из точек  $1'$ ,  $4'$  и  $3'$ , дают полное перспективное изображение куба.

<sup>1</sup> В отечественной литературе [2, 10, 12, 19, 21, 26] признано более целесообразным определять главный луч зрения как биссектрису угла зрения. (Прим. науч. ред.)



## ПОНЯТИЕ О ТОЧКЕ ИЗМЕРЕНИЯ

В перспективе имеется возможность определять по истинным величинам отрезков, нанесенным на основание картинной плоскости, их перспективные изображения, а также действительные размеры отрезков по их перспективно искаженным изображениям. Это достигается с помощью метода точки измерения. Метод позволяет, минуя окольный путь построений на плане, непосредственно переносить на изображение все размеры при условии, что заданы: направление изображаемых линий, линия главного горизонта, главная точка картины и точка схода<sup>1</sup>.

На рис. 14 показан принцип применения точки измерения для простейшего случая. На изображение некоторой прямой  $e$ , лежащей на предметной плоскости, должен быть перенесен данный отрезок  $A-B$ . Соединив след  $N$  прямой  $e$  с точкой схода  $F$ , получим отрезок  $N-F$  — изображение прямой  $e$ . На линию основания  $gr$  картины от точки  $N$  наносятся расстояния  $N-A$  и  $N-B$ . Повернем теперь относительно следа  $N$  оба отрезка  $N-A$  и  $N-B$  и переведем их на линию  $e$ , т. е.  $N-A' = N-A$  и  $N-B' = N-B$ . Прямые  $A-A'$  и  $B-B'$  будут параллельны между собой и, как все параллельные, имеют общую точку схода там, где параллельный им луч из точки  $O$  пересекает картинную плоскость, т. е. точку  $M$ .

Прямые, соединяющие точки  $A$  и  $B$  на линии основания  $gr$  картины с точкой схода  $M$ , пересекут отображение прямой  $e$  в точках  $A''$  и  $B''$ . Таким же путем можно любые отрезки, заданные на линии основания  $gr$ , перенести в установленном масштабе в перспективное изображение. Точка схода  $M$  называется точкой измерения прямой  $e$ .

Чтобы оценить эти геометрические построения на плоскости, рассмотрим на рис. 15 плоскости: горизонту, картинную и предметную, — развернутые в одну плоскость. Из этого совмещения очевидно следующее. Поворот отрезка  $N-A$  в положение  $N-A'$  дает равнобедренный треугольник  $A-N-A'$ . Параллель к хорде  $A-A'$  через точку  $B$  переносит неизменной длину отрезка  $N-B$  на линию  $e$ . Если изменить направление прямой  $e$ , то изменится также и направление указанной параллельной хорды или, иначе, — направление линии измерения. Проведем  $O-F$  параллельно  $e$  и  $O-M$  параллельно  $A-A'$ , тогда треугольник  $F-M-O$  будет равнобедренным. Таким путем находится точка измерения  $M$ , причем отрезок  $O-F$ , параллельный прямой  $e$ , поворачивается вокруг точки схода в горизонтальное положение.

Построение точки измерения на плане показано на рис. 16. Здесь можно сформу-

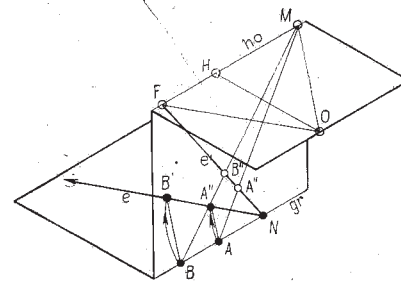


Рис. 14.

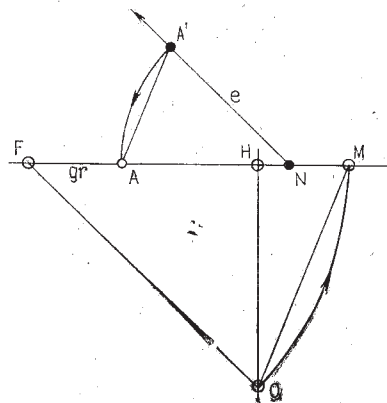


Рис. 15.

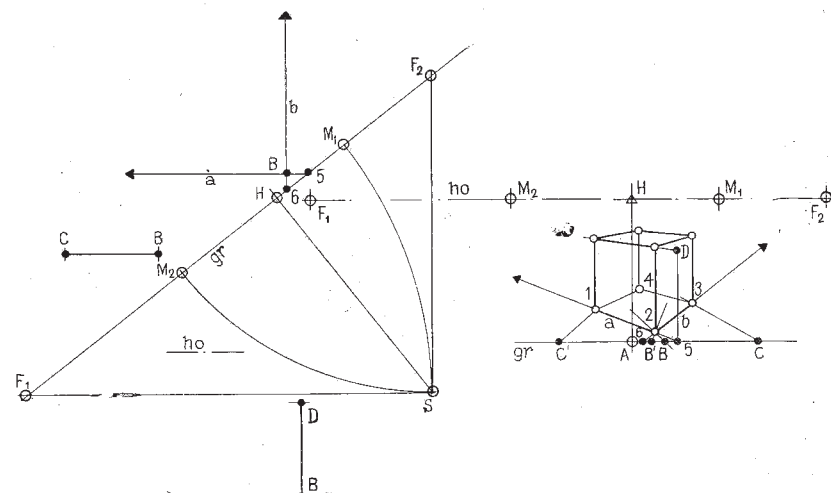


Рис. 17.

<sup>1</sup> Автор имеет в виду прямоугольные модели (куб, параллелепипед). При изображении других геометрических моделей этих условий может быть недостаточно. (Прим. науч. ред.)

определить следующее положение

Точка измерения прямых, лежащих на предметной плоскости и имеющих точку схода  $F$ , задана тогда, когда принадлежащая предметной плоскости параллель этим прямым  $F-O$  путем вращения вокруг  $F$  переносится на горизонтальную прямую, причем  $F-M = F-O$ . При этом точка измерения обладает следующим свойством: если из нее через конечные точки перспективно уменьшенного отрезка провести линии схода, то они переводят этот отрезок в его истинную величину на линию основания; и наоборот — действительные размеры отрезка на линии основания перспективно уменьшаются при переводе их на изображение заданной прямой.

На рис. 17 заданы точка стояния  $S$ , линия основания  $gr$  картины и, кроме того, размеры сторон куба  $C-B$  и  $B-D$ . С помощью точки измерения нужно построить перспективу куба. На плане показано положение куба относительно точки стояния  $S$ . Параллели к направлениям сторон куба  $a$  и  $b$  из  $S$  определяют обе точки схода  $F_1$  и  $F_2$  сторон куба. Поворот отрезков  $F_1-S$  и  $F_2-S$  к линии основания картины задает точки измерения вышеуказанных сторон куба:  $M_1$  — точка измерения стороны  $a$ ,  $M_2$  — стороны  $b$ .

Точки схода  $F_1$  и  $F_2$  и обе точки измерения переносятся

от главной точки картины  $H$  на линию главного горизонта в изображении. Продолженные стороны  $a$  и  $b$  на плане пересекают линию основания картины в точках 5 и 6. Эти точки переносятся на линию основания  $gr$  картины в перспективе относительно точки  $A$ . Линии схода к соответствующим точкам схода определяют в точке их пересечения 2 положение вершины куба на изображении. Из точки измерения  $M_1$ , относящейся к стороне  $a$ , проводим линию схода через вершину куба 2, которая пересекает в точке  $B'$  линию основания. От точки  $B'$  на линию основания переносим размер стороны  $B-C$  и получаем точку  $C'$ . Прямая, проведенная из  $C'$  в точку  $M_1$ , пересекает направление стороны  $a$  в точке 1. Отрезок 1-2 представляет собой перспективно искаженную сторону куба  $a$ .

Уходящая линия, проведенная из  $M_2$  через вершину 2, пересекает линию основания в точке  $B$ . Аналогично откладывают от точки  $B$  величину стороны  $B-C$ , проводят через точку  $C$  уходящую линию в  $M_2$  и находят изображение 2-3 стороны куба  $b$ .

Длину высоты куба  $B-D$  с фасада откладывают по вертикали от точки 5 и находят точку пересечения линии схода из  $D$  в  $F_1$  и вертикали из точки 2. Соответствующие уходящие линии и вертикали, проведенные через вершины куба, дают полную перспективу куба.

## ПОНЯТИЕ О ТЕНЯХ

Построение теней значительно усиливает эффект перспективного изображения.

Свет распространяется от источника света по всем направлениям. Источник света идеализированно принимается точечным. Если расположить его в бесконечности, то он будет освещать предметы световыми лучами, параллельными один другому. Поэтому говорят об освещении параллельными лучами. Если же источник света находится на конечном расстоянии, то имеет место центральное освещение.

Когда тело попадает под световые лучи<sup>1</sup>, освещается лишь часть этого тела, другая его часть, повернутая от световых лучей, находится в тени, которая называется собственной тенью. Пограничная линия на поверхности тела, отделяющая освещенную часть тела от теневой, является очерком собственной тени. На очерке собственной тени располагаются точки, в которых световые лучи

касаются поверхности тела.

Совокупность световых лучей, которые касаются тела в точках очерка его собственной тени, образует при центральном освещении лучевой конус, а при освещении параллельными лучами — лучевой цилиндр (рис. 18). Кривая тени этого конуса или цилиндра на некоторой поверхности называется очерком падающей тени на эту поверхность.

Можно сформулировать следующее положение.

**Очерк падающей тени тела может быть получен как падающая тень от очерка своей собственной тени.**

Это положение имеет большое практическое значение, так как оно сводит построение падающих теней тела к построению падающих теней отдельных точек очерка собственной тени.

## ЦЕНТРАЛЬНОЕ ОСВЕЩЕНИЕ

На плане рис. 19 показано положение источника света  $LQ$  относительно куба, а на фасаде — его положение по высоте. Вертикальные световые плоскости, одна из которых проходит через точку схода  $F_2$ , а другая — через точку  $S$ , пересекают линию основания картинной плоскости  $gr$  в точках  $T$  и  $R$ . Тем самым будет определена точка основания источника света  $LF$  в перспективе.

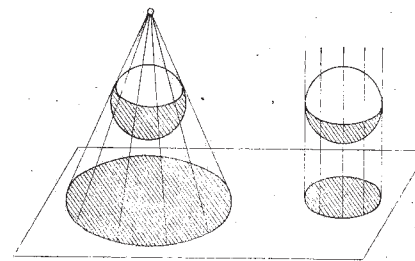


Рис. 18.

<sup>1</sup> Автор упоминает лишь упрощенное представление образования светотени, сводя геометрические построения к определению очерков собственной и падающей тени. В действительности же, свет (освещенная часть предмета), собственная и падающая тени имеют свои градации, которые разграничиваются линиями равного тона Антонио Бардони [6, 19]. (Прим. науч. ред.)



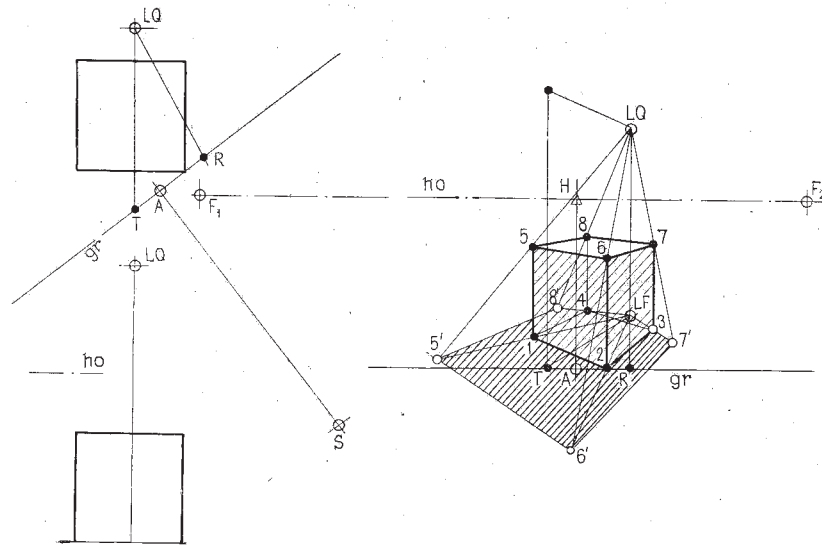


Рис. 19.

На вертикали от  $T$  отложена высота  $LQ$ . Линия схода в  $F_2$  определяет положение источника света  $LQ$  на вертикали к точке основания  $LF$ .

Получим падающую тень куба на предметную плоскость как падающую тень от отдельных вершин очерка собственной тени куба. Если провести лучи от источника света  $LQ$  в вершины 5, 6, 7, 8, то они пересекут предметную плоскость в точках 5'—6'—7'—8'. Точное положение этих точек падающей тени будет там, где проекции указанных выше световых лучей на предметную плоскость пересекают сами свето-

вые лучи. Проекция световых лучей проходят через точку  $LF$  и соответственно через точки 1—2—3—4. Фигура на плане 4—8'—5'—6'—7'—3 есть, таким образом, центральная проекция очерка собственной тени 5—6—7—8 куба на предметную плоскость.

Точка основания источника света  $LF$  лежит за кубом. Поэтому перпендикулярные основанию видимые боковые грани куба находятся в собственной тени. Поскольку собственная тень получает отраженный свет от окружающей среды, то она всегда светлее<sup>1</sup>, чем падающая от нее тень.

Солнечное освещение, или освещение параллельными лучами, отличается от центрального освещения тем, что источник света находится в бесконечности.

Изображение на рис. 20 показывает вертикально стоящий на предметной плоскости отрезок  $A—B$ , от которого нужно получить падающую тень.

Световые параллельные лучи, источником которых является солнце, будут иметь точку схода, расположенную выше линии горизонта, даже если они окажутся не параллельными предметной плоскости. Световой луч направления света, идущий через точку зрения  $O$ , пересекает в точке  $L$  картинную плоскость, причем через вертикаль под точкой основания источника света  $LF$  проходит след световой плоскости на предметной плоскости.  $L$  — точка схода всех световых лучей, исходящих из  $S_0$ , поскольку  $L$  — изображение бесконечно удаленного солнца.

Данный отрезок  $A—B$  изображен на картинной плоскости в качестве отрезка  $A'—B'$ . Его падающая тень на предметной плоскости определится, если через точку  $A'$  провести световой луч из точки схода световых лучей  $L$ . Этот луч пересечет свою проекцию на предметную плоскость в точке  $M$ , которая располагается на прямой, идущей через точку  $LF$  и  $B'$ . Отрезок  $B'—M$  — изображение падающей тени на предметную плоскость.

По отношению к наблюдателю солнце может иметь три

принципиально разных положения (рис. 21). Если оно стоит перед наблюдателем, то световой луч, идущий через точку зрения  $O$ , пересекает картинную плоскость выше линии главного горизонта. Когда солнце находится сзади наблюдателя, то световой луч через  $O$  пересечет картинную плоскость ниже линии главного горизонта. Если солнце расположено сбоку от наблюдателя и световой луч через  $O$  параллелен картинной плоскости, то световые лучи никогда не сойдутся в одну точку схода, поэтому в перспективном изображении солнечные лучи остаются параллельными один другому.

Солнце расположено перед наблюдателем (рис. 22). На плане показана проекция светового направления  $r$ , а на фасаде — угол падения световых лучей на  $41^\circ$ . Направление  $r$  пересекает картинную плоскость в точке основания источника света  $LF$ . Повернем проекцию светового направления вокруг точки  $LF$  до совмещения с картинной плоскостью и получим тогда в  $M1$  точку измерения указанного выше светового направления  $r$ . Совместив картинную плоскость по ее основанию картины с предметной плоскостью, вычертим в точке  $M1$  угол в  $41^\circ$ , равный углу падения световых лучей, и получим затем в точке  $L$  (на вертикали из  $LF$ ) точку схода световых лучей.

Отложим от  $H$  на линии главного горизонта в перспективе точку основания источника света  $LF$ , а затем на верти-

<sup>1</sup> Это слишком строгое заключение автора, к сожалению, может приобретать и обратный смысл. Все зависит от обстоятельств: например, светлый потолок и темные стены могут сделать рефлексы падающей тени на полу светлее [20, 23]. (Прим. науч. ред.)

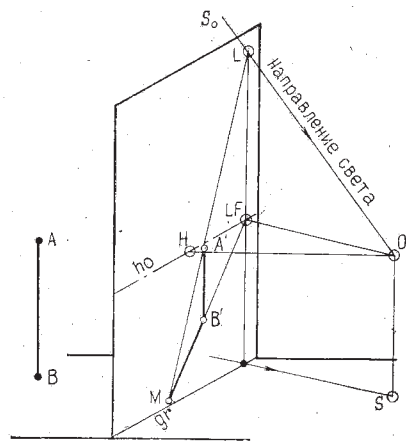


Рис. 20.

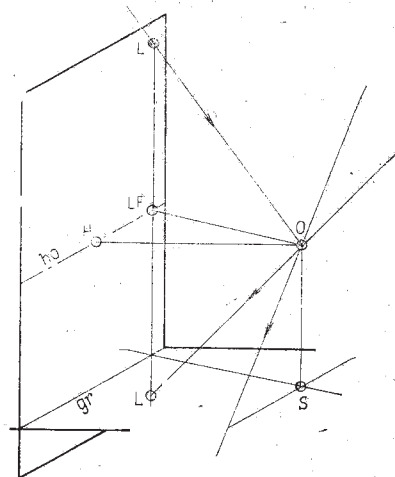


Рис. 21.

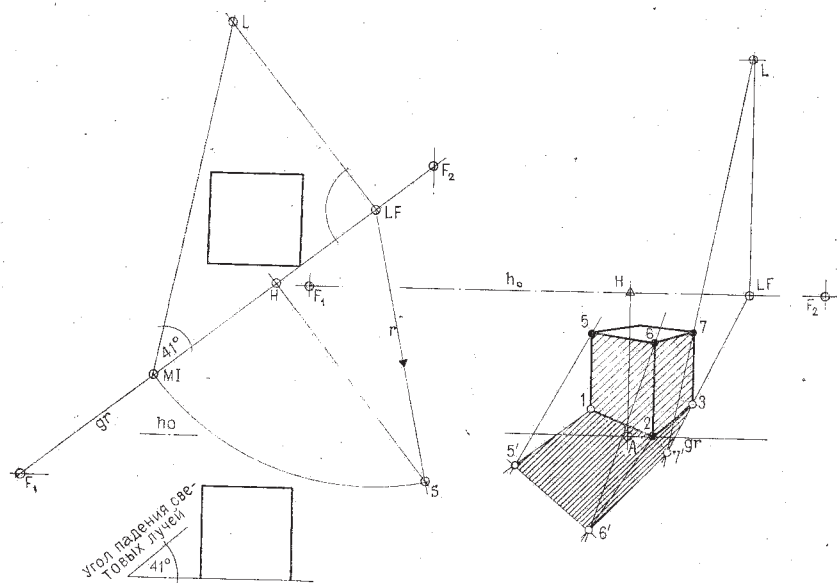


Рис. 22.

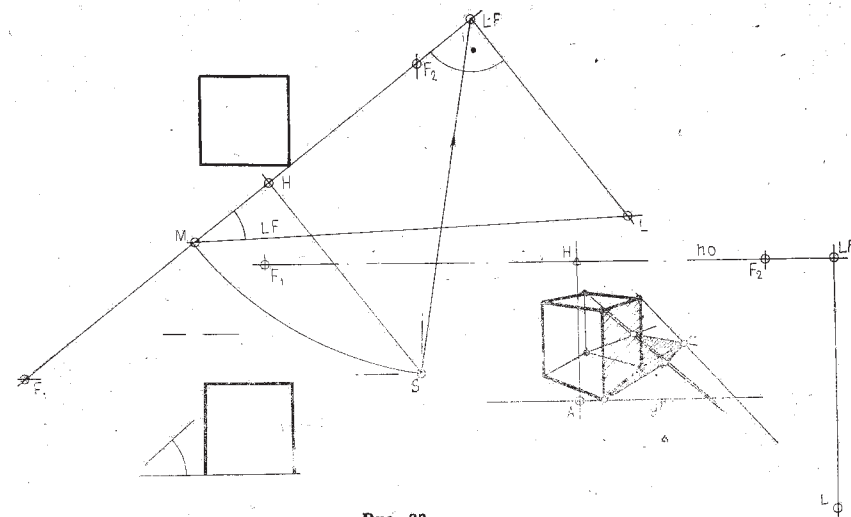


Рис. 23.

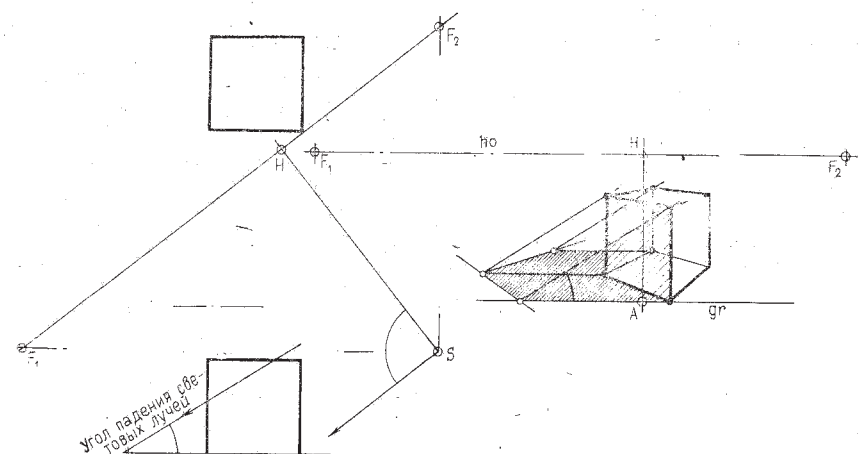


Рис. 24.

кали над ней получим точку схода световых лучей  $L$ . На рис. 22 приведена также падающая тень от куба на предметную плоскость, которая построена как падающая тень от отдельных вершин очерка собственной тени.

Проекция двух световых лучей из точки  $LF$  через вершины куба  $1$  и  $3$  показывают, что обе видимые боковые грани куба

находятся в собственной тени. Проведем лучи из точки схода световых лучей  $L$  через вершины  $5-6-7$  очерка собственной тени куба. Они пересекут в точках  $5'-6'-7'$  выходящие из  $LF$  соответствующие проекции световых лучей. Очерк падающей тени  $1-5'-6'-7'-3$  является проекцией очерка собственной тени  $5-6-7$  куба на предметную плоскость.



Солнце стоит сбоку (спра-

## ДЕЛЕНИЕ ДИСТАНЦИИ

В таком случае используют параллельность как средство вспомогательного построения. Если на половине дистанции от точки зрения до картинной плоскости возьмем точку  $1/2d$ , то соответствующая ей точка схода  $1/2F$  будет расположена на линии основания картины  $gr$  на расстоянии от  $H$ , в два раза меньшем фактического расстояния точки схода  $F$  от  $H$ . Так же и действительная точка измерения расстояний удваивает то свое расстояние от  $H$ , которое получается для точки измерения, соответствующей точке схода  $1/2F$ . Аналогично можно выполнить и другое произвольное деление дистанции. При этом нужно иметь в виду, что расстояния от  $H$  до полу-

чающихся точек схода и от них до соответствующих точек измерения будут пропорциональны коэффициенту деления дистанции.

Прежде всего строится перспектива плана указанного объекта. Боковое ребро объекта с точкой *1* расположено в картинной плоскости. Это ребро является, таким образом, и измерителем вертикалей для того, чтобы перенести высоты точек *5* и *6* с фасада на перспективное отображение. Линии схода, выходящие из точек *5* и *6* в соответствующие точки схода, и построенные вертикали в вершинах перспективного плана дают отображение данного многоугольного объекта.



Через наиболее благоприятную выбранную точку плана, например через вершину  $1$  перспективного изображения, проведем прямую с направлением в возможную точку освещения источника света  $LF$  на линии главного горизонта.

С помощью такого небольшого построения тени можно судить, является ли принятое световое направление наиболее эффективным.

ис. 26.

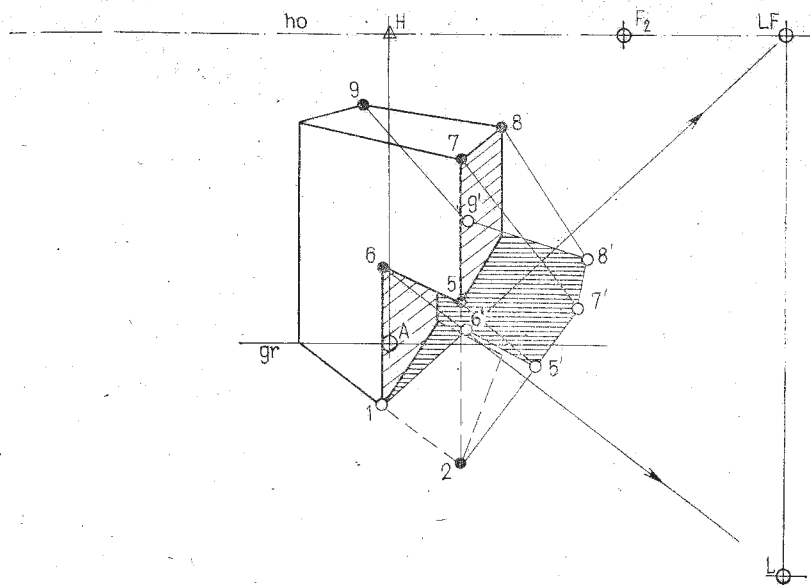


Рис. 27.

Поскольку произвольно выбранный световой луч пересекает вертикаль через  $LF$  ниже линии главного горизонта, то, следовательно, объект освещается спереди. Если в сравнении с этим точка пересечения лежала бы выше горизонта, то ранее освещенная грань объекта, повернутая к наблюдателю, была бы в тени. Тогда точка схода  $L$  была бы одновременно изображением бесконечно удаленного солнца.

Последовательно соединенные вершины  $1-6-5-6-7-8$  и  $9$  очерка собственной тени тела создают его падающую тень на предметной плоскости там, где световые лучи, проходящие через точки собственной тени, пересекаются с их проекциями на предметной плоскости.

Сравнив очерк собственной

тени  $1-6-5-7-8-9$  с очерком падающей тени  $1-6'-5'-7'-8'-9'$ , отметим, что падающая тень вертикальных прямых  $1-6$  и  $5-7$ , т. е. и  $2-7$ , на предметную плоскость параллельна к проекциям на план светового направления. Это замечание справедливо для всех вертикальных линий. Отсюда следует, что падающие тени всех вертикалей параллельны между собой. Поскольку они также параллельны и проекции светового направления, то имеют точку схода, одноименную с точкой схода  $LF$ .

Линии тени, падающие от прямых  $6-5$ ,  $7-8$ ,  $8-9$ , параллельных предметной плоскости, будут направлены соответственно в точки схода следов этих прямых.

Выбор положения картинной плоскости, т. е. установле-

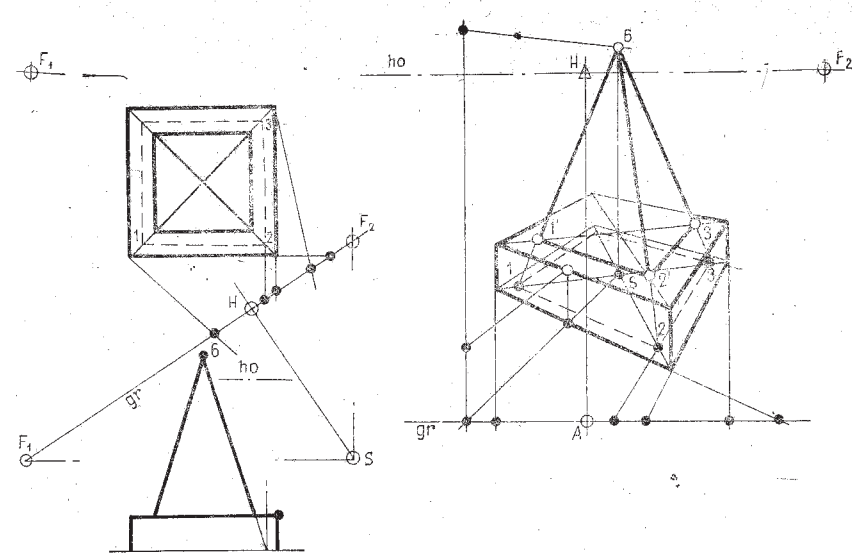


Рис. 28.

ние ее расстояния относительно точки стояния  $S$ , дает возможность устанавливать произвольную величину изображения без изменения перспективного построения. Проведя картинную плоскость через некоторое вертикальное ребро объекта, это ребро на изображении представляется в его натуральную величину. Располагая картинную плоскость перед объектом, получаем уменьшенное изображение; располагая же картинную плоскость за объектом — увеличенное изображение.

При ограниченном размере чертежа мы вынуждены располагать на плане картинную плоскость по возможности ближе к точке стояния наблюдателя. Удаляя же картинную плоскость от точки стояния будем получать все увеличивающиеся изображения объекта.

Обратимся к рис. 28, на котором картинная плоскость показана расположенной на незначительном расстоянии от точки стояния  $S$ . Пусть заданная фигура должна быть отображена в перспективе в удвоенном масштабе.

Все расстояния между точками на линии основания  $gr$  плана и расстояния до точек схода  $F_1$  и  $F_2$  переносятся в их удвоенной величине от точек  $A$  и  $H$  на изображении. Точно так же и высота фигуры с фасада переносится на длину вертикалей в изображении в два раза увеличенной.

*Ход построения.* Перспективный план строится по точкам, лежащим на линии основания картины  $gr$ . Расстояния между точками переносятся в их удвоенной величине на новую линию основания  $gr$  в изображении относительно точки  $A$ . Диагонали, проведенные

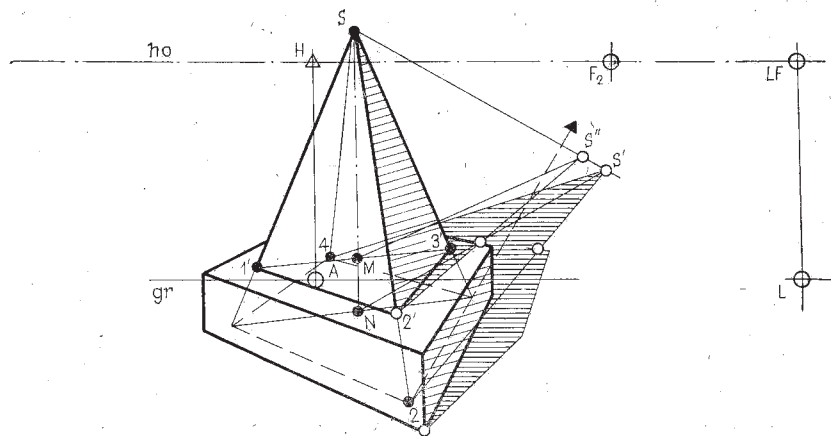


Рис. 29.

на плане цоколя пирамиды, определяют в их точке пересечения точку основания  $s$  вершины  $b$  пирамиды на предметной плоскости. Линия схода из  $F_2$ , проведенная через точку  $s$  пересекает линию основания  $N$  в  $LF$ . Прямые от точек основания пирамиды на плане 2 и 4 к точке падающей тени  $s'$  определяют очерк падающей тени пирамиды на предметную плоскость.

Аналогично поступают при определении падающей тени от пирамиды на цоколь. Диагональ через вершины  $1'$  и  $3'$  в точке пересечения с вертикалью, проходящей через  $N$ , определяет точку  $M$  основания вершины пирамиды на поверхности цоколя. Световой луч, проходящий через  $s$ , пересекает его проекцию, проходящую через  $M$ , на поверхности цоколя в точке тени  $s''$ . Прямая, соединяющая точку тени  $s$  с вершиной 2, является очерком падающей тени пирамиды на поверхность цоколя.

Положение солнца выбрано произвольно (рис. 29). Прежде всего строится падающая тень

на предметной плоскости. Линия схода из  $F_2$ , проведенная через точку  $s$  пересекает линию основания  $N$  в  $LF$ . Прямые от точек основания пирамиды на плане 2 и 4 к точке падающей тени  $s'$  определяют очерк падающей тени пирамиды на предметную плоскость.

Аналогично поступают при определении падающей тени от пирамиды на цоколь. Диагональ через вершины  $1'$  и  $3'$  в точке пересечения с вертикалью, проходящей через  $N$ , определяет точку  $M$  основания вершины пирамиды на поверхности цоколя. Световой луч, проходящий через  $s$ , пересекает его проекцию, проходящую через  $M$ , на поверхности цоколя в точке тени  $s''$ . Прямая, соединяющая точку тени  $s$  с вершиной 2, является очерком падающей тени пирамиды на поверхность цоколя.

## ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ ОТ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

При некоторых обстоятельствах в случае наличия наклонной плоскости может оказаться спорным: находится ли эта наклонная плоскость в тени или попадает под световые лучи, т. е. освещена (рис. 30). На рисунке показаны различ-

ные случаи положения теней на наклонной плоскости при различном наклонении ее к предметной плоскости.

Если плоскость имеет наклон, параллельный световому направлению, то она освещена с обеих своих сторон. Падающая тень от этой плоскости является прямой линией, совпадающей с продолженным следом, который плоскость образует с предметной плоскостью.

Когда падающая тень от некоторой произвольной точки наклонной плоскости располагается «перед» ее продолженным следом  $e$ , плоскость имеет собственную тень. Если же, напротив, точка тени лежит «за» ее продолженным следом  $e$ , то плоскость будет освещена<sup>1</sup>.

Падающая тень от произвольной точки, лежащей на наклонной плоскости, определяется следующим образом. Проводят световой луч через эту точку, а через ее ортогональную проекцию на предметной плоскости проводят проекцию светового луча. Точка пересечения луча с его проекцией и есть искомая точка падающей тени.

Пусть вершина пирамиды бросает свою тень «перед» продолженным следом  $e$ . Тогда плоскость, которой принадлежит этот след  $e$ , будет находиться в собственной тени.

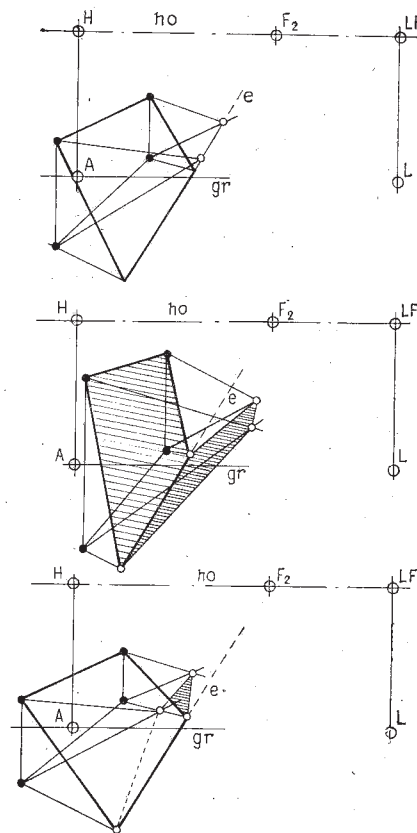


Рис. 30.

<sup>1</sup> «Перед» и «за» продолженным следом здесь следует понимать с точки зрения видимости, если учесть, что плоскость, дающая след, может быть продолжена во всех направлениях. (Прим. науч. ред.)

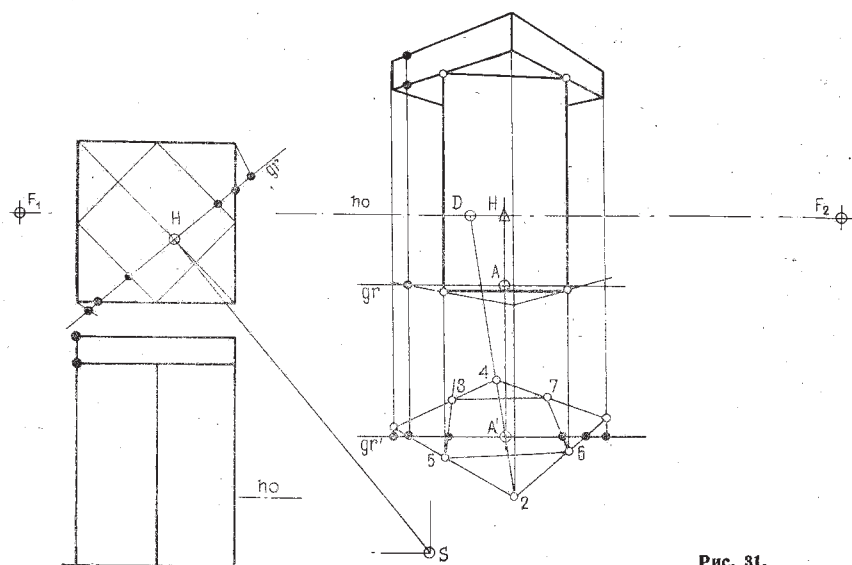


### ПЕРСПЕКТИВА ПРИ НИЗКОМ ГОРИЗОНТЕ

При низком главном горизонте (рис. 31) план фигуры, находящейся на земле, кажется таким узким, что линии этого плана перестают отличаться одна от другой и точки их пересечения поэтому не могут быть точно определены. Точное построение тогда осложняется и становится совсем невозможным, когда предметная плоскость совпадает с плоскостью горизонта. В этих случаях при построении перспективного плана выбирают такую горизонтальную плоскость, которая расположена либо достаточно высоко, либо низко относительно плоскости главного горизонта — плоскость поднятого или опущенного плана. Трудности построения тогда устраняются. Соответствующие точки линии основания  $gr$  на плане предметной плоскости точкам линии основания  $gr'$  на опущен-

ном плане лежат на соответствующих вертикалях. Откладывая высоты с фасада от выбранной линии основания  $gr'$ , можно как бы увеличить расстояния в глубину на плоскости опущенного плана. Если же плоскость опущенного плана выбрать ближе к плоскости горизонта, то расстояния в глубину предметной плоскости зрительно уменьшатся.

Углы фигуры колонны расположены на гранях плиты карниза, и грани колонны параллельны диагоналям плиты карниза. На перспективном плане проводят диагональ через вершину 2 и 4 плиты карниза и затем продолжают диагональ до линии главного горизонта. В точке их пересечения получают точку схода всех линий, которые параллельны указанной диагонали. Точки следов сторон колонны на ли-



**Рис. 31.**

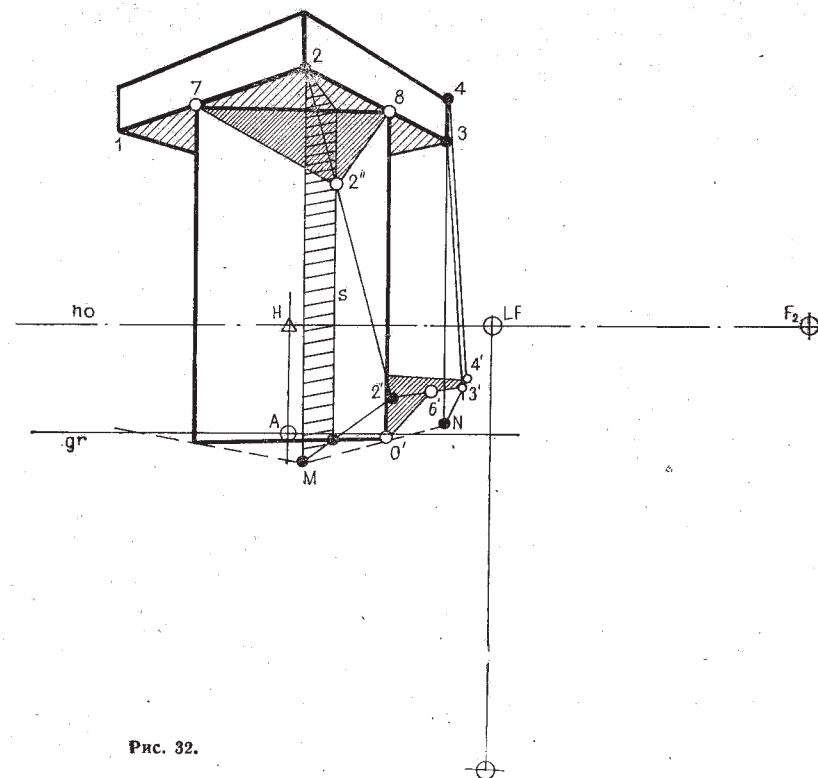


Рис. 32.

нии основания  $gr$  плана переносят на линию основания  $gr'$  картины в перспективе. Линии схода, проведенные через перенесенные точки в точку схода  $D$ , пересекают план плиты карниза в точках 5—6—7 и 8. Найденные точки соединяют и получают опущенный план колонны в изображении.

Очерк собственной тени плиты карниза проходит через вершины 1—2—3 и 4 (рис. 32). Световые лучи через точки 2—3 и 4 пересекаются в точках 2'—3' и 4' со своими проекциями на предметной плоскости, идущими через точки *M* и *N*.

Ломаная линия, соединяющая точки  $O'—6'—3'—4'$  и идущая затем в точку схода от грани колонны, является очерком падающей тени фигуры на предметную плоскость.

Проведенная через вертикаль вершины 2 световая плоскость (заштрихованная) пересекает по линии следа  $s$  переднюю грань колонны. Световой луч через точку 2 пересекает след  $s$  в точке 2". Соединяя точки 7 и 8 с точкой тени 2", получим очерк падающей тени, которую плита карниза бросает на колонну.

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИ НЕДОСТУПНЫХ ТОЧКАХ СХОДА

На рис. 25 показан способ определения положения точки схода, лежащей вне чертежного листа, путем деления на эскизе плана дистанции до точки  $H$  на линии основания  $gr$  картины на уменьшенные отрезки. Рис. 33 иллюстрирует дальнейшее развитие этого способа — через определенное дополнительное построение устанавливается прежде всего направление в точку схода на изображении, которая лежит вне чертежного листа.

Когда направление в точку схода на плане найдено, дистанция  $d$  делится на некоторое число равных частей и затем из первой точки деления проводится параллель к прямой  $e$ , определяющей направление в точку схода, до пересечения с линией основания  $gr$  картины. Так получается дополнительная точка схода  $1/3F_1$ . Затем в перспективном изображении делят произвольную прямую  $n$ , которая параллельна дистанции и, следовательно, имеет в точке  $H$  свою точку схода, на такое же число равных частей, как и дистанцию  $d$  на плане. Проводим из первой точки деления прямую в точку  $1/3F_1$ , а затем параллель к этой прямой через точку 3. Тем самым будет определено искомое направление в точку схода  $F_1$ .

Обратимся к рис. 34. Точка схода  $F_1$  нижнего куба является недоступной на чертеже. С помощью описанного выше вспомогательного построения определяют направление в эту точку схода в перспективе.

Имея направления линии  $n$ , между этим направлением и главным горизонтом располагают две какие-либо шкалы, заданные отрезками  $a$  и  $b$ . Прямые, соединяющие соответствующие точки деления этих шкал, образуют перспективные параллели данного направления в точку схода  $F_1$ . Линии схода сторон куба, проходящие через точки схода  $F_1$ , будут тогда проходить между соответствующими точками образовавшейся перспективной сетки.

Процесс построения перспективы обоих кубов начинается с перенесения точек с линии основания  $gr$  плана в перспективу. Штриховые линии следов на предметной плоскости дают опущенный на предметную плоскость план верхнего куба, высота которого откладывается на штриховой вертикали.

Существует удобный и точный способ проведения линий в недоступную точку схода — способ, основанный на использовании перспективной линейки (рис. 35).

Перспективная линейка состоит из трех линейек, стороны которых  $a$ ,  $b$  и  $c$  пересекаются в одной точке  $P$ .

Перспективную линейку прикладывают стороной  $a$  к линии горизонта. Вдоль сторон  $b$  и  $c$  линейки проводят две прямые  $m$  и  $n$ . Затем кладут линейку стороной  $a$  в направлении прямой  $s$ , которая указывает на недоступную точку схода  $F_1$  таким образом, чтобы сторона линейки  $b$  пересекала

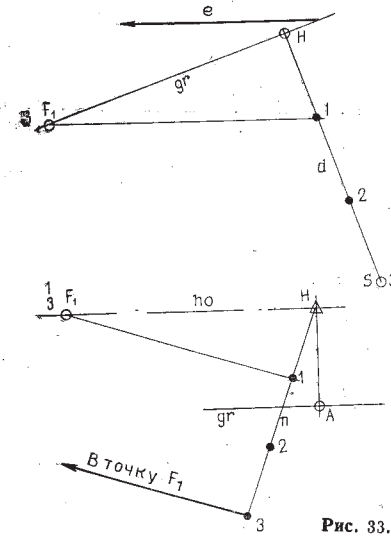


Рис. 33.

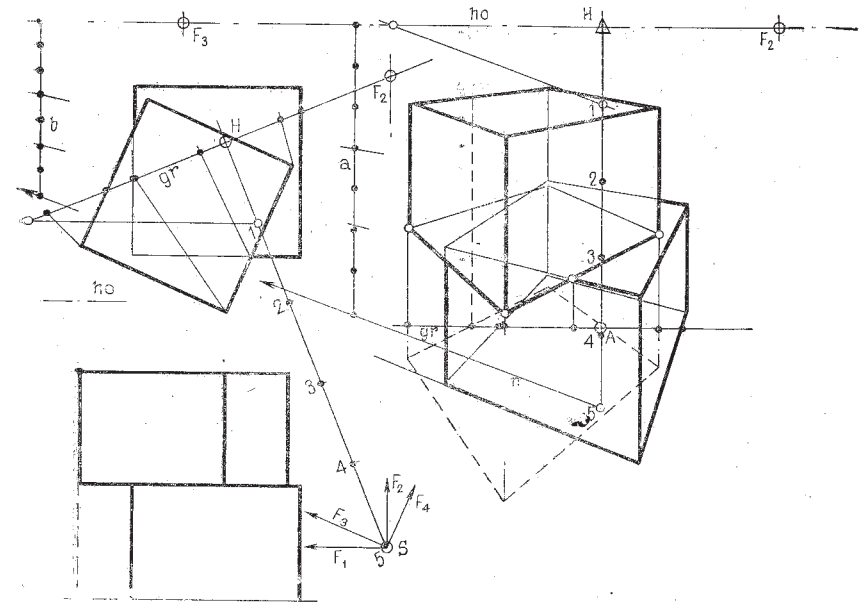
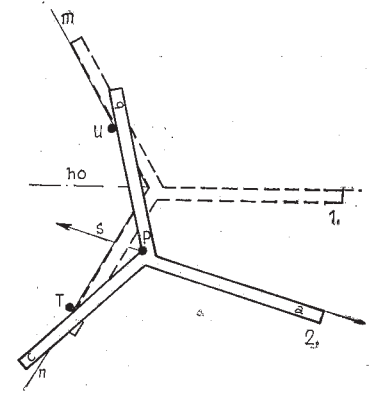


Рис. 34.

Рис. 35.



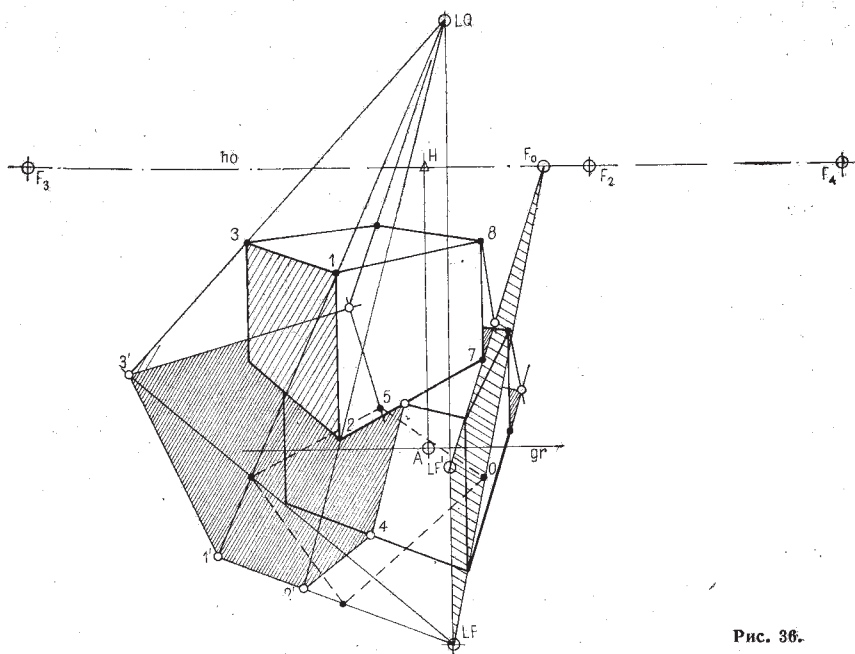


Рис. 36.

прямую  $m$ , а сторона  $c$  — прямую  $n$  в пределах чертежного листа. Карандашом отмечают в полученных точках пересечения точки  $T$  и  $U$ . Если оставлять стороны  $b$  и  $c$  линейки всегда скользящими по этим неподвижным точкам, то сторона  $a$  всегда будет иметь направление в точку схода  $F_1$ . Это справедливо по свойству угла, вписанного в окружность: точка пересечения  $P$  описывает всегда дугу окружности, центр которой определяет направление стороны  $a$  в точке схода  $F_1$ .

Нужно построить при центральном освещении тени от двух кубов, стоящих один на другом (рис. 36). Положение источника света определено точкой  $LQ$  и точкой основания источника света  $LF$  на предметной плоскости. Штриховые линии показывают опущенный

план верхнего куба на предметную плоскость.

Световые лучи из  $LQ$  через вершины 3, 1 и 2 очерка собственной тени верхнего куба пересекают свои проекции из точки основания  $LF$  в точках падающей тени 3'—1' и 2'.

Тень, падающая от ребра 2—7 на предметную плоскость, — прямая, параллельная этому ребру и направлена в точку схода  $F_4$ . Эта тень на своем пути в точке 4 преломляется, переходя на вертикальную грань нижнего куба. Эта вертикальная грань касается в точке 5 ребра 2—7. Поэтому падающая тень должна проходить от точки 4 в точку 5. Падающая тень от вертикально стоящего ребра 7—8 приходится на горизонтальную грань нижнего куба. Падающая тень тенесоздающей точки есть точ-

ка пересечения светового луча через тенесоздающую точку с его проекцией на грань, на которой определяется тень.

Поскольку проекции световых лучей берут свое начало из точки основания источника света  $LF$ , то нужно перенести точку основания источника света  $LF$  с предметной плоскостью на верхнюю горизонтальную грань нижнего куба, которая и является тенеприемной плоскостью. Проекция светового луча из  $LF$  через вершину  $O$  на плане имеет свою точку схода в  $F_0$ . Линия схода из  $F_0$

через вершину 7 пересекает вертикаль из  $LF$  в точке  $LF'$ .  $LF$  — точка основания источника света  $LQ$  на горизонтальной тенеприемной грани, проходящей через вершину 7.

При центральном освещении вертикальные ребра также отбрасывают свои падающие тени в направлении проекций световых лучей; ребра, параллельные тенеприемной плоскости, создают свои падающие тени, параллельные этим ребрам, а следовательно, направляются на общую точку схода в перспективе.

## ПЕРСПЕКТИВНОЕ ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Иногда затруднительно при делении горизонтальной прямой, когда речь идет не об абсолютной величине отрезков, а только об их соотношениях, построить нужную точку измерения (рис. 37). Вместо нее тогда выбирают произвольную точку схода  $FT_1$  на линии главного горизонта (рис. 37, а). Перспективный отрезок  $O—A$  должен быть повторен на прямой  $n$  несколько раз. Линия схода из  $FT_1$  через точку  $A$  определяет в своем пересечении с линией основания  $gr$  отрезок  $O—1$ . Отрезок  $O—1$  повторно откладывают на  $gr$ , а затем линиями схода в  $FT$  переносят полученные отрезки перспективно укороченными на данную прямую  $n$ .

Если на линии основания  $gr$  нельзя нанести отрезки, то выбирают некоторую параллель  $gr'$  к прямой  $gr$  и другую точку схода  $FT_2$ , которые более удобны для дальнейшего построения. Следуя вышеуказан-

ному способу, продолжают деление уже на новой выбранной параллели  $gr'$ .

Рис. 37, б иллюстрирует точное геометрическое построение пропорционального деления отрезка.

Другой способ деления прямой на перспективно равные отрезки представлен на рис. 37, в. Исходя из того, что горизонтальная и вертикальная линии через точку пересечения диагоналей прямоугольника делят стороны этого прямоугольника на равные части. Из точки  $O$  прямой  $m$  проводят вертикаль и делят ее на две равные части. Через точки деления  $A$  и  $B$  проводят прямые в точку схода  $F_2$ . Вертикаль, проведенная в некоторой точке деления 1, пересекает уходящие линии из  $A$  и  $B$  в точках  $C$  и  $D$ . Диагональ, проведенная через  $B$  и  $C$ , пересекает прямую  $m$  в точке 2 таким образом, что отрезок 1—2 перспективно равен отрезку  $O—1$ .



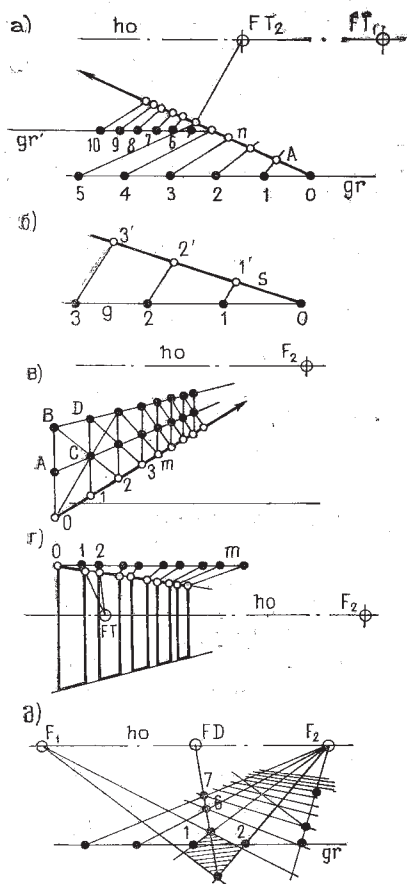


Рис. 37.

Обратимся к рис. 37, г. На горизонтальной линии  $m$  имеется, например, разбивка оконных проемов, которые с помощью линий схода из произвольно выбранной точки схода  $FT$  на изображении фигуры могут быть достаточно точно перенесены с прямой  $m$ . Из точки схода  $FT$  эти равные отрезки с линии  $m$  переносятся в перспективу укороченными в соответствии с перспективным искажением.

Некоторая горизонтальная поверхность должна быть разбита на равные прямоугольники (рис. 37, д). Для этого строят в перспективе один такой прямоугольник, проводят его диагональ, продолжают ее до пересечения с линией главного горизонта и определяют точку схода диагоналей  $FD$ . Точки пересечения 1 и 2 определяют на линии основания  $gr$  отрезок, который затем многократно откладывают на линии  $gr$ . Линии схода из полученных точек в точку схода  $L_2$  пересекают прямую из точки схода диагоналей  $FD$  в точках 6 и 7. Линии схода из  $F_1$  через точки 6 и 7 делят данную поверхность на перспективно равные прямоугольники.

Практическим применением деления отрезка на равные части с помощью описанного способа является построение фигуры (рис. 38), при котором с плана на изображение перенесен лишь один отрезок 1—2. Его многократно откладывают на линии основания  $gr$  картины. Линии схода, проведенные через полученные точки деления в точку схода  $F_2$ , пересекаются с прямыми  $e$  и  $f$  и образуют вершины данной фигуры на перспективном плане.

Световая плоскость, проходящая через тенеобразующее ребро  $e$ , пересекает тенеобразующее ребро плиты карниза кровли и проекцию его на предметной плоскости  $n$  в точках 1 и 2 (рис. 39). Световой луч через точку 2 пересекает в точке 3 ребро  $e$  и в точке 4 встречает след световой плоскости на соседней грани объ-

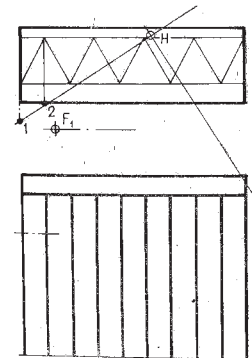


Рис. 38.

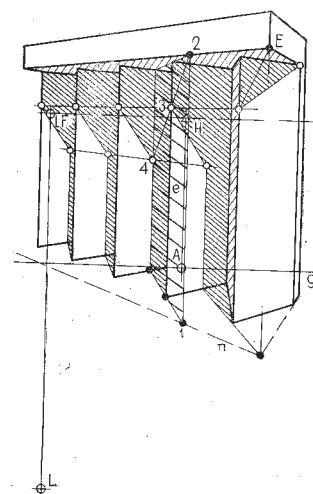


Рис. 39.

екта. Отметив с помощью двух прямых, идущих в точку схода  $F_1$ , уровень полученных точек теней 3 и 4 на остальных вертикальных ребрах фигуры и на вертикальных следах световых плоскостей и соединив определившиеся новые точки теней, получим очерк падающей тени, которую плита карниза бросает на остальные части фигуры. Здесь тенеобразующая вершина  $E$  плиты карниза чисто случайно бросает свою тень на переднее ребро фигуры.

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ КРЫШИ

Сторона дымовой трубы на перспективном построении пересекает в точке 1 край ската крыши  $e$ , а продолжение этой стороны дымовой трубы в точке 2 — опущенный план на плоскость перекрытия  $n$  конька кровли (рис. 40). Вертикаль, проведенная через точку 2, пересекает конек кровли в точке 3. Точка 1, соединенная с точкой 3 до пересечения с вертикальным ребром дымовой тру-

бы, дает линию пересечения, которую видимая грань трубы образует с наклонной плоскостью кровли, т. е. ее скатом.

Выполненное построение дает нам пересечение ската крыши с примыкающей к ней дымовой трубой. Так же поступают при построении линии пересечения скатов двух крыш, коньки которых направлены под прямым углом. Линии  $n$  и  $m$  обоих коньков крыш пересе-

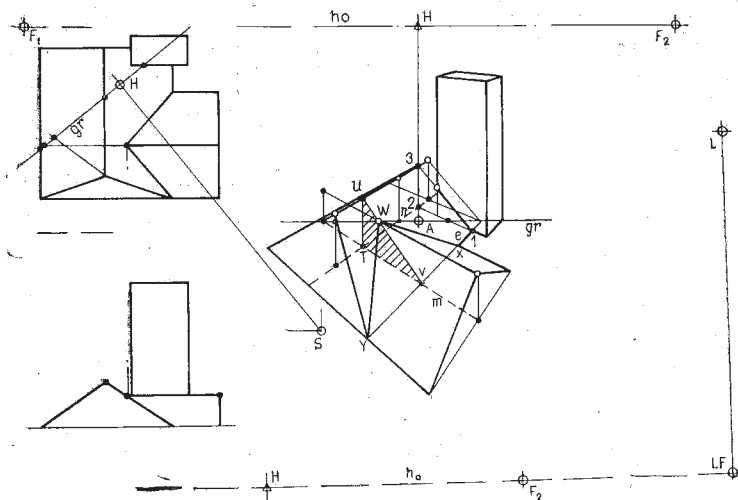


Рис. 40.

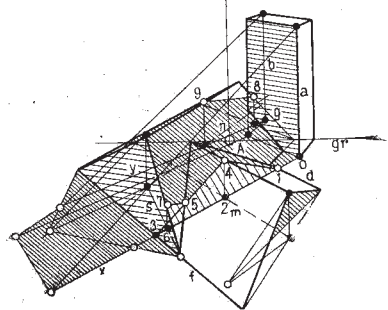
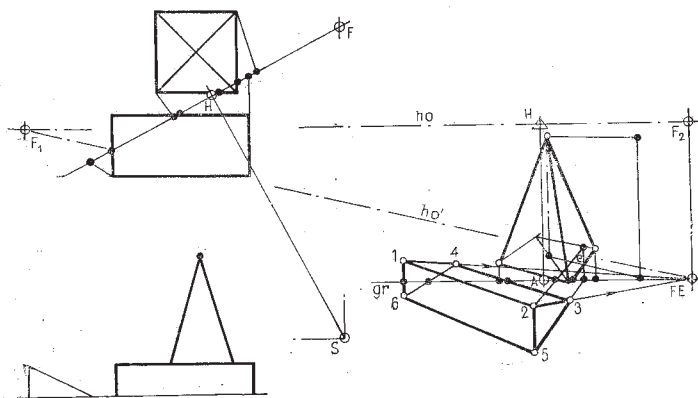


Рис. 41.

Рис. 42.



каются в точке  $T$ , а вертикаль, проходящая через  $T$  пересекает конек в точке  $U$ . Соединив точку пересечения  $V$ , которую линия основания  $m$  образует с продолженным краем ската  $e$ , с  $U$ , получим точку  $W$ , в которой эта прямая пересекает коньковую линию.

Точки пересечения  $X$  и  $Y$  обоих краев скатов крыш, соединенные с  $W$ , образуют линии пересечения двух крыш.

Построение падающих теней, которые дымовая труба бросает на крыши, является в принципе простым (рис. 41). Проводим вертикальные световые плоскости через тенеобразующие ребра трубы  $a$  и  $b$ , теперь необходимо следить за тем, как они пересекут скаты крыши.

След  $x$  световой плоскости через ребро  $a$  пересекает края крыш  $d$  и  $f$  в точках  $1$  и  $3$ , опущенный план конька кровли  $m$  — в точке  $2$ . Вертикаль, проходящая через точку  $2$ , пересекает сам конек крыши в точке  $4$ , а ломаная линия  $1-4-3$  в точке тени  $5$ , лежащей на линии пересечения скатов крыш. Линия опущенного плана  $s$  ребра наклонного торцевого ската крыши пересечена следом световой плоскости в точке  $6$ . Вертикаль над  $6$  пересекает само это ребро крыши в точке тени  $7$ . Соединительная ломаная  $0-1-4-5-7$  является очерком падающей тени тенеобразующего ребра  $a$  дымовой трубы.

Пересечение следа  $y$  световой плоскости от тенеобразующего ребра  $b$  с опущенным планом конька крыши  $g$  на плоскость перекрытия опреде-

ляется вертикалью, которая пересекает само ребро крыши  $g$  в точке  $8$ . Далее вертикаль над точкой пересечения следа  $y$  с линией  $n$  над опущенным планом пересекает конек кровли в точке  $9$ . Соединение точек  $8-9$  образует очерк падающей тени тенеобразующего ребра  $b$  на плоскости крыши.

Обратимся к рисунку 42. В вершинах  $5$  и  $6$  перспективного плана призмы, лежащей перед пирамидой, воздвигнуты вертикальные ребра. Высота их определяется вертикалью  $e$ , на которую перенесена соответствующая высота с фасада. Соединение точек  $1-2-4$  и  $3$  дает грань скошенной поверхности призмы. Эта грань представляет собой плоскость, которая не параллельна и не перпендикулярна предметной плоскости.

Продолжения ребер  $2-3$  и  $1-4$  этой наклонной плоскости пересекутся в точке схода  $FE$ , которая лежит на вертикали под точкой схода  $F_2$  ребер  $5-3$  и  $6-4$  призмы. Горизонтальное ребро  $2-1$  наклонной грани призмы параллельно ребру  $5-6$  и сходится, как и все параллельные прямые, в их общую точку схода  $F_1$ .

Точки схода всех прямых, которые лежат в одной плоскости или ей параллельны, находятся на одной прямой, а именно, на линии горизонта этой плоскости. Это означает, что след схода  $ho'$  плоскости, в которой лежит наклонная сторона призмы, определяется по точкам схода  $FE$  и  $F_1$  прямых, лежащих в этой плоскости.

Световой луч через вершину пирамиды  $S$  пересекает свою

Рис. 44.

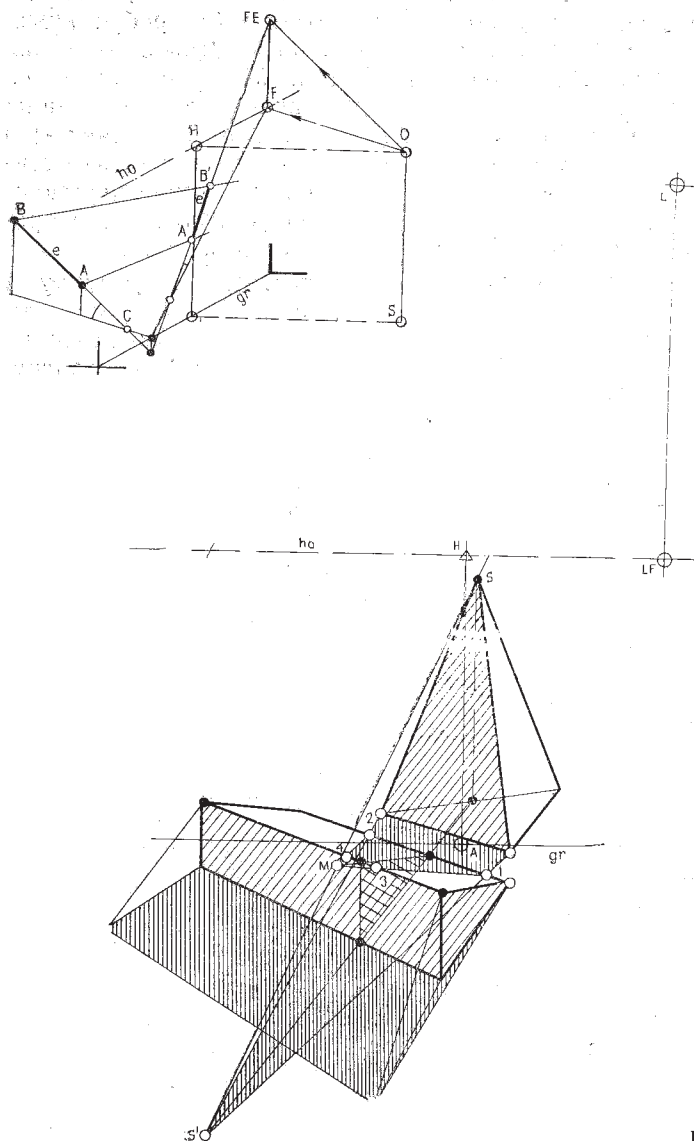


Рис. 43.

проекцию на плане в точке тени  $s'$  (рис. 43). Очерк падающей тени пирамиды в точках 1 и 2 преломляется на наклонную грань призмы. Если пред-

ставить себе эту грань призмы продолженной, то тогда тень от вершины пирамиды будет падать в точку  $M$ , так как она лежит на линии пересечения наклонной грани призмы с со-

ответствующей световой плоскостью (плоскость заштрихована).

Соединение точек 1 и 2 с точкой  $M$  до пересечения в точках 3 и 4 с ребром призмы дает очерк падающей тени от пирамиды на наклонной грани призмы.

Из изложенного следует, что при перспективном построении наклонной прямой к плоскости прежде всего необходимо отыскание точки схода прямой и линии горизонта этой плоскости. Точка следа прямой (или след пересечения с предметной плоскостью) и линия схода предметной плоскости (или горизонт) однозначно определяют данную прямую (или плоскость). На рис. 44 наглядно представлены прямая  $e$  от-

резком  $AB$  наклонно к предметной плоскости и ее ортогональная проекция на эту предметную плоскость. Продолжение прямой  $e$  пересекает в точке  $C$  ее проекцию. Угол, который данная прямая составляет со своей проекцией, является также углом наклона прямой к предметной плоскости.

Прямая  $e$  и ее проекция лежит в одной общей плоскости, перпендикулярной предметной плоскости. Следовательно, точка схода проекции прямой  $e$  лежит на главном горизонте, а точка схода самой этой прямой — на вертикали, перпендикулярной линии горизонта  $ho$ . Точка  $F$  — точка схода проекции на план данной прямой  $e$ . Луч, параллельный прямой  $e$ , определяет  $FE$  — точку схода этой прямой.

## ПЕРСПЕКТИВА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

На рис. 45 показаны предметная плоскость и некоторая наклонная к ней плоскость, которые пересекаются по следу  $s$ . Ограничивающие наклонную плоскость линии  $r$  и  $r'$  расположены перпендикулярно к  $s$  и являются линиями наибольшего ската этой плоскости. С соответствующими своими проекциями на предметной плоскости они образуют угол, которым характеризуется уклон наклонной плоскости к предметной плоскости.

Лучи, проходящие через точку  $O$  параллельно следу  $S$  и опущенному плану на плоскость главного горизонта прямой  $r$ , определяют в своих точках пересечения с линией главного горизонта  $ho$  точки схода  $F_1$  и  $F_2$ . Луч, параллельный линии наибольшего ската  $r$ , пересекает на вертикали над  $F_2$  картинную плоскость в точке  $FE$ . Поскольку  $r$  и  $s$  — прямые одной и той же наклонной плоскости, то горизонт  $ho$  этой



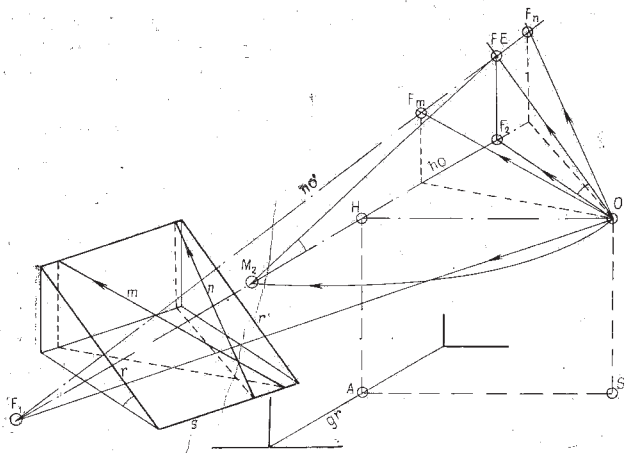


Рис. 45.

плоскости будет проходить через точки схода  $F_1$  и  $FE$ . Обе прямые  $m$  и  $n$  также являются прямыми наклонной плоскости и поэтому их точки схода  $F_m$  и  $F_n$  лежат на  $ho'$ .

Некоторый угол только тогда представляется нам в его действительной величине, когда он расположен в картинной плоскости или в плоскости, ей параллельной. Чтобы представить угол наклона луча, параллельного линии наибольшего ската, в его действительной величине, повернем отрезок  $OF_2$  вокруг вертикали, проходящей через точку  $F_2$ , до совмещения с картинной плоскостью. Теперь в точку  $M_2$  можно перенести вершину этого действительного угла наклона данной плоскости. Точка пересечения стороны угла с вертикалью точки  $F_2$  есть точка схода  $FE$  всех линий наибольшего ската наклонной плоскости.

На плане (рис. 46) задана некоторая наклонная плоскость своим следом  $s$  и линией наи-

большого ската  $r$ , причем угол наклона плоскости составляет, к примеру,  $20^\circ$ . Проекция на план линии наибольшего ската  $r$  имеет свою точку схода в точке  $F_2$ , а след плоскости  $s$  — в точке  $F_1$ .

Отрезок  $F_2-S$ , повернутый вокруг точки  $F_2$  до совмещения с картинной плоскостью, занимает положение  $F_2-M_2$ . Картинная плоскость поворачивается вокруг своего следа  $gr$  в плоскость чертежа для того, чтобы в точке  $M_2$  построить угол наклона  $20^\circ$  плоскости. Продолжение стороны этого угла определяет в точке

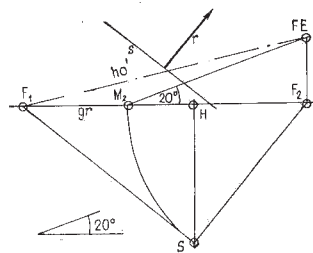


Рис. 46.

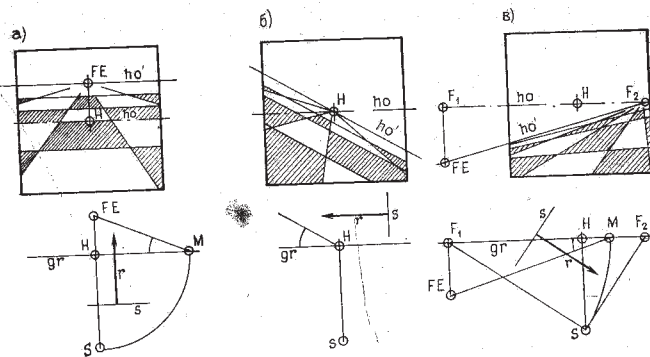


Рис. 47.

ее пересечения с вертикалью, проходящей через точку  $F_2$ , точку схода  $FE$  линии наибольшего ската  $r$ . Прямая  $ho'$  через точки  $F_1$  и  $FE$  является горизонтом наклонной плоскости.

Точка схода  $FE$  будет располагаться по вертикали над точкой  $F_2$ , если наклонная плоскость направлена вверх спереди назад, или под ней, если наклонная плоскость направлена вниз.

На рис. 47, а, б, в показаны планы трех плоскостей, каждая из которых задана своим следом  $s$ , линией наибольшего ската  $r$  и в точке  $M$  имеют заданный угол. Над каждым из планов построены перспективные отображения плоскостей.

Угол ската кровли на плане (рис. 48) у точки  $M$  определен таким образом, что продолжение стороны угла пересекает вертикаль, идущую через точку  $F_2$ , ниже ее.

В перспективном построении отрезок  $F_2-FE$  нужно перенести по вертикали над точкой  $F_2$ , так как крыша поднимается, уходя в глубину про-

странства. Продолжим в перспективе стороны опущенного плана дымовой трубы на плоскость перекрытия до пересечения в точках 1 и 2 с краем ската крыши  $s$  и проведем из этих точек пересечения линии схода в точку  $FE$ . Эти прямые пересекут в точках 3 и 4 вертикальные ребра трубы. Соединив точки 5—3—4 одна с другой получим линию пересечения, которую грани трубы образуют с передним скатом крыши.

Построение теней ведется очень просто (рис. 49). Вычертив падающую тень трубы на предметной плоскости, определим ее пересечение линии края ската крыши  $s$  в точках 1 и 2. Соединив точку 1 с тенеобразующей точкой 3, найдем очерк падающей тени трубы на наклонную поверхность крыши. Световая плоскость через тенеобразующее ребро  $e$  трубы пересекает конек кровли в точке 4. Прямая, соединяющая точку 4 с точкой 2, дает падающую тень тенеобразующего ребра  $e$  трубы на скате крыши.

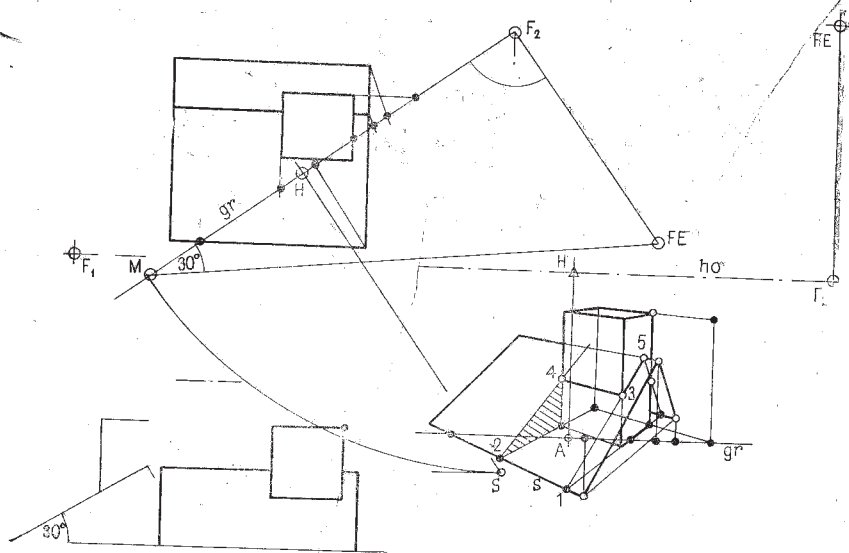
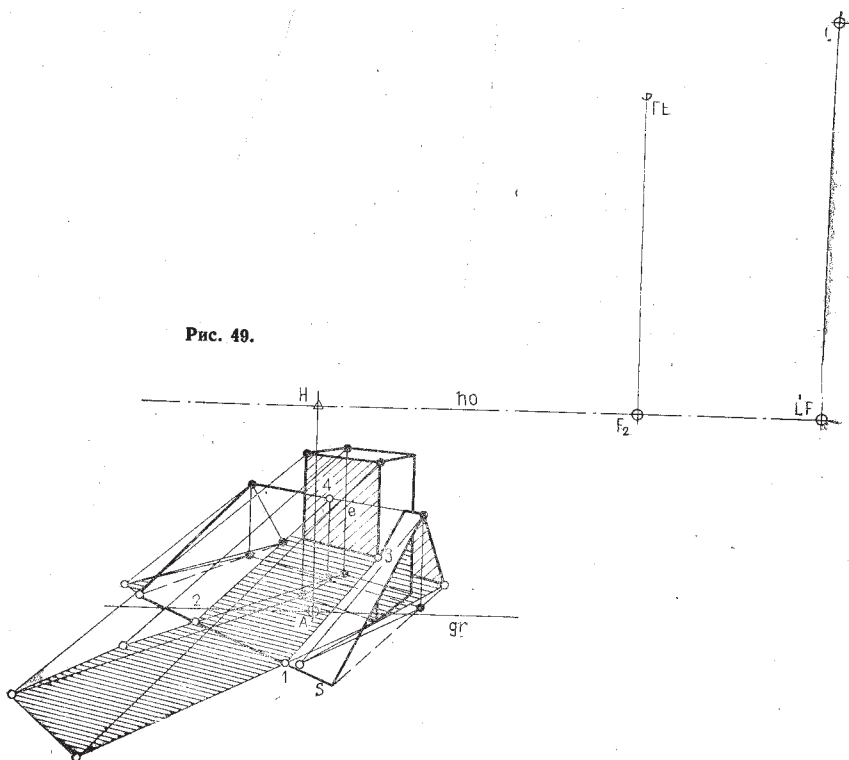


Рис. 48.

Рис. 49.



## ПЕРСПЕКТИВНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ КРИВЫХ

Резюмируя результаты всех представленных выше примеров можно сказать следующее.

Каждая точка пространства при ее перспективном отображении однозначно соответствует единственной точке картинной плоскости. Перспективным отображением прямой является прямая и каждая фигура таким образом имеет вполне определенное однозначное перспективное изображение.

При перспективном изображении каждая точка рассматриваемого объекта и соответствующая ей точка в изображении лежат на одном и том же луче зрения; точка объекта имеет свое отображение на картинной плоскости там, где луч зрения, направленный в эту точку, пересекает картинную плоскость. Эта точка пересечения зрительного луча с картинной плоскостью является точкой отображения точки объекта. Точка объекта, принадлежащая заданной предметной плоскости, опреде-

ляется там, где луч зрения встречается с вертикалью, идущей от проекции луча на эту плоскость. Плоскость же, как известно, определяется своим следом  $gr$  и линией главного горизонта  $ho$  на картинной плоскости.

На рис. 50 показаны некоторая прямая  $m$  и ее перспективное изображение  $m'$ . Прямая  $m$  лежит в плоскости, которая имеет свой след отображения  $gr$  и главный горизонт  $ho$ . Прямая  $m$  пересекает в точке  $U$  картинную плоскость и в точке  $V$  нейтральную плоскость. Луч, параллельный прямой  $m$ , определяет в точке  $F$  точку схода этой прямой. Отображенная прямая  $m'$  (т. е.  $m'$ ) проходит через точки  $U$  и  $F$ . Отображение точки  $V$  на картинной плоскости находится в бесконечности, так как проецирующий луч, проходящий через точку  $O$ , является параллельным картинной плоскости. Некоторая другая прямая  $n$ , пересекающая прямую  $m$  в точке  $V$ , имеет с  $m$  одну и ту же нейтральную точку и

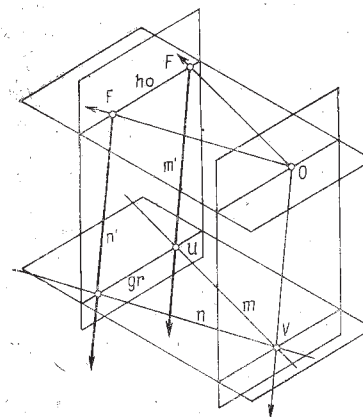


Рис. 50.

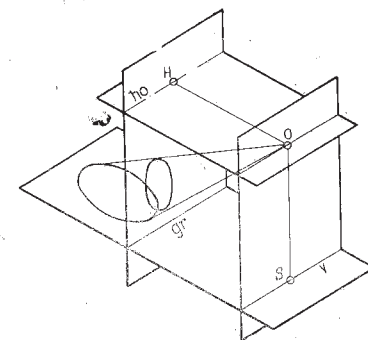


Рис. 51.

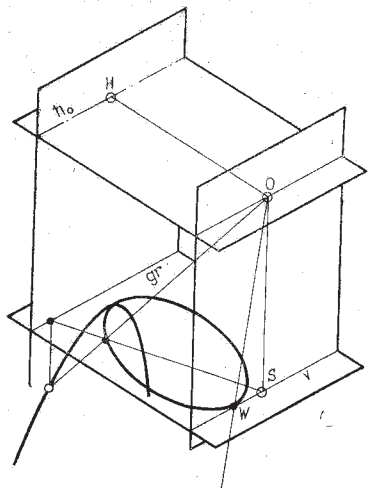


Рис. 52.

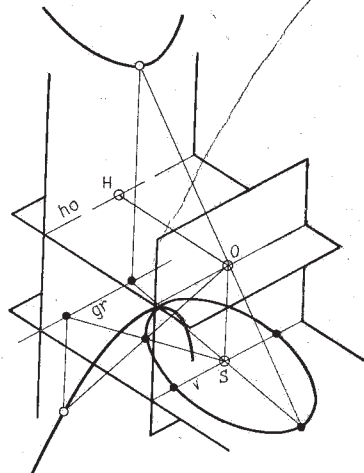


Рис. 53.

отображается на картинной плоскости как параллель к  $m'$ . Можно отметить следующее положение.

**Прямые, которые имеют одну и ту же нейтральную точку, изображаются параллельными друг другу.**

Рассмотрим вместо прямой некоторую окружность (рис. 51). При этом необходимо иметь ввиду следующие свойства. Каждая точка окружности и соответствующая ей точка в изображении лежат на одном и том же проецирующем луче. Все проецирующие лучи, проходящие через данную окружность, образуют лучевой конус, основанием которого является изображение этой окружности на картинной плоскости. Изображением окружности является след пересечения картинной плоскости с указанным лучевым конусом. Этот след является эллипсом.

Пусть на предметной плоскости имеется окружность в таком положении (рис. 52),

когда она касается следа  $v$  нейтральной плоскости. Перспективным изображением этой окружности является кривая с бесконечно удаленной точкой на картинной плоскости, так как зрительный луч через нейтральную точку  $W$  параллелен картинной плоскости. Этот след, изображающий в перспективе окружность, называется параболой.

Если окружность рассечена нейтральным следом  $v$  в двух точках (рис. 53), то перспективным изображением окружности является кривая с двумя бесконечно удаленными точками, изображающими окружность. Эта кривая — гипербола, состоящая из двух ветвей. Часть гиперболы, которая видна ниже линии горизонта  $ho$ , соответствует части дуги окружности, лежащей перед нейтральной плоскостью. Та же ветвь гиперболы, которая отображается над линией горизонта, соответствует дуге окружности, расположенной за

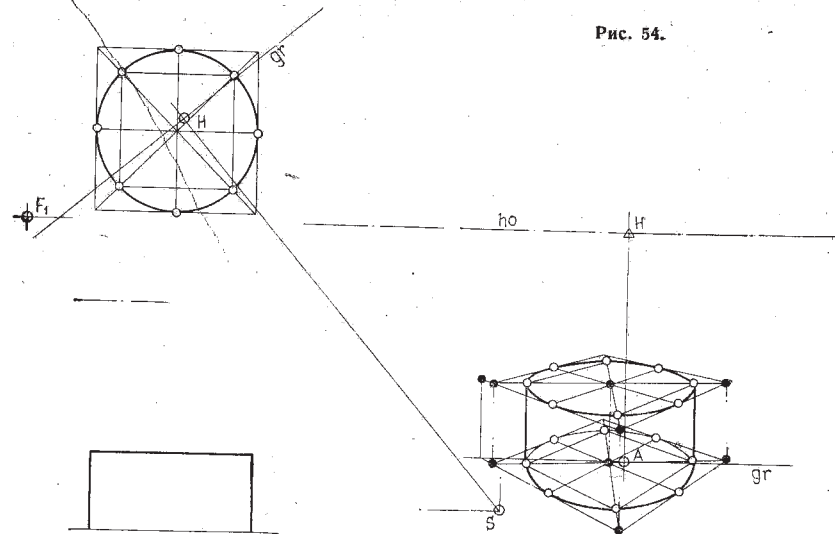


Рис. 54.

нейтральной плоскостью. Это построение — чисто теоретическое; в действительности оно невозможно, так как глаз как центр проецирования не может видеть того, что расположено сзади него. Обобщая сказанное, отметим.

**Перспективное отображение окружности зависит от положения ее относительно нейтральной плоскости. Если окружность расположена перед нейтральной плоскостью, то ее образом является эллипс; если она касается нейтральной плоскости, то ее образом является парабола; если окружность пересекает нейтральную плоскость, то она изображается гиперболой.**

После таких предварительных замечаний перейдем непосредственно к самому построению отображения. Перспективное построение кривой простейшим способом осуществляется следующим образом. Выбира-

ют некоторое число произвольных точек кривой, которые строятся в изображении. Затем вычерчивается изображение всей кривой по полученным изображениям точек.

На рис. 54 приведено перспективное изображение кругового цилиндра с вертикальной осью. На плане опишем вокруг основания цилиндра квадрат и проведем его диагонали. Отметим точки касания квадрата с окружностью и точки пересечения диагоналей с окружностью, которые определяются на перспективном изображении. Построив эллипс по полученным точкам как изображение плана цилиндра, переносим на вертикаль натурального измерения высоту цилиндра. По соответствующим вертикалям над этим планом цилиндра строится второй эллипс на уровне высоты цилиндра. Вертикальные касательные к обоим эллипсам дают очерк



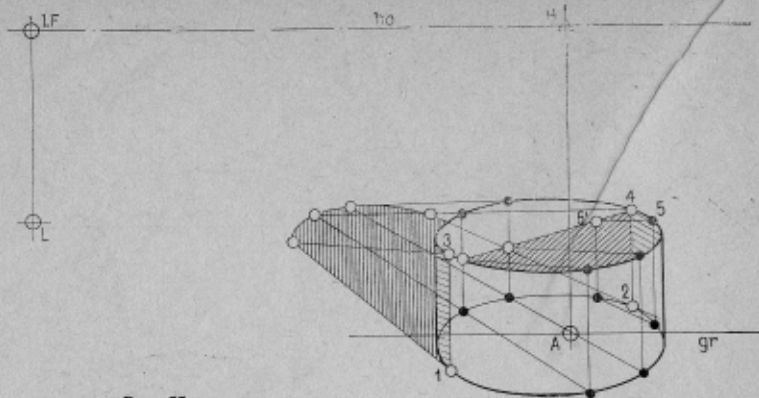


Рис. 55.

наружной поверхности цилиндра.

Располагая две вертикальные световые плоскости, касательные к наружной поверхности прямого полого цилиндра (рис. 55) определяют по линиям их касания очерк собственной тени цилиндра. Световые плоскости, касаясь этих линий, в действительности остаются параллельными. Это означает, что в перспективе их следы на предметной плоскости идут в точку схода световых лучей и касаются плана цилиндрической поверхности в точках 1 и 2.

Очерк падающей тени является, как известно, падающей тенью от очерка собственной тени. Поэтому остается только установить, куда точки очерка собственной тени бросают свои падающие тени. Точ-

ка 5 бросает свою тень на внутреннюю цилиндрическую стенку в том месте, где световой луч через тенеобразующую точку 5 встречает вертикаль из точки пересечения проекции светового луча с планом цилиндрической поверхности.

Построив остальные теневые точки описанным способом, проведем от точки 4 линию через полученные точки теней. Эта линия, идущая до точки 3, представляет собой очерк падающей тени, которую верхний край полого цилиндра бросает на его внутреннюю поверхность.

Остальные точки очерка собственной тени края цилиндра бросают свои падающие тени на предметную плоскость туда, где световые лучи через эти точки пересекаются со своими проекциями.

### ПЕРСПЕКТИВА УСЕЧЕННОГО ЦИЛИНДРА

На чертеже (рис. 56) показан цилиндр, который пересечен плоскостью, имеющей с предметной плоскостью угол  $40^\circ$ . Линия наибольшего ската наклонной плоскости определе-

на на плане прямой  $r$ , которая проходит через центр круга  $S$ . На фасаде определена высота  $h$  точки пересечения наклонной плоскости с осью вращения цилиндра. Чтобы можно было вы-

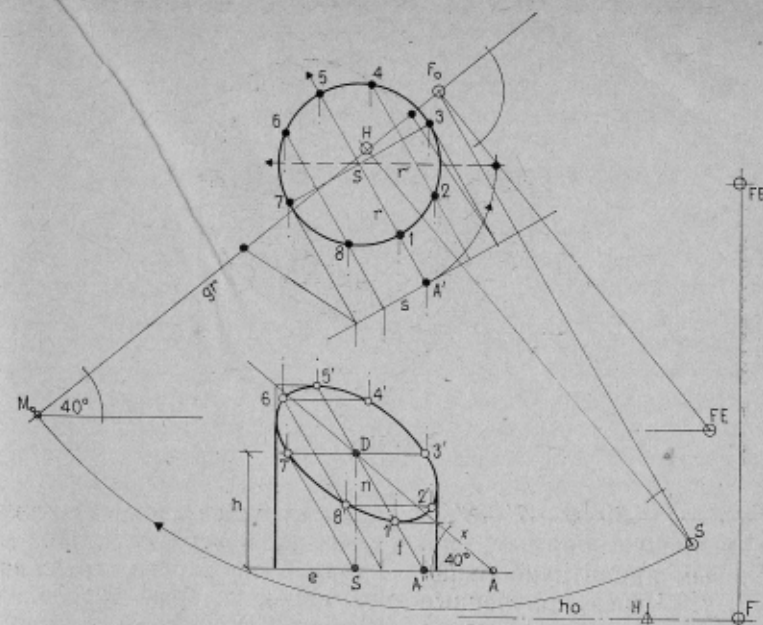


Рис. 56.

чертить на фасаде сечение цилиндра, которое образуется наклонной плоскостью, необходимо повернуть эту плоскость вокруг оси так, чтобы она стала в положение проецирующей к плоскости чертежа. В этом ее положении сторона  $x$  с заданным углом  $40^\circ$  будет проходить через точку  $D$  на фасаде. В чертеже плана на линии  $r$  отложим от точки  $S$  отрезок  $A'S$ , равный  $A-S$ . Под прямым углом к  $r$  проведем прямую через точку  $A'$ . Эта прямая является следом, который образуется при пересечении наклонной плоскости с предметной плоскостью. По чертежу плана точки  $A'$  определим ее на линии основания  $e$  данного цилиндра в чертеже фасада. Прямая  $f$ , проходящая через полученную точку  $A''$  и точку  $D$ , будет линией наибольшего

ската на фасаде данной наклонной плоскости.

Точки пересечения параллелей к прямой  $r$  со следом  $S$  на плане определяются также на линии  $e$ . Через полученные точки на фасаде проводят соответствующие параллели к линии наибольшего ската  $f$ . Линии связей, идущие из точек 1—2—3—4—5—6—7—8 пересечения параллелей к  $r$  с окружностью на плане, определяют проекции на фасаде точек

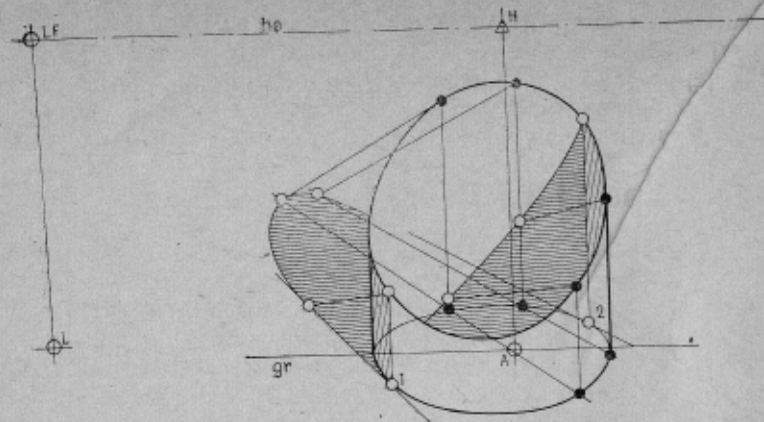


Рис. 57.

$1'-2'-3'-4'-5'-6'-7'-8'$ , принадлежащих прямых, параллельных линии наибольшего ската  $f$ . Через полученные таким путем проекции точек на фасаде можно выявить сечение наклонной плоскости цилиндра.

Точка схода проекций на плане, параллельных линии наибольшего ската, будет находиться в точке  $F_0$ . Для точки  $F_0$  строится точка измерения  $M_0$ , которая принимается за вершину угла  $40^\circ$ . Продолженная сторона этого угла пересекает в отыскиваемой точке схода  $FE$  перпендикуляр к  $gr$  в точке  $F_0$ .

Установлением в перспективе следа  $S$  и точки схода  $FE$  линии наибольшего ската данная секущая наклонная плоскость становится однозначно определенной. Чтобы найти перспективное отображение сечения цилиндра, проводят через цилиндр вертикальные плоскости, пересекающие его план. Прослеживая в перспективе пересечение следов соответ-

ствующих плоскостей на цилиндрической поверхности и на наклонной плоскости, отыскивают точки, которые определяют сечение цилиндра наклонной плоскостью.

**Ход построения.** След на плане  $a$  одной из вертикальных плоскостей (заштрихована) пересекает план цилиндра в точках 1 и 2; вертикали, проходящие через точки 1 и 2, пересекают линию наибольшего ската  $b$  искомых в двух точках сечения цилиндра.

Построение теней полого цилиндра с наклонным сечением (рис. 57) начинается с проведения двух касательных к плану цилиндрической поверхности в точку основания  $LF$  источника света. Вертикали, проведенные из точек касания 1 и 2 до пересечения с верхним краем цилиндра, определяют очерк собственной тени цилиндрической поверхности. Затем через точки очерка собственной тени проводят световые лучи, а также проекции этих световых лучей на предметную

плоскость (или на образующие цилиндрической поверхности). Точки пересечения этих проекций со световыми лучами дают непосредственно точки теней,

с помощью которых и можно вычертить очерк падающей тени цилиндра на предметную плоскость (или на внутреннюю цилиндрическую поверхность).

## ПЕРСПЕКТИВА УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Конус пересечен плоскостью (рис. 58), которая наклонена к предметной плоскости под определенным углом. Если рассматривать стороны  $i$  и  $m$  этой плоскости на плане как линии наибольшего ската, то они будут параллельны плоскости фасада. Наклонная плоскость, таким образом, определена на фасаде прямой  $e$ , которая с основанием конуса  $t$  образует заданный угол.

Чтобы вычертить на плане сечение, которое образует наклонная плоскость на конусе, проведем на фасаде горизонтальные плоскости в пределах между высшей и низшей точками сечения, определяемыми следом  $e$ . Вспомогательными сечениями этих плоскостей с

конусом являются окружности. Пересекая заданную секущую плоскость, определяемую фронтально-проецирующим следом  $e$ , вспомогательными плоскостями, получаем фронтально-проецирующие линии, которые при пересечении с соответствующими им вспомогательными сечениями — окружностями конуса определяют искомые точки конического сечения.

**Ход построения.** На фасаде одна из горизонтальных плоскостей пересекает след  $e$  в точке 2, а образующую конуса — в точке 1; определяя точку 1 по линии связей на оси  $f$  плана, вычертим проекцию этого горизонтального сечения на плане в виде окружности. Определяя затем точку 2 на ок-

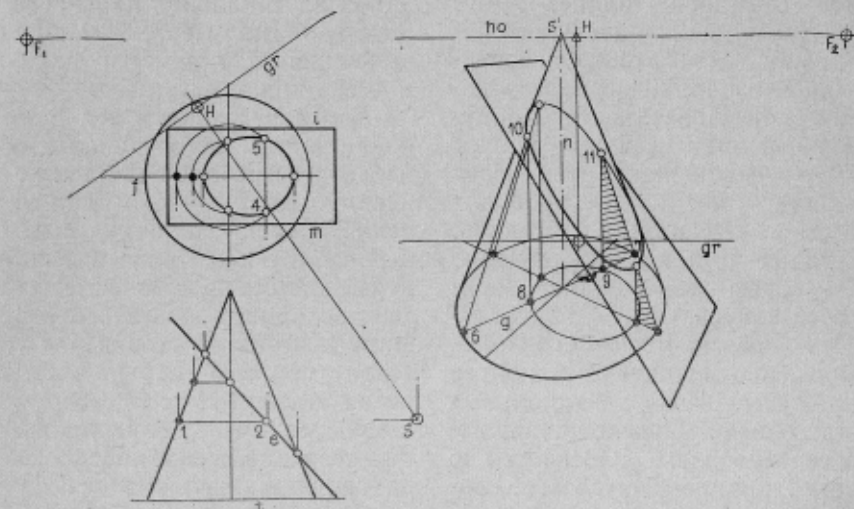


Рис. 58.



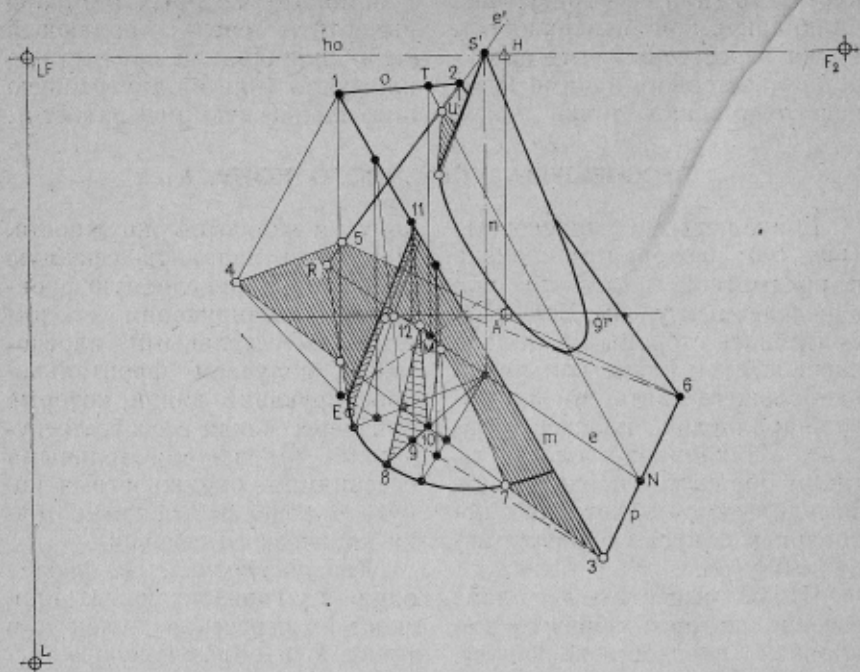


Рис. 59.

ружности, представленной на фасаде, находим две ей соответствующие точки 4 и 5 искомого сечения на плане.

После предварительного нанесения точек строят перспективное изображение плана конической поверхности и опущенный план сечения конуса на его основание. Затем через вершину конуса  $S'$  проводят касательные к эллипсу плана, которые и дают изображение очерковых образующих поверхности конуса.

**Построение сечения конуса.** Через ось вращения  $n$  конуса проводят связку вертикальных плоскостей. Проследивая пересечение этих плоскостей с поверхностью конуса и с поверхностью цилиндра, представленного на проекции пла-

на сечения конуса, находят точки пересечения соответствующих образующих, лежащих в одной вертикальной плоскости. Затем по полученным точкам вычерчивают само изображение сечения конуса.

**Ход построения.** След  $g$  на плане одной из вертикальных плоскостей пересекает план конуса в точках 6 и 7, а план сечения конуса — в точках 8 и 9; вертикали над точками 8 и 9 пересекают образующие конуса, проходящие через его вершину  $S'$  и через точки 6 и 7. Таким образом определяются точки сечения 10 и 11; вспомогательные сечения двух указанных вертикальных плоскостей на рисунке заштрихованы.

Обратимся к рис. 59. Вершина конуса  $S'$  бросает свою

тень на предметную плоскость в том месте, где световой луч  $e'$ , идущий через  $S'$ , встречает свою проекцию, проведенную через опущенный план вершины конуса на основание. Через эту мнимую точку тени  $R$  проводят касательную к эллипсу плана основания конической поверхности. Прямая, проведенная через точку касания  $E$  к вершине конуса  $S'$ , определяет очерк собственной тени конуса.

Но вершина конуса  $S'$  бросает свою действительную тень на наклонную плоскость в точке пересечения светового луча с его проекцией на эту плоскость.

**Ход построения.** Проекция  $e$  светового луча  $e'$  пересекает в точке  $N$  след  $p$ , который наклонная плоскость образует с предметной плоскостью, и в точке  $M$  — опущенный план верхней стороны плоскости  $O$  на плоскость основания; вертикаль в точке  $M$  пересекает сторону плоскости  $O$  в точке  $T$ ; прямая, соединяющая точки  $T$  и  $N$ , является проекцией светового луча  $e'$  на наклонную плоскость. В точке  $U$  она пересекает сам световой луч.

Касательные, проведенные из точки  $U$  падающей тени от вершины конуса на плоскость сечения конуса, определяют очерк падающей тени конуса этой плоскости.

Очерк падающей тени, которую наклонная плоскость бросает на предметную плоскость, определяется прежде всего проведением световых лучей через вершины 1 и 2 до их пересечения с соответствующими проекциями световых лучей,

идущих через основания точек 1 и 2. Ломаная, соединяющая точки теней 3—4—5 и 6, дает очерк падающей тени наклонной плоскости на предметную плоскость. При этом линия падающей тени 3—4 на предметной плоскости преломляется при своем прохождении конической поверхностью. В точке 7, встречая конус, она начинает преломление.

Чтобы проследить прохождение тени по конической поверхности, исходят из того, что через ось вращения конуса  $n$  проводятся вертикальные плоскости. Вычерчиваются мнимые линии теней, которые ребро  $m$  наклонной плоскости бросает на эти плоскости. Тени пересекаются с соответствующими образующими поверхности конуса в точках, через которые и должна проходить падающая тень наклонной плоскости на коническую поверхность.

**Ход построения.** След на плане одной из вертикальных плоскостей, проходящей через ось вращения конуса  $n$ , пересекает в точке 8 эллипс плана основания конуса, в точке 9 — план линии наибольшего ската и в точке 10 — падающую тень ребра  $m$ ; вертикаль из точки 9 определяет в своем пересечении с ребром  $m$  точку 11, в которой упомянутая вертикальная плоскость пересекает тенеобразующее ребро  $m$ . Падающая тень этого ребра на вертикальную плоскость проходит от точки 10 до точки 11. Искомая линия тени пересекает в точке тени 12 образующую конической поверхности, проходящую от точки 8 к вершине конуса  $S'$ . Построив по это-



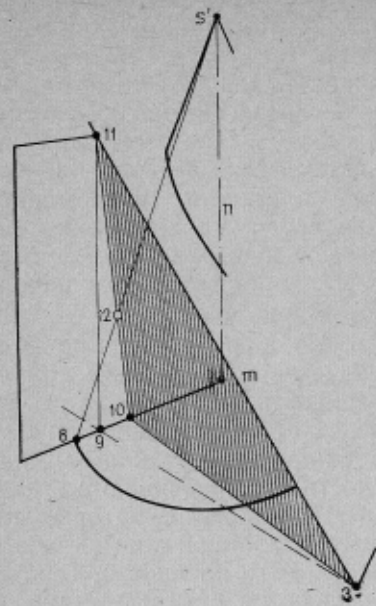


Рис. 60.

му способу достаточное число точек теней, можно вычертить и саму падающую тень, которую ребро  $m$  бросает на поверхность конуса.

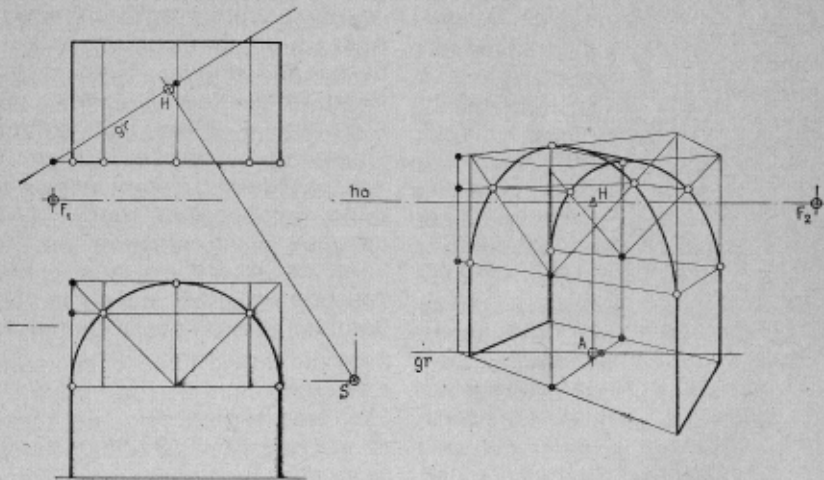


Рис. 61.

На фрагменте чертежа (рис. 60) показана некоторая вертикальная плоскость, проходящая через ось вращения конуса. Падающая тень, которую прямая  $m$  бросает на предметную плоскость, преломляется в точке 10, переходя на вертикальную плоскость. В своем дальнейшем прохождении линия падающей тени направляется на точку 11, пересекая образующую поверхности конуса в искомой точке тени 12.

Рассмотрим построение перспективного изображения арки свода (рис. 61). На фасаде полуокружность арки свода вписана в прямоугольник. Точки касания этой полуокружности с прямоугольником и точки пересечения диагонали полусвода с его окружностью являются теми точками, изображение которых строится прежде всего. Затем через отображения этих точек вычерчивается перспективный вид одной и другой полуокружностей свода.

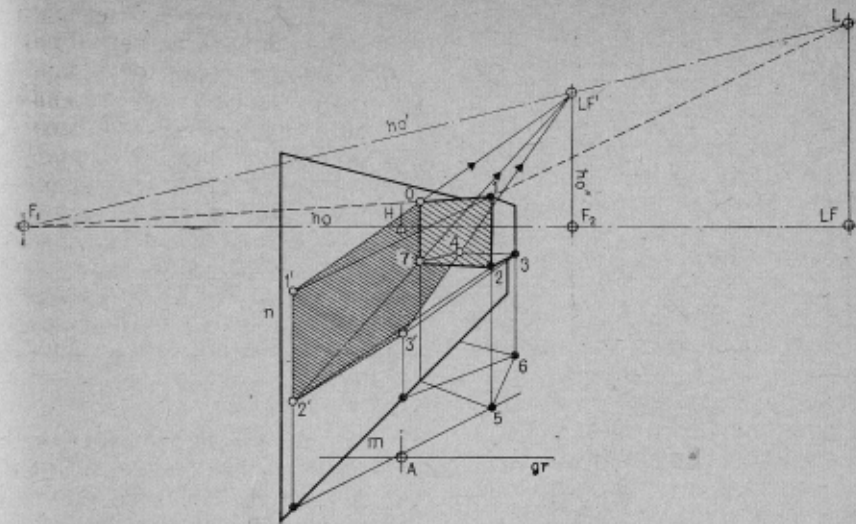


Рис. 62.

Дана некоторая вертикальная плоскость, на которую куб бросает свою падающую тень (рис. 62). Обычным путем строят падающие тени  $1'-2'-3'$  тенеобразующих точек  $1-2-3$ . Световые лучи, проведенные через точки, встречаются вертикали, восстановленные в точках пересечения проекций этих световых лучей на предметную плоскость с линией основания  $m$  в точках  $1'-2'-3'$ . Ломаная, соединяющая точки  $O-1'-2'-3'$  и  $4'$ , является очерком падающей тени куба на вертикальную плоскость.

Под линиями  $1'-0$ ,  $2'-7$  и  $3'-4$  можно понимать проекции световых лучей на данную вертикальную плоскость. Продолжения этих линий пересекаются в точке схода  $LF'$ . Следовательно,  $LF'$  является проекцией точки из  $F$  схода  $L$  световых лучей на рассматриваемой вертикальной плоскости,

на которую куб бросает свою тень.

Горизонт наклонной плоскости, как известно, задается в виде прямой, соединяющей точки схода каких-либо двух непараллельных линий, лежащих в этой плоскости. На данной вертикальной плоскости имеются граничные линии ее стороны  $m$  и  $n$ . Точка схода прямой  $m$  есть точка  $F_2$ , а прямой  $n$  находится в бесконечности в вертикальном направлении. Поэтому вертикальная прямая, проведенная через точку  $F_2$ , является горизонтом  $ho''$  рассматриваемой вертикальной плоскости. Так как проекции световых лучей на эту плоскость параллельны одна другой, то, следовательно, их точка схода  $LF'$  должна находиться на следе  $ho''$  этой плоскости.

Световая плоскость, идущая через тенеобразующее ребро

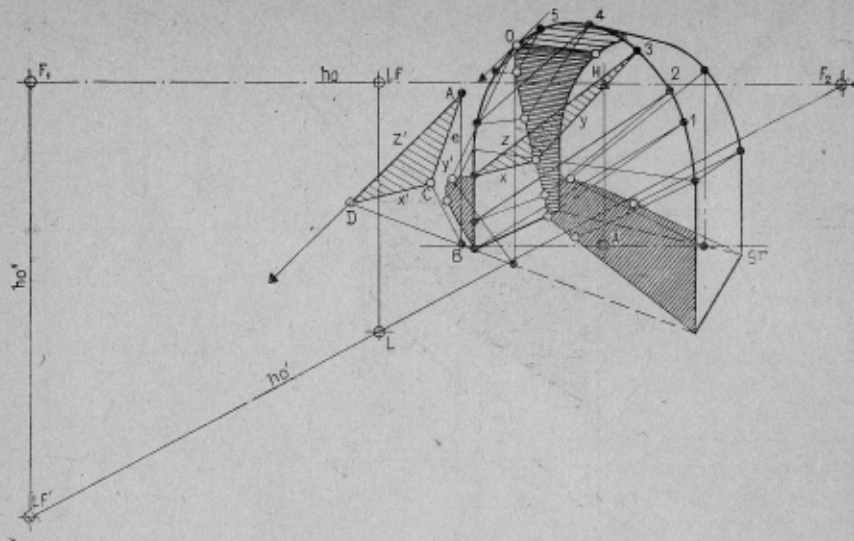


Рис. 63.

ро  $O-I$  (она обозначена штриховыми линиями), имеет свой горизонт в  $ho'$ , так как прямая  $O-I$  и световой луч  $L-I'$  лежат в этой плоскости. Указанные прямые имеют свои точки схода в точках  $F_1$  и  $L$ . Следовательно, прямая, соединяющая точки схода, — горизонт рассматриваемой световой плоскости. В точке пересечения следов данной вертикальной плоскости и рассмотренной выше световой плоскости располагается точка основания источника света  $LF'$ .

Построение будет более понятным, если чертеж повер-

нуть на  $90^\circ$ . Заданная отвесная плоскость, в которой располагается падающая тень, является перспективно перпендикулярной к горизонтальной предметной плоскости и расположена под некоторым углом к картинной плоскости. Поэтому необходимо найти точку схода  $F_1$  ребра куба, стоящего перпендикулярно на заданной плоскости. Точка основания источника света  $LF'$  определится также, как точка пересечения перпендикуляра из  $F_1$  в  $L$  горизонтом  $ho''$ , определившим наклонную предметную плоскость.

### ПОСТРОЕНИЕ ТЕНИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СВОДЕ

Очерком падающей тени в цилиндрическом своде (рис. 63) является кривая пересечения полого цилиндрического свода со световым цилиндром, направляющей которого слу-

жит внешняя граница дуги свода. Перспектива изображения этого очерка свода строится по точкам, через которые затем проводятся вспомогательные поверхности — плоскости, па-

раллельные образующим обоих указанных цилиндров. Точка схода образующей  $x$  цилиндрического свода — точка схода  $F_2$ . Точкой схода образующей  $y$  светового цилиндра является точка схода световых лучей  $L$ . При этом  $ho'$  — общий горизонт названных выше вспомогательных параллельных секущих плоскостей. Горизонт плоскости, в которой расположена внешняя границная кривая свода, есть вертикаль  $ho'$  с точкой схода  $F_1$ . Горизонты  $ho'$  и  $ho''$  обеих плоскостей пересекаются в точке основания источника света  $LF'$ . Хорда  $z$  является следом пересечения вспомогательной плоскости с плоскостью кривой свода и имеет своей точкой схода точку  $LF'$ .  $LF'$ , таким образом, — проекция источника света на плоскость кривой свода.

Местоположение этой вспомогательной проекции источника света  $LF'$  станет очевидным, если выбрать произвольную вертикаль  $e$ , лежащую в плоскости кривой свода, и построить затем от нее падающую тень. Световой луч  $y'$  через точку  $A$  пересекает свою проекцию на предметной плоскости в точке  $C$ . Прямая через  $B$  к точке схода  $F_1$  пересекает прямую  $x_1$ , идущую из  $C$  в  $F_2$ , в точке  $D$ . Линия  $z'$  через  $A$  и  $D$  пересекает вертикаль, проведенную

из точки  $F_1$ , в отыскиваемой вспомогательной точке основания источника света  $LF'$ . Прямая  $z'$  является также следом пересечения некоторой световой плоскости (заштрихована) с плоскостью кривой свода, в которой лежит прямая  $e$  и которая имеет свой горизонт  $ho''$ .

**Ход построения теней.** Перспективный перпендикуляр к плоскости, в которой расположена внешняя кривая свода, т. е. прямая из точки схода  $F_2$  через  $L$ , определяет при своем пересечении с вертикалью из  $F_1$  вспомогательную проекцию  $LF'$  источника света. Очерк собственной тени цилиндрического свода начинается от точки  $O$ . Точка  $O$  — точка касания прямой линии к граничной кривой цилиндрического свода, проведенной в направлении на  $LF'$ . Проводя следы вспомогательных световых плоскостей через тенеобразующие точки  $1-2-3-4-5$ , отыскивают соответствующие точки, которые вместе с выбранными определяют образующие  $x$  и  $y$ . Пересечением соответствующих образующих  $x$  и  $y$  находят точки, через которые и должен проходить очерк падающей тени. Одна из указанных вспомогательных плоскостей со своими  $x$ ,  $y$ ,  $z$  показана на рис. 63 (заштрихована).

### ПЕРСПЕКТИВА ШАРА

Рассмотрим построение перспективного изображения шара (рис. 64). Он изображается в виде круга на картинной плоскости только тогда, когда его центр располагается на глав-

ном луче зрения. Во всех остальных случаях перспективный очерк шара будет иметь эллиптическую форму, т. е. изображение кругового очерка будет тем более искажаться,



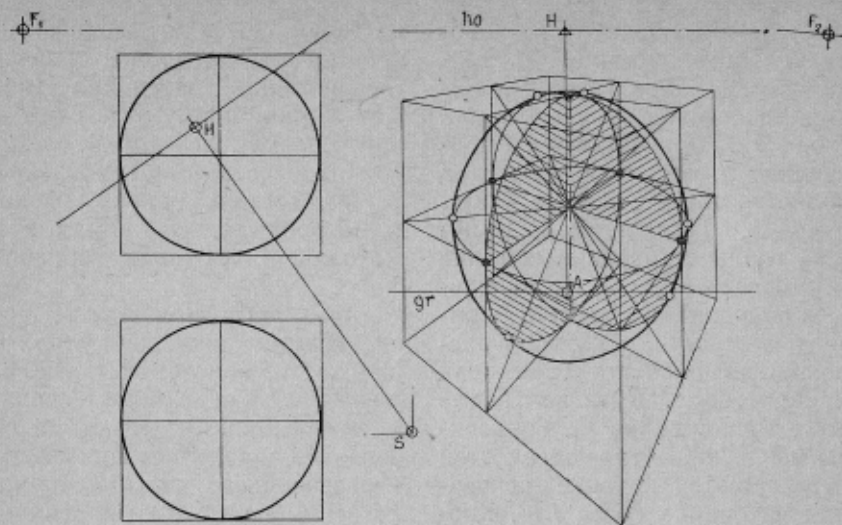


Рис. 64.

чем больше расстояние центра шара от главной точки картины.

Перспективное построение выполняется следующим образом. Шар помещается в куб и соприкасается с его гранями. С помощью точек касания строят изображение трех больших перпендикулярных одно к другому круговых сечений шара. Кривая, которая касается изображений круговых сечений, и является перспективным очерком шара.

Белые точки на рис. 64 — точки касания очерка шара с изображениями больших круговых сечений, а черные точки — точки касания больших круговых сечений с описанным вокруг шара кубом.

Требуется построить (для случая параллельного освещения) тени для шара (рис. 65), которые образуются как на плане, так и на фасаде. При

этом нужно определить очерк собственной тени шара, который будет представлять собой касательную кривую светового цилиндра с шаром, и построить затем очерк падающей тени от шара — как сечение указанного светового цилиндра с предметной плоскостью.

Проекция направления света на плане есть прямая  $s$ , идущая через центр шара  $M$ . На фасаде ей соответствует некоторое направление  $n$ . Чтобы определить его, нужно сторону заданного угла  $t$ , который образует действительный угол наклона светового направления с предметной плоскостью (например,  $34^\circ$ ), из фронтальной плоскости повернуть в заданное на плане направление света. Произвольная точка  $A$  стороны угла  $t$  по линии проекционной связи расположена на прямой  $e$ , проведенной на плане, и далее через точку  $A'$  оп-

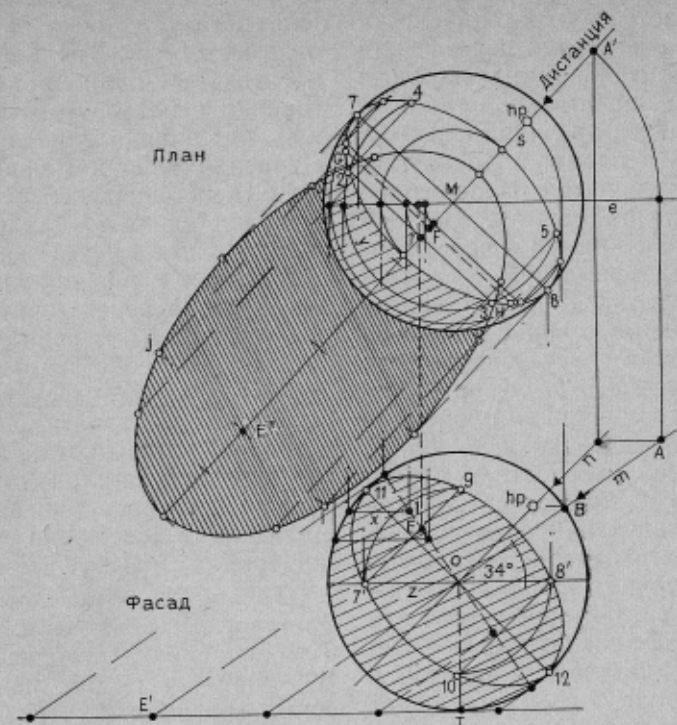


Рис. 65.

ределяет направление света  $s$ . Линия связи из точки  $A'$  пересекает на фасаде горизонталь через  $A$  в точке, которой определяется недостающая проекция  $n$  направления света.

Под направлением света  $n$  понимают световой луч, встречающийся шар по нормали к его поверхности. Тогда это направление света пересечет шар в точке  $hr$ , показанной на рисунке светлой точкой. Эта точка определится, если точку пересечения стороны  $t$  с очерком шара  $B$  перевести по горизонтали на проекцию  $n$  светового направления.

Очерк собственной тени шара образуется большим круговым сечением, плоскость кото-

рого расположена перпендикулярно световому направлению и которое определяется на плане и на фасаде в виде эллипса. При его построении исходят из того, что точки пересечения горизонтальных плоскостей с очерком собственной тени шара, которые на фасаде дает нам повернутое направление света, переводятся затем в соответствующие точки проекции направления света  $s$ .

**Ход построения.** Очерк собственной тени, соответствующей световому направлению  $t$ , представляется на фасаде в виде штриховой линии  $o$ . Одна из горизонтальных плоскостей, пересекающая шар (на фасаде — прямая  $x$ ), на плане



оказывается дугой окружности  $y$ . С фасада точка пересечения  $I$  горизонтальной плоскости с очерком собственной тени  $o$  переводится по линии связи на прямую  $e$  плана, и далее точка  $I$  переводится на проекцию направления света  $s$ . Перпендикуляр к прямой  $s$  через точку  $I'$  пересекает дугу окружности  $y$  в точках 2 и 3. Параллели к  $s$  через точки 2 и 3 вновь пересекают дугу окружности  $y$  в точках 4 и 5. Очерк собственной тени шара на плане проходит через точки 2, 3, 4 и 5. Световые плоскости, параллельные  $s$ , касаются контура шара в двух наиболее удаленных от его центра тенеобразующих точках 7 и 8. Далее по линиям связей определяют эти точки как  $7'$  и  $8'$  на оси  $z$  фасада. Параллели к прямой  $n$  через точки  $7'$  и  $8'$  пересекают дугу окружности, проходящую через эти точки, в двух наиболее удаленных точках 9 и 10, принадлежащих очерку собственной тени на фасаде. Тенеобразующие точки 11 и 12 определяются на очерке шара световыми плоскостями, параллельными к  $n$ .

Очерком падающей тени шара является линия пересечения светового цилиндра, касающегося построенного очерка собственной тени шара, с предметной плоскостью.

Построение падающей тени ведется следующим путем. Точка  $E$ , которая лежит на очерке собственной тени  $o$ , повернутой параллельно плоскости фасада, бросает свою падающую тень в точку  $E'$ . Отрезок  $T-E'$  откладывается на плане по проекции направле-

ния света  $s$  от точки  $M$  в виде отрезка  $M-E'$ . Точка  $E$  переносится на план в качестве точки  $F$  в повернутом положении на направление света  $s$ . Перпендикуляр к  $s$  через точку  $F$  пересекает очерк собственной тени в точках  $G$  и  $H$ . Параллели к  $s$  через эти точки пересекают перпендикуляр к  $s$ , проходящий через точку  $E''$ , в двух точках  $I$  и  $I'$ , принадлежащих очерку собственной тени.

Рассмотрим перспективное изображение шара и заданное штриховой линией отображение его проекции на план (рис. 66). Нужно построить тени при параллельном освещении с углом падения световых лучей  $46^\circ$ .

Точка  $M$  — точка измерения светового направления  $S-LF$ . Продолженная сторона угла  $46^\circ$  определяет при пересечении с вертикалью через точку основания источника света  $LF$  точку схода световых лучей  $L$ .

Чтобы построить тени шара в перспективе, проводят перпендикулярное к предметной плоскости сечение шара через его центр, расположенное в световой плоскости. Горизонтальная ось этого сечения  $A-B$  проходит через  $M$  и имеет свою точку схода в точке  $F$ . Точки  $A$  и  $B$  лежат на вертикалях, идущих от соответствующих точек проекции шара на план, т. е. штриховой линии.

Точки  $C$  и  $D$  линии, расположенной перпендикулярно направлению света и имеющей свою точку схода в точке  $F_0$ , находятся в точках пересечения этой линии с перпендикулярным к предметной плоскости большим круговым сечением шара, лежащим в световой

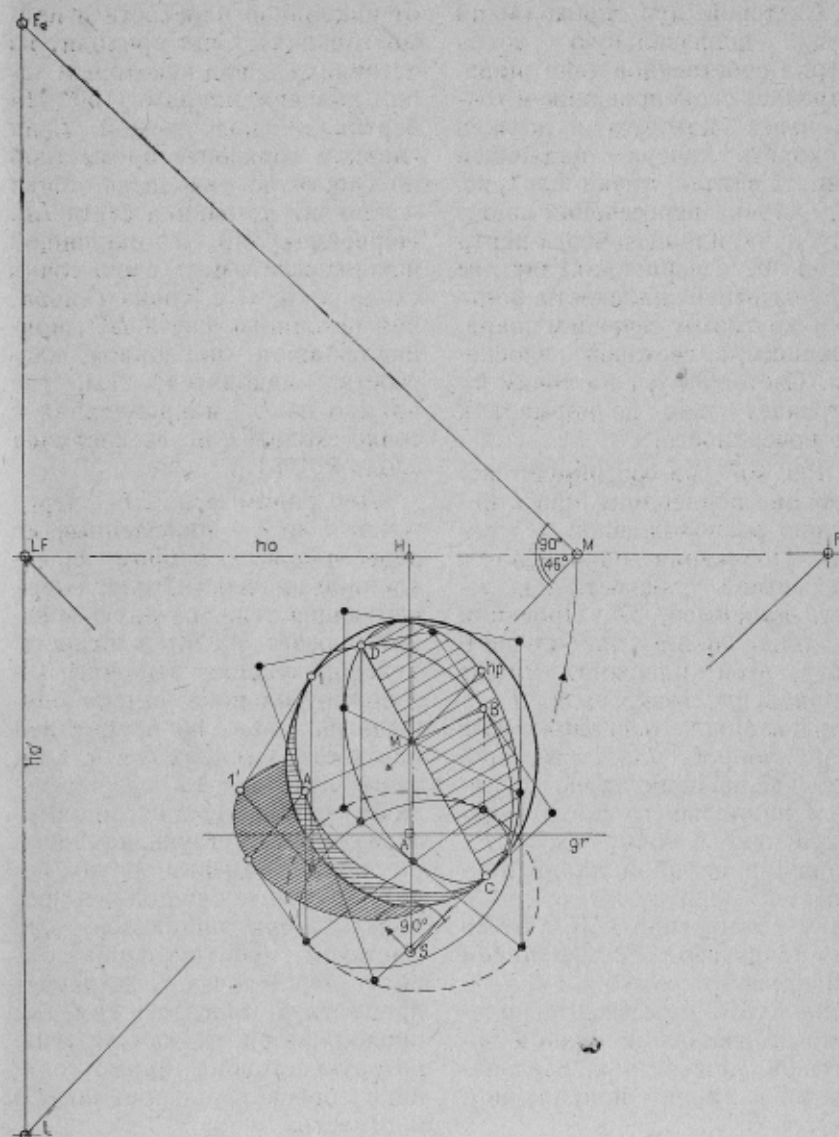


Рис. 66.

плоскости. Через точки  $A—C—B$  и  $D$  можно провести очерк собственной тени шара.

Световой луч, проходящий через произвольную точку очерка собственной тени шара, встречает свою проекцию в точке, через которую и должен проходить очерк падающей тени. Светлая точка  $hp$  (рис. 66) — точка пересечения светового луча, идущего через центр шара  $M$ , с перпендикулярным к предметной плоскости большим круговым сечением шара, лежащим в световой плоскости. Световой луч на точку  $hp$  встречает шар по нормали к его поверхности.

Рис. 67 иллюстрирует построение перпендикуляра к наклонно расположенной плоскости. Последняя наклонена к предметной плоскости под углом, например,  $37^\circ$ . Проекции на план линий наибольшего ската этой плоскости имеют направление точки схода  $F_1$ , а горизонталь, расположенные на наклонной плоскости, проходят перпендикулярно к линиям наибольшего ската и направлению в точку схода  $F_2$ . Проекции на план линий наибольшего ската имеют свою точку измерения  $M_1$ . Точка  $F_3$  — точка схода самих линий наибольшего ската, а  $F_4$  — точка схода прямых, расположенных перпендикулярно к наклонной плоскости и, следовательно, к линиям наибольшего ската.

Обратимся к рис. 68. Дан некоторый прямоугольник, перпендикулярно стоящий на наклонной плоскости. Горизонт плоскости, в которой расположен прямоугольник, есть  $ho''$ ,

а горизонт наклонной плоскости —  $ho'$ .

Необходимо построить тени от наклонной плоскости и прямоугольника. Свет приходит из источника  $L$  под некоторым углом падения, например,  $50^\circ$ . На вертикали под точкой  $L$  на главном горизонте предметной плоскости  $ho$  находится точка основания источника света  $LF$ . Перпендикуляр к наклонной поверхности имеет свою точку схода в  $F_4$ , т. е. точка основания источника света  $LF'$ , принадлежащая наклонной плоскости, находится там, где прямая из  $L$ , направленная к точке схода  $F_4$ , пересекает след схода  $ho'$ .

Две прямые из  $LF'$  через точки 1 и 2, проведенные до пересечения с ребром  $m$  наклонной плоскости, дают очерк падающей тени, которую предмет бросает на эту плоскость. Тенеобразующие вершины 3 и 4 прямоугольника имеют опущенный план на предметной плоскости в точках 5 и 6. Световые лучи через 3 и 4 пересекают свои проекции, идущие через соответствующие точки на плане, в теневых точках, через которые также должен проходить очерк падающей тени. Световой луч (штриховая линия) через точку  $X$  встречает предметную плоскость там, где продолжается падающая тень, которую сторона прямоугольника бросает на предметную плоскость.

Построение на рис. 69 показывает перспективное изображение ниши. Основная поверхность ниши — половина вертикального кругового цилиндра, сверху замыкается четвертью

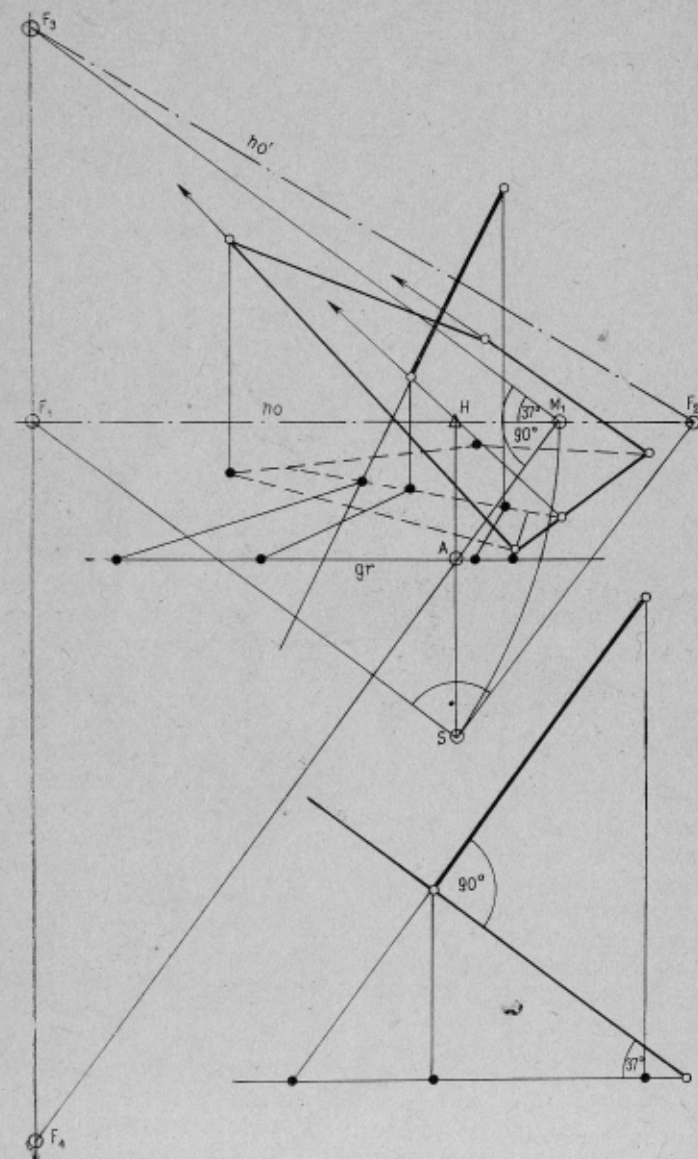


Рис. 67.



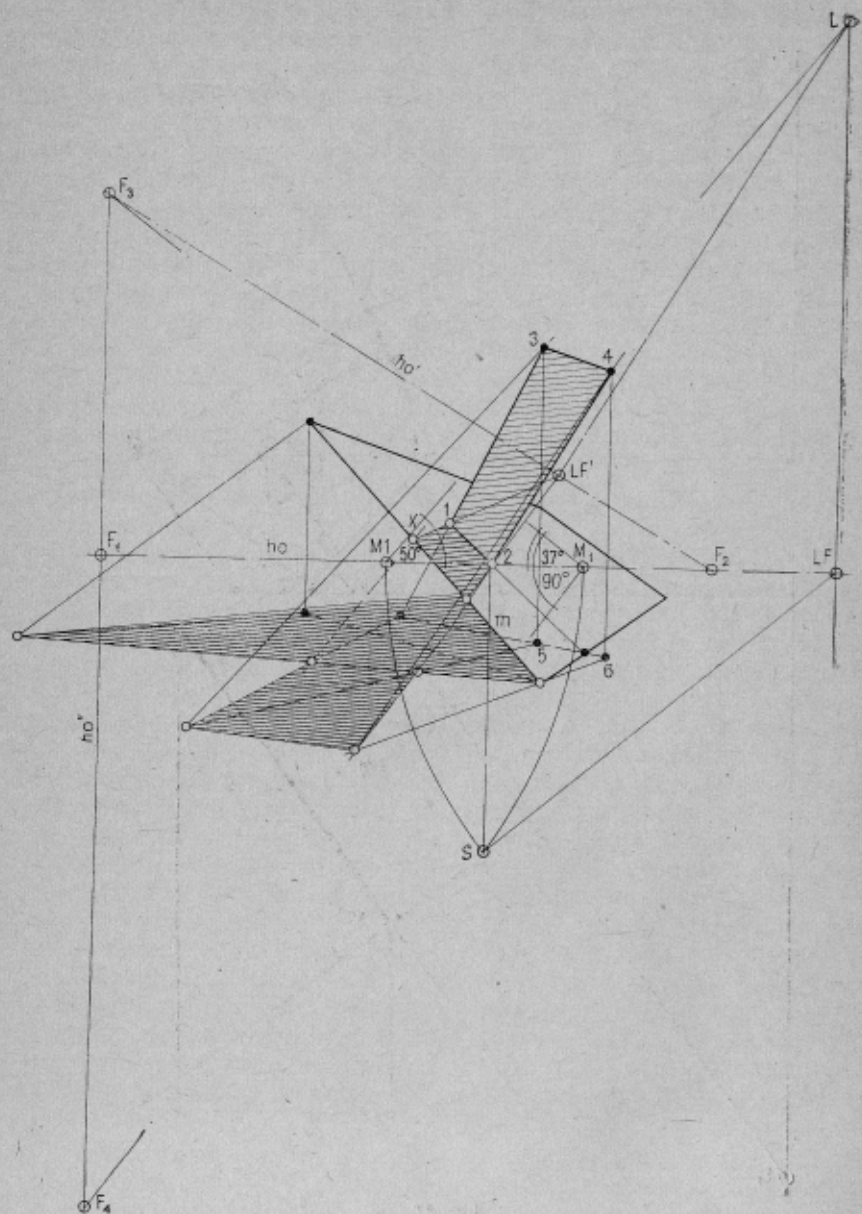


Рис. 68.

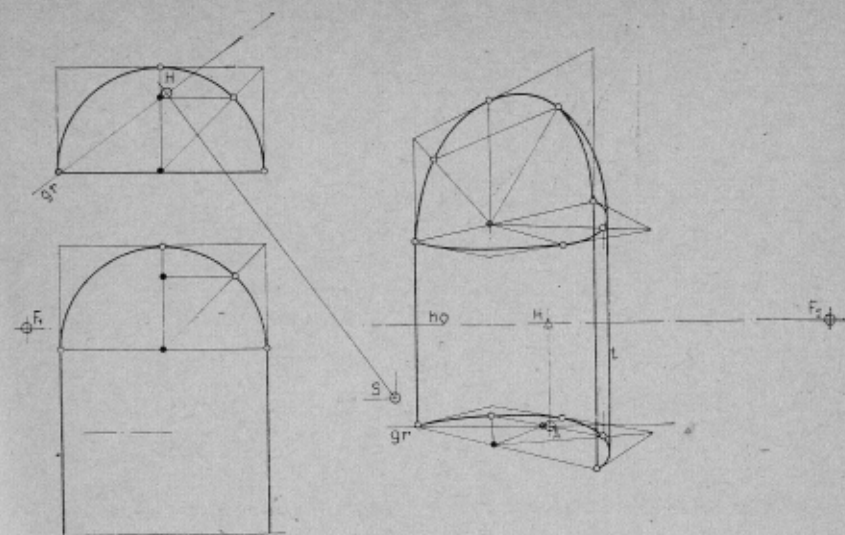


Рис. 69.

сферы. Отображения круговых дуг ниши строятся описанным ранее способом. Вертикальная касательная  $t$  к горизонтальным эллиптическим дугам определяет видимый очерк полуцилиндра. Этот очерк продолжается далее через криволинейную касательную к фронтально расположенной эллиптической дуге четверти сферы.

Обратимся к рис. 70. Тень падает на внутреннюю поверхность ниши. Очерк собственной тени ниши — касательная линия лучей светового цилиндра с данной фигурой, а очерк падающей тени — кривая пересечения этого светового цилиндра с внутренней поверхностью ниши или соответственно с предметной плоскостью.

**Ход построения.** Касательная из точки  $LF$  на плане ниши определяет в своей точке касания  $N$  очерк собственной тени полуцилиндра. Выше че-

рез ее точку  $O$ , где цилиндрическая поверхность переходит в сферическую, очерк собственной тени продолжается в виде кривой пересечения плоскости, перпендикулярной к направлению света, со сферической поверхностью.

Точка схода перпендикуляров к направлению света  $L$ , есть точка  $F_e$ , а проекции этих перпендикуляров — точка  $F_0$ ;  $ho'$  — горизонт плоскости, перпендикулярной к направлению света. Касательная к ограничивающей дуге ниши, проведенная из точки основания источника света  $LF'$ , расположенной на горизонте  $ho'$ , и лежащая в плоскости дуги ниши, определяет в своей точке касания  $P$  конечную точку очерка собственной тени. От точки  $P$  начинается свое прохождение и падающая тень на внутренней поверхности ниши. Световой луч через высшую точку  $I$  ограни-



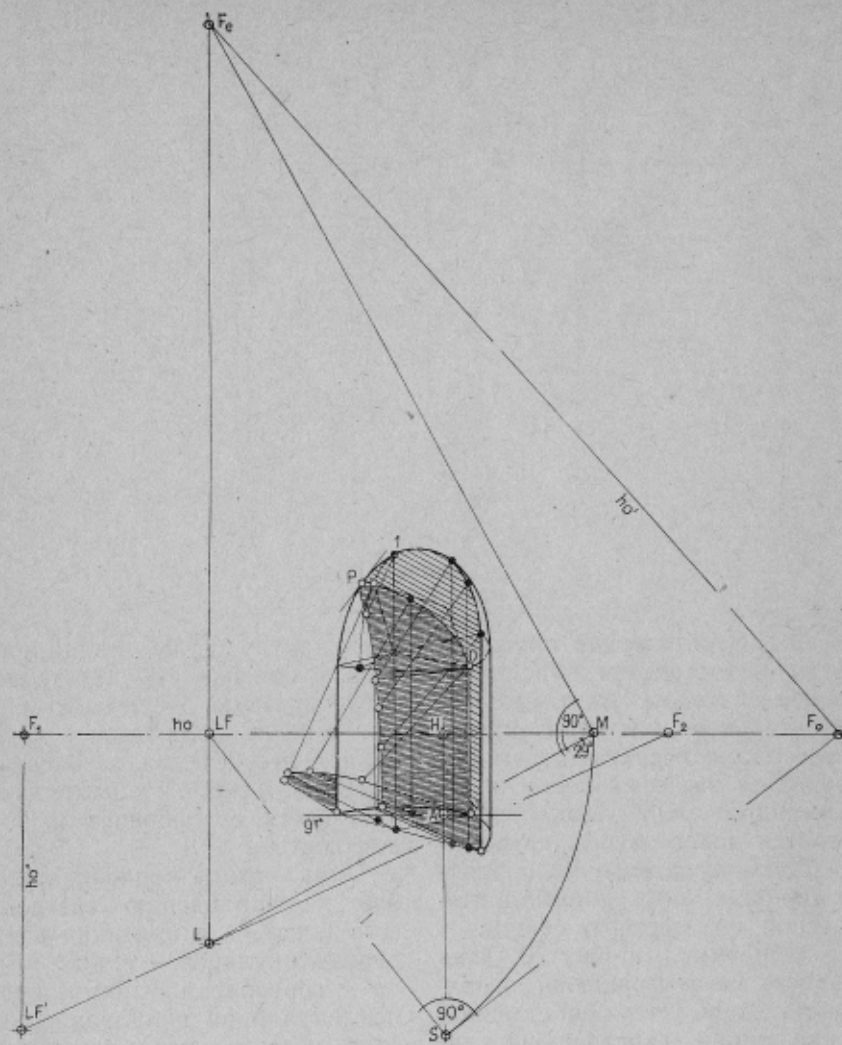


Рис. 70.

чивающей дуги ниши определя-  
ет в своем пересечении с боль-  
шим круговым сечением сфе-  
ры, перпендикулярным к пред-  
метной плоскости и лежащим  
в световой плоскости, соответ-  
ствующую точку очерка пада-  
ющей тени.

Последовательное построе-  
ние отдельных точек круговой

дуги, расположенной в верти-  
кальной плоскости, можно уп-  
ростить, если в перспективном  
изображении применить точку  
измерения. На рис. 71, как ил-  
люстрации к этому способу,  
показано изображение дуги  
арки ворот. Заданы линия го-  
ризонта  $ho$ , линия основания  
 $gr$ , главная точка картины  $H$

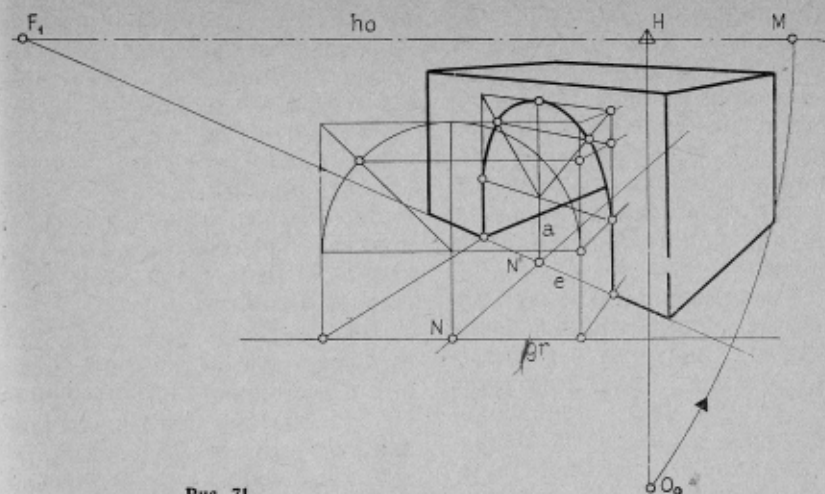


Рис. 71.

и в плоскости чертежа проеци-  
рующий центр  $O_0$ .

Прямая  $e$  со своей точкой  
схода  $F_1$  и проведенная через  
эту прямую вертикаль  $a$  уста-  
навливают пространственное  
положение изображения дуги  
ворот.

Точка измерения  $M$  опреде-  
лится, если отрезок  $O_0F_1$  по-  
вернуть вокруг точки  $F_1$  до сов-  
падения с линией горизонта  
 $ho$ . Через точку основания  $N'$   
вертикали  $a$  на прямой  $e$  про-  
водится прямая, идущая в точ-  
ку  $M$ . Эта прямая пересечет  
линию основания  $gr$  в точке  $N$ .  
Теперь над точкой  $N$  можно  
вычертить фасад дуги ворот.  
Далее все точки дуги, постро-  
енные на фасаде, необходимо  
перенести с помощью лучей,  
идущих в точку измерения  $M$ ,  
непосредственно в перспектив-  
ное изображение.

Изложенное построение  
перспективного изображения  
кривой по отдельным точкам  
не всегда является достаточ-  
ным. Желая избежать проведе-

ния большого числа вспомога-  
тельных линий в соответствии  
с этим способом построения  
кривых и достичь большей точ-  
ности, можно поступить иначе.  
Для этого используют так на-  
зываемое эллиптическое по-  
строение, которое выводится из  
взаимосвязи между окружно-  
стью и его перспективным изо-  
бражением.

На рис. 72 показана окруж-  
ность  $k$  в наклонном положе-  
нии, изображенная вместе со  
своими осями в ортогональных  
проекциях. Окружности  $k$  соот-  
ветствует эллипс  $k'$ , вершины  
 $A$  и  $B$  большей оси которого  
касаются окружности  $k'$ . Боль-  
шая ось  $2a$ , параллельная го-  
ризонтальной плоскости проек-  
ций, изображается как диа-  
метр окружности, тогда как  
малая ось  $2b$  представлена как  
диаметр малой окружности.  
Вершины эллипса  $C$  и  $D$  распо-  
лагаются на малом круге  $k_2$ .  
Между главными вершинами  
окружности и эллипса сущест-  
вует соответствие — большая

ось эллипса  $2a$  выступает как родственная ось окружности, а малая ось  $2b$  — как родственное направление. Такое же соотношение существует и между эллипсом и главными вершинами окружности с отрезком  $2b$  как родственной осью и  $2a$  — как родственным направлением.

Существование большей эллиптической окружности лежит в основе следующего построения, которое иллюстрируется рис. 72. Если через произвольную точку эллипса  $P'$  провести параллель к соответствующему радиусу  $MP$  большой окружности  $k_1$ , то она пересечет большую ось эллипса в

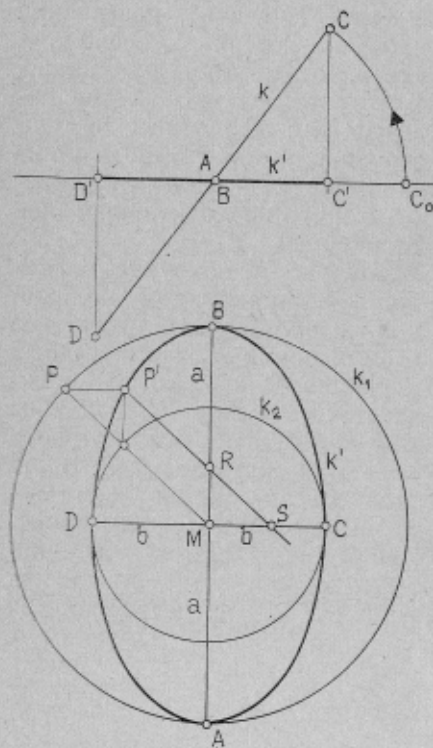


Рис. 72.

точке  $R$ , а меньшую — в точке  $S$ . Соотношение между образованными таким образом отрезками  $P'R=b$  и  $P'S=a$  будет постоянным для всех точек эллипса. Если отрезок  $P'S$  перемещать так, что точка  $S$  будет скользить по меньшей оси, а точка  $R$  по большей оси, то точка  $P'$  будет при этом описывать эллипс.

На рис. 73 приведено построение эллиптической кривой с помощью полоски бумаги. На стороне полоски откладывают отрезки  $PS=a$  и  $PR=b$ . Перемещая конец полоски  $R$  по большей оси  $2a$ , а конец полоски  $S$  — по продолженной меньшей оси  $2b$ , можно по мере надобности отмечать карандашом в точке  $P$  отдельные точки эллипса.

Произвольные оси окружности при способе параллельных проекций отображаются сопряженными диаметрами эллипса. Под диаметром эллипса понимается хорда, которая проходит через его центр. Диаметр эллипса, сопряженный с первым эллипсом, — прямая, проходящая через середины хорд, параллельных первому диаметру. Эти два сопряженных диаметра параллельны касательным, которые можно провести к эллипсу через конечные точки диаметров (рис. 74).

Дальнейшее построение эллипса с помощью бумажной полоски, которое следует из свойства сопряженных диаметров, показано на рис. 75. К точке  $P$  прикладывают перпендикулярно к  $MD$  сторону бумажной полоски  $e$  и затем из  $P$  откладывают отрезок  $MD$ . Через полученную конечную точку  $S$

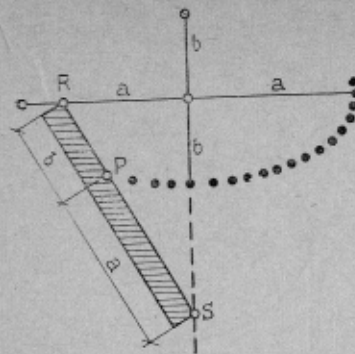


Рис. 73.

этого отрезка и точку  $M$  проводят прямую  $x$ . Если теперь при движении плоскости  $PS$  ее фиксированную точку  $S$  перемещать по прямой  $x$ , а фиксированную точку  $R$  — по прямой  $MD$ , то точка  $P$  будет описывать эллипс.

Построить эллипс, положение и величина сопряженных диаметров которого заданы (рис. 76). Способ Ритца<sup>1</sup> построения осей позволяет найти обе главные оси эллипса, т. е. их положение и величину. Когда существует необходимость отыскания главных осей эллипса по его заданным сопряженным диаметрам  $s$  и  $t$ , то при-

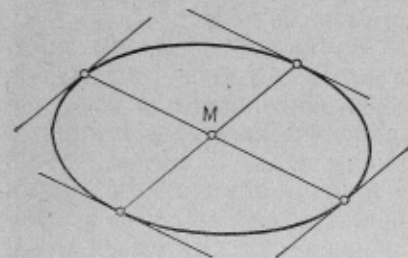


Рис. 74.

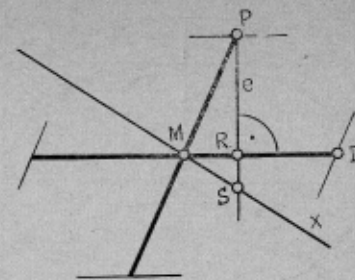


Рис. 75.

меняется следующее построение: отрезок  $BM$  поворачивается вокруг точки  $M$  на  $90^\circ$ ; через полученную точку  $B'$  и точку  $A$  проводится прямая  $u$ ; отрезок  $B'A$  делится пополам. Полукруг с центром в точке  $T$ , проходящий через центр эллипса  $M$ , пересекает прямую  $u$  в точках  $X$  и  $Y$ . Направления главных осей эллипса будут проходить по прямым  $YM$  и  $XM$ , а длины большой и малой полуосей эллипса определяются отрезками  $AY=a$  и  $AX=b$ .

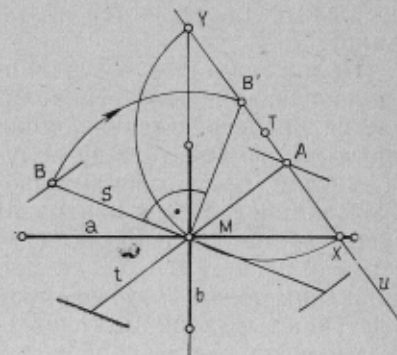


Рис. 76.

<sup>1</sup> Этот способ независимо от Ритца рассматривается профессором М. Я. Громовым в его учебнике «Начертательная геометрия» [9]. (Прим. науч. ред.)



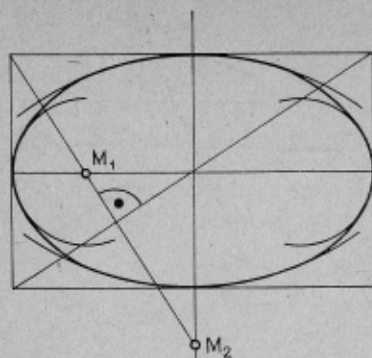


Рис. 77.

После нахождения положения и величины главных осей эллипса можно с помощью касательных окружностей вычертить и сам эллипс с достаточной степенью точности (рис. 77). Центры кругов  $M_1$  и  $M_2$  определяются, если из вершины прямоугольника, имеющего своими средними линиями оси эллипса, опустить на его диагональ перпендикуляр.

Он пересечет большую ось эллипса в точке  $M_1$ , а продолженную малую ось — в точке  $M_2$ , являющимися центрами касательных окружностей к эллипсу.

Положение фокусов эллипса на главной оси устанавливается непосредственно, если известны его оси. Между полуосями  $a$ ,  $b$  и расстоянием  $e$  фокуса эллипса от его центра  $M$  существует зависимость  $e^2 = a^2 - b^2$  (рис. 78). Тогда при движении точки  $P$  по эллипсу выступают различные слагаемые отрезки при одной и той же сумме нити  $2a$ ; геометрическим местом точек кривой эллипса, которые от двух данных точек плоскости имеют постоянную сумму расстояний, яв-

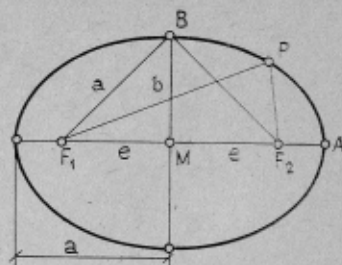


Рис. 78.

ляется эллипс. Это свойство фокусов используется при так называемом садоводческом построении эллипса. Вокруг обеих точек фокусов  $F_1$  и  $F_2$ , находящихся один от другого на расстоянии  $2e$ , протягивают замкнутый шнур длиной  $2a + 2b$ . Его натягивают с помощью штифта  $P$ . Передвигая штифт  $P$  при постоянно натянутом шнуре, получают соответствующий эллипс.

Параллельные касательные к окружности в общем случае отображаются касательными к эллипсу, которые не параллельны. Поэтому при построении эллипса прежде всего должны быть найдены его сопряженные диаметры.

На плане (рис. 79) представлен тот особый случай, когда картинная плоскость параллельна касательным, проходящим через конечные точки  $A$  и  $B$  диаметра круга. Концы диаметра круга  $C$  и  $D$  в изображении будут иметь, в отличие от точек  $A'$  и  $B'$ , касательные к отображающему эллипсу, уже не параллельные одна другой. Аналогично центр круга  $M$  уже не будет являться

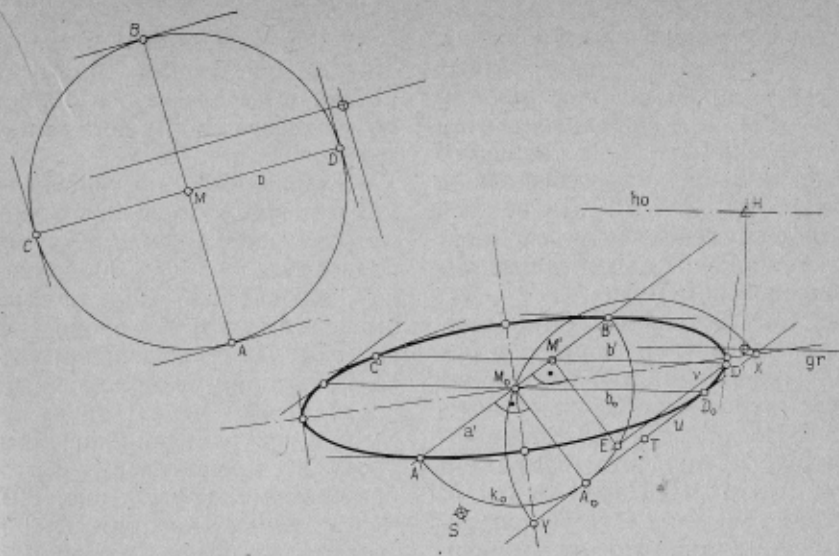


Рис. 79.

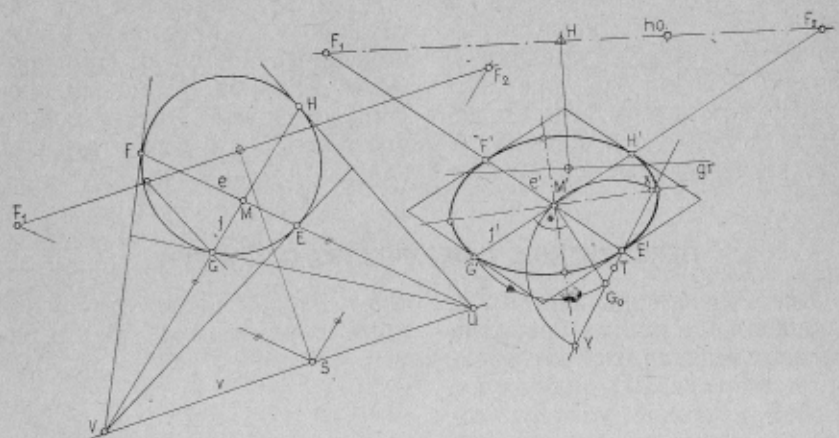


Рис. 80.



центром эллипса изображения. Вспомогательно построенный круг  $k_0$ , проходящий через точки  $A'$  и  $B'$ , определяет нам центр эллипса  $M_0$ , а также его диаметр  $b_0$ , сопряженный к диаметру  $A'B'$ . Далее оси отображающего эллипса могут быть найдены изложенным выше способом Ритца.

*Ход построения.* Изображения диаметров круга  $a$  и  $b$  с их конечными точками строят как перспективное изображение. На диаметре  $a'$  строят полукруг  $k_0$ , при этом находят и его центр  $M_0$ . Параллель к  $b'$  через точку  $M_0$  есть сопряженный к  $a'$  диаметр  $b_0$  эллипса. Перпендикуляр к  $a'$  через точку  $M'$  пересекает дугу  $k_0$  в точке  $E$ . Далее проводят прямую  $u$  через точку  $E$  и точку  $D'$ . Перпендикуляр к прямой  $a'$  через точку  $M_0$  переводит отрезок  $M_0A_0$  в положение, перпендикулярное к  $M_0A'$ . Прямая  $u$ , параллельная к  $v$  и проходящая через точку  $A_0$ , определяет в своей точке пересечения  $D_0$  конечную точку диаметра эллипса  $b_0$ . Через серединную точку  $T$  отрезка  $A_0D_0$  проводят полукруг радиусом  $TM_0$ . Он пересекает прямую  $u$  в точках  $X$  и  $Y$ , через которые и проходят

## ПЕРСПЕКТИВА СФЕРИЧЕСКОГО ОЧЕРКА

Все проецирующие лучи, выходящие из центра проекций  $O$  и касающиеся отображаемого шара (рис. 81), образуют прямой круговой конус, который касается шара по некоторой окружности и пересекает в общем случае картинную плоскость по некоторому эллипсу. Последний является отображе-

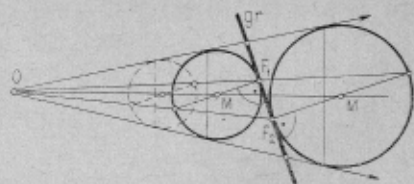


Рис. 81.

оси изображаемого эллипса (штрих-пунктирные прямые). Длина малой полуоси эллипса — отрезок  $A_0Y$ , а большой — отрезок  $A_0X$ .

Дальнейшее построение — нахождение сопряженных диаметров изображения эллипса проводится из тех соображений, что параллельные прямые имеют общую точку схода (см. рис. 50). Из произвольной точки  $V$ , которая расположена на проходящем через точку  $S$  следе  $v$  нейтральной плоскости, проводятся касательные к огибаемому кругу (рис. 80). Через точки касания  $E$  и  $F$  проводят прямую, которая в точке  $U$  пересекает след  $u$  нейтральной плоскости. Две касательные, проведенные из точки  $U$ , касаются круга в точках  $G$  и  $H$ . Прямая, проведенная через  $G$  и  $H$ , проходит через точку  $V$ , пересекает прямую  $e$  в точке  $M$ .

Касательная трапеция, описанная вокруг круга, отображается в перспективе как касательный параллелограмм, описанный вокруг отображающего эллипса. Наконец, используя способ Ритца, можно построить оси и вычертить сам эллипс.

нием шара. Однако отображением шара может быть и ок-

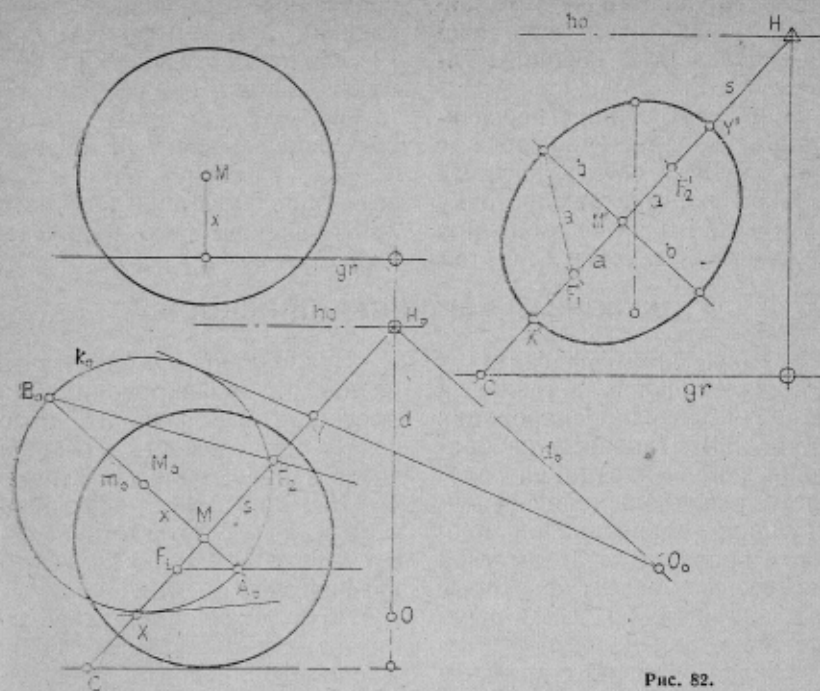


Рис. 82.

ружность, если главный луч зрения проходит через центр шара.

В указанном лучевом конусе удастся разместить бесчисленное множество шаров, причем все они могут иметь одно и то же отображение. Два из этих шаров имеют особое значение. Они называются шарами Данделя и касаются картинной плоскости в двух определенных точках. Эти точки касания — фокусы эллипса изображения.

Как следует далее из рис. 81, в фокусах эллипса находятся также отображения крайних точек диаметров любого из шаров, находящихся в касательном конусе. Все диаметры перпендикулярны к картинной плоскости.

На рис. 82 показаны горизонтальная и фронтальная проекции шара. Диаметр шара  $m$ , перпендикулярный к картинной плоскости, и центр проецирования  $O$  лежат в плоскости, видимой на фронтальной плоскости, которая пересекает картинную плоскость по следу  $s$ , а шар — по большой окружности  $k$ . Повернем эту плоскость вокруг ее следа  $s$  в плоскость чертежа так, что точка  $O$  перейдет в точку  $O_0$ , сечение шара  $k$  в окружность  $k_0$ . Крайние точки  $A_0$  и  $B_0$ , видимые теперь на сечении, диаметр  $m_0$  которого перпендикулярен картинной плоскости, проецируются с помощью лучей, идущих в  $O_0$ , на след. Полученные проекции — фокусы  $F_1$  и  $F_2$  изображаемого эллипса. Касательные

из  $O_0$  окружности  $k_0$  устанавливают в их точках пересечения со следом  $s$  вершины эллипса  $X$  и  $Y$ .

При построении перспективного изображения прежде всего задается след  $s$ , который проходит через главную точку картины  $H$  и пересекает линию основания  $gr$  в точке  $C$ . Затем

## НАКЛОННАЯ КАРТИННАЯ ПЛОСКОСТЬ

Заданы план и фасад двух параллелепипедов, а также на фасаде — центр проецирования  $O$  (рис. 83). Плоскость изображения, или картинная плоскость, расположенная перпендикулярно фронтальной плоскости проекций, с предметной плоскостью образует некоторый угол, например  $55^\circ$ . След пересечения, который плоскость изображения образует с предметной плоскостью, есть  $gr$ , а след с фронтальной плоскостью проекций — прямая  $e$ . Плоскость, параллельная к предметной плоскости и проходящая через точку зрения  $O$ , пересекает плоскость картины по следу  $ho$ , который указан здесь также и как линия горизонта. Горизонталь через  $O$  пересекает след  $e$  плоскости картины в точке  $B'$ .

Вертикаль через  $B'$ , т. е. перпендикуляр к предметной плоскости, расположен на плане в точке  $B$ , принадлежащей линии горизонта  $h_o$ . На плане через точку  $S$  перпендикулярно к горизонту проведена линия  $O$ . Эта линия, в дальнейшем обозначаемая как нулевая линия, пересекает линию основания  $gr$  и горизонт  $h_o$  соответственно в точках  $A$  и  $B$ .

полученные на фасаде точки касания  $X$  и  $Y$  и фокусы  $F_1$  и  $F_2$  эллипса переносятся на прямую  $s$ . Малая ось сферического очерка будет проходить через среднюю точку  $M'$  отрезка  $X'Y'$ . Крайние точки малой оси определяются засечками криволинейных дуг радиуса  $a$  вокруг фокусов  $F_1$  и  $F_2$ .

Перпендикуляр, опущенный из центра проецирования  $O$  на плоскость изображения, пересекает эту плоскость в главной точке изображения  $H$ . Отрезок  $O-H$  — дистанция, или оптическая ось, соответствует фокусному расстоянию при фотографической съемке.

На плане параллельно горизонтальным ребрам обоих параллелепипедов проведены проецирующие лучи через точку основания  $S$ . Их точки проецирования через плоскость изображения, т. е. точки пересечения с линией горизонта  $h_o$ , являются точками схода соответствующих ребер призм. Проецирующий луч через точку  $O$ , параллельный вертикальным ребрам призм на фасаде, встречает плоскость изображения в точке схода вертикалей  $F_s$ .

Построение перспективного изображения начинается с того, что проводится нулевая линия  $o$ , на нее переносится расстояние  $B'A$  и отмечается местоположение точки схода  $F_s$ . Через точку  $B$  перпендикулярно к  $o$  проводится горизонт  $ho$ . На этой прямой от точки  $B$  откладывают расстояния до точек схода  $F_1, F_2, F_3$ . Параллель к  $ho$  через точку  $A$  уста-

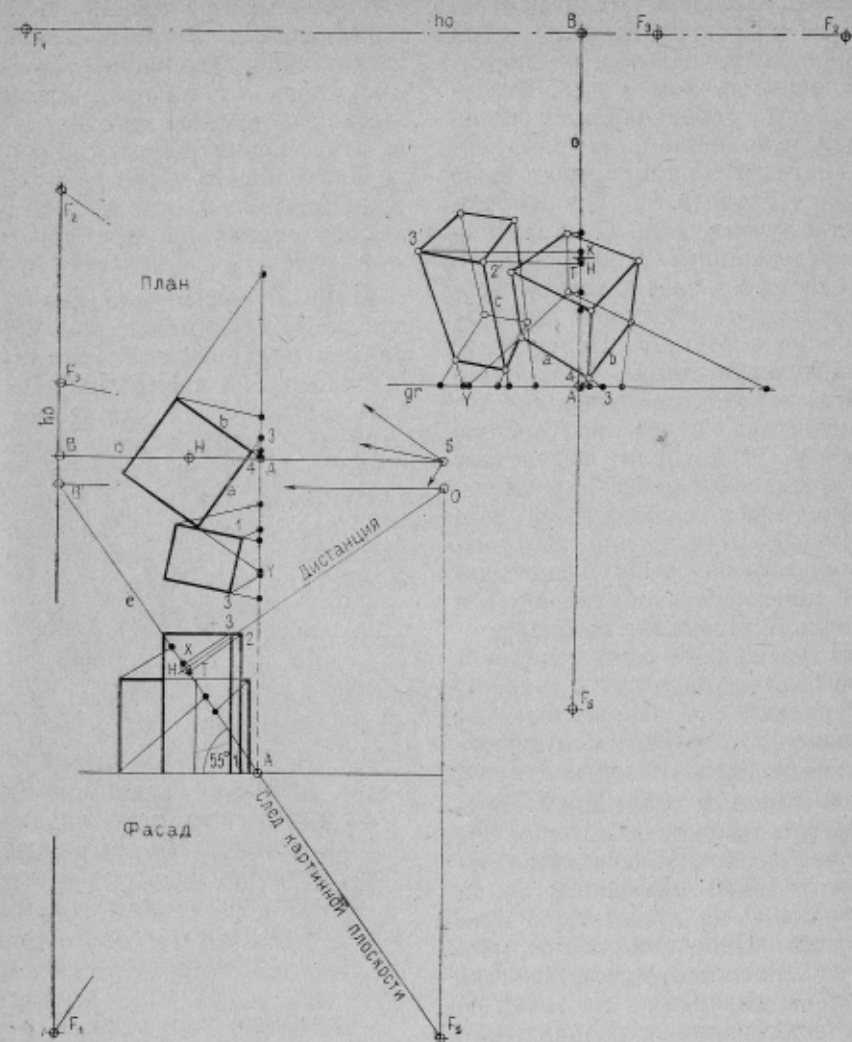


Рис. 83.

навливают линию основания  
gr.

Перспективное изображение прямых представляют через их точки следов и точки схода. Какая-либо отображаемая точка определяется при пересечении изображений двух прямых. Продолженные ребра призмы  $a$  и  $b$  на плане пересекают ли-

нию основания  $gr$  в точках своих следов 3 и 4. Эти точки переносятся от точки  $A$  на изображение. Прямые от перенесенных точек следов к соответствующим точкам схода пересекаются в отыскиваемой вершине параллелепипеда.

Отображение на плане определится, когда все необходи-



мые точки следов будут перенесены на основание  $gr$ , и затем проведены линии к соответствующим точкам схода. Вертикальные ребра параллелепипеда, исходящие из вершин перспективного плана, имеют свою точку схода в  $F_s$ . Проецирующий луч из точки  $O$  на фасаде через вершину 2 параллелепипеда имеет своей точкой проникания на плоскости изображения  $e$  точку  $T$ . Перенеся ее на нулевую линию  $O$  от точки  $A$  в перспективе проводят горизонталь через полученную точку  $T$ , которая пересекает вертикальное ребро параллелепипеда  $c$  в определяемой вершине  $2'$ . Луч зрения из  $O$  через угловую точку  $3$  пересекает плоскость изображения  $e$  в точке  $X$ . Проекция на план этого зрительного луча пересечет линию основания  $gr$  в точке  $Y$ . Вертикаль в перспективе от точки  $Y$  пересекает горизонталь, идущую от точки  $X$  нулевой линии и тем самым определяет отображение точки  $3$  в точке  $3'$ . Точка  $S$  является ортогональной проекцией точки зрения  $O$  на предметную плоскость. Проекция на предметную плоскость проецирующих лучей, выходящих из точки  $S$ , в ортогональном изображении представляются в качестве точек. Эти проецирующие лучи в перспективе имеют свою точку схода там, где сходятся все линии, перпендикулярные к предметной плоскости, т. е. в точку  $F_s$ .

Дано перспективное изображение двух параллелепипедов в случае, когда картинная плоскость наклонена к предметной плоскости (рис. 84). Пусть

точка  $L$  является точкой схода параллельных световых лучей. Тогда точка основания источника света  $LF$  на предметной плоскости определится как точка пересечения перпендикуляра, проходящего через точку  $L$  к предметной плоскости. Этот же перпендикуляр пройдет и через точку  $F_s$ .

Для лучшего понимания еще раз обратимся к рис. 62. На нем представлена картинная плоскость, перпендикулярная к предметной плоскости. Перпендикулярная прямая через  $LF$  и  $L$  к  $ho$  не имеет своей точки схода, так как эта прямая параллельна картинной плоскости. Если же всю фигуру на рисунке повернуть на  $90^\circ$ , то точка  $LF$  расположится на следе схода  $ho''$  плоскости, теперь уже наклоненной к картинной плоскости; точка  $L$  перейдет на линию, которая теперь станет перпендикулярной к этой плоскости и в точке  $F_1$  будет иметь свою точку схода. Отсюда следует: световой луч через тенеобразующую точку пересекает свою проекцию там, где должна располагаться также и падающая тень этой точки.

Обратимся к рис. 85. Картинная плоскость, которая обозначена на фасаде своим следом  $e$ , имеет по отношению к заданной предметной плоскости некоторое наклонное расположение, которое позволяет увидеть снизу свод, заданный на плане и фасаде. Пусть точка схода  $F_s$  всех вертикалей к предметной плоскости находится теперь выше линии горизонта  $ho$ . Для построения кривых пересечения, которые



Рис. 84.

образуют оба полуцилиндра, используют сечения этих полуцилиндров горизонтальными плоскостями. Образующие  $e$  и  $f$  одного из таких сечений пересекаются в точке  $I$ , через которую также должна проходить кривая пересечения полуцилиндров.

Дано изображение свода (рис. 86). Необходимо построить тени при известной точке схода световых лучей  $L$ . Точка  $F_s$  — точка схода всех вертикалей к предметной плоскости, имеющей свой горизонт  $ho$  и след изображения  $gr$ . Точки схода горизонтальных образующих обоих полуцилиндров — точки  $F_1$  и  $F_2$ . Точка основания источника света  $LF$ , принадлежащая предметной плоскости, есть точка пересечения перпендикуляра из  $F_s$  через  $L$  с линией горизонта  $ho$ .

Очерк собственной тени начинается от точки касания касательной к изображению крайней криволинейной дуги свода. Эта касательная имеет точку основания источника света своей точкой схода, которая принадлежит соответствующей плоскости кривой свода.

Плоскость, в которой расположена дуга свода  $n$ , имеет свой горизонт  $ho'$ . Образующие полуцилиндра, расположенные перпендикулярно к ней, сходятся в точке  $F_2$ . Линия из  $F_2$  через  $L$  пересекает горизонт  $ho'$  в точке  $LF'$ .  $LF'$  является точкой основания источника света, принадлежащей плоскости, в которой лежит дуга  $n$ . Другая дуга  $m$  расположена в плоскости, горизонт которой — линия  $ho''$ . Горизонтальные образующие этого полуцилиндра сходятся в точке  $F_1$ . Прямая из  $F_1$  в  $L$  пересекает горизонт  $ho''$  в точке основания источника света  $LF'$ , принадлежащей плоскости, в которой лежит эта дуга  $m$ .

Касательная из  $LF'$  касается граничной дуги  $n$  в точке  $I$ . Образующая, соединяющая точки  $I$  и  $2$ , — граница собст-



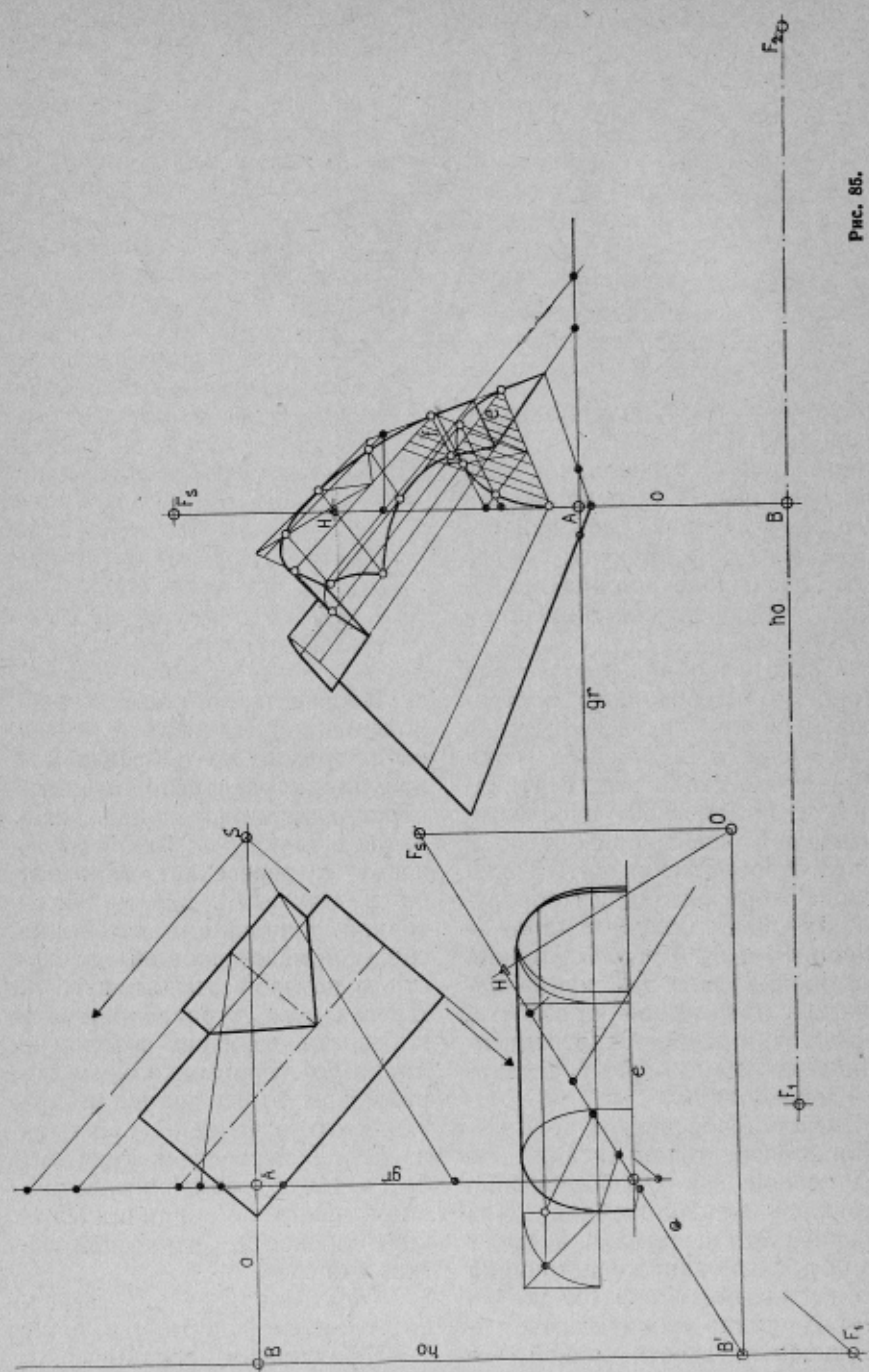


Рис. 85.

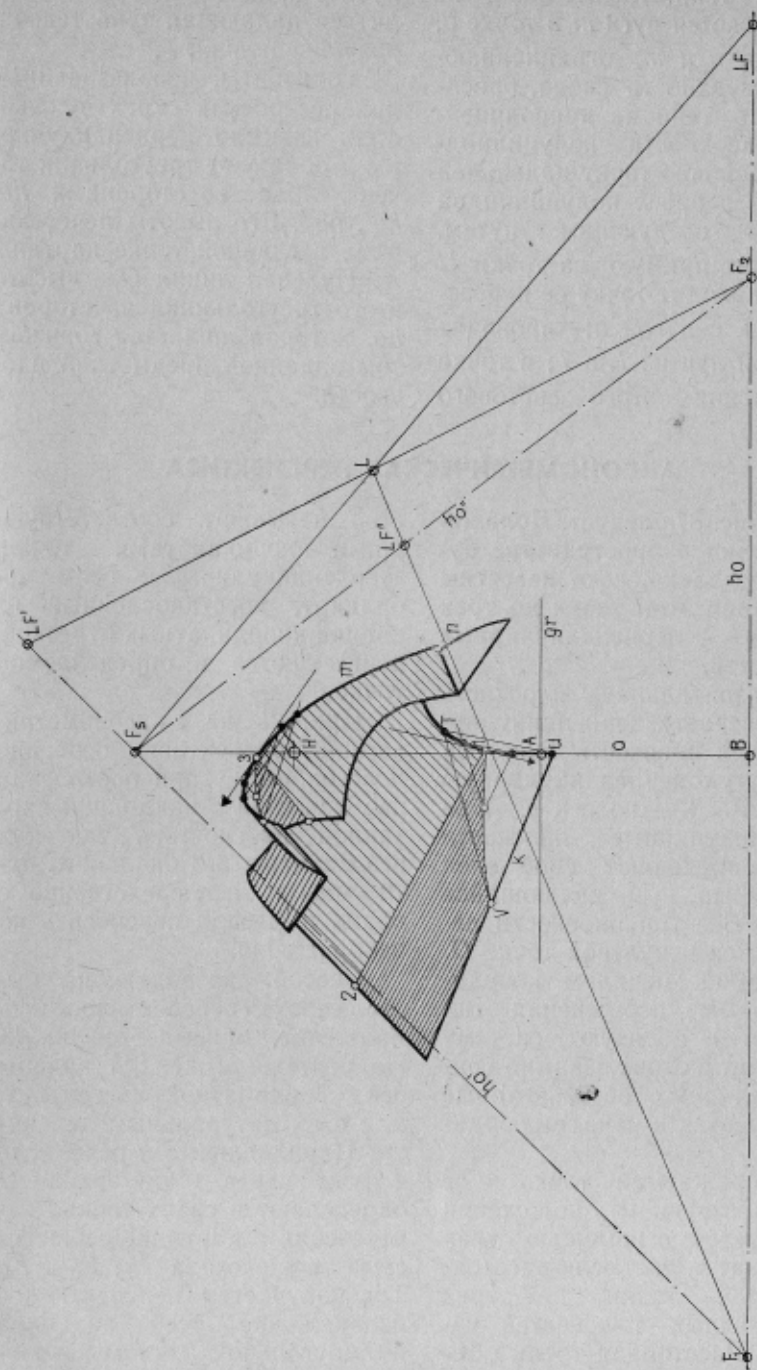


Рис. 86.

венной тени. Касательная из  $LF''$  касается дуги  $m$  в точке  $З$ .

Дуги  $n$  и  $m$ , ограничивающие поверхность свода, бросают свои тени на криволинейные поверхности полуцилиндров. Крайнюю точку падающей тени на ребре  $k$  полуцилиндра находят следующим путем. Проводят прямую из точки  $U$  в  $LF'$ ; находят точку ее пересечения  $T$  с дугой  $n$ ; проводят световой луч из  $L$  в  $T$ ; в точке пересечения этого светового

луча с прямой  $k$  и будет находиться падающая тень тенеобразующей точки  $T$ .

Горизонты, использованные при построении трех плоскостей, взаимно перпендикулярны и образуют треугольник точек схода со сторонами  $ho$ ,  $ho'$ ,  $ho''$ . Его высоты пересекаются в главной точке картины  $H$ . Нулевая линия  $O$  — высота этого треугольника на сторону  $ho$ , которая является горизонтом заданной предметной плоскости.

### АКСОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ПЕРСПЕКТИВА

Из рис. 87 следует. Положение точки в пространстве будет определено, если известны расстояния этой точки до трех взаимно перпендикулярных плоскостей.

Горизонтальная плоскость  $A$  пересекает перпендикулярную к ней плоскость  $B$  по оси  $X$ , а другую перпендикулярную плоскость  $C$  — по оси  $Y$ . Обе перпендикулярные плоскости  $B$  и  $C$  определяют свой след пересечения, являющийся осью  $Z$ . Все три плоскости пересекаются в нулевой точке  $O$ , называемой началом координат. Прямые пересечения этих плоскостей образуют систему координат из трех взаимно перпендикулярных осей, которые пересекаются в начале координат  $O$ .

Изображаемая точка в ее пространственном положении фиксируется с помощью трех координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , если расстояния этой точки до трех координатных плоскостей известны. Расстояния точки объекта до указанных трех плоско-

стей называют соответствующими координатами точки. Перпендикуляры к осям координат, восстановленные из концов координатных отрезков, пересекаются в определяемой точке  $З'$ .

Применение аксонометрической перспективы особенно целесообразно при построении изображений с наклонной картинной плоскостью, так как все размеры без окольного пути можно непосредственно с плана и фасада переносить на изображения.

Способ, позволяющий быстро строить перспективное изображение, описывается ниже. На чертеже (рис. 88) заданы оси координатной системы  $x$ ,  $y$ ,  $z$  с их натуральным делением. Параллельные к осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  лучи через точку зрения  $O$  определяют в своих точках пересечения с картинной плоскостью точки схода  $F_x$ ,  $F_y$  и  $F_z$ . Так получается перспективное изображение осей заданной прямоугольной системы координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Начало коорди-

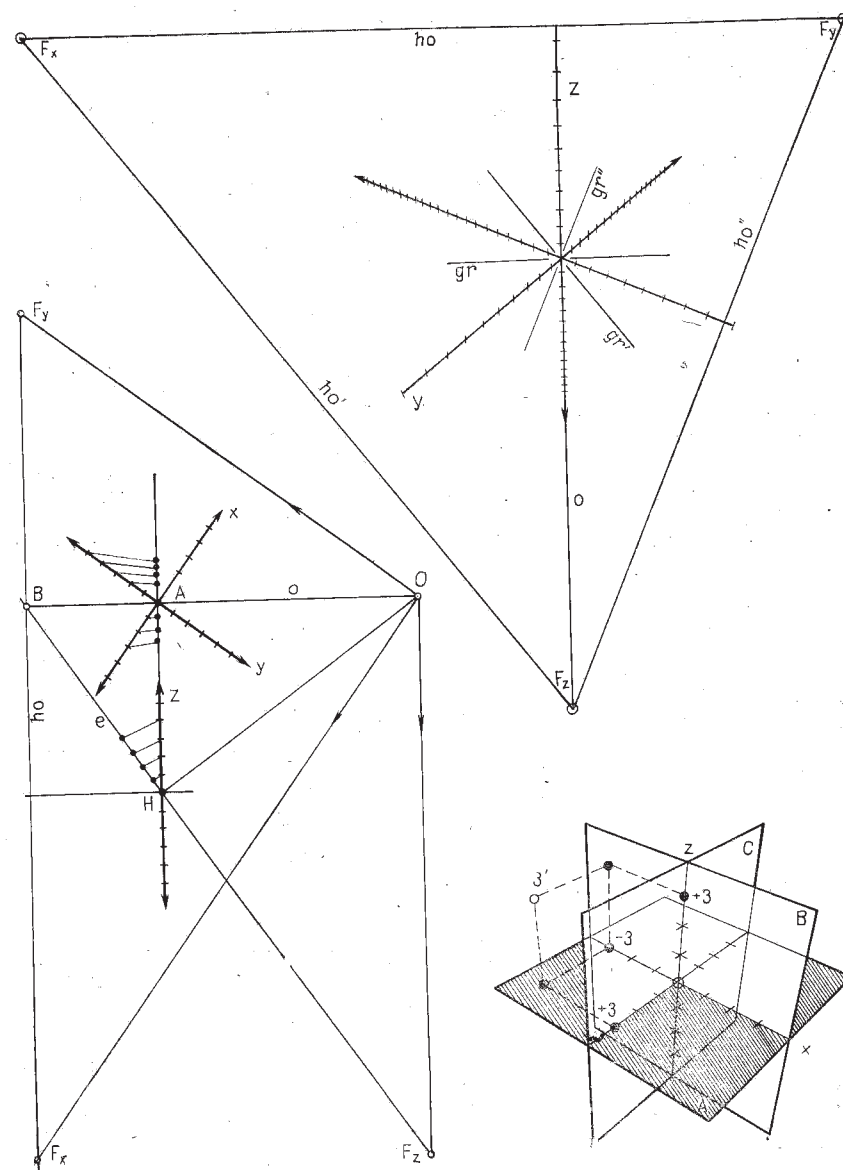


Рис. 88.

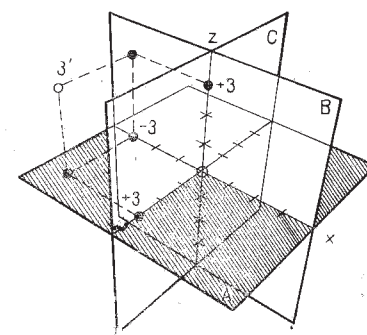


Рис. 87

нат этой системы удобно задать в картинной плоскости с условием совмещения с главной точкой  $H$  картины. Начало координат можно всегда переместить, так как параллельное перемещение картинной плоскости означает только лишь изменение масштаба перспективного изображения.

На нулевую линию  $o$  в перспективе с фасада изображения прямой  $e$  переносятся точка схода  $F_z$ , точка  $A$ , являющаяся также и началом координат, и точка  $B$ . Через точку  $B$  проводят линию горизонта  $ho$ , а через точку  $A$  — линию основания  $gr$ . На линию горизонта  $ho$  переносят от точки  $B$  расстояния до обеих точек схода  $F_x$  и  $F_y$ . Далее через начало координат  $O$  проводят три оси координат  $x, y, z$  в направлении соответствующих точек схода  $F_x, F_y$  и  $F_z$ .

Масштабное деление трех координатных осей перспективно измененным переносят на изображения осей. Для этого целесообразно взять полоску бумаги и наложить ее на линию основания  $gr$  на чертеже и провести лучи от точек деления координатных осей в точку зрения  $O$ .

Затем эту полоску бумаги переносят на линию основания  $gr$  картинной плоскости. С помощью линий к точке схода  $F_z$  перспективно измененные деления полоски бумаги переносятся на оси  $x$  и  $y$ . Деления же, фиксированные на бумажной полосе для оси  $z$  с перспективно измененными размерами с оси  $z$ , непосредственно переносят на изображение этой оси. Соединительные

прямые  $ho, ho'$  и  $ho''$  между точками схода  $F_x, F_y$  и  $F_z$  являются горизонтами трех взаимно перпендикулярных координатных плоскостей, в которых лежат оси  $x, y, z$ .

Параллели к горизонтали через точку  $A$  — следы изображения соответствующих плоскостей, так как точка пересечения трех координатных плоскостей, которая является также и началом координат  $O$ , находится в картинной плоскости.

Плоскость  $A$  на рис. 87, в которой лежат оси  $x$  и  $y$ , определяется согласно рис. 88 своим следом изображения  $gr$  и своим горизонтом  $ho$ . Плоскость  $B$ , в которой находятся оси  $x$  и  $z$ , имеет след изображения  $gr'$ , а горизонт — в  $ho'$ . Наконец,  $ho''$  — горизонт, а  $gr$  — след изображения плоскости  $C$ , в которой лежат оси  $y$  и  $z$ .

Если повернуть рис. 88 на  $180^\circ$ , то след изображения  $gr$  расположится выше линии горизонта  $ho$ . Направление взгляда на оба параллелепипеда будет тогда снизу вверх. При этом «предметная плоскость» становится «потолочной плоскостью».

Аксонметрическая система координат, имеющая три координатных плоскости, позволяет по мере надобности получать вид сверху или вид снизу, если система будет повернута на  $180^\circ$ .

Объект, изображение которого строится относительно трех координатных плоскостей, можно расположить таким образом, что при необходимости координатная плоскость может стать или «предметной

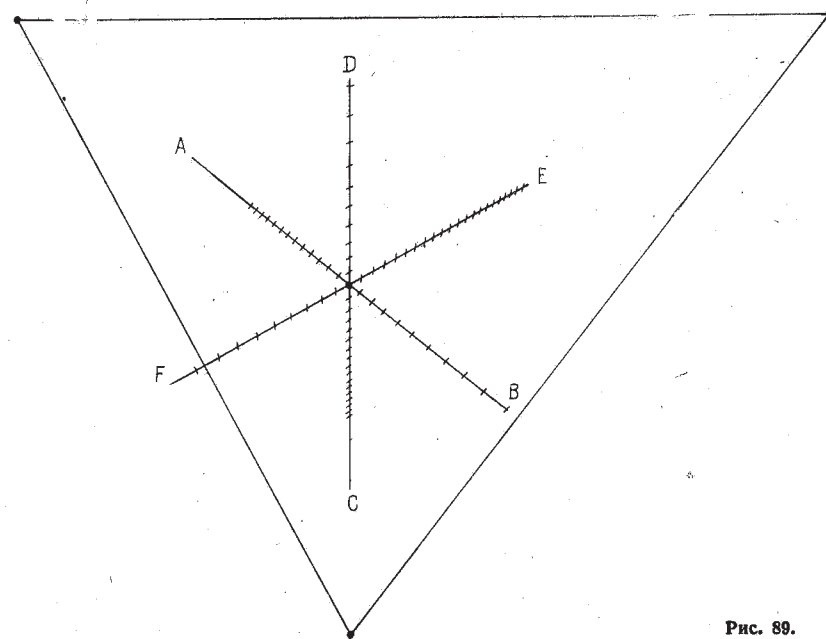


Рис. 89.

плоскостью», или «потолочной плоскостью».

Имея отображение координатной системы с ее масштабным делением в виде треугольника горизонтов, можно построить для заданного предмета шесть его различных видов. Для этого целесообразно построить отображение координатных осей с их точками схода и масштабным делением на достаточно большом и твердом картоне (рис. 89).

Принимая одну из координатных плоскостей за «предметную плоскость», нужно расчерченный картон с показанными осями координат повернуть так, чтобы линия горизонта располагалась горизонтально, а точка схода перпендикуляров к этой выбранной «предметной плоскости» была ниже горизонта. Если точка схода перпендикуляров находится над ли-

нией горизонта, это будет соответствовать построенному изображению при виде снизу.

На чертеже строят треугольник горизонтов с осями координат. На чертеже накладывают кальку и на ней строят изображение предмета. Выполнение чертежа можно упростить, если в точках схода воткнуть иголки, к которым затем прикладывать линейку. Такое приспособление можно использовать довольно часто. При этом удастся построить до шести различных изображений данного предмета.

Зная размеры предмета и положив в основу масштаб, который определяется шкалами размеров, нанесенными на координатные оси, можно переносить непосредственно все размеры от нулевой точки  $O$  на оси  $x, y, z$ . С помощью прямых к соответствующим точ-



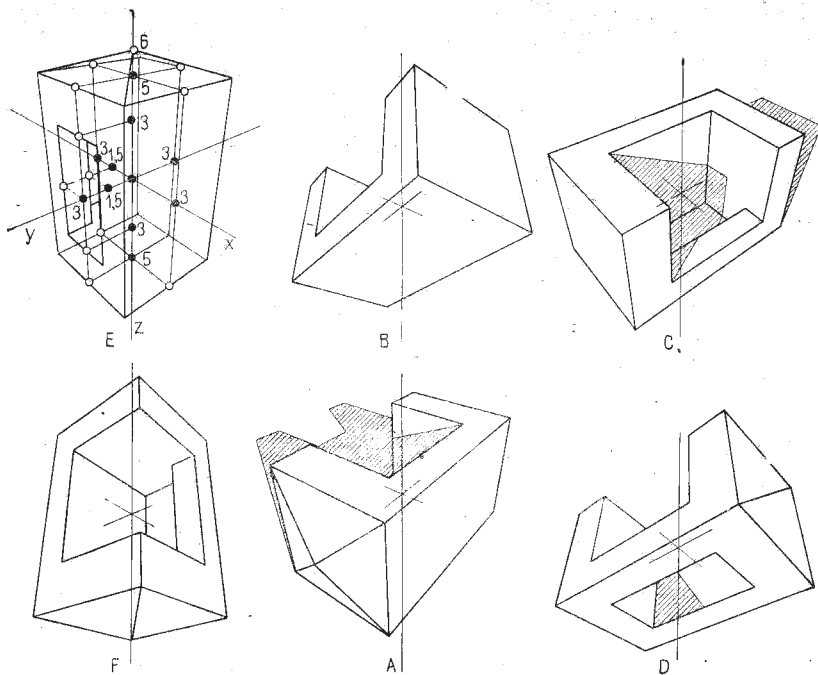


Рис. 90.

кам схода определяется тогда искомое изображение точки предмета.

На фигуре E (рис. 90) показаны оси координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и на них перенесены размеры некоторого объекта. С помощью перпендикуляров к координатным плоскостям можно проследить построение перспективного изображения отдельных точек. Таким же путем удастся затем быстро построить и само изображение объекта.

Под осями системы координат на рис. 89 стоят буквы A,

B, C, D, E и F, которые на рис. 90 обозначают такие изображения предмета, которые построены при виде со стороны этих букв.

Чтобы вычертить тени, выбирают некоторую точку схода световых лучей  $L$  и определяют на горизонте принятой «предметной плоскости» соответствующую точку основания источника света  $LF$ . Эта точка определяется как точка пересечения перпендикуляров к координатным плоскостям с соответствующим горизонтом.

### ТРЕУГОЛЬНИК ГОРИЗОНТОВ И ПОСТРОЕНИЕ ТОЧЕК ИЗМЕРЕНИЯ

На рис. 91 показано изображение в ракурсе пирамиды зрения  $O$  на треугольник гори-

зонтов системы координатных плоскостей, оси которой в пространстве взаимно перпендику-

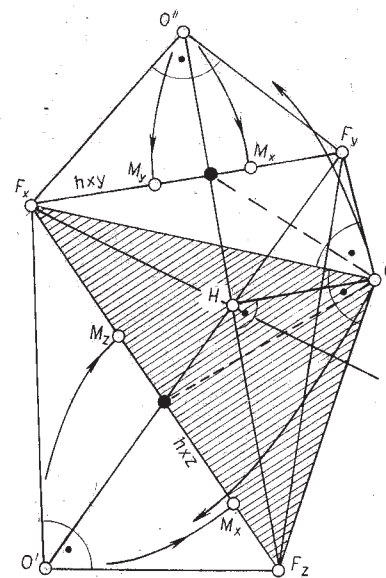


Рис. 91.

лярны. Точками схода являются точки  $F_x$ ,  $F_y$  и  $F_z$ , а прямые, соединяющие эти точки, являются линиями горизонта соответствующих плоскостей. Так как вершины треугольника — точки схода высот к противоположным сторонам, главная точка картины  $H$  будет точкой пересечения высот треугольника горизонтов. Прямые углы высот к сторонам треугольника в ракурсе показаны искаженными. Повернем точку зрения  $O$  вокруг каждой из линий горизонта до совмещения с картинной плоскостью три раза. На рис. 91, к примеру, этот поворот из соображений наглядности представлен только дважды — вокруг прямых  $F_x-F_y$  и  $F_x-F_z$ . Вокруг горизонта  $h_{xy}$  точку  $O$  повернем наверх, а вокруг горизонта  $h_{xz}$  — в сторону. Далее, повернув точ-

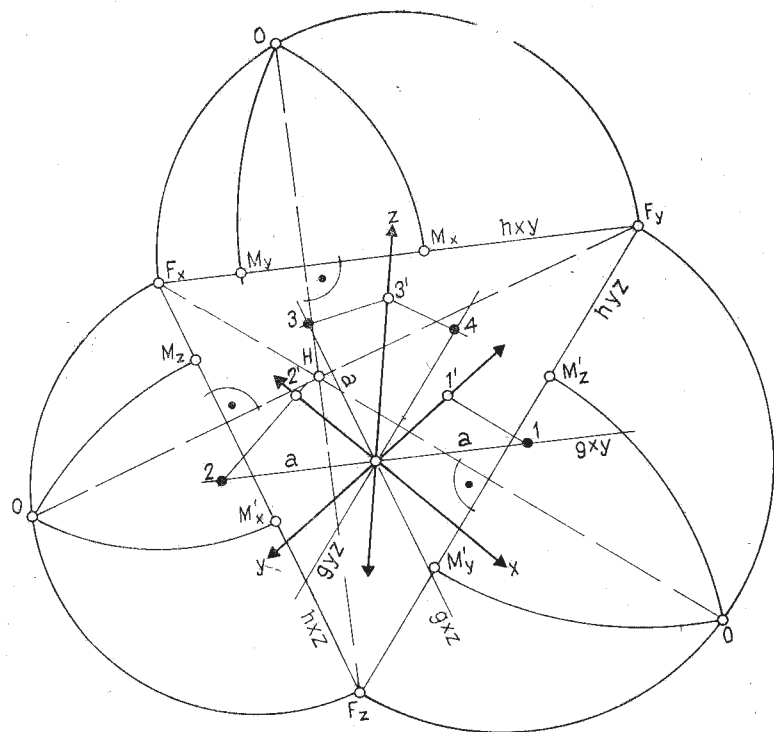
ку  $O'$  вокруг  $F_x$  и  $F_z$ , а точку  $O''$  — вокруг  $F_x$  и  $F_y$ , получим на линиях горизонта точки измерения соответствующих координатных осей.

Высоты треугольника (заштриховано) пересекаются в главной точке картины  $H$  (рис. 92). На продолжениях высот в точках пересечения с дугами окружностей, проходящих через точки схода  $F_x$ ,  $F_y$  и  $F_z$ , находится повернутая в картинной плоскости точка зрения  $O$ . Точки измерения координатных осей, как и на рис. 91, отыскиваются на линиях горизонта соответствующих координатных плоскостей.

Начало координатных осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  принимается лежащим в картинной плоскости. В этом случае следы изображения координатных плоскостей, которые параллельны соответствующим линиям горизонта, также пересекаются в нулевой точке координат. С установлением следов отображения и горизонтов этих трех координатных плоскостей их положение определяется однозначно.

Координатный отрезок  $a$ , который в своей натуральной величине представлен в качестве отрезков  $0-1$ ,  $0-2$  и  $0-3$  на следах изображения, при переносе на оси координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  становится перспективно измененным.

Соединяющая прямая из точки  $1$  к точке измерения  $M_y$  отмечает на оси  $y$  точку  $1'$  перспективного отображения отрезка  $a$ . Прямая из  $2$  в  $M_x$  ограничивает в точке  $2'$  перспективное изображение отрезка  $a$  на оси  $x$ . Наконец, линия из  $M_z$  в точку  $3$  определяет в сво-



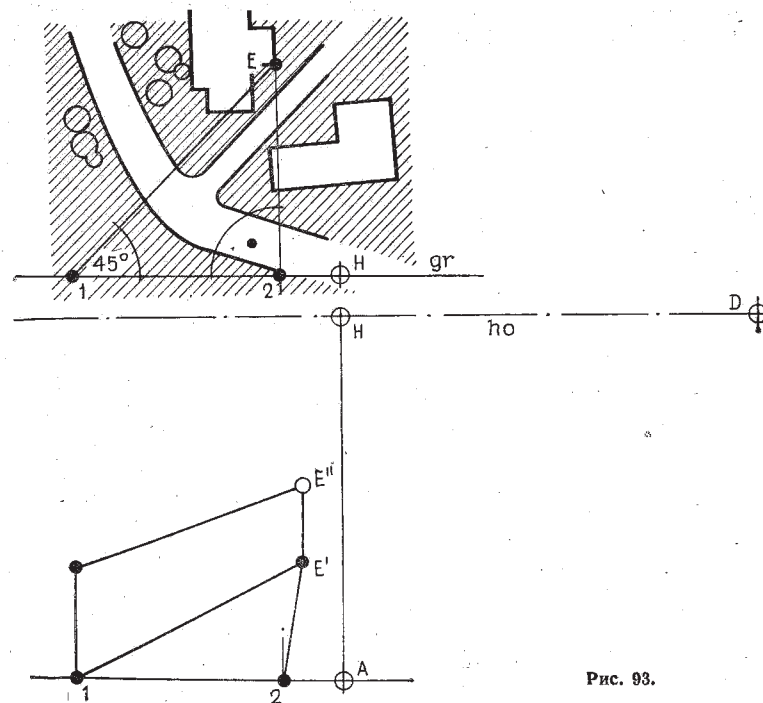
ем пересечении с осью перспективно уменьшенный отрезок  $a$ . В координатной плоскости всегда находятся какие-либо две оси координат. Так, в плоскости, которая определена своим следом изображения  $guz$  и следом схода  $huz$ ,

## СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРИ ИСКАЖЕНИИ ГЛАВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

При построении перспективного отображения плана застройки квартала (рис. 93) бывает невозможно определить точку схода линий, лежащих в плане. В этом случае выбирают в наиболее удобном положении линию основания *gr*.

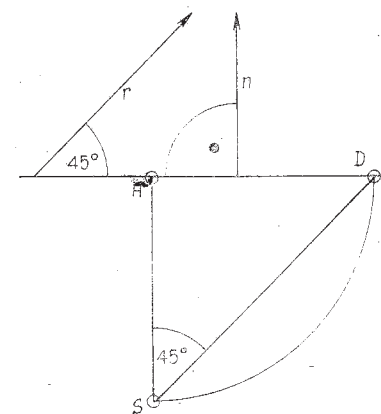
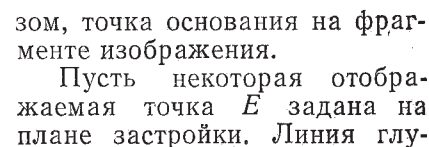
находятся как ось  $z$ , так и ось  $y$ . Поэтому отрезок  $a$  можно перенести также и на след  $gyz$ . Например, прямая из точки  $M_z'$  через точку  $3'$  определяет в пересечении со следом  $gyz$  изображение точки 4 для определения отрезка  $a$ .

На линии горизонта *h<sub>0</sub>* фрагмента изображения принимается главная точка *H* и точка дистанции *D*. Тогда *D* является точкой схода направления *r*, показанного на плане застройки, которое образует с линией основания угол 45°.



Расстояние точки  $D$  до  $H$  равно расстоянию от точки зрения до главной точки  $H$  на картине, т. е. дистанции. Это следует также и из рис. 94. На этом рисунке точка  $D$  — точка измерения линий глубины  $n$ , точка схода которой есть точка  $H$ , так как параллельные линии глубины направлены перпендикулярно линии основания картины. И обратно — линия глубины является направляющей прямой  $r$  линии измерения, которая имеет свою точку схода  $D$ .

Параллельный к прямой  $r$  луч — гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника. Следовательно, отрезок  $S-H$  равен отрезку  $H-D$ . Выбором точки дистанции установлена, таким обра-



бины из  $E$ , перпендикулярная к линии основания, и прямая под углом в  $45^\circ$  пересекают линию основания  $gr$  в точках 1 и 2. Эти точки пересечения переносят на фрагменте изображения. Прямые от перенесенных точек 1 и 2 к соответствующим точкам схода  $D$  и

$H$  пересекаются в искомой точке изображения  $E'$ . Некоторый отрезок, отнесенный одним концом по вертикали измерений над точкой 1, переносят вторым концом прямой к точке схода  $D$  на вертикаль в точке  $E$  в виде отрезка  $E'E''$ .

### ЧИСЛОВАЯ ПЕРСПЕКТИВА

Заданы предмет и точка зрения  $O$  как на плане, так и на фасаде (рис. 95). Картина плоскость пересекает горизонтальную плоскость по

горизонту  $ho$ , а перпендикулярную к ней вертикальную плоскость — по следу  $e$ .

Зрительный луч, проходящий через некоторую точку  $E$

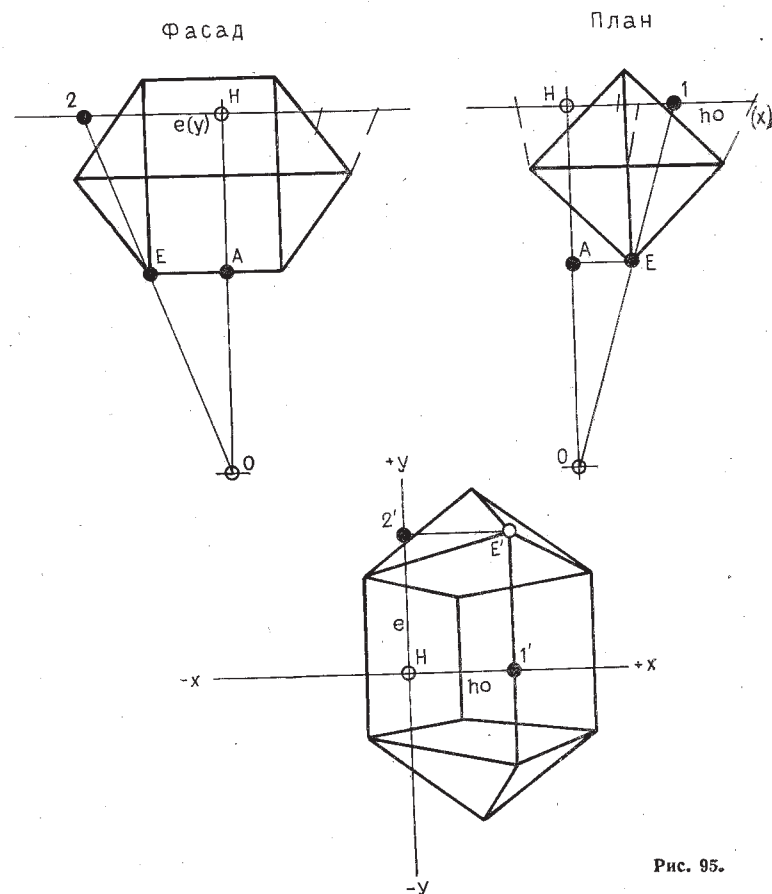


Рис. 95.

на плане и на фасаде, пересекает выше указанные следы  $ho$  и  $e$  в точках 1 и 2. Точки пересечения на следах  $ho$  и  $e$ , которые можно рассматривать также и как оси  $x$  и  $y$ , переносятся на перспективное изображение от главной точки картины  $H$ . Перпендикуляры к осям координат, восстановленные в этих перенесенных точках 1' и 2', пересекаются в точке изображения  $E'$ . Этот способ построения изображения точки целесообразен и для получения всего перспективного изображения рассматриваемой

геометрической фигуры. Вместе с тем этот способ служит также для того, чтобы установить соотношение между координатами  $H-1'$  и  $H-2'$  точки изображения  $E'$  и координатами  $A-E$  и  $E-A$  заданной точки предмета на чертежах плана и фасада. Точка предмета  $E$  и ее изображение  $E'$  в зависимости от их расстояний от точки зрения  $O$  находятся в следующем соотношении. На плане:  $A-E: H-1=O-A: O-H$ ; на фасаде:  $E-A: H-2=O-A: O-H$ .

### ПЕРСПЕКТИВА В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Важное применение перспективы<sup>1</sup> находит в дорожном строительстве, поскольку чертеж плана не может показать будущего изображения проектируемой части улицы или дороги с окружающим ее ландшафтом более выразительно, чем их перспективное изображение.

Скоростная трасса, геометрически верная, но оптически обманчиво воспринимаемая, может привести к аварии. Поэтому необходимо при планировке новых уличных магистралей заранее правильно оценить перспективный образ всего уличного обзора, а также оценить требования, которые предъявляет проектируемая улица перед ее будущими пользователями. Это объясняется тем, что всегда через заранее подготовленную диаграмму

перспективного изображения трассы можно выработать наиболее целесообразный ритм уличного движения.

Задачи перспективного представления уличных трасс наиболее рационально решаются способом построения отображения отдельных точек этих улиц. На практике чаще всего отображаемые улица и местность, как правило, не имеют главного направления. Поэтому здесь не возможно оперировать с точками схода. Также нецелесообразно и применение способа построения согласно рис. 93. Для выполнения чертежа требуется значительное место на чертежной плоскости. Кроме того, чертежный лист будет перегружен различными вспомогательными линиями построения. Этих затруднений удастся избежать,

<sup>1</sup> В настоящее время признано, что макет, используемый для создания киноперспективной ленты, еще более наглядно представляет проектируемые улицу и дорогу, чем мертвое перспективное изображение с одной точки зрения. (Прим. науч. ред.)



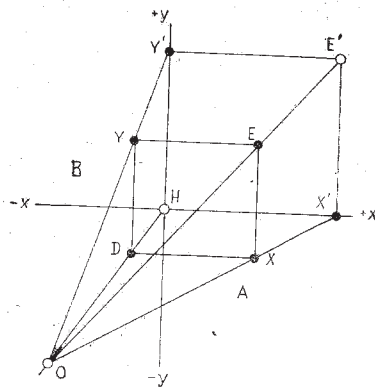


Рис. 96.

если известная точка проникания зрительного луча через картинную плоскость будет отыскиваться не путем построения, а расчетом. Процедура чрезвычайно проста. Как отмечалось выше, при этом используется лишь свойство пропорциональности соответствующих отрезков.

Числовая перспектива основана на следующем (рис. 96). Все пространство разбивается двумя координатными плоскостями на четыре квадранта — горизонтальной плоскостью  $A$  и вертикальной плоскостью  $B$ , которые перпендикулярны картинной плоскости и след пересечения которых есть главный луч зрения  $O-H$ . При этом главный луч обозначается как ось взгляда; след горизонтальной плоскости с картинной плоскостью — ось  $x$ , а след вертикальной плоскости с картинной плоскостью — ось  $y$ , лежащие в плоскости изображений прямоугольной системы координат, начало которой совпадает с главной точкой.

Зрительный луч, направленный в некоторую точку объек-

та  $E$ , пронизывает картинную плоскость в точке изображения  $E'$ . Ее координаты удастся определить путем вычислений из следующего соотношения: какая-либо изображаемая величина так относится к ее действительному значению, как изображаемое расстояние от глаза относится к действительному расстоянию предмета от глаза.

Обозначим  $H-X'$  и  $H-Y'$  — координаты точки изображения  $D-X$  и  $D-Y'$  — координаты точки объекта. Действительное расстояние до предмета — отрезок  $O-D$ , а расстояние до изображения, или дистанция, — отрезок  $O-H$ . Для упрощения обозначений положим: для координат изображения  $H-X'=x$ ,  $H-Y'=y$ ; для координат объекта  $D-X=a$  и  $D-Y=b$ ; для действительного расстояния до объекта  $O-D=c$  и для дистанции  $O-H=d$ . Свойство пропорциональности соответствующих величин тогда примет вид:  $a:x=c$  и  $b:y=c:d$ ; откуда  $x = \frac{a}{c}$ ,  $y = \frac{b}{c} d$ .

Вычисленные значения для координат  $x$  и  $y$  вносят в координатную систему. Перпендикуляры к осям в точках перенесенных координат  $x$  и  $y$  устанавливают в своем пересечении образ точки  $E$ , т. е. точку  $E'$ . Знаки «+» или «-» задают положение точки изображения вправо или влево, выше или ниже от начала координат.

Вычисления и сопоставления числовых значений целесообразно вести в табличной

форме<sup>1</sup>, причем отдельные точки, координаты образов которых должны вычисляться, нумеруются.

Для вычисления координат некоторого перспективного изображения (рис. 97) в общем служит строительный план, который вычерчивается по методу кодированных проекций. На этом плане, как пример, показан план расположения некоторой криволинейной дороги, а также — ее поперечный профиль на фасаде. От точки основания  $S$  проводится направление оси взгляда, а на фасаде установлена линия

горизонта точки зрения  $O$ . Высота точки зрения над проезжей частью принята 4 м.

Нужно вычислить изображаемые координаты точек 1—7 оси дороги. На плане расположения и плане высот замеры расстояния  $a$  и  $b$  отдельных точек оси дороги от оси взгляда, а также расстояние  $c$  от точки основания  $S$  по оси взгляда до рассматриваемой точки. Эти измерения занесены в таблицу.

При вычислении изображаемых координат  $x$  и  $y$  участвует только величина  $a/c$  или соответственно  $b/c$ . Изображаемые

Номер точки	$c$	$a$	$b$	$x$	$y$
1	24	+7	-6	+2,91	-2,5
2	70	+21	-8	+3	-1,14
3	117	+34	-10	+2,9	-0,89
4	170	+40	-9	+2,35	-0,53
5	204	+27	-7	+1,32	-0,34
6	226	$\pm 0$	-5	$\pm 0$	-0,2
7	246	-41	-1,68	-1,68	-0,06

координаты  $x$  и  $y$  вычисляются путем умножения величин  $a/c$  и  $b/c$  на дистанцию  $d$ , т. е. на величину расстояния от точки зрения до картинной плоскости. Причем с установлением дистанции определяются также и размеры перспективного изображения.

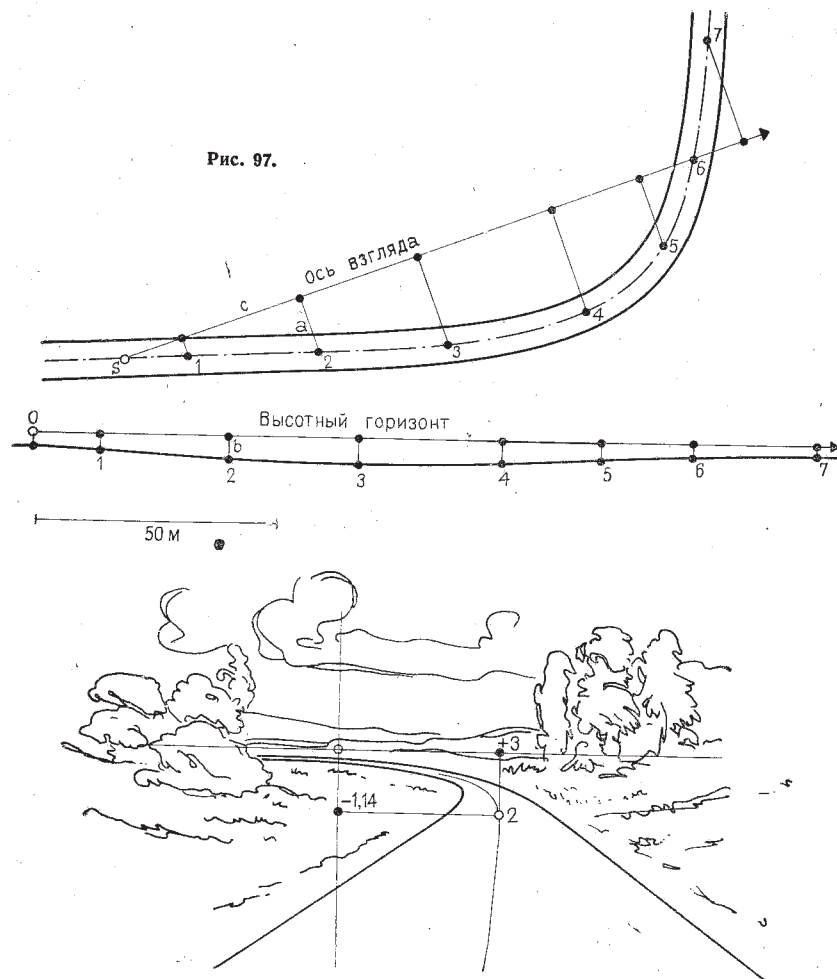
Точно также вычисляются изображаемые координаты для очерков краев дороги. Наклон поперечного сечения дороги в данном примере не учи-

тывается. Точки пересечения перпендикуляров на концах отрезков перенесенных значений координат  $x$  и  $y$  дают вычисленное отображение некоторой точки объекта. Изображаемые точки, соединенные одна с другой, дают общую картину дороги.

На практике изображаемые координаты находят с помощью вычислительных машин. Имеются также механические или электрические приборы, кото-

<sup>1</sup> Описанный автором числовой или цифровой метод построения перспективы имеет один существенный недостаток — он удаляет нас от образных представлений в начальный момент составления программ. Обратным этому процессу является цифровой метод, при котором вначале изучается опыт выдающихся мастеров изобразительного искусства и на его основе выявляются закономерности для составления цифровых программ [13, 24]. (Прим. науч. ред.)

Рис. 97.



рые в кратчайшие сроки вычерчивают перспективный образ. Эту возможность можно использовать, чтобы получить фильм проектируемой дороги.

При допустимой скорости движения воображаемого автомобиля вдоль одного из проектируемых отрезков трассы по-

лученное перспективное изображение позволяет установить ограничения на принятую скорость движения. Движущиеся кадры фильма, демонстрируемые с помощью проектора, создают полное<sup>1</sup> впечатление движения на проектируемой дороге.

<sup>1</sup> О полном впечатлении здесь строго говорить не следует, так как любое контурное изображение, описанное в этой книге, создается без учета факторов естественного освещения, окраски предметов и т. п., характеристики которых не просто «механически» заполняют контуры, но активным образом видоизменяют и корректируют их [23, 25]. (Прим. науч. ред.)

## РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

**Внутреннее ориентирование при вертикальной плоскости изображения.** Задача реконструкции изображения состоит в том, чтобы по заданным перспективным изображениям некоторого объекта определить его действительные размеры. На практике для этого чаще всего используют фотографии объектов, которые с высокой степенью точности могут рассматриваться как перспективные изображения. При их создании точка зрения  $O$  отождествляется с оптическим центром  $M$  объектива выбранной фотокамеры, дистанция  $d$  — с фокусным расстоянием объектива, т. е. расстоянием между  $M$  и плоскостью фотопленки.

Фотограмметрия (так называется этот способ реконструкции изображений) находит применение особенно при определении размеров объектов, полученных аэрофотосъемкой. С самолета на определенном расстоянии один от другого делают два снимка участка картируемой местности, по которым эта местность в дальнейшем будет реконструирована. При этом используется прибор, который в принципе действует как стереоскопический наблюдатель.

При решении архитектурных задач способом реконструирования могут быть использованы фотоснимки с объекта, поскольку большинство действительных геометрических свойств данного объекта заранее известно.

Исследуя фотографию объекта, прежде всего определяют главную точку картины  $H$  и точку дистанции  $D$ . Эта процедура называется внутренним ориентированием перспективы. К внешнему ориентированию относят вычисление положения точки зрения и положения картинной плоскости по отношению к той части представленного объекта, размеры которой уже известны. Определив внутреннее и внешнее ориентирование, можно реконструировать отображаемый объект в меру наличия известных соотношений между действительными и замеренными его размерами.

Поступая таким образом с архитектурным снимком, сразу же ориентируются на некоторые его геометрические свойства. Например, наклонные ребра в изображении являются в действительности горизонтальными и параллельными одно другому. Вертикальные ребра в действительности расположены перпендикулярно предметной плоскости.

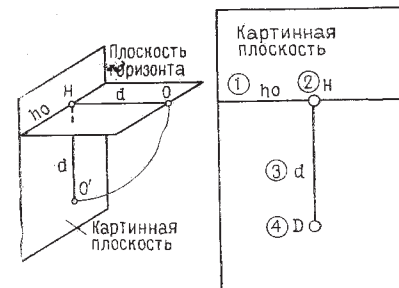


Рис. 98.

Рис. 99.

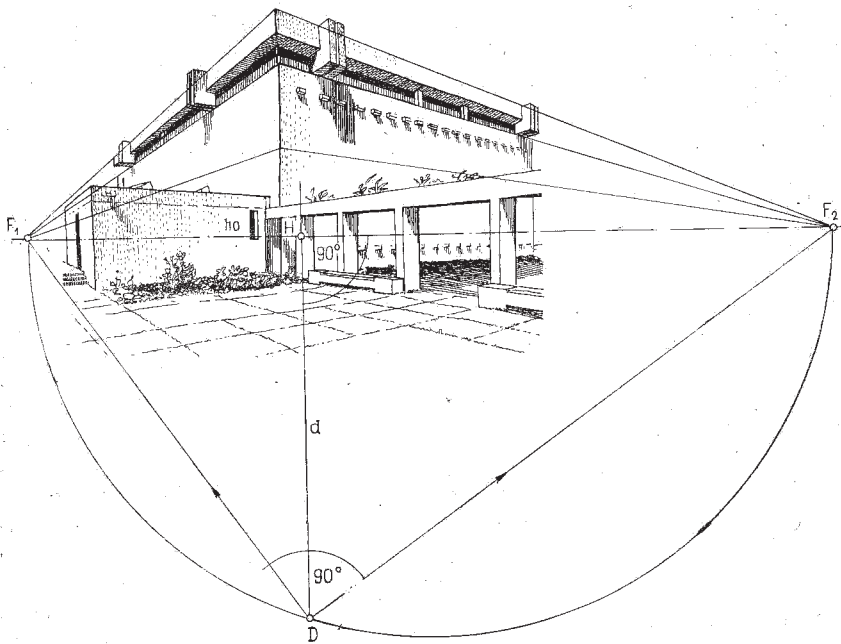


Рис. 100.

Внутреннее ориентирование покажем вначале на особом случае вертикальной картинной плоскости. Если имеется архитектурный снимок для лежащих и кажущихся параллельными одна другой вертикальных прямых, то картинная плоскость по отношению к предметной плоскости будет вертикальной, причем вертикали в изображении будут параллельны. При вертикальной картинной плоскости главная точка располагается на горизонте.

Для определения внутреннего ориентирования совмещают горизонтальную плоскость с картинной плоскостью, вращая ее вокруг линии горизонта (рис. 98); при этом точка зрения  $O$  переходит в точку  $O'$ .

Лежащая тогда в картинной плоскости точка зрения  $O$  обозначается как точка дистанции  $D$ .

Внутреннее ориентирование будет определено (рис. 99), если заданы следующие четыре величины: горизонт  $ho$ ; главная точка картины  $H$ ; дистанция  $H-D$ ; повернутая вокруг горизонта точка зрения  $O'$  или точка дистанции  $D$ .

Имеется фотография некоторого объекта (рис. 100) без его обреза, т. е. полное изображение, которое проецируется через объектив фотоаппарата на фотопленку. В этом случае принимается, что главная точка картины  $H$  лежит в центре изображения или на его средней вертикали. На архитектурном снимке имеются

горизонтальные ребра объекта, которые в действительности параллельны одно другому и, кроме того, образуют прямой угол (это почти всегда соблюдается), что легко определяет точку дистанции  $D$ . Установлено также, что вертикальные ребра объекта, принадлежащие картинной плоскости, параллельны между собой и образуют с предметной плоскостью прямой угол.

Горизонтальные ребра пересекаются при своем продолжении в точках схода  $F_1$  и  $F_2$ . Прямая, соединяющая обе эти точки схода, является линией горизонта  $ho$ . Полукруг на точках схода  $F_1$  и  $F_2$  пересекает в точке дистанции  $D$  вертикаль, восстановленную к горизонту в точке  $H$ . Отрезок  $H-D$  лежит в горизонтальной плоскости, совмещенной с картинной плоскостью вокруг линии горизонта  $ho$ .

Лучи, проведенные из точки  $D$  в обе точки схода, дают два главных направления, которые перпендикулярны одно к другому и образуют в точке  $D$  прямой угол. Поэтому полукруг, построенный на отрезке  $F_1-F_2$ , является геометрическим местом точек дистанции  $D$ , лежащих в картинной плоскости, поскольку угол между двумя любыми катетами, опирающимися на диаметр круга, всегда равен  $90^\circ$ . Отрезок  $H-D$  есть дистанция, и при фотографической съемке он соответствует фокусному расстоянию принятого объектива.

Отыскиваемая дистанция увеличенного снимка изменяет лишь действительно фокусное расстояние выбранного объек-

тива по отношению к масштабу увеличения. Внутреннее ориентирование, таким образом, определено.

Если главная точка картины  $H$  с помощью описанных способов не находится, то могут помочь следующие методы для определения  $H$  и в конечном итоге  $D$ .

В приведенных далее примерах будем считать, что внутреннее ориентирование задано только лишь одним из своих геометрических соотношений, которое должно быть задано на архитектурном снимке. Затем решается, каким способом может быть определено внутреннее ориентирование.

Если главная точка картины  $H$ , как показано на простейшем примере реконструкции (рис. 101), лежит на средней вертикали, она определяется фронтальным положением куба.

Ребра куба, перпендикулярные картинной плоскости, пересекаются в главной точке  $H$ . Затем, как параллель к горизонтальным ребрам куба, определяется также линия горизонта  $ho$ . Продолженные диагонали квадратного плана куба пересекают линию горизонта в своих точках схода  $F_n$  и  $F_m$ . Центром дуги полукруга, проведенной через точки  $F_n$  и  $F_m$ , является главная точка картины  $H$ . Вертикаль, проведенная через  $H$ , пересекается дугой в точке  $D$ . Отрезки  $H-F_n$ ,  $H-F_m$  и  $H-D$  равны между собой. Отрезок  $H-D$  (дистанция) совмещен с картинной плоскостью вращением вокруг главной точки  $H$ . Обоснование следует из рис. 94.



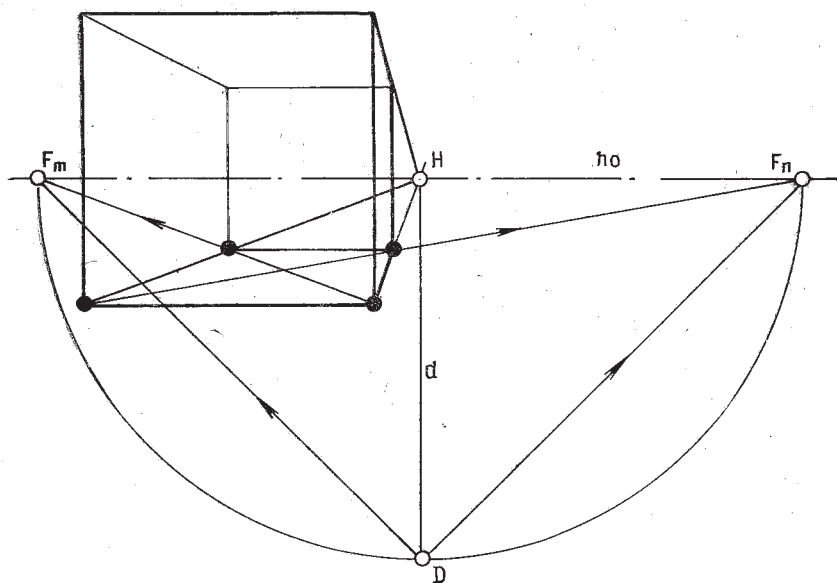


Рис. 101.

Обратимся к рис. 102. Дан горизонт  $ho$ , который определяется как прямая, соединяющая две точки схода горизонтальных ребер на архитектурном снимке; дано также изображение некоторой окружности. Следует определить главную точку картины  $H$  и точку дистанции  $D$ .

Параллельно  $ho$  проводят касательные к дуге окружности. Через точки касания проводят диаметр глубины окружности, продолжение которого пересекает линию горизонта в главной точке  $H$ . Двумя следующими касательными к окружности из  $H$  определяется изображение квадрата в фронтальном положении, описанного вокруг окружности. Продолженная диагональ пересекает горизонт  $ho$  в определяемой точке дистанции  $D$ .

Архитектурный снимок (рис. 103) показывает горизонтально лежащий прямоугольник, соотношение между сторонами которого известно и равно, например, 2:3. Путем перспективного деления определяют на стороне  $b$  отрезок  $c$  так, что  $c:b=a:b$ , т. е.  $c=a$  (см. рис. 37, а). Тогда из прямоугольника с помощью выделенного отрезка  $c$  можно получить квадрат, для которого главная точка и точка дистанции определяются ниже (рис. 104).

Дано изображение параллелепипеда с квадратным планом (см. рис. 104). Это касается также и горизонтально лежащего квадрата на рис. 103, который был выделен из прямоугольника с известным соотношением сторон путем перспективного деления. Параллелепипед стоит вертикально на своем основании и не имеет го-

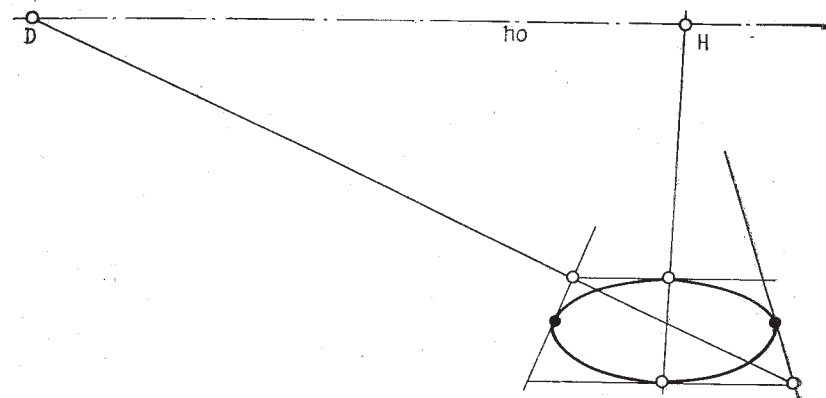


Рис. 102.

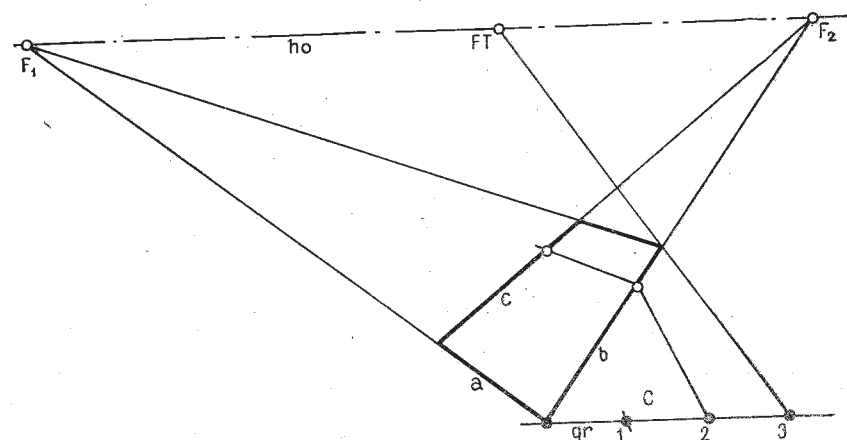


Рис. 103.

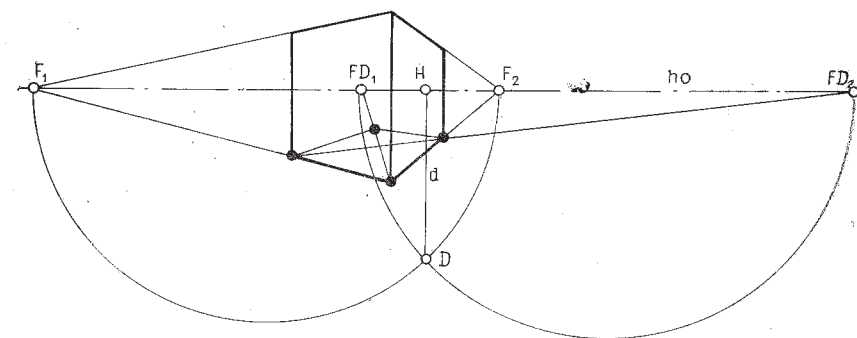


Рис. 104.

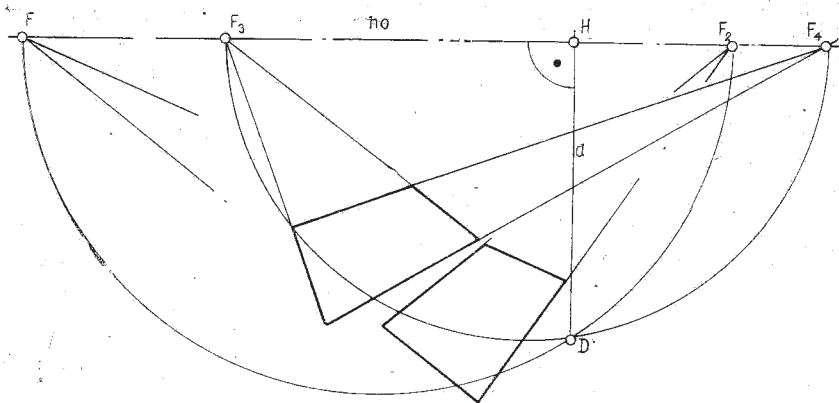


Рис. 105.

ризонтовых ребер, параллельных картинной плоскости.

Прямая, проведенная через точки схода  $F_1$  и  $F_2$  горизонтальных ребер параллелепипеда, определяет горизонт  $ho$ , обладающий известным геометрическим свойством для нахождения главной точки  $H$  картины. Поскольку горизонтальные ребра плана параллелепипеда взаимно перпендикулярны, полуокружность на отрезке  $F_1—F_2$  обладает указанным выше геометрическим свойством для точки дистанции  $D$ . В этом примере свойство полуокружности удается применить не только для сторон квадрата — основания параллелепипеда с точками схода взаимно перпендикулярных сторон  $F_1$  и  $F_2$ , но и для диагоналей квадрата, которые также перпендикулярны и имеют точки схода  $FD_1$  и  $FD_2$ . В результате определяется точка дистанции  $D$ , как точка пересечения обеих полуокружностей через соответствующие точки схода.

На рис. 105 известны, кроме двух перпендикулярных одно другому горизонтальных

направлений, два других направления образуют прямой угол. Геометрические построения здесь аналогичны построениям, показанным на рис. 104. Точками схода сторон служат точки  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  и  $F_4$ . Точка дистанции расположена в каждом случае на соответствующей полуокружности, проходящей через отрезок между точками схода сторон прямоугольников  $F_1—F_2$  и  $F_3—F_4$ . Для определения точки дистанции  $D$  применяется следующее геометрическое свойство: точка дистанции  $D$  находится в точке пересечения обеих полуокружностей, проходящих через отрезки соответствующих точек схода.

Если имеется только одна доступная точка схода диагоналей (рис. 106) на линии горизонта  $ho$ , то точку дистанции удается определить как точку пересечения окружности, проходящей через точки схода  $F_1$  и  $F_2$ , с прямой, проведенной через точку схода диагонали  $FD_1$  и  $M$ , полученную пересечением вертикали из центра окружности с дугой.

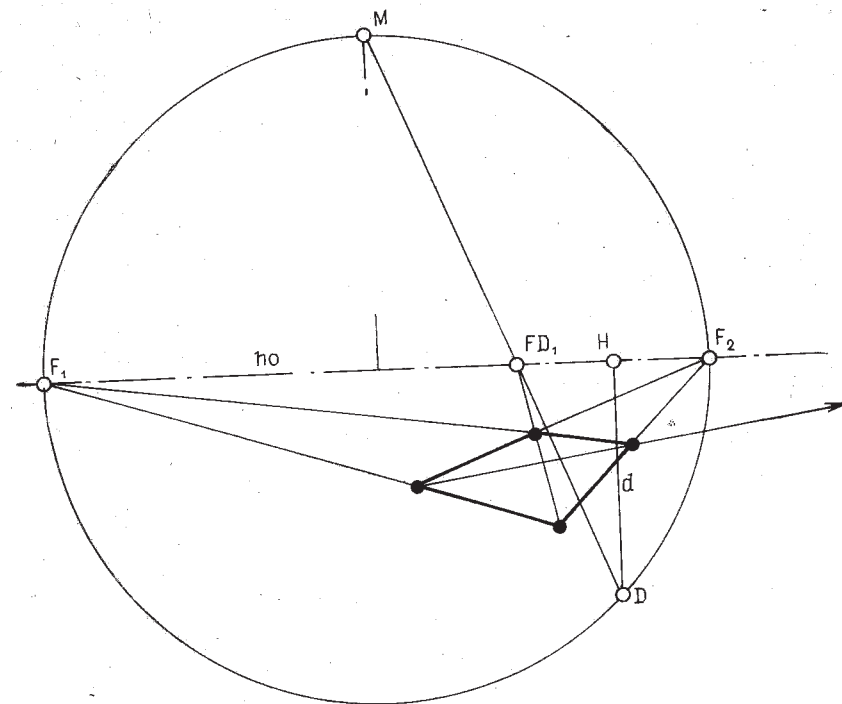


Рис. 106.

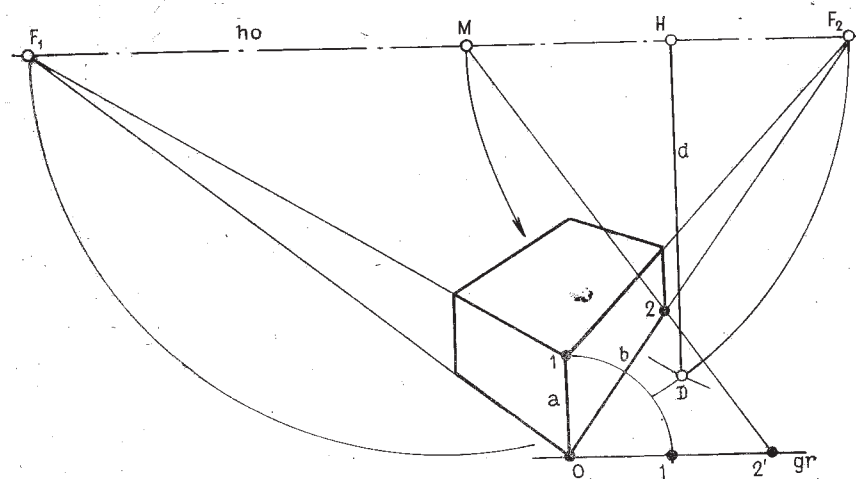
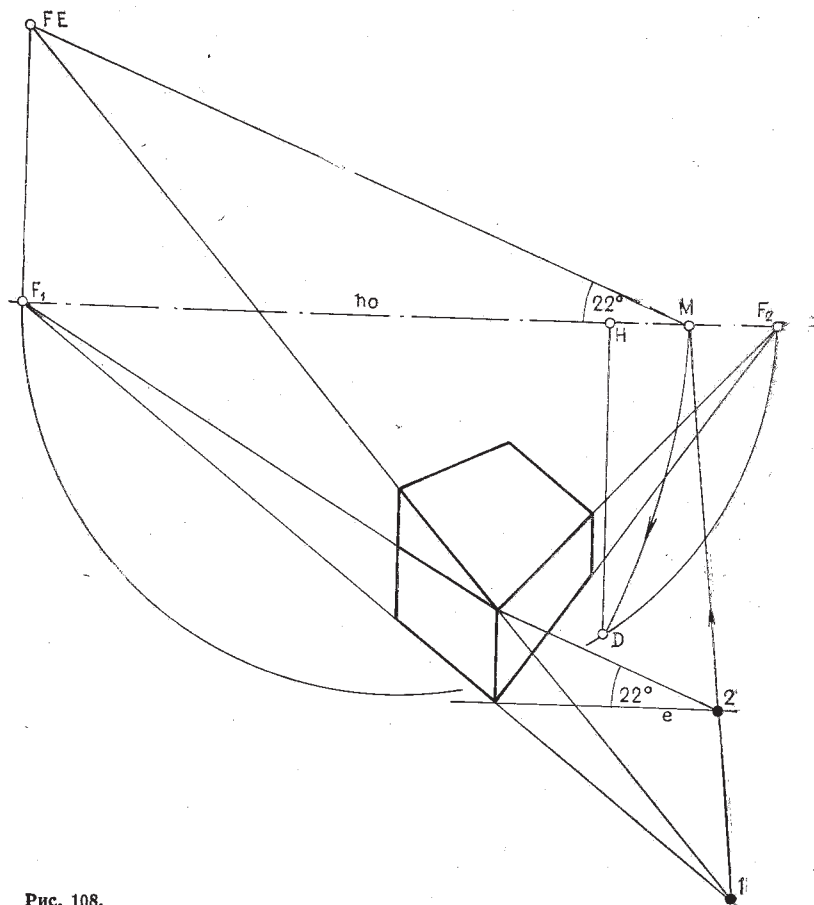


Рис. 107.



Даны перпендикулярные одно другому ребра некоторого параллелепипеда (рис. 107) и соотношение между вертикальным ребром  $a$  и горизонтальным  $b$ . Повернув горизонтальное ребро  $b$  вокруг вертикали  $a$  в фронтальное положение на линию основания  $gr$ , параллельную  $ho$ , задают известное соотношение между ребрами параллелепипеда. Отрезок  $O-2'$  имеет теперь действительную величину ребра  $b$ . Прямая через точки  $2'$  и 2 пересекает горизонт в точке

измерения  $M$ . Поворачивая точку  $M$  вокруг точки  $F_2$ , пересечем дугой радиуса  $F_2-M$  полуокружность, проходящую через обе точки схода ребер  $F_1$  и  $F_2$  в точке дистанции  $D$ .

Рассмотрим пример (рис. 108), когда горизонтальные ребра некоторого строения образуют прямой угол, и, кроме того, известен угол наклона кровли, например,  $22^\circ$ . Горизонтальные ребра строения, продолженные до пересечения, определяют точки схода  $F_1$  и  $F_2$ . Продолженное ребро

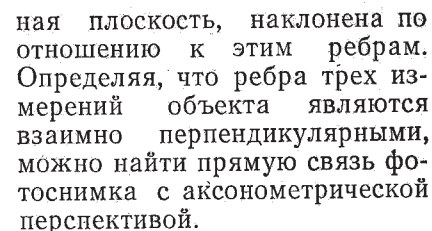
кровли устанавливает в своем пересечении с перпендикуляром в точке схода  $F_1$  план точки схода  $FE$  этого ребра.

Проведя сторону угла  $22^\circ$  относительно линии горизонта так, что наклонная сторона проходит через точку схода  $FE$ , получим вершину этого угла в точке измерения  $M$ . Повернув точку  $M$  вокруг точки схода  $F_1$  до пересечения с полуокружностью, проходящей через точки схода ребер, найдем вначале точку дистанции  $D$ , а затем и главную точку картины  $H$  как основание перпендикуляра к  $ho$ , опущенного из точки  $D$ .

Другой прием построения. Продолженное ребро крыши строения пересекает его проекцию на предметной плоскости в точке 1. Повернем это продолженное ребро в положение, параллельное картинной плоскости, в котором угол наклона  $22^\circ$  располагается так, что одна его сторона параллельна *h*o, а другая пересекает перпендикуляр, вокруг которого была повернута продолженная сторона. Прямая, проходящая через точки 1 и 2, определяет при своем пересечении с горизонтом *h*o точку измерения М.

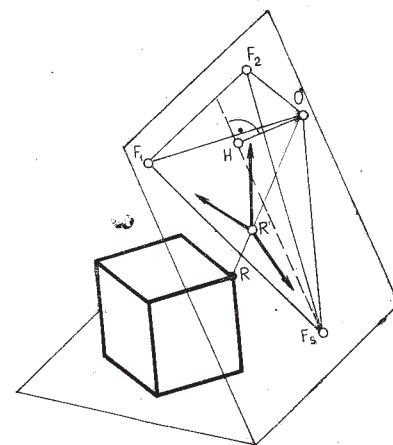
Имеется много других способов для определения на фотоснимках неизвестной главной точки картины  $H$ , точки дистанции  $D$  и, наконец, точки измерения.

**Внутреннее ориентирование при наклонной плоскости изображения.** Кажущиеся параллельными ребра объекта на самом деле будут непараллельны одно другому, если плоскость проекций, или картин-



На рис. 109 представлены в перспективе куб и картинная плоскость с точкой зрения  $O$ , которая непараллельна ребрам этого куба. Главный луч, перпендикулярный к картинной плоскости, определяет в своей точке пересечения с картинной плоскостью главную точку картины  $H$ . Параллельные к направлениям ребер куба лучи, выходящие из точки зрения  $O$ , встречаются с картинной плоскостью в точках схода  $F_1, F_2$  и  $F_3$ .

Луч зрения, направленный в вершину куба  $R$ , пересекает в точке  $R'$  картинную плоскость. Направления ребер куба, выходящих из вершин  $R$ , можно рассматривать как три координатные оси. Изображения осей имеют в  $R'$  свою нулевую точку, а в точках  $F_1, F_2$



**Рис. 109.**



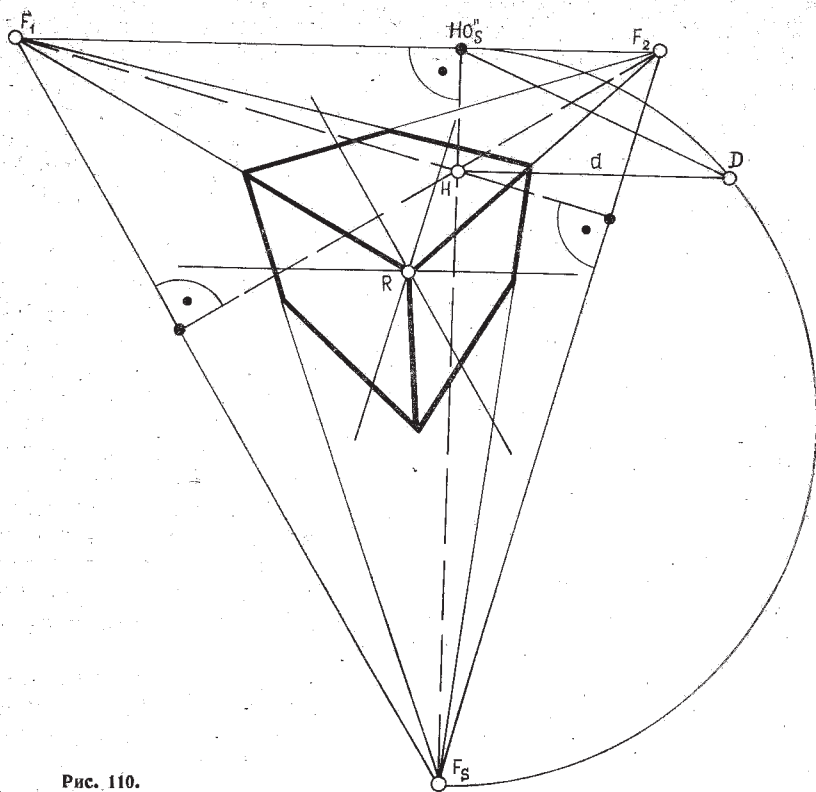


Рис. 110.

и  $F_s$  — точки схода этих координатных осей.

Рассмотрим перспективное изображение параллелепипеда с картинной плоскостью, не параллельной его ребрам (рис. 110). Ребра при своем продолжении пересекаются в соответствующих точках схода  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_s$ . Линии горизонта, соединяющие эти точки схода, образуют треугольник точек схода.

Поскольку наклонная картинная плоскость в сравнении с рассмотренным выше частным случаем положения картинной плоскости, перпендикулярной к предметной плоскости, является случаем общим, то удастся наиболее просто

определить главную точку картины  $H$  и точку дистанции  $D$ .

Главная точка  $H$  определяется как точка пересечения высот треугольника, образованного точками схода  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_s$ . Если повернуть прямоугольный треугольник  $F_s-H\ddot{o}_s-O$ , вокруг его гипотенузы  $F_s-H\ddot{o}_s$ , т. е. высоты, в картинную плоскость, то он займет положение треугольника  $F_s-H\ddot{o}_s-D$ . Тогда отрезок  $H-D$  станет дистанцией, а угол  $D-H\ddot{o}_s-F_s$  — действительным углом наклона картинной плоскости по отношению к горизонтальной плоскости  $O-F_1-F_2$ .

Принимая вершину  $R$  куба, лежащую в картинной плос-

сти, можно провести через  $R$  параллельно к соответствующим линиям горизонта следы изображения плоскостей, в которых находятся ребра с точками схода  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_s$ . Тем самым определяются плоскости с тремя главными направлениями через свои следы изображения и следы схода.

**Реконструкция и внешнее ориентирование.** В приводимых ниже примерах предполагается, что внутреннее ориентирование перспективного отображения уже известно. Задача состоит в обратном применении всех прежних закономерностей перспективного построения.

Каждая точка объекта лежит на зрительном луче, проходящем через точку зрения и изображаемую точку. К реконструируемому объекту подбирают пучок зрительных лучей, как будто выходящий из глаза. Так как перспективное изображение остается неизменным (относительно точки зрения, то этот пучок лучей только лишь подобно увеличивает или уменьшает изображение), имеет место следующее положение: если внутреннее ориентирование перспективы определено, то в соответствии с перспективным масштабом удастся отыскать все размеры изображения. Действительные величины будут установлены прежде всего, если истинная, натуральная величина какого-либо отрезка объекта известна.

Рассмотрим рис. 111, а. Дано перспективное изображение так называемого тесового камня, имеющего форму параллелепипеда. Картинная плоскость перпендикулярна по от-

ношению к предметной плоскости. За предметную плоскость принята горизонтальная плоскость, проходящая через точку зрения. Далее картинная плоскость повернута вокруг линии горизонта в принятую предметную плоскость (рис. 111, б).

Прежде всего на плоскости горизонта  $ho$  построим опущенный план точек изображений  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$  тесового камня. Определим точки схода на горизонте и главную точку  $H$  на линии основания  $gr$  картины. Вертикаль в точке  $H$  есть линия дистанции  $d$ , а отрезок  $H-S$  — уже известная нам дистанция. Проведем из точки основания  $S$  зрительные лучи во все только что перенесенные точки. Далее для построения плана камня нужно иметь только две стороны этого плана, которые должны быть параллельны лучам  $S-F_1$  и  $S-F_2$ . Все указанные лучи и составляют лучевой пучок из точки зрения  $S$ .

Для определения высоты ребра тесового камня необходимо построить прямоугольный треугольник на зрительном луче к соответствующей точке плана. Зрительный луч, идущий в точку  $N$ , пересекает линию основания в точке 4. Через точки  $N$  и 4 зрительного луча проводят перпендикулярно к нему прямые линии. Вертикаль  $a$  на изображении пересекает линию горизонта в точке 4'. Через линию точки пересечения 4 на плане откладывается видимая на изображении высота  $U'-T'$  ребра  $a$ . Зрительные лучи из точки  $S$  через крайние точки  $U$  и  $T'$  переносят соот-



Затем все найденные отрезки, определяющие геометрическую связь между заданными и отыскиваемыми на фотографии величинами, возвращаются в свое прежнее положение на плане и фасаде. Пример реконструкции перспективы является также обращением перспективного построения в ортогональный чертеж.

По известным на архитектурном снимке размерам какого-либо отрезка, например ширина окна, высота двери и другие, удается определить масштаб реконструируемого здания. Эта процедура называется внешним ориентированием. Исходя из того, что на рис. 112 плита основания имеет ширину 1,6 м и что реконструкция плана должна быть выполнена в масштабе 1 : 100, можно установить соответствующее положение картинной плоскости.

Перспективным отображением ширины плиты служит отрезок  $a'$  (рис. 113), точка схода которого — точка  $F_2$ , а соответствующая точка измерения — точка  $M_2$ . Отрезок  $a$  соответствует ширине плиты в масштабе 1 : 100. Из точки  $M_2$  проводят линии через конечные точки изображения отрезка  $a'$ .

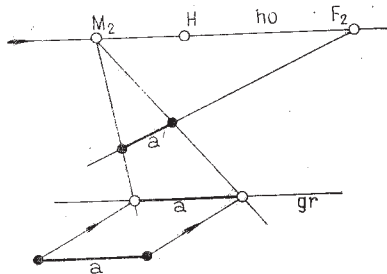


Рис. 113.

Действительный отрезок  $a$  параллелен горизонту  $ho$  и располагается между обоими лучами, исходящими из точки  $M_1$ . Через полученный таким путем отрезок  $a$  и будет проходить линия основания  $gr$ . Таким образом устанавливают масштаб соответствующей реконструкции.

Рис. 114 показывает перспективное изображение высотного здания. Если продолжить соответствующие его ребра, то их продолжения пересекутся в трех точках схода и образуют треугольник точек схода. При этом имеется ввиду, что ребра здания в натуре располагаются перпендикулярно одно другому.

Горизонтальная плоскость, параллельная предметной плоскости, поворачивается вокруг горизонта  $ho$ , а вертикальная плоскость с точками схода  $F_1$  и  $F_2$ , перпендикулярная к предметной плоскости, — вокруг  $ho$  в картинную плоскость. Точка зрения, лежащая в обеих горизонтальных плоскостях, тогда определится как точка пересечения  $O$  продолженных высот треугольника с полуокружностями, построенными на отрезках  $F_1—F_2$  и  $F_1—F_s$ . Двойной поворот в картинную плоскость вокруг соответствующих точек схода точки зрения  $O$  определяет на линиях горизонта  $ho$  и  $ho'$  соответствующие точки измерения трех главных направлений.

Через вершины здания в изображении, которая принимается принадлежащей картинной плоскости, проводят параллельно к линиям горизонта  $ho$  и  $ho'$  линии следов  $gr$  и  $gr'$

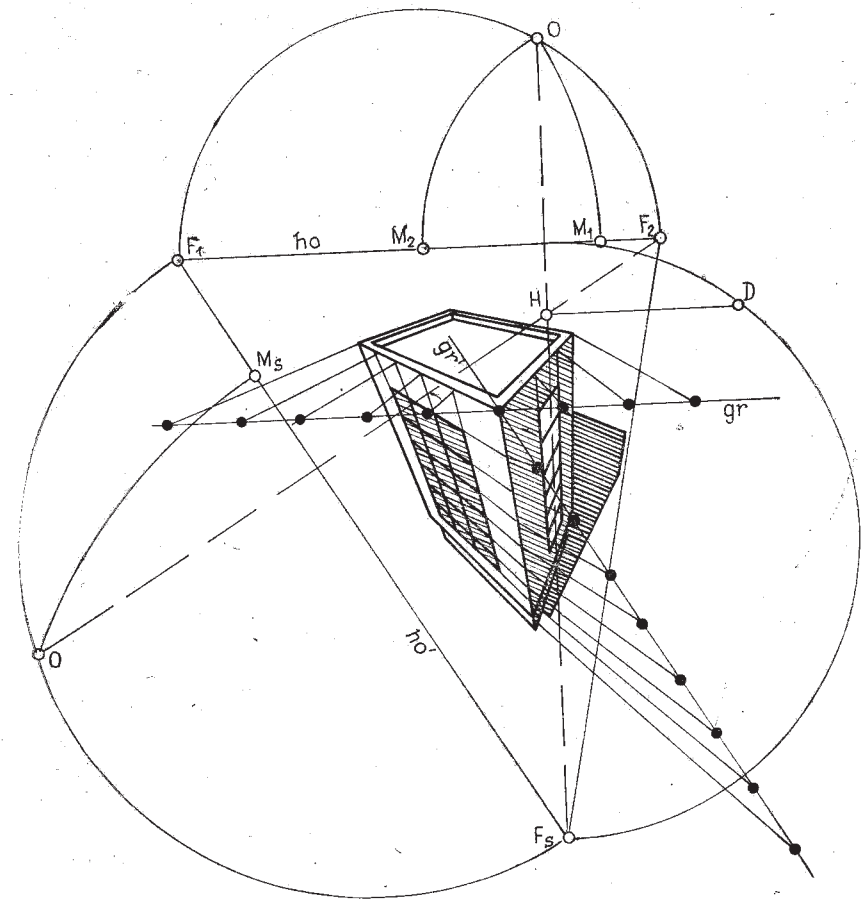


Рис. 114.

плоскостей, содержащих эту вершину. Прямые, соединяющие точки изображения на ребрах трех главных направлений с соответствующими точками измерения, отсекают на линиях следов отрезки. Они являются действительными длинами перспективных отрезков, и их принимают за основу построения плана и фасада здания.

Масштаб реконструкции устанавливается здесь так же, как и ранее, путем выбора

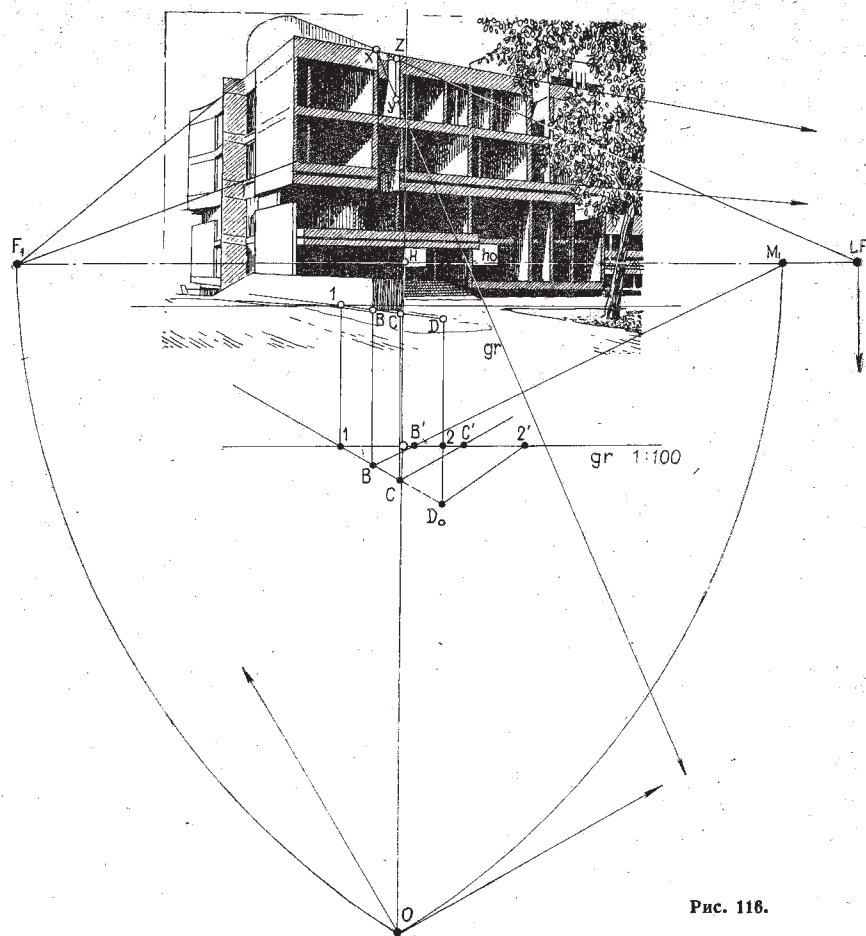
картинной плоскости. Предполагая в данном примере следы изображения заданными, определяют положение картинной плоскости.

На реконструируемом снимке (рис. 115) выбрана точка  $E$ , через которую параллельно к соответствующим горизонтам проходит картинная плоскость. Действительные отрезки, выделяемые прямыми линиями к соответствующим точкам измерения на горизонтах, являются также основой для построения





Чтобы определить внешнее ориентирование, нужно установить положение картинной плоскости. Тогда будет определен масштаб, в котором можно

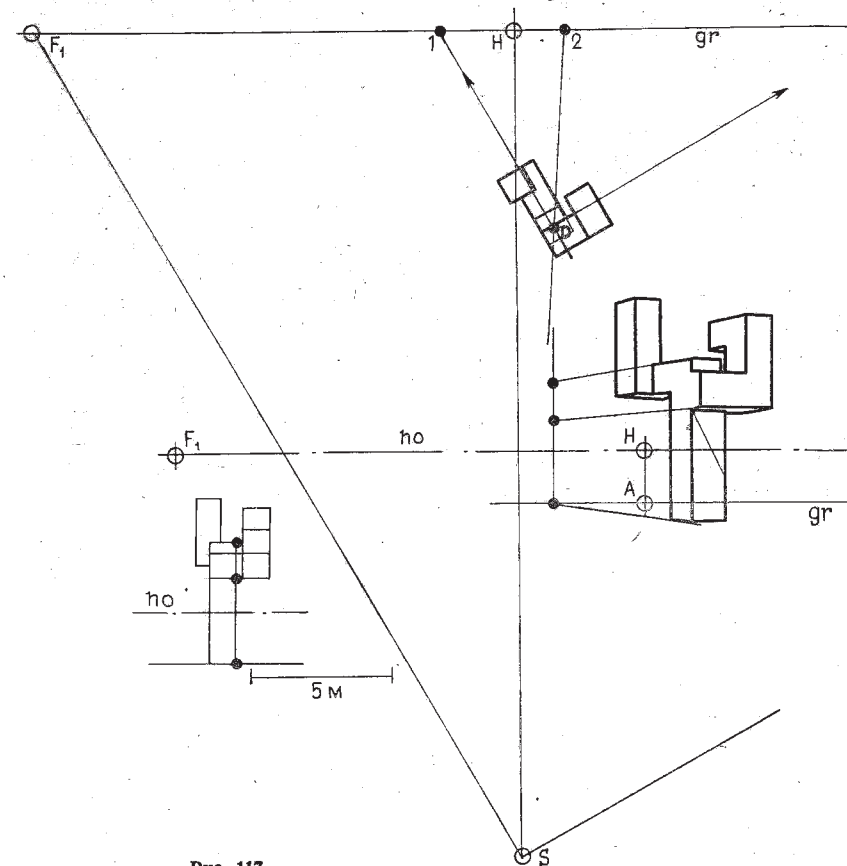


строить изображение скульптуры. Для этого необходим какой-либо известный размер в изображении. Обе точки  $B$  и  $C$ , ограничивающие основание транспаранта ограждающей стены расположены одна от другой на расстоянии 2 м. От опущенных на план точек  $B$  и  $C$  проводят прямые линии в точку измерения  $M_1$ . Подводя теперь между этими двумя линиями параллельно к  $ho$  отрезок длиной 2 см, получим линию основания  $gr$  картины,

которая определит масштаб 1:100 изображения на картинной плоскости.

Линия опущенного плана, ограничивающая стену, пересекает линию основания картины в точке *I*. Вертикаль, проведенная через эту точку, определяет действительное положение точки *I* на фотоизображении.

Чтобы определить точку схода световых лучей, проводят от тенеобразующей точки  $X$  в точку ее падающей тени



У световой луч. Он пересекает в точке схода световых лучей  $L$  вертикаль к  $h_0$ , проекция которой на предметную плоскость направлена в точку основания источника света  $LF$ . Точку основания источника света  $LF$  находят следующим образом. Очерк падающей тени через точку  $Y$  мнимо продолжается до точки  $Z$ . Точки  $X$  и  $Z$  лежат на одинаковой высоте. Прямая, проведенная через эти точки, пересекает горизонт в отыскиваемой точке основания источника света  $LF$ .

Обратимся к рис. 117. От-

резки  $F_1-H$  и  $O-H$ , полученные на рис. 116, переносят на линию основания  $gr$  картины и соответственно на линию дистанции. Так же переносят и точки 1 и 2 на  $gr$ . Через точку 1 проводят параллель к лучу  $S-F_1$ , который задает главное направление одного из пучков параллельных линий, а через точку 2 — луч в точку основания  $S$  здания. Оба этих луча пересекаются в точке  $D$ , которая на снимке и является местом, где должна быть установлена скульптура. План и фасад скульптуры вычерчены в

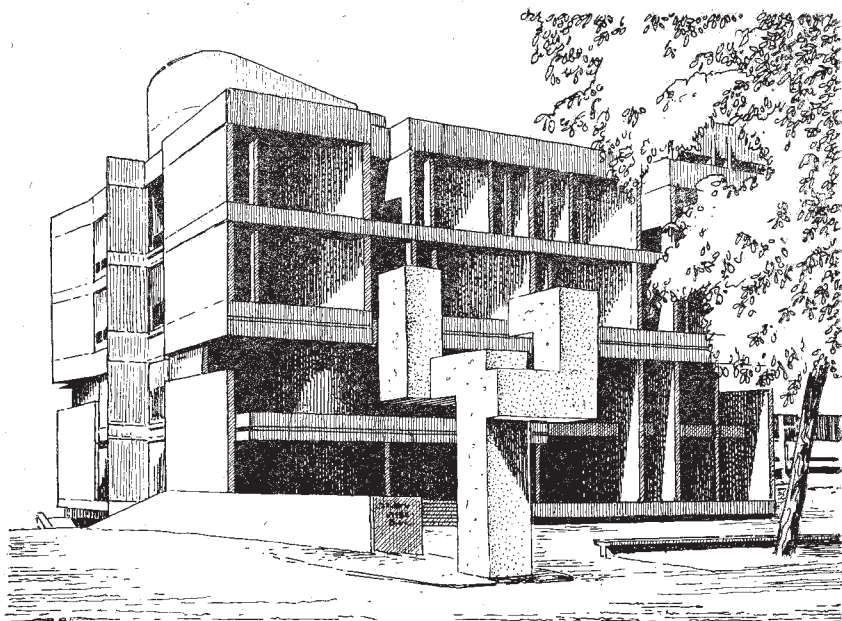


Рис. 118.

масштабе 1:100 на рис. 117. На фасаде скульптуры построена также линия горизонта  $h_0$ , положение которой определено по рис. 116. Теперь обычным способом строят перспективное изображение скульптуры, кото-

рое представлено на рис. 118. На изображении совместно смонтированы перспективное изображение скульптуры и фотоснимок окружающего ландшафта. Оба они образуют оптическое единство.

### СФЕРИЧЕСКАЯ ПЕРСПЕКТИВА

При далеко расположенных одно от другого отдельных объектах или при близком расстоянии точки зрения до объекта не удается избежать искажений на краях изображений.

На рис. 11 среди прочих построены изображения трех кубов с очень близкого расстояния для того, чтобы показать, как при неблагоприятной точке зрения сильно искажают-

ся эти объекты, изображенные у краев картины. Зная, что наш глаз имеет не плоскую, а криволинейную проецирующую поверхность, и поэтому избегает искажений, можно получить аналогичное перспективное построение на криволинейной поверхности изображения, т. е. криволинейной картинной плоскости. Изображения, получаемые на криволинейной картинной поверхности будут подоб-

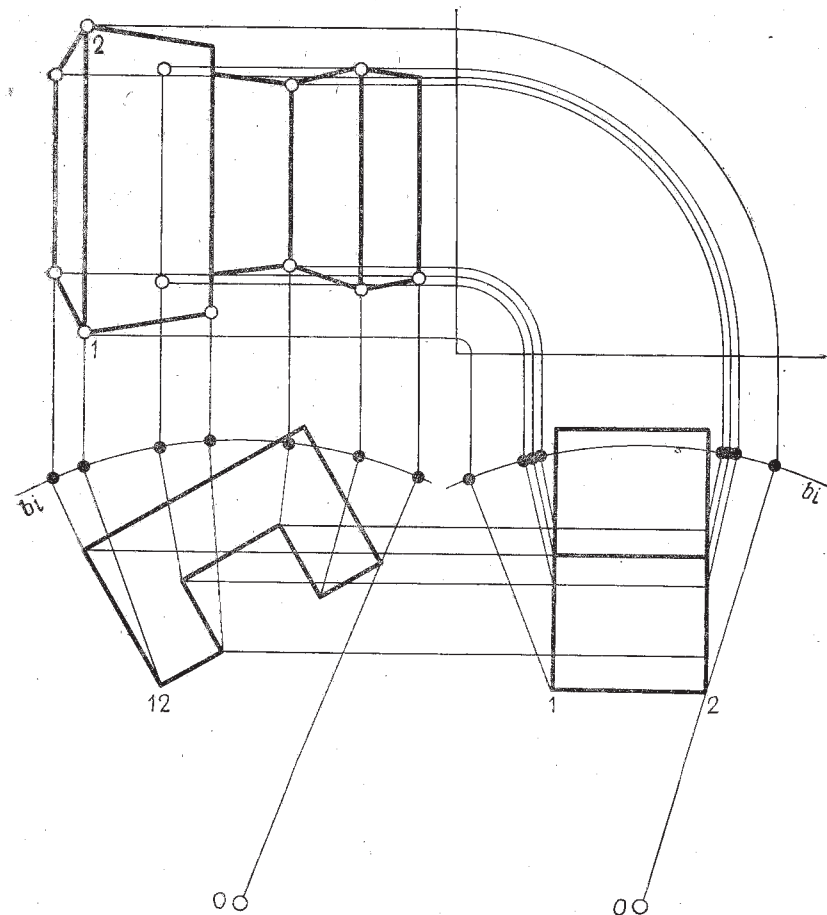


Рис. 119.

ны изображениям на сетчатке глаза.

Принимая поверхность изображений как часть поверхности шара, удастся избежать краевых искажений на изображении. При этом процесс построения весьма затруднителен и практически неприемлем.

Дело в том, что это построение не располагает точками схода и поэтому точку изображения нужно каждый раз разыскивать как точку встречи зрительного луча с поверхностью изображения. Польза состоит лишь в том, что удастся вывести принципы<sup>1</sup>, которые позво-

<sup>1</sup> Необходимо отметить, что подобные принципы, не нашедшие применения в практике из-за громоздкости построений, развивались и советскими исследователями, например профессором Ю. И. Короевым и др. Научное преимущество отечественных разработок в сравнении с предлагаемым автором способом заключается в том, что при построении перспективы картинная поверхность искривлена более целесообразным образом [13, 24]. (Прим. науч. ред.).



ляют смягчить краевые искажения изображений.

Точка зрения  $O$  (рис. 119) — одновременно центр дуги окружности, которая задает след картинной поверхности на плане и фасаде. Точку встречи зрительного луча из  $O$  с окружностью ортогонально проецируют на изображение или на соответствующие прямые.

### СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Реальное пространство, со-зерцаемое живым человеческим глазом в выше описанных перспективных отображениях, представляется далеко не в совершенном виде. Только сочетание знания законов отображения и практического изобразительного опыта создает возможность представлять пространственные предметы в изображениях более правдоподобно<sup>1</sup>.

Поскольку отрезки между соседними точками встречи являются частью дуги окружности, то эти отрезки нужно корректировать. Точно также линии, полученные по отображенным точкам, вычерчиваются в изображении как прямые, хотя на самом деле они кривые, как линии на сферической поверхности.

При рассмотрении реальных предметов наши глаза обладают свойством, которое позволяет нам непосредственно ощущать пространство. При этом каждый глаз воспринимает свои центрально проецируемые двумерные изображения на своей сетчатке, отличающиеся одно от другого перспективным изображением. В нашем сознании не совсем одинаково изображаемые картины сливаются

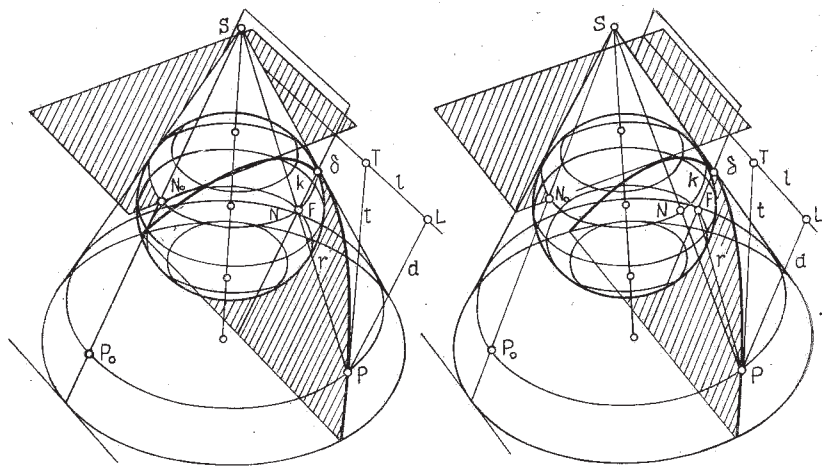


Рис. 120.

<sup>1</sup> Это абсолютный аргумент в пользу преимущества макета над перспективой и его научного метода проецирования объекта на пространство, а не на поверхность [3]. (Прим. науч. ред.)

в некоторое единое изображаемое впечатление, которое только тогда и становится пространственным.

Стереоскопическое изображение (рис. 120), основанное на функциональной общности работы обоих глаз, как раз и создает зрительное впечатление, близкое к живому зрительному восприятию трехмерного объекта, которое не достигается другими способами изображений.

Оба глаза, правый  $O_r$  и левый  $O_l$ , вследствие их взаимного удаления друг от друга, видят некоторый объект  $P—S$  неодинаково (рис. 121). В зависимости от объекта и создаются два несовместимых отображения на сетчатке глаз  $P'—S'$  и  $P—S''$ . При наблюдении реальных предметов различие перспективных проекций на сетчатку глаза возникает вследствие их глубинного рас-

положения в пространстве. При стереоскопическом изображении соответствующие различия, возникающие на сетчатке глаз, можно наблюдать, например, в виде отрезков  $S'—P'$  и  $S''—P''$  на линии  $gr$ . Разница обоих отрезков  $S'—P'$  и  $S''—P''$  называется эффективным параллаксом. Для объемного восприятия стереоскопических изображений параллакс — важнейший фактор, который задается перспективным различием обоих отображений. Расстояние  $x$  между изображениями есть важная величина, приобретающая геометрическое значение при наблюдении стереоскопического изображения.

Из приведенного примера выводится следующая зависимость. Эффективный параллакс зависит, с одной стороны, от расстояния  $e$  и расположения объекта вглубь  $t$ , и, с другой — от величины базиса  $b_a$ .

Исходя из сказанного можно сформулировать рекомендацию для построения стереоскопических отображений. Оба глаза (рис. 122) заданы двумя соответствующими центрами проецирования  $O_a$  и  $O_b$ . Тогда воспринимая оба изображения, получаем совмещенное стереоскопическое впечатление. Причем оба изображения отличаются одно от другого направлением и величиной расстояния между изображениями некоторой точки, т. е. через стереоскопический параллакс. Рассматривая такое парное изображение (см. рис. 120) с помощью специального приспособления, сообщающего каждому глазу только соответствующее ему отображение, мож-

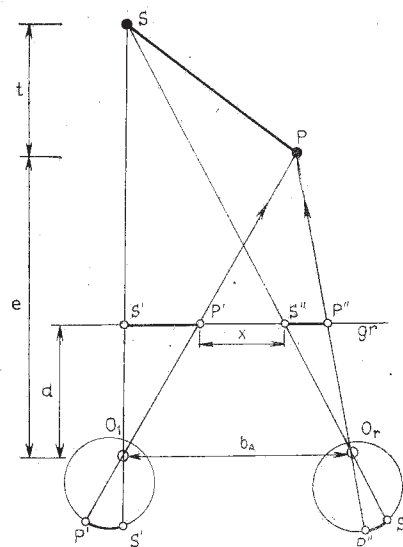


Рис. 121.

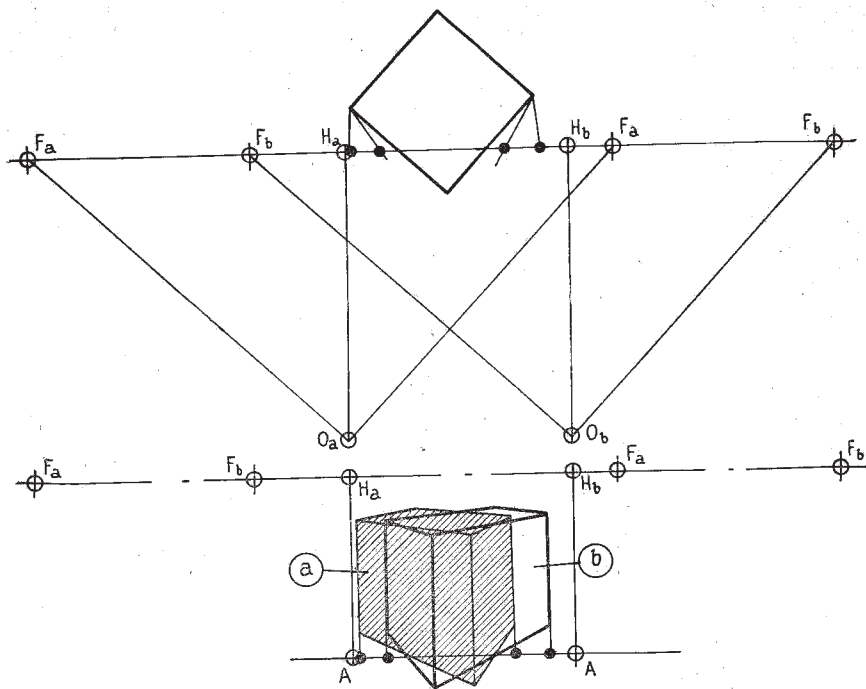


Рис. 122.

но получить единое пространственное впечатление о данном предмете. Зрительные лучи из обоих глаз устремляются на одноименную изображаемую точку правого и левого изображений, при этом эти зрительные лучи пересекаются в некоторой точке пространства. Восприятие всей совокупности таких точек создает в нашем сознании пространственный образ предмета, представленного в изображении.

Воспринимаемое пространство не безгранично. Оно возникает в головном мозгу только тогда, когда изображения всех элементов объекта приходятся на соответствующие светочувствительные места сетчатки глаз. Вследствие остроты

восприятия глазных линз отчетливо рассматриваются только такие точки некоторой зоны пространства, отображения которых находятся на сетчатке обоих глаз в местах, попадающих внутрь фовеальной области сетчатки.

Поскольку при наблюдении стереоскопических изображений глаза аккомодируются на плоскость изображений, то отображаемое пространство не должно переходить определенной глубины зоны. Величина этой области задается поперечным углом, равным  $70^\circ$ . Глубина области  $t$  зависит, с одной стороны, от базиса  $b_a$  и, с другой — от расстояния до базиса ближайшей точки области  $E_1$  (см. рис. 125).

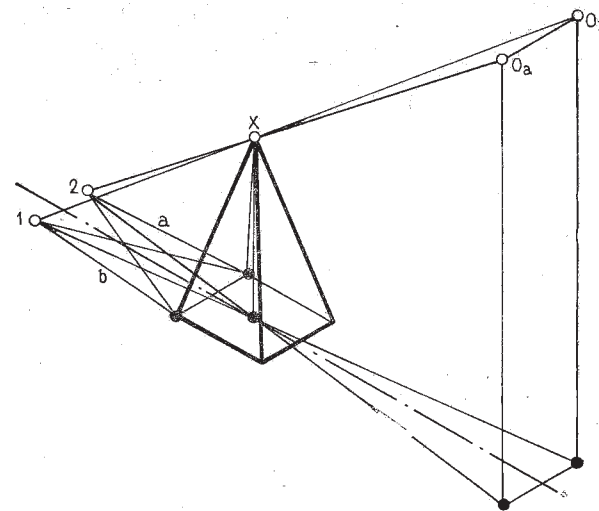


Рис. 123.

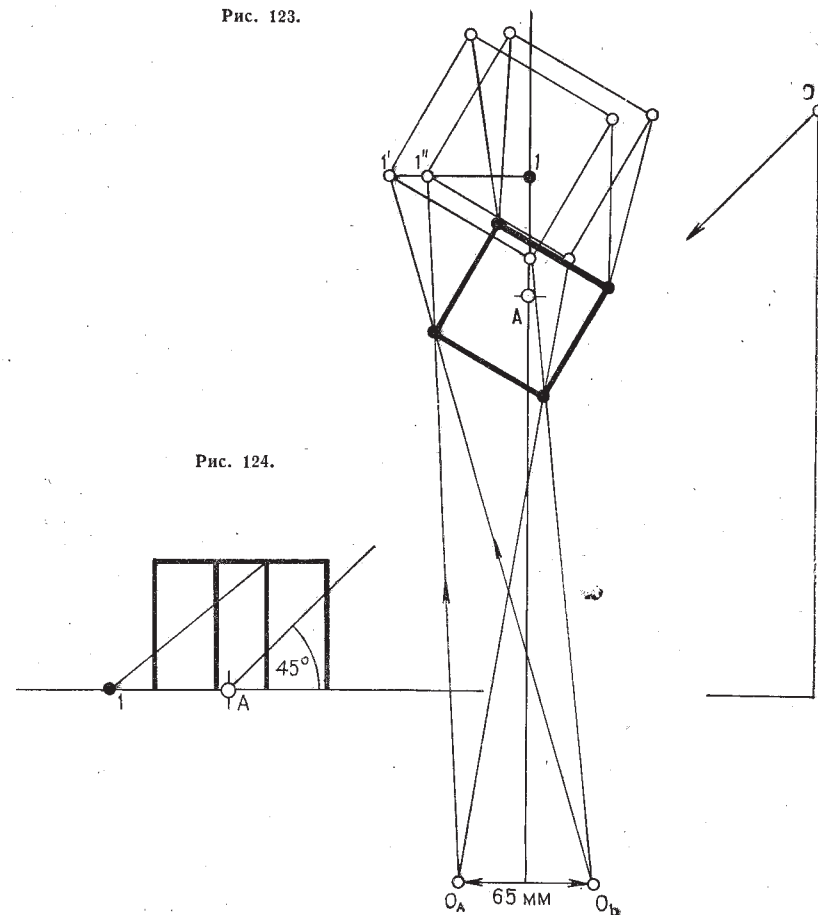


Рис. 124.

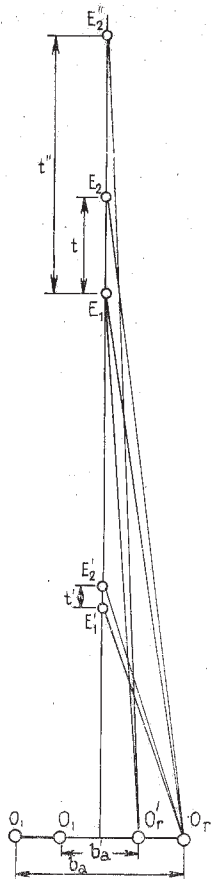


Рис. 125.

Чтобы расширить в стереоскопическом изображении представляемое пространство, можно, как это показано на рис. 123, выбрать плоскость изображений в виде горизонтальной плоскости. Плоскость, на которой построена эта стереопара, совпадает с предметной плоскостью. Ось обоих глаз образует с плоскостью изображений угол  $45^\circ$ . Так как плоскость изображений совпадает

с предметной плоскостью, то можно изображаемую стереопару выявить непосредственно на плане. На схеме (см. рис. 124) наглядно показано, как при наблюдении некоторой пирамиды обоими глазами  $O_a$  и  $O_b$  возникают соответствующие две системы проекционной связи. Зрительные лучи, направленные в точки 1 и 2 на изображении, пересекаются в пространстве в точке X, и поэтому каждой стереопаре изображаемых точек принадлежит только одна точка пространства.

На рис. 124 дана схема построения стереопары. Зрительные лучи из  $O_a$  и  $O_b$  к какой-либо вершине куба, показанного на плане, определяют построение вертикальных ребер. Высота ребер куба определяется расстоянием между точками пересечения соответствующих зрительных лучей из O на фасаде со следом картинной плоскости. Полученные высоты переносятся на изображение.

Специальные приспособления, с помощью которых удастся при наблюдении каждым глазом видеть только одну часть изображения, создают стереоизображение в нашем сознании как пространственное.

Простейшим средством для того, чтобы сделать для каждого глаза видимой только одну часть изображения, является использование специальных стереочертежей, которые включают красное и зеленое изображения.

С помощью стереоскопических изображений сложные технические и другие объекты становятся выразительными.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ, ИСПОЛЬЗОВАННЫЙ В ПРИМЕЧАНИЯХ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

1. Анисимов Н. Н. Основы рисования. М., Стройиздат, 1977.
2. Барышников А. П. Перспектива. М., Искусство, 1955.
3. Бескин Н. М. Изображение пространственных фигур. М., «Наука», 1971.
4. Близнюк А. С. Развитие структурной формы вокруг одной оси симметрии. — Техническая эстетика, 1980, № 7, с. 23.
5. Борисовский Г. Б. Архитектура, устремленная в будущее. М., «Знание», 1977.
6. Гамаюнов В. Н. Рисунок и живопись. Уч. пособие. М., ВЗИТЛП, 1971.
7. Гамаюнов В. Н. Пропедевтические курсы для втузов и педвузов. — Техническая эстетика, 1980, № 1, с. 16—18.
8. Гамаюнов В. Н. Альтернатива начерталке. — Техника и наука, 1981, № 9, с. 7—11.
9. Громов М. Я. Начертательная геометрия. Уч. пособие. М., ВЗПИ, 1954.
10. Добряков А. И. Курс начертательной геометрии. — М. — Л., Гостехиздат, 1953.
11. Дюрер, Альбрехт. Дневники, письма, трактаты. М., «Искусство», 1957.
12. Колотов С. М. Начертательная геометрия. Госстройиздат, УССР, Киев, 1958.
13. Короев Ю. И. Построение широкоугольных архитектурных перспектив. М., «Высшая школа», 1970.
14. Крылов Н. Н. Начертательная геометрия. М., «Высшая школа», 1977.
15. Кузин В. С. Психология. М., «Высшая школа», 1982.
16. Мардасов Н. Д., Пугач Е. И. Макетный метод проектирования в гражданском строительстве. М., Стройиздат, 1980.
17. Михайленко В. Е., Кашенко А. В. «Природа, геометрия, архитектура». Киев. «Будівельник», 1981.
18. Монж, Гаспар. Начертательная геометрия. М., Изд-во АН СССР, 1947.
19. Непомнящий В. М., Смирнов Г. Б. Практическое применение перспективы в станковой картине. М., «Просвещение», 1978.
20. Ростовцев Н. Н. Техническое рисование. М., «Просвещение», 1979.
21. Рынин Н. А. Начертательная геометрия. Перспектива. Петроград, 1918.
22. Сенешаль М. Симметрия и восприятие порядка. — Сб. трудов «Узоры симметрии», М., «Мир», 1980.
23. Соловьев А. М., Смирнов Г. Б., Алексеева Е. С. Учебный рисунок. М., «Искусство», 1953.
24. Федоров М. В. Рисунок и перспектива. М., «Искусство», 1960.
25. Чистяков П. П. Письма, записные книжки, воспоминания. М., «Искусство», 1953.
26. Яблонский А. Г. Линейная перспектива на плоскости. М., «Просвещение», 1966.